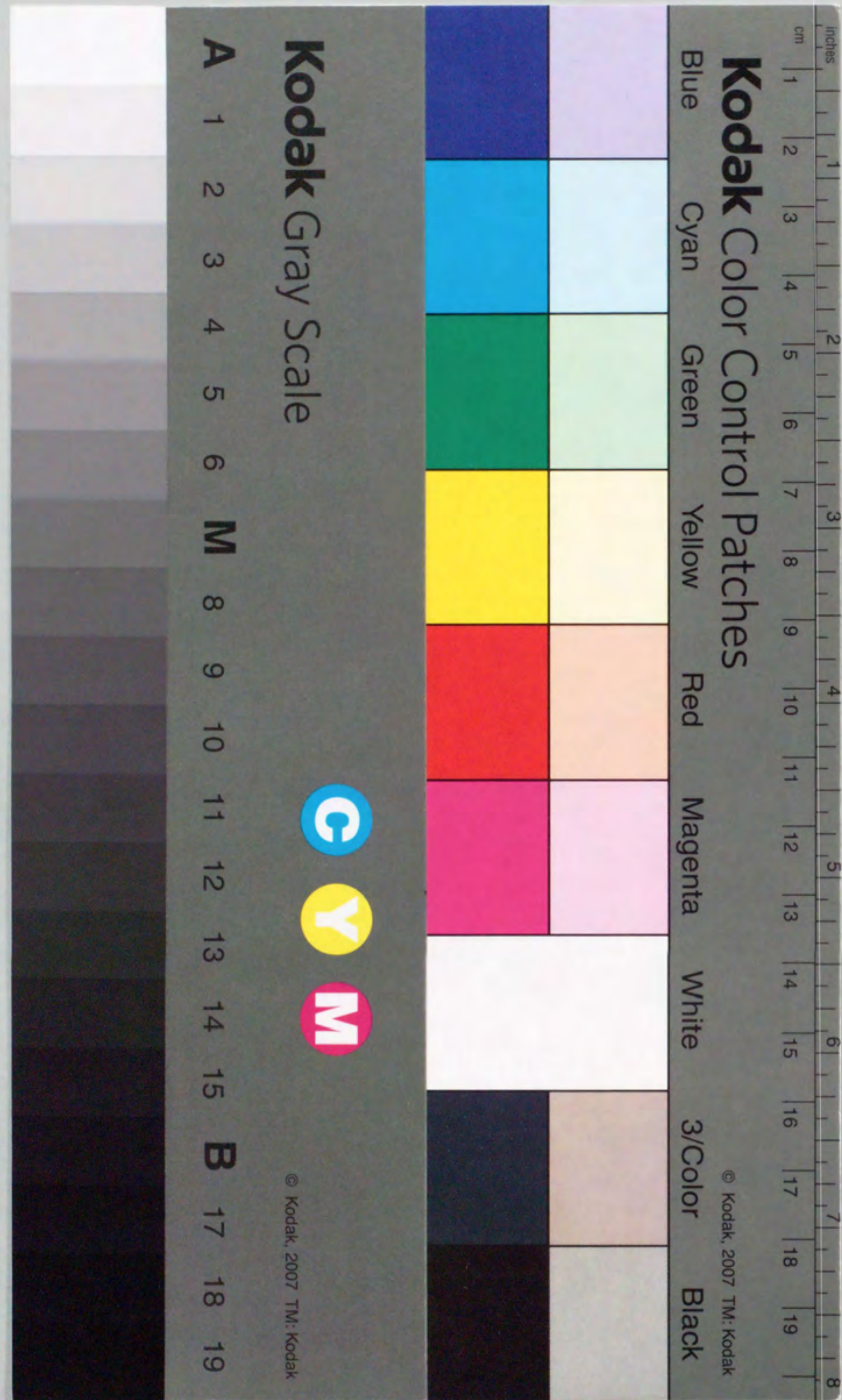
Title	変厚鋼板および有孔鋼管の極限圧縮強度特性に関する研究
Author(s)	村上, 茂之
Citation	大阪大学, 1996, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3119613
rights	
Note	



変厚鋼板および有孔鋼管の極限圧縮強度特性に関する研究

1996年7月

村　上　茂　之

変厚鋼板および有孔鋼管の
極限圧縮強度特性に関する研究

１９９６年7月

村　上　茂　之

目　次

目　次

図　表　一　覧

第２章

第1章　序論

1．1　研究の背景

近年，土木鋼構造分野の活性化および競争力などの観点で，鋼構造物の設計・製作・架設および供用後の維持管理を含めた合理化・省力化が考えられている。鋼構造物の設計・製作・架設の合理化・省力化という面では，少主桁橋の建設や圧延変厚鋼板の橋梁への適用等の実例も報告されている。これらの合理化橋梁の設計に際しては，現行の道路橋示方書が力学条項の拠り所であり，安全側の設計に偏っている点は避けられない。一層の合理化・省力化の実現のためにも，合理化橋梁の特性を踏まえた新たな設計基準の策定が必要である。特に，道路橋示方書は等厚鋼板の耐荷力特性を基に定められた基準であるため，変厚鋼板に対して適用する場合，その耐荷力特性を十分に反映した設計とはならない。設計段階での合理化・省力化の推進のためには，変厚鋼板の耐荷力特性を反映した設計基準の策定が必要となる。

一方，維持管理工程の合理化・省力化の面で考えると，鋼部材の腐食による劣化の問題がある。鋼材が自然環境下での供用中に腐食被害を受ける可能性があることは避けられない事実であり，防食・防錆作業を施すことにより，劣化を防ぐあるいは遅らせるといった対策が必要である。しかし，実際の鋼構造物の中には腐食被害を受け劣化した部材が存在することが，これまでにも多数報告されている。このような強度劣化を生じた鋼部材の残存耐荷力や余剰寿命を予測し，補修・補強対策を講じるための基準を策定することは，維持管理工程において重要な課題であるといえる。この補修・補強基準の策定のためには，腐食被害を受け強度劣化を生じた鋼部材の残存耐荷力評価手法を確立する必要がある。

圧延変厚フランジの使用や，腐食により板厚減少を生じたフランジプレートを考えれば，変厚圧縮板の耐荷力特性を明らかにすることは，前述の基準の策定には有効な基礎データとなりうると考えられる。また，腐食が進行した場合の断面欠損を考えれば，孔あき鋼部材の耐荷力特性が補修・補強基準の策定に対する基礎データとなる。本論文では，以上の点を踏まえて，設計基準および補修・補強基準の策定のための基礎資料を提供することを目的とし，圧縮を受ける変厚自由突出板および孔あき鋼管部材の極限強度特性について検討を行っている。

1．2　既往の研究の概観

1．2．1　変厚鋼板の極限強度に関する既往の研究

板厚が連続的に変化する変厚鋼板は，差厚プレートとは異なり，圧延の一工程で製作することができる利点がある。造船の分野においては，船舶の大型化に伴い重量を軽減する必要性が生じ，土木分野よりも早くから，この変厚鋼板が使用されてきた。土木分野にお

いても，橋梁設計の合理化や架設工程の省力化の目的で，変厚鋼板の使用が検討されている。しかし，変厚鋼板の極限強度に着目して行われた研究はほとんどなく，設計基準策定のための基礎データが少ないのが現状である。

等分布横荷重や面外曲げを受ける変厚鋼板に関しては，これまでにも Conway－Ithaca[1.1)]，Conway－Petrina[1.2)]，Jia Rang[1.3)]，崎山－松田[1.4)]らによって，弾性の等厚板の発展的研究として行われており，そのたわみ形状が近似的に与えられている。一方，変厚板の座屈特性に関して行われた研究としては，Wittrick－Ellen[1.5)]，Cetmeli[1.6)]，Chehil－Dua[1.7)]，Dzygadlo－Kierkowsk[1.8)]や園田－小林[1.9)]による鋼板の弾性座屈解析，あるいは Olsson[1.10)]による２軸圧縮をうける変厚鋼板の弾性座屈解析がある。これらの解析は全て座屈係数に関するものであり，また弾性解析である点からも変厚鋼板の極限強度を直接与えるものではない。本研究の対象となる圧延変厚鋼板とは異なった意味をもつ鋼板であるが，腐食による板厚を想定し，２方向に板厚を変化させた場合の変厚鋼板の圧縮強度特性に関する研究としては，著者らが行った研究がある[1.11)]。

等厚・変厚鋼板をプレートガーダーやボックスガーダーの圧縮フランジとして使用する場合，圧縮フランジは最小板厚断面と最大板厚断面での軸力比が一定の状態にあると考えられる。このような荷重状態の圧縮フランジでは，軸方向に変化する応力とせん断応力が作用し，不等圧縮状態にあることは，力の釣り合い条件からも明らかである。この不等圧縮を受ける等厚鋼板に関しては，不等圧縮を受ける補剛板を圧縮とせん断を同時に受ける板要素でモデル化し，その座屈係数を求めた Scheer－Vayas[1.12),1.13)]の研究がある。また同様のモデル化を行い，極限強度を求めた研究としては堂垣－米澤－三代[1.14),1.15)]による研究がある。しかし，これらの研究は等厚鋼板を対象としており，変厚圧縮フランジの耐荷力の評価に直接適用できるものではない。

以上のように，変厚フランジの応力状態を想定してモデル化された，軸力または軸方向応力が変化する変厚鋼板の極限強度に関する研究はほとんど行われておらず，極限強度特性は明らかではない。また，筆者らが行った腐食による変厚鋼板の圧縮強度に関する研究は，一定軸力状態の変厚鋼板を対象としたものであり，軸応力とせん断応力が同時に作用する変厚フランジの極限強度特性の特別な場合に相当する。

残留応力や初期たわみといった初期不整量の存在が鋼構造部材の極限強度に大きく影響することは，これまでに数多くの実験・解析[1.16)]でも確認されている。この傾向は，等厚板に限らず変厚板も例外ではないことは容易に想定できる。ところが，変厚鋼板の残留応力や初期たわみ等の初期不整に関するデータはあまり収集されておらず，分布形状や平均値等の特性は明らかではない。種々の初期不整が極限強度に影響を与えることから，極限強度特性のみならず，その初期不整モデルに関しても基礎データを収集することが必要である。

１．２．２　円形鋼管の座屈問題に関する既往の研究

断面係数が大きいこと，一様な内外圧を受ける場合や軸圧縮を受ける場合に効率的な断面形状であることから，円形断面および円筒シェルの構造物は，航空機，潜水艦，船舶や穀物・液体の貯蔵タンク，圧力容器等，土木以外の分野でも数多く使用されている。土木・建築分野に限っても，送電鉄塔，水圧鉄管，パイプライン，トラス橋やアーチ橋の弦材等に多用されている。

このような円筒パイプや円筒シェルの座屈解析を行う場合の支配方程式としては，Donnell の式[1.17)]や Flügge の式[1.18)]が一般に用いられている。これらの式を用いて，軸圧縮力を受ける弾性の完全円筒パイプや円筒シェルの座屈強度は，種々の境界条件のもとで次式により与えられる Batdorf の曲率パラメータ（Z）の関数として，八巻[1.19)]により明らかにされている。

$$Z=\frac{L^2}{Rt}\sqrt{1-\nu^2} \qquad (1.\ 1)$$

ここに，Lは円筒の長さ，Rは円筒の肉厚中心までの半径，tは肉厚，νはポアソン比である。

軸圧縮力ではなく，曲げが作用する場合の円筒シェルの弾性局部座屈問題に関しては，座屈時の変位増分を周方向にフーリエ級数に展開することによって津下[1.20)]が座屈応力度を求め，Lundquist[1.21)]や Donnell[1.22)]の実験値と比較している。

実際の円筒パイプおよび円筒シェルの設計では，この様な弾性座屈ではなく非弾性座屈が問題となってくる。文献１．23）には，シェルの非弾性座屈強度（σ/σ_Y）を与える曲線が幾つか与えられている。この中でも，特に円形鋼管に関して最も一般的に用いられているのは，次式で与えられる Plantema の式である。

$$\frac{\sigma}{\sigma_Y}=\begin{cases}1.0 & \alpha\geq 8\\ 0.75+0.031\alpha & 8>\alpha\geq 2.5\\ 0.33\alpha & 2.5>\alpha\end{cases} \qquad (1.\ 2)$$

ここに，αは無次元化局部座屈パラメータで次式で与えられる。

$$\alpha=\frac{E}{\sigma_Y}\frac{t}{2R} \qquad (1.\ 3)$$

一方，我が国の道路橋示方書[1.24)]では，次式により，局部座屈を考慮しない場合のシェルの耐荷力（σ/σ_Y）を与えている。

$$\frac{\sigma}{\sigma_Y}=\begin{cases}1.0 & \bar{\lambda}\leq 0.2\\ 1.109-0.545\bar{\lambda} & 0.2<\bar{\lambda}\leq 1.0\\ 1.0\big/\left(0.773+\bar{\lambda}^2\right) & 1.0<\bar{\lambda}\end{cases} \qquad (1.\ 4)$$

ここに，$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}}\frac{L}{r}$ でｒは断面二次半径，Ｌは部材長である。

式（１．２）と式（１．４）は類似しているが，前者が局部座屈に関する強度評価式であるのに対し，後者は全体座屈に関する強度評価式である。

また，局部座屈と全体座屈に関する強度評価方法としては，局部座屈強度と全体座屈強度の低い方を基準座屈強度とする方法と，Marshall[1.25]が提案した局部座屈が生じない（考慮されていない）座屈耐荷力曲線の全断面降伏強度を局部座屈強度に置き換える方法が考えられている。

１．２．３　鋼管の製造工程による分類

円形鋼管を，その製造工程によって以下のよう分類できる[1.26]。

１）継目なし（シームレス）鋼管

２）鍛接管

３）電気抵抗溶接鋼管（電縫管）

４）アーク溶接鋼管

１）～４）の鋼管は，継目の有無により，１）の継目なし鋼管と２）～４）の溶接・鍛接鋼管に分類される。さらに溶接・鍛接鋼管は，継目のつなぎ方によって，２）～４）のように分類できる。

１）の継目なし鋼管は，継目が無く圧力やねじりに対して大きな抵抗力を有している点が特徴であるが，板厚の均一性に劣るという欠点がある[1.27]。この継目なし鋼管は次のような工程で製造される。加熱された中実の鋼塊あるいは鋼片の中心を穿孔機でくり抜いて中空に成形し，心金を挿入する。この後，心金と圧延機との間に挟む形で，所定の板厚まで薄く延ばして製造する。２）の鍛接管は，熱した帯鋼を引き抜きながらパイプ状に成形し，同時に板の継目を圧着して製造する鋼管であり，この製造方法から，比較的小径のものしか製造できない。１），２）の鋼管は，道路橋示方書の規定[1.27]では，主部材への使用は認められておらず，２次部材への使用に限られている。

３）の電縫鋼管は，帯鋼をローラーを用いてパイプ上に塑性曲げ加工し，板の継目を電気抵抗溶接することによって製造する鋼管である。この電縫鋼管は，鋼管の中でも最も生産量が多い鋼管であり，道路橋示方書において，２次部材のみならず主部材への使用も認められている[1.27]。この電縫鋼管の欠点としては，最大径が帯鋼の板幅によって制限される点が考えられる。

４）のアーク溶接鋼管は，継目の形状によって

ａ）スパイラル鋼管

ｂ）ＵＯＥ鋼管

ｃ）板巻き鋼管

に分類できる。いずれの鋼管も，鋼板をパイプ状に塑性曲げ加工した後に継目をアーク溶接することによって製作する。それぞれの鋼管の特徴を挙げると，以下のようになる。

スパイラル鋼管は，同一幅の鋼板であってもロールの角度を変えることによって任意のサイズの鋼管の製作が可能であり，基礎杭に多用されている。ＵＯＥ鋼管は，スパイラル鋼管に比べて厚肉の鋼管の製造が可能であり，継目の信頼性の高さおよび美観上の点から，パイプラインや柱材として使用されることが多い。また，板巻き鋼管は，径が大きな厚肉の鋼管の製作に用いられ，橋脚等に用いられている。この板巻き鋼管の欠点としては，ロールの幅によって鋼管の長さが制限されるため，橋脚として使用する場合に，円周方向に板継ぎ溶接を行う必要がある点が考えられる。

１．２．４　電縫鋼管に関する既往の研究

本論文で対象とした鋼管は，１．２．３の分類における電縫鋼管と呼ばれる鋼管である。電縫鋼管は，coil 状に巻かれた鋼材を flat な steel sheet に巻き戻し，その後，円形に塑性曲げ加工された鋼材を電気抵抗溶接して製造される。また，溶接後も断面形状や初期曲がりを多段階にわたる冷間塑性加工することにより矯正する。このように，電縫鋼管の製造工程には，幾度も塑性加工が施される。この塑性加工による加工硬化の影響で，電縫鋼管の降伏応力度が上昇することは過去の研究でも報告されている。また，この降伏応力度の上昇は鋼管の径厚比や製造工程によって変化するため，電縫鋼管の極限強度は，一般にばらつきが大きいことが知られている。

加藤[1.28]は，加工硬化による降伏応力の増加を実験により明らかにし，径厚比の線形式で降伏応力度の上昇量$\Delta\sigma$を表現した。越智[1.29]は，電縫鋼管部材の材料特性を統計的に評価し，実験資料と併せて確率統計論に基づいた部材の終局耐力の評価を行った。若林－野中－西川[1.30]は，高張力鋼による比較的薄肉の円形鋼管の初期不整および極限強度について実験を行っている。青木－福本は，ヨーロッパ鋼構造連合（ECCS）による複数基準耐荷力曲線[1.31]が比較的小口径の継ぎ目無し管で熱間加工溶接管を対象としているのに対し，継ぎ目があり，冷間塑性加工が施された電縫鋼管について，その機械的性質の変化や中心軸圧縮強度分布を実験により統計的に明らかにした[1.32],[1.33]。その他にも，JSSC による各種冷間成形鋼管の短柱実験についての報告[1.34]，加藤－秋山－鈴木[1.35]による塑性局部座屈耐荷力に関する研究等がある。

前出の ECCS では，円形鋼管部材に対する耐荷力曲線は，加工硬化による降伏応力度の上昇などの原因により，複数ある耐荷力曲線の中でも最上部に位置している。しかし，同曲線で対象とした鋼管は，小口径の継目なし鋼管および熱間加工溶接鋼管であり，冷間成形される中口径の電縫鋼管を含むものではない。両者の強度を比較した研究としては加藤[1.29]による研究がある。また，辻－康[1.36]は，実験から得られた残留応力や機械的性質を用いて，電縫鋼管柱の座屈耐力および座屈後挙動について解析を行い，その特性について検討している。

また，電縫鋼管柱の初期曲がりに関しては，諸外国の設計基準である ECCS 曲線[1.31]や

SSRC 曲線[1.37]では，部材長の 1/1000 を用いて数値解析している。しかし，文献1．34）で統計処理された結果では，平均値は部材長の 1/4000 以下であり，最大値でも 1/2500 程度であるといった結果が得られている。

1．2．5　孔あき鋼材の圧縮強度に関する既往の研究

孔あき板の孔周辺での応力集中に関しては，Timoshenko[1.38]や西田[1.39]によって，様々な境界条件での応力集中係数が与えられている。また，孔あき板の弾性安定に関してもLevy－Wooley－Kroll[1.40]，Kumai[1.41]や Schlack[1.42]等によって周辺単純支持された状態に関して検討されている。一方，造船の分野では，1．2．1と同様に船舶の大型化に伴う軽量化の観点から，開口部を有する鋼材が使用されており，その弾塑性座屈問題に関して藤田－吉田－荒井[1.43],[1.44]によって，補強をしない場合の座屈強度や孔周辺の変形および補強方法について実験・解析が行われている。また，Nemeth[1.45]-[1.47]によって，座屈耐力および座屈後挙動についても研究されている。

しかし，本研究で取り扱うような円形鋼管部材の壁面に孔があいた場合の極限強度に関して行われた研究は見当たらず，その極限強度特性は明らかではない。

円形鋼管断面に孔があいた場合の孔周辺の応力集中に関しては，Lurie[1.48]，Shevliakov－Zigel[1.49]，Withum[1.50]，Lekkerkerker[1.51]，Eringen－Naghdi－Thiel[1.52]，Van Dyke[1.53]や Murthy[1.54]によって研究が行われ，平板に孔があいた場合とは特性が異なることが報告されている。特に Murthy は，偏心の影響による板曲げ応力について定式化を行っている。この板曲げ応力の存在は，筆者等が行った孔あき円形鋼管の解析[1.55]でも確認されている。

一方，円形鋼管および円筒シェルに孔があいた場合の座屈挙動に関しては，Knight－Starnes[1.56]，Palazotto－Tisler[1.57]，Dennis－Palazotto[1.58]，Tiser[1.59]および Madenci－Barut[1.60]による研究があるが，主に孔あきによる円筒シェルの局部座屈・局部変形に関するものであり，円形鋼管の孔あきによる局部座屈・局部変形や，特に円形鋼管部材の全体座屈との連成を取り扱ったものではなく，孔あき円形鋼管部材の極限強度特性を説明できるものではない。

1．3　研究の目的

以上のように，本研究で取り扱う変厚鋼板や円形鋼管部材あるいは孔のあいた鋼構造要素に関しては，これまでにも研究が行われてきた。しかし，1．1で述べたような設計基準や補修・補強基準の基礎資料は依然として不足しているといえる。

変厚鋼板をフランジに用いた場合の設計に関しては，変厚鋼板の極限強度特性が明らかではなく，現段階では，等厚鋼板に対する設計基準を順守せざるを得ないといえる。将来，変厚鋼板の極限強度特性を反映した設計基準を策定するためには，任意応力状態の変厚鋼板の極限強度特性を明らかにすることが望まれる。そこで，変厚圧縮フランジを変厚自由突出板としてモデル化し，その圧縮強度を解析することによって，上記設計基準策定のた

めの基礎資料を提供することを目的の一つとしている。

腐食等の影響で孔のあいた鋼部材の残存強度評価に関しては，孔あき鋼管部材の座屈強度に関して行われた研究が少なく，残存強度を適切に評価する手法は確立されていない。部材に孔があいた場合，孔径および開孔位置等の外的に判定できるパラメータを用いて，孔あき鋼部材の残存強度を適切に評価することが可能となれば，補修・補強の方法や程度および取り替え時期の選択等に対しては，極めて有効であり，残存強度評価法を確立することによって，合理的な補修・補強対策が可能になると考える。本論文は，壁面に孔のあいた円形鋼管部材の極限強度を実験および解析により求め，部材座屈と孔の変形等の連成効果について検討を行い，孔あき等の断面欠損を生じた鋼部材の残存強度評価法の確立のための基礎資料を提供することを，もう一つの目的としている。

1．4　本論文の構成

第1章は序論であり，変厚鋼板および有孔鋼管の極限圧縮強度に関する既往の研究を概観し，前述の設計基準および補修・補強基準策定に向けて，本研究の意義と目的を明らかにする。

第2章では，変厚・有孔鋼板材の耐荷力解析のために開発した，8節点アイソパラメトリックシェル要素を用いた弾塑性有限変位プログラムの定式化および，プログラムの妥当性について検討を行っている。

第3章では，2章で示した弾塑性有限変位解析プログラムを用いて変厚圧縮板の極限強度を解析し，その特性について検討を行っている。圧延変厚鋼板を圧縮フランジに用いた場合，一定軸力状態とは限らず，一定応力比状態についてもモデル化する必要がある。このため，等厚フランジの圧縮強度解析とは異なる解析手法が必要となる。本論文では，一定応力比状態の変厚鋼板の圧縮強度解析法を開発し，変厚自由突出板の圧縮強度を解析した。ここでは，解析手法について詳述し，圧縮強度特性および圧縮強度評価法について検討を行っている。

第4章では，孔あき鋼管部材の座屈実験から，孔あき鋼管部材の曲げ座屈強度特性について検討を行っている。実験供試体となった孔あき鋼管は，腐食被害を受け壁面に孔があいた場合を想定し，人工的に円孔をあけた鋼管である。孔の形状および孔あき部の板厚減少等，実際の腐食被害を理想化したものと考えれば，腐食被害を受けた鋼管部材の残存耐荷力に関する基礎データとなる。

第5章では，部材中央にあけた円孔の孔径を変化させた孔あき鋼管部材の耐荷力を，2章で示した弾塑性有限変位解析プログラムを用いて解析し，孔あき鋼管部材の耐荷力特性および強度低下に対する開孔の影響について検討する。さらに4章で述べた実験結果との比較から解析の妥当性について考察を行っている。

第6章は結論であり，第2章～第5章までの研究成果を総括し，本研究で得られた結論

をまとめている。また，変厚鋼板の極限強度特性を反映した設計基準や鋼構造部材の補修・補強基準の策定に向けての今後の展望について総括している。

【参考文献】

1.1) H. D. Conway and N. Y. Ithaca : A Levy-Type Solution for a Rectangular Plate of Variable Thickness, Journal of Applied Mechanics, June, 1958.

1.2) P. Petrina and H. D. Conway : Deflection and Moment Data for Rectangular Plates of Variable Thickness, Journal of Applied Mechanics, September, 1972.

1.3) Fan Jia-rang : Plate of Varying Thickness with Four Simply Supported Edges, Proceedings of ASCE, Vol.108, EM1, 1982.

1.4) 崎山毅，松田浩：変厚矩形板の曲げの一解析法，土木学会論文報告集，第 338 号，1983 年 10 月.

1.5) W. H. Wittric and C. H. Ellen : Buckling of Tapered Rectangular Plates in Compression, Aero. Quart., Vol. 13, No.4, pp.308-326, 1962.

1.6) E. Cemeli : Berechnung von Rechteckplatten mit in Einer Richtung Linear Veranderlicher Wanddicke, Strasse Brucke Tunnel, 26(2), pp.40-45.

1.7) D. S. Chehil and S. S. Dua : Buckling of Rectangular Plates with General Variation in Thickness, J. Applied Mechanics Trans. ASME, 40(3), pp.745-751.

1.8) Z. Dzygadlo and J. Kierkowski : Stability and Vibration Analysis of Rectangular Plates of Variable Thickness by the Finite Element Method, J. Tech. Phys., Warszawa, Poland, 17(4), pp.409-422.

1.9) H. Kobayashi and K. Sonoda : Buckling of Rectangular Plates with Tapered Thickness, Journal of Structural Engineering, Vol. 116, No. 5, May, 1990.

1.10) R. G. Olsson : Beitrag zur Knickung der Rechteckplatte von Quadratisch Veranderlicher Steifigkeit, Ing. Archiv, Vol.10, pp.175-181, 1939.

1.11) N. Nishimura, Y. Kamei and S. Murakami : Residual Strength of Corroded Steel Plate in Compression, Proceedings of the 3rd. Pacific Structural Steel Conference, pp.867-874, Oct., 1992.

1.12) J. Scheer and J. Vayas : Traglastversuche an Längsgestauchten, Versteiften Rechteckplatten mit Allseitiger Lagerung, Der Stahlbau, 52, ss.78-84, March, 1983.

1.13) J. Scheer and J. Vayas : Traglastversuche an Längsgestauchten und Schubbeanspruchten, Versteiften Rechteckplatten, Der Stahlbau, 52, ss.207-213, July, 1983.

1.14) 堂垣正博，米澤博，三代正信：圧縮力の変化する直交異方性板の弾性座屈強度，土木

学会関西支部年次学術講演会概要集，I-37，平成 2 年 6 月.

1.15) 堂垣正博，米澤博，三代正信：不等圧縮を受ける補剛板の終局強度に実用算定法，第 47 回土木学会年次学術講演会概要集，pp.210～211，平成 4 年 9 月.

1.16) 例えば，小松定夫他：鋼橋部材の形状初期不整と耐荷力の統計学的研究，日本鋼構造協会誌，Vol. 16，No. 179，1980.

1.17) L. H. Donnel : Some Particular Thin Shell Solution ; Beams, Plates, and Shells, Section 6.7, McGraw-Hill, pp.359-376, 1976.

1.18) W. Flügge : Differential Equations for Compression and Shear ; Stresses in Shells, 2nd ed., Part. 8.2.1, Springer-Verlag, pp.439-448, 1973.

1.19) 八巻昇，小児昭太郎：円筒殻の圧縮による座屈（第 4 報），座屈前の有限変形を考慮した Flügge 型の式による解，東北大学高速力学研究所報告，第 30 巻，第 297 号，pp.43-71, 1972.

1.20) 津下一英：薄肉円筒殻の座屈強度に関する一考察（曲げ及び偏心圧縮力を受ける場合），日本建築学会論文報告集，第 117 号，pp.23-28, 1965 年 11 月.

1.21) E. E. Lundquist : Strength Tests of Thin-Walled Duralumin Cylinders in Pure Bending, NACA TN 478, 1933.

1.22) L. H. Donnel : A New Theory for the Buckling of Thin Cylinders Under Axial Compression and Bending, Trans. ASME, Vol.56, pp.795-806, Dec., 1934.

1.23) B. G. Johnston (ed.) : Circular Tubes and Shells ; Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd ed., Chap. Ten, Structural Research Council, John Wiley & Sons, pp.261-329, 1976.

1.24) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 I 共通編，II 鋼橋編，pp.97-98, 平成 2 年 2 月.

1.25) P. W. Marshall : Design Criteria for Structural Steel Pipe, Column Res. Counc. Proc., 1965.

1.26) 大田孝二，深沢誠：講座；鋼材④，鋼材の種類（その 3）：橋梁と基礎，第 29 巻，第 7 号，pp. 35-43，1995 年 7 月.

1.27) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 I 共通編，II 鋼橋編，pp312-315，平成 2 年 2 月.

1.28) B. Kato : Cold-Formed Welded Steel Tubular Members, AXIALLY COMPRESSED STRUCTURES, Stability and Strength, Applied Science Publishers, 1982.

1.29) 越智健之：円形鋼管部材の終局耐力と変形能の統計的評価，熊本大学学位論文，1991.

1.30) 若林実，野中泰二郎，西川一正：電縫鋼管の座屈に関する実験的研究，京大防災研究所年報，第 12 号 A，昭和 44 年 3 月.

1.31) Eurocode 3 : Common Unified Code of Practice for Steel Structures, Commission

of the European Communities, Brussels, Belgium, Nov., 1990.
1.32) 青木徹彦，福本唀士：小口径電縫鋼管の統計的材料強度特性と残留応力分布の評価，土木学会論文報告集，第 314 号，pp.39～51，1981 年 10 月.
1.33) 青木徹彦，福本唀士：小口径電縫鋼管柱の中心軸圧縮強度分布，土木学会論文報告集，第 337 号，pp.17～26，1983 年.
1.34) 日本鋼構造協会，標準委員会・鋼管 JIS 小委員会：塑性加工を受けた鋼材の機械的性質―STK41 の引張ならびに圧縮に対する機械的性質，JSSC，Vol. 6，No. 53，1970.
1.35) 加藤勉，秋山宏，鈴木弘之：軸圧縮力を受ける鋼管の塑性局部座屈耐力，日本建築学会論文報告集，第 204 号，昭和 48 年 3 月.
1.36) 辻文三，康海偉：電報鋼管柱の座屈耐力及び座屈後挙動，構造工学論文集，Vol.36B, March, 1990.
1.37) B. Johnston ed. : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd Edition, John Wiley & Sons, New York, P.41, 1976.
1.38) S. P. Timoshenk and J. M. Gere : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, New York, 1961.
1.39) 西田正孝：応力集中，森北出版，1967 年.
1.40) S. Levy, R. M. Woolley and W. D. Kroll : Instability of Simply Supported Square Plate with Reinforced Circular Hole in Edge Compression, Journal of Research Vol. 39, Dec., 1947.
1.41) T. Kumai : Elastic Stability of the Square Plate with a Central Circular Hole Under Edge Thrust. Reports of Research Institute for Applied Mechanics Vol. Ⅰ,No.2 April, 1952.
1.42) A. L. Schlack, Jr. : Elastic Stability of Pieced Square Plates, Experimental Mechanics.
1.43) 藤田譲，吉田宏一郎，荒井宏範：有孔板の座屈強度について（その２），日本造船学会論文報告集，第 126 号，pp.285-294，昭和 44 年 11 月.
1.44) 藤田譲，吉田宏一郎，荒井宏範：有孔板の座屈強度について（その３），日本造船学会論文集，第 127 号，pp.161-169，昭和 45 年 3 月.
1.45) M. P. Nemeth : Buckling and Postbuckling Behavior of Square Compression-Loaded Graphite-Epoxy Plates with Circular Cutouts, the 8th DOS/NASA/FAA Conference on Fibrous Composites in Structural Design, Norfolk, Virginia, 28-30, Nov., 1989.
1.46) M. P. Nemeth : Buckling and Postbuckling Behavior of Compression-Loaded Isotropic Plates with Circular Cutouts, AIAA Paper No.90-0965 AIAA/ASME /ASCE/AHS 31th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Long Beach, CA, 1990.

1.47) M. P. Nemeth, M. Stein and E. R. Johnson : An Approximate Buckling Analysis for Rectangular Orthotropic Plates with Centrally Located Cutouts, NASA Technical Paper 2528, 1986.
1.48) A. I. Lurie : Concentration of Stress in the Vicinity of an Aperture in the Surface of a Circular Cylinder, Prikladnaya Matematikal Mekhanika, Vol.10, pp.397, 1946.
1.49) I. A. Shevliakov and F. S. Ziigel : The Torsion of an Empty Cylinder with a Hole on Its Side Surface, Doporidi Annaly USSR, Vol.1, pp.41-44, 1954.
1.50) D. Withum : The Cylindrical Shell with a Circular Hole Under Torsion, Ingenieur-Arciv, Vol.26, pp.435-446, 1958.
1.51) J. G. Lekkerkerker : Stress Concentration Around Circular Holes in Cylindrical Shells, Proceedings of the 11th International Congress of Applied Mechanics, Springer - Verlag, Berlin, Germany, 1964.
1.52) A. C. Eringen, A. K. Naghdi and C. C. Thiel : State of Stress in a Circular Cylindrical Shells with a Circular Hole, Welding Research Council Bulletin, No. 102, Jan., 1965.
1.53) P. Van Dyke : Stresses About a Circular Hole in a Cylindrical Shell, AIAA Journal, Vol.3, No.9, pp.1733-1742, Sept., 1965.
1.54) M. V. V. Murthy : Stress Around an Elliptic Hole in a Cylindrical Shell, Journal of Applied Mechanics, pp.39-46, March, 1969.
1.55) 西村宣男，村上茂之，竹内修治：圧縮を受ける孔あき鋼管部材の座屈強度，第 44 回応用力学連合講演会講演予稿集，pp.183-184，平成 6 年 12 月.
1.56) N. F. Knights Jr. and J. H. Starnes : Postbuckling Behavior of Axially Compressed Graphite-Epoxy Cylindrical Panels with Circular Holes, ASME Journal, Pres. Vess Technol., 107, pp.394-402, 1985.
1.57) A. N. Palazotto and T. W. Tisler : Consideration of Cutouts in Composite Cylindrical Panels, Computers and Structures, Vol.29, pp.1101-110, 1988.
1.58) S. T. Dennis and A. N. Palazotto : Static Response of a Cylindrical Composite Panel with Cutouts Using a Geometrically Nonlinear Theory, AIAA Journal, 28, pp.1082-1088, 1990.
1.59) T. W. Tisler : Collapse Analysis of Cylindrical Composite Panels with Large Cutouts under an Axial Load, M. S. Thesis, School of Engineering, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB, OH, 1986.
1.60) E. Madenci and A. Barut : Pre- and Post-Buckling Response of Curved, Thin, Composite Panels with Cutouts under the Compression, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 37, pp.1499-1510, 1994.

第２章　変厚・有孔鋼板シェルの弾塑性有限変位解析法

２．１　緒言

２．１．１　アイソパラメトリック要素を用いた有限要素法

１９２０年代に Maney[2.1]や Ostenfeld[2.2]等によって確立された変位法をもとに，１９４０年代に，Courant[2.3]，McHenry[2.4]や Herenikoff[2.5]によって有限要素法の初歩となる考え方が提案された。１９５０年代に電子計算機が出現し，構造解析が効率的に計算できるようになると，Argyris－Kelsey[2.6]や Turner－Clough－Martin－Topp[2.7]により有限要素法の概念が提案された。１９６０年代以降は，Zienkiewicz[2.8]や Greene－Jones－McLay－Strome[2.9]あるいは Finlayson[2.10]等によって，重み付き残差法の特殊な場合として有限要素法が再定式化され，複雑な構造物の構造解析のために，曲げ要素や曲面要素等の様々な要素が開発されるようになった。

薄板が単曲面あるいは二重曲面に湾曲することにより得られるシェル構造の基礎方程式の古典的な取り扱いについては，Flügge[2.11]や Timoshenko－Krieger[2.12]の著書に詳解されている。Greene 等[2.9]，Argyris[2.6]は，平面要素を用いてシェル構造のモデル化を行った。また，Irons[2.13),2.14]らにより一般化された曲線座標を用いた曲面要素によるモデル化も行われた。一方，Zienkiewicz 等は，曲線座標および写像関数を用いることによって，より適応性のあるアイソパラメトリック要素の開発を行った。

一般に，有限要素を用いて構造物をモデル化する場合には，局所座標系で表記された要素の形状関数（*N*）および形状｛x｝を用いて要素の形状｛X｝が次式で表現される。

$$\{X\} = [N]\{x\} \qquad (2.\ 1)$$

さらに，未知量である要素の変位｛U｝は，局所（曲線）座標系で表記された形状関数（*N'*）および変位｛u｝を用いて次式で表現される。

$$\{U\} = [N']\{u\} \qquad (2.\ 2)$$

式（２．１）と式（２．２）で与えられた２つの形状関数が同一である場合，すなわち，

$$[N] = [N'] \qquad (2.\ 3)$$

である場合，要素をアイソパラメトリック要素と呼ぶ。

２．１．２　有限変位問題における非線形計算手法

一般に，外力を受けた構造物の平衡方程式は非線形方程式となる。この非線形方程式は，残差を出来るだけ小さくする解を探索することにって解くことが出来る。この解の探索に用いる非線形計算法として，Newton－Raphson 法や修正 Newton－Raphson 法が最も汎用性があり一般的に用いられているが，非線形性が強くなると，収束に至るまでの反復計

算が膨大となる欠点が指摘されている。これに対処する方法として，Schmidt[2.15]によって提案された荷重増分を予め与えたパラメータに応じて自動的に調整する方法，Nayak－Zienkiewicz[2.16]の α－constant 法，Crisfield[2.17]の変位加速法あるいは Lawther[2.18]の固有値および固有ベクトルから変位ベクトルを修正する方法が挙げられる。

さらに buckling や snap－through 等の不安定現象を取り扱うために，様々な方法が提案されてきた。Zienkiwicz は，荷重増分法ではなく，変位増分を与えることによって不安定現象を取り扱う方法を提案した。また，Sharifi－Popov[2.19]は，仮想ばねを用いることによって偏平アーチの snap－through の解析を行った。Remseth[2.20]は，不安定点の直前で，Newton－Raphson 法から荷重増分法に切り替える方法を提案した。Ricks[2.21]，Crisfield[2.17]は，荷重と変位の経路の長さを新しい制御変数とする弧長法（Path－Length－Method）を提案した。これらの他にも，増分変位に対する不釣り合い力と単位外力に対する変位増分を同時に求め，変位の付加増分が０となる条件から荷重ベクトルを決定する Botoz－Dhatt[2.22]の方法や，単位外力に対する変位増分と重み係数を用いて新しい変位を決定する Powell－Simons[2.23]の方法がある。

２．１．３　弾塑性問題

材料の弾塑性問題を取り扱う場合，１８６４年に Tresca[2.24]が提案した，最大せん断応力が限界値に達した場合に降伏するという条件や，１９１３年に von Mises[2.25]が数学的考察から導いた降伏条件が一般に用いられている。von Mises の降伏条件は，Hencky[2.26]によって弾性せん断ひずみエネルギーが限界値に達した場合降伏する条件であること，Nadai[2.27]により八面体上のせん断応力が限界値に達した場合に降伏する条件であることが，それぞれ示された。

塑性状態における応力とひずみの関係を示す方程式は，Levy[2.28]や von Mises[2.25]によって初めて導かれたが，弾性ひずみが無い仮想的材料に対してしか適用できなかった。この方程式を，弾性ひずみ成分を含む形式に拡張したのが Prandtl[2.29]であり，Reuss[2.30]が完全に一般化を行った。この応力とひずみの関係は，Prandtl－Reuss の塑性流れ理論として，今日に至るまで広く用いられている。

これらの塑性理論を有限要素法に適用した研究として，Gallagher[2.31]や Argyris[2.32]の初期ひずみ法，Pope[2.33]，山田[2.34),2.35]による接線剛性法，Zienkiewicz－Valliappan－King[2.36]の初期応力法がある。一方，応力増分ベクトルとひずみ増分ベクトルを関連付ける応力―ひずみマトリックスは，Marcal－King[2.37]，Tocher[2.38]，山田[2.34),2.35]，Nayak－Zienkiewicz[2.39]らが，von Mises の降伏条件に基づいてそれぞれ導いている。

弾塑性有限変位問題では，材料学的非線形と同時に幾何学的非線形を考慮する必要があり，このような研究としては，塑性変形理論を用いた Murray－Wilson[2.40]の研究，塑性流れ理論に関しては，大坪[2.41]，Crisfield[2.42]，Needleman－Tvergaard[2.43]の研究が挙げられる。

2．1．4　本章の構成

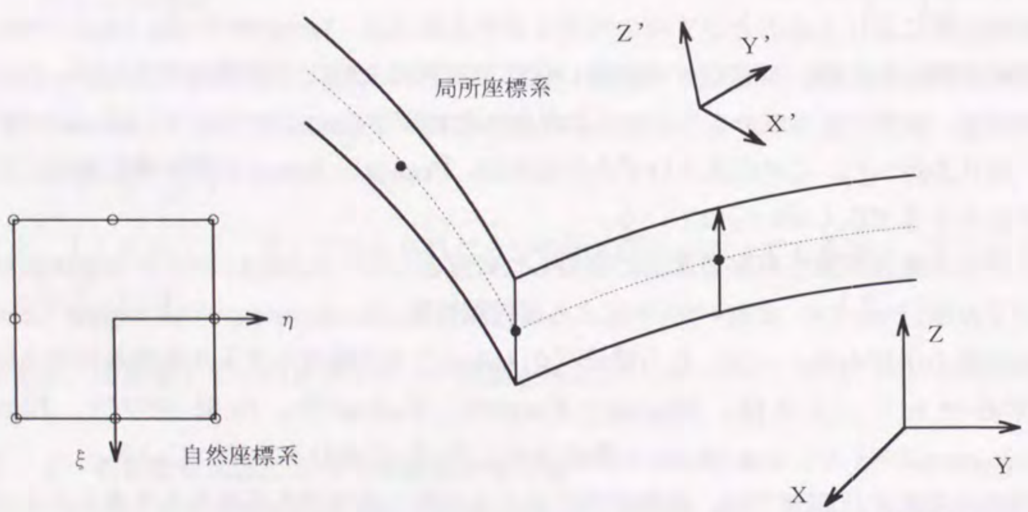
本研究は，変厚および有孔鋼構造要素の極限強度特性を明らかにすることが主たる目的である。変厚および有孔鋼構造要素の極限強度を有限要素法を用いて解析する場合，2．1．2で述べたように，曲線座標を用いた要素により精度よくシェル構造をモデル化できる。このため，8節点のセレンディピティ族に属するアイソパラメトリックシェル要素を用いた弾塑性有限変位解析プログラム（以下 NASHEL : Non-Linear Analysis of Shell Structures）の開発を行った。本章では，NASHEL の作成にあたり行った定式化や NASHEL で用いた種々の数値計算手法について詳述する。さらに，幾つかの数値計算例を用いて，NASHEL の妥当性について検討を行う。

2．2　アイソパラメトリックシェル要素の定式化

2．2．1　形状関数と要素の幾何学的形状および写像関数

アイソパラメトリックシェル要素を用いた有限要素モデルでは，形状関数および写像関数を用いることによって任意形状の要素の板厚中央面での幾何学的形状を図－2．1に示す正方形の親要素で表現する。従って要素の幾何学的形状は，親要素内で定義される自然座標と形状関数で以下のように定義される。

板厚中央面に設けられた8節点で構成されるアイソパラメトリックシェル要素の各節点での形状関数（N_i）は次式で与えられる。



図－2．1　アイソパラメトリック要素の幾何学形状

$$
\begin{aligned}
N_i &= \frac{1}{4}(1+\xi_0)(1+\eta_0)(\xi_0+\eta_0-1),\ \xi_i^2+\eta_i^2 \neq 0 \\
&= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta_0),\ \xi_i = 0 \qquad\qquad (2.\ 4) \\
&= \frac{1}{2}(1+\xi_0)(1-\eta^2),\ \eta_i = 0
\end{aligned}
$$

ここに，$\xi_0=\xi\cdot\xi_i$，$\eta_o=\eta\cdot\eta_i$であり，ξ，ηは要素内任意点の自然座標であり，ξ_i，η_iは節点の自然座標である。

この形状関数と各節点の座標（x，y，z）を用いると，要素の幾何学形状（X，Y，Z）が次式で定義される。

$$
\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = \sum_{i-1}^{8} N_i \cdot \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8} N_i \cdot \zeta_i \cdot t_i \cdot V_{zi} \qquad (2.\ 5)
$$

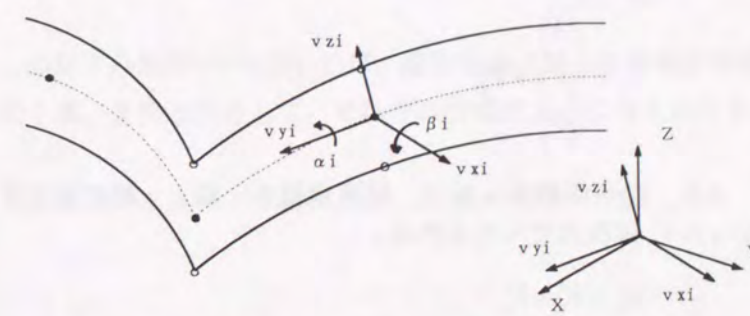
ここに，V_{zi}は，シェルの板厚方向の単位方向ベクトル。

さらに，要素内の任意点における変位（U，V，W）は，節点変位（u，v，w，α，β），節点の板厚 t，板厚方向の自然座標ζとV_{zi}で定義される軸に直交する2軸に関する単位方向ベクトルV_{xi}およびV_{yi}を用いて次式で与えられる。

$$
\begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{8} N_i \cdot \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8} N_i \cdot \zeta_i \cdot t_i \boldsymbol{\phi}_i \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix}_i \qquad (2.\ 6)
$$

ここに，$\boldsymbol{\phi}_i=\begin{bmatrix} V_{xi} & -V_{yi} \end{bmatrix}$であり，$\alpha$，$\beta$はそれぞれ$V_{yi}$および$V_{xi}$で定義される軸回りの回転変位成分である。要素内の変位を決定する軸を図—2．2に示す。

アイソパラメトリックシェル要素を用いる場合のもう一つの特徴として，写像関数がある。これは，空間に固定された全体座標系(X, Y, Z)および局所座標系(x, y, z)と，要素の幾何学形状に沿った曲線座標系である自然座標系(ξ, η, ζ)を関連付ける関数である。Jacobian Matrixを用いることによって，全体座標系と自然座標系を簡単に関連付けることが出来る。Jacobian Matrix（J）は次式で与えられる。



図－2．2　全体座標軸と回転変位を決定する軸

$$J=\begin{bmatrix}\frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} & \frac{\partial Z}{\partial \xi}\\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} & \frac{\partial Z}{\partial \eta}\\ \frac{\partial X}{\partial \zeta} & \frac{\partial Y}{\partial \zeta} & \frac{\partial Z}{\partial \zeta}\end{bmatrix} \qquad (2.\ 7)$$

この式を用いて，全体座標系および自然座標系における要素内の変位の微係数を考えると次式が得られる。

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial U}{\partial X} & \frac{\partial V}{\partial X} & \frac{\partial W}{\partial X}\\ \frac{\partial U}{\partial Y} & \frac{\partial V}{\partial Y} & \frac{\partial W}{\partial Y}\\ \frac{\partial U}{\partial Z} & \frac{\partial V}{\partial Z} & \frac{\partial W}{\partial Z}\end{bmatrix}=J^{-1}\begin{bmatrix}\frac{\partial U}{\partial \xi} & \frac{\partial V}{\partial \xi} & \frac{\partial W}{\partial \xi}\\ \frac{\partial U}{\partial \eta} & \frac{\partial V}{\partial \eta} & \frac{\partial W}{\partial \eta}\\ \frac{\partial U}{\partial \zeta} & \frac{\partial V}{\partial \zeta} & \frac{\partial W}{\partial \zeta}\end{bmatrix} \qquad (2.\ 8)$$

ここで，局所座標系について考える。まず，局所座標系 z 軸をζが一定の面に垂直なベクトルとして求める。つまり，z 軸を定義する方向ベクトルV_zが次式で与えられる。

$$V_z=\begin{Bmatrix}\frac{\partial X}{\partial \xi}\\ \frac{\partial Y}{\partial \xi}\\ \frac{\partial Z}{\partial \xi}\end{Bmatrix}\times\begin{Bmatrix}\frac{\partial X}{\partial \eta}\\ \frac{\partial Y}{\partial \eta}\\ \frac{\partial Z}{\partial \eta}\end{Bmatrix} \qquad (2.\ 9)$$

局所座標系 x 軸は，局所座標系 z 軸と全体座標系 X 軸の両方に直交する軸と定義すると，その方向ベクトルV_xは次式で与えられる。

$$V_x=\begin{Bmatrix}1\\0\\0\end{Bmatrix}\times V_z \qquad (2.\ 10)$$

また，局所座標系 y 軸は，局所座標系 x 軸と z 軸に直交する軸であるため，その方向ベクトルV_yは次式で与えられる。

$$V_y=V_x\times V_z \qquad (2.\ 11)$$

式（2．9）～（2．11）で与えられた方向ベクトルを正規化することによって，局所座標系各軸に関する単位方向ベクトル$\overline{V_x}$，$\overline{V_y}$，$\overline{V_z}$が与えられる。ここで，これらの単位方向ベクトルを用いて次式で与えられるマトリックスを考える。このマトリックスは，全体座標系に対する局所座標系の回転変換に相当するマトリックスである。

$$\theta=\begin{bmatrix}\overline{V_x} & \overline{V_y} & \overline{V_z}\end{bmatrix} \qquad (2.\ 12)$$

式（2．12）を用いると，局所座標系における変位の微係数と全体座標系における変位の微係数の間に次の様な関係が成り立つ。

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x}\\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y}\\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z}\end{bmatrix}=\theta^{T}\begin{bmatrix}\frac{\partial U}{\partial X} & \frac{\partial V}{\partial X} & \frac{\partial W}{\partial X}\\ \frac{\partial U}{\partial Y} & \frac{\partial V}{\partial Y} & \frac{\partial W}{\partial Y}\\ \frac{\partial U}{\partial Z} & \frac{\partial V}{\partial Z} & \frac{\partial W}{\partial Z}\end{bmatrix}\theta \qquad (2.\ 13)$$

式（2．8），（2．13）より，局所座標系に関する変位の微係数と自然座標系に対する変位の微係数の関係が次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x}\\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y}\\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z}\end{bmatrix}=\theta^{T}J^{-1}\begin{bmatrix}\frac{\partial U}{\partial \xi} & \frac{\partial V}{\partial \xi} & \frac{\partial W}{\partial \xi}\\ \frac{\partial U}{\partial \eta} & \frac{\partial V}{\partial \eta} & \frac{\partial W}{\partial \eta}\\ \frac{\partial U}{\partial \zeta} & \frac{\partial V}{\partial \zeta} & \frac{\partial W}{\partial \zeta}\end{bmatrix}\theta \qquad (2.\ 14)$$

2．2．2　ひずみ変位マトリックスと剛性マトリックスの誘導

要素内の任意点におけるひずみを次式で定義する。

$$\varepsilon=\left\{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}\right\}^{T} \qquad (2.\ 15)$$

このひずみが次式のように，線形項と非線形項の和で与えられると考える。

$$\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon_L \qquad (2.\ 16)$$

各ひずみ成分は，ＧｒｅｅｎのひずみDigital関数[2.44]を用いれば，線形項および非線形項が局所座標系に関する変位の微係数の１次，２次の項として，それぞれ次式のように与えられる。

$$\varepsilon_0=\begin{Bmatrix}\frac{\partial u}{\partial x}\\ \frac{\partial v}{\partial y}\\ \frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\\ \frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\\ \frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\end{Bmatrix} \qquad (2.\ 17)$$

$$
\varepsilon_L = \frac{1}{2}\left\{\begin{array}{l}
\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\
\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \\
2\left(\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial x}\right) \\
2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial z}\right) \\
2\left(\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial z}\right)
\end{array}\right\} \tag{2. 18}
$$

ここで，式（2．15）の右辺を構成する，変位の自然座標系に関する微係数について考える。式（2．6）を用いて微分を実行すれば次式が得られる。

$$
\frac{\partial U}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \xi}u_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \xi}\zeta t_i\begin{bmatrix} V_{x,x} & -V_{y,x}\end{bmatrix}_i\begin{Bmatrix}\alpha \\ \beta\end{Bmatrix}_i \tag{2. 19. a}
$$

$$
\frac{\partial V}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \xi}v_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \xi}\zeta t_i\begin{bmatrix} V_{x,y} & -V_{y,y}\end{bmatrix}_i\begin{Bmatrix}\alpha \\ \beta\end{Bmatrix}_i \tag{2. 19. b}
$$

$$
\frac{\partial W}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \xi}w_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \xi}\zeta t_i\begin{bmatrix} V_{x,z} & -V_{y,z}\end{bmatrix}_i\begin{Bmatrix}\alpha \\ \beta\end{Bmatrix}_i \tag{2. 19. c}
$$

$$
\frac{\partial U}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \eta}u_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \eta}\zeta t_i\begin{bmatrix} V_{x,x} & -V_{y,x}\end{bmatrix}_i\begin{Bmatrix}\alpha \\ \beta\end{Bmatrix}_i \tag{2. 19. d}
$$

$$
\frac{\partial V}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \eta}v_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \eta}\zeta t_i\begin{bmatrix} V_{x,y} & -V_{y,y}\end{bmatrix}_i\begin{Bmatrix}\alpha \\ \beta\end{Bmatrix}_i \tag{2. 19. e}
$$

$$
\frac{\partial W}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \eta}w_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \eta}\zeta t_i\begin{bmatrix} V_{x,z} & -V_{y,z}\end{bmatrix}_i\begin{Bmatrix}\alpha \\ \beta\end{Bmatrix}_i \tag{2. 19. f}
$$

$$
\frac{\partial U}{\partial \zeta} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \zeta}t_i\begin{bmatrix} V_{x,x} & -V_{y,x}\end{bmatrix}_i\begin{Bmatrix}\alpha \\ \beta\end{Bmatrix}_i \tag{2. 19. g}
$$

$$
\frac{\partial V}{\partial \zeta} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \zeta}t_i\begin{bmatrix} V_{x,y} & -V_{y,y}\end{bmatrix}_i\begin{Bmatrix}\alpha \\ \beta\end{Bmatrix}_i \tag{2. 19. h}
$$

$$
\frac{\partial W}{\partial \zeta} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\frac{\partial N_i}{\partial \zeta}t_i\begin{bmatrix} V_{x,z} & -V_{y,z}\end{bmatrix}_i\begin{Bmatrix}\alpha \\ \beta\end{Bmatrix}_i \tag{2. 19. i}
$$

ここで，

$$
\boldsymbol{A} = \boldsymbol{\theta}^{T}\boldsymbol{J}^{-1} \tag{2. 20}
$$

とし，

$$
B_{1i} = A_{11}\frac{\partial N_i}{\partial \xi} + A_{12}\frac{\partial N_i}{\partial \eta} \tag{2. 21. a}
$$

$$
B_{2i} = A_{21}\frac{\partial N_i}{\partial \xi} + A_{22}\frac{\partial N_i}{\partial \eta} \tag{2. 21. b}
$$

$$
C_{1i} = A_{33}N_i \tag{2. 21. c}
$$

とすると，式（2．14）および式（2．19．a）～式（2．19．i）より次式が得られる。

$$
\begin{aligned}
&\begin{Bmatrix}\frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z}\end{Bmatrix}^T \\
&= \sum_{i=1}^{8}\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{\theta}^T & \frac{1}{2}t_i(\zeta\boldsymbol{B}_i + \boldsymbol{C})\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{\phi}_i\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u & v & w & \alpha & \beta\end{Bmatrix}_i^T
\end{aligned} \tag{2. 22}
$$

ただし，

$$
\boldsymbol{B}_i^T = \begin{bmatrix}
B_{1i} & B_{2i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & B_{1i} & B_{2i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{1i} & B_{2i} & 0
\end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{C}_i^T = \begin{bmatrix}
0 & 0 & C_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1i} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1i}
\end{bmatrix}
$$

とする。

式（2．17）に式（2．22）を代入すると，ひずみの線形項が次式で与えられる。

$$
\varepsilon_0 = \sum_{i=1}^{8}\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_i & \zeta\boldsymbol{G}_i + \boldsymbol{H}_i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}^T & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \frac{1}{2}t_i\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{\phi}_i\end{bmatrix}\boldsymbol{\delta}_i \tag{2. 23}
$$

ここに，

$$
G_{\mathrm{i}}=\begin{bmatrix} \mathrm{B}_{1\mathrm{i}} & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{B}_{2\mathrm{i}} & 0 \\ \mathrm{B}_{2\mathrm{i}} & \mathrm{B}_{1\mathrm{i}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{B}_{1\mathrm{i}} \\ 0 & 0 & \mathrm{B}_{2\mathrm{i}} \end{bmatrix},\quad H_{\mathrm{i}}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{C}_{1\mathrm{i}} & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{C}_{1\mathrm{i}} & 0 \end{bmatrix}
$$

ひずみと節点変位の関係が次式で与えられるとすれば，

$$
\varepsilon_0=\sum_{\mathrm{i}=1}^{8}\boldsymbol{S}_{0,\mathrm{i}}\delta_{\mathrm{i}} \qquad (2.\ 24)
$$

式（2．23）より，ひずみ－変位マトリックス$\boldsymbol{S}_0$が次式で与えられる。

$$
\boldsymbol{S}_{0,\mathrm{i}}=\left[G_{\mathrm{i}}\quad \zeta G_{\mathrm{i}}+\boldsymbol{H}_{\mathrm{i}}\right]\begin{bmatrix} \theta^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \dfrac{1}{2}\mathrm{t}_{\mathrm{i}}\theta^{\mathrm{T}}\phi_{\mathrm{i}} \end{bmatrix} \qquad (2.\ 25)
$$

次に，ひずみの非線形項について考える。式（2．24）と同様に，ひずみの非線形項と節点変位の関係を次のように表す。

$$
\varepsilon_{\mathrm{L}}=\sum_{\mathrm{i}=1}^{8}\boldsymbol{S}_{\mathrm{L,i}}\delta_{\mathrm{i}} \qquad (2.\ 26)
$$

式（2．15）は次のようにマトリックス表記できる。

$$
\varepsilon_{\mathrm{L}}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}
\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}} & 0 & 0 & \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}} & 0 & 0 & \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{x}} & 0 & 0 \\
0 & \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}} & 0 & 0 & \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}} & 0 & 0 & \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{y}} & 0 \\
\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}} & \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}} & 0 & \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}} & \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}} & 0 & \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{y}} & \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{x}} & 0 \\
\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{z}} & 0 & \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}} & \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{z}} & 0 & \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}} & \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{z}} & 0 & \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{x}} \\
0 & \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{z}} & \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}} & 0 & \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{z}} & \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}} & 0 & \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{z}} & \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{y}}
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}} \\ \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}} \\ \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{z}} \\ \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}} \\ \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}} \\ \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{z}} \\ \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{x}} \\ \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{y}} \\ \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{z}}
\end{Bmatrix} \qquad (2.\ 27)
$$

ここで，$\Theta_{\mathrm{i}}=\begin{bmatrix} \theta^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\mathrm{t}_{\mathrm{i}}\theta^{\mathrm{T}}\phi_{\mathrm{i}} \end{bmatrix}$とおけば，ひずみの非線形項は次式で与えられる。

$$
\boldsymbol{S}_{\mathrm{L,i}}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}
\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\Theta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}^2 & \zeta\boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}^2 \\ \zeta\boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}^2 & \zeta^2\boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}^2 \end{bmatrix}\Theta^{\mathrm{T}} \\
\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\Theta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}}^2 & \zeta\boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}}^2 \\ \zeta\boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}}^2 & \zeta^2\boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}}^2 \end{bmatrix}\Theta^{\mathrm{T}} \\
\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\Theta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} 2\boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}} & \zeta\boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}} \\ \zeta\boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}} & 2\zeta^2\boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}} \end{bmatrix}\Theta^{\mathrm{T}} \\
\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\Theta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{iz}} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{iz}} & 2\boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{iz}} \end{bmatrix}\zeta\,\Theta^{\mathrm{T}} \\
\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\Theta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{iz}} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{iz}} & 2\zeta\boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{iz}} \end{bmatrix}\Theta^{\mathrm{T}}
\end{bmatrix} \qquad (2.\ 28)
$$

ただし，

$$
\boldsymbol{B}_{\mathrm{ix}}=\begin{bmatrix} \mathrm{B}_{1\mathrm{i}} & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{B}_{1\mathrm{i}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{B}_{1\mathrm{i}} \end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{iy}}=\begin{bmatrix} \mathrm{B}_{2\mathrm{i}} & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{B}_{2\mathrm{i}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{B}_{2\mathrm{i}} \end{bmatrix},\ \boldsymbol{C}_{\mathrm{iz}}=\begin{bmatrix} \mathrm{C}_{1\mathrm{i}} & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{C}_{1\mathrm{i}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{C}_{1\mathrm{i}} \end{bmatrix}
$$
とする。

以上により，ひずみ－変位マトリックスが誘導された。

要素の応力は，応力－ひずみマトリックスを用いて，次式で与えられる。

$$
\sigma=\boldsymbol{D}_{\mathrm{e}}\varepsilon \qquad (2.\ 29)
$$

また，平面応力状態では，応力－ひずみマトリックスが次式で与えられる。

$$
\boldsymbol{D}_{\mathrm{e}}=\frac{\mathrm{E}}{1-\upsilon^2}\begin{bmatrix} 1 & \upsilon & 0 & 0 & 0 \\ \upsilon & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\upsilon}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-\upsilon}{2\mathrm{k}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\upsilon}{2\mathrm{k}} \end{bmatrix} \qquad (2.\ 30)
$$

ここに，係数kは，板厚方向のせん断剛性の補正に関する係数であり，k=1.2とする。

以上で得られたマトリックスを用いることによって，節点変位から要素のひずみと応力が導かれる。 次に，要素の剛性マトリックスを誘導する。

いま，応力状態がσで与えられる連続体に，仮想的な変位$\Delta\delta$を与えた場合を考える。この時，連続体の内部エネルギー増分は次式で与えられる。

$$\Delta U = \int_V \Delta\varepsilon^{\mathrm{T}} \sigma \mathrm{dV} \qquad (2.\ 31)$$

式（2．24），式（2．29）より，上式は次のように書き換えられる。

$$\Delta U = \int_V \Delta\delta \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S} \delta \mathrm{dV} \qquad (2.\ 32)$$

また，連続体にFなる外力が作用していた場合，外力によって連続体がされた仕事が次のように与えられる。

$$\Delta \boldsymbol{W} = -\Delta\delta^{\mathrm{T}} \boldsymbol{F} \qquad (2.\ 33)$$

連続体におけるエネルギーの釣り合いより，

$$\Delta \boldsymbol{U} + \Delta \boldsymbol{W} = 0 \qquad (2.\ 34)$$

式（2．34）に式（2．32）および式（2．33）を代入すれば，

$$\Delta\delta^{\mathrm{T}} \left\{ \int_V \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S} \delta \mathrm{dV} - \boldsymbol{F} \right\} = 0 \qquad (2.\ 35)$$

となる。式（2．35）は，任意の仮想変位に対して成り立つことから，

$$\boldsymbol{F} = \int_V \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S} \mathrm{dV} \cdot \delta \qquad (2.\ 36)$$

が成り立ち，要素の剛性マトリックスが次式で与えられる。

$$\boldsymbol{K} = \int_V \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S} \mathrm{dV} \qquad (2.\ 37)$$

アイソパラメトリック要素を用いた場合，式（2．37）の体積積分は，次のように自然座標系(ξ, η, ζ)に関する積分に変換して実行される。

$$\int_V \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S} \mathrm{dV} = |\boldsymbol{J}| \iiint \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S} \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\eta \mathrm{d}\zeta \qquad (2.\ 38)$$

2．3　薄板・シェル構造物の弾塑性有限変位解析プログラム（NASHEL）

前節で定式化を行った8節点アイソパラメトリックシェル要素を用いた有限変位解析では，剛性マトリックスやひずみ－変位マトリックスの作成の段階での体積積分に要する計算時間が，他の要素を用いた場合に比べて膨大になることが欠点といえる。そこで，弾塑性有限変位解析プログラムの開発にあたり，計算時間の短縮等の目的で種々の改良を行っている。また，弾塑性有限変位解析では，非線形計算法や弾塑性の判定法などが重要となるため，これらの計算過程について検討する。

2．3．1　数値積分時間の短縮について

アイソパラメトリックシェル要素を用いた場合，剛性マトリックスの作成段階において，

式（2．38）にあるような数値積分を行う必要がある。本プログラムは数値積分法としてはGauss積分[2.45)]を用いている。Gauss積分を用いると，式（2．38）が次式のように表わせる。

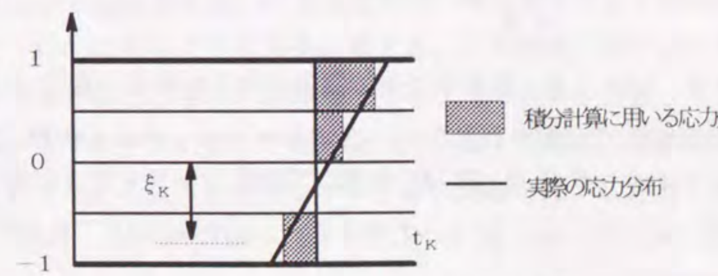
$$|\boldsymbol{J}| \iiint \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S} \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\eta \mathrm{d}\zeta = |\boldsymbol{J}| \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \mathrm{w}_i \mathrm{w}_j \int \left(\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S} \right)_{\xi_i, \eta_j, \zeta} \mathrm{d}\zeta \qquad (2.\ 39)$$

ここに，nはGauss積分の際の積分点数であり，w_i，w_jは各積分点に対する重み係数。

式（2．39）で明らかなように，NASHELでは，ξおよびηに関する数値積分，つまり面内方向の数値積分に対してGauss積分を用いている。ζ方向に関してGauss積分を用いない理由については後述する。

積分点数に関して考える。Gauss積分では，被積分関数の次数によって最適な積分点数が与えられる。今，剛性マトリックスの計算において被積分関数となるのは，構造物を構成する材料が等方性であると仮定すれば，応力－ひずみマトリックスは面内方向には一定となり，式（2．39）からひずみ－変位マトリックスだけとなる。一方，式（2．4）および式（2．21）～式（2．25）より，ひずみ－変位マトリックスはξ，ηに関してはそれぞれ1次の関数となる。従って，式（2．39）における被積分関数はξ，ηに関する2次の関数となる。従って，必要な積分点数は3となる。ところが，文献2．46）にあるように，アイソパラメトリック要素を用いてシェル問題を取り扱う場合，積分点数を3個とすると，面外の曲げに対する剛性を高めに評価する結果となることが知られている。これは，式（2．6）に示したように，8節点のアイソパラメトリックシェル要素の場合，要素の節点を板厚中心上の面で考え，板厚方向（ζ方向）の要素の幾何学的形状は，中心からの距離の1次関数と仮定していることによる。この問題は，積分点を2に低減することによって除去できるとされている。そこで，NASHELでは，積分点数を2とし，面内には$2 \times 2 = 4$個の積分点を設け，数値積分を実行することとした。

ここで，板厚方向の積分について考える。本論文で解析の対象とした構造物は薄肉構造物であるため，ひずみは板厚方向に直線分布すると仮定しても大きな問題は生じない。この仮定に従えば，板厚方向にもGauss積分を用いることに問題は無い。ところが，弾塑性問題を取り扱う場合，板厚方向への塑性域の拡がりを考慮できないといった問題が生じてくる。この問題に対処するため，図－2．3に示すように，要素を板厚方向に層分割[2.47)]し，各層の境界面でひずみおよび応力を計算し，弾塑性の判定を行うこととした。



図－2．3　要素の層分割

いま，記述の煩雑さを防

ぐため，要素のひずみとして線形項のみを考える。ここで，式（2．25）を次式のように書き換える。

$$\boldsymbol{S}_{0,i} = \boldsymbol{S}_{1,i} + \zeta \boldsymbol{S}_{2,i} \qquad （2．40）$$

$$\boldsymbol{S}_{1,i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_i & \boldsymbol{H}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \mathrm{t}_i \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\phi}_i \end{bmatrix} \qquad （2．41）$$

$$\boldsymbol{S}_{2,i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{G}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \mathrm{t}_i \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\phi}_i \end{bmatrix} \qquad （2．42）$$

この式（2．40）～式（2．42）より，次式が得られる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S} &= \left(\boldsymbol{S}_1 + \zeta \boldsymbol{S}_2 \right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \left(\boldsymbol{S}_1 + \zeta \boldsymbol{S}_2 \right) \\ &= \boldsymbol{S}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S}_1 + \boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}} \zeta \boldsymbol{D} \boldsymbol{S}_1 + \boldsymbol{S}_1^{\mathrm{T}} \zeta \boldsymbol{D} \boldsymbol{S}_2 + \boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}} \zeta^2 \boldsymbol{D} \boldsymbol{S}_2 \end{aligned} \qquad （2．43）$$

ここで，式（2．39）式右辺のζに関する積分に関して考える。$\boldsymbol{S}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{S}_1, \boldsymbol{S}_2$が板厚中央面で定義されるマトリックスで$\zeta$に無関係であり，$\zeta$に関係付けられるのは，各層境界面で定義される$\boldsymbol{D}$だけとなる。従って，式（2．39）の右辺の$\zeta$に関する積分は，次の積分を実行することに等しくなる。

$$\boldsymbol{D}_1 = \int \boldsymbol{D} \mathrm{d}\zeta \qquad （2．44．a）$$

$$\boldsymbol{D}_2 = \int \zeta \boldsymbol{D} \mathrm{d}\zeta \qquad （2．44．b）$$

$$\boldsymbol{D}_3 = \int \zeta^2 \boldsymbol{D} \mathrm{d}\zeta \qquad （2．44．c）$$

式（2．43）および式（2．44）を用いれば，式（2．39）は次式に変換される。

$$\begin{aligned} & |\boldsymbol{J}| \iiint \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{S} \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\eta \mathrm{d}\zeta \\ &= |\boldsymbol{J}| \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \mathrm{w}_i \mathrm{w}_j \left(\boldsymbol{S}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}_1 \boldsymbol{S}_1 + \boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}_2 \boldsymbol{S}_1 + \boldsymbol{S}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}_2 \boldsymbol{S}_2 + \boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}_3 \boldsymbol{S}_2 \right) \\ &= \boldsymbol{K}_0 \end{aligned} \qquad （2．45）$$

式（2．45）より，板厚中央面で定義されるひずみ－変位マトリックス$\boldsymbol{S}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{S}_1, \boldsymbol{S}_2$と，各層の境界面で定義される応力－ひずみマトリックスを板厚方向に積分することにより得られるマトリックス$\boldsymbol{D}_1, \boldsymbol{D}_2, \boldsymbol{D}_3$を用いて剛性マトリックスが得られることになる。

次に，式（2．44）について考える。右辺の積分は，中点定理を用いることにより，次のようになる。

$$\boldsymbol{D}_1 = \int_{-1}^{1} \boldsymbol{D} \mathrm{d}\zeta = \sum_{k=1}^{\mathrm{N_T}} {}_{+}\boldsymbol{D}_{k+1,k} \mathrm{t}_k \qquad （2．46．a）$$

$$\boldsymbol{D}_2 = \int_{-1}^{1} \zeta \boldsymbol{D} \mathrm{d}\zeta = \sum_{k=1}^{\mathrm{N_T}} {}_{+}\boldsymbol{D}_{k+1,k} \mathrm{t}_k \zeta_k + {}_{-}\boldsymbol{D}_{k+1,k} \mathrm{t}_k^2 \qquad （2．46．b）$$

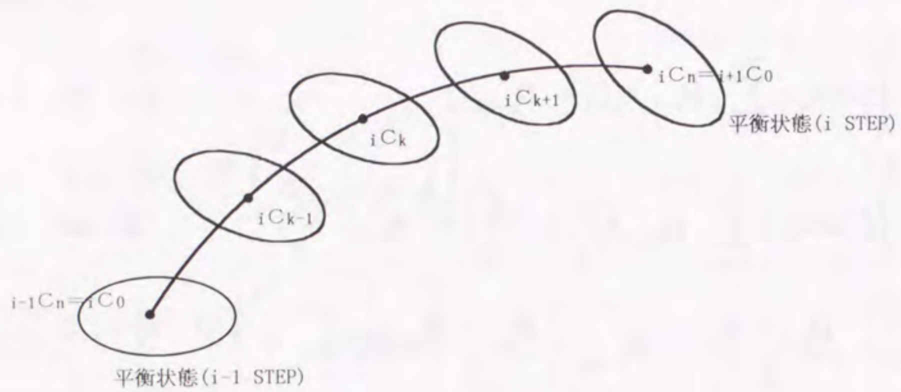
$$\boldsymbol{D}_3 = \int_{-1}^{1} \zeta^2 \boldsymbol{D} \mathrm{d}\zeta = \sum_{k=1}^{\mathrm{N_T}} {}_{+}\boldsymbol{D}_{k+1,k} \mathrm{t}_k \left(\zeta_k^2 + \frac{\mathrm{t}_k^2}{12} \right) + {}_{-}\boldsymbol{D}_{k+1,k} \frac{\mathrm{t}_k^2 \zeta_k}{3} \qquad （2．46．c）$$

ここに，${}_{+}\boldsymbol{D}_{k+1,k} = \dfrac{\boldsymbol{D}_{k+1} + \boldsymbol{D}_k}{2}$，${}_{-}\boldsymbol{D}_{k+1,k} = \dfrac{\boldsymbol{D}_{k+1} - \boldsymbol{D}_k}{2}$とする。

ここで，数値積分に要する計算時間について考える。板厚方向に層分割を行った理由として板厚方向の塑性域の拡がりを考慮するためと，前述した。体積積分の実行にあたり式（2．45）を用いた場合を考える。積分点における応力－ひずみマトリックスは，各層の境界面における応力を用いて容易に計算できる。また，$\boldsymbol{S}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{S}_1, \boldsymbol{S}_2$は板厚中央面でのみ求めればよい。この結果，式（2．43）で表わされる計算を$2 \times 2 = 4$回実行すればよいことになる。一方，板厚方向にもGauss積分を実行した場合，板厚方向の積分点に対しても式（2．43）を実行する必要があり，$2 \times 2 \times 2 = 8$回の計算が必要となる。式（2．43）の計算には，行列の積を多数行う必要があり，膨大な計算時間を要することは容易に推測できる。以上の理由により，層分割を行うことによって，塑性域の板厚方向の拡がりを考慮できるばかりでなく，結果的に数値積分に要する時間の短縮が可能となる。

2．3．2　有限変位の取り扱い

微小変位問題の解析では，節点の変位とひずみの間に式（2．24）に示されるような線形関係を用いることに何ら問題は生じてこない。ところが，有限変位問題を解析する場合，節点の変位とひずみの間に，もはや線形関係は成り立たず，式（2．27）や式（2．28）で示されるような非線形項を考慮する必要がある。このような有限変位問題を取り扱う場合，Total Lagrangian法に基づいた定式化を行う方法と，Updated Lagrangian法に基づいた定式化を行う方法が広く用いられている[2.48)]。図―2．4に有限変位問題の取り扱い方法の概念図を示す。Total Lagrangian法を用いた定式化では，節点変位として初期状態からの全変位を用い，式（2．16）に従ってひずみを計算する。この場合，ひずみの非線形項の計算には式（2．28）で示されるひずみ－変位マトリックスの計算が必要となり，計算が煩雑となる。また剛性マトリックスに関しても，式（2．45）で与えられる弾性剛性マトリックスに加えて，次式で与えられる初期変位マトリックスを考慮する必要がある。



図－2. 4 有限変位問題の取り扱い方法の概念図

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{L}}=\int_{\mathrm{V}}\left(\boldsymbol{S}_{0}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}}+\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{S}_{0}+\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}}\right)\mathrm{dV} \qquad (2.\ 47)$$

一方，Updated Lagrangian 法に基づいた定式化では，節点変位として前平衡状態からの変位を用いる。要素の変形が比較的小さな場合，ステップ内の変位とひずみが線形関係にあると仮定し，式（2．28）に示されるひずみの非線形項を省略することが可能となる。また，この場合，ひずみには無関係な，要素の剛体的な変形が生じるため，要素の剛体変位を除去する必要が生じる。ＣＳＴ要素やはり要素等の有限要素モデルを用いている場合，この剛体変位の除去の方法が大きな問題となってくる [2.49)-2.51)]。アイソパラメトリック要素を用いた場合は，ひずみは実要素から写像により変換された親要素で計算するため，写像を行う際に剛体変位が容易に除去される。

Updated Lagrangian 法を用いた場合でも，構造物の変形が大きくなり，大変形問題として取り扱う必要が生じた場合は，ひずみの非線形項を無視できない。しかし本論文で取り扱う問題は，微小変位問題あるいは有限変位問題であり，そのような現象を取り扱わない。ひずみの非線形項を省略することによりひずみ－変位マトリックスの計算過程や剛性マトリックスの計算過程に要する時間が節約されることからも，NASHEL では，Updated Lagrangian 法に基づいた定式化を行うことによって，有限変位問題の取り扱いを可能にしている。

2．3．3 初期応力マトリックスについて

幾何学的非線形問題を取り扱う場合，2．3．2で述べた有限変位の取り扱いに加えて，応力の状態に依存して変化する幾何剛性について考慮する必要がある。この幾何剛性は以下のような手順で導かれる。

内外力の釣り合い条件式が変位の大小に関係無く満足される必要があることから，幾何

学的非線形問題は，次の非線形方程式を解くことに帰着される。

$$\Psi(\delta)=\int_{\mathrm{V}}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\sigma\mathrm{dV}-\boldsymbol{R}=\boldsymbol{0} \qquad (2.\ 48)$$

ここに，$\Psi(\delta)$：外力および内力の総和

$\int_{\mathrm{V}}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\sigma\mathrm{dV}$：等価節点力（内力）

$\boldsymbol{R}$：外力

式（2．48）の変分をとると

$$\mathrm{d}\Psi=\int_{\mathrm{V}}\mathrm{d}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\sigma\mathrm{dV}+\int_{\mathrm{V}}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\sigma\mathrm{dV} \qquad (2.\ 49)$$

ここで，式（2．24）および式（2．26）より

$$\mathrm{d}\varepsilon=\boldsymbol{S}\mathrm{d}\delta \qquad (2.\ 50)$$

であるから，式（2．50）を式（2．49）に代入して，次式が得られる。

$$\mathrm{d}\Psi=\int_{\mathrm{V}}\mathrm{d}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\sigma\mathrm{dV}+\int_{\mathrm{V}}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{S}\mathrm{dVd}\delta \qquad (2.\ 51)$$

式（2．51）右辺第2項は式（2．45）および式（2．47）で与えられる弾性剛性マトリックスと初期変位マトリックスの和に他ならない。また，右辺第1項を次式のようにおく。

$$\int_{\mathrm{V}}\mathrm{d}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\sigma\mathrm{dV}=\boldsymbol{K}_{\mathrm{G}}\mathrm{d}\delta \qquad (2.\ 52)$$

式（2．52）における右辺のマトリックス $\boldsymbol{K}_{\mathrm{G}}$ が，前述の応力状態に依存する幾何剛性で，初期応力マトリックスもしくは幾何剛性マトリックスと呼ばれる。

ここで，幾何剛性マトリックスの誘導を行う。

式（2．52）の左辺に含まれる $\mathrm{d}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}$ は，次のように表わされる。

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}=\mathrm{d}\boldsymbol{S}_{0}^{\mathrm{T}}+\mathrm{d}\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}} \qquad (2.\ 53)$$

ところが，式（2．53）の右辺第1項は，ひずみの線形項は変位に無関係に求められることから式（2．53）は次式に等しくなる。

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}=\mathrm{d}\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}} \qquad (2.\ 54)$$

ここで，式（2．27）を次のように定義すると，

$$\varepsilon_{\mathrm{L}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\boldsymbol{G}\delta \qquad (2.\ 55)$$

式（2．54）の右辺が次式で与えられる。

$$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}} = \frac{1}{2}\mathrm{d}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \frac{1}{2}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \tag{2．56}$$

式（2．56）を式（2．52）に代入すれば次式が得られる。

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{G}}\mathrm{d}\delta = \int_{\mathrm{V}} \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\sigma\mathrm{dV} \tag{2．57}$$

また，

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{p} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{p} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{x}} & \tau_{\mathrm{xy}} & \tau_{\mathrm{xz}} \\ \tau_{\mathrm{yx}} & \sigma_{\mathrm{y}} & \tau_{\mathrm{yz}} \\ \tau_{\mathrm{zx}} & \tau_{\mathrm{zy}} & \sigma_{\mathrm{z}} \end{bmatrix} \tag{2．58}$$

とおけば，式（2．57）は次式のようになり，

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{G}}\mathrm{d}\delta = \int_{\mathrm{V}} \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{G}\mathrm{dVd}\delta \tag{2．59}$$

幾何剛性マトリックスが次式で与えられる。

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{G}} = \int_{\mathrm{V}} \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{G}\mathrm{dV} \tag{2．60}$$

また，式（2．51）および式（2．52）より，幾何学的非線形問題における平衡方程式として次式が与えられる。

$$\left(\boldsymbol{K}_0 + \boldsymbol{K}_{\mathrm{L}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{G}}\right)\delta - \boldsymbol{R} = \boldsymbol{0} \tag{2．61}$$

また，式（2．61）の左辺の各剛性マトリックスの総和

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{T}} = \boldsymbol{K}_0 + \boldsymbol{K}_{\mathrm{L}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{G}} \tag{2．62}$$

は接線剛性マトリックスと呼ばれるマトリックスである。

2．3．4　非線形計算法

（1）数値計算法

式（2．48）で与えられる，材料学的非線形や幾何学的非線形現象を考慮した平衡方程式は，繰り返し計算を行うことによって解が得られる。従って，解の精度に関しては，非線形現象の定式化に加えて，非線形計算方法も重要となってくる。本研究では，非線形計算法として，Newton－Raphson 法と修正 Newton－Raphson 法を併用出来るように考慮した。

Newton－Raphson 法は，接線剛性と不釣り合い力を用いて与えられる平衡方程式を解くことによって解を導く方法である。ところが，この方法では iteration 毎に接線剛性を計

算する必要があり，前述のように，アイソパラメトリックシェル要素を用いた場合の数値積分には莫大な計算時間を必要とするため，効率的な解法であるとは言えない。この，計算時間の節減を目的として改良された方法が修正 Newton－Raphson 法である。修正 Newton－Raphson 法は，各 step の初期接線剛性と不釣り合い力を用いて平衡方程式を導くため，接線剛性を求める計算時間が大幅に節減される。図―2．5に Newton－Raphson 法と修正 Newton-Raphson 法の計算過程の概念図を示す。

（2）収束加速法

修正 Newton－Raphson 法を用いた場合，接線剛性の計算に要する計算時間は節減できるが，収束までの iteration 数が Newton-Raphson 法を用いた場合に比べて多くなるといった点が問題となってくる。また，図―2．6に示すように，求めるべき平衡状態の接線剛性が0に近づくと，緩慢な収束や発散といった問題も生じてくる。この問題に対処するために，Crisfield によって与えられた変位加速法[2.56)]を導入した。Crisfield の変位加速法では，反復計算を行う際に，前反復計算時に求められた変位モードを次回の反復計算時に反映する手法である。この，変位加速計算の概念図を図―2．7に示す。

いま，I-1 回目および I 回目の反復計算時の不釣り合い力をそれぞれ $g_{\mathrm{i-1}}$，g_{i} とする。また，I-1 回目の反復計算時に加速された変位増分を $\delta_{\mathrm{i-1}}$ とする。このとき，I 回目の反復計算時に，不釣り合い力を基準として外挿される変位増分量は次式で与えられる。

$$\delta_{\mathrm{i}}'^{\mathrm{T}}\left(g_{\mathrm{i-1}} - g_{\mathrm{i}}\right) = \delta_{\mathrm{i-1}}^{\mathrm{T}}\,g_{\mathrm{i}} \tag{2．63}$$

ところが，この外挿された変位増分量 $\delta_{\mathrm{i}}'^{\mathrm{T}}$ には I 回目の変位増分のモード ${}^{*}\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}$ が反映されていない。そこで，加速された変位増分を $\delta_{\mathrm{i-1}}$ と，この変位増分のモード ${}^{*}\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}$ それぞれに加速係数 $\mathrm{e_i}$，$\mathrm{f_i}$ を掛け合わせることによって I 回目の反復計算時の変位増分を求める。

$$\delta_{\mathrm{i}} = \mathrm{e_i}\delta_{\mathrm{i-1}} + \mathrm{f_i}\,{}^{*}\delta_{\mathrm{i}} \tag{2．64}$$

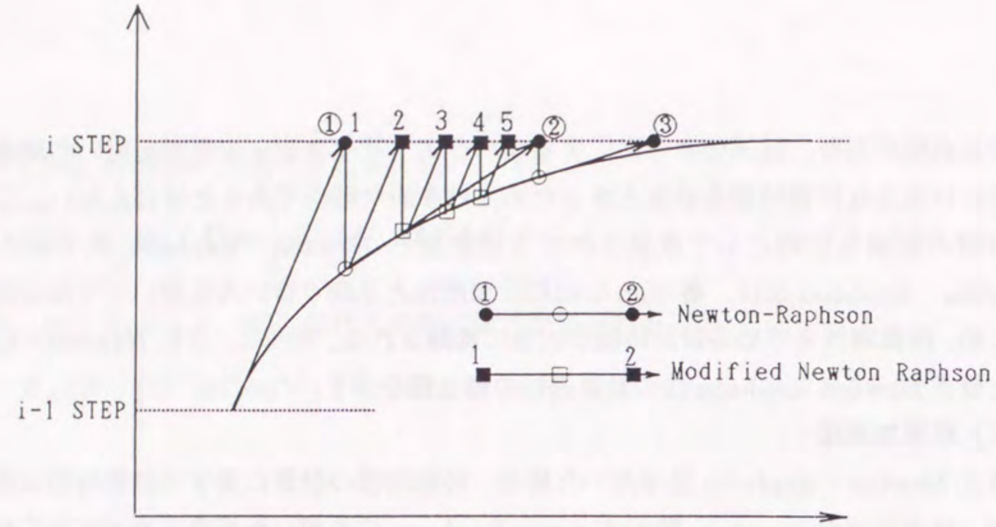
また，変位増分のモード ${}^{*}\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}$ および加速係数 $\mathrm{e_i}$，$\mathrm{f_i}$ は次式で与えられる。

$${}^{*}\delta_{\mathrm{i}} = \boldsymbol{K}^{-1}\,g_{\mathrm{i}} \tag{2．65}$$

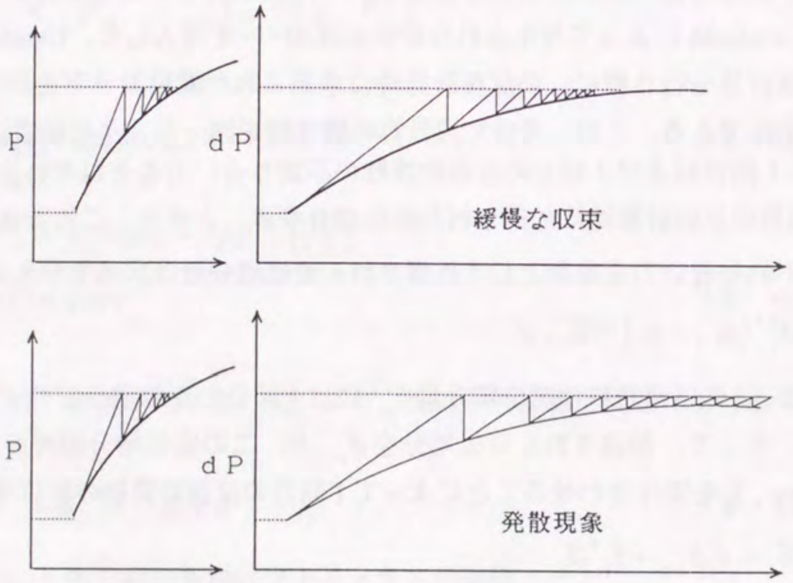
$$\mathrm{f_i} = \frac{\delta_{\mathrm{i-1}}^{\mathrm{T}}\,g_{\mathrm{i}}}{\delta_{\mathrm{i-1}}^{\mathrm{T}}\left(g_{\mathrm{i-1}} - g_{\mathrm{i}}\right)} \tag{2．66}$$

$$\mathrm{e_i} = \mathrm{f_i}\left(1 - \frac{{}^{*}\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\left(g_{\mathrm{i-1}} - g_{\mathrm{i}}\right)}{\delta_{\mathrm{i-1}}^{\mathrm{T}}\left(g_{\mathrm{i-1}} - g_{\mathrm{i}}\right)}\right) - 1 \tag{2．67}$$

上式に示されるように，変位増分のモード ${}^{*}\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}$ に対する加速係数は I-1 回目の反復計算時の不釣り合い力ベクトルと I 回目の反復計算時の不釣り合い力ベクトルの比で与えられる。また，変位増分を $\delta_{\mathrm{i-1}}$ に対する加速係数は，$\delta_{\mathrm{i-1}}$ より ${}^{*}\delta_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}$ を差し引いた変位増分ベクトルに対して考慮される。

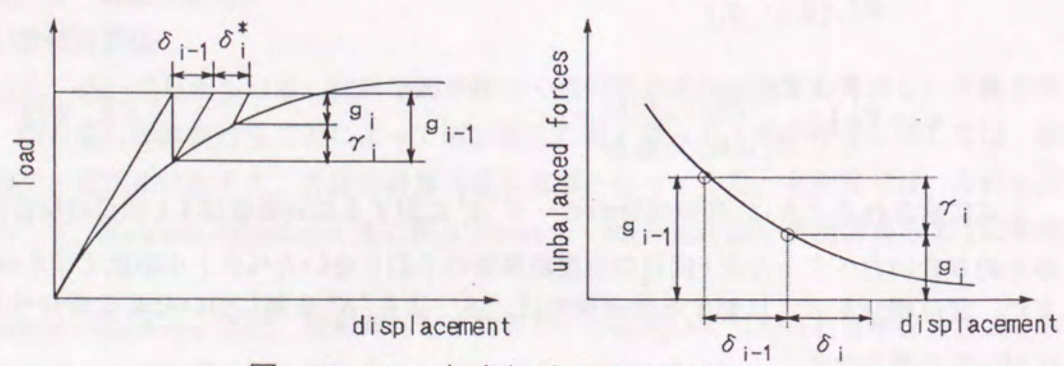


図－2．5　繰り返し計算法の概念（ＮＲ法とＭＮＲ法）



ｄＰ：初期接線剛性から与えられる荷重増分

図－2．6　ＭＮＲ法における諸問題



図－2．7　収束加速計算法の概念

2．3．5　弾塑性の判定

材料学的非線形として，材料の応力—ひずみ関係が次式で定義される[2.52]弾塑性状態を考慮する場合について考える。

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_Y}\right)=\begin{cases}\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_Y} & \varepsilon\le\varepsilon_Y\\ 1.0 & \varepsilon_Y\le\varepsilon\le\varepsilon_{ST}\\ B\left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_Y}\right)^n & \varepsilon_{ST}\le\varepsilon\end{cases}\qquad(2.\ 68)$$

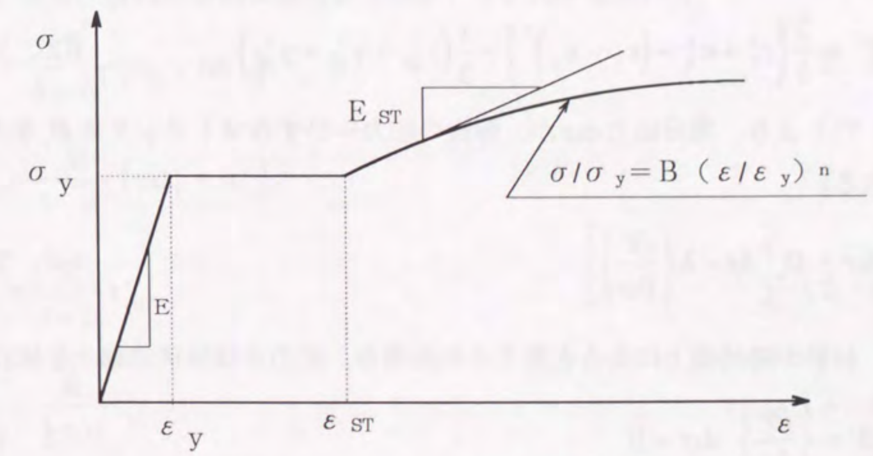
ここに，Ｂ：ひずみ硬化係数

ｎ：ひずみ硬化指数

ε_{ST}：ひずみ硬化開始ひずみ

式中および図—２．８において，の領域（$\varepsilon<\varepsilon_y$）は弾性領域，領域（$\varepsilon_y<\varepsilon<\varepsilon_{ST}$）は降伏棚上，領域（$\varepsilon>\varepsilon_{ST}$）はひずみ硬化領域である。鋼材が，完全弾塑性体であると仮定した場合$(\varepsilon_{ST}\gg\varepsilon_Y)$は，弾性領域および降伏棚だけを考慮し，明瞭な降伏棚を持たない場合$(\varepsilon_{ST}=\varepsilon_Y)$は，降伏棚を考慮しない。また，Ｂ，ｎは材料に固有な係数であり，材料試験結果から得ることができる。式（２．68）は一軸状態での応力とひずみの関係（構成方程式）を示したものであり，NASHELで取り扱う平面応力問題に対する構成方程式を与えるものではない。式（２．68）は，平面応力状態では以下のように考えることができる。

弾性状態での，構成方程式は次式で与えられる。



図－2．8 応力－ひずみ関係

$$\sigma = \boldsymbol{D}_e \varepsilon \qquad (2.\ 69)$$

非弾性状態すなわち塑性状態での構成方程式を増分形で示すと，次式で与えられる。

$$d\sigma = \boldsymbol{D}_{ep} d\varepsilon \qquad (2.\ 70)$$

構成方程式として式（2. 69）と式（2. 70）のどちらを用いるか，つまり弾塑性状態の判定には，降伏条件式を用いる。この降伏条件式と式（2. 69）もしくは式（2. 70）中のマトリックス$\boldsymbol{D}$が定義されれば，塑性状態の材料の力学的挙動を解析することが可能になる。

以下に，降伏条件式と材料マトリックス$\boldsymbol{D}$の定式化を行う。この定式化において材料は

① Von－Misesの降伏条件式に従う

②等方性である

③ Prandtle－Reussの塑性流れ理論に従う

と仮定する。

まず，増分ひずみ$d\varepsilon$を弾性成分$d\varepsilon_e$と塑性成分$d\varepsilon_p$の和として，次式で与える。

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p \qquad (2.\ 71)$$

ここで，Prandtle－Reussの塑性流れ理論より，

$$d\varepsilon_p = \lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \qquad (2.\ 72)$$

ここに，Fは降伏条件を表わし，von Misesの降伏条件に従う場合，

$$F^2 = \frac{1}{2}\left\{ \sigma_\xi^2 + \sigma_\eta^2 + \left(\sigma_\xi - \sigma_\eta\right)^2 + 6\left(\tau_{\xi\eta}^2 + \tau_{\xi\zeta}^2 + \tau_{\eta\zeta}^2\right) \right\} \qquad (2.\ 73)$$

となる。また，ひずみ成分を用いた場合の降伏条件式は次式で与えられる。

$$F^2 = \frac{2}{3}\left\{ \varepsilon_\xi^2 + \varepsilon_\eta^2 + \left(\varepsilon_\xi - \varepsilon_\eta\right)^2 \right\} + \frac{1}{3}\left(\gamma_{\xi\eta}^2 + \gamma_{\xi\zeta}^2 + \gamma_{\eta\zeta}^2\right) \qquad (2.\ 74)$$

式（2. 71）より，増分応力$d\sigma$が，弾性の応力—ひずみマトリックス$\boldsymbol{D}_e$を用いて次式で与えられる。

$$d\sigma = \boldsymbol{D}_e \left[d\varepsilon - \lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \right] \qquad (2.\ 75)$$

ここで，材料が降伏棚上にあると考えられる場合，応力σは降伏曲線上を流れるため，

$$dF = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma = 0 \qquad (2.\ 76)$$

とおくことができ，式（2. 75）中の係数λが次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \boldsymbol{D}_e}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \boldsymbol{D}_e \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}} d\varepsilon \qquad (2.\ 77)$$

この式からも明らかなように，係数λは応力状態によって変化するスカラー量であり，材料固有の定数ではない。式（2. 77）を式（2. 75）に代入すれば次式が得られる。

$$d\sigma = \boldsymbol{D}_e d\varepsilon - \frac{\boldsymbol{D}_e \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \boldsymbol{D}_e}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \boldsymbol{D}_e \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}} d\varepsilon \qquad (2.\ 78)$$

式（2. 70），式（2. 78）より，塑性状態での応力—ひずみマトリックス$\boldsymbol{D}_{ep}$が次式で与えられる。

$$\boldsymbol{D}_{ep} = \boldsymbol{D}_e - \frac{\boldsymbol{D}_e \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \boldsymbol{D}_e}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \boldsymbol{D}_e \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}} \qquad (2.\ 79)$$

さらに，プログラムにおいて塑性状態の応力—ひずみマトリックスを計算するために，偏差応力を用いて式（2. 79）の右辺第2項の分子および分母を求める。

式（2. 73）の降伏条件式を偏差応力を用いて表わすと，

$$F^2 = \frac{3}{2}\left\{ \sigma_\xi'^2 + \sigma_\eta'^2 + 2\tau_{\xi\eta}'^2 + 2\tau_{\xi\zeta}'^2 + 2\tau_{\eta\zeta}'^2 \right\} \qquad (2.\ 80)$$

となる。また，材料の弾性係数Eおよびポアソン比νを用いて，

$$S_1 = \frac{E}{1-\upsilon^2}\left(\sigma_\xi' + \upsilon\sigma_\eta'\right), \qquad (2.\ 81.\ a)$$

$$S_2 = \frac{E}{1-\upsilon^2}\left(\upsilon\sigma_\xi' + \sigma_\eta'\right), \qquad (2.\ 81.\ b)$$

$$S_3 = \frac{E}{1+\upsilon}\tau_{\xi\eta}', \qquad (2.\ 81.\ c)$$

$$S_4 = \frac{E}{1+\upsilon}\tau_{\xi\eta}', \qquad (2.\ 81.\ d)$$

$$S_5 = \frac{E}{1+\upsilon}\tau_{\xi\eta}' \qquad (2.\ 81.\ e)$$

とおけば,

$$\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^{T} \boldsymbol{D}_{e} = \frac{3}{2\bar{\sigma}}\{S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5\} \qquad (2.\ 82)$$

ここに, $\bar{\sigma}$は相当応力であり, 次式で与えられる。

$$\bar{\sigma} = F = \sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\sigma'^{2}_{\xi} + \sigma'^{2}_{\eta} + 2\tau'^{2}_{\xi\eta} + 2\tau'^{2}_{\xi\zeta} + 2\tau'^{2}_{\eta\zeta}} \qquad (2.\ 83)$$

式（2. 82）より, 式（2. 79）の第２項の分母, 分子が次式で与えられる。

$$\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^{T} \boldsymbol{D}_{e} \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\} = \frac{9}{4\bar{\sigma}^{2}}\left(S_1\sigma'_{\xi} + S_2\sigma'_{\eta} + S_3\tau'_{\xi\eta} + S_4\tau'_{\xi\zeta} + S_5\tau'_{\eta\zeta}\right) \qquad (2.\ 84)$$

$$\boldsymbol{D}_{e}\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^{T} \boldsymbol{D}_{e} = \frac{9}{4\bar{\sigma}^{2}}\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \end{Bmatrix}\{S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5\} \qquad (2.\ 82)$$

従って, 要素が降伏棚上にあるとした場合の弾塑性応力―ひずみマトリックスが偏差応力を用いて次式で与えられる。

$$\boldsymbol{D}_{ep} = \boldsymbol{D}_{e} - \frac{1}{S}\begin{bmatrix} S_1S_1 & S_1S_2 & S_1S_3 & S_1S_4 & S_1S_5 \\ & S_2S_2 & S_2S_3 & S_2S_4 & S_2S_5 \\ & & S_3S_3 & S_3S_4 & S_3S_5 \\ & & & S_4S_4 & S_4S_5 \\ \text{sym.} & & & & S_5S_5 \end{bmatrix} \qquad (2.\ 86)$$

ここに, $S = \left(S_1\sigma'_{\xi} + S_2\sigma'_{\eta} + S_3\tau'_{\xi\eta} + S_4\tau'_{\xi\zeta} + S_5\tau'_{\eta\zeta}\right)$

次に, ひずみ硬化領域にある要素の弾塑性応力―ひずみマトリックスを求める。ひずみ硬化領域では, 前述の式（2. 76）が次のように表わされる。

$$dF = \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^{T} d\sigma = H \qquad (2.\ 87)$$

$$H = \frac{EE_{p}}{E - E_{p}} \qquad (2.\ 88)$$

ここに, E_Pはひずみ硬化領域での応力―ひずみ関係の接線勾配とする。

式（2. 87）を用いて式（2. 77）を再度定義すると

$$\lambda = \frac{\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^{T} \boldsymbol{D}_{e}}{H + \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^{T} \boldsymbol{D}_{e} \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}} d\varepsilon \qquad (2.\ 89)$$

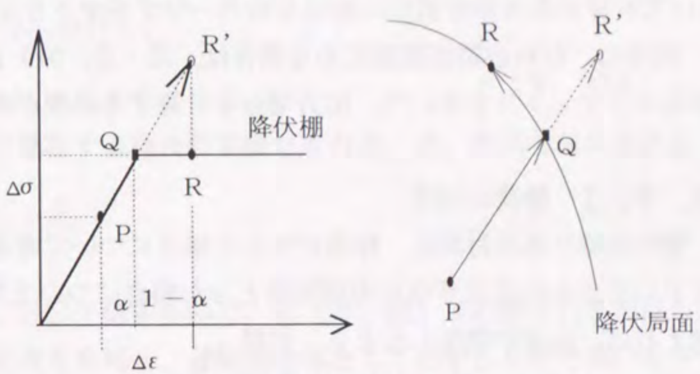
となり, 式（2. 70）より, 降伏棚上の場合と同様の手順で, ひずみ硬化領域の応力―ひずみマトリックスが次式で与えられる。

$$\boldsymbol{D}_{ep} = \boldsymbol{D}_{e} - \frac{\boldsymbol{D}_{e}\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^{T} \boldsymbol{D}_{e}}{H + \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^{T} \boldsymbol{D}_{e} \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}} \qquad (2.\ 90)$$

2. 3. 6 応力の補正について

2. 3. 5では, 弾性あるいは塑性状態での応力―ひずみマトリックスの定式化を行った。ところが, 材料の応力―ひずみ関係を式（2. 68）で定義する場合, 弾性から塑性への遷移する場合の応力―ひずみマトリックスの定式化が問題となってくる。NASHELでは, 以下のような方法で, この遷移状態における応力―ひずみマトリックスを与えている。

図―2. 9に示すような, 弾性から塑性への遷移状態において弾性領域と塑性領域の比（PQ：QR）を$\alpha : 1-\alpha$と仮定する。ここで, 弾性領域での応力―ひずみマトリックスを$\boldsymbol{D}_e$, 塑性領域の応力―ひずみマトリックスを$\boldsymbol{D}_p$とし, 遷移状態の応力―ひずみマトリックスを次式で与える。



図―2. 9 弾性から塑性への遷移

$$\boldsymbol{D} = \alpha\boldsymbol{D}_{e} + (1-\alpha)\boldsymbol{D}_{p} \qquad (2.\ 91)$$

つまり, ＰＱＲで与えられる応力経路をとる場合の応力―ひずみマトリックスは, ＰＲ間の割線で近似的に与えられることになる。

次に, 補正係数αを決定する。材料が弾性状態から降伏棚（または降伏曲面上）に移行した場合は, 前平衡状態での相当応力, 現反復計算時の相当応力増分および降伏応力を用いると, αは次式を満足する。

$$func.\left(\sigma_{n-1} + \alpha\Delta\sigma_{n}\right) = \sigma_{Y}^{2} \qquad (2.\ 92)$$

ここに，σ_{n-1}：n—1ステップの平衡状態における相当応力

$\Delta\sigma_n$：nステップの相当応力増分

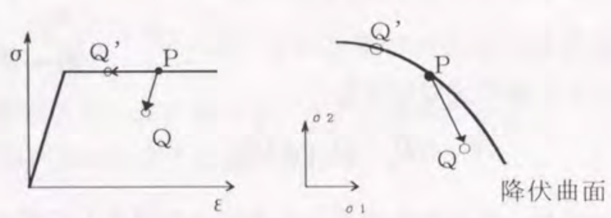
式（2．92）の左辺が，前平衡状態における記憶曲面から降伏曲面までの距離を意味する関数であることから，補正係数αは，材料が弾性であると仮定して求められる記憶曲面の移動量（ＰＲ'）と，前平衡状態における記憶曲面から降伏曲面までの距離（ＰＱ）の比で定義される係数となる。式（2．92）を解くことによって求められた補正係数αを式（2．91）に代入することによって，材料が弾性領域から塑性領域に移行した場合の応力—ひずみマトリックスが与えられる。また，材料が遷移領域ではなく弾性領域にある場合は$\alpha = 1$であり，塑性領域にある場合は$\alpha = 0$であることは明らかである。

次に，弾性から塑性に移行した場合における応力増分について考える。適正な応力増分は，応力—ひずみマトリックスの計算時に用いた応力増分にαを掛け合わせることによって与えられない。これは平面応力状態での応力—ひずみ関係を，相当応力を用いることによって一軸状態として定義された応力—ひずみ関係に置き換えて補正係数αを求めているためである。平面応力状態において材料が降伏し降伏曲面上を移動する場合，相当応力は一定値（降伏応力）となるが，軸方向応力のみならずせん断応力成分も変化することは明らかである。従って，弾性から塑性状態へ移行する遷移領域における応力増分は，式（2．91）で計算される遷移領域における応力—ひずみマトリックスを用いて求める必要がある。

同様に，材料が塑性状態にある場合は，式（2．91）において$\alpha = 0$とおいて応力—ひずみマトリックスを用いて，応力増分を計算する必要がある。

2．3．7　除荷の判定

塑性状態にある材料に，除荷が生じた場合について考える。つまり，図—2．10においてＰＱで示されるような応力経路をとった場合について考える。除荷は弾性的に生じると考えれば，除荷が発生したとき，材料の応力—ひずみマトリックスを弾性領域のものに置き換える必要がある。このとき問題となってくるのが，除荷の判定方法である。



ＰＱ　：unloading

ＰＱ'　：not　unloading

図—2．10　除荷の判定

除荷が発生した場合，材料においては塑性ひずみが減少していると考えられる。そこで，NASHEL では，相当塑性ひずみ増分の正負によって除荷の判定を行っている。

相当塑性ひずみ増分$\overline{d\varepsilon_p}$は，エネルギーの釣り合いを考えることにより次式で与えられる。

$$\overline{d\varepsilon_p} = \frac{2\bar{\sigma}}{3S}\left(S_1 d\varepsilon_\xi + S_2 d\varepsilon_\eta + S_3 d\gamma_{\xi\eta} + S_4 d\gamma_{\xi\zeta} + S_5 d\gamma_{\eta\zeta}\right) \qquad (2.\ 93)$$

ここに，Ｓは式（2．86）に定義される定数

式（2．93）の正負の判定は，Ｓおよび$\bar{\sigma}$が常に正値となることから，次式で与えられる変数の正負の判定を行えばよい。

$$\beta = \left(S_1 d\varepsilon_\xi + S_2 d\varepsilon_\eta + S_3 d\gamma_{\xi\eta} + S_4 d\gamma_{\xi\zeta} + S_5 d\gamma_{\eta\zeta}\right) \qquad (2.\ 94)$$

ところで，図—2．10でＰＱ'で示される応力経路をとる場合は，ひずみは見かけ上減少しているが，式（2．94）が正値となるため，除荷と判定されず，応力—ひずみマトリックスは更新されない。

2．3．8　残留応力の考慮

材料学的初期不整として，残留応力を考慮した場合について考える。

いま，残留応力をσ_rとする。外力が作用していない状態で，連続体には残留応力の存在によって次式で与えられる等価節点力F_rが作用していると考えられる。

$$F_r = \int_V \boldsymbol{S}^T \sigma_r dV \qquad (2.\ 95)$$

また，外力が作用している状態での連続体内の応力σ_{p+r}は，次式のように残留応力と外力によって生じる応力σ_pの和で与えられる。

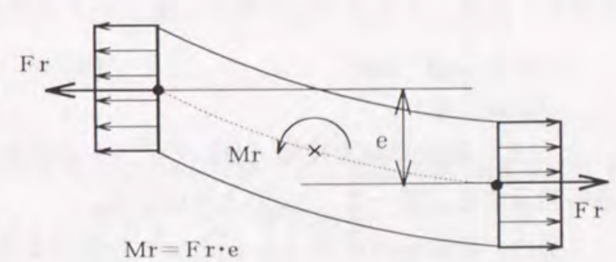
$$\sigma_{p+r} = \sigma_p + \sigma_r \qquad (2.\ 96)$$

式（2．96）より，残留応力が存在する場合の等価節点力F_{p+r}は，次式で与えられる。

$$F_{p+r} = \int_V \boldsymbol{S}^T \sigma_{p+r} dV = F_p + F_r \qquad (2.\ 97)$$

ところで，残留応力は断面内で自己平衡するので，式（2．95）で計算される節点力の力およびモーメントの釣り合いを考えた場合，連続体全体として必ずしも釣り合い条件を満足するとは限らない。例えば，図—2．11に示すように，初期たわみと残留応力を同時に考慮した場合，断面内での平衡条件は満足されるが，各断面での残留応力分布を一定と仮定すると，初期たわみの存在に伴う面外曲げモーメントの発生は避けられない。この場合，次式で与えられる仮想外力F_Vを考慮することによって，この影響を除去することが可能である。

$$F_V = -F_r \qquad (2.\ 98)$$



図－2．11　幾何学的不整の存在による不釣り合いモーメント

式（2．98）で明らかなように，この仮想外力は，外力が作用していない

状態で連続体に生じている等価節点力，つまり残留応力により生じる等価節点力の逆向きの力に他ならない。この仮想外力を考慮して式（2．97）を書き換えると次式のようになる。

$$F_{P+r}+F_V=F_P+F_r-F_r=F_P \qquad (2.\ 99)$$

式（2．99）から，連続体に生じている節点力は，外力によって生じる応力から計算される等価節点力だけで与えられ，外力が作用していないとき連続体には節点力が生じておらず，残留応力が連続体内で自己平衡している条件が満足されているといえる。

2．3．9　荷重載荷方法

NASHEL では，荷重載荷方法として，荷重制御および変位制御の 2 手法を選択できる。両者は，増分計算の未知量が荷重であるか変位であるかによって区別される。各手法の概要について以下に述べる。

（1）荷重制御

各 STEP 毎に節点に載荷する増分荷重を入力データとして与え，平衡方程式を解くことによって増分変位を求める手法である。特に，アイソパラメトリック要素を用いた場合には，分布荷重が作用するときの節点荷重が他の要素を用いた場合とは大きく異なるため，注意を要する。

代表的な分布荷重が作用する場合の各節点の節点荷重は，式（2．4）で与えられる形状関数を用いることにより次のように与えられる。

・満載分布横荷重（q kgf/cm²）を受ける正方形板（a＝b）の場合

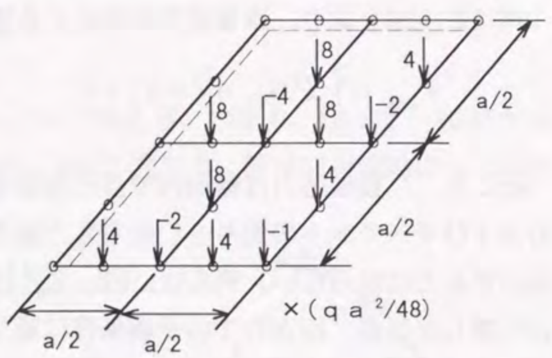
単一要素で考えると，

隅節点（$\xi^2+\eta^2\neq 0$）では，

$$P=-\frac{1}{12}qa^2\ \ \mathrm{kgf} \qquad (2.\ 100)$$

中間節点では，

$$P=\frac{1}{3}qa^2\ \ \mathrm{kgf} \qquad (2.\ 101)$$



図－2. 12　満載等分布荷重を受ける場合

となる。周辺単純支持板（1/4 モデル）が満載等分布荷重を受ける場合の各節点での重みを図示すると図―2．12のようになる。

・面内一定の分布荷重（q kgf/cm）を受ける正方形板（a＝b）の場合

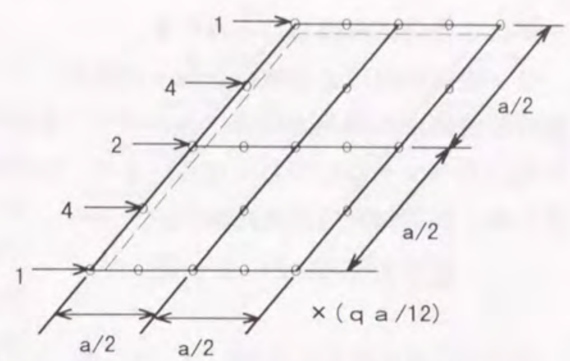
単一要素で考えると，

隅節点（$\xi^2+\eta^2\neq 0$）では，

$$P=\frac{1}{6}qa\ \ \mathrm{kgf} \qquad (2.\ 102)$$

中間節点では，

$$P=\frac{2}{3}qa\ \ \mathrm{kgf} \qquad (2.\ 103)$$



図－2. 13　面内一様荷重を受ける場合

となる。これを図―2．12 と同様に，周辺単純支持板で考え，1/4 モデルに対して図示すると図－2．13 のようになる。

（2）変位制御

各 STEP 毎に節点に強制的な変位増分を載荷辺に与え，反復計算を行う。反復計算時に用いる不釣り合い力ベクトルは，強制変位が与えられた自由度（載荷節点の載荷方向に相当する自由度）を除く自由度での等価節点力ベクトルの逆符号で与えられるベクトルとなる。通常の変位制御手法の場合，強制変位が与えられた自由度の変位成分は反復計算時には固定され，不釣り合い力は，非載荷節点の変位によって自己平衡され，消去されることになる。

2．3．10　収束判定法

反復計算を行う場合の収束の判定には，不釣り合い力ベクトルのユークリッドノルムを用いる。つまり，不釣り合い力のユークリッドノルムと許容誤差の大小関係によって，収束の判定を行っている。また，2．3．9 で示したように，荷重制御による載荷と変位制御による載荷で，非線形計算過程における不釣り合い力が異なるため，それぞれの制御手法で収束判定方法が若干異なる。以下で，それぞれの制御手法での収束判定方法の概要を示す。

（1）荷重制御による載荷を行った場合

荷重制御による載荷の場合，不釣り合い力ベクトル（U）は，外力ベクトル（P）と変位および応力から計算される等価節点力ベクトル（R）の差で与えられる。従って不釣り合い力ベクトルは，

$$U=P-R \qquad (2.\ 104)$$

となる。収束判定は，この不釣り合い力ベクトルのユークリッドノルムと外力増分ベクトル（ΔP）のユークリッドノルムの比を用いて行っている。すなわち，

$$\frac{\|U\|}{\|\Delta P\|}\ll\varepsilon \qquad (2.\ 105)$$

を満たす場合に収束したとみなす。

（２）変位制御による載荷を行った場合

変位制御による載荷の場合，外力ベクトルは０に等しいため，等価節点力ベクトルが不釣り合い力ベクトルに等しくなる。また，外力増分ベクトルのユークリッドノルムが０となるため，収束判定は次式に従う。

$$\|U\| \langle\langle \varepsilon \qquad (2.106)$$

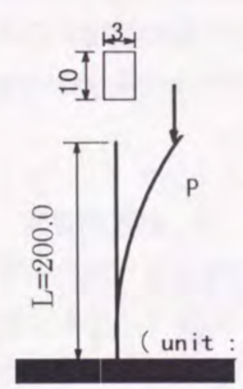
２．４　数値計算例

２．４．１　有限変位問題および弾塑性の評価に関する検証

２．３では，有限変位の取り扱いや弾塑性の評価法を含めて，アイソパラメトリックシェル要素の定式化を行った。まず，４つの数値計算例を用いて，有限変位問題や弾塑性の評価に関する定式化および NAHSEL の妥当性について検証を行う。

（１）軸圧縮荷重を受ける片持ち柱

図—２．14 に示す片持ち矩形断面柱が軸圧縮荷重を受けた場合の弾性有限変位解析を行った。この問題は Elastica の問題 2.53)として知られており，幾何学的非線形性が大きな問題である。片持ち柱は，１断面を１要素でモデル化し，軸方向には 10 分割している。片持ち柱の初期曲がりとして，最大値が部材長Ｌの 1/1000 で与えられる正弦波を考慮した。



図－２. 14 解析モデル

図—２．15 に荷重（Ｐ）と柱端部の横たわみ（δ）の関係を示す。図中の点線は，初期たわみ（δ_0）を有する片持ち柱の荷重—たわみ関係を与える式として，文献２．53）に示されている曲線であり，次式で与えられる。

$$\delta + \delta_0 = \frac{\delta_0}{1 - P/P_E} \qquad (2.107)$$

ここに，P_E は柱の弾性座屈荷重

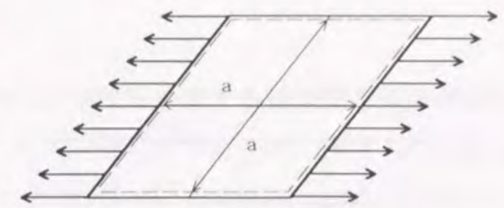
式（２．107）では，柱の横たわみは初期たわみを増幅する形で与えている。また，荷重が弾性座屈荷重に近づくと，たわみは無限大に発散する。

図中の実線は，楕円積分を行うことによって与えられる曲線であり，たわみが比較的大きく，荷重が弾性座屈荷重を超えた領域での荷重—たわみ関係を与える曲線である。

○印で与えられる NASHEL の解析結果が，たわみが小さな領域では点線に，大きな領域では実線に対して良好に一致していることがわかる。

（２）一様引張を受ける平板の解析

図—２．16 に示す平板を一様に引っ張ることにより，弾塑性の評価法の妥当性について検討を行った。図—２．17 に一様引張を受ける平板の相当応力—相当ひずみ関係を示す。図中の実線は，材料の構成式として与えた一軸状態での応力—ひずみ関係であり，各モデルの諸量は表—２．１に示されている。NASHEL による解析結果である。解析により得られる相当応力—相当ひずみ関係と，応力—ひずみ関係は，弾性，初期降伏，降伏棚，ひずみ硬化の全ての領域において良好に一致しており，NASHEL における弾塑性の判定法の妥当性が確認された。



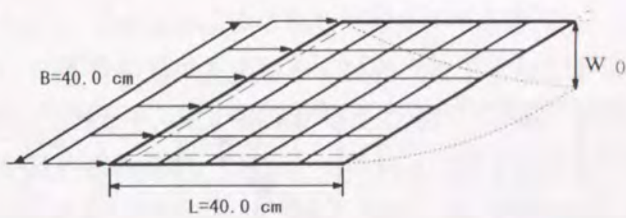
図－２. 16 解析モデル

表－２. １　解析モデルの材料定数

	a/t	E/E_{ST}	$\varepsilon_{ST}/\varepsilon_Y$
Type A	4.0	1000	2.5
Type B	4.0	100	2.5
Type C	4.0	50	2.5
Type D	4.0	10	2.5

（３）面内一様圧縮荷重を受ける周辺単純支持板（弾性）

面内に一様圧縮となる強制変位を受けた，周辺単純支持板の弾性有限変位解析を行った。解析モデルを図—２．18 に示す。幅厚比ｂ/ｔ=40，アスペクト比 α = a/b=1.0 の周辺単純支持板が解析モデルであり，初期たわみの最大値は t/10 とした。また，材料のポアソン比 ν を 0.316 としたケースと 0.0 としたケースについて解析を行った。

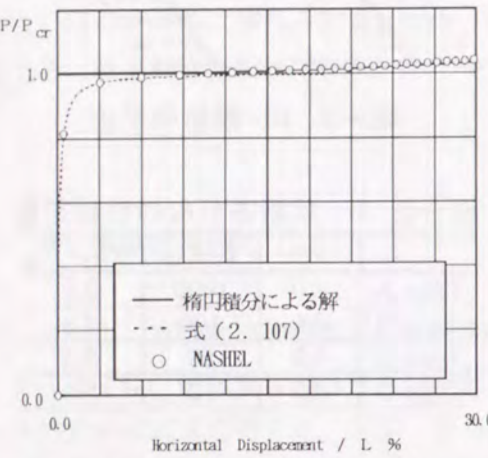


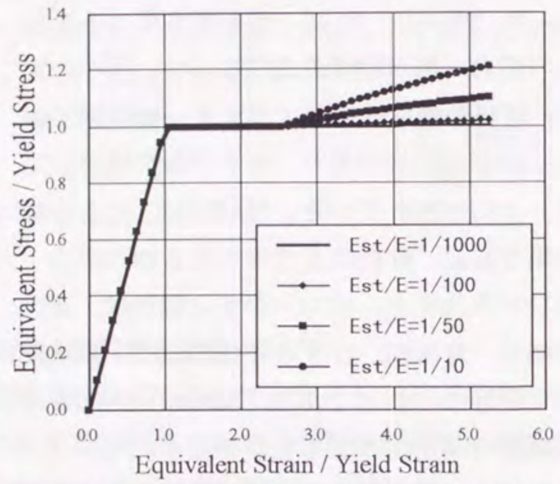
図－２. 18 解析モデル

図—２．19 に荷重と中央点でのたわみの関係を示す。図中の●印および■印は Coan による弾性の級数解 2.54)であり，それぞれ ν=0.316，0.0 の場合を示す。○印，□印で示してあるのが NASHEL の解析結果であり，ポアソン比に関わらず両者が良好に一致していることがわかる。

（４）面内一様圧縮荷重を受ける周辺単純支持板（弾塑性）

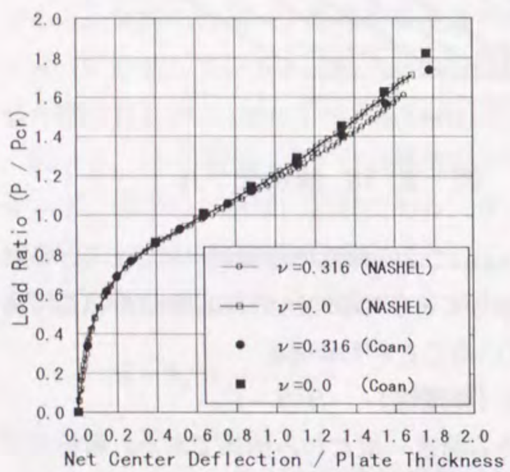
図—２．20 は，弾塑性問題として解析した場合の荷重—板たわみ関係である。解析モデルは，幅厚比ｂ/ｔ=48 である以外は，（３）と同一である。実線で示す結果は，（３）でも示した Coan の級数解でありおよびＣＳＴ要素を用いた小松・北田による弾塑性の解析結果 2.55)であり，○印が NASHEL の解析結果である。NASHEL の解は，小松・北田による解析結果とよく一致しており，NASHEL が弾塑性有限変位問題に対して妥当な結果を与えることがいえる。

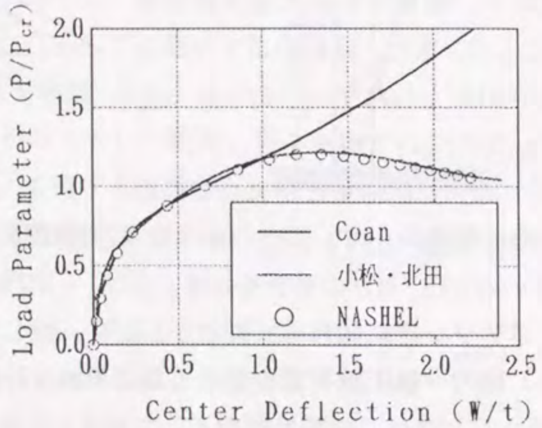




図—2. 15　荷重—横たわみ関係
（Elastica の問題：弾性有限変位問題）

図—2. 17　相当応力—相当ひずみ関係
（弾塑性の評価）





図—2. 19　荷重—板たわみ関係
（弾性有限変位問題）

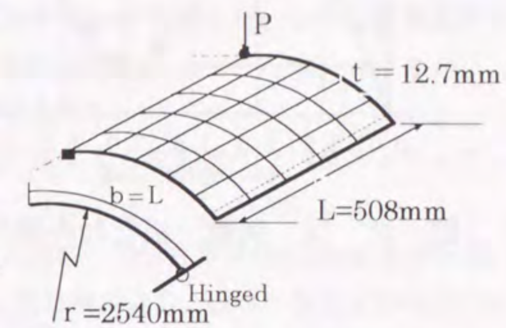
図—2. 20　荷重—板たわみ関係
（弾塑性有限変位問題）

2．4．2　シェルの近似に関する検証

アイソパラメトリック要素が，シェル構造物等の曲線境界を有する構造物を有限要素にモデル化する場合に有効な要素であることは，2．2で既に述べている。以下では，2つの数値計算例を用いて，アイソパラメトリック要素の定式化の妥当性について検証を行う。

（1）集中横荷重を受ける円筒シェル屋根

図—2．21 に示す円筒シェル屋根が，中央に集中横荷重を受けた場合の弾性挙動について，変位制御により解析を行った。この問題は，飛び移り現象（Snap-Through）を生じる問題として一般に知られている。解析モデルの円筒シェルは，1対辺が hidge で支持されており，他の辺は完全自由となっている。



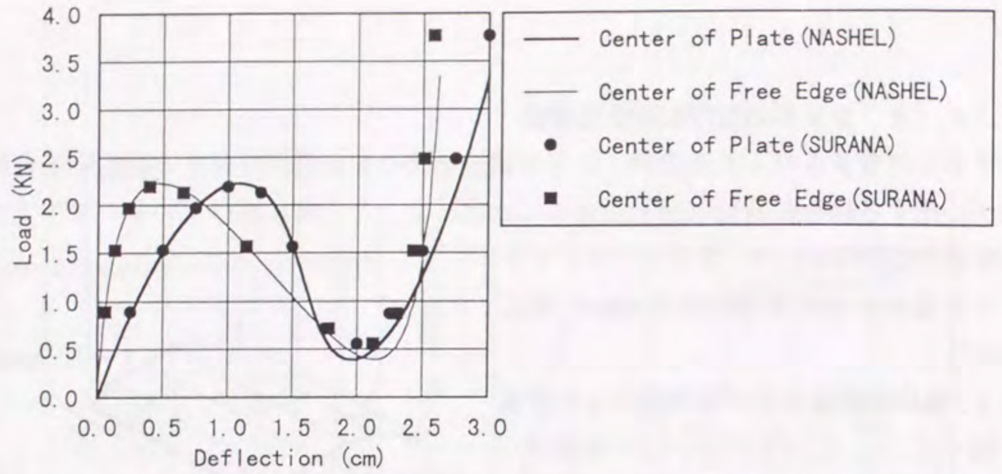
図－2. 21　解析モデル

シェルの板厚が 1.27cm の場合の荷重とシェル中央（点A）および自由辺中央（点B）のたわみの関係を図—2．22 に示す。図中には，Surana による解析結果を [2.56] を●印（点A），■印（点B）で示してある。NASHEL の解析結果は太実線および細実線で示してある。NASHEL の解と Surana の解は，点A，点Bとも，近い結果が与えてられている。載荷重の極小値以降で，両結果に若干の差違が認められるが，これは，Surana の解では大変形問題に対処するために，ひずみの非線形項を考慮しているのに対し，NASHEL では前述のように非線形項を省略したためである。本研究では，ひずみの非線形項の考慮が必要となる大変形問題は取り扱わないため，NASHEL ではひずみの非線形項を考慮していない。

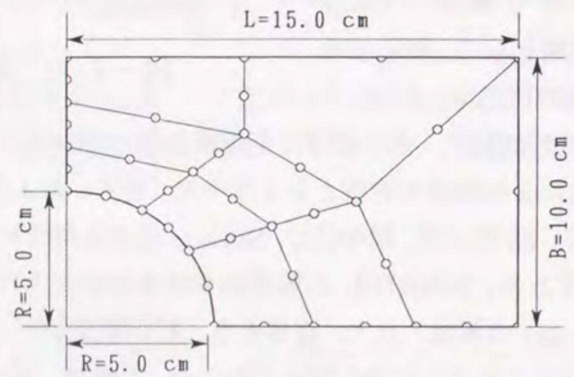
（2）面内一様引張荷重を受ける孔あき板の応力集中問題

（1）で解析を行ったシェル屋根のモデル化の他に，アイソパラメトリックシェル要素の特徴として，曲線境界を有する連続体のモデル化が容易である事が挙げられる。そこで，曲線境界を有する連続体として，図—2．23 に示すような円孔のあいた板を考え，孔周辺の応力集中問題について解析を行った。アイソパラメトリック要素を用いた場合は，曲線形状を表現することが容易なため，少ない要素分割数で孔あき板の解析が可能になる。

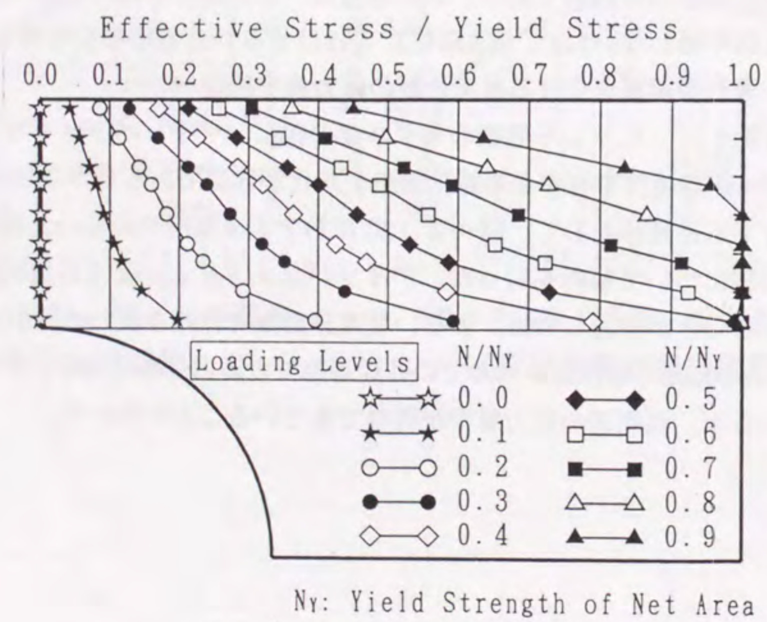
図—2．24 に代表的な荷重レベルでの孔周辺部での応力分布を示す。非常に少ない要素分割にも関わらず，孔周辺の応力集中が再現できていることがわかる。



図－２．22　荷重－板たわみ関係（シェル屋根の弾性有限変位問題）



図－２．23　孔あき板の解析モデル



図－２．24　孔周辺の応力分布

２．５　結言

本章では，変厚および有孔鋼構造要素の極限強度解析のために開発した，セレンディピティ族に属する８節点アイソパラメトリックシェル要素を用いた弾塑性有限変位解析プログラムの定式化および各種数値計算手法導入について詳解した。さらに数値計算例を用いて，これらの定式化の妥当性について検討を行った。

本プログラムの特徴として以下の点が挙げられる。

1）要素としては，セレンディピティ族に属する２次のアイソパラメトリックシェル要素を用いている。

2）体積積分を実行するにあたり，面内方向には積分点数２の Gauss 積分を用い，板厚方向には要素の層分割を行っている。層分割により，板厚中央面でのみ面内に積分を行い，板厚方向の積分は行列演算により処理することができ，計算時間の短縮が可能となる。

3）要素の層分割することにより，計算時間の短縮に加えて，塑性域の板厚方向の拡がりを考慮できる。

4）材料の構成式として，ひずみ硬化までを考慮した応力―ひずみ関係を用いることができる。

5）初期たわみなどの幾何学的非線形だけではなく，残留応力などの材料学的非線形を同時に考慮できる。

6）Updated Lagrangian 法に基づく定式化を行うことにより，有限変形問題の解析が可能である。

以上の定式化により，板要素およびシェル要素で構成される構造物の弾性および弾塑性の有限変位問題に対して，NASHEL が適用可能であることを，数値計算例を用いて本章では示した。

【参考文献】

2.1)　G. B. Maney :Studies in Engineering-No.1, Univ. of Minnesota, Minneapolis, 1915.

2.2)　A. Ostenfeld : Die Deformationsmethode, Springer - Verlag OHG, Berlin, 1926.

2.3)　R. Courant :Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations, Bull. Am. Math. Soc., Vol. 49, pp.1-23, 1943.

2.4)　D. McHenry :Alattice Analogy of the Solution of Plane Stress Problems, Journal of Institution Civil Engineers, Vol. 21, pp.59-82, 1943.

2.5)　A. Herennikoff :Solution of Problems in Elasticity by the Framework Method, Journal of Applied Methods, Vol. 8, A169-A175, 1941.

2.6) J. H. Argyris and S. Kelsey :Energy Theorems and Structural Analysis, ButterWorth, London, 1960.

2.7) M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin and L. J. Topp :Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, Journal of Aeronautical Science, Vol. 23, pp.805-823, 1956.

2.8) O. C. Zienkiewicz and G. S. Holister :Stress Analysis, Wiley, New York, 1965.

2.9) R. E. Greene, R. E. Jornes, R. W. Mclay and D. R. Strome :Generalized Variational Principles in the Finite-Element Method, AIAA Journal, No. 7, Vol. 7, pp.1254-1260, July, 1969.

2.10) B. A. Finlayson :Weighted Residual Methods and Their Relation to Finite Element Methods in Flow Problems, Finite Elements in Fluids, Vol. 2, pp.1-31, Wiley, 1975.

2.11) W. Flügge : Differential Equations for Compression and Shear ; Stresses in Shells, 2nd ed., Part. 8.2.1, Springer-Verlag, pp.439-448, 1973.

2.12) S. Timoshenko and S. W. Krieger : Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill New York, 1959.

2.13) J. G. Ergatoudis, B. M. Ilons and O. C. Zienkiewicz :Tree-Dimensional Analysis of Arch Dams and Their Foundations, Symposium on Arch Dams, Institute of Civil Engineering , London, March, 1968.

2.14) B. M. Irons and O. C. Zienkiewicz :The Isoparametric Finite Element System - a new Concept in Finite Element Analysis, Proceedings, Conference on Recent Advances in Stress Analysis, Royal Aeronautical Society, London, 1968.

2.15) W. F. Schmidt : Adaptive Step Size Selection for Use with the Continuation Method. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.12, pp.677-694, March, 1978.

2.16) G. C. Nayak and O. C. Zienkiewicz : International Journal for Numerical Methods in Engneering, Vol.4, pp.579-582, 1972.

2.17) M. A. Crisfield : A Fast Incremental / Iterative Solution Procedure that Handles "Snap-Through" Computers and Structures Vol.13, pp.55-62, 1981.

2.18) R. Lawther : Modification of Iterative Processes for Improved Convergence Characteristics. International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol.15, pp.1149-1159, 1980.

2.19) P. Sharifi and E. P. Popov : Nonlinear Buckling Analysis of Sandwich Arches, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, EM5, 1971.

2.20) S. N. Remseth : Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Framed Structure,

Computers & Structures Vol.10, pp.879-897, 1979.

2.21) E. Ricks : An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems, Intternational Journal of Solids on Structures Vol.15, pp.529-551, 1979.

2.22) J. L. Botoz and G. Dhatt : Incremental Displacement Algorithms for Nonlinear Problems, Numerical Methods in Engineering, Vol.13, pp.1262-1267, 1979.

2.23) G. Powell and J. Simons : Improve Iteration Strategy for Nonlinear Structures, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.17, pp.1455-1467, 1981.

2.24) H. Tresca : Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, Vol.59, pp.754, 1864.

2.25) R. Von Mises : Göttinger Nachrichten, math.-phys. Klasse, pp.582, 1913.

2.26) H. Henky : Zeits. Ang. Math. Mech., Vol.4, pp.323, 1924.

2.27) A. Nadai : Journal of Applied Physics, Vol.8, pp.205, 1937.

2.28) M. Lèvy : Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, Vol.70, pp1323, 1870.

2.29) L. Prandtl : Proceedings of the International Congress of Applied Mechanics, Delft, pp43, 1924.

2.30) A. Reuss : Zeits. Ang. Math. Mech., Vol.10, pp.266, 1930.

2.31) R. H. Gallagher, J. Padlog and P. P. Bijlaard : Stress Analysis of Heated Complex Shapes, ARS J., May, 1962.

2.32) J. H. Argyris and D. W. Scharpf : Method of Elasto-Plastic Analysis, I. S. D. /ISSC, Proceedings of the Symposium on Finite Element Techniques, Univ. of Stuttgart, pp.10-12, June, 1969.

2.33) G. G. Pope : The Application of the Matrix Displacement Method in Plane Elasto-Plastic Problems, Proceedings of the First International Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics, Vol.2, 1965.

2.34) Y. Yamada, N. Yoshimura and T. Sakurai : Plastic Stress-Strain Matrix and its Application for the Solution of Elastic-Plastic Problems by the Finite Element Methods, International Journal of Mechanical. Science, Vol.10, 1968.

2.35) Y. Yamada : Recent Japanese Development in Matrix Displacement Method for Elastic-Plastic Problems, Japan-U. S. Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design, August 25-30, 1969, Tokyo.

2.36) O. C. Zienkiewicz, S. Vallippan and I. P. King : Elasto-Plastic Solutions of Engineering Problems, "Initial Stress" Finite Element Approach, Int. for Numerical Methods in Eng., Vol.1, 1969.

2.37) P. V. Marcal and I. P. King : Elastic-Plastic Analysis of Two-dimensional Stress Systems by the Finite Element Method, International Journal of Mechanical

Science, Vol.9, 1967.

2.38) J. L. Tocher : Nonlinear Material Analysis with Finite Element and Incremental Method, The Boeing Company, Washington, No. D6-29460, 1968.

2.39) G. C. Nayak and O. C. Zienkiewicz : Note on the Alpha-Constant Stiffness Method for the Analysis of Non-Linear Problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.4, 1972.

2.40) D. W. Murray and E. L. Wilson : an Approximate Nonlinear Analysis of Thin Plates, Proceedings 2nd Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics, AFFDL-TR-68-150,Dec. 1969.

2.41) 大坪英臣：平板の弾塑性たわみ問題の一解法，日本造船学会論文集，第 130 号，pp.173〜182，昭和 46 年 11 月．

2.42) M. A. Crisfield : Full-Range Analysis of Steal Plates and Stiffened Plating under Uniaxial Compression, Proceedings of Inst. Civil Engineers, Part2, pp594-624, Dec., 1995.

2.43) A. Needleman and V. Tvergaard : An Analysis of the Imperfection Sensitivity of Square Elastic-Plastic Plate under Axial Compression, International Journal of Solids and Structures, pp.185〜201, 1976.

2.44) T. Y. Yang : Finite Displacement Plate Flexure by the Use of Matrix Incremental Approach, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 4, 1972.

2.45) O. C. Zienkiewicz : Finite Element Method in Engineering Science, 3rd Edition, McGraw-Hill, New York, 1971.

2.46) O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor and J. M. Too : Reduced Integration Technique in General Analysis of Plate and Shells, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 3, pp.275-290, 1971.

2.47) 北田俊行：圧縮力を受ける鋼板および補剛鋼板の極限強度に関する研究，大阪大学学位論文，昭和 55 年 6 月．

2.48) K. J. Bathe, E. Ramm and E. L. Wilson : Finite Element Formulation for Large Deformation Dynamic Analysis, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.9, pp.353-386, 1975.

2.49) R. H. Mallett and P. V. Marcal : Finite Element Analysis of Nonlinear Structures, Proceedings of ASCE, St. 9, Sep., 1968.

2.50) D. W. Murray and E. L. Wilson : Finite Element Postbuckling Analysis of Thin Elastic Plates, AIAA Journal, Vol. 7, No. 10, Oct., 1969.

2.51) 小松定夫，北田俊行，宮崎清司：残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析，土木学会論文報告集，第 244 号，pp. 1-14，1975 年 12 月．

2.52) 奈良敬：面内力を受ける鋼板および補剛板の極限強度に関する研究，大阪大学学位論文，昭和 61 年 12 月．

2.53) S. P. Timoshenko and J. M. Gere : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, New York, 1961.

2.54) J. M. Coan : Large Deflection Theory for Plates with Small Initial Curvature Loaded in Edge Compression, Journal of Applied Mechanics, pp.143-151, June. 1951.

2.55) 2.51)に同じ．

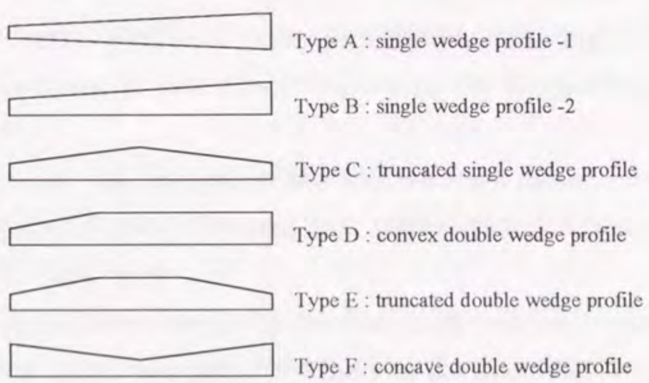
2.56) K. S. Surana : Geometrically Nonlinear Formulation for The Curved Shell Elements, International Journal for Numerical Methods in engineering, Vol. 19, pp.581-615, 1983.

3章　変厚自由突出鋼板の極限強度特性

3．1　緒言

3．1．1　変厚鋼板の使用実績

本研究の対象となる圧延変厚鋼板は，欧州で初めて開発された鋼材であり，圧延方向に板厚を変化させることができるため，桁のフランジプレートとして使用すれば，曲げモーメントの変化に対応してフランジ厚を連続的に変化させることができる。この変厚鋼板の圧延工程では，ローラーより加えられる圧力やローラーの回転が制御され，所定の変厚形状に成形される。欧州では，図－3．1に示すType B～Fの圧延変厚鋼板が製作されており，製作可能範囲は表－3．1に示すように，板厚が20mm～150mm，最大板厚変化比が1mあたり5 mm，最大板厚差が40mmとなっている[3.1]。また，板の両端に平行部を設けた鋼板の製作も行われている。一方，我が国では，変厚鋼板の製作は従来の等厚板を対象とした圧延機のコンピュータ制御ソフトの改良により行われており，図－3．1のType Aの鋼板が製作されている。また，最大板厚変化比が1mあたり4mm，最大板厚差が25mmの変厚鋼板の製作が可能とされている[3.2]。



図－3．1　圧延可能な変厚鋼板の形状

表－3．1　変厚鋼板の製作可能範囲

	欧州	日本
適用板厚範囲	20mm～150mm	
最大板厚差	40mm	25mm
最大板厚変化比	5mm／1m	4mm／1m
製作可能板長		20m以下
変厚部長	1m～5m	6m以下

従来の等厚板だけを用いた橋梁では，作用荷重に出来る限り効率的に抵抗させるために，フランジ幅あるいはフランジ厚が異なる鋼板を板継ぎ溶接することによって対応している。しかし，建設省が合理化橋梁に向けて示した鋼道路橋設計ガイドライン[3.3]によれば，1部材では同一断面で，桁全長でフランジ幅を一定とするなど，形状を単純化する方法が示されている。このガイドラインおよび従来の設計法の両方を満たすような鋼橋の設計を行うと，板継ぎ溶接の工程を省略することは出来るが，従来の設計法に準拠するとフランジが厚くなり，結果として鋼重が増加することは避けられない。しかし，変厚鋼板を用いることによって，鋼重を増やすことなく板継ぎ溶接の工程を省略することが可能になり，一層の合理化・省力化が実現できると考える。

変厚鋼板の実橋梁への適用例について見てみると，ドイツやフランスでは，既に，

SOMME橋など40橋程度の圧延変厚鋼板の適用例が報告されている[3.1]。我が国でも，造船用鋼板としての使用実績のほかに，桁橋のフランジや斜張橋の主塔など，軸方向に圧縮力が変化する部材に対する圧延変厚鋼板の適用例が報告されている[3.4]。しかし，合理化橋梁の設計段階では，現行の道路橋示方書[3.5]が力学条項の拠り所であり，最小板厚を用いた安全側の設計に偏っている点は避けられない。また，道路橋示方書は等厚鋼板の極限強度特性を基に定められた基準であるため，変厚鋼板の極限強度特性を十分に反映した設計とはならない。変厚鋼板を用いることによって，鋼橋の設計・製作・架設段階での合理化・省力化を図るためには，変厚鋼板の極限強度特性を反映した設計法の確立が望まれる。

3．1．2　本章の構成

本章では，変厚圧縮フランジの極限強度を解析し，その特性について検討を行う。さらに，変厚圧縮フランジの強度評価式の試案を作成し，変厚鋼板をフランジに用いる場合の設計基準策定の基礎資料を提供する。

作用荷重に対し効率的に抵抗するように設計された変厚フランジでは，垂直応力が一定値もしくはそれに近い比率となっており，板厚が変化するために，軸方向に圧縮力が変化する状態である。このような変厚フランジでは，力の釣り合い条件を満足するために，垂直応力に加えてせん断応力が作用する。このような応力状態の板要素の極限強度は，従来から用いられている変位制御あるいは荷重制御等の計算手法単独では解析することが出来ない。著者は，変厚鋼板の圧縮強度解析手法を開発し，変厚自由突出板の圧縮強度解析を行った。

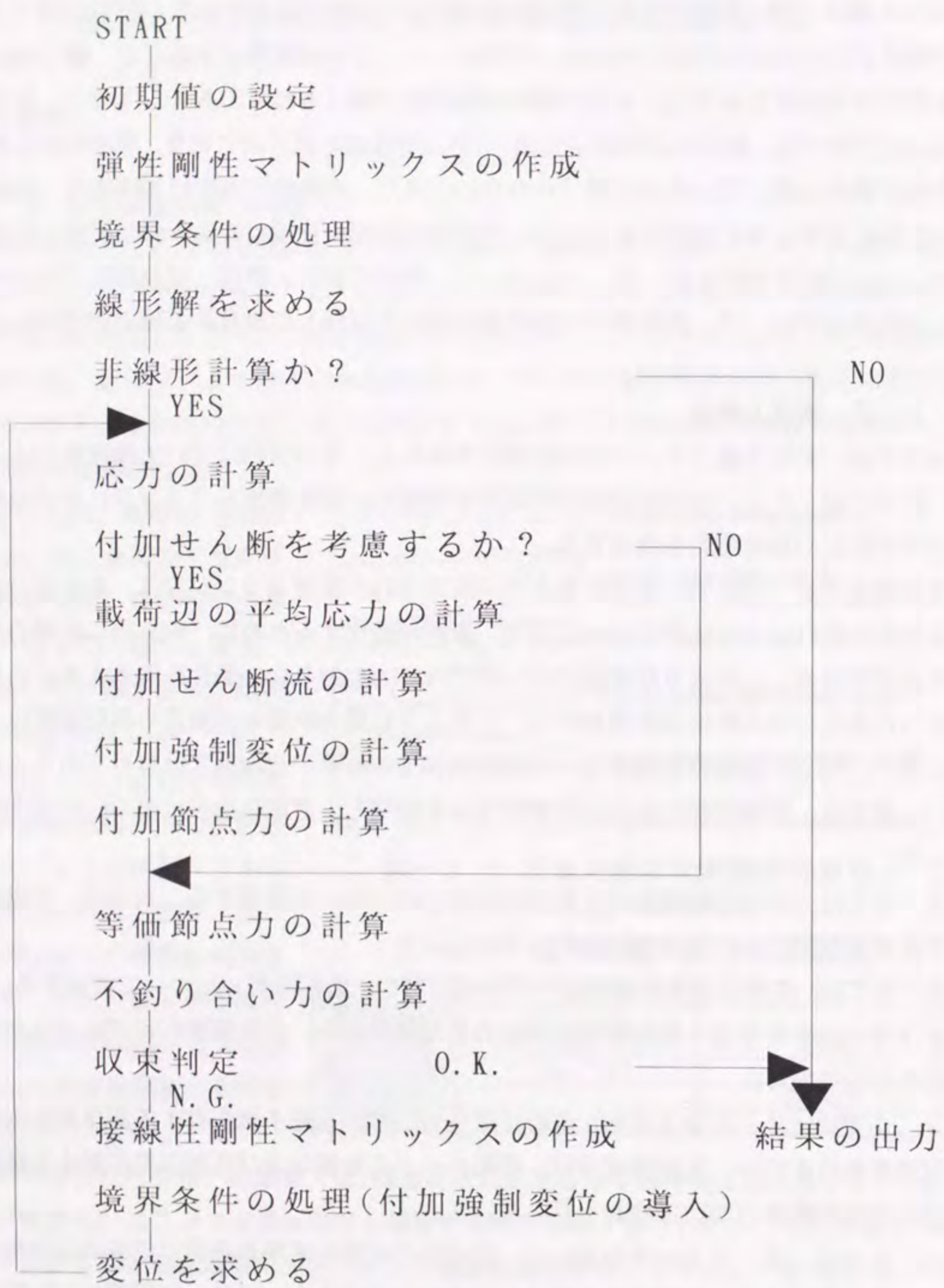
3．2では，変厚圧縮鋼板の圧縮強度解析手法について詳述する。さらに，予備計算により要素分割数についての検討を行っている。

3．3では，変厚自由突出鋼板のモデル化を行い，解析モデルについて詳述する。また，変厚フランジを有するI断面桁の残留応力測定結果から，変厚鋼板の残留応力分布のモデル化を行っている。

3．4では，3．2および3．3の結果を用いて，初期不整を有する変厚自由突出板の圧縮強度解析を行い，圧縮強度特性，座屈モードの検討および圧縮強度に対する板厚比および応力比の影響について検討を行っている。

3．5では，3．4の結果を用いて，任意応力状態の変厚自由突出鋼板の圧縮強度評価法の試案を作成する。圧縮強度評価法の試案の作成にあたっては，変厚鋼板の圧縮強度特性を反映することに重点をおいた手法と，設計段階での合理化を考えた手法について検討し，両者の有用性についても検討を行っている。

3．6は，本章のまとめであり，3．5までの成果の総括を行っている。



図－３．２ 計算アルゴリズム

３．２ 変厚鋼板の有限要素解析手法

３．２．１ 数値計算のアルゴリズム

変厚鋼板が溶接Ｉ断面桁のフランジとして用いられた場合，異なる板厚を有する断面での軸方向力が一定ではなく，軸方向応力の変化に応じた付加的なせん断応力が作用する一定応力状態の板要素にモデル化できる。従って，一定応力状態の変厚鋼板の耐荷力解析においては，この付加せん断応力を適切に評価し，断面内での力の釣り合いだけではなく板要素全体での軸力およびモーメントの釣り合いを保たなければならない。

通常，座屈解析においては変位制御の手法が用いられる。ところが一定応力状態の変厚鋼板には，先に述べたように，軸応力の大きさによって変化する付加せん断応力が存在している。つまり外力を強制変位として与えると同時に，軸応力の作用状態に応じた付加せん断応力を作用させる必要がある。一般的に用いられている変位制御の手法を単独で用いるだけでは，この付加せん断応力を考慮出来ないため，一定応力状態の変厚鋼板の耐荷力解析を行う場合には，既存の解析手法を改良し，付加せん断応力の考慮を可能にする必要がある。本研究では，変厚鋼板の極限強度の解析手法として，軸方向強制変位と強制せん断変形を与えることにより板要素内の力の平衡条件を満たすように制御する手法を開発した。この解析手法の計算アルゴリズムを，図－３．２に示す。

まず，鋼板載荷辺での軸応力の断面平均を計算する。次に，計算された平均軸応力とモデルの板厚比，設定応力比から板要素載荷辺および非載荷辺に沿った付加せん断流分布を仮定する。このせん断流から板要素のせん断変形を計算する。さらに，せん断変形から載荷辺およびその対辺の付加強制変位を計算し，各節点を移動する。ここで，各節点における不釣り合い力を計算し，これが許容誤差範囲内に収束するまで繰り返し計算を行う。

各 iteration での不釣り合い力について考える。各節点には，各 iteration で考慮される付加せん断応力により，付加的な等価節点力が加わることになる。通常の変位制御では，この付加等価節点力が不釣り合い力として処理されるため，一定応力状態のテーパープレートの耐荷力を解析することはできない。この付加等価節点力を不釣り合い力として処理しないようにする手段として，付加せん断流を節点力に変換し，各節点に仮想外力として載荷する方法をとる。従って，要素内の応力から計算した等価節点力から付加等価節点力を除去した成分を，各 iteration での不釣り合い力として繰り返し計算を行う。

以上のように，本解析法は，通常の変位制御法と荷重制御法を，それぞれ独立に展開させるのではなく，それぞれの制御法で得られる変位，応力，等価節点力を相互にフィードバックさせながら繰り返し計算を行う解析法である。

３．２．２ 有限要素モデル

本章で解析の対象とした構造は，圧延変厚フランジを有する溶接Ｉ断面桁の圧縮フランジであり，等厚フランジの場合と同様に変厚自由突出板としてモデル化を行っている。

溶接I断面の圧縮フランジの極限強度にはウェブの拘束効果が影響することが考えられ，境界条件が3辺単純支持1辺自由で与えられる自由突出板とI断面桁の圧縮フランジは，厳密な意味では一致した構造物ではない。しかし，この種のモデル化は，他の構造要素の極限強度解析においても通常行われており，また自由突出板の圧縮強度がフランジの圧縮強度の下限値に相当すると考えれば，妥当なモデル化であるといえる。

変厚鋼板の構造上の特性の中で，極限強度に対して最も影響が大きいといえるのは，当然のことながら板厚が連続的に変化している点である。本章では，この変厚鋼板の形状特性を考慮するために，要素として8節点のアイソパラメトリックシェル要素を用いた。アイソパラメトリック要素が，板厚が連続的に変化する変厚鋼板の有限要素モデルとして有効であることは，第2章において既に述べた通りである。

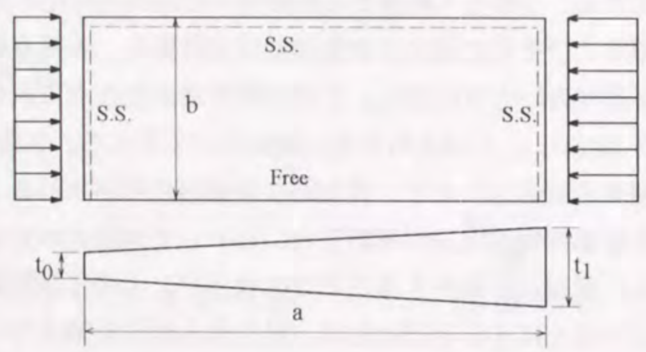
解析には，弾塑性有限変位プログラム（NASHEL）[3.6)]に，3．2．1で述べた計算アルゴリズムを付加したプログラム（NASTAP：NASHEL for Tapered Plate）を用いた。本プログラムは，幾何学的初期不整としての初期たわみと材料学的初期不整としての残留応力および板厚変化に伴う降伏応力の変化を考慮することができる。

3．2．3　変厚自由突出板の圧縮強度解析手法

ここでは，変厚自由突出板の極限強度解析のために開発した解析手法について詳述する。

（1）付加せん断流の算出

図−3．3に示す板厚が軸方向に連続的に変化する変厚自由突出板について考える。いま，この変厚鋼板が一定応力比状態にあると仮定する。このとき，板の軸方向に生じる軸力は等しくなく，全体で力の釣り合いが保たれない。そこで，軸応力比および板厚比に応じたせん断流およびせん断変形を付加し，全体での力の釣り合いを保たせる必要がある。ここでは，材料が弾性の場合について述べる。



図−3．3　変厚自由突出板モデル図

力の釣り合いより，載荷辺および非載荷辺におけるせん断流は図−3．4のようになる。ここで，両載荷辺における軸方向応力をσ_0，σ_1，板厚をt_0，t_1とし，

応力比：$r = \dfrac{\sigma_0}{\sigma_1}$　　　（3．1）

板厚比：$c = \dfrac{t_0}{t_1}$　　　（3．2）

とすると，非載荷辺におけるせん断流$q_{add.}$は次式で計算される。

$$q_{add.} = \frac{b}{a} t_0 \sigma_0 \left(\frac{1-rc}{rc} \right) \qquad (3.\ 3)$$

次に，載荷辺に沿うせん断流を求める。

今，非載荷支持辺からyの距離にある点での載荷辺に沿ったせん断流q_xについては，図−3．5に示す微小区間での釣り合い条件より次式で計算される。

$$\begin{aligned} q_x &= \int_y^b \{(\sigma_0 + d\sigma_x)(t_0 + dt) - \sigma_0 t_0\} d\eta \\ &= \frac{dt}{dx}\int_y^b \sigma_0 d\eta + t_0 \int_y^b \frac{d\sigma_x}{dx} d\eta \end{aligned} \qquad (3.\ 4)$$

（2）付加せん断変形および付加強制変位の算出

（1）で計算された付加せん断流は，載荷辺の板厚を用いて付加せん断応力に変換でき，さらにこれより付加せん断ひずみが計算される。

$$\tau_{add.} = \frac{q_{add.}}{t_{cal.}} \qquad (3.\ 5)$$

$$\gamma_{add.} = \frac{1+\upsilon}{E}\tau_{add.} \qquad (3.\ 6)$$

ここに，$t_{cal.}$はせん断応力を求める載荷辺での板厚

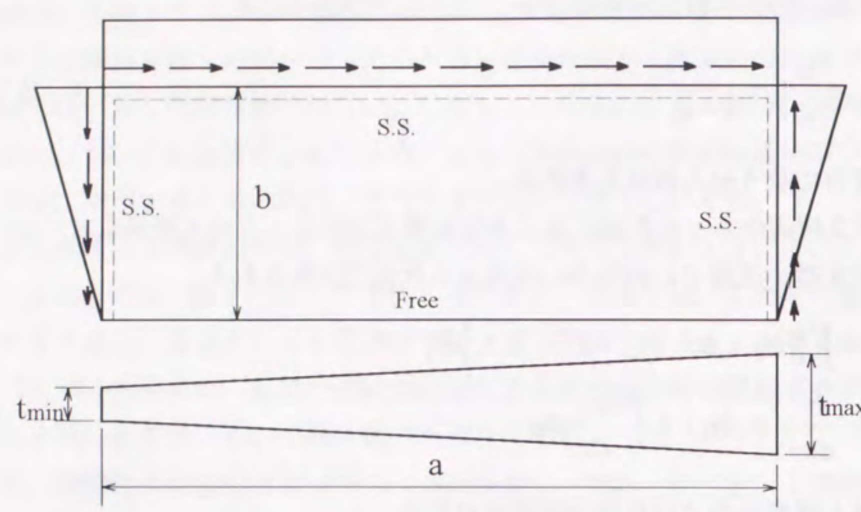
ここで，載荷辺において$\gamma_{add.}$なる付加せん断ひずみを生じさせるために，薄部および厚部の両載荷辺に付加的な強制変位を与える。このとき，非載荷支持辺からy離れた点における軸方向の付加強制変位は次式で与えられる。

$$\Delta u_{add.} = \gamma_{add.} \cdot y \qquad (3.\ 7)$$

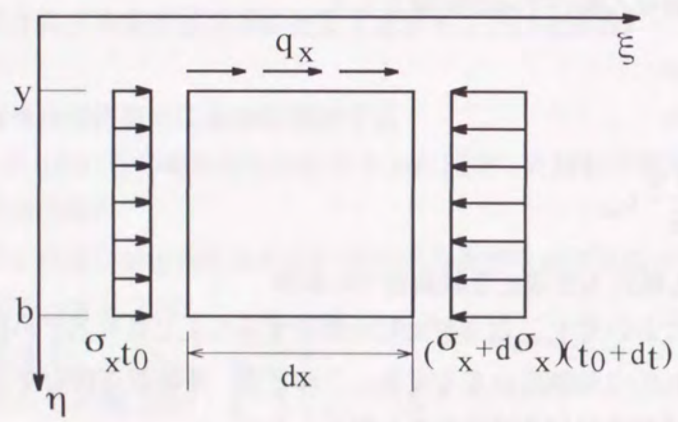
これを図示すると，図−3．6のようになる。

（3）収束判定

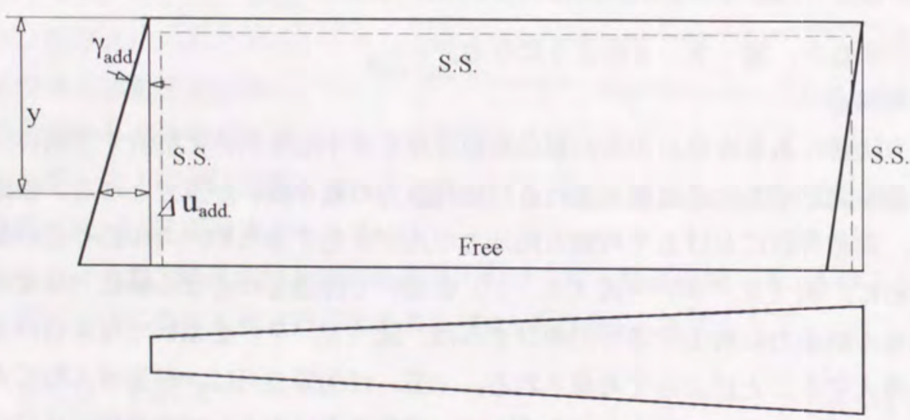
一定応力状態にある変厚自由突出板の極限強度を本手法を用いて解析する場合，力の釣り合い条件を満足するために導入される付加節点力の取り扱いが重要となる。各繰返し計算時には，両載荷辺における平均軸方向応力の比が変化するため，力の釣り合い条件を満足するために，式（3．3）〜式（3．5）を用いて付加されるせん断応力は変化する。この付加せん断応力に対応するせん断ひずみは，式（3．7）を用いて与えられる付加強制変位を導入することによって考慮される。一方，付加節点力は，付加せん断応力を考慮することによって発生する節点力であるため，不釣り合い力として変厚鋼板に作用するものではない。また，この付加節点力を不釣り合い力として取り扱うと，付加せん断応力が打ち消されることになり，一定応力状態での解析を行うことはできない。従って，等価節点力ベクトル$\boldsymbol{F}_1^n$から，付加せん断変形および付加せん断応力から計算される付加節点力



図－３．４　付加せん断流概念図



図－３．５　微小領域での釣り合い条件



図－３．６　付加強制変位概念図

P_i^nを除去して不釣り合い力U_i^nを求める必要があり，収束判定を行う場合に，次式によって不釣り合い力ベクトルを計算することになる。また，式中のF_0は，残留応力が存在した場合に，初期状態での釣り合いを満足するための初期仮想外力である。

不釣り合い力は，

$$U_i^n = F_i^n - P_i^n - F_0 \qquad (3.\ 8)$$

で計算され，収束の判定は不釣り合い力ベクトルのユークリッドノルムを用いて，次式により行う。

$$\left\| \left(U_i^n \right)^2 \right\| \ll \text{eps.} \qquad (3.\ 9)$$

３．２．４　材料が塑性化した場合の付加せん断の考え方

３．２．３では，材料が弾性である場合の付加せん断流，せん断変形について，その算出方法について述べた。しかし，極限強度解析の場合には，材料が塑性化した場合について検討しておく必要がある。材料が塑性化した場合に，３．２．３で述べた方法では

１）ある断面が塑性化した場合，軸方向応力は降伏応力を超えて弾性的に上昇することはなく，応力比を板要素内で一定比として制御できない。

２）載荷断面が塑性化した場合，式（３．６）を用いてせん断流からせん断変形角を求めることはできない

などの問題点が生じる。このような問題点に対し，以下ように対処し解析を行うこととした。

１）に対しては，ある断面が塑性化した場合でも，軸方向力に対しては，せん断応力成分が増加することによって断面が抵抗するといえる。従って，応力比は一定比とならないが，軸力比は一定比であると考えられる。そこで，式（３．１）に変わり，次式で応力比（ｒ）を与える。

$$r = \frac{N_{min} / A_{min}}{N_{max} / A_{max}} \qquad (3.\ 10)$$

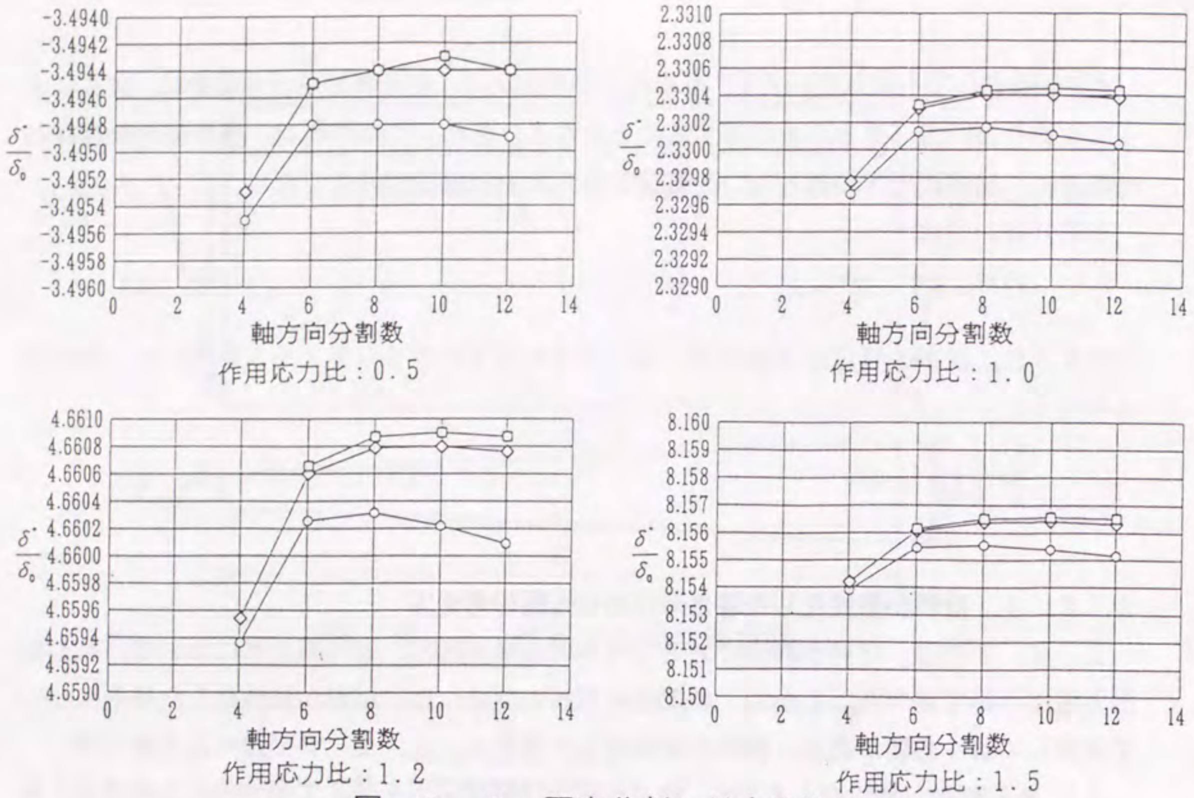
ここに，N_{min}：最小板厚断面での軸方向力

A_{min}：最小板厚断面の断面積

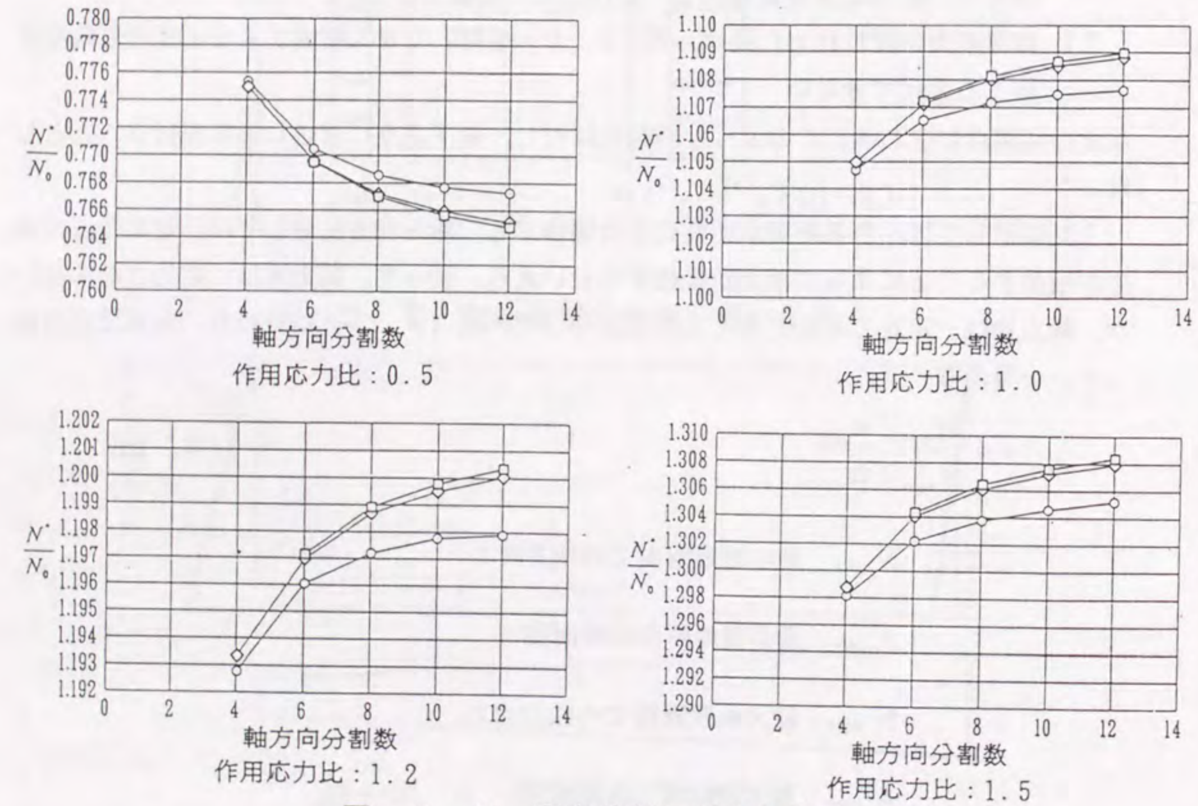
N_{max}：最大板厚断面での軸方向力

A_{max}：最大板厚断面の断面積

式（３．10）の分子は，最小板厚断面での見かけ上の平均軸方向応力であり，分母は最大板厚断面での見かけ上の平均軸方向応力となっている。このことから，式（３．１）で



図－3．8　要素分割に対する検討



図－3．9　要素分割に対する検討

板幅：40cm
板長：100cm
板厚：1.6～2.0cm
テーパー比：1.25

○──○ 板幅方向分割数＝2
◇──◇ 板幅方向分割数＝4
□──□ 板幅方向分割数＝6

δ^*：せん断変形による軸方向移動量
δ_0：強制変位量
N^*：軸方向圧縮力
N_0：平均軸圧縮力

定義された応力比 r は，載荷辺およびその対辺における見かけ上の平均軸方向応力の比であると再定義できる。

一方，２）の問題に対しては，式（3．6）で用いる弾性領域での応力―ひずみ関係に替わり，塑性化を考慮した弾塑性の応力―ひずみ関係を用いることによって対処できる。この場合，式（3．6）が次式のように書き換えられる。

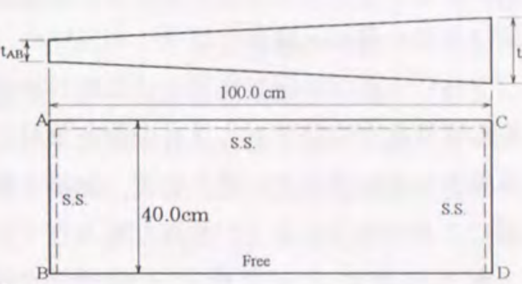
$$\gamma_{\mathrm{add.}} = \left\{ D_{31}^{ep} \quad D_{32}^{ep} \quad D_{33}^{ep} \quad D_{34}^{ep} \quad D_{35}^{ep} \right\} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{Bmatrix} \qquad (3.\ 11)$$

ここに D^{ep} は，弾塑性の応力―ひずみマトリックス

式（3．11）は，弾性領域では $D_{31}^{ep} = D_{32}^{ep} = D_{34}^{ep} = D_{35}^{ep} = 0$ であることを考えれば，式（3．6）と等価な式であるといえる。

3．2．5　要素分割の検討

変厚自由突出鋼板の圧縮強度解析に先立ち，軸方向および幅方向の要素分割数に関する検討を行った。解析モデルは，板幅 b ＝40.0cm，板長 L ＝100.0cm の自由突出板で，最小板厚 16mm から最大板厚 20mm まで板厚が直線的に変化しており，板厚比は 0.8 となっている。幅方向の分割数は２，４，６の３種類，軸方向の分割数は４，６，８，10，12 の５種類とした。また，それぞれの分割数に対して，応力比を 0.5，1.0，1.2，1.5 の４通りに変化させている。図―3．7に解析モデルを示す。図―3．8に，図―3．7の点Bの付加せん断変形による軸方向移動量と強制変位量の比と要素分割数の関係を，図―3．9には断面CDにおける軸方向圧縮力と平均軸圧縮ひずみから計算した断面平均軸圧縮力の比と要素分割数の関係を示す。



図－3．7　解析モデル

図－3．8では，軸方向に４分割した場合は，他の分割数に比べて差が大きくなっているが，その差は１%に満たない。また，軸方向に６分割以上とれば，分割数の影響は小さくなり，６分割した場合と 12 分割した場合の差は，0.1%以下であった。幅方向の分割数では，２分割した場合が，他の場合に比べて差が大きくなっており，４分割した場合と６分割した場合では有意な差は認められなかった。

図―3．9を見てみると，点Bの移動量と同様に，幅方向の分割数を４分割した場合と６分割した場合で有意な差は認められなかった。一方，軸方向分割数が大きくなるに従っ

て軸圧縮力と断面平均圧縮力の比が大きくなっているが，分割数を変えた場合の差は，最大でも１％に満たない。このことから，軸圧縮力に対しては，軸方向分割数は大きく影響しないといえる。

図—３．８および図—３．９の結果から，変厚自由突出フランジの圧縮強度解析では，幅方向に４分割，軸方向に８分割の要素分割数を採用する。

３．２．６　変厚鋼板の初期不整モデル

変厚鋼板の極限強度特性に関する研究が少ないことと同様に，変厚鋼板の初期不整の実測データ[3.7]も数少ない。初期不整の存在が極限強度に影響することは，等厚鋼板の場合と同様に変厚鋼板においても考えられるが，板厚が変化していることから，極限強度に対する影響は異なると予想される。等厚鋼板をフランジに用いた場合と変厚鋼板をフランジに用いた場合の溶接Ｉ断面桁をモデルに考えてみると，フランジの板厚分布が異なる以外には，その製作工程・形状に大きな差違はない。変厚鋼板に初期不整が発生する要因として，等厚鋼板における発生要因と同様に，断面の製作・組み立てなどの工程を考えると，等厚鋼板と変厚鋼板の初期不整量モデルの相違点は，板厚変化の影響であるといえる。そこで，各初期不整に対する板厚変化の影響について考えてみる。

まず変厚フランジの残留応力について，その発生要因の方向から考えてみる。等厚板を用いた場合に，フランジに発生する残留応力の発生要因としては，

（１）一部分の体積変化

（２）一部の塑性変形または不均一の塑性変形

（３）幾何学的な適合条件が満たされていない場合の無理な組み立て

などが指摘されている。特に，溶接Ｉ型断面を考えると，ガス切断による残留応力，溶接による残留応力および無理な組み立てによる残留応力が考えられる。

ガス切断によって生じる熱効果が起因する残留応力については，Young[3.8]やDwight[3.9),3.10]が，引張残留応力の存在する領域（ｃ）について，経験式として次式を与えている。

$$c = 4.6\frac{235}{\sigma_Y}\sqrt{t} \qquad (3.\ 12)$$

式（３．１）は等厚鋼板を対象とした経験式であるが，変厚鋼板にもこの式を適用した場合，板厚変化の影響で引張残留応力の発生領域が変化することになる。

溶接による残留応力に関してもYoungやDwightによって，入熱量とビード断面積が大きければ圧縮残留応力も大きくなることが指摘されている。ビード断面積はフランジの板厚が変化することによって変わるため，変厚フランジ内では，圧縮残留応力の大きさ自体が変化していることも予測できる。

次に，力学的な面から残留応力モデルについて考えてみる。変厚フランジの残留応力は，同一断面内で自己平衡するだけではなく，任意断面間で軸方向の力の釣り合いが保たれて

いなければならない。等厚フランジを用いた場合，断面積が板要素全体で一定であるため，同一断面内での平衡条件が満足されれば必然的に軸方向の力の釣り合い条件は満足される。ところが変厚フランジの場合，断面積が軸方向に変化するために，断面内での平衡条件が満足されていても軸方向の力の釣り合い条件が満たされているとは言えず，両者を同時に満足するように残留応力のモデル化を行う必要がある。つまり変厚フランジでは，引張残留応力や圧縮残留応力の大きさや分布領域が，力の釣り合い条件を保ちながら軸方向に変化することが考えられる。

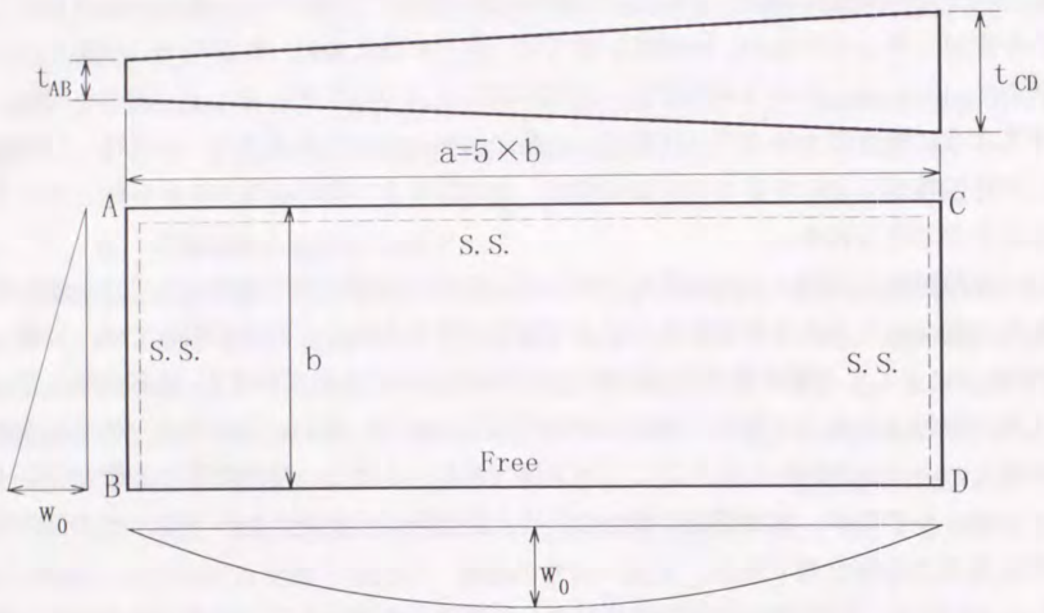
次に，変厚鋼板の初期たわみに関して考える。初期たわみの発生要因としては，溶接変形や製作工程で加えられる外的拘束力による変形が考えられる。前者に関しては，佐藤－寺崎[3.11)-3.14]によって比較的簡略な溶接変形の評価式は与えられているが，後者に関しては，製作工程が複雑であること等から明確な評価式は得られていない。このため，任意の板要素の初期たわみを確定論的に与えることは困難である。しかし，溶接変形の影響が存在することは明らかであり，等厚鋼板の初期たわみと変厚鋼板の初期たわみでは，その形状特性に差があることは予測できる。

これらのほかに，変厚鋼板の極限強度に対し影響する要因として，板厚の変化に伴う降伏応力の変化が考えられる。溶接時によりビード近傍では降伏応力程度の残留応力が発生し，残留応力は断面内で自己平衡かつ板厚変化に関わらず軸方向に力の釣り合い条件を満たすと考えると，この降伏応力の変化が鋼板の塑性化および極限強度に直接影響するだけではなく，残留応力分布にも影響することは明らかである。板厚の異なった等厚板の引張試験から，板厚変化に伴う降伏応力の変化を統計的に処理した研究は幾つか報告されている[3.15),3.16]。ところが，連続的に板厚を変化させて圧延することによって製作する変厚鋼板から取り出した試験片を用いた引張試験結果は数少なく，データが不足しているのが現状である。

３．３　変厚自由突出板の解析モデル

３．３．１　解析モデルの諸元

解析を行った変厚自由突出板の構造諸元を表－３．２および図－３．10に示す。変厚板の最小板厚を全て10 mmとし，最大幅厚比パラメータ（最小板厚断面での幅厚比パラメータ）が0.7，0.9，1.1，1.3となるように板幅ｂを，さらにアスペクト比α=5.0となるように板長Ｌを決定した。最大板厚を変化させることによって，板厚比ｃ＝1/1.1, 1/1.2, 1/1.3, 1/1.4の４種類を与えている。また，変厚板の応力比（ｒ）は，最も有効に利用している状態といえるr=0.0の一定応力状態から，要素内が一定軸力であり，変厚鋼板の形状特性を有効に利用していないといえるr=1/cまでを考え，この間を５段階に分割し，応力比の変化による影響について検討することとした。



図－３．10　変厚自由突出板の解析モデル

表－３．２　解析モデルの構造諸元

	最小板厚	最大板厚	1/板厚比	最小板厚断面のλ_p	最大板厚断面のλ_p	板幅	応力比　r				
	t_{min}	t_{max}	1/c	$\lambda_{P,min}$	$\lambda_{P,max}$	b	A	B	C	D	E
TP0711	1.000	1.100	1.100	0.700	0.636	12.833	1.100	1.075	1.050	1.025	1.000
TP0712	1.000	1.200	1.200	0.700	0.583	12.833	1.200	1.150	1.100	1.050	1.000
TP0713	1.000	1.300	1.300	0.700	0.538	12.833	1.300	1.225	1.150	1.075	1.000
TP0714	1.000	1.400	1.400	0.700	0.500	12.833	1.400	1.300	1.200	1.100	1.000
TP0911	1.000	1.100	1.100	0.900	0.818	16.500	1.100	1.075	1.050	1.025	1.000
TP0912	1.000	1.200	1.200	0.900	0.750	16.500	1.200	1.150	1.100	1.050	1.000
TP0913	1.000	1.300	1.300	0.900	0.692	16.500	1.300	1.225	1.150	1.075	1.000
TP0914	1.000	1.400	1.400	0.900	0.643	16.500	1.400	1.300	1.200	1.100	1.000
TP1111	1.000	1.100	1.100	1.100	1.000	20.166	1.100	1.075	1.050	1.025	1.000
TP1112	1.000	1.200	1.200	1.100	0.917	20.166	1.200	1.150	1.100	1.050	1.000
TP1113	1.000	1.300	1.300	1.100	0.846	20.166	1.300	1.225	1.150	1.075	1.000
TP1114	1.000	1.400	1.400	1.100	0.786	20.166	1.400	1.300	1.200	1.100	1.000
TP1311	1.000	1.100	1.100	1.300	1.182	23.833	1.100	1.075	1.050	1.025	1.000
TP1312	1.000	1.200	1.200	1.300	1.083	23.833	1.200	1.150	1.100	1.050	1.000
TP1313	1.000	1.300	1.300	1.300	1.000	23.833	1.300	1.225	1.150	1.075	1.000
TP1314	1.000	1.400	1.400	1.300	0.929	23.833	1.400	1.300	1.20	1.100	1.000

材料は，鋼種をSS400とし，弾性係数$E=2.1\times10^6$ kgf/cm^2，ポアソン比$\nu=0.3$の完全弾塑性体とした。板厚による降伏応力度の変化については，実測データが少なく両者の関係が明らかでは無いため，板厚に関係無くSS400材の公称値（σ_Y=2400kgf/cm^2）で一定としている。

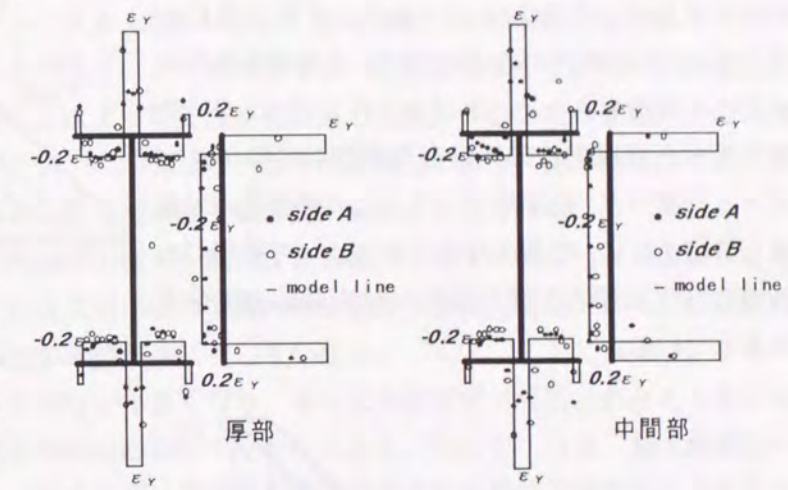
３．３．２　初期たわみおよび残留応力

初期たわみとして，次式で与えられる波形を与えた。

$$w_0 = \frac{b}{100}\frac{y}{b}\, sin\left(\frac{x}{a}\pi\right) \qquad (3.\ 13)$$

初期たわみの最大値は，文献３．17)されるように，道路橋示方書において製作時の制限値として採用されている値であり，実測データにおいては$\mu+0.12\,\sigma$に相当する値である。

変厚鋼板をフランジに用いた溶接Ｉ断面桁の残留応力測定[3.8]では，図―３．11に示すように，残留応力の軸方向成分は板厚に関わらず圧延方向に一様な分布となる結果が得られている。ところが軸応力成分だけでは，板要素内で力の釣り合いが満足されず，せん断応力成分を考慮する必要がある。しかし，文献３．８）で行われた残留応力測定では，軸方向成分だけが測定され，せん断応力成分は測定されていない。このため，変厚フランジにおける残留応力のせん断応力成分に関しては実測データがない。そこで，以下の手順に従って，残留応力のせん断応力成分の分布を仮定することとした。以下の手順では，せん断応力成分を考慮しても軸方向成分は変化せず一定値であるとしている。



図－３．11　残留ひずみ測定結果

図―３．11から残留応力の軸方向成分の分布を次のように仮定する。

$$\sigma_r(y)=\begin{cases}\sigma_{r,t}=\sigma_Y & (0.87b\le y\le b)\\ \sigma_{r,c}=-0.2\sigma_Y & (0.1b\le y\le 0.87b)\\ \sigma_{r,r}=0.2\sigma_Y & (y\le 0.1b)\end{cases} \qquad (3.\ 14)$$

全体での力の釣り合い条件より，非載荷支持辺に沿ったせん断流は存在しないといえるため，載荷辺に沿ったせん断流は次式で求められる。

$$
q_Y = \begin{cases} \dfrac{t_{max}}{t_{min}}\sigma_Y(b-y) & (0.87b \le y \le b) \\ \dfrac{t_{max}}{t_{min}}(-0.2\sigma_Y)(0.87b-y)+q_1 & (0.1b \le y \le 0.87b) \\ \dfrac{t_{max}}{t_{min}}(0.2\sigma_Y)(0.1b-y)+q_2 & (y \le 0.1b) \end{cases} \qquad (3.\ 15)
$$

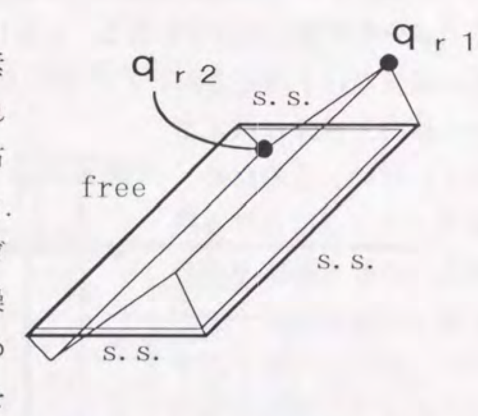
ここに，q_1，q_2 は図—3．12 に示す，せん断流の不連続点の値である。

以上より，鋼板内任意点におけるせん断応力は次式で与えられることになる。

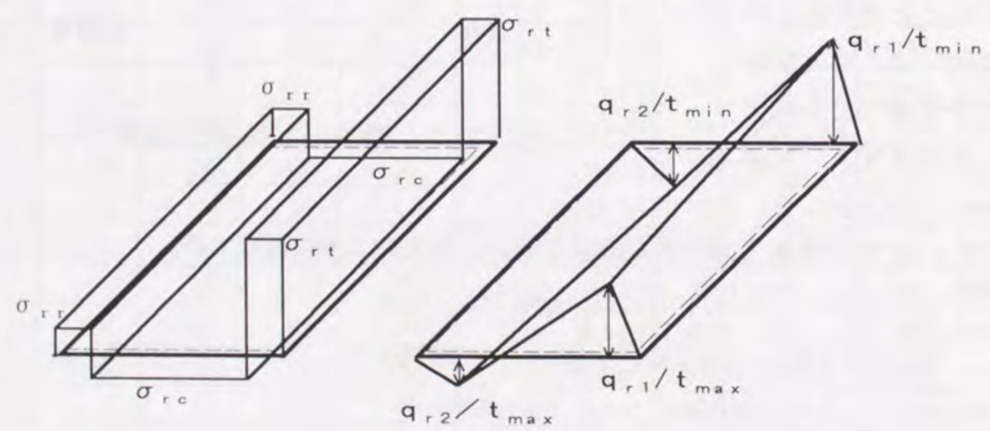
$$
\tau_r = \begin{cases} \sigma_Y(b-y)\dfrac{t_{max}}{t_{min}}\dfrac{1}{t_x} & 0.87b \le y \le b \\ -0.2\sigma_Y(0.87b-y)\dfrac{t_{max}}{t_{min}}\dfrac{1}{t_x}+\dfrac{q_1}{t_x} & 0.1b \le y \le 0.87b \\ 0.2\sigma_Y(0.1b-y)\dfrac{t_{max}}{t_{min}}\dfrac{1}{t_x}+\dfrac{q_2}{t_x} & y \le 0.1b \end{cases} \qquad (3.\ 16)
$$

図—3．13 にモデル化した残留応力分布を示す。

以上の残留せん断応力成分の定式化では，板要素は初期たわみの存在しない平板として取り扱われている。この初期たわみの存在による残留応力分布の変化を考慮するため，本プログラムでは，3．2．1 で示した変厚鋼板の圧縮強度解析の計算アルゴリズムに基づき，初期値として上記の値を用いて繰返し計算を行い，収束させることによって初期たわみが存在する場合の残留応力のせん断応力成分を計算している。



図—3. 12　残留せん断流分布



（a）軸応力成分　　（b）せん断応力成分

図—3. 13　残留応力分布モデル

3．4　変厚自由突出板の圧縮強度特性

3．4．1　圧縮強度特性

任意の応力比および板厚比が与えられた変厚自由突出板の，形状的特性と力学的特性を一度に示すパラメータとして，板厚比と応力比を用いて式（3．17）で与えられるパラメータ β を考える。このパラメータ β は，変厚鋼板の特性を最大板厚断面での応力余裕量として表わすパラメータとなっている。

$$
\beta = \frac{r-1}{c-1}c \qquad (3.\ 17)
$$

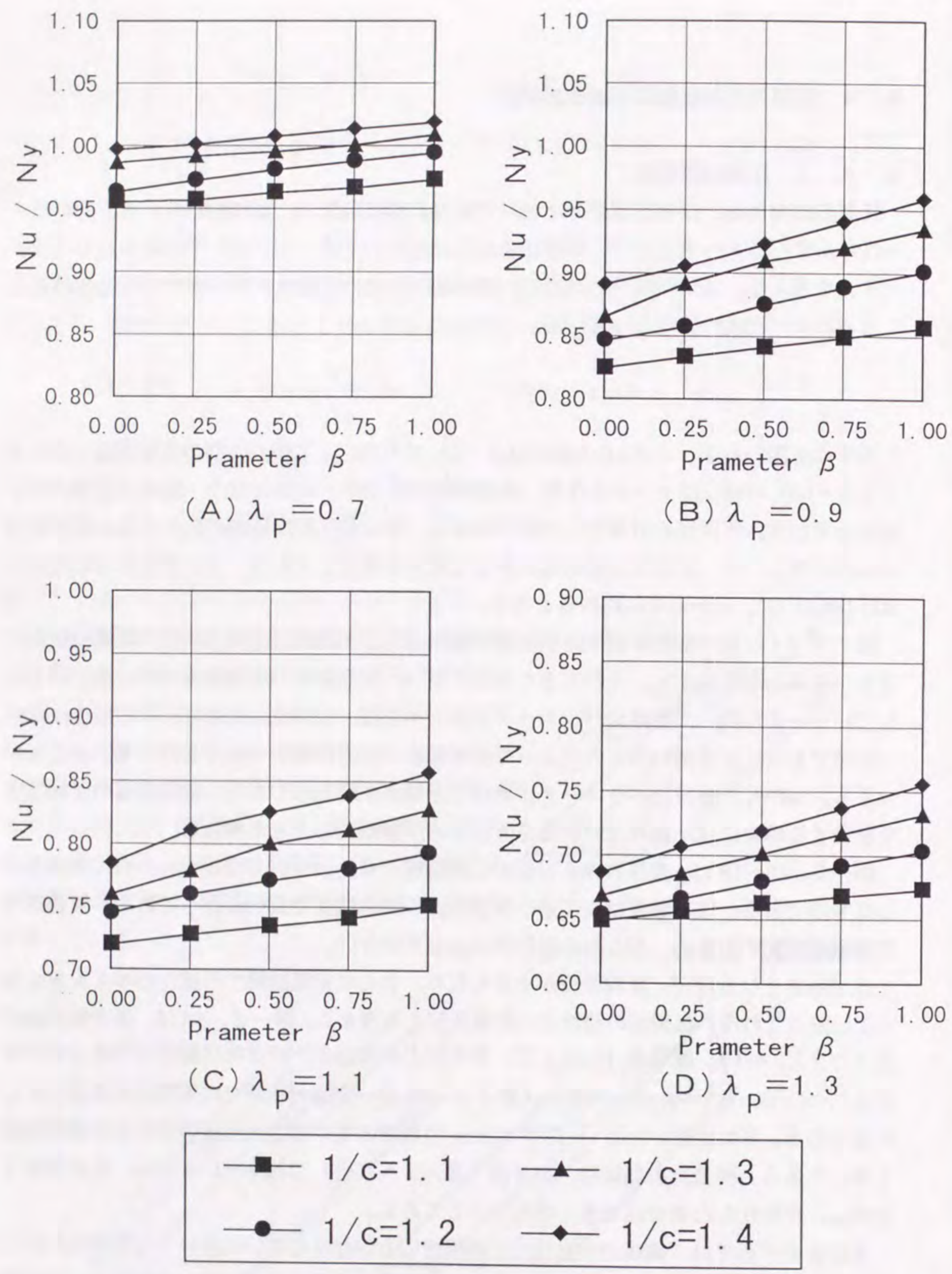
板厚比に関わらず，$\beta=1.0$ の場合は $r=1/c$ であり，一定軸力状態の変厚鋼板を表わす。また $\beta=0.0$ の場合は $r=0$ となり，板要素内の応力が一定値となる一定応力状態の変厚鋼板を表わす。本研究の対象とした変厚鋼板は，全て最小板厚断面の応力が最大板厚断面の応力と等しいか，それを上回る応力となる場合を想定しており，β は設定した応力比と板厚比に応じて 1.0～0.0 の間の値となる。

図—3．14 に最小板厚断面の降伏強度で無次元化した変厚自由突出鋼板の圧縮強度とパラメータ β の関係を示す。β が大きくなるに従い，変厚鋼板の圧縮強度がほぼ線形に上昇している。また同一の幅厚比パラメータのモデルでは，板厚比によらず，その傾きはほぼ一定値であり，β を用いることによって変厚鋼板の応力状態が一様に表わせていることがいえる。しかし，幅厚比パラメータが異なると傾きが変化しており，変厚鋼板の圧縮強度を評価する場合には，幅厚比の影響を考慮する必要があると考えられる。

図—3．15～18 は，変厚自由突出板の圧縮強度と自由辺中央での板たわみ量の関係を示したものである。圧縮強度は全て最小板厚断面の降伏強度で無次元化してある。板要素内で板厚が変化するため，板たわみは無次元化していない。

β が小さくなるほど，圧縮強度が小さくなり，さらに極限状態での板たわみも大きくなっている。これを，板要素の塑性化の進展状況から考える。図—3．19 は，最大幅厚比パラメータ $\overline{\lambda}_P=0.7$，板厚比 $1/c=1.3$ で，各断面の極限強度がほぼ降伏強度で与えられるモデルについて，$\beta=1.0$ の一定軸力状態と $\beta=0.0$ の一定応力状態での塑性化の進展を示した図である。また比較のため，板厚が 13mm の場合の等厚自由突出板の塑性化の進展状況も描いてある。弾塑性の判定は，積分点（$2\times2=4$ 点）で行っているため，各要素を 4 分割し，塑性化した積分点を黒く塗りつぶしてある。

等厚板モデルでは，鋼板の中央部で圧縮残留応力が存在していた部分より塑性化が始まり，荷重の増大に伴って両側へ対称に塑性化した領域が拡がっている。残留応力の圧縮領域が全て塑性化すると，続いてガス切断の影響で引張残留応力が存在しいていた自由辺の中央部が塑性化し，極限状態では，溶接線近傍（非載荷支持辺）を除いて塑性化している。一定軸力状態のモデルでは，板要素の中央部からではなく，最小板厚断面側から塑性化が



図－3．14　圧縮強度解析結果（最小板厚断面で評価した場合）

開始し，板厚の薄部から厚部側へ塑性化した領域が拡がっている。このため，薄部側がある程度塑性化した段階でも，厚部側ではあまり塑性化しておらず，また板全体での極限状態に達しても，厚部では一部が塑性化するだけであり，応力に十分余裕があることがわかる。一方，β=0.0のモデルでは，板中央部から塑性化が開始しているが，付加せん断応力の影響で厚部側の端部においても同時に塑性化が発生している。さらに荷重が作用すると，板の中央からだけではなく，端部からも塑性化が進行する。これもまた，付加せん断応力の影響であるといえる。β=1.0の場合とは異なり，厚部と薄部の応力を一定値となるように制御しているため，厚部と薄部の両側から塑性化が進展していることが特徴であるといえる。また，極限状態では，板全体にわたり塑性化しており，厚部での応力には余裕がないといえる。

塑性化することによって板の剛度が低下することを考えれば，βが大きく，薄部が塑性化しても厚部に弾性領域が多く残る場合は，外力や変形に対する厚部の抵抗が大きいため圧縮強度が大きくなり，またたわみ量も小さくなるといえる。逆にβが小さく，薄部と同時に厚部でも塑性化が生じる場合は，板全体の剛度もβが大きな場合に比べれば小さく，従って圧縮強度が低下し，たわみ量が大きくなるといえる。

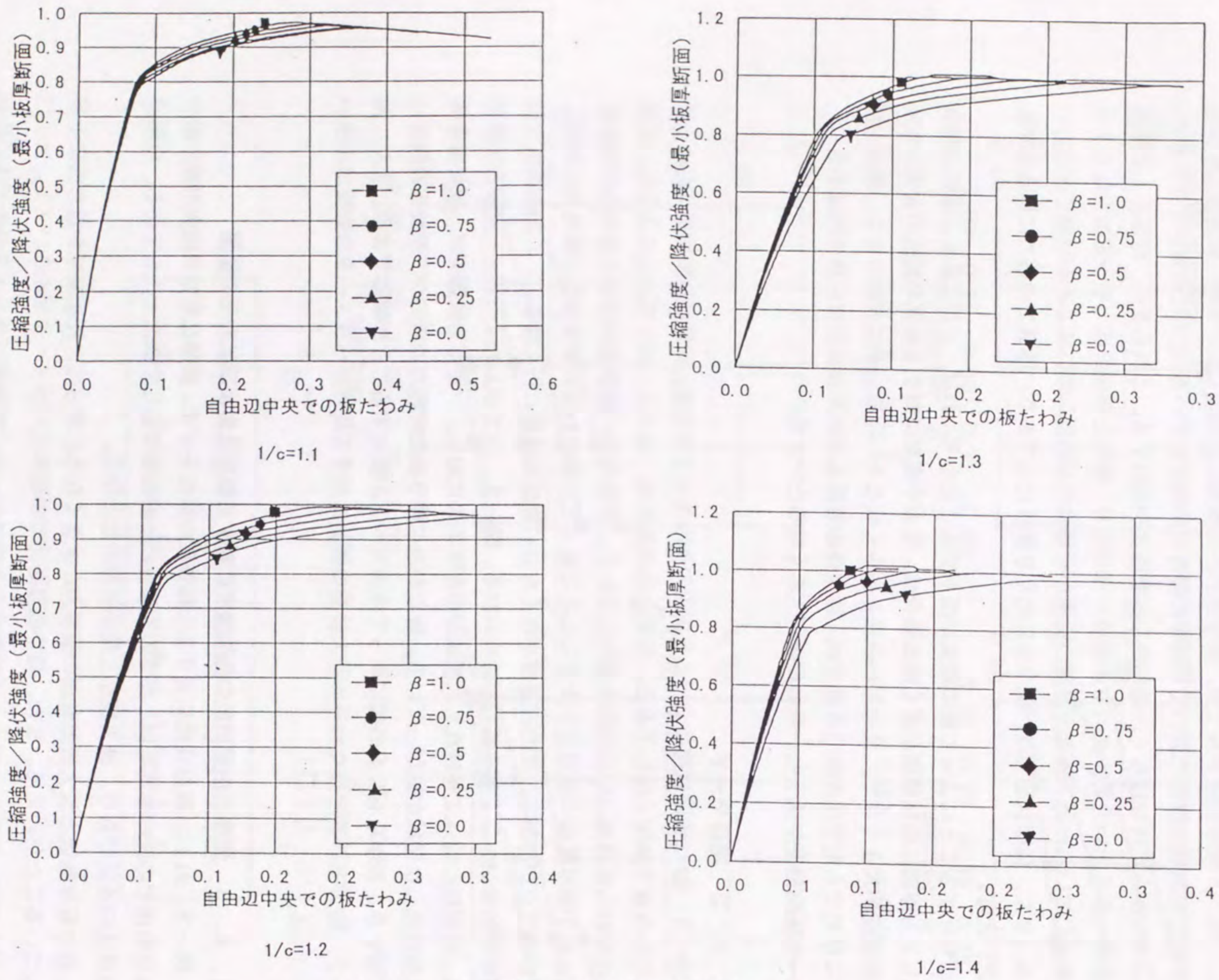
3．4．2　座屈モード

図—3．20に極限状態における自由辺の変形モードを示す。縦軸は極限状態における最大たわみ量で無次元化してある。初期たわみ波形は，式（3．13）で示したように，板厚比に関わらず自由辺中央で最大値としている。ところが，板厚比が小さくなり最大板厚断面と最小板厚断面の板厚差が大きくなるに従って，板たわみの最大位置が薄部側に移動していることがわかる。また，βが小さくなり一定応力状態に近くなると，たわみの最大位置の移動量が小さくなる傾向が認められる。図—3．19で示したように，一定軸力状態では，薄部側に偏って塑性化した領域が存在するのに対し，一定応力状態では，板要素全体に塑性化した領域が拡がっている。板たわみに伴う板曲げ応力の増加が，塑性化の進展に影響することからも，βの値によって座屈モードが変化することが確認できる。また，図—3．20から，βと板たわみの最大位置の関係に対する幅厚比パラメータの影響は小さいと言える。

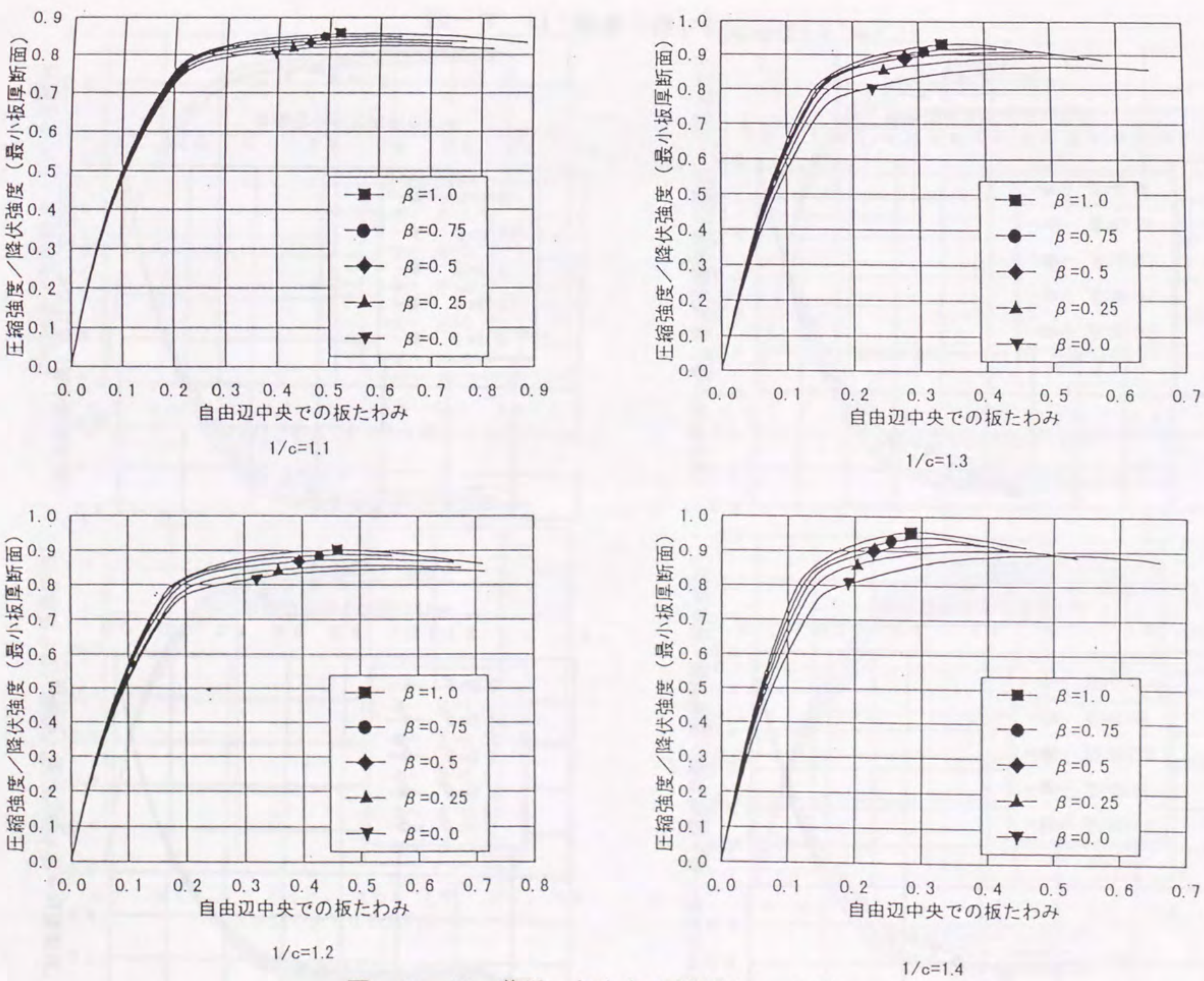
3．4．3　変厚自由突出板の極限強度に対する板厚比および応力比の影響

図—3．21に，板厚変化に対する圧縮強度の変化を示す。縦軸は変厚自由突出板の最小板厚断面での圧縮強度を同じ厚さの等厚板の圧縮強度で除して無次元化してある。横軸は板厚比の逆数であり，最大板厚と最小板厚の比となる。

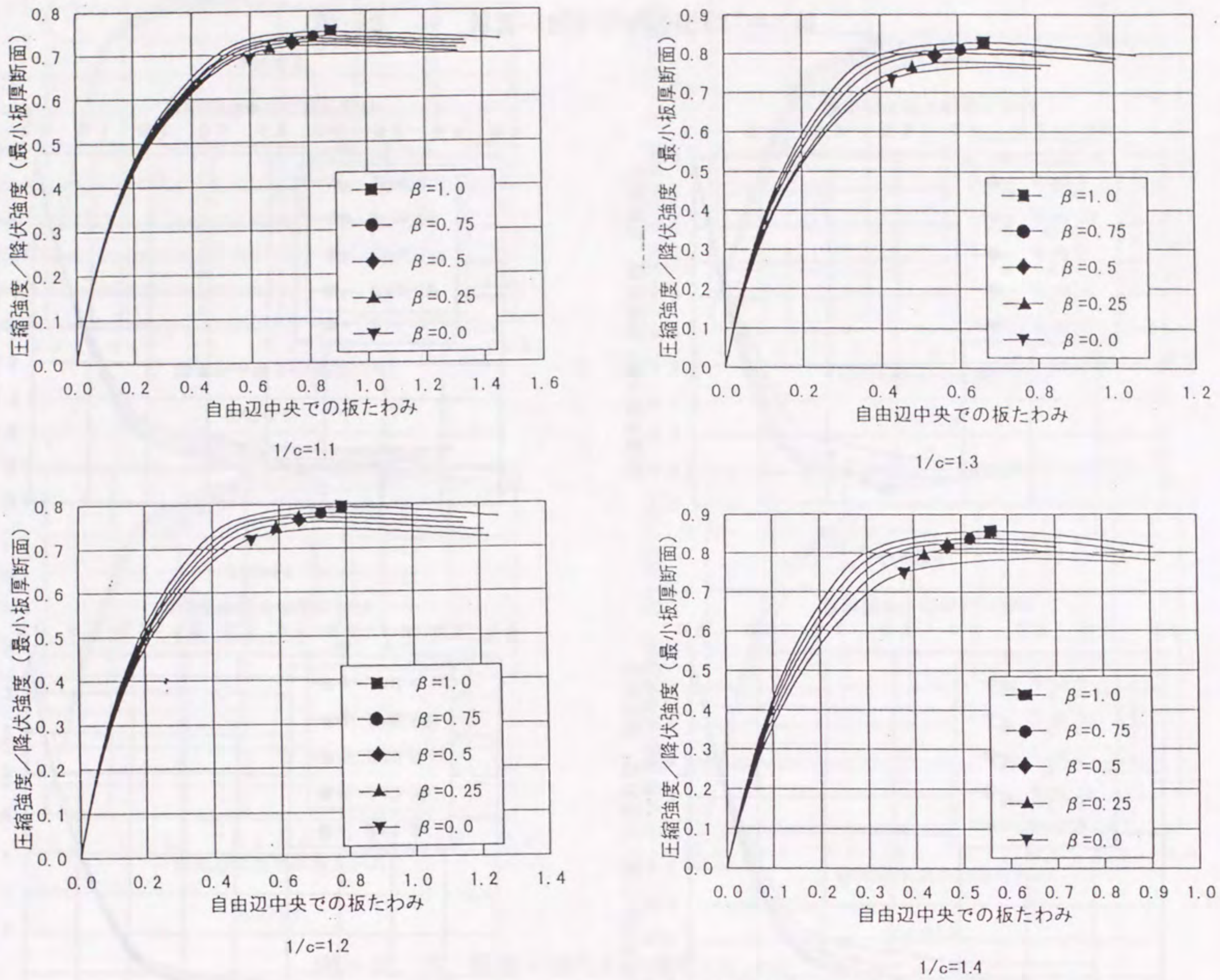
最小板厚断面と最大板厚断面の板厚差が大きくなるに従って，圧縮強度が線形的に上昇していることがいえる。また，最小板厚断面での幅厚比パラメータが小さい（$\bar{\lambda}_{P,0}$ =0.7）モデルでは，等厚板に対する圧縮強度の上昇量が，他の幅厚比パラメータのモデルに比べ



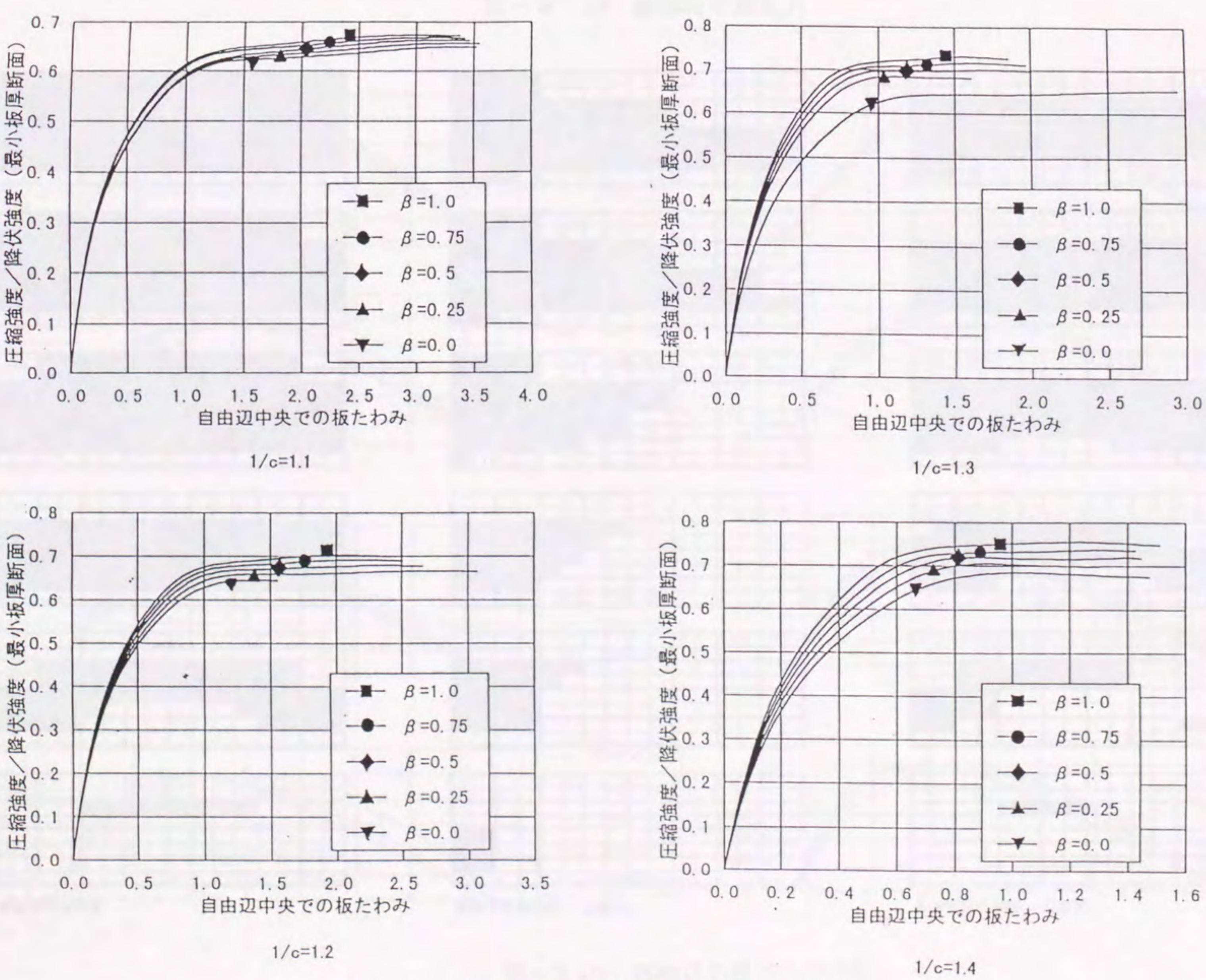
図－３．15　荷重－板たわみ関係（λ_p=0.7）



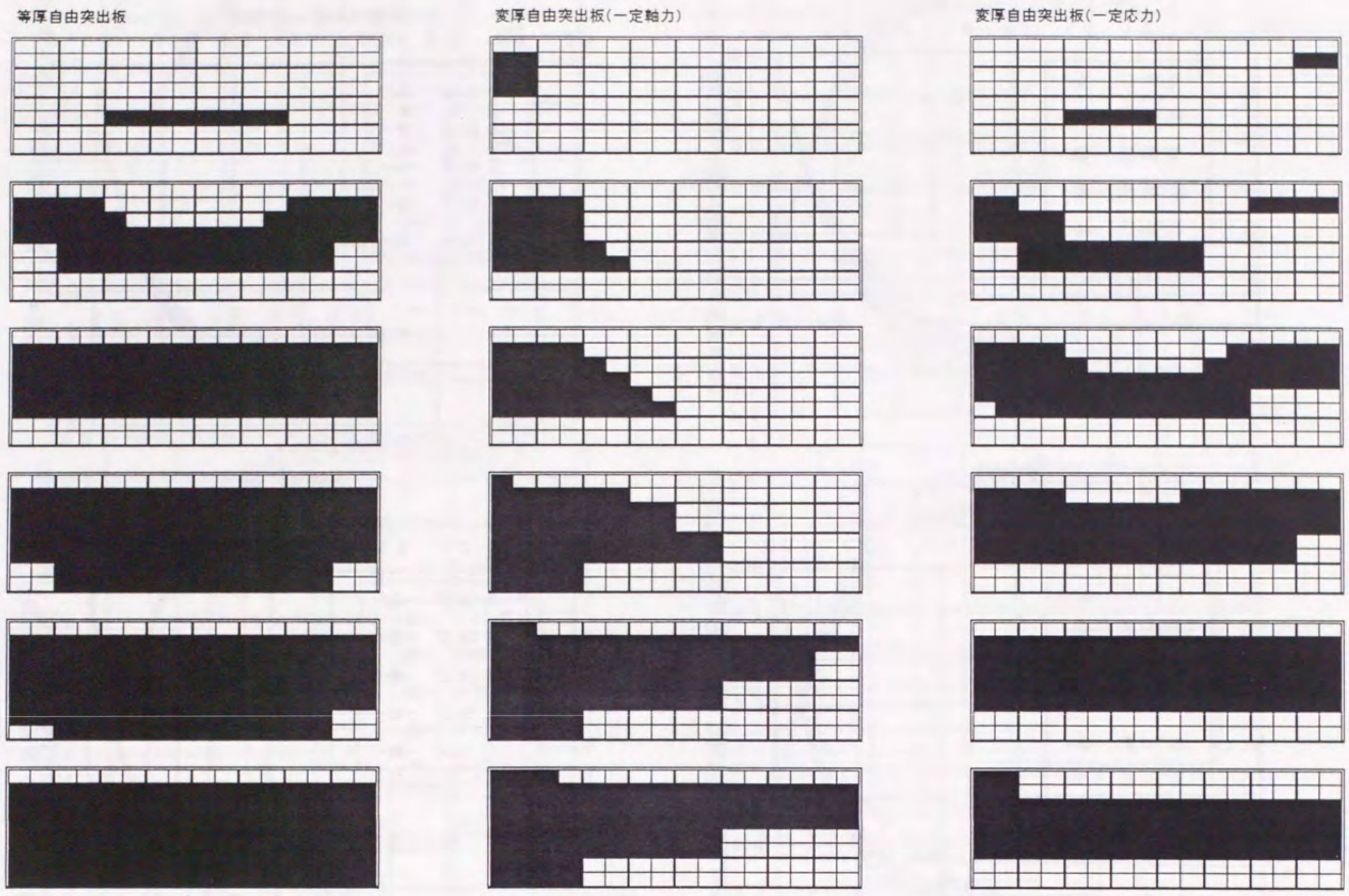
図－３．16　荷重－板たわみ関係（λ_p=0.9）



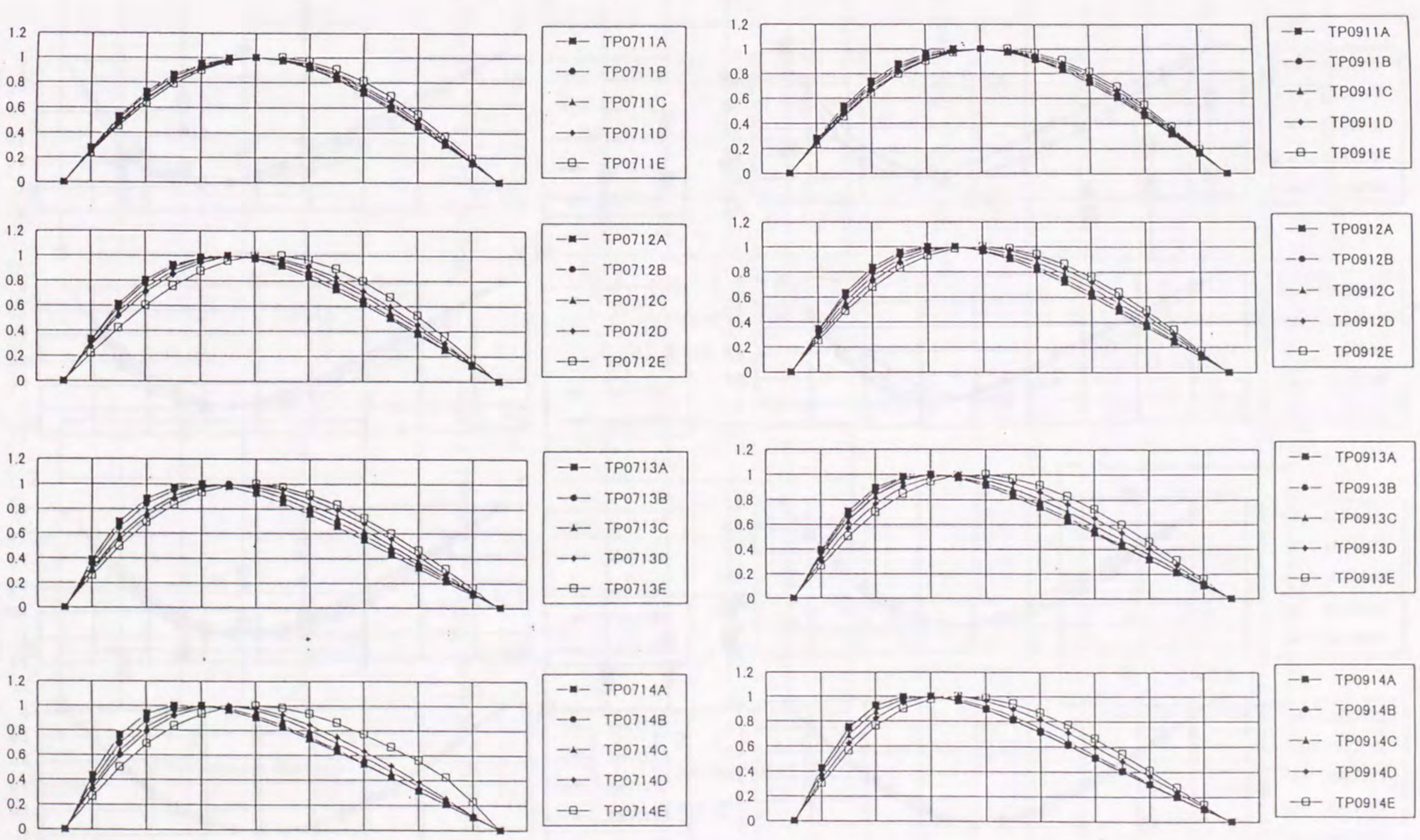
図－3．17　荷重－板たわみ関係（λ_p=1．1）



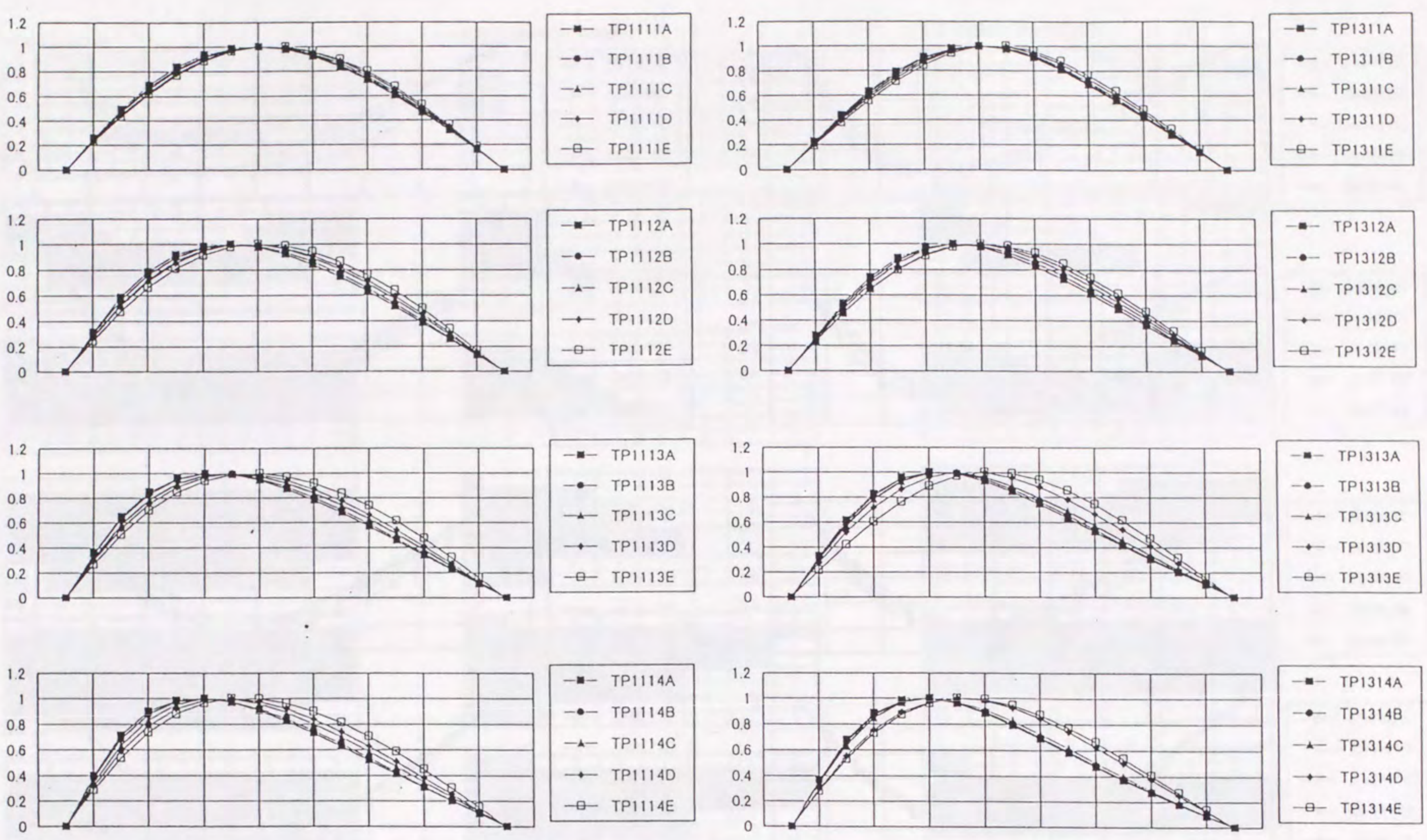
図－3．18　荷重－板たわみ関係（λ_p=1．3）



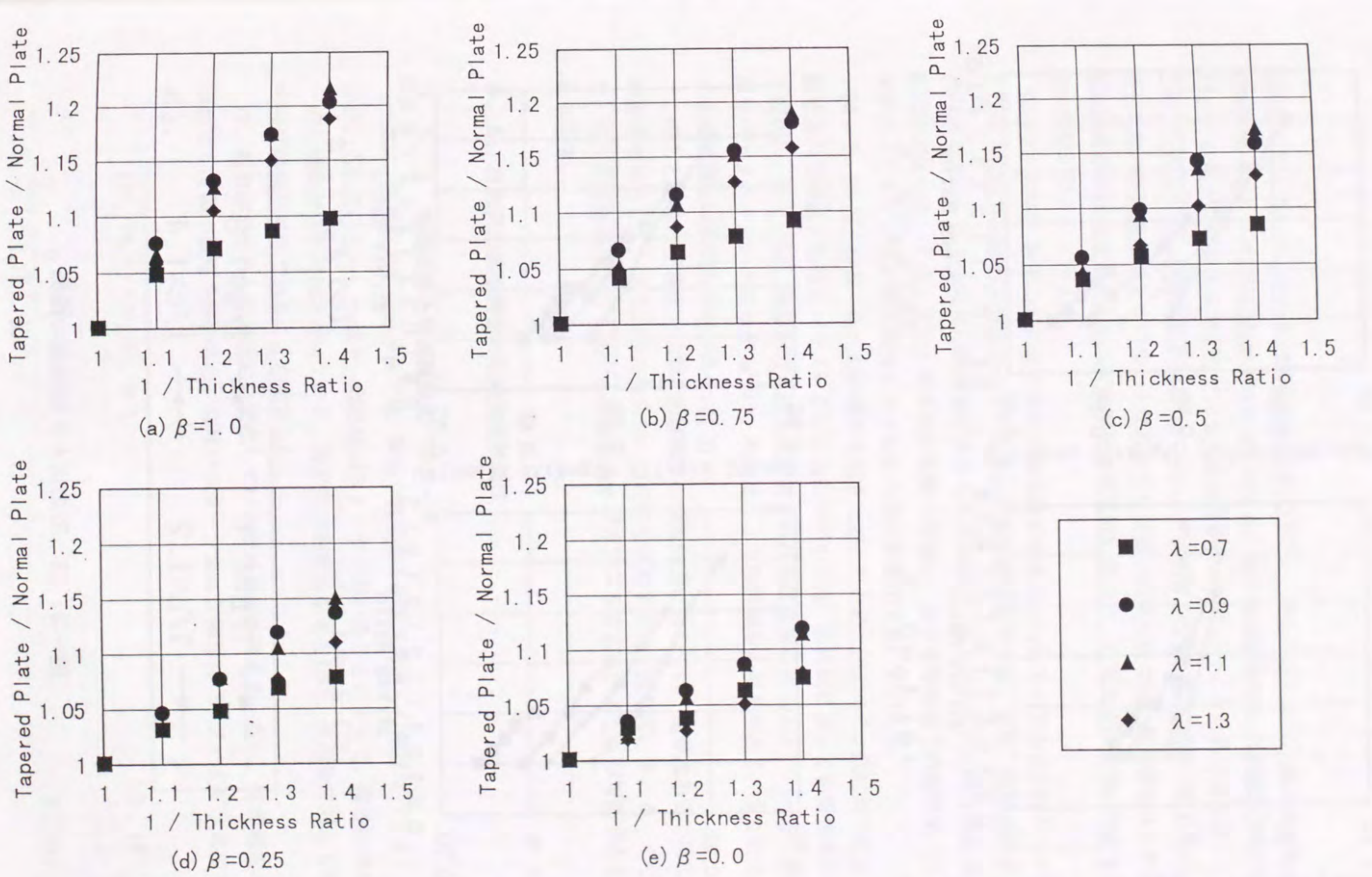
図－３．１９　塑性域の拡がり



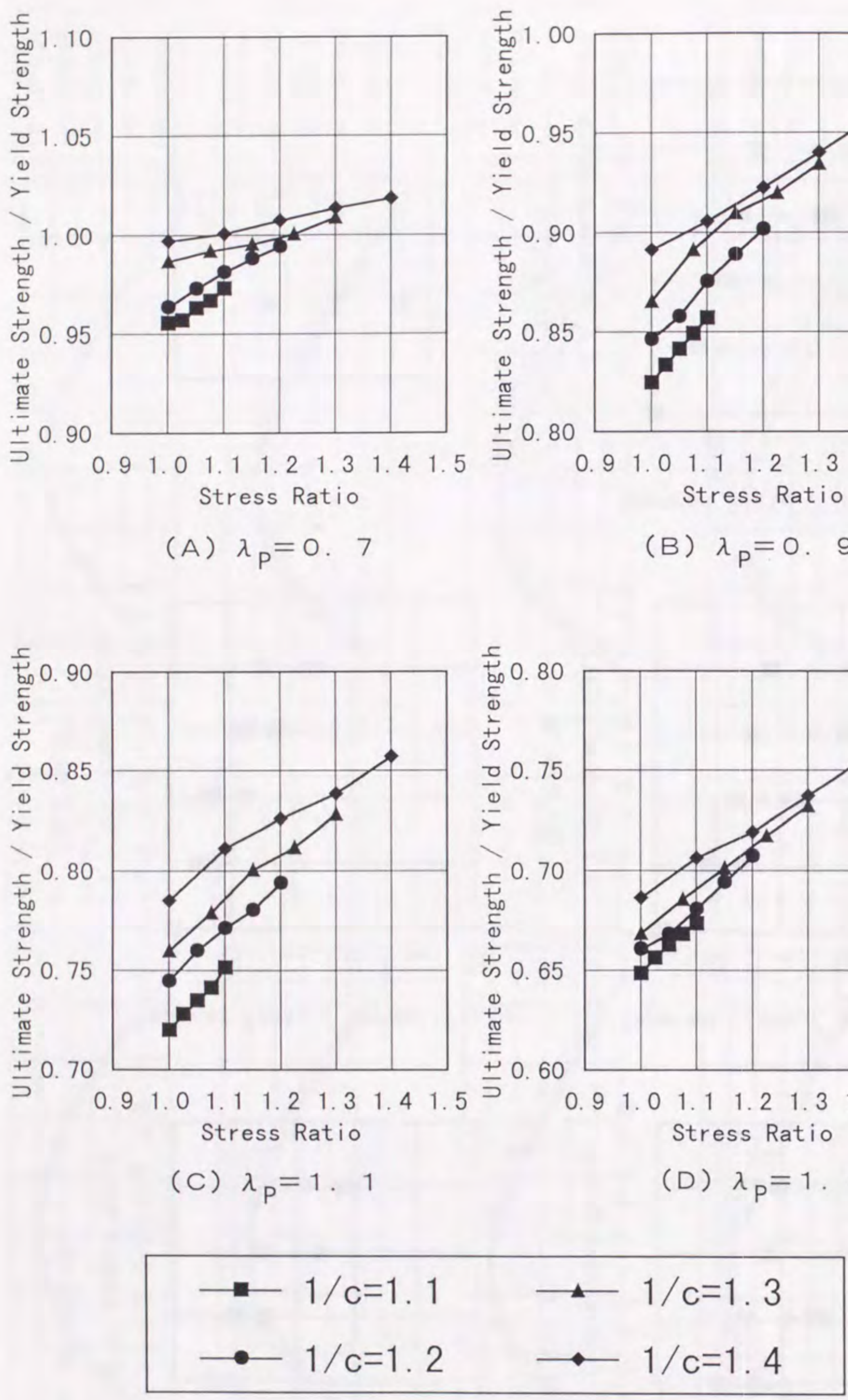
図－3.20　自由辺の変形形状(1)



図－3. 20　自由辺の変形形状(2)



図－３．21　板厚比と圧縮強度の関係



図－3．22　応力比と圧縮強度の関係

て小さくなっている。最小板厚断面での幅厚比パラメータが小さくなり，最大板厚断面での幅厚比パラメータが降伏限界より小さくなると，最大板厚断面での圧縮強度が降伏強度となり，結果として最大板厚断面での応力余裕量が相対的に小さくなためであるといえる。このことから，最小板厚断面の幅厚比パラメータが小さくなり，板要素の一部あるいは板要素全体の圧縮強度が全強に等しくなるような変厚自由突出板では，板要素全体にわたり圧縮強度が降伏強度よりも小さな変厚自由突出板に比べて，極限強度の上昇に対する板厚比の影響が小さいといえる。

図—3．22は，板厚比毎に応力比と圧縮強度の関係を示したものである。応力比が小さくなり，厚部での応力余裕量が小さくなると圧縮強度は低下する。また，板厚差が大きくβ=1.0であり，応力余裕量の絶対量が大きなモデルほど，応力比の変化に伴う圧縮強度の変化が大きいといえる。また，板厚比の影響と同様に，最小板厚断面での幅厚比パラメータが大きなモデルほど極限強度に対する応力比の影響が大きいといえる。

図—3．23は，荷重—板たわみ関係を板厚比毎にまとめた図である。既に述べたように，板要素内での最大幅厚比パラメータが大きなモデルでは，板厚比によって極限強度が大きく変化し，また，同じ板厚比でも応力比が異なれば極限強度の差も大きい。一方，最大幅厚比パラメータが小さなモデルでは，板厚比による極限強度の差も小さく，また応力比による極限強度の変化も僅かである。

このことから，任意応力状態の変厚鋼板の極限強度に対しては，板厚比あるいは応力比の影響を独立して，あるいはどちらか一方だけを考慮するのではなく，3．4．1で示した，最大板厚断面における応力余裕量を示すパラメータβを用いることが有効であると考えられる。

3．5．自由突出変厚鋼板の圧縮強度評価法

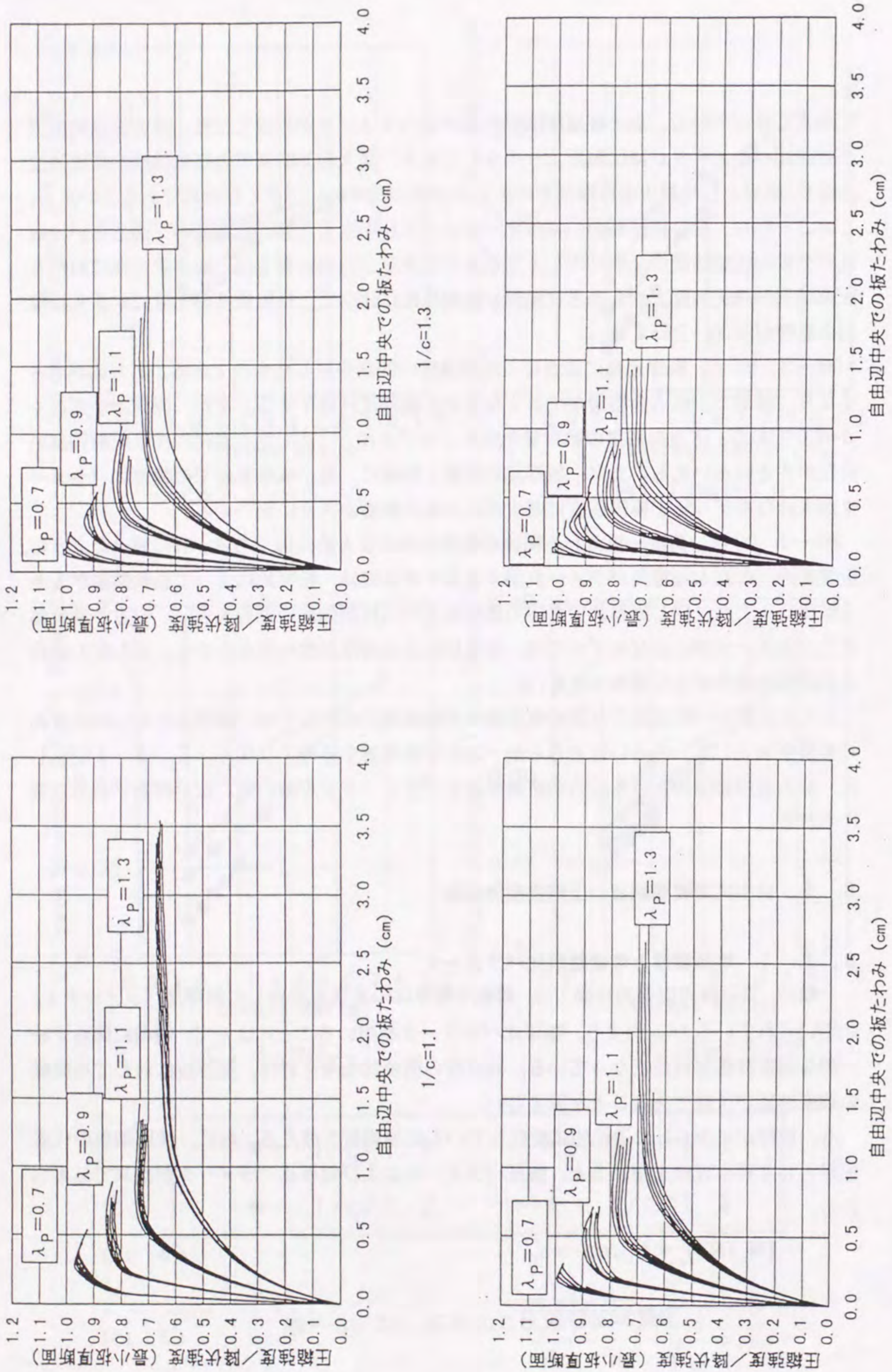
3．5．1　等価板厚と等価幅厚比パラメータ

一般に，等厚板の耐荷力評価では，鋼種や幅厚比の影響を考慮した幅厚比パラメータ$\bar{\lambda}_P$が用いられている[3.9)]。つまり，幅厚比パラメータを用いることによって，鋼種に関らず統一的な強度評価が可能となっている。設計時の簡便性を考えれば，変厚板に対しても同様の強度評価が可能であることが望ましい。

今，板厚がt_0からt_1に連続的に変化している変厚鋼板を考える。仮に，変厚鋼板の代表板厚として最小板厚を用いると，強度パラメータおよび幅厚比パラメータが次式で与えられる。

$$\left(N_u/N_Y\right)_0 = N_u/\sigma_Y \cdot b \cdot t_0 \qquad (3.18)$$

$$\bar{\lambda}_{P,0} = \frac{b}{t_0}\sqrt{\frac{12\left(1-\upsilon^2\right)}{k\pi^2}\frac{\sigma_Y}{E}} \qquad (3.19)$$



図－3．23　荷重－板たわみ関係

実際には，変厚鋼板の板厚は長手方向に変化しており，変厚板の幅厚比パラメータとして式（3．19）を用いることは適切ではない。変厚板の代表板厚として，変厚板の座屈強度と等価な座屈強度を有する等厚板に置き換えた場合の板厚（等価板厚：t_{eq}）を用いると，幅厚比パラメータ（等価幅厚比パラメータ：$\bar{\lambda}_{P,eq}$)が，等価板厚を用いて次式で与えられる。

$$\bar{\lambda}_{P,eq}=\frac{b}{t_{eq}}\sqrt{\frac{12\left(1-\upsilon^2\right)}{k\pi^2}\frac{\sigma_Y}{E}} \qquad (3．20)$$

また，等価板厚を用いた場合の全強$\left(N_Y\right)_{eq}$および強度パラメータ$\left(N_u/N_Y\right)_{eq}$は，次式で与えられる。

$$\left(N_Y\right)_{eq}=\sigma_Y\cdot b\cdot t_{eq} \qquad (3．21)$$

$$\left(N_u/N_Y\right)_{eq}=N_u/\sigma_Y\cdot b\cdot t_{eq} \qquad (3．22)$$

式（3．18）～式（3．22）より，

$$\left(N_u/N_Y\right)_{eq}=\frac{t_0}{t_{eq}}\left(N_u/N_Y\right)_0 \qquad (3．23)$$

$$\bar{\lambda}_{P,eq}=\frac{t_0}{t_{eq}}\bar{\lambda}_{P,0} \qquad (3．24)$$

なる関係が得られる。式（3．23），（3．24）では，変厚板の等価強度パラメータと等価幅厚比パラメータが，最少板厚を用いた場合の強度パラメータ，幅厚比パラメータから一意に求められる。$\left(N_u/N_Y\right)$および$\bar{\lambda}_P$が，等厚板のの耐荷力曲線に従うことを考えれば，等価板厚を適切に与えることによって，変厚板の座屈強度を，等厚板の耐荷力曲線を利用して評価できる。

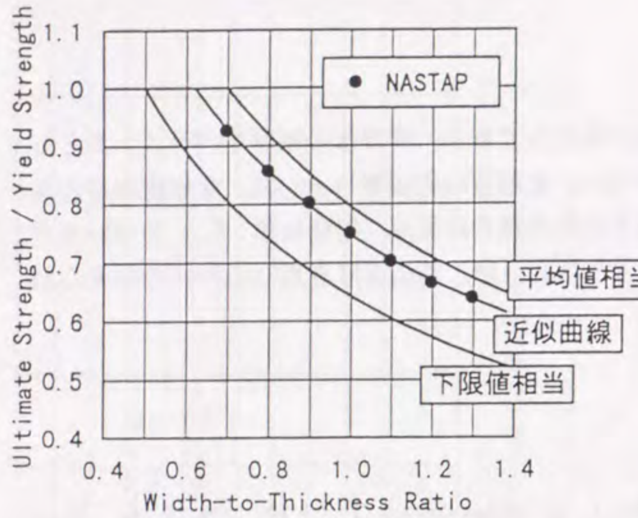
3．5．2　等価幅厚比パラメータの算出式

自由突出板の板強度に対する平均値相当曲線および下限値相当曲線として，文献3．19）では，文献3．18）で与えられている解析結果を用いて，次式を与えている。

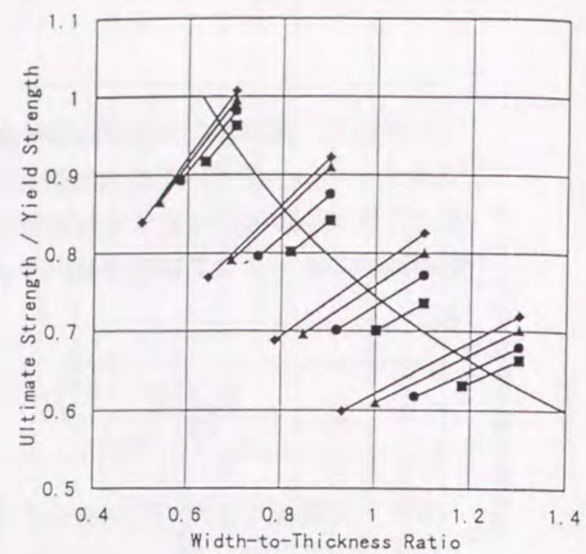
$$\left(\frac{N}{N_Y}\right)=\left(\frac{0.7}{\bar{\lambda}_P}\right)^{0.64},\ \bar{\lambda}_P\geq 0.7 \qquad (3．25)$$

$$\left(\frac{N}{N_Y}\right)=\left(\frac{0.5}{\bar{\lambda}_P}\right)^{0.64},\ \bar{\lambda}_P\geq 0.5 \qquad (3．26)$$

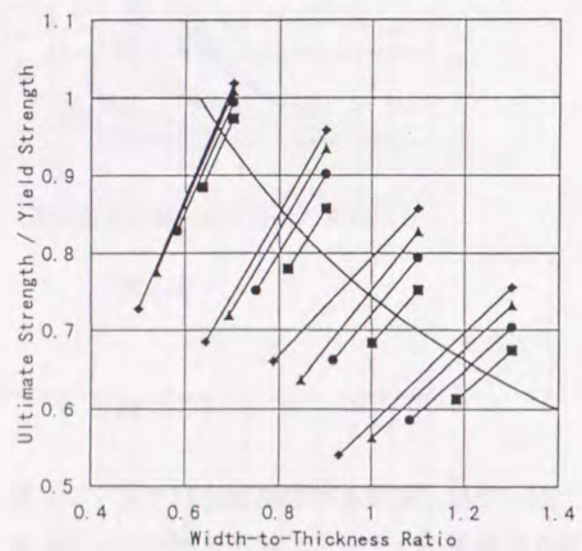
変厚自由突出鋼板の圧縮強度評価を行う場合には，基本となる板強度曲線の選択が，強



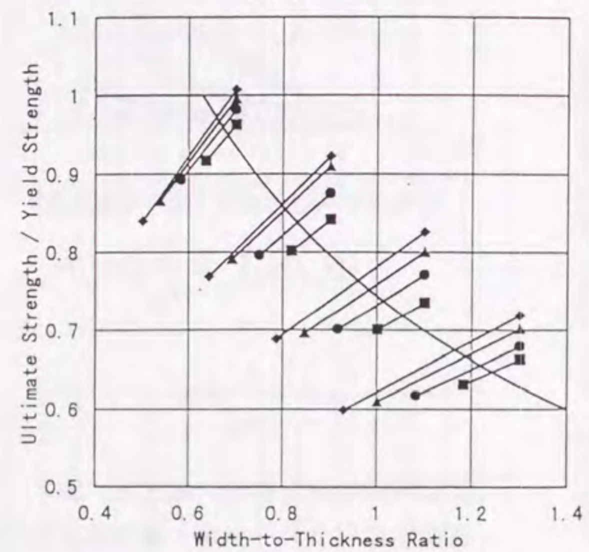
図－3. 24 等厚自由突出板の圧縮強度解析結果



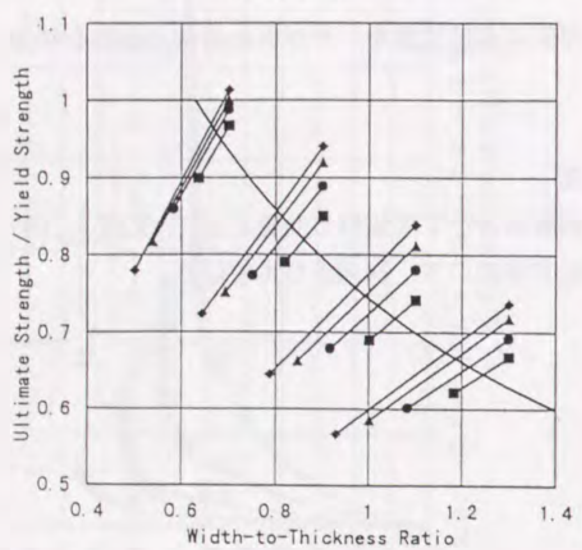
(C) β=0.5



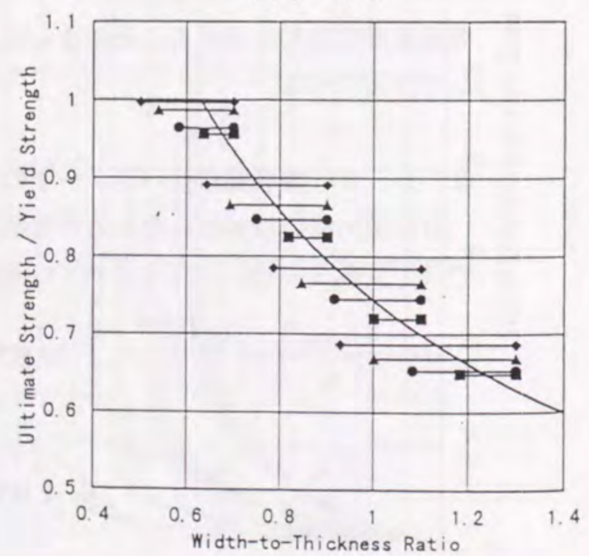
(A) β=1.0



(D) β=0.25



(B) β=0.75



(E) β=0.0

図－3. 25 変厚自由突出板の圧縮強度解析結果

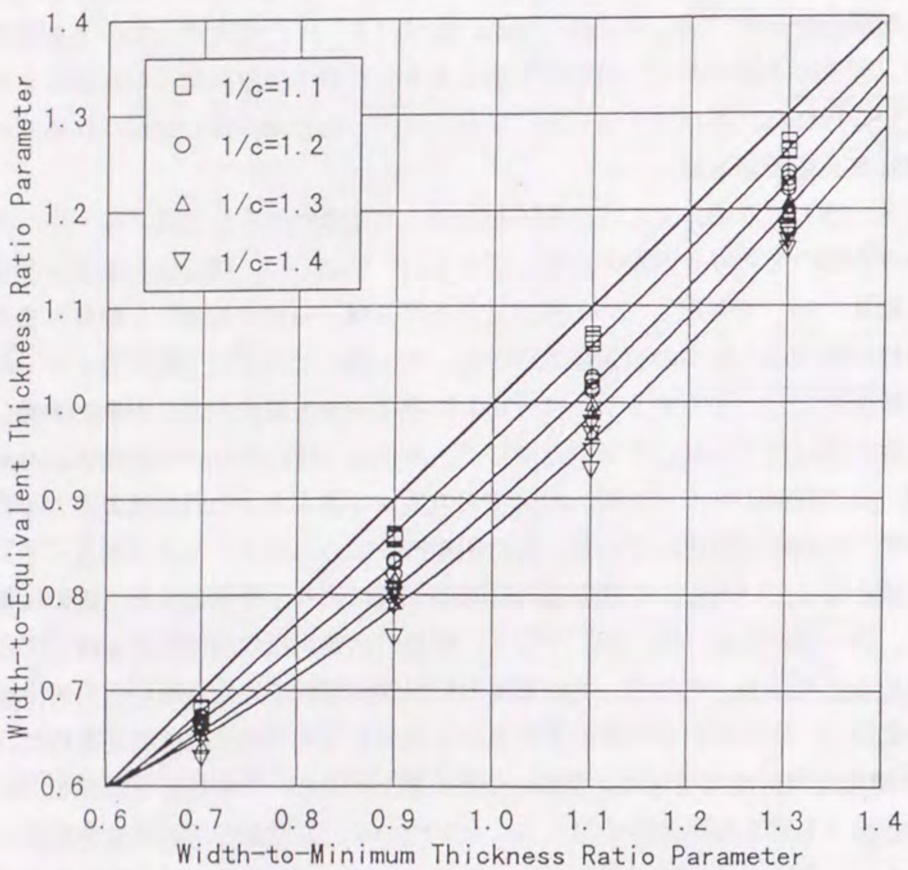
度評価の結果に大きく影響することは式（3. 23）からも明らかである。また，本章で考慮した初期不整量と，式（3. 25）あるいは式（3. 26）で考慮している初期不整量モデルには，若干の差違がある。初期不整量の大きさが板の極限強度に対し影響することは，これまでに行われた研究でも明らかにされており，板強度曲線の選択には初期不整量の相違に注意する必要がある。

文献3. 18）で考慮している初期不整量は，初期たわみとして式（3. 13）で与えられるたわみを用いており，本章の解析モデルと同一であるが，残留応力モデルが異なっている。文献3. 18）で考慮している残留応力モデルは“自己平衡型”と呼ばれるもので，溶接線近傍に降伏応力程度の引張残留応力が，その他の部分では一様に-0.4 σ_Yの圧縮残留応力が断面内で自己平衡するように分布したモデルである。一方，本章で考慮した残留応力は，溶接線近傍では自己平衡型と同じく，降伏応力度に等しい引張残留応力が存在しているが，自由辺側にもガス切断に起因する0.2 σ_Yの大きさの引張残留応力を有する“ガス切断型”の分布を考慮している。また圧縮残留応力も-0.2 σ_Yと文献3. 8）に比べて小さな値となっている。この残留応力分布の相違により，等厚自由突出板の板強度曲線を式（3. 25）または式（3. 26）で与え，変厚自由突出板の極限強度を評価することは不適切であると考える。そこで，変厚鋼板の極限強度解析に先立ち等厚自由突出板の圧縮強度解析を行い，変厚自由突出板の基準となる強度を与える板強度曲線を求めた。図—3. 24に圧縮強度解析結果を示す。今回の初期不整モデルが，平均値相当曲線を下回るが下限値相当曲線は上回る極限強度を与えることがわかる。等厚板の圧縮強度を回帰した結果が次式であり，以降の圧縮強度評価では，式（3. 27）で与えられる曲線を板強度曲線として用いる。

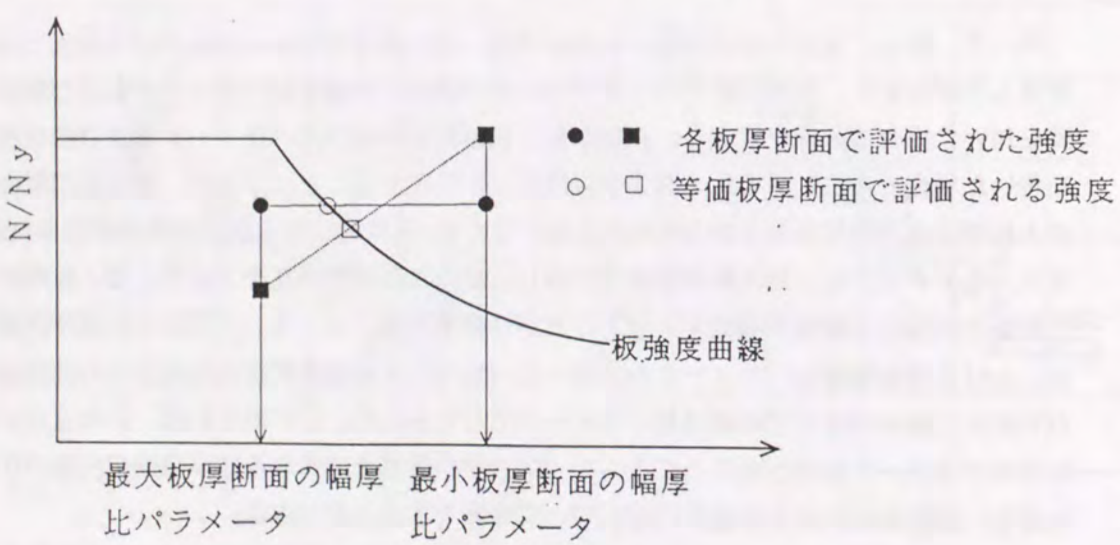
$$\left(\frac{N}{N_Y}\right)=\left(\frac{0.62}{\bar{\lambda}_P}\right)^{0.64}, \quad \bar{\lambda}_P \geq 0.62 \qquad (3.\ 27)$$

図—3. 25に，変厚自由突出板の解析結果を，最小板厚断面および最大板厚断面で強度評価した図を示す。各解析結果の右側が最小板厚断面での幅厚比パラメータおよび降伏強度を用いた場合の評価点であり，左側が最大板厚断面の幅厚比パラメータおよび降伏強度を用いた場合である。応力比 r および板厚比 c が変化することによって，最小板厚断面と最大板厚断面での作用軸方向力の比が変化するため，全体的に右上がりの線分が得られる。また，全モデルとも，最大板厚断面で評価した場合は板強度曲線を下回り，最小板厚断面で評価した場合は板強度曲線を上回ることが特徴である。3. 5. 1で示した強度評価手法における等価幅厚比パラメータは，図—3. 25では，板強度曲線と両断面での強度評価点を結んだ線分の交点での幅厚比パラメータで与えられる。言い換えれば，この交点での幅厚比パラメータを与えることによって，応力比や板厚比の異なる変厚自由突出板の圧縮強度を，等厚板に対する板強度曲線を用いて評価することができる。

図—3. 26は，3. 5. 1に従って算出した等価幅厚比パラメータと最小板厚断面での



図－3．26　幅厚比パラメータと等価幅厚比パラメータの関係



図－3．27　等価幅厚比パラメータの概念

幅厚比パラメータの関係を示した図である。板強度曲線には，式（3．27）で与えられる曲線を用いている。図中の実線は，板厚比毎に$\bar{\lambda}_{P,eq}$と$\bar{\lambda}_{P,0}$の関係を次式のような2次曲線で回帰した結果である。

$$\bar{\lambda}_{P,eq} = A\left(\bar{\lambda}_{P,eq}\right)^2 + B\bar{\lambda}_{P,eq} + C \qquad (3.\ 28)$$

幅厚比パラメータが0.7と小さく，全強に近い圧縮強度を有する変厚鋼板では，板厚比が変化しても等価幅厚比パラメータはあまり変化しない。逆に，幅厚比パラメータが比較的大きな変厚鋼板では，板厚比によって等価幅厚比パラメータが大きく変化している。このことから板厚比が等価幅厚比パラメータに影響していることがいえる。一方，極限強度に対する影響とは異なり，応力比が異なる場合でも等価幅厚比パラメータに大きな差はない。これは，以下の理由による。

3．4．3で述べたように，板厚比が同じ場合でも応力比が異なれば，最小板厚断面で評価した極限強度も異なる。例えば，$\bar{\lambda}_{P,0}=1.1$で，c＝1/1.4の変厚鋼板でr＝1.0（モデルH）およびr＝1.4（モデルN）の場合について考えてみる。図—3．27に示すように，最小板厚断面で評価した極限強度は，モデルHに比べてモデルNの方が大きい。ところが，3．5．1で示した手順で等価幅厚比パラメータを求める場合に，最大板厚断面で圧縮強度を評価すると，モデルNの圧縮強度がモデルHの圧縮強度を下回る。等価幅厚比パラメータは，最小板厚断面および最大板厚断面で極限強度を比較した点を結ぶ線分と，等厚板に対する板強度曲線との交点で与えられる。この結果，図—3．27に示すように，両者の等価場厚比パラメータはほぼ等しくなる。

以上の結果から，式（3．28）の各項の係数を応力比の影響を無視し，板厚比だけの関数として次式で与える。

$$A = -1.50(1/c)^2 + 4.84(1/c) - 3.34 \qquad (3.\ 29)$$

$$B = 3.02(1/c)^2 - 10.08(1/c) + 8.06 \qquad (3.\ 30)$$

$$C = -1.18(1/c)^2 + 4.07(1/c) - 2.89 \qquad (3.\ 31)$$

式（3．29）～式（3．31）に，c＝1.0を代入すると，A＝C＝0，B＝1となり，$\bar{\lambda}_{P,eq}=\bar{\lambda}_{P,0}$となる。c＝1.0の場合が等厚板を意味することから，式（3．28）～式（3．31）は，等厚板を含む任意変厚形態の変厚板に対する等価幅厚比パラメータ評価式であるといえる。

3．5．3　等価幅厚比パラメータを用いた強度評価

変厚鋼板の圧縮強度を評価する場合には，幅厚比パラメータに関して板厚変化の影響を考慮するだけではなく，降伏強度に関しても板厚変化の影響を考慮する必要がある。幅厚

比パラメータに関しては，式（3．28）を用いて考慮できる。一方，降伏強度に関しては，式（3．28）を変形し次式で与えられる等価板厚を用いて降伏強度を算出する。

$$\frac{t_{eq}}{t_0}=\frac{\bar{\lambda}_{P,0}}{A\left(\bar{\lambda}_{P,0}\right)^2+B\bar{\lambda}_{P,0}+C} \qquad (3.32)$$

ここに，係数A，B，Cは，式（3．29）～（3．31）に同じ。

式（3．28）および式（3．32）を用いて，変厚鋼板の圧縮強度評価を行った結果を図―3．28～31 に示す。板要素内の板厚差が小さな場合は,本評価式を用いることによって，極めて良好に圧縮強度を評価できると言える。板厚差が大きくなると応力比の影響を無視出来なくなるため，本評価式を用いた評価点にばらつきが生じているが，ほぼ安全側の強度評価となっており，板厚差が大きな変厚鋼板に対し本評価法を用いることに問題は無いと考える。

3．5．4　設計の合理化のための検討

変厚フランジの設計段階の合理化について考える。変厚フランジと同様の応力状態にある構造要素として，不等圧縮を受ける等厚フランジが考えられる。BS5400[3.19]では，不等圧縮を受ける等厚フランジの設計を行う場合に，最大応力が作用する断面から，補剛材間隔の 0.4 倍の距離にある断面での作用応力を用いて座屈照査を行うと規定している。これに準じた考えを変厚フランジに対してもに適用し，次式で等価板厚および等価幅厚比パラメータを与える。この場合，式（3．28）および式（3．32）を用いるよりもさらに簡便に変厚フランジの設計を行うことが出来る。

$$\frac{t_{eq}}{t_{min}}=1.0+\alpha\frac{t_{max}-t_{min}}{t_{min}} \qquad (3.33)$$

$$\bar{\lambda}_{P,eq}=\frac{t_{min}}{t_{eq}}\bar{\lambda}_{P,min} \qquad (3.34)$$

ここに，t_{max}，t_{min} は板要素内の最大板厚および最小板厚，$\bar{\lambda}_{P,min}$ は最小板厚断面での幅厚比パラメータである。

式（3．32）で与えられる等価板厚と，3．5．1の手順から解析的に得られる等価板厚を用いて計算される定数αを図―3．32～35 に示す。図の横軸は最小板厚断面での幅厚比パラメータであり，縦軸が式（3．33）中の定数αとなる。●印が式（3．32）を用いた場合であり，○印が解析的に求めた場合である。式（3．32）を用いて求められるαは，一部のモデルを除いて，ほぼ解析値の平均値に相当している。例外的に，1/c＝1.1 で$\bar{\lambda}_{P,0}$=0.7, 0.9 のモデルでは下限値を，同じく 1/c＝1.1 で$\bar{\lambda}_{P,0}$＝1.1 のモデルでは上限値となっているが，図―3．28 で良好に強度評価されていることから，実用上問題は生じないと考える。また板厚比に関わらず$\bar{\lambda}_{P,0}$＝0.7 の場合には，他の幅厚比パラメータと比較してαの値が小さくなっている。これは，板要素内の一部の断面での幅厚比パラメータが降伏強度限界（＝0.62）より小さくなっているためである。この降伏強度限界による影響を低減するために，式（3．33）および（3．34）に，以下の条件を付加する。

・降伏強度限界における断面の板厚および幅厚比パラメータをt_{yield}，$\bar{\lambda}_{P,yield}$とすると，t_{max}，t_{min}，$\bar{\lambda}_{P,min}$は，次式を満足する。

$$t_{max},\ t_{min}\leq t_{yield} \qquad (3.35)$$

$$\bar{\lambda}_{P,max}\geq\bar{\lambda}_{P,yield} \qquad (3.36)$$

上記の条件を付加し，定数αを変化させて変厚鋼板の圧縮強度評価を行い，αについて検討を行った。

定数αとして，以下の 3 種類を考えた。

1）全解析モデルに対する下限値としてα＝0.2 を与える。

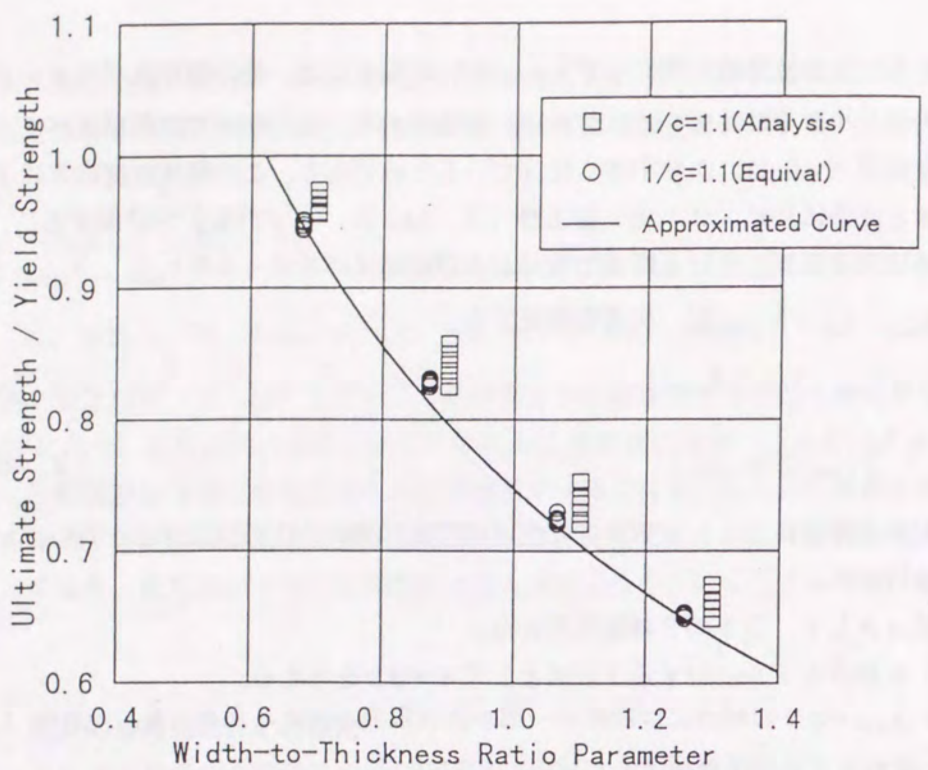
2）$\bar{\lambda}_{P,0}$＝0.7 の場合には断面の一部が降伏限界を超えるため，$\bar{\lambda}_{P,0}$＝0.9，1.1，1.3 の解析モデルの下限値としてα＝0.3 を与える。

3）最後に，BS5400 に準ずるケースとしてα＝0.4 を与える。

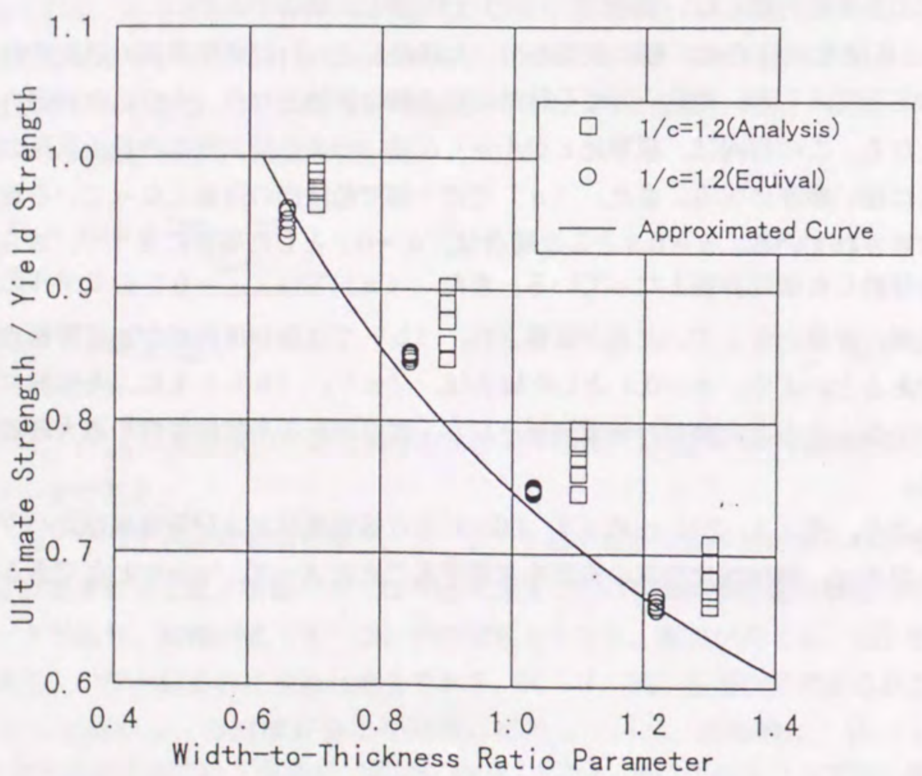
図―3．36～38 にα＝0.2, 0.3, 0.4 とした場合の圧縮強度評価を示す。それぞれ，（a）が上記の条件を考慮しない場合で，（b）が考慮した場合である。

α＝0.2 とした場合は，最小板厚を用いた場合に比べれば変厚鋼板の形状的特性を反映していると言えるが，依然として全体的に安全側の評価となり，十分に余剰耐力を有する設計となる。この傾向は，板厚比 c が小さくなる，つまり最大板厚と最小板厚の差が大きくなるに従い顕著になる。また，（a）では一部で危険側の評価となっている点が（b）では改善されている。α＝0.3 とした場合は，α＝0.2 とした場合に比べて，さらに形状的特性を反映した強度評価となっている。また，（a）では$\bar{\lambda}_{P,0}$＝0.7 のモデルのほとんどが危険側の評価となっていた点が改善され，（b）では板強度曲線が強度評価点の下限値相当であるといえる。α＝0.4 とした場合は，（a），（b）ともに，全体的に，特に板厚比が小さくなると危険側の強度評価となり，変厚鋼板の形状的特性を過大評価することになる。

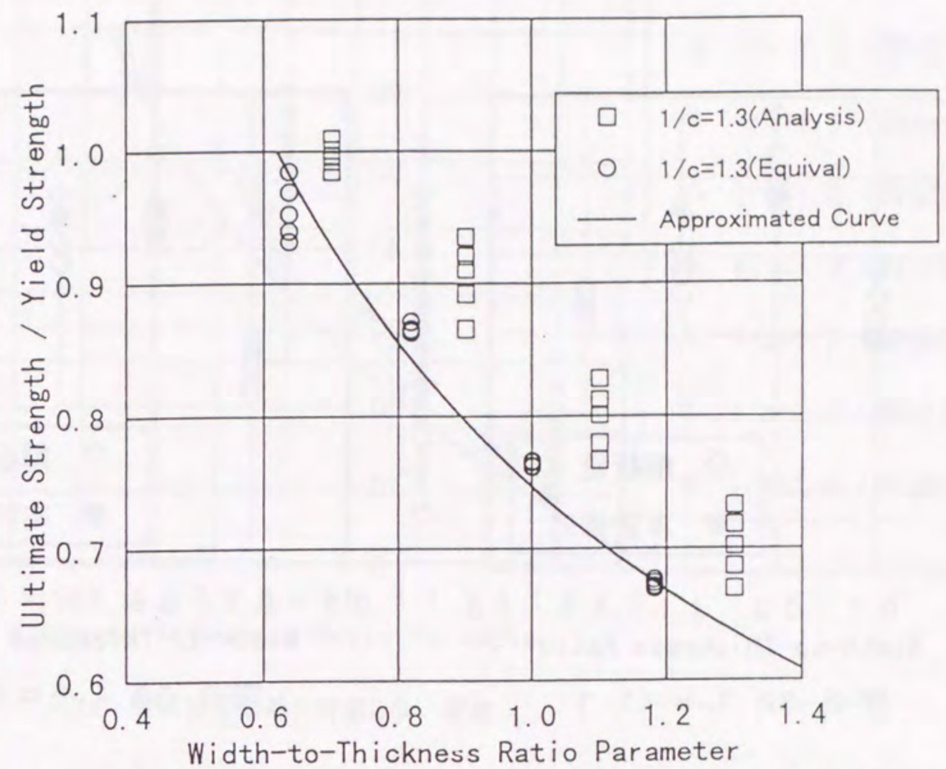
以上より，式（3．33）～式（3．36）により等価板厚および等価幅厚比パラメータを求める場合は，降伏強度限界の影響を考慮することによって，α＝0.3 とできることがいえる。



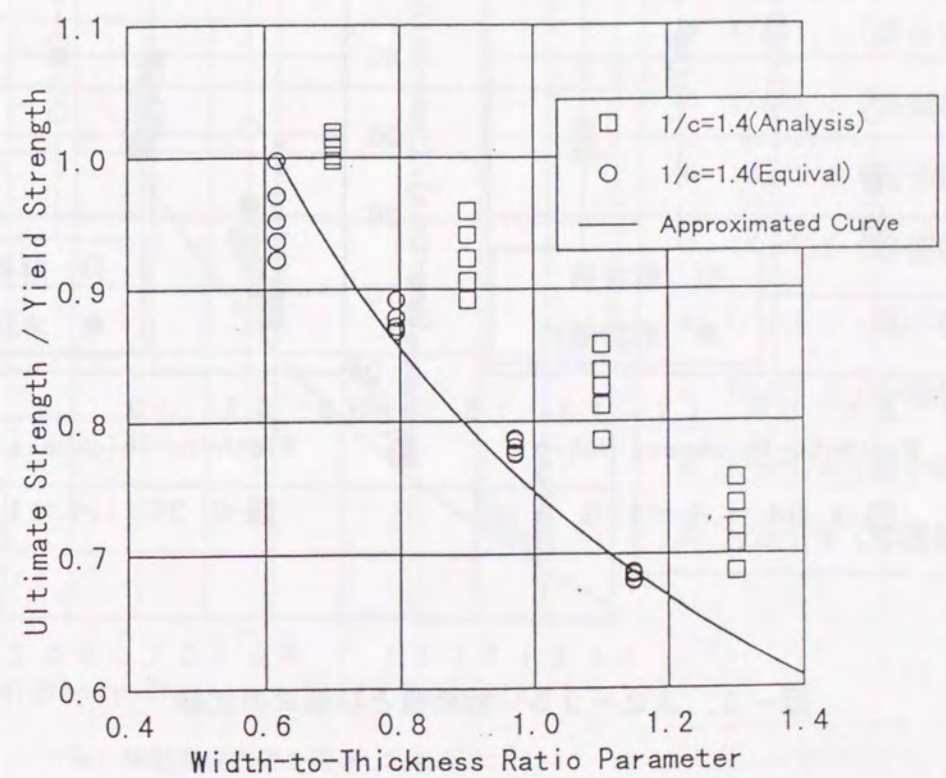
図－３．28　等価板厚（幅厚比パラメータ）を用いた圧縮強度評価(1/c=1.1)



図－３．29　等価板厚（幅厚比パラメータ）を用いた圧縮強度評価(1/c=1.2)



図－３．30　等価板厚（幅厚比パラメータ）を用いた圧縮強度評価(1/c=1.3)



図－３．31　等価板厚（幅厚比パラメータ）を用いた圧縮強度評価(1/c=1.4)

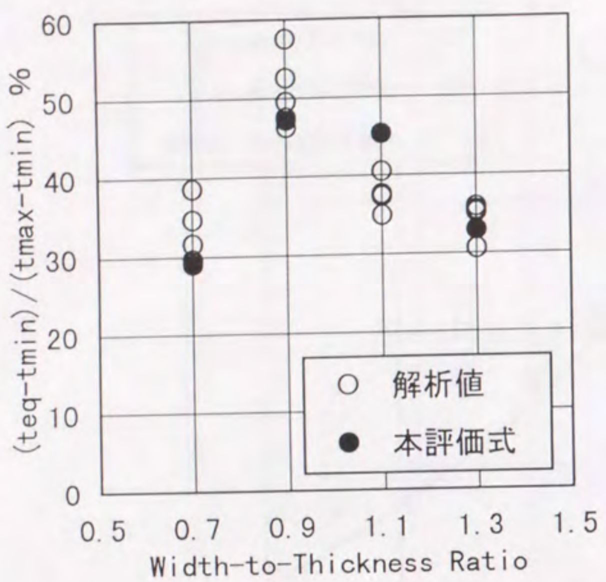


図-3. 32 1/c=1. 1

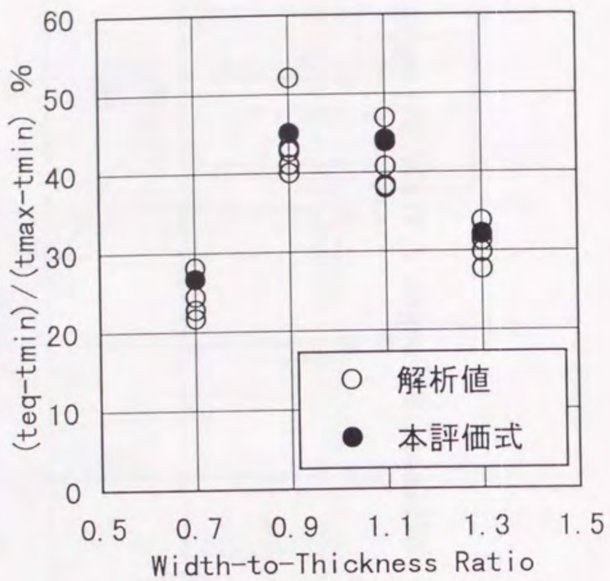


図-3. 33 1/c=1. 2

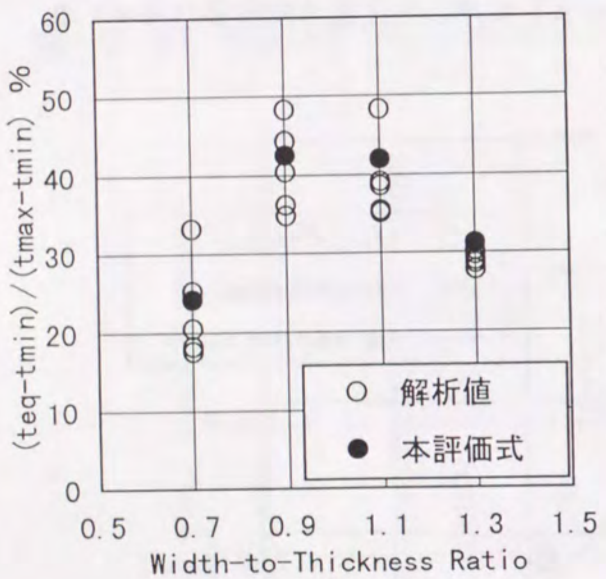


図-3. 34 1/c=1. 3

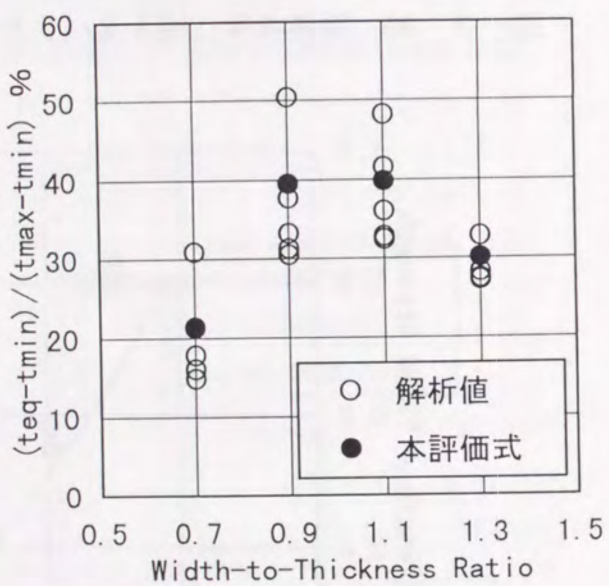
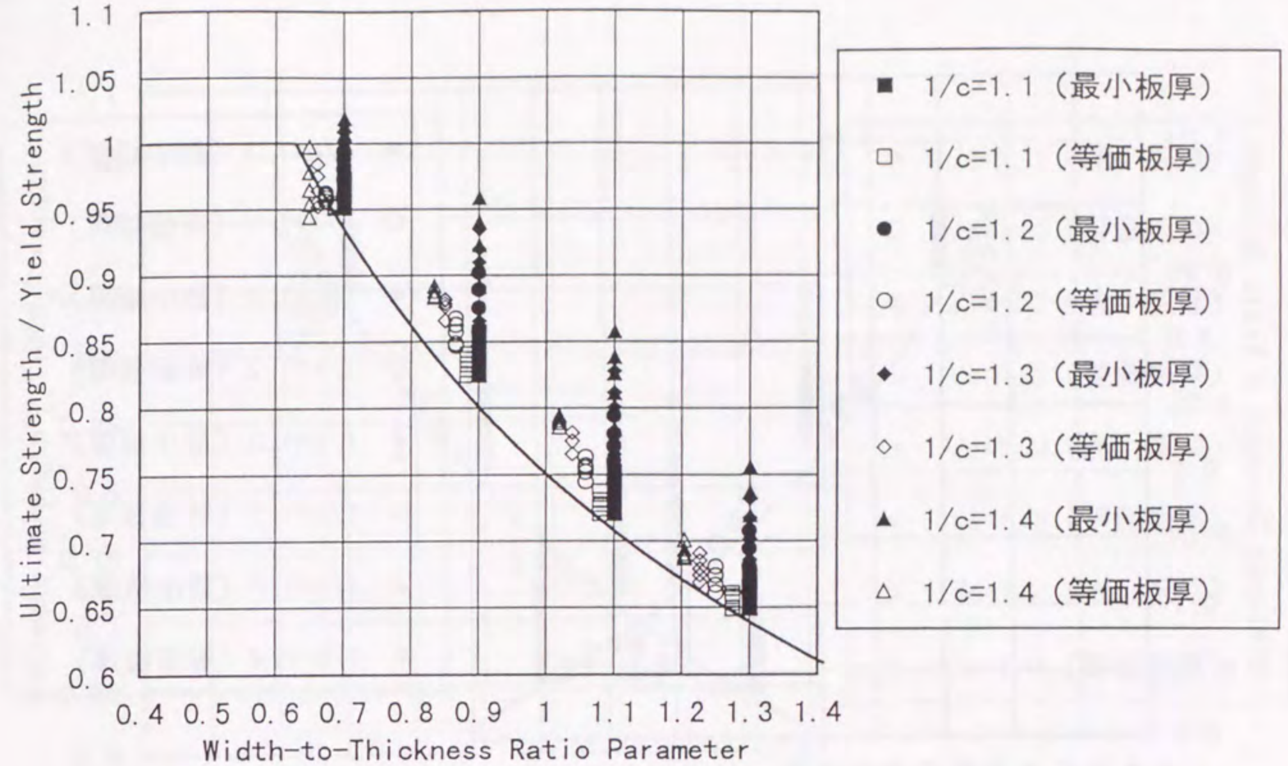
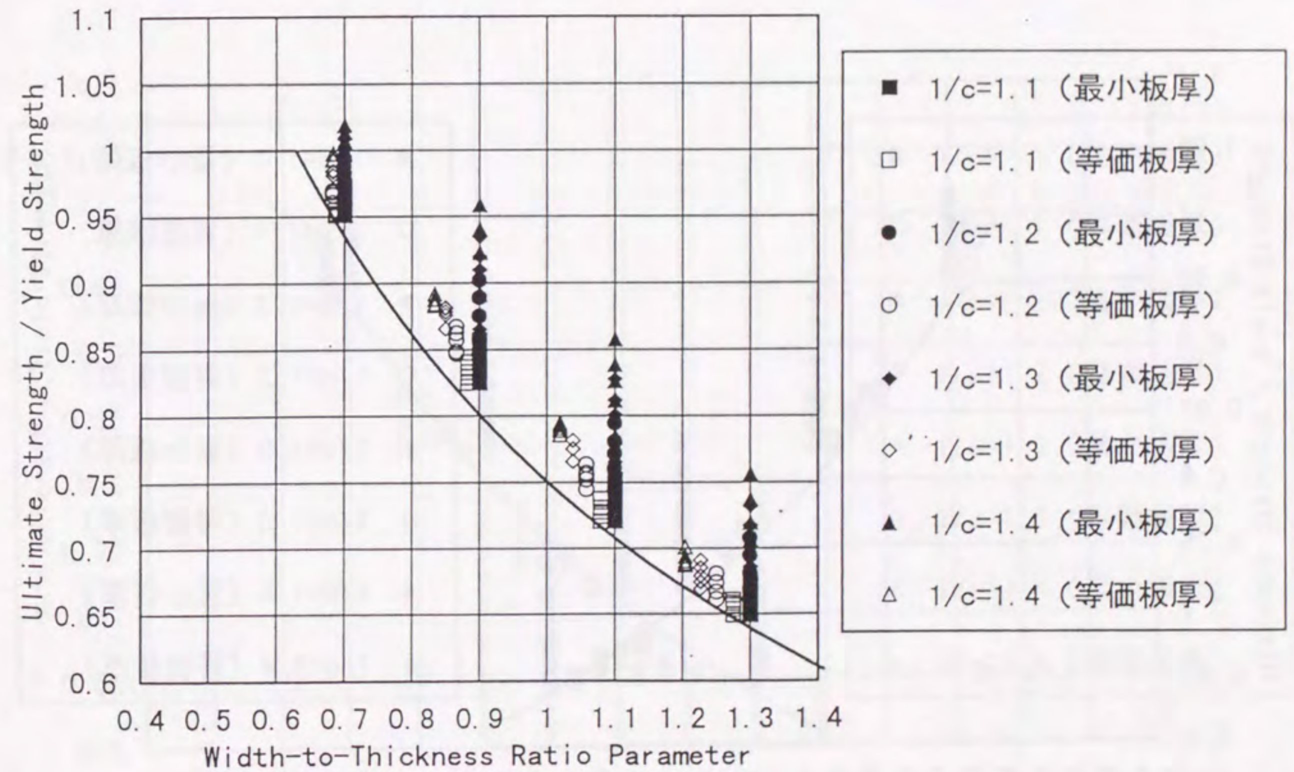


図-3. 35 1/c=1. 4

図－３．３２～３５　解析値と評価式の比較

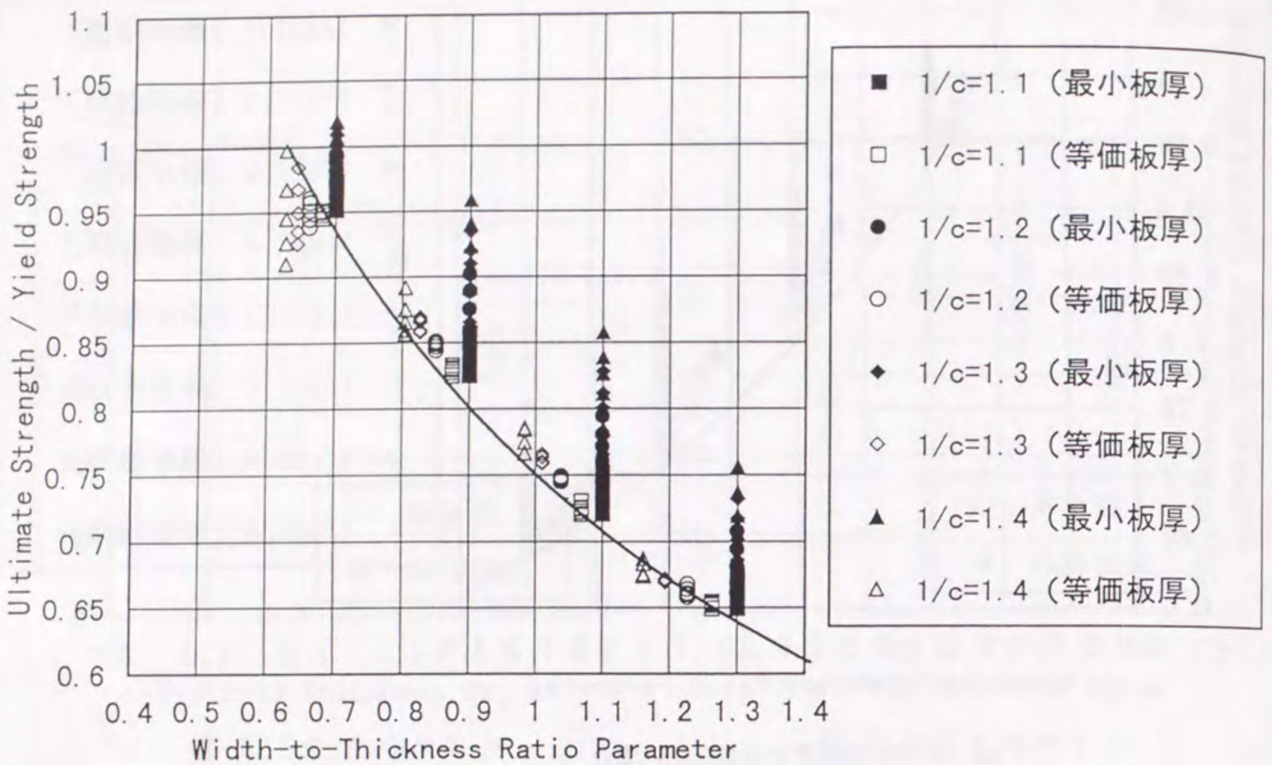


(a) 降伏強度限界を考慮しない場合

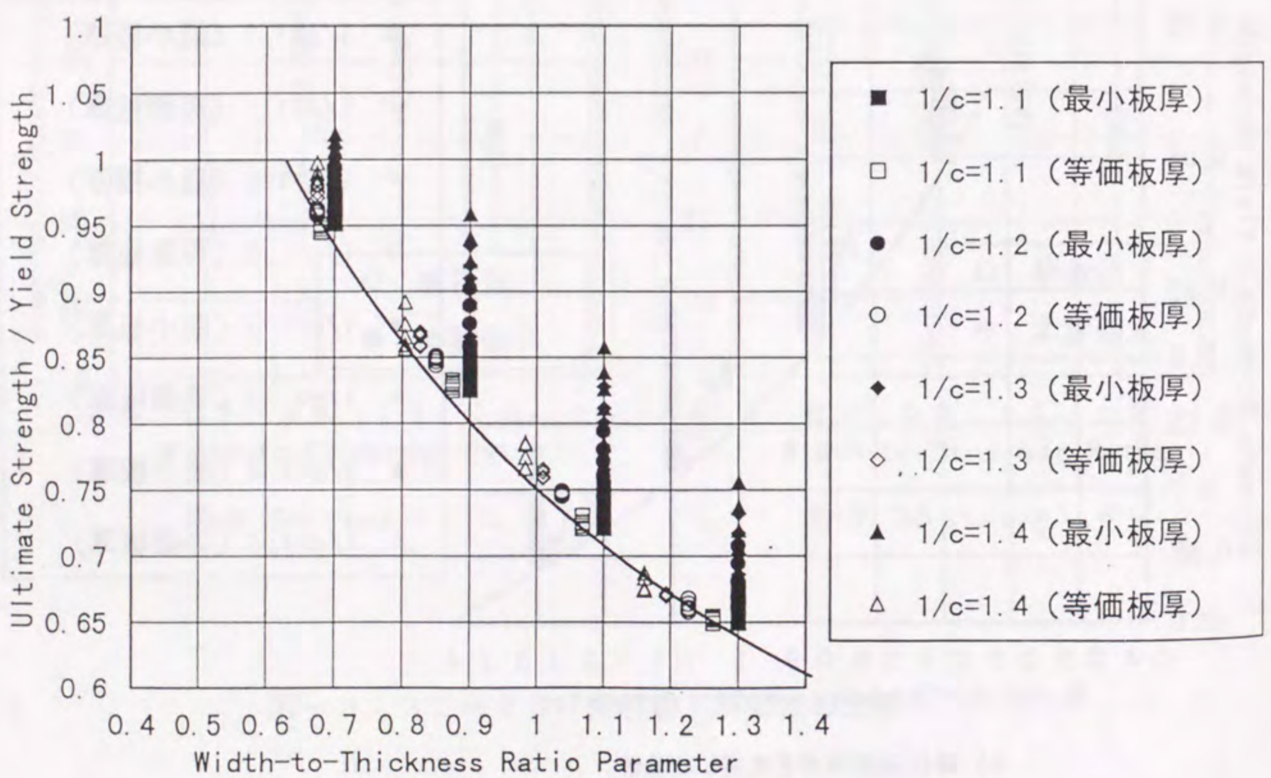


(b) 降伏強度限界を考慮した場合

図－３．36　等価板厚による圧縮強度評価 (α =0. 2)

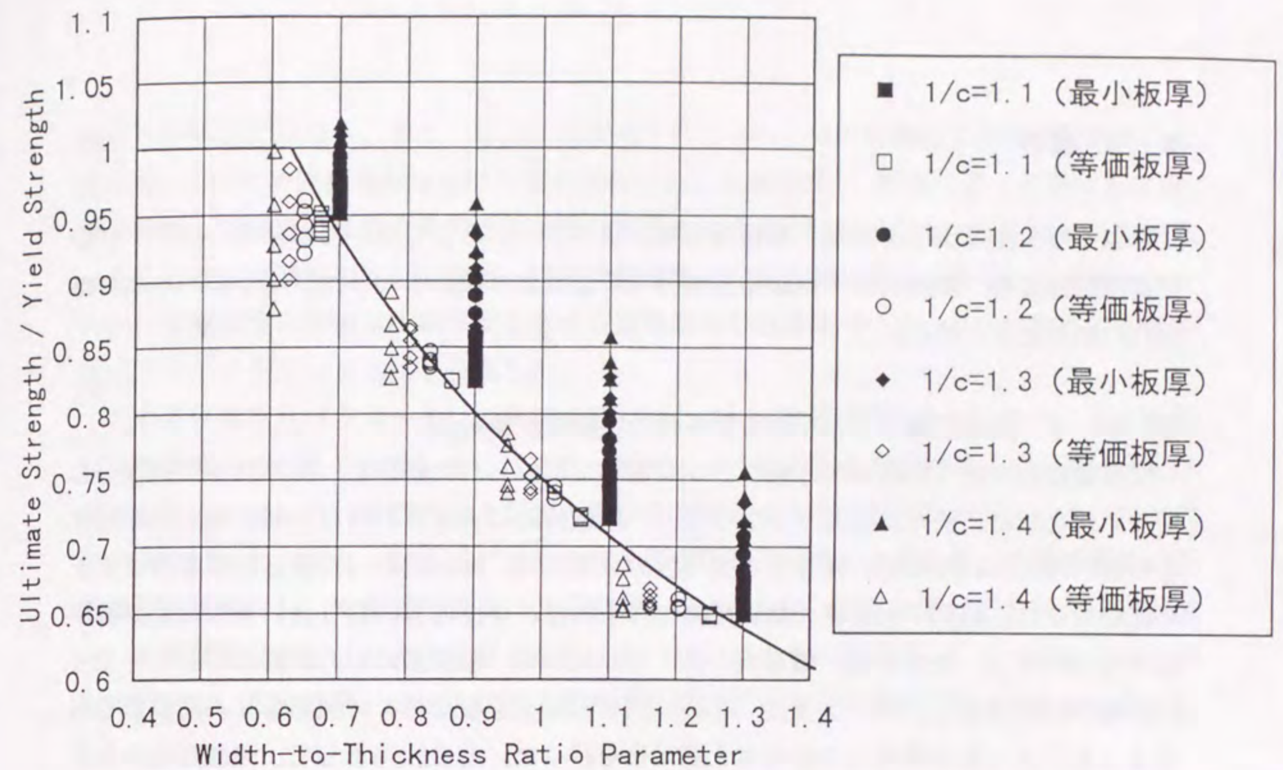


(a) 降伏強度限界を考慮しない場合

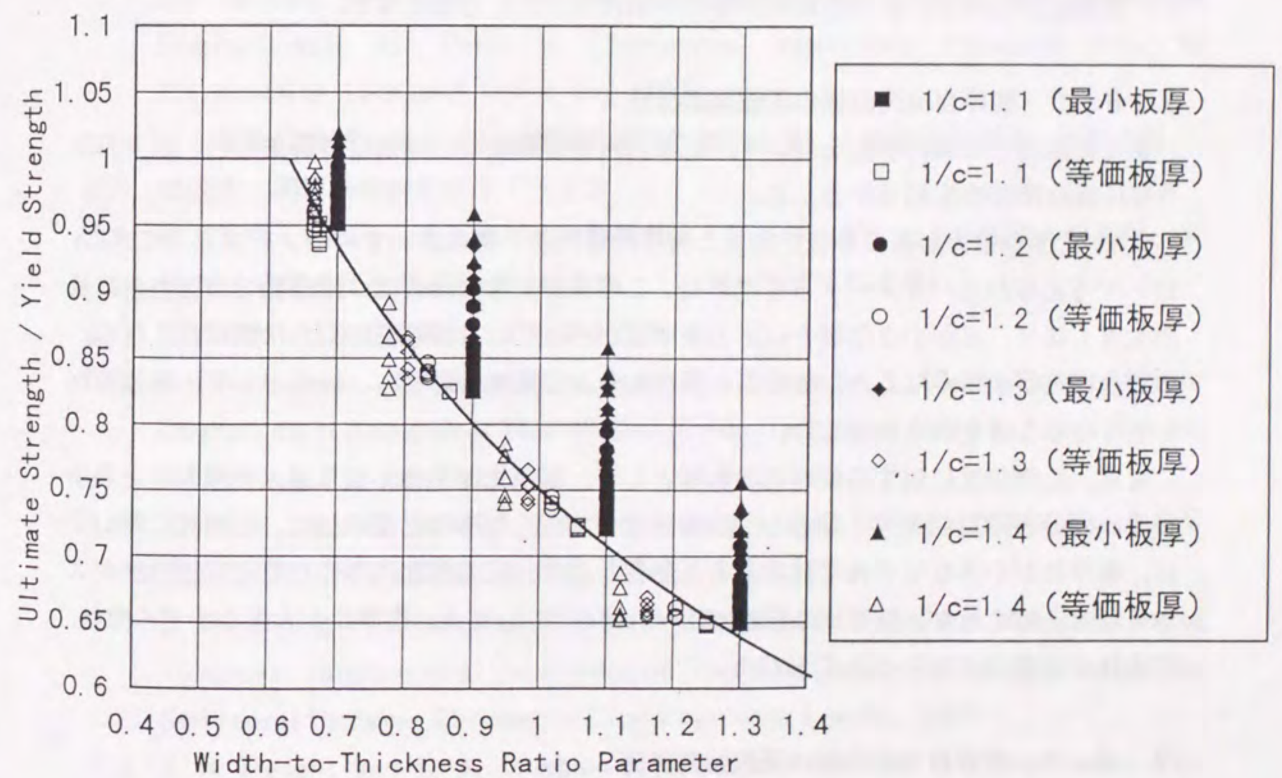


(b) 降伏強度限界を考慮した場合

図－3．37　等価板厚による圧縮強度評価（$\alpha=0.3$）



(a) 降伏強度限界を考慮しない場合



(b) 降伏強度限界を考慮した場合

図－3．38　等価板厚による圧縮強度評価（$\alpha=0.4$）

3．6　結言

本章では，変厚鋼板を溶接Ｉ型断面桁の圧縮フランジとして用いた場合の，フランジの局部座屈強度を，変厚自由突出板の圧縮強度解析により検討を行った。以下に，本章で得られた結果をまとめる。

3．6．1　変厚圧縮フランジのモデル化と圧縮強度解析法

変厚鋼板が溶接Ｉ断面桁の圧縮フランジとして用いられた場合を，変厚自由突出版としてモデル化した。また，変厚フランジでは，両載荷辺に大きさの異なる軸圧縮力が作用することが考えられるため，変厚自由突出板の要素内で，軸力比が一定値となるようにモデル化を行った。初期不整を含まない平板で考えれば，全体の力の釣り合い条件および微少領域での釣り合い条件から，軸方向力比と板厚比から，板要素の応力状態に応じて付加せん断流が計算できる。３．２では，この付加せん断流を板全体に付加的なせん断変形を与えることによって考慮する手法を考え定式化を行った。その結果として，強制変位を与える通常の変位制御の手法に，載荷辺における付加強制変位により板全体にせん断変形を生じさせ，これにより生じる付加せん断応力と強制変位から与えられる軸方向力を用いて，板要素内の軸力比を一定値に保たせる手法を開発した。この解析手法を用いることによって，任意応力比状態の変厚自由突出板の圧縮強度解析が可能となる。

3．6．2　変厚自由突出板の圧縮強度特性

新たに開発した解析手法を用いて，変厚自由突出鋼板の圧縮強度解析を行い，以下のような圧縮強度特性を明らかとした。

まず，変厚自由突出板の形状的特性と力学的特性を一様に表わすパラメータとして式(３．17）で与えられるパラメータβを考えた。このβが大きな場合は，厚部側での応力余裕量が大きくなり，βが小さな場合は応力余裕量が小さくなり等厚板の応力状態に近くなる。応力余裕量が小さくなると，板要素の塑性化および変形に影響し，結果として圧縮強度が小さくなることを明らかとした。

また，圧縮強度に対する板厚比の影響として，板厚比が小さくなり最大板厚断面と最小板厚断面の板厚差が大きくなると，圧縮強度が大きくなることを示した。応力比に関しては，板厚比が小さなモデルではいくらか影響があり，応力比が大きくなると圧縮強度が大きくなると言えるが，板厚比の影響に比べれば小さい。また，板厚比が大きなモデルでは，応力比の影響は小さいことを示した。

3．6．3　変厚自由突出板の圧縮強度評価

３．４で示した圧縮強度特性に基づき，３．５において変厚自由突出板の圧縮強度評価法について検討を行った。変厚鋼板では，板厚が断面毎に変化しているため，全断面降伏

強度も各断面で異なる。また，応力比が変化することによって各断面での作用軸方向力も異なる。このため降伏強度を用いて無次元化された圧縮強度が，断面によって異なるため，板全体としては点ではなく線で圧縮強度が評価されることになる。３．５では，この線で与えられる変厚鋼板の圧縮強度を，既往の等厚板に対する板強度曲線を用いて評価するために，変厚鋼板と等価な圧縮強度を有する等厚鋼板の幅厚比パラメータ，つまり等価幅厚比パラメータを用いる方法を提案した。

この等価幅厚比パラメータは，前述の線で与えられる変厚鋼板の圧縮強度と，基本板強度曲線の交点で与えられる。３．５では，解析により得られる等価幅厚比パラメータを回帰することによって，板厚比および最小板厚を変数とする等価幅厚比パラメータの評価式の作成を行った。また，評価式で与えられる等価幅厚比パラメータを用いて変厚鋼板の圧縮強度評価を行い，その妥当性について検討した。さらに，設計における合理化の観点から，等価幅厚比パラメータの評価式を式（３．33）のように簡略化し，αの値について検討を行った。その結果，α=0.3 程度とすれば妥当な圧縮強度評価が可能となることを示した。

【参考文献】

3.1)　G. Garrigues, J. Granboulan and J. Mazou : Un Product Nouveau Pourla Constraction Metallique，les Toles a Epaisseur Variavle, Symp. De L'association Internationale des Ponts et Charpentes, Association Francaise Pour la Construction, Leingard, USSR, Sep., 1991.

3.2)　日本道路公団パンフレット：鋼橋工事の省力化工法，上信越自動車道　深沢川橋

3.3)　建設省：鋼道路橋設計ガイドライン

3.4)　緒方辰男，林辰一，上高原正弘，板橋壮吉：テーパープレートの橋梁への適用，第50回土木学会年次学術講演会概要集，Ｉ-306，平成７年９月.

3.5)　社団法人　日本道路協会：道路橋示方書

3.6)　N. Nishimura, S. Murakami and S. Takeuchi : Elasto-Plastic Finite Displacement Analysis of Thin-Walled Shells, Tech. Rep. of Osaka Univ., Vol.45, No.2231, pp.213-220, Oct., 1995.

3.7)　西村宣男，堀田毅，滝英明：変厚フランジを用いた鋼Ｉ断面桁の座屈実験，土木学会関西支部年次学術講演会概要集，Ｉ-46，平成８年５月.

3.8)　B. W. Young, P. Elliott and J. Bowers : Residual Stresses and Measurement of Tolerance, International Conference on Steel Box Girder Bridges, Journal of the Structural Division, The Inst. of Civil Engineers, London, 1973.

3.9)　J. B. Dwight and K. E. Moxham : Welded Steel Plates in Compression, The Structural Engineers, Vol. 47, No. 2, pp.49-66, 1969.

3.10)　J. B. Dwight : Collapse of Steel Compression Panels, Conference on Development

in Bridge Design and Construction, Cardiff, 1971.
3.11) 佐藤邦彦，寺崎俊夫：構造用材料の溶接残留応力•溶接変形におよぼす溶接諸条件の影響，溶接学会誌，第 45 巻，第 1 号，p.42-53, 1976.
3.12) 佐藤邦彦，寺崎邦夫：構造用材料におよぼす溶接諸条件の影響，溶接学会誌，第 45 巻，第 4 号，p.302-308, 1976.
3.13) 佐藤邦彦，寺崎邦夫：溶接残留応力・溶接変形およぼす相変態の影響，溶接学会誌，第 45 巻，第 7 号，p.46-52, 1976.
3.14) 佐藤邦彦，寺崎邦夫：多層溶接の溶接変形におよぼす溶接諸条件の影響，溶接学会誌，第 45 巻，第 6 号，1976.
3.15) 鈴木博之：構造用鋼材の一様伸びを表わすパラメータの板厚依存性，鋼構造年次論文報告集，Vol2, pp.438-478, Nor., 1994.
3.16) 3.1) に同じ
3.17) S. Komatsu and T. Kitada : Ultimate Strength of Outstanding Flange in Compression,
3.18) 鋼骨組み構造物の極限強度の統一的評価に関する総合的研究　研究成果報告書（研究代表者　福本唀士），平成 2 年 3 月.
3.19) British Standard Institution : BS5400 Part 3. Code of practice for design of steel bridges "Steel, Concrete and Composite Bridges".

第４章　孔あき鋼管部材の座屈実験

４．１　緒言

円形断面は，形状係数が他の断面形状に比べて大きく対称閉断面であることから，軸圧縮力や内圧外圧を受ける場合に対して効率的な形状を有する断面である。このため，円形鋼管断面は，鋼構造物の柱部材として以前より広く用いられている。その用途も，塔状構造物の腹材や鋼製橋脚，支持杭など広い範囲にわたっており，管径や径厚比も使用条件に合わせて様々である。このような円形鋼管のなかでも，塔状構造物の腹材としては，比較的径の小さな電縫管が用いられている。

電縫管は，coiling された状態の steel sheet を uncoiling し，フラットな steel sheet 状に戻した後，forming や welding および sizing などの工程を経て製造される鋼管であり，通常，製造管と呼ばれる。電縫管では，製造工程において様々な塑性加工を受けるために，降伏応力度が加工前の鋼材の降伏応力度に比べて大きく上昇していることが，これまでに行われた研究[4.1),4.2)]からも明らかである。

降伏応力度の上昇は耐荷力に大きく影響することから，一般に，鋼管部材の耐荷力は，同じ断面積の場合，他の断面形状の鋼部材に比べて大きい。ところが，この降伏応力度の変化量は，鋼管が製造工程で受けた塑性加工の程度によって変化し，径厚比や鋼種によって様々であると言える。このことが，電縫鋼管などの円形鋼管部材の耐荷力にばらつきが生じる[4.3)]一因となっている。

鋼材の弱点の一つに腐食がある。長期間供用された鋼構造部材では，腐食による肉厚の減少や開孔等の断面の欠損が生じる可能性があり，この被害のために耐荷力が減少することが予想される。特に鋼管断面に孔があいた場合，断面欠損の影響と，孔周辺の応力集中や局部的変形の影響の相互作用により，孔径や開孔位置によっては，著しい強度低下をもたらす可能性がある。

ところで，損傷を受けていない健全な電縫鋼管部材の耐荷力に関する研究[4.4),4.5)]は数多く行われ，その特性も明らかとなっているが，孔あきなどの損傷を受けた円形鋼管部材の耐荷力に関して行われた研究[4.6)]はほとんどなく，その特性は明らかでないのが現状である。今後の合理的な維持・管理のためにも，損傷を受けた鋼管部材の残存耐荷力特性を明らかにし，その残存耐荷力を適切に予測・把握することが重要となってくる。特に，孔あき鋼管の残存耐荷力評価のためには，断面欠損と応力集中の相互作用について検討し，その特性を明らかにする必要がある。さらに，孔のあいた断面の局部変形と鋼管部材の曲げ座屈の連成効果に対する孔の影響について検討し，孔あき鋼管部材の耐荷力特性について明らかにする必要がある。

実際に鋼管部材が腐食被害を受け，孔があいた場合，孔の形状は腐食の状況によって様々であり，孔と残存耐荷力の関係について系統的に整理することは困難である。ここでは損

傷を受けた鋼管部材の耐荷力に関する基礎資料として，人工的に円孔をあけた円形鋼管部材を用いて座屈実験を行い，孔あき鋼管部材の基本的耐荷力特性について検討することとした。

4．2　材料試験

4．2．1　材料試験の供試体および試験概要

円形鋼管の場合，降伏応力として引張試験から求められる引張降伏応力度と短柱圧縮試験より求められる圧縮降伏応力度が考えられ，引張降伏応力度の方が大きいことが，これまでに行われた研究[4.1),4.2)]で報告されている。越智等は，材料試験データを統計的に処理し，式（4．1）のように鋼管の径厚比から電縫鋼管の引張降伏応力度を与える評価式を提案している[4.2)]。

$$\sigma_{Y,t} = 4.69 M_1 \left(\frac{D}{t}\right)^{-0.0622} \qquad (4.\ 1)$$

ここに，$\sigma_{Y,t}$ は引張降伏応力度であり，平均値に対する提案式の場合 $M_1 = 1.0$ をとる。式（4．1）で与えられる引張降伏応力度の評価式と同様に，圧縮降伏応力度の評価式を次式で提案している。

$$\sigma_{Y,c} = 4.56 M_4 \left(\frac{D}{t}\right)^{-0.0803} \qquad (4.\ 2)$$

ここに，$\sigma_{Y,c}$ は圧縮降伏応力度であり，平均値に対する提案式の場合 $M_4 = 1.0$ をとる。

断面としての円形鋼管を考えた場合，円周方向に作用する引張応力，いわゆるフープテンションの効果が重要となってくる。このため，鋼管部材の材料特性を得るための引張試験と短柱圧縮試験を行うこととした。また，孔あき鋼管部材の局部座屈と曲げ座屈の連成を考える場合，孔あき短柱の圧縮試験から得られる短柱圧縮強度が重要となってくる。圧縮を受ける円形鋼管断面に孔があいた場合の，孔周辺の応力集中や局部変形に関して行われた研究[4.7)]も少なく，その特性も明らかではないため，孔あき鋼管短柱の圧縮試験を併せて行うこととした。これら各材料試験に加えて，鋼管部材の耐荷力に大きく影響する残留ひずみも測定した。

実験に用いた鋼管は，鋼種がSTK400で，外径D＝89.1mm，肉厚ｔ＝3.2mmの電縫鋼管である。

（1）引張試験

引張試験では，鋼材の引張降伏応力度，弾性係数および引張強さを求める。供試体の中央にひずみゲージを90°間隔に4枚貼付し，管軸および円周方向のひずみを測定した。また，荷重の測定にはロードセルを用いた。図―4．1に供試体の概要およびひずみゲージ貼付位置を示す。引張供試体は12B号の管状供試体で，鋼管両端につかみ手を取り付け

られるように，ネジを設け，つかみ手を介して載荷した。写真―4．1に引張供試体を，写真―4．2に供試体設置状況を示す。

（2）短柱圧縮試験

短柱圧縮供試体は，鋼管長Ｌと鋼管半径Ｒの比（Ｒ／Ｌ）を0.5とした。ひずみおよび荷重の測定には，引張供試体同様に，供試体中央に4枚貼付したひずみゲージとロードセルを用いた。図―4．2に供試体概要およびひずみゲージ貼付位置を示す。供試体の端部は器械仕上げを行い，直接載荷板を介して平押しの状態で載荷を行った。また，載荷にあたり，供試体下部に設置したロードセルと供試体の間に球座を設け，偏心載荷を防止した。

（3）孔あき短柱の圧縮試験

孔あき鋼管短柱の圧縮試験では，Ｒ／Ｌがほぼ0.3となるように鋼管長Ｌを決定した。孔周辺の内外壁面には応力集中ゲージを計4枚，その他の個所には等間隔に7枚の2軸ひずみゲージを貼付し，それぞれひずみを測定した。荷重は引張試験や短柱圧縮試験同様にロードセルを用いて測定した。図―4．3に供試体概要およびひずみゲージ貼付位置を示す。また，短柱圧縮試験同様にロードセルと供試体の間には球座を設置した。

（4）残留ひずみ測定

残留ひずみ測定用供試体には，内外壁面に等間隔に17枚，計34枚の2軸ゲージを貼付して，応力緩和法により管軸および円周方向の解放ひずみを測定した。図―4．4に供試体概要およびひずみゲージ貼付位置を示す。

ここで，表―4．1に，各材料供試体の構造諸元の一覧を示す。

表―4．1　材料試験供試体の構造諸元

		個数	D(mm)	t(mm)	D/t	L(mm)	R/L	
引張試験	STT	3	89.1	3.2	13.92	440.0	0.101	—
短柱圧縮	STC	3	89.1	3.2	13.92	89.1	0.500	—
孔あき短柱	STCH-05	2	89.1	3.2	13.92	152.1	0.293	14.0
	STCH-15	2	89.1	3.2	13.92	152.1	0.293	40.0
	STCH-25	2	89.1	3.2	13.92	152.1	0.293	63.0
残留ひずみ	STRS	3	89.1	3.2	13.92	152.1	0.293	—

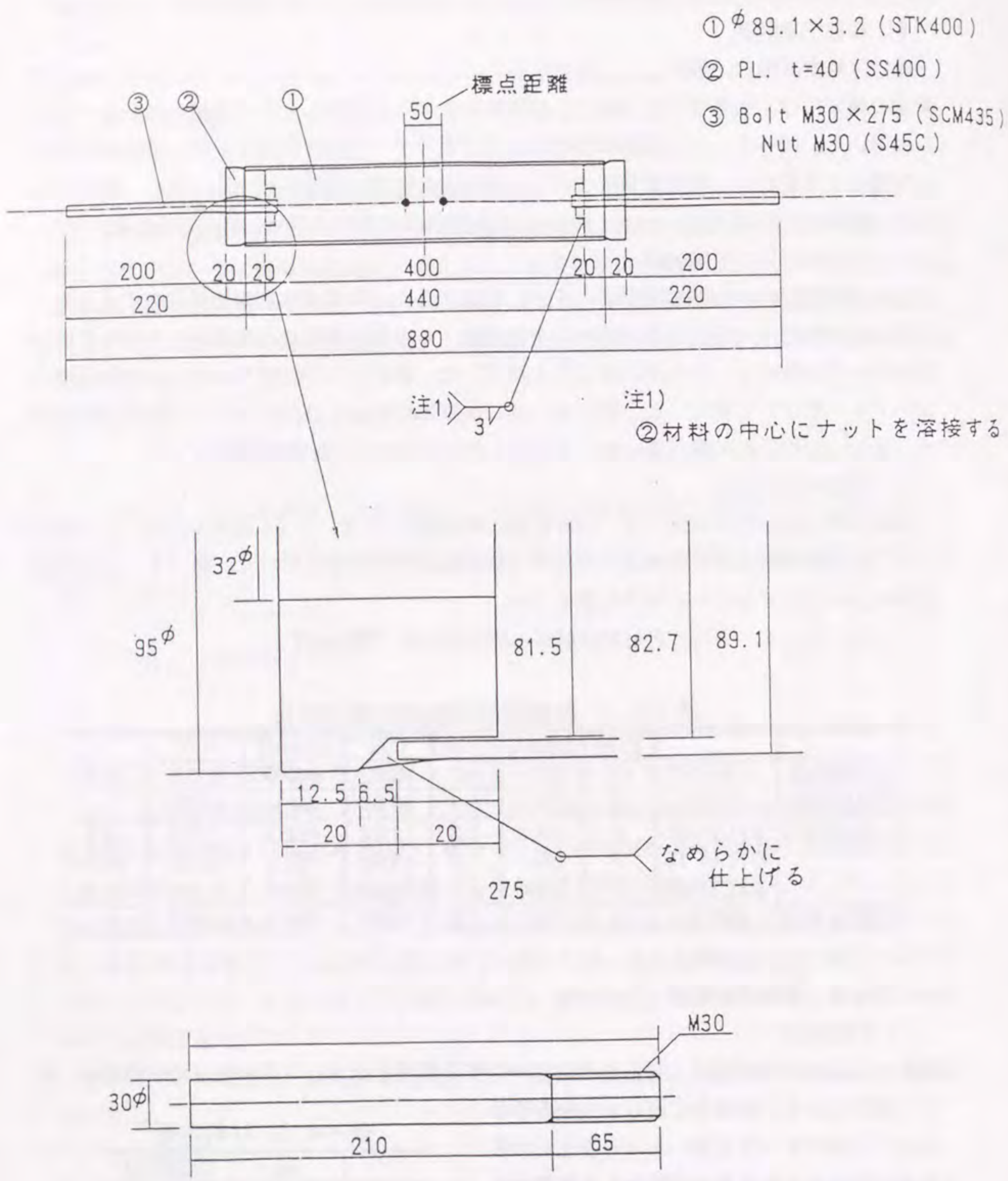
4．2．2　材料試験結果

（1）引張試験

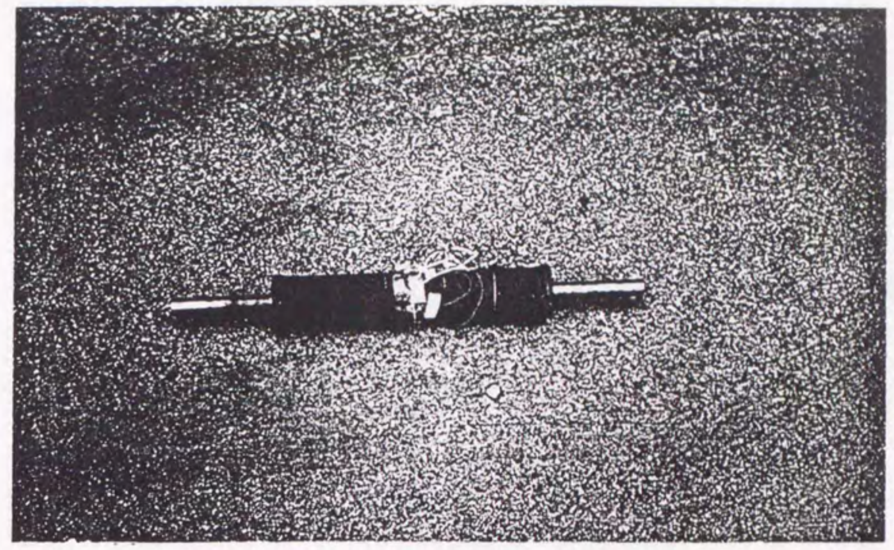
図―4．5に引張試験より得られた応力―ひずみ関係を示す。3体の供試体の結果は，よく一致しており，供試体に設けたつかみ手およびネジ部のすべりは無いものと考えられる。管状供試体であり，また塑性加工の影響で明瞭な降伏棚が認められなかったため，0.2%オフセット値を求めて引張降伏応力度とした。表―4．2に引張試験より得られた各材料定

表―4．2　材料定数

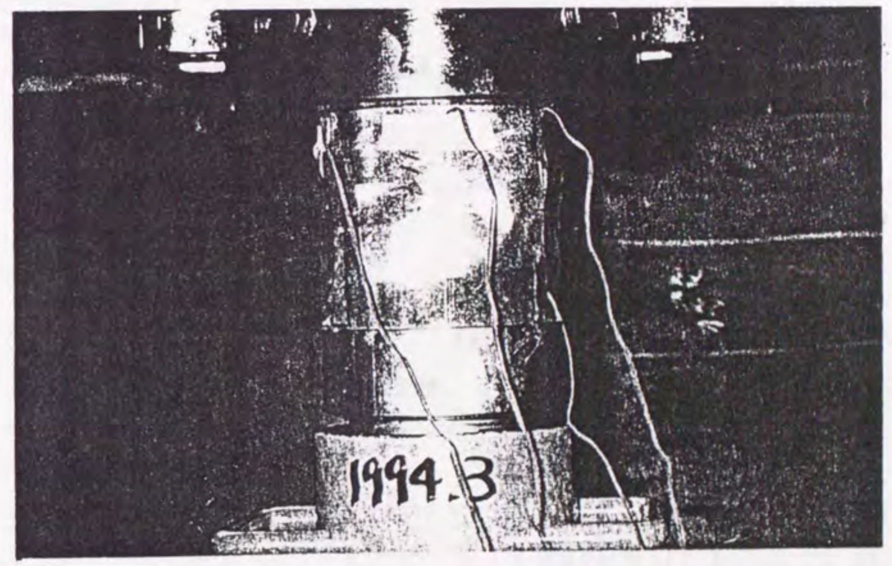
	unit	実験結果
E	kgf/cm^2	2.1×10^6
ν	－	0.276
$\sigma_{Y,t}$	kgf/cm^2	3700.0



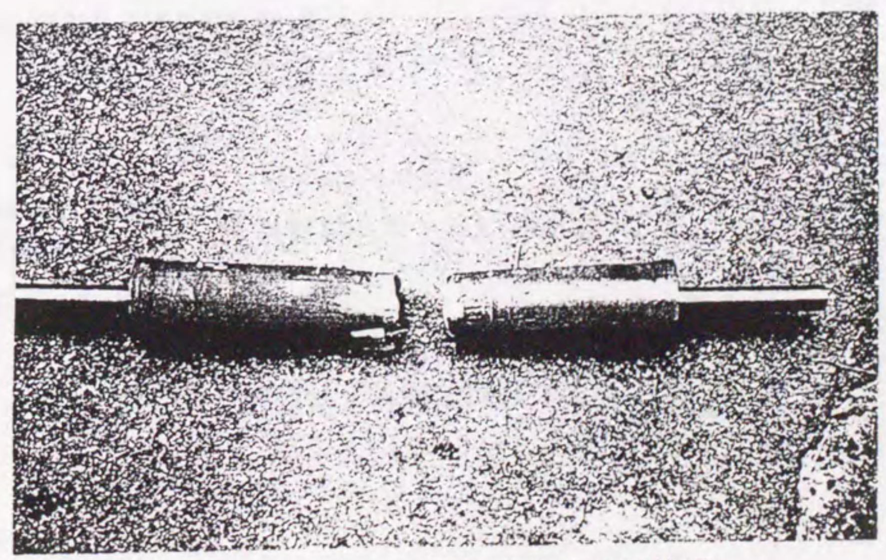
図－4．1　引張試験体の概要



写真－4．1　引張試験体

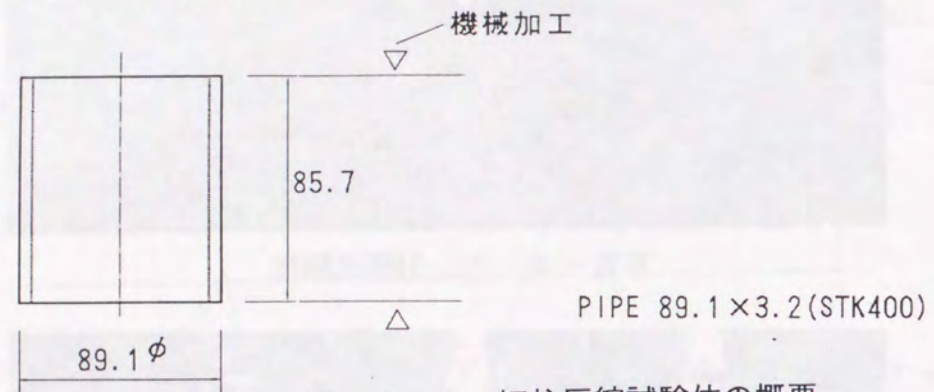


写真－4．2　短柱圧縮試験体設置状況



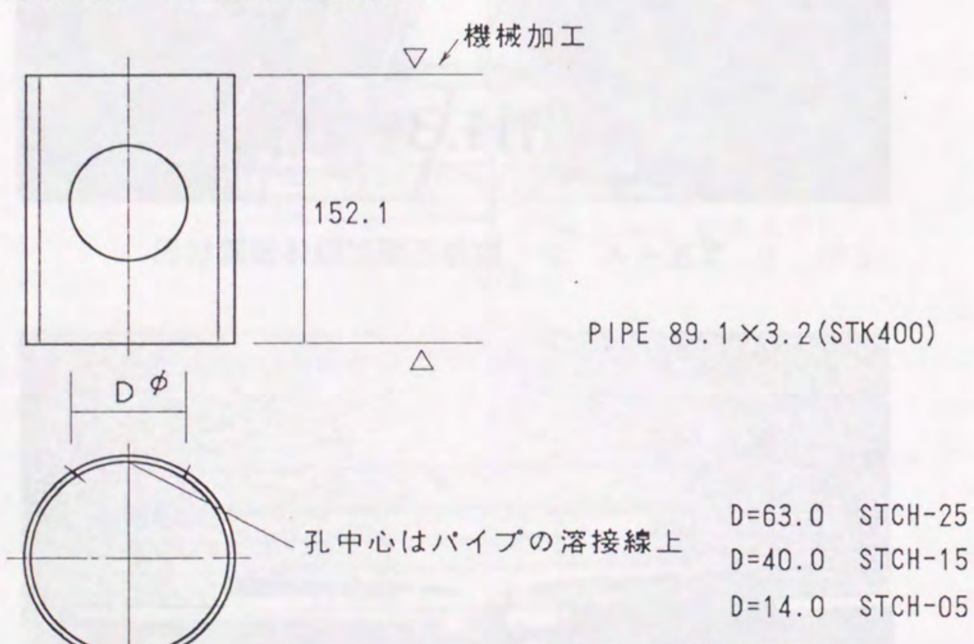
写真－4．3　引張試験体の破断状況

短柱圧縮試験供試体

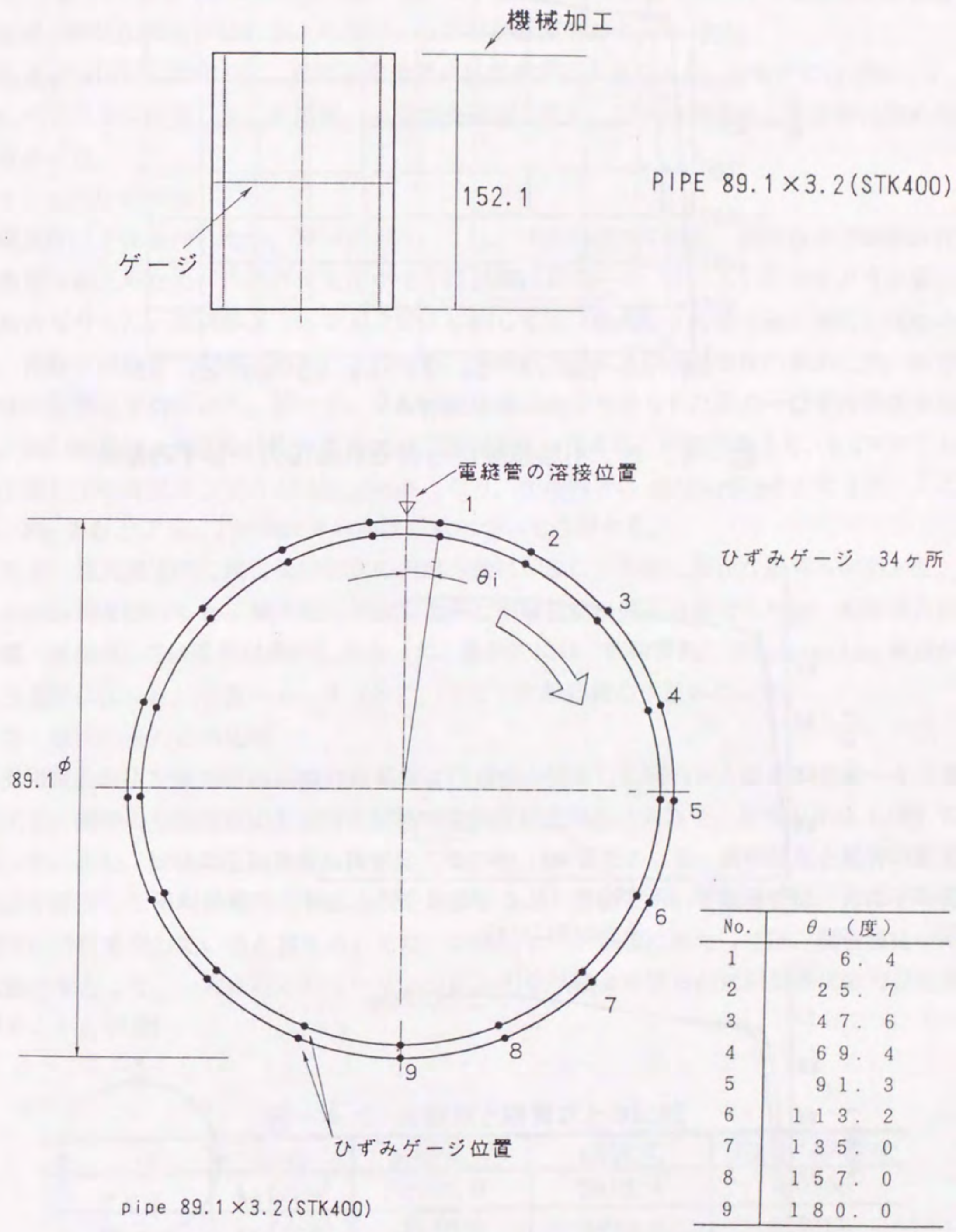


図－4．2　短柱圧縮試験体の概要

応力集中用　孔あき短柱圧縮試験



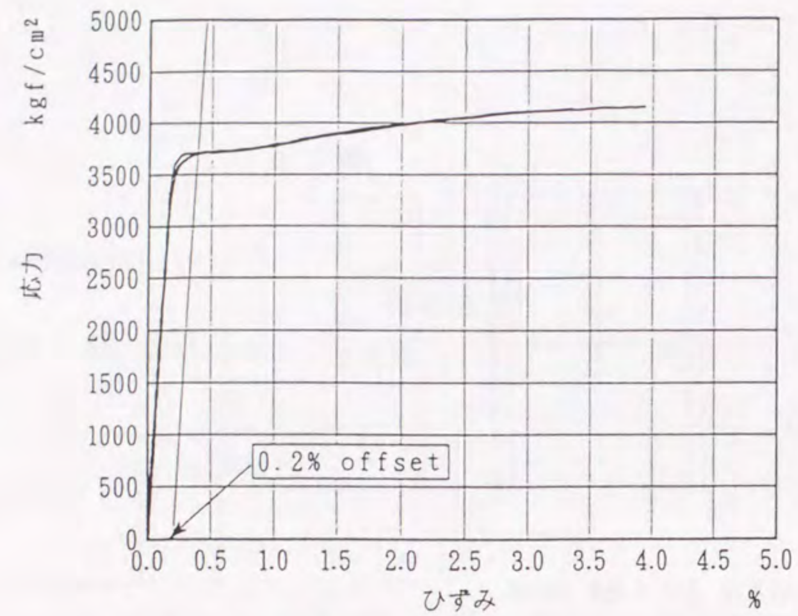
図－4．3　孔あき短柱試験体の概要



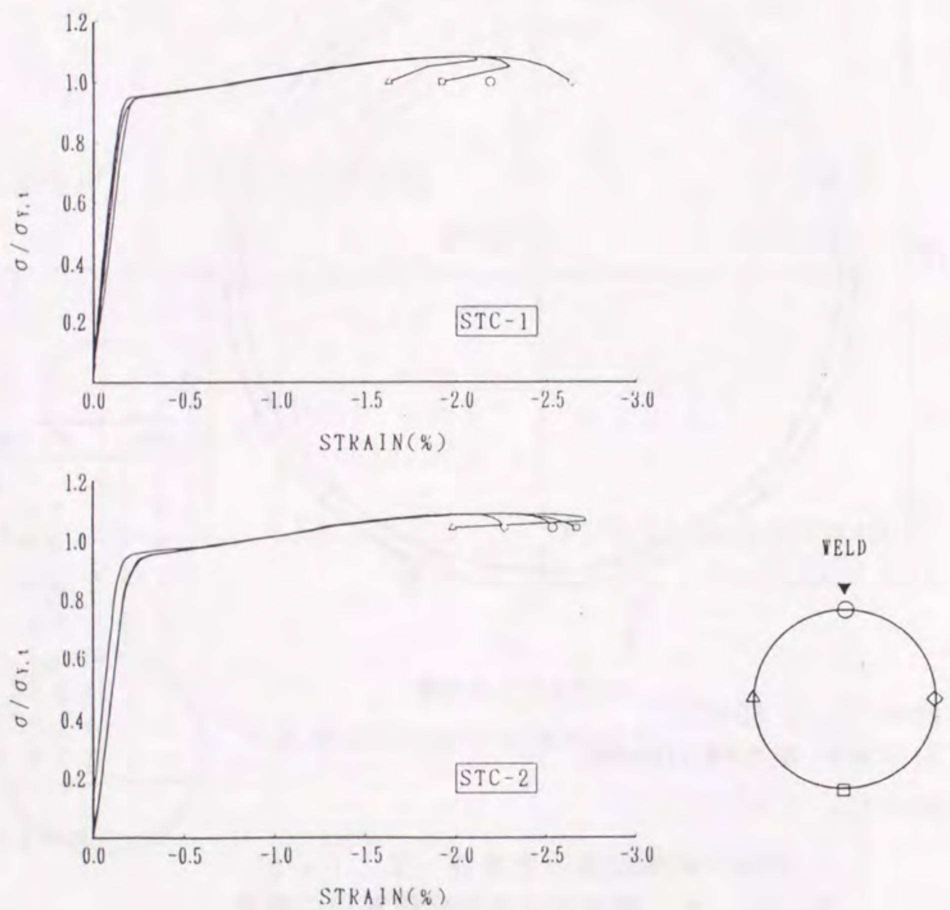
No.	θi（度）
1	6．4
2	25．7
3	47．6
4	69．4
5	91．3
6	113．2
7	135．0
8	157．0
9	180．0

ゲージ貼付位置

図－4．4　残留ひずみ測定試験体の概要



図－4．5　引張試験から得られた応力－ひずみ関係



図－4．6　短柱圧縮試験より得られた応力－ひずみ関係

数の一覧を示す。引張降伏応力度は，3700kgf/cm²であり，公称値（2400 kgf/cm²）の1.57倍とかなり大きな値が得られたが，これは，鋼管の製造時に受ける塑性加工の影響や素材の降伏応力度が公称値より高いことなどが原因である。

荷重が増加するに従って，供試体中央部の径が次第に小さくなり，最終的には写真—4．3に示すように破断した。破断後，ネジ部を確認したが，すべりが発生した形跡は認められなかった。

（2）短柱圧縮試験

供試体は3体製作したが，供試体Ｎｏ．1は，球座の選択を誤り，載荷途中で球座の許容荷重を超えたため，供試体に変形が生じた以降は写真—4．4（A）に示すように偏心載荷となりった。供試体Ｎｏ．2および3に関しては，載荷終了時まで偏心載荷とはならず，良好な試験結果が得られた。このため，圧縮応力度および圧縮強度の算出には，後者2体の試験結果を用いる。図—4．6に短柱圧縮試験より得られた応力—ひずみ関係を示す。図の縦軸は，引張降伏応力度を用いて無次元化してある。試験結果より，0.2%オフセット値に圧縮降伏応力度は3540kgf/cm²となり，圧縮強度は4088kgf/cm²となった。ここで，No. 2およびNo. 3の供試体の崩壊挙動について説明する。

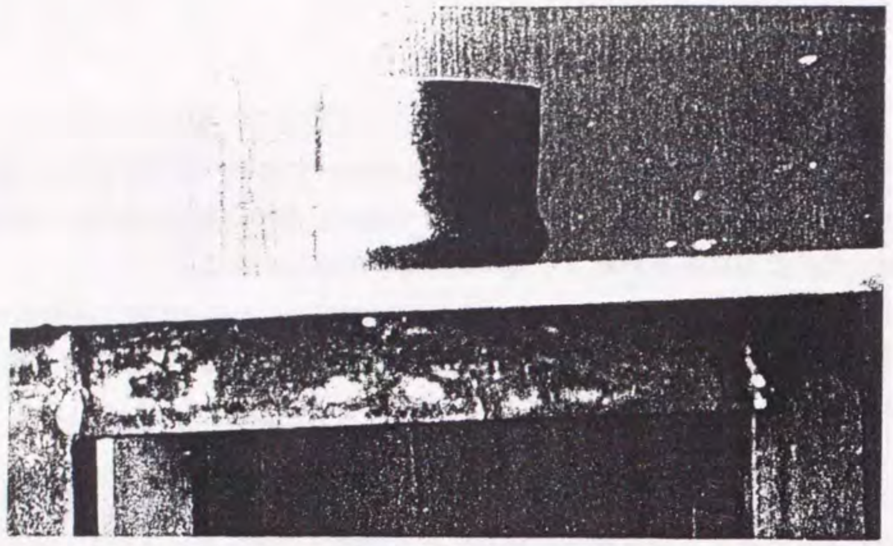
まず，最大荷重時に鋼管両端付近の円周方向に一様に，外側に僅かな膨らみが生じた。さらに載荷を続けると，軸圧縮力の減少と共に載荷板側の変形は進行したが，載荷板と反対側（球座側）では変形は進行しなかった。最終的には，載荷板側にElephant Leg座屈が生じ崩壊に至った。写真—4．4（Ｂ），（Ｃ）に載荷後の供試体を示す。

（3）既往の研究との比較

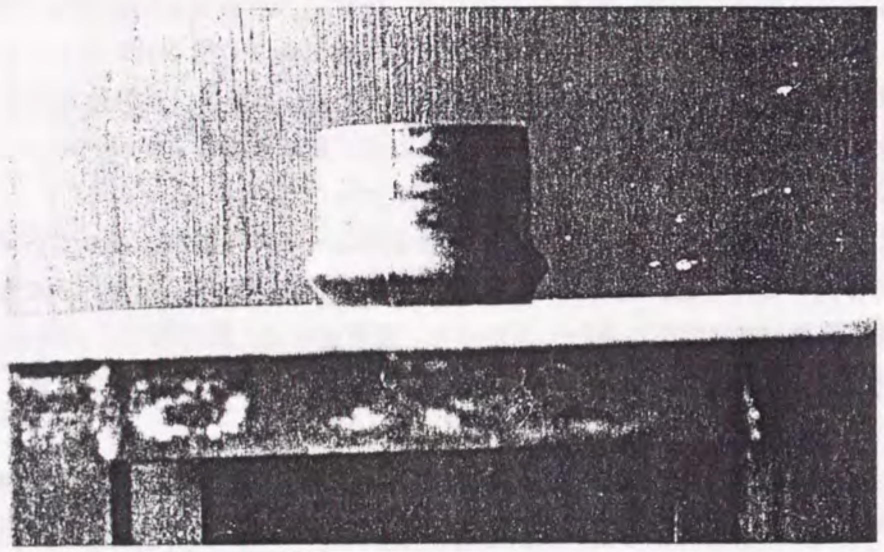
引張試験および短柱圧縮試験の結果および越智の提案した回帰式との比較を表—4．3に示す。鋼管の引張降伏応力度は圧縮降伏応力度に比べると大きく，両者の比は1.065であった。また，短柱の圧縮強度は降伏応力度の約1.08倍であった。実験結果と越智の提案式より算出した平均値相当の各応力度を比較すると，実験で用いる電縫管は，ほぼ平均値相当の強度を有していると言える。また，以降のデータ整理にあたっては，鋼管部材の降伏応力度として，一般に行われているように，引張試験より得られた引張降伏応力度を用いることとする。

表－4．3　実験値と越智式との比較

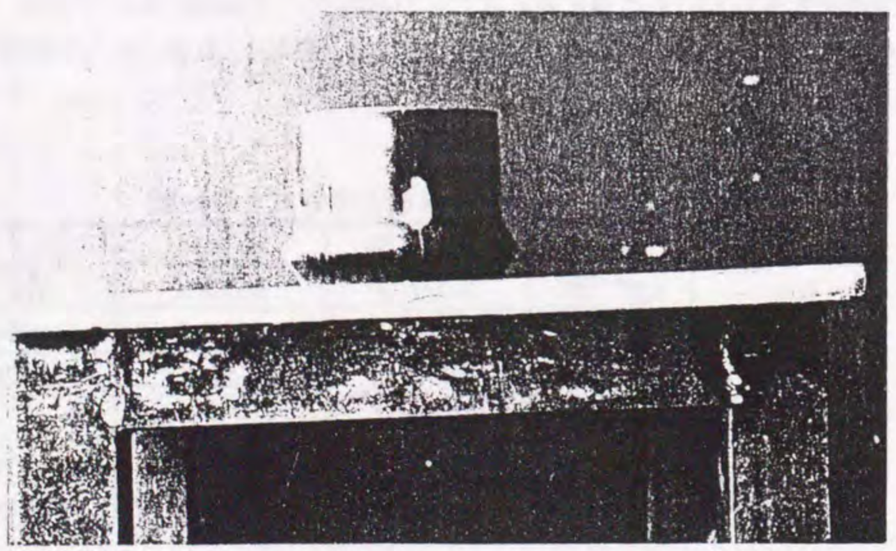
	unit	実験結果	越智式	実験／越智式
$\sigma_{Y,t}$	kgf/cm²	3700.0	3813.4	1.0306
$\sigma_{Y,c}$	kgf/cm²	3540.0	3491.0	0.9862
$\sigma_{u,t}$	kgf/cm²	4344.0	4726.2	1.0880
$\sigma_{u,c}$	kgf/cm²	4088.0	−	−
$\sigma_{Y,t}／\sigma_{u,t}$	−	0.8517	0.8084	0.9491
$\sigma_{u,c}／\sigma_{Y,t}$	−	1.1049	1.0174	0.9209



写真－4．4　短柱圧縮試験体の極限状態（Ｎｏ．１）



写真－4．4　短柱圧縮試験体の極限状態（Ｎｏ．２）



写真－4．4　短柱圧縮試験体の極限状態（Ｎｏ．３）

（4）孔あき短柱圧縮試験

図—4．7は，弾性領域における管軸方向の応力分布である。孔径が大きくなるに従って，応力集中係数が大きくなっている。孔あき鋼管短柱の圧縮試験では，この応力集中の影響で，孔周辺において早期に塑性化が進展する。

図—4．8に応力—ひずみ関係を，表—4．4に孔あき鋼管短柱の圧縮試験結果の一覧を示す。孔の影響で，短柱の圧縮強度が低下する傾向は共通であるが，孔径によって崩壊に至る挙動に相違点があったため，以下に簡単に説明する。

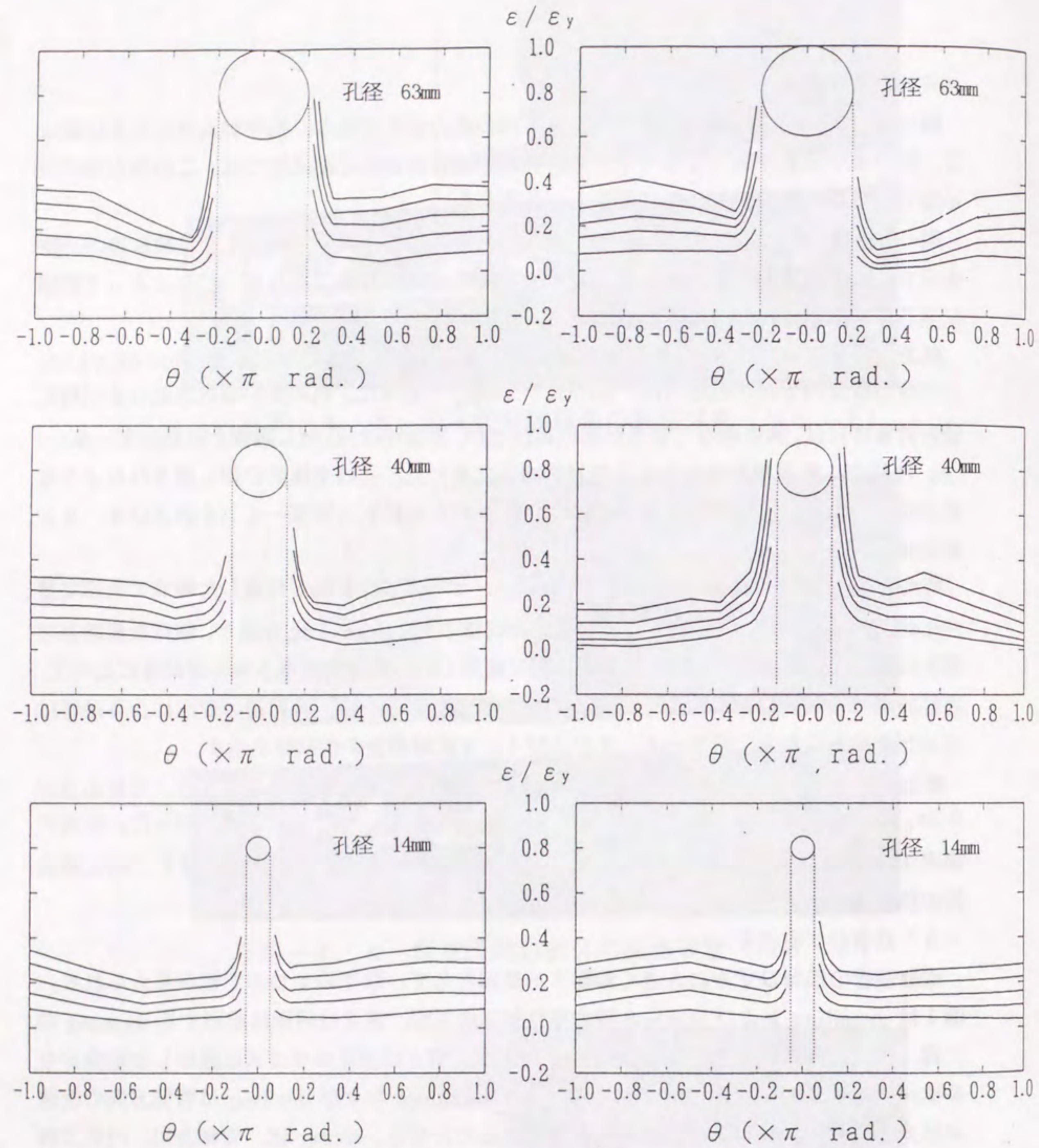
断面欠損率５％（孔径が14mm）の場合は，応力集中の影響で早期に塑性化が開始した。この時の断面の平均圧縮応力は，$0.85\sigma_Y \sim 0.9\sigma_Y$であった。孔の無い短柱供試体と同様に，最大荷重時には，鋼管両端で変形が認められたが，崩壊時は，孔無し鋼管と同様のElephant Leg 座屈が，載荷板側端部の孔と反対側の面に生じた。孔は全体的に押し潰されたような変形を生じたが，崩壊に対する影響は小さいと考えられる。写真—4．5および4．6に載荷後の供試体を示す。

断面欠損率15％（孔径が40mm）の場合は，平均応力が$0.8\sigma_Y$に達した時点で明確な塑性化が開始した。断面欠損率５％のモデルと同様のElephant Leg座屈が，載荷板側端部で僅かに生じた。孔は押し拡げられレモン型に変形した。断面欠損率５％の供試体に比べて，局部座屈による変形が小さくまた最大荷重も小さいことから，孔周辺の変形により崩壊に至ったと考えられる。写真—4．7および4．8に載荷後の供試体を示す。

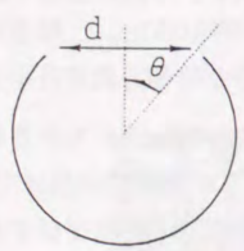
断面欠損率25％（孔径が63mm）の場合は，塑性化の開始がさらに早まり，平均応力が$0.7\sigma_Y$の時点で孔周辺の変形が急増し，局部座屈が生じることなく崩壊に至った。断面欠損率15％の供試体と同様に，孔はレモン型に変形した。写真—4．9および4．10に載荷後の供試体を示す。

（5）残留ひずみ測定

電縫鋼管の残留ひずみに大きく影響する要因として，以下の4つの工程が考えられる。第1はuncoilingおよびleveling時の塑性加工の工程，第2は円形に成形するformingの工程，第3は軸方向に溶接するweldingの工程，第4は規定のサイズに整形し初期曲がりを矯正するsizingの工程である。このうち，uncoilingおよびlevelingは管軸方向の板曲げ応力となり，formingは円周方向の板曲げ応力となる。sizingは，管軸方向，円周方向の軸応力成分となる。図—4．9に，残留ひずみの測定結果を示す。今回の測定では，電縫管の板表面における残留ひずみは，円周方向の直ひずみ成分が約$\pm 0.35\varepsilon_{Y,t}$，軸方向の直ひずみ成分が約$\pm 0.12\varepsilon_{Y,t}$でほぼ一定となっており，円周方向成分が管軸方向成分を大きく上回っている。この傾向は，青木－福本が行った残留ひずみ測定の結果[4.8)]にも示されている。今回の測定結果および文献4.8)の測定結果ともに，両方向ともに板曲げの成分であり，溶接によるものと考えられる残留ひずみは僅少であった。軸方向成分の板曲げひずみは，uncoilingおよびlevelingの工程で生じる残留ひずみと考えられることから，電縫鋼管では，溶接やsizingによる残留ひずみは小さく，鋼管を成形する際の塑性曲げ加工による残留ひ



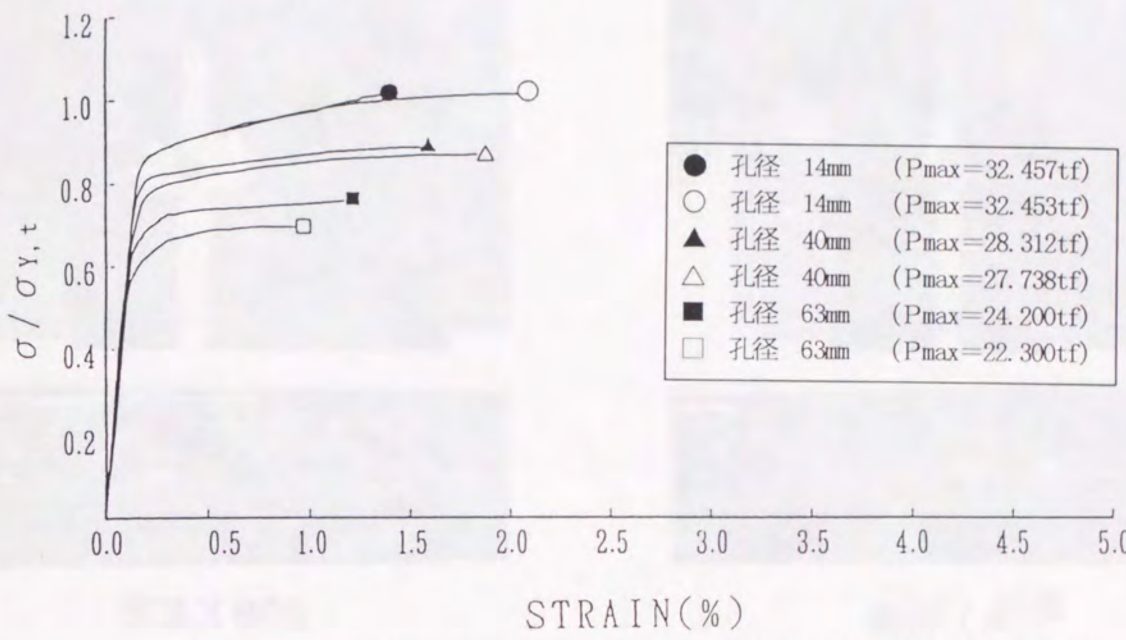
(載荷重12.0, 14.0, 16.0, 18.0, 20.0tf)



θ：溶接線上からの位置

d：孔径

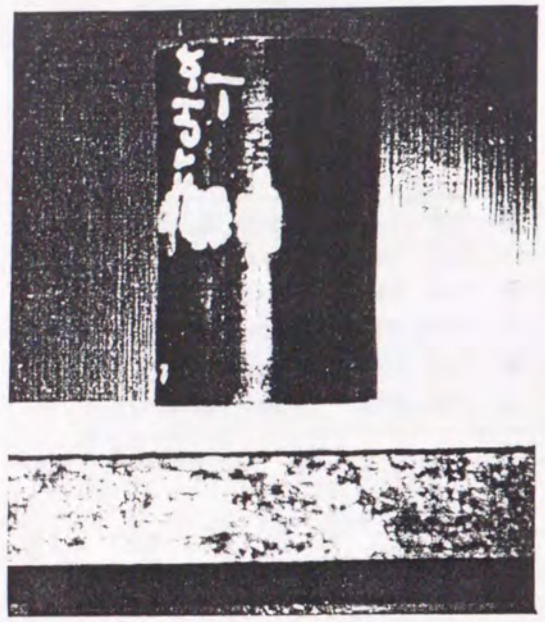
図－4．7　孔あき短柱の孔周辺のひずみ分布



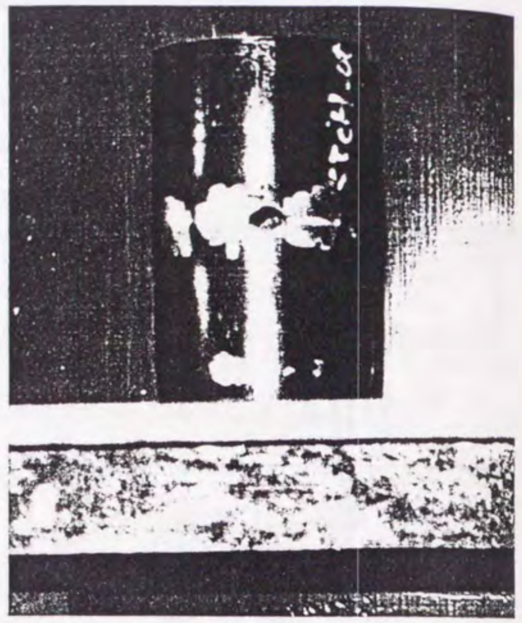
図－4．8　孔あき短柱圧縮試験より得られた応力－ひずみ関係

表－4．4　孔あき短柱の圧縮試験結果

		$\sigma_{u,c}$	$\sigma_{u,c}/\sigma_{y,t}$
unit		kgf/cm^2	
断面欠損率５％	STCH05-1	3758.51	1.0158
	STCH05-2	3758.04	1.0157
	平均値	3758.28	1.0158
断面欠損率15％	STCH15-1	3278.52	0.8861
	STCH15-2	3212.05	0.8681
	平均値	3245.28	0.8771
断面欠損率25％	STCH25-1	2802.35	0.7574
	STCH25-2	2582.33	0.6979
	平均値	2692.34	0.7277

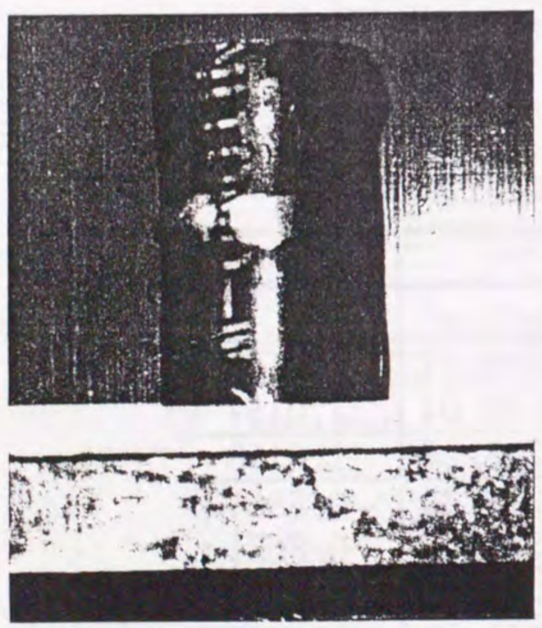


（A）側面

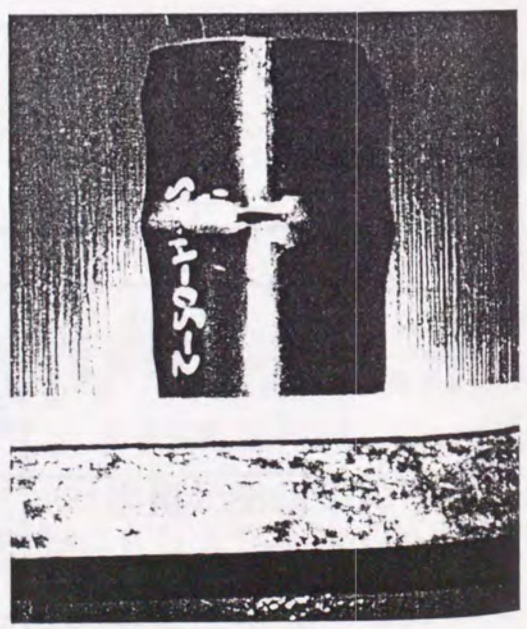


（B）正面

写真－４．５　孔あき短柱試験体の極限状態(断面欠損率5%)

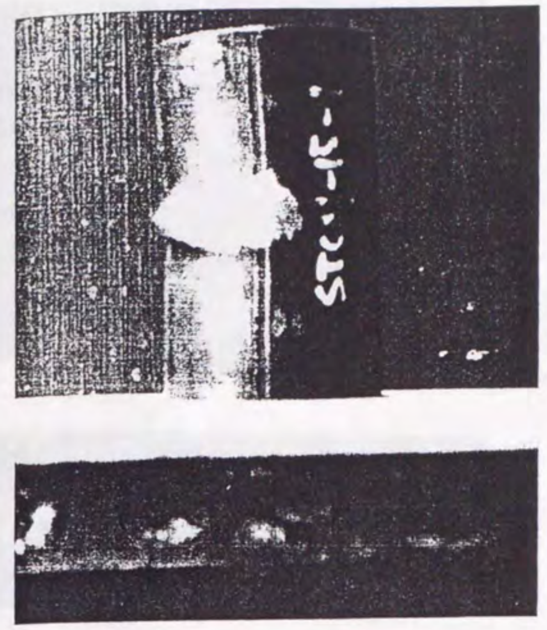


（A）側面

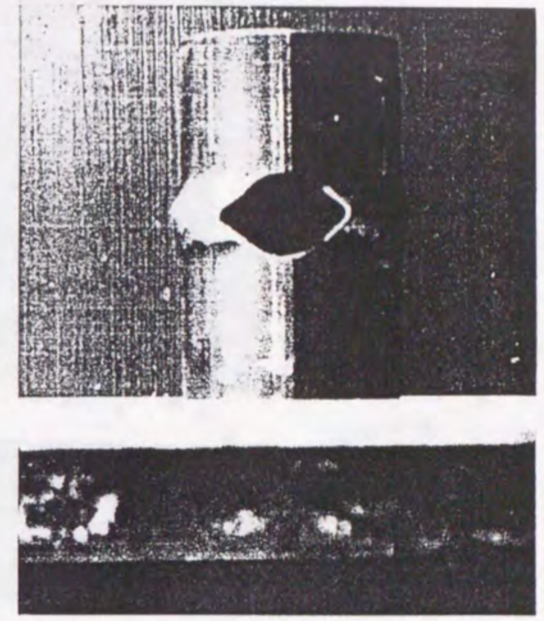


（B）正面

写真－４．６　孔あき短柱試験体の極限状態(断面欠損率5%)

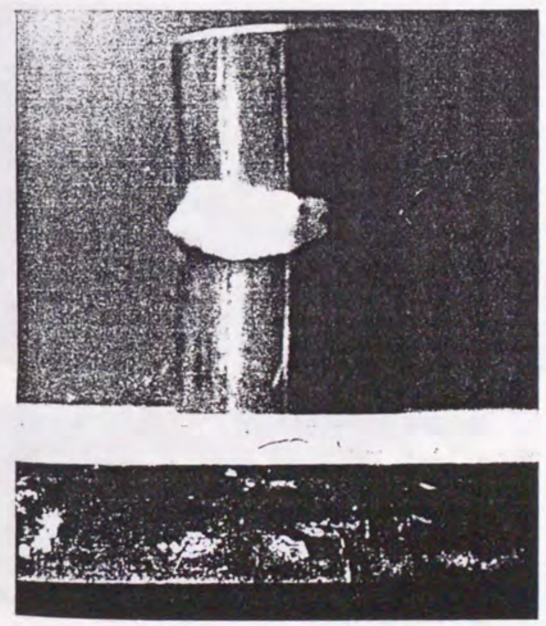


（A）側面

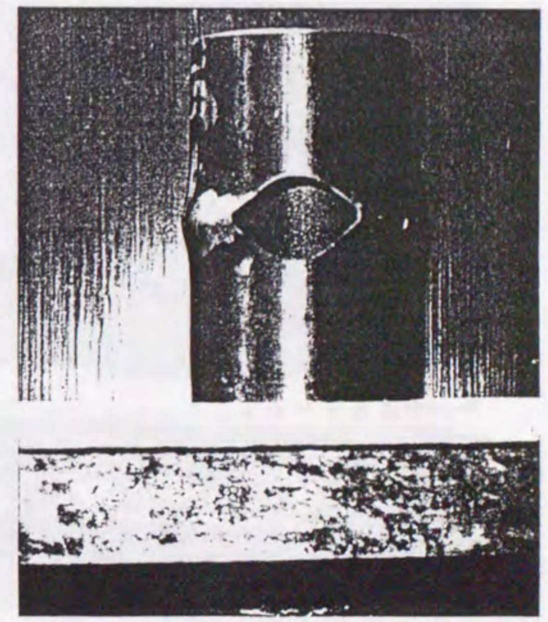


（B）正面

写真－４．７　孔あき短柱試験体の極限状態(断面欠損率15%)

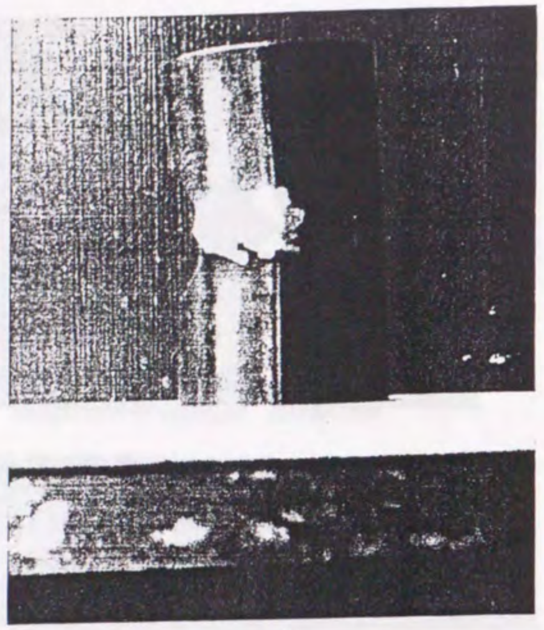


（A）側面

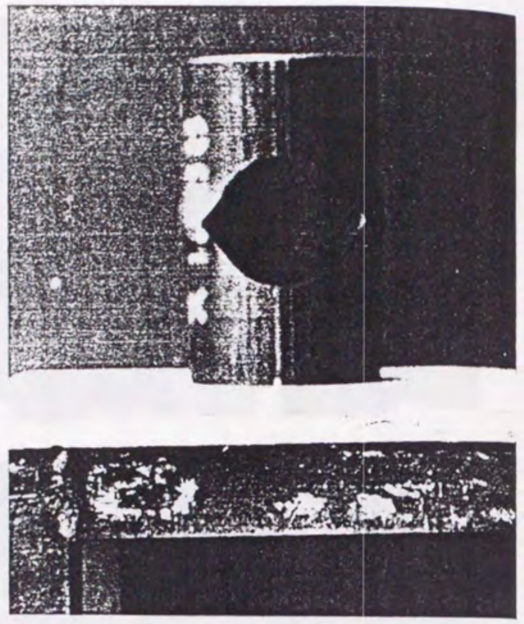


（B）正面

写真－４．８　孔あき短柱試験体の極限状態(断面欠損率15%)

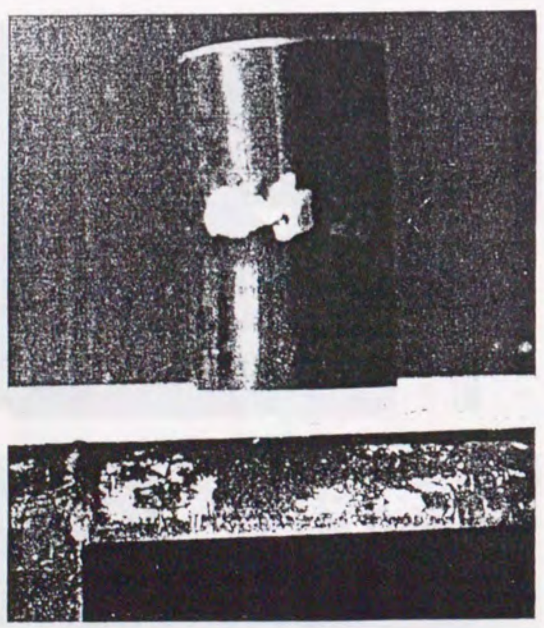


（A）側面

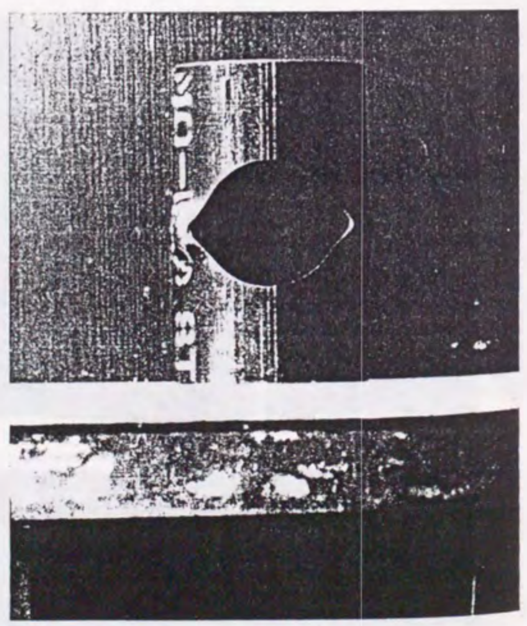


（B）正面

写真－4．9　孔あき短柱試験体の極限状態（断面欠損率25%）

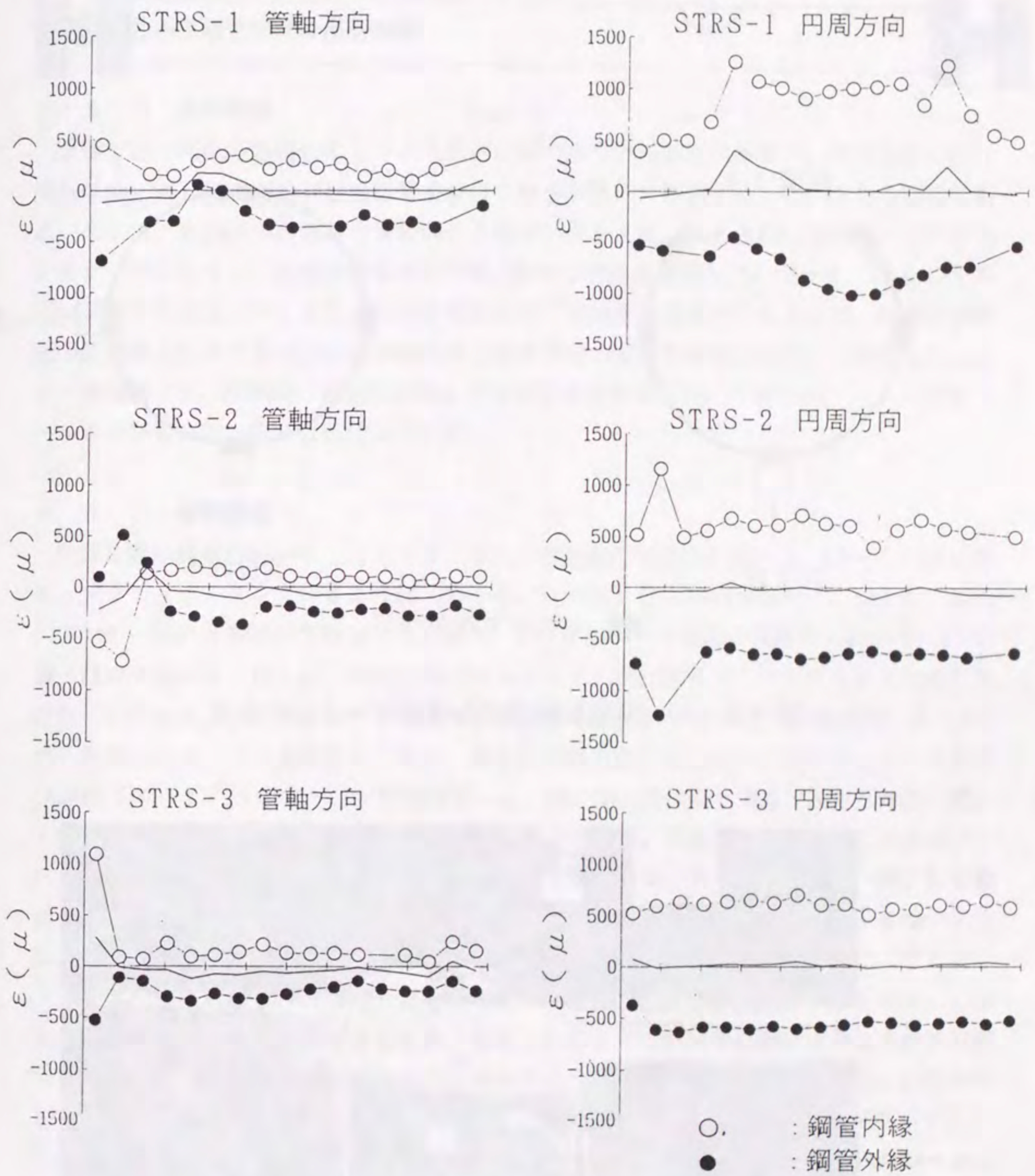


（A）側面

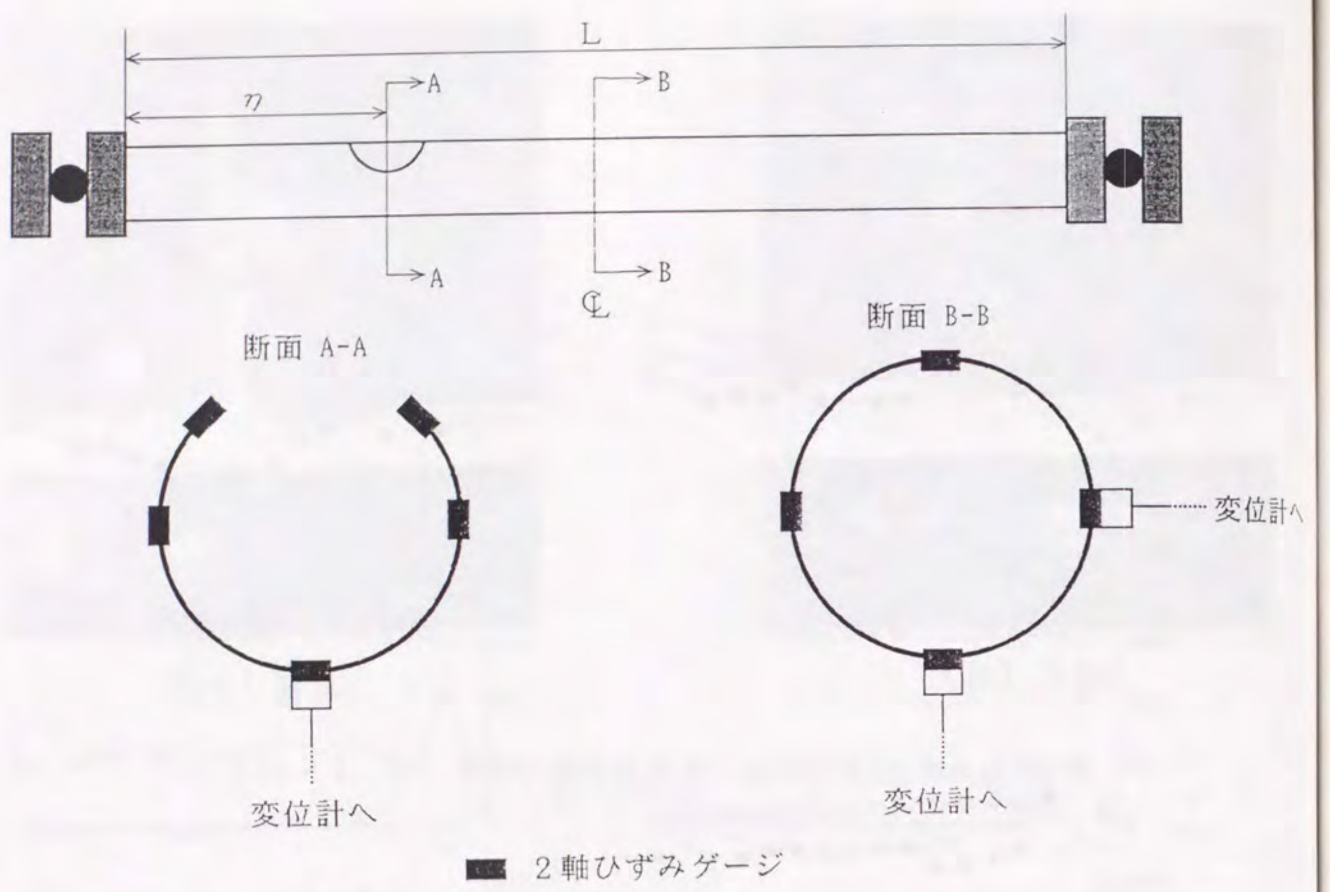


（B）正面

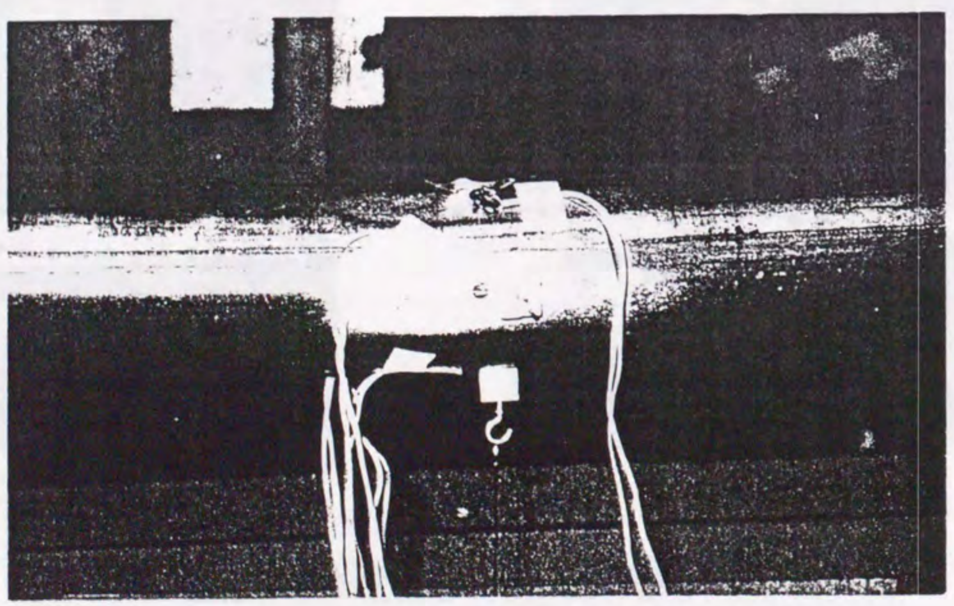
写真－4．10　孔あき短柱試験体の極限状態（断面欠損率25%）



図－4．9　残留ひずみ測定結果



図－４．10　座屈試験体のひずみゲージ貼付位置



写真－４．11　ひずみゲージおよび変位計の設置状況

ずみだけを考慮したモデル化が適切であると考えられる。

４．３　孔あき鋼管部材の座屈実験

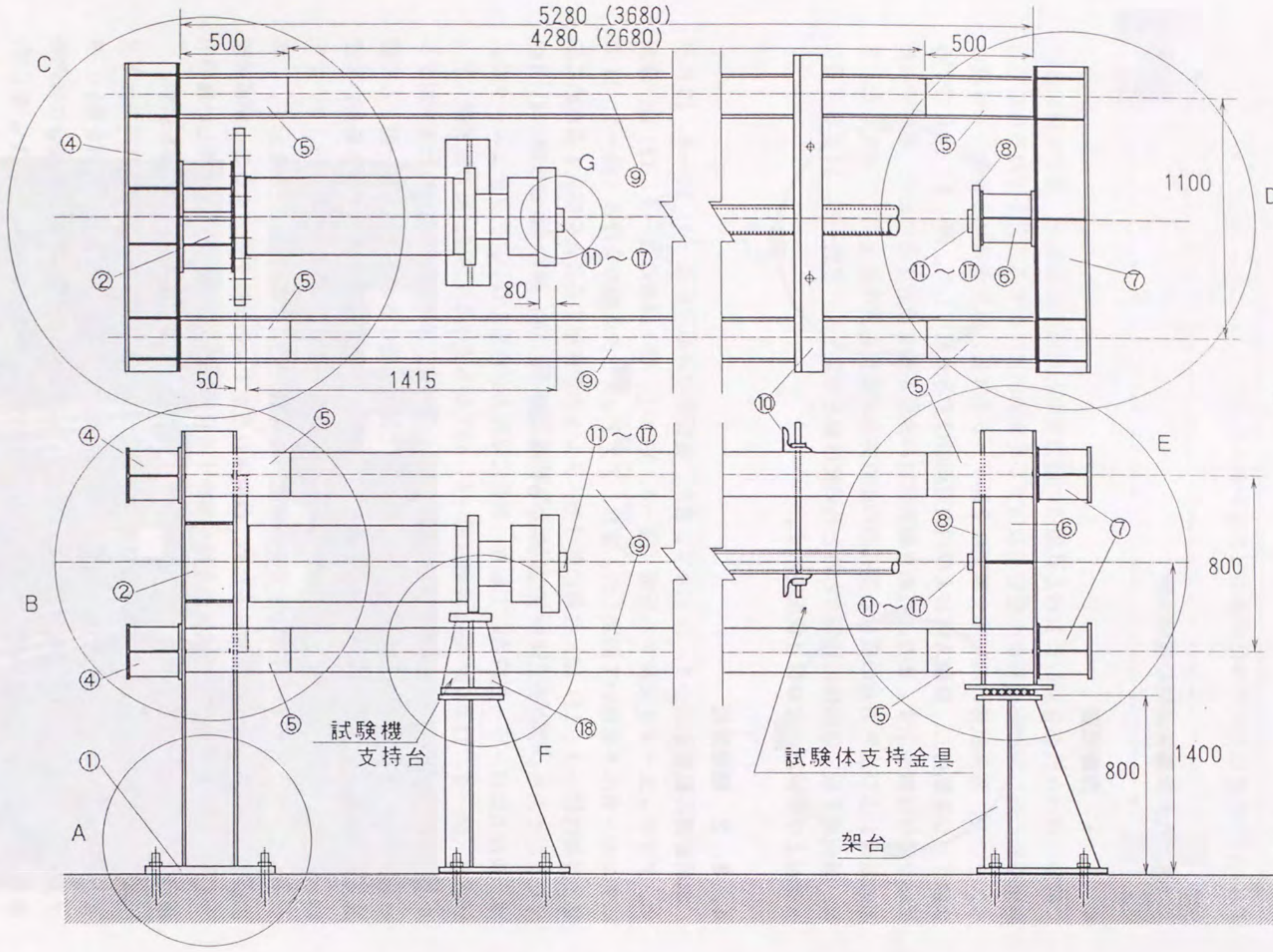
４．３．１　実験概要

前節で述べた孔あき短柱における孔周辺の応力集中と局部座屈挙動が，鋼管部材の曲げ座屈挙動に対して，どの程度の影響を及ぼすかを実験的に検討することが主たる目的である。そこで，各供試体の部材中央断面に２軸ゲージを４枚，孔あき部に３枚ないし５枚の２軸ゲージを貼付し，管軸方向および円周方向のひずみを測定した。図―４．10にひずみゲージ貼付位置を示す。また，孔あき鋼管部材の座屈挙動を検討するために，部材中央断面の鉛直および水平方向の変位と開孔部の鉛直方向の変位を変位計を用いて測定した。また，載荷終了後，供試体の残留たわみと孔の変形量を測定した。写真―４．11にひずみゲージおよび変位計の取り付け状況を示す。

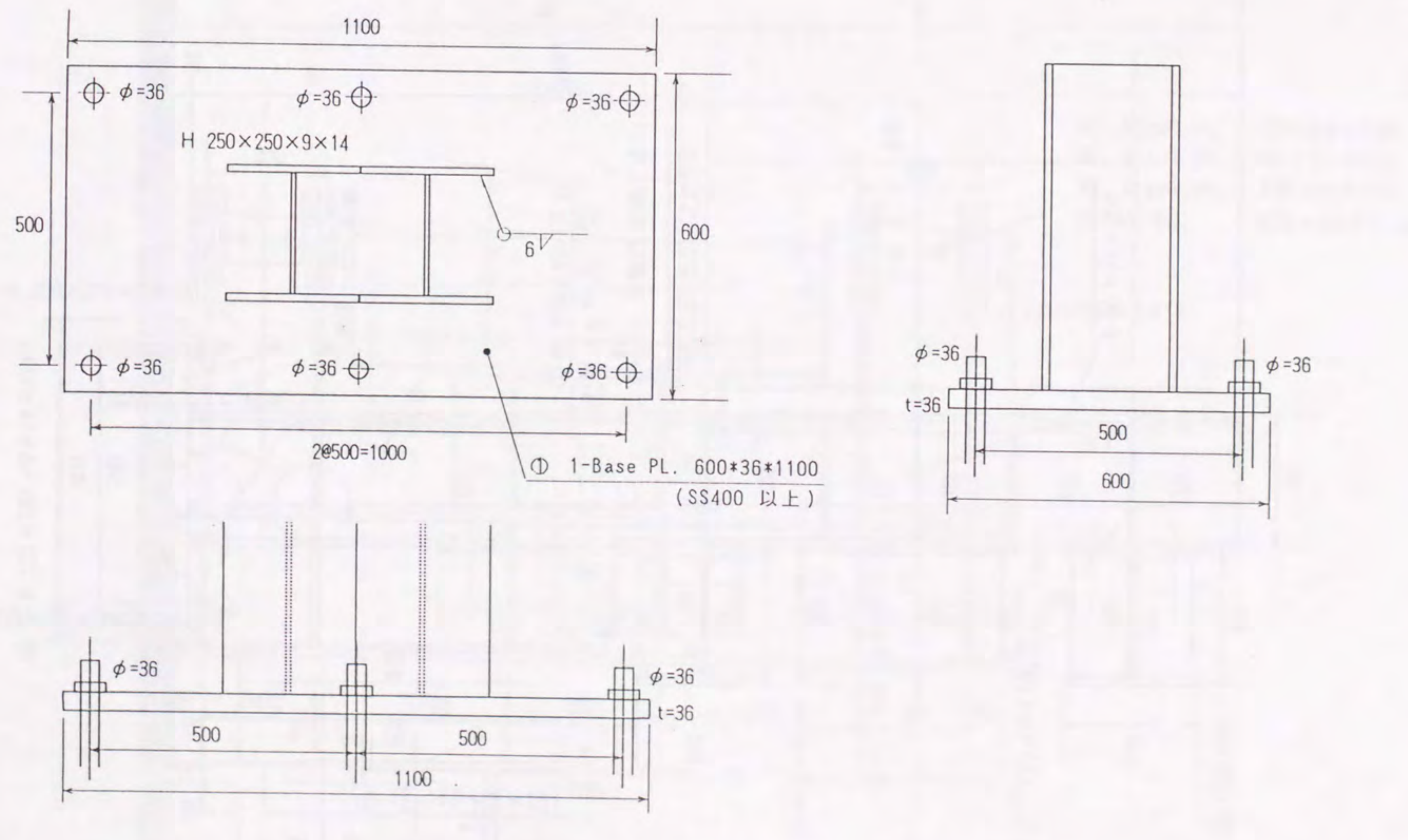
４．３．２　載荷装置

載荷装置の概要を図―４．11に示す。また，各部位の詳細図を図―４．12～４．19に示す。アクチュエータを支持する柱部（図―４．11の①，②：詳細は図―４．12）は，床面にアンカーボルトを用いて固定した。また，アクチュエータ先端の支持台（図―４．11の⑱：詳細は図―４．13）は，柱部に曲げモーメント力が作用することを防止するために設けたものである。アクチュエータに対峙する柱部（図―４．11の⑥：詳細は図―４．14）は，架台上にローラー支持されており，架台には外力が作用しない。アクチュエータおよび球座（図―４．11の⑪～⑰：詳細は図―４．15）から受ける反力は，反力伝達梁（図―４．11の④，⑤，⑦：詳細は図―４．16，17）を介して，H型鋼で構成された４本のフレーム部（図―４．11の⑨）に伝達され，H型鋼で反力を受けるセルフアンカー型として設計した。各柱部と反力伝達梁，反力伝達梁とフレーム部はそれぞれ高力ボルトを用いて連結した。写真―４．12（Ａ）にアクチュエータ側柱部の全景を，写真―４．12（Ｂ）にアクチュエータに対峙する柱部の全景を，写真―４．12（Ｃ）に載荷装置全景を示す。。本実験では供試体を水平に設置するため，載荷されるまでは供試体を固定することが不可能である。そこで，球座に供試体の支持を補助する目的で供試体の内径にほぼ等しい径の円板を取り付けた。写真―４．13（Ａ）にアクチュエータ側の球座取り付け状況を示す。

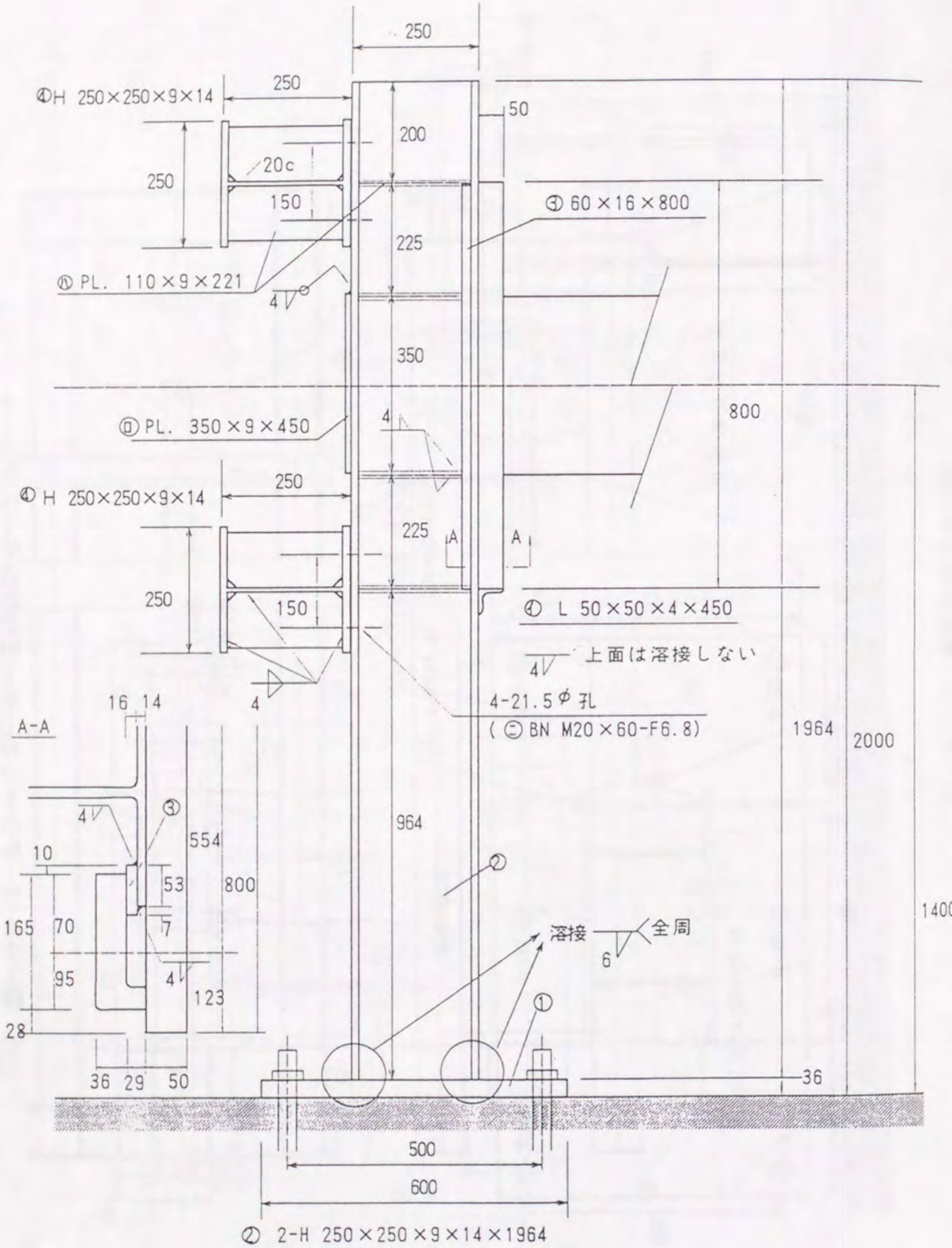
載荷は変位制御で行い，荷重および軸方向変位はアクチュエータに内蔵されたロードセルと変位計を用いて計測した。また，ひずみの計測には共和電業製のＵＣＡＭを用い，リアルタイムでひずみおよび変位の確認を行った。本実験では供試体と球座の接合には円板を介しているため，一定の軸力が導入されるまでは完全に供試体が固定されない。そこで，載荷に先立ち１ tf 程度の予備軸力を導入することとした。予備軸力導入後は軸力が０になるまで除荷し，この状態で各測定データの初期値を再設定し本載荷を行った。



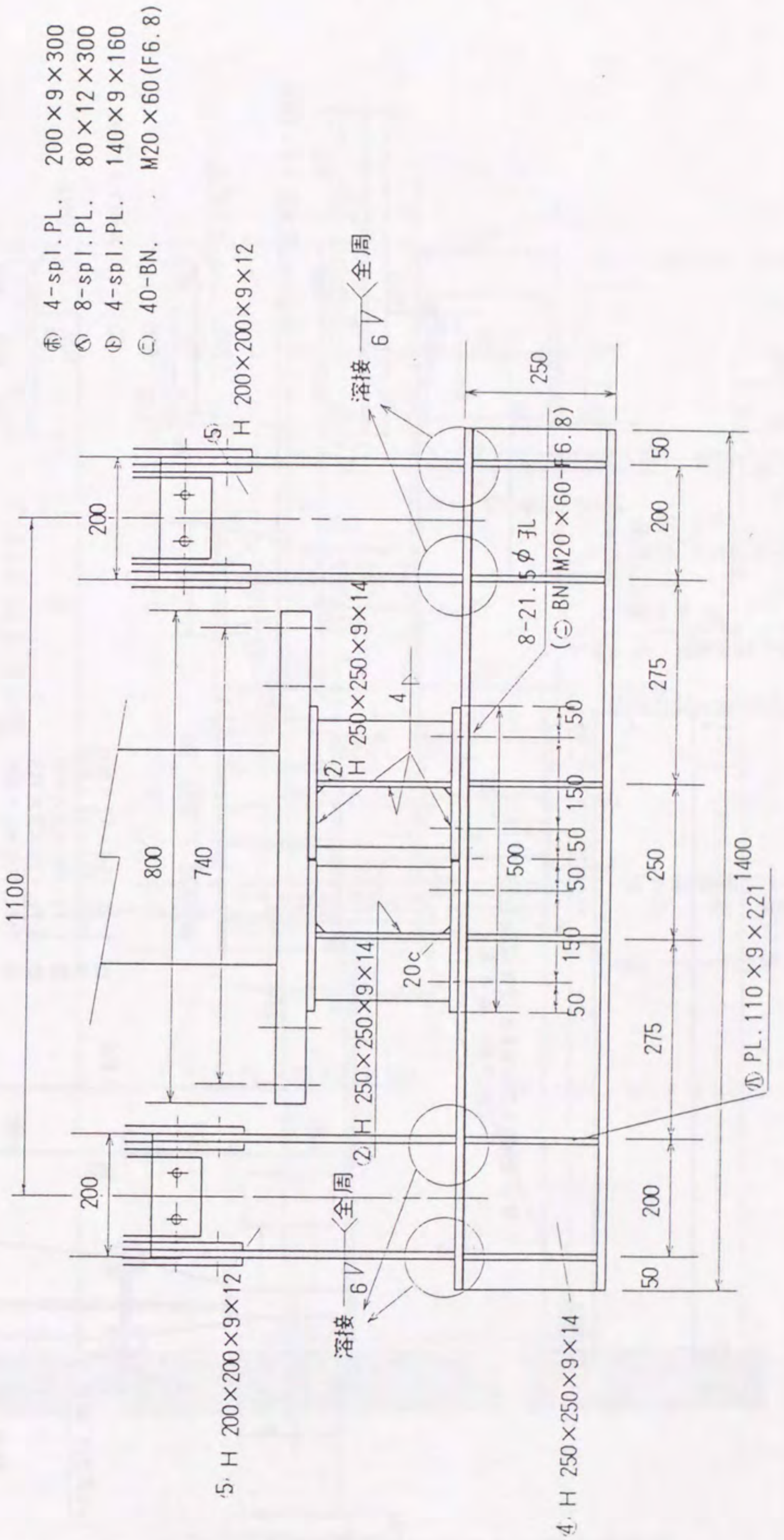
図－４．11　載荷装置の全体図



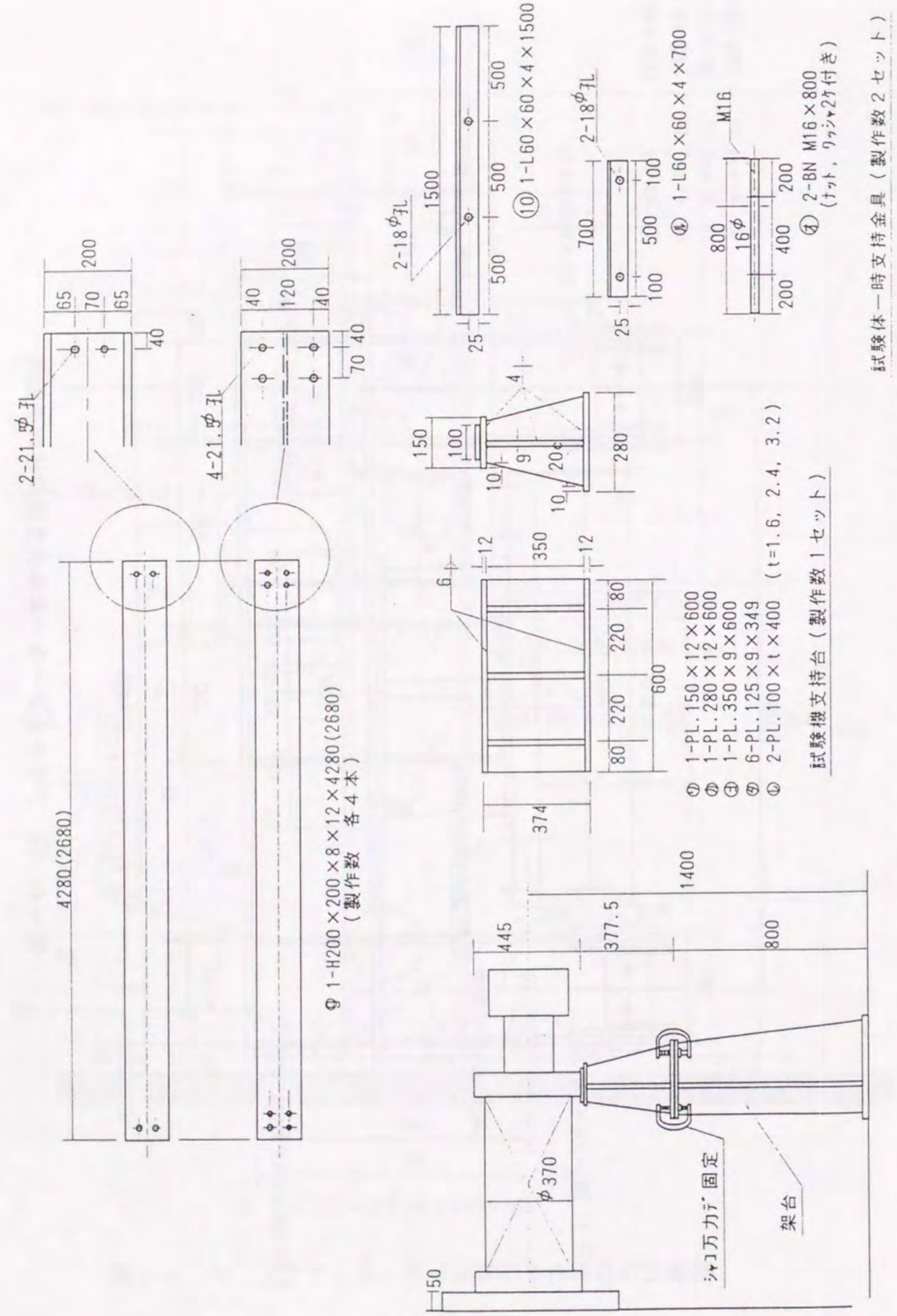
図－４．12　アクチュエーター支持柱のベースプレート



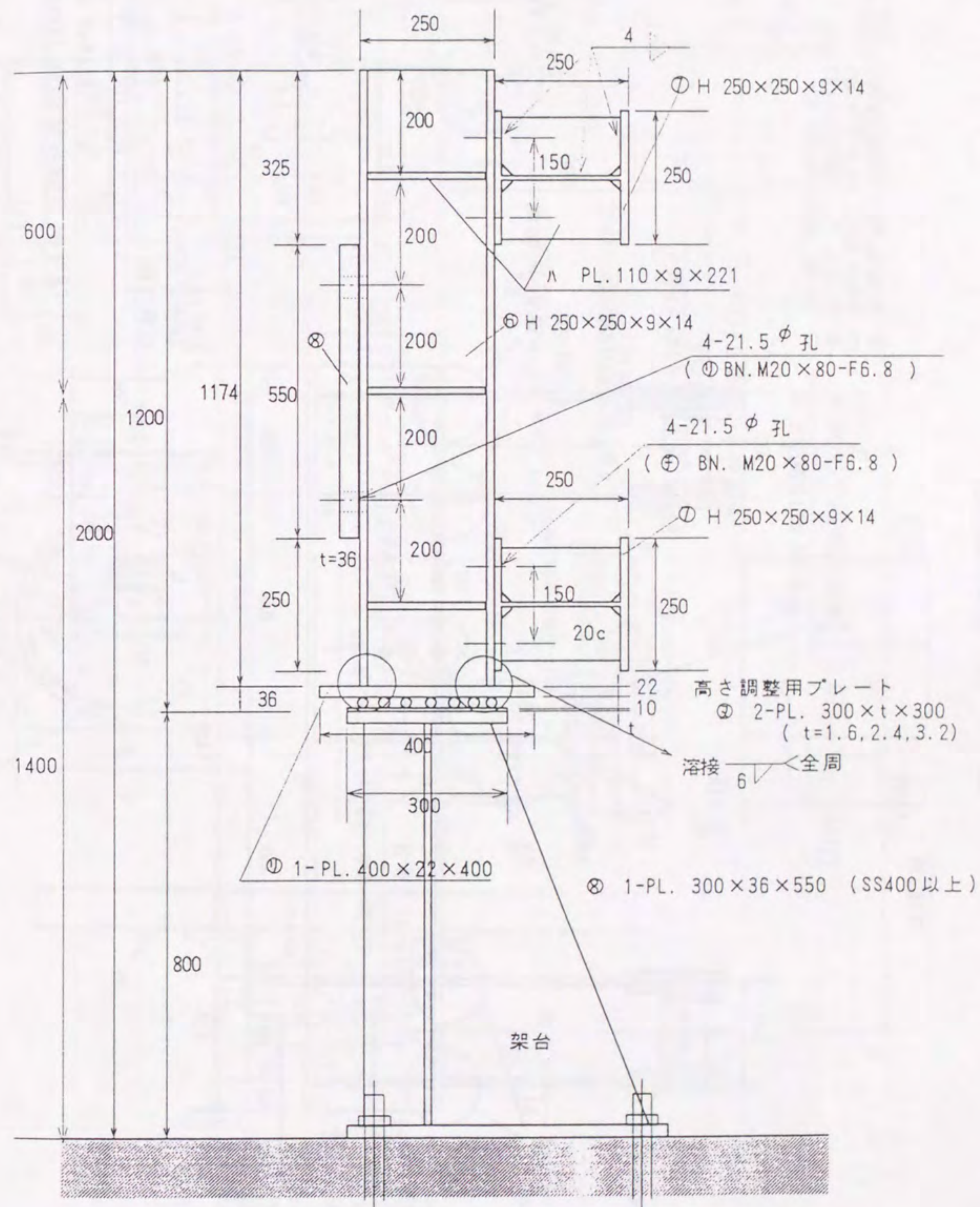
図－4．13　アクチュエーター本体の支持用柱の立面図



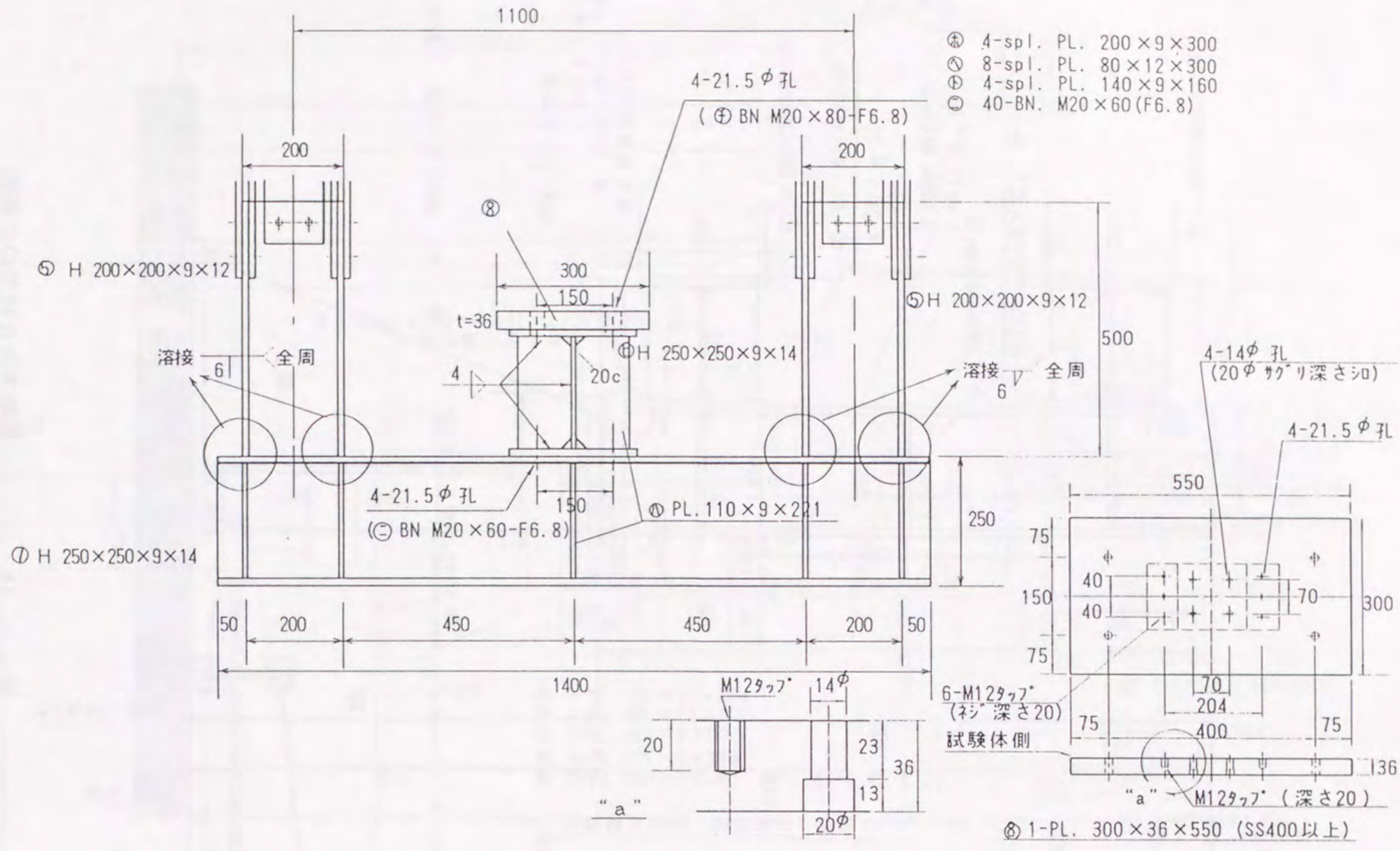
図－4．14　アクチュエーター本体の支持用柱の平面図



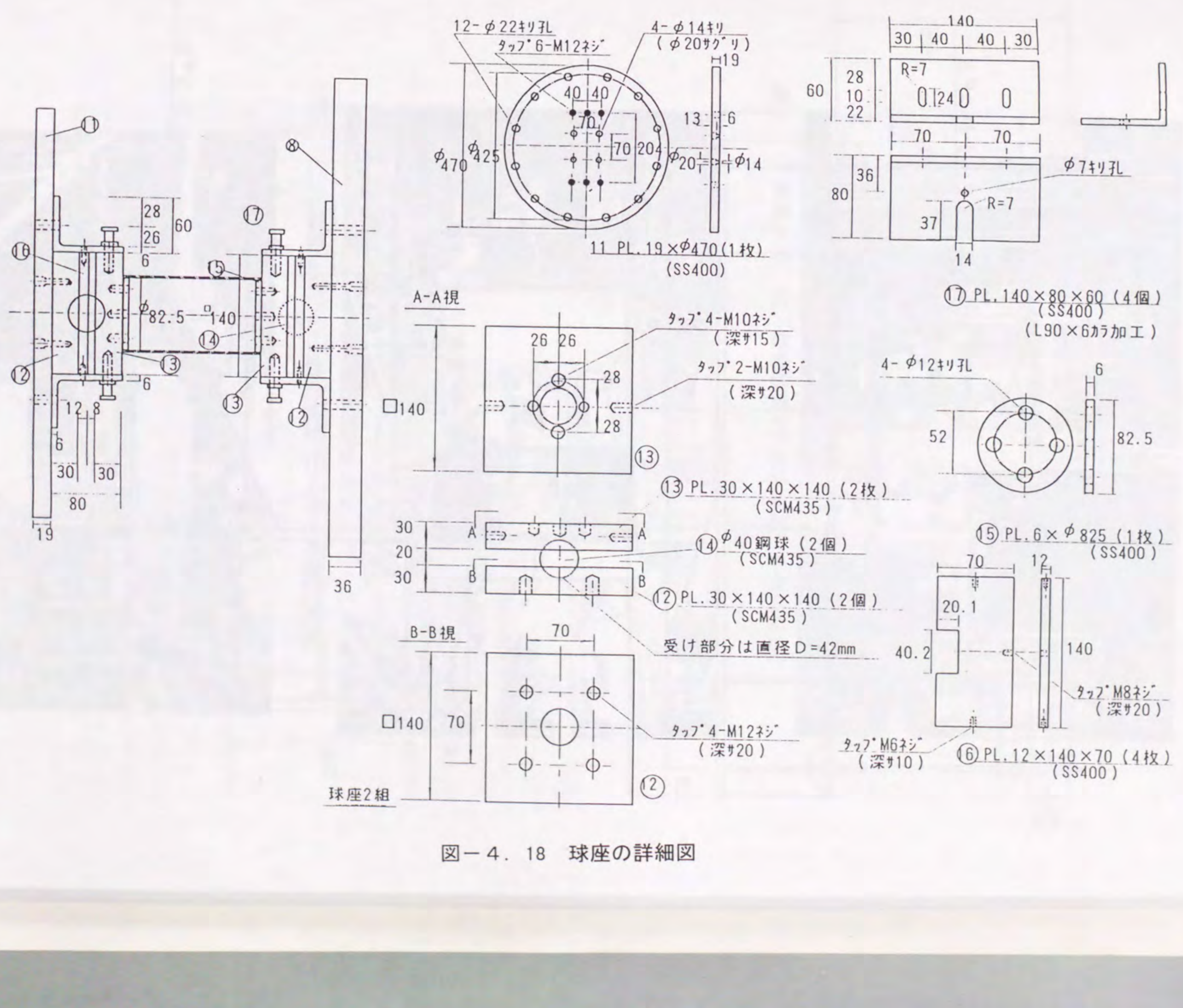
図－4．15 アクチュエーター先端の支持部



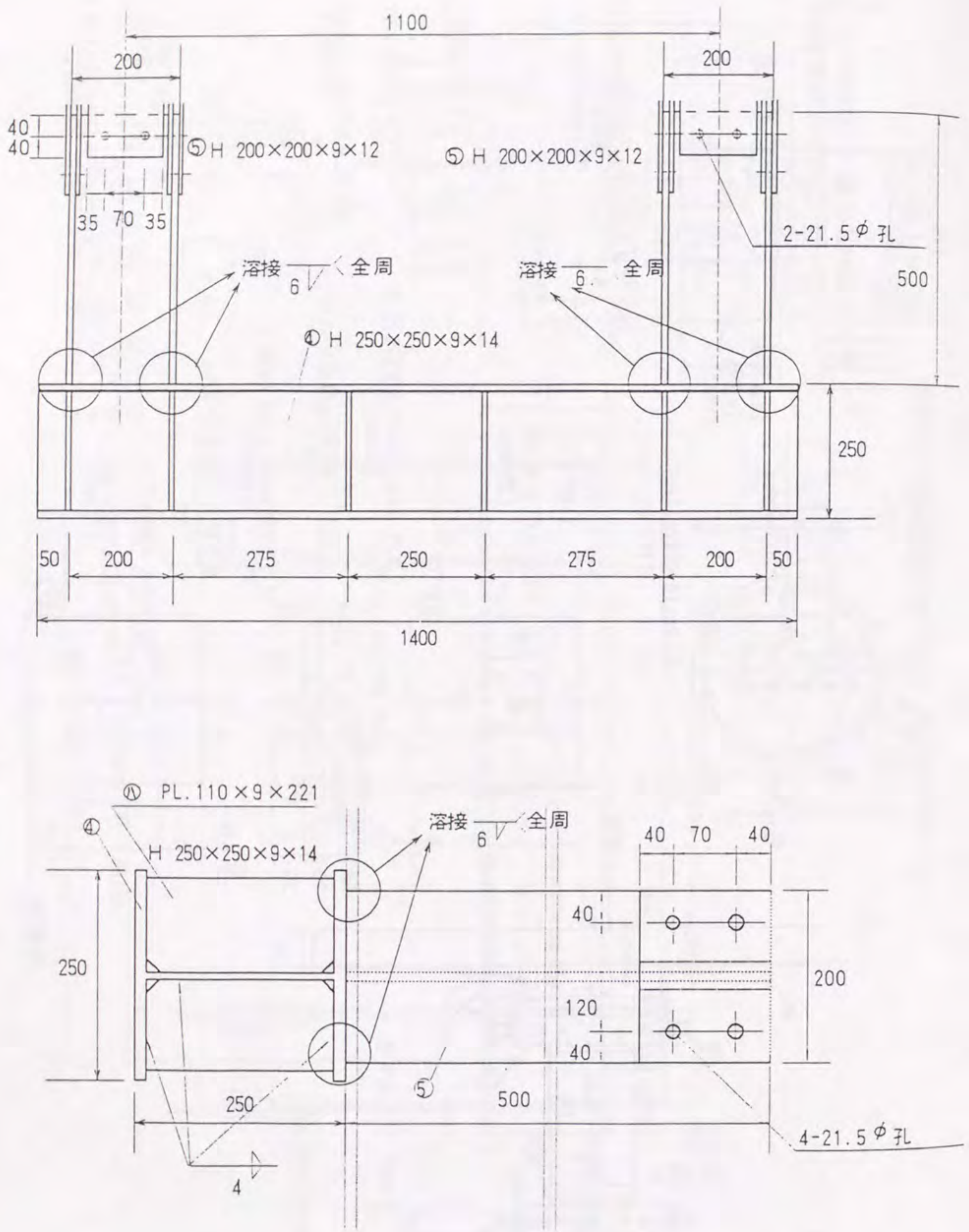
図－4．16 ローラー支持された柱部の立面図



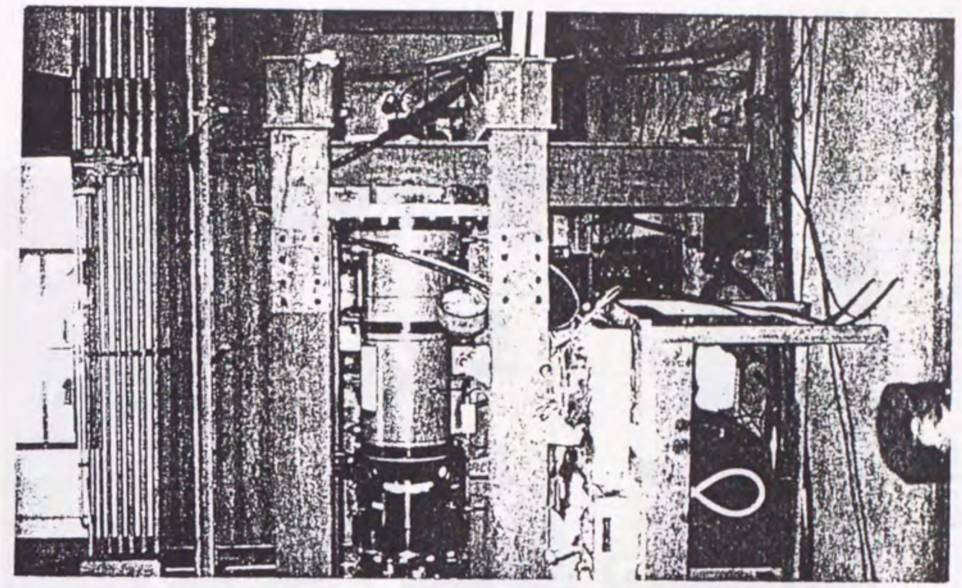
図－4．17　ローラー支持された柱部の平面図



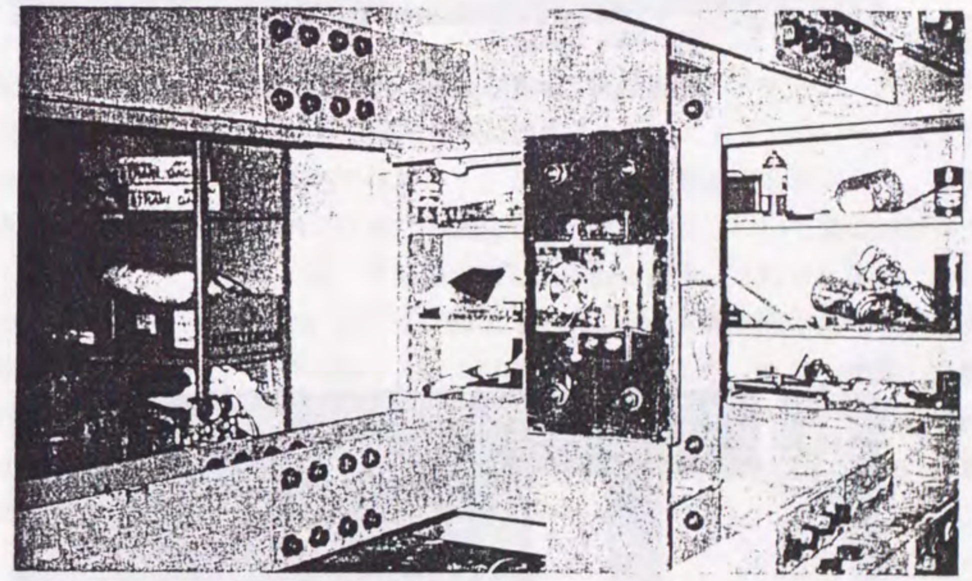
図－4．18　球座の詳細図



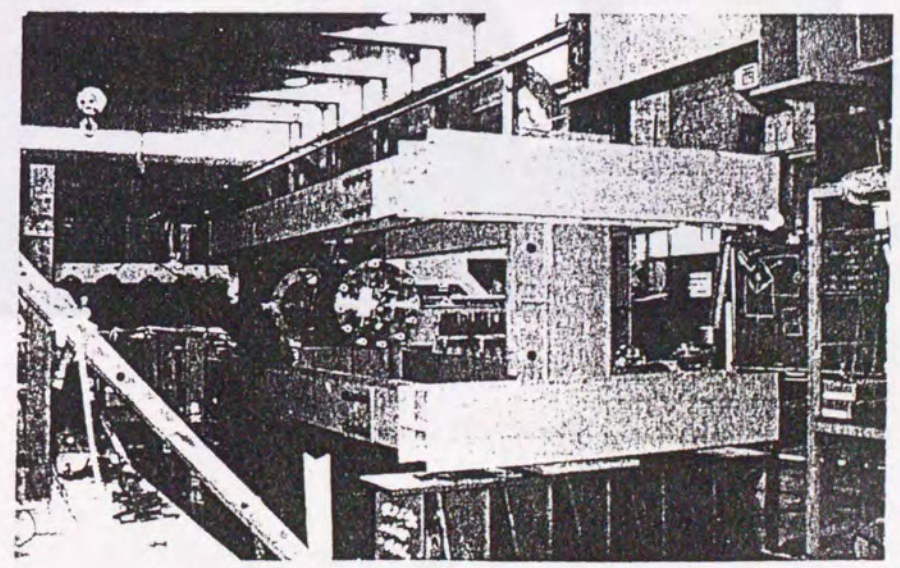
図－4．19　反力伝達梁の詳細図



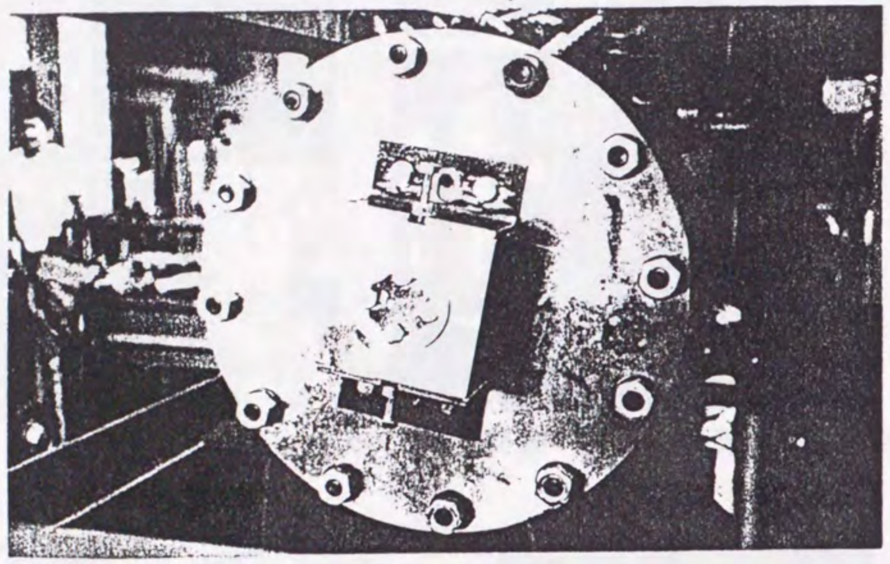
写真－4．12　載荷装置（アクチュエータ側の柱部）



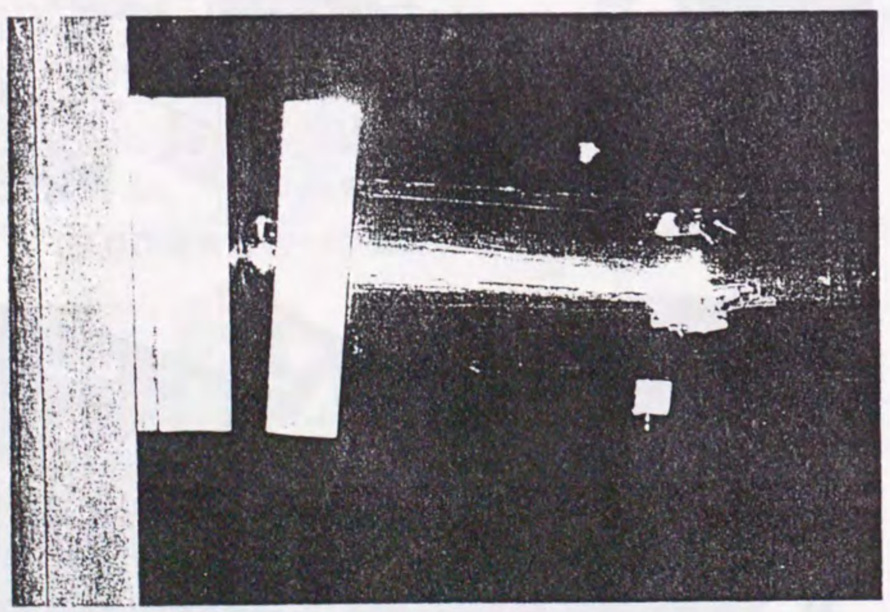
写真－4．12　載荷装置（ローラ支持側の柱部）



写真－4．12　載荷装置（載荷装置全景）



写真－４．13　球座（設置状況）



写真－４．13　球座（載荷途中）

表－4．5 座屈供試体の構造諸元

凡例	シリーズ名－断面欠損率－孔あき位置						
シリーズ名	L(mm)	細長比	孔径(mm)	断面欠損率	孔あき位置	η(mm)	η/L
NS	1500.0	0.6657	14.0	05%	01	750.0	0.5000
			40.0	15%	02	562.5	0.3750
			63.0	25%	03	375.0	0.2500
					04	187.5	0.1250
NL	3100.0	1.3757	14.0	05%	01	1550.0	0.5000
			40.0	15%	02	1162.5	0.3750
			63.0	25%	03	775.0	0.2500
					04	387.5	0.1250
					05	150.0	0.0484

注）全て，鋼種はSTK400，D=89.1mm，t=3.2mmとする。

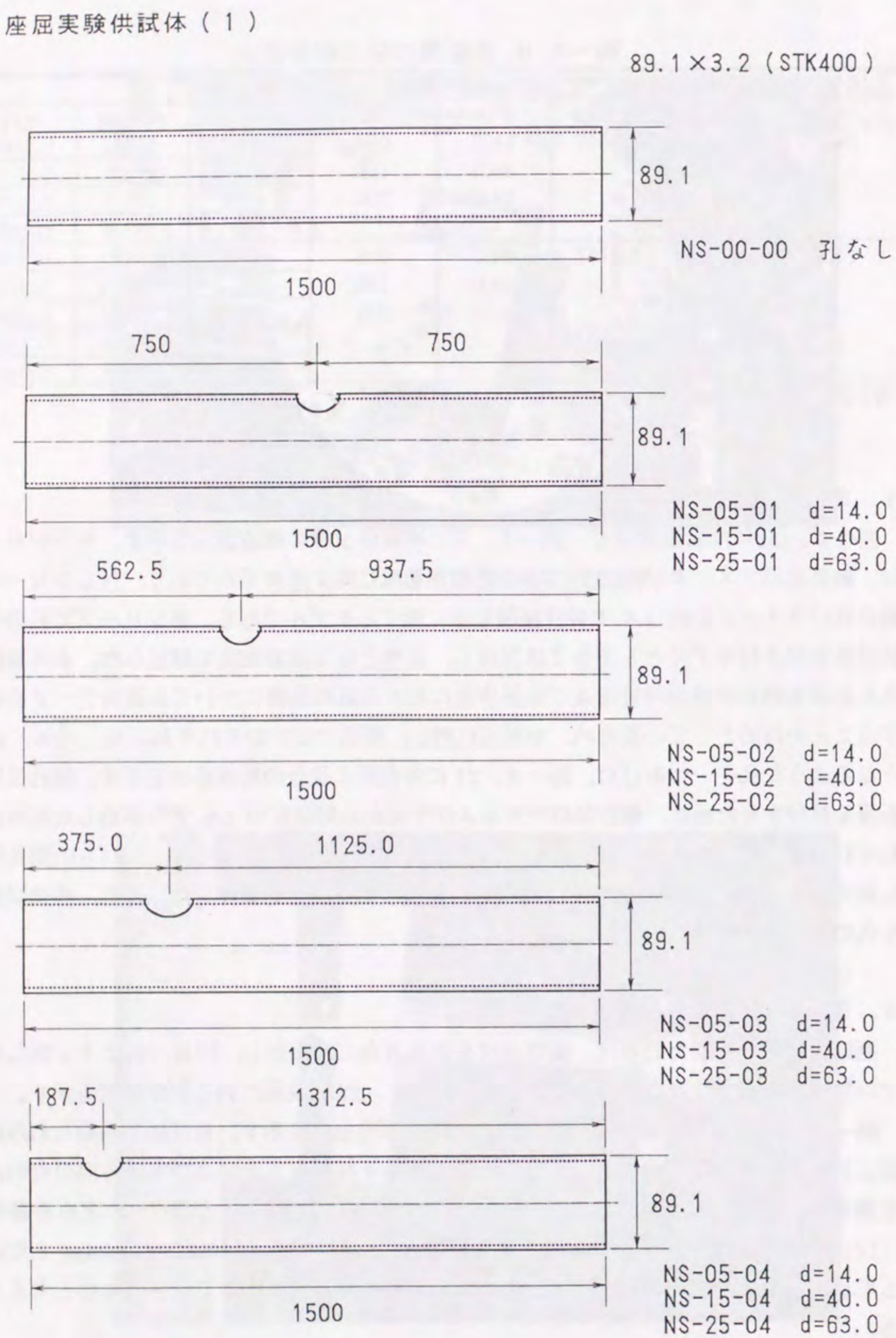
４．３．３　座屈供試体

図―４．20 に座屈供試体を，表―４．５に座屈供試体の構造諸元を示す。ＮＳシリーズは，細長比パラメータが約 0.7 で弾塑性座屈領域に属するモデルであり，ＮＬシリーズは細長比パラメータが約 1.4 で弾性座屈領域に属するモデルである。各シリーズで孔のない供試体を健全材モデルとして各２体製作し，基準となる座屈強度を測定した。本実験は，孔あき鋼管部材の座屈特性および座屈挙動に対する孔の影響について基礎的データを収集することを目的としているため，全断面に対し，断面欠損率がそれぞれ５％，15％，25％となるような孔を一つあけた。図―４．21 に各孔径の場合の断面形状を示す。開孔位置の影響を検討するために，鋼管部材中央および中央から部材長の 1/8 ずつ移動した箇所にそれぞれの径の孔をあけた供試体を各１体製作した。ＮＬシリーズでは，これらの開孔位置に加えて部材端より 150mm の箇所にも孔をあけた供試体を製作した。また，各供試体とも孔の中心は溶接線直上とした。

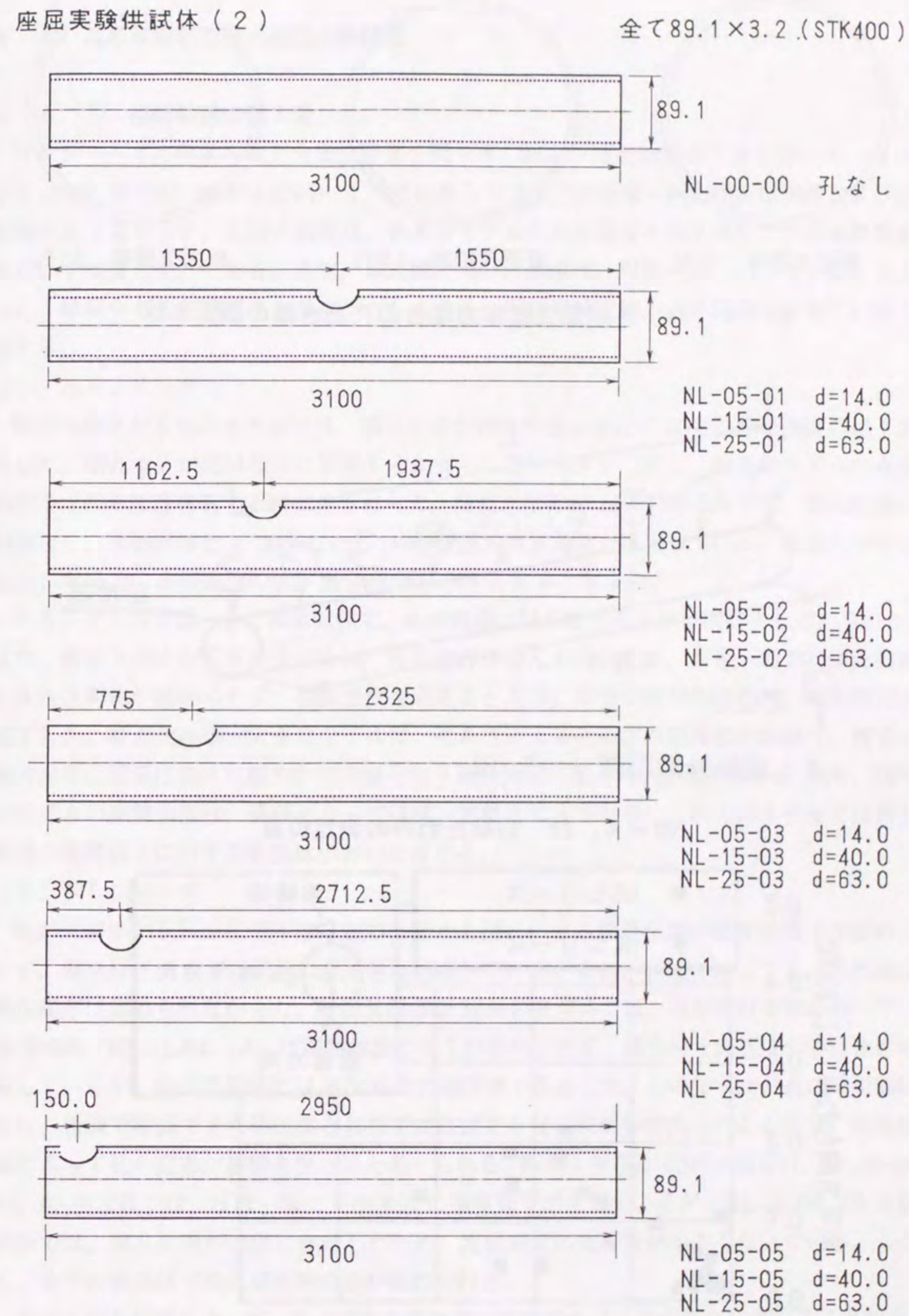
４．３．４　初期たわみ測定

座屈供試体の初期たわみは，鋼管部材を管軸方向に８分割し，円周方向に４分割した点での相対変位を変位計を用いて測定した。図―４．22 に初期たわみ測定位置を示す。

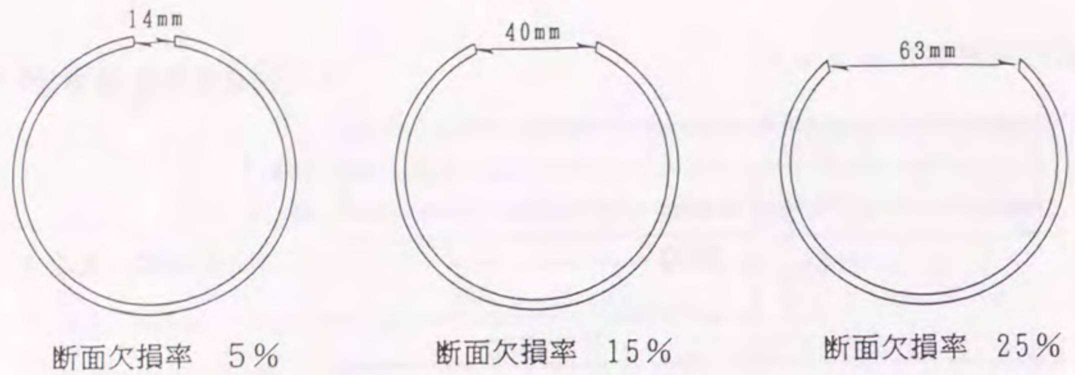
図―４．23 に座屈実験供試体の初期たわみの測定結果を示す。供試体の初期たわみは，図に示すＸ方向とＹ方向の２成分を測定し，それぞれ鉛直方向および水平方向のたわみと定義する。測定結果の最大値はＬ/2500 程度であり，道路橋示方書[4.9]の定める基準値（L/1000）を大きく下回っている。電縫鋼管では，その製造工程において sizing と呼ばれる形状を矯正する工程が存在する。このため，初期たわみが小さくなったものと考えられる。



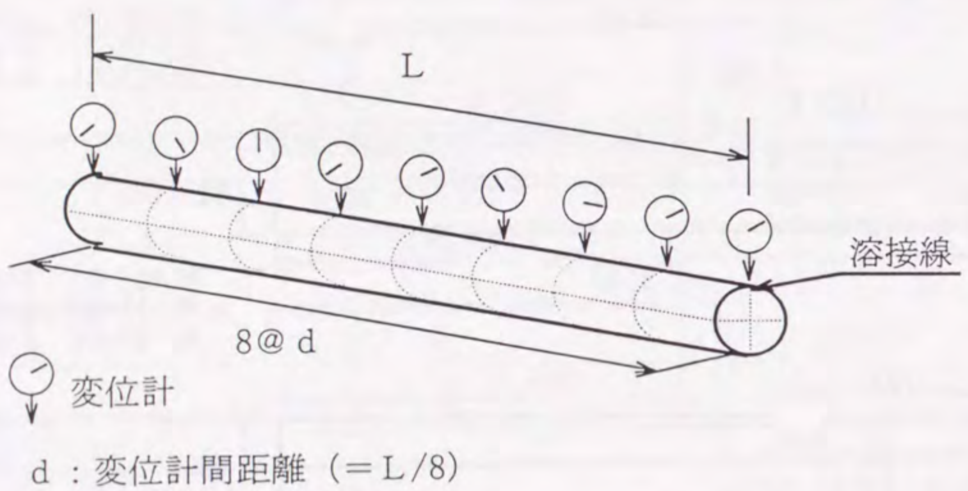
図－4.20 座屈供試体の概要（NSシリーズ）



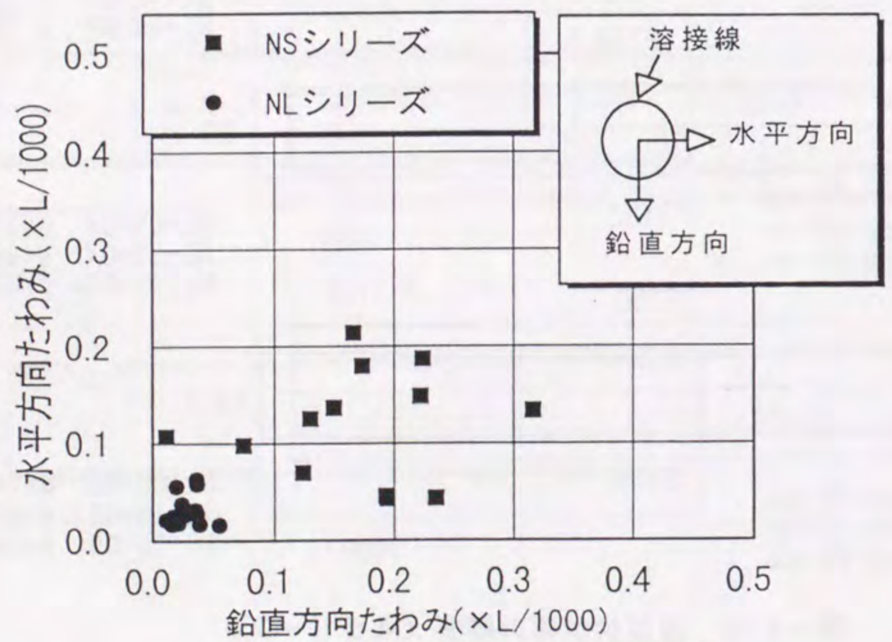
図－4.20 座屈供試体の概要（NLシリーズ）



図－4．21　各断面欠損率の場合の孔あき部の断面形状



図－4．22　初期たわみの測定位置



図－4．23　初期たわみの測定結果

4．4　孔あき鋼管部材の座屈実験結果

4．4．1　座屈強度の低下量

ＮＳシリーズの荷重―軸方向変位関係を図―4．24に，座屈強度低下量を図―4．25に示す。また図―4．26および図―4．27にＮＬシリーズの荷重―軸方向変位関係および座屈強度低下量を示す。各図の縦軸は，孔あきモデルの座屈強度を健全材モデルの座屈強度を用いて無次元化してある。また，本実験で用いた球座は，写真―4．13（Ｂ）に示すように，載荷中もその機能を十分に果たしており，両端単純支持の条件は満足されていると考える。

（1）ＮＳシリーズ

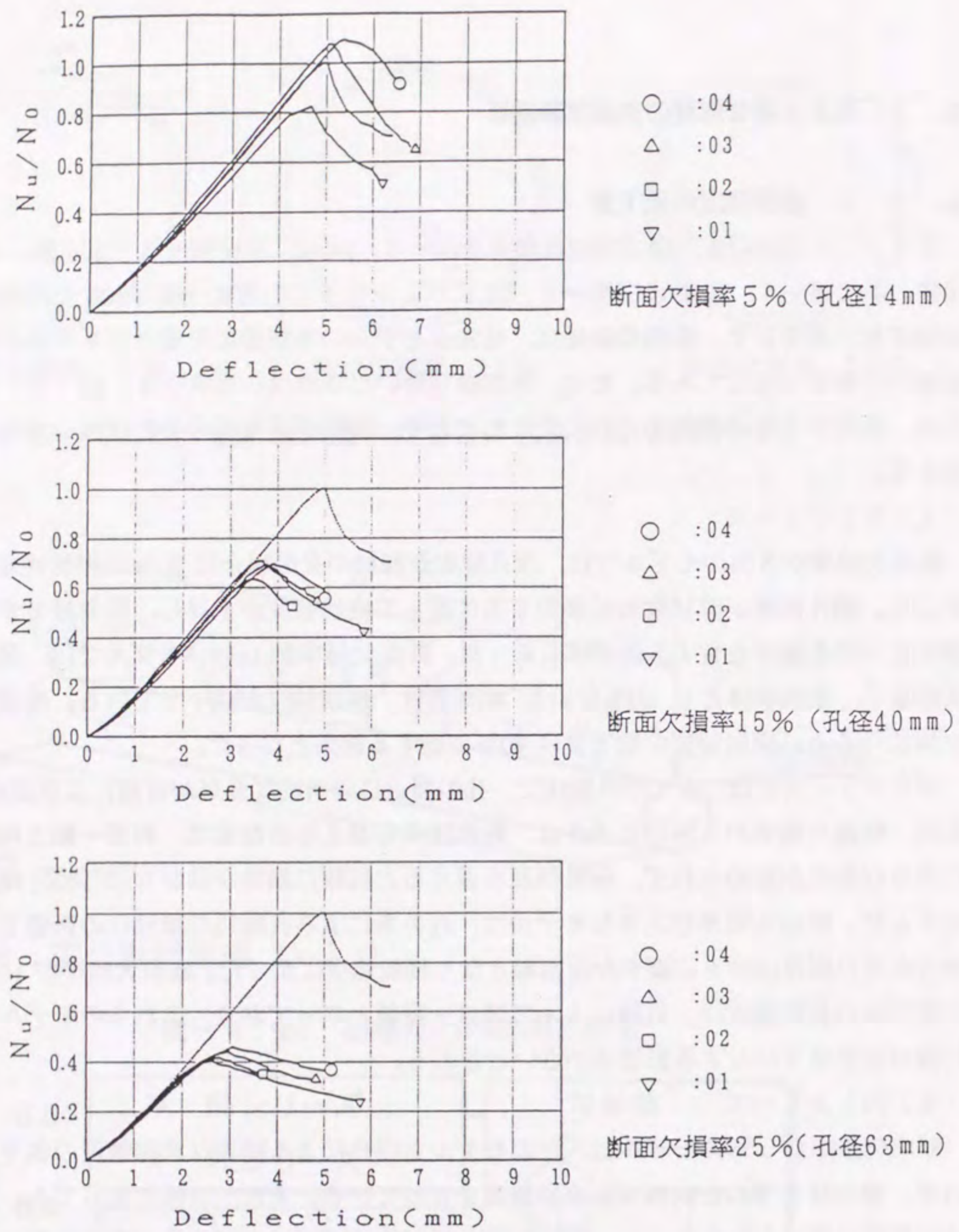
断面欠損率が５％のモデルでは，開孔位置が部材中央の場合に20%の座屈強度の低下が生じた。開孔位置が部材端部に移動するに従って座屈強度が上昇し，健全材モデルの座屈強度を上回る強度を有する供試体もあった。断面欠損率が15%のモデルでは，開孔位置に関係なく，全供試体とも30%ないし40%程度，座屈強度が低下している。断面欠損率が25%になると，座屈強度の低下量は60%に達する結果となった。

ＮＳシリーズでは，全ての供試体で，孔の周辺に局所的な変形が目視により認められた。また，断面欠損率が５%のモデルは，極限強度を迎える直前まで，荷重―軸方向変位関係に大きな変化が認められず，極限強度を迎えると同時に鋼管が曲がりはじめ，軸圧縮力が低下した。断面欠損率が大きなモデルは，孔あきによる孔周辺の塑性化の影響で，荷重―軸方向変位関係は徐々に緩やかな曲線となり極限強度に至った。断面欠損率が15%，25%のモデルの極限強度は，孔径によってほぼ一定値となっており，これらのモデルでは開孔位置の強度低下に対する影響は小さいと言える。

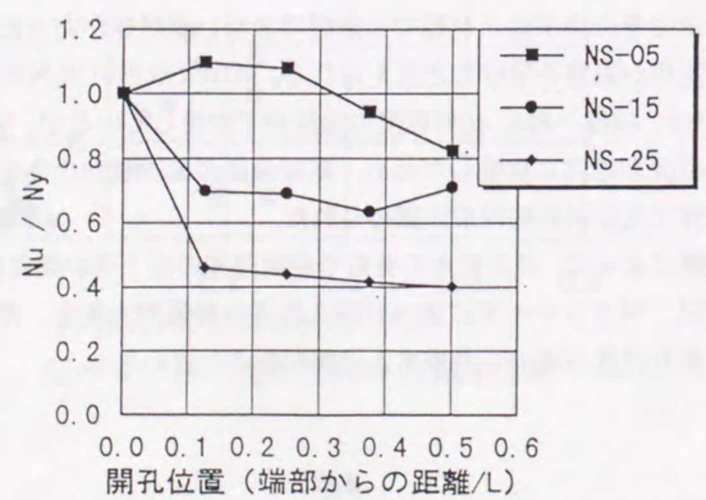
（2）ＮＬシリーズ

断面欠損率が５％のモデルは，どのモデルも開孔による顕著な座屈強度の低下は認められず，健全材モデルと同程度の座屈強度を有している。また，目視によっても，孔の局所的な変形は認められなかった。断面欠損率が15%のモデルでは，孔が部材端部にあいている供試体（NL-15-04，05）は座屈強度の低下が認められず，健全材と同程度の座屈強度を有しているが，他の供試体では20%程度の強度低下を生じた。このモデルの孔の局所的変形は，目視で確認できた供試体と目視では確認できない供試体があったことから，開孔位置によって孔の変形が影響を受けると考えられる。断面欠損率が25%の場合は，NL-25-01，02，03供試体では，ほぼ一様に40%程度の強度低下が生じているが，NL-25-04，05の供試体では，開孔位置が端部に移動したため，座屈強度の低下量が小さくなっている。しかし，全ての供試体で孔の局所的変形が認められた。

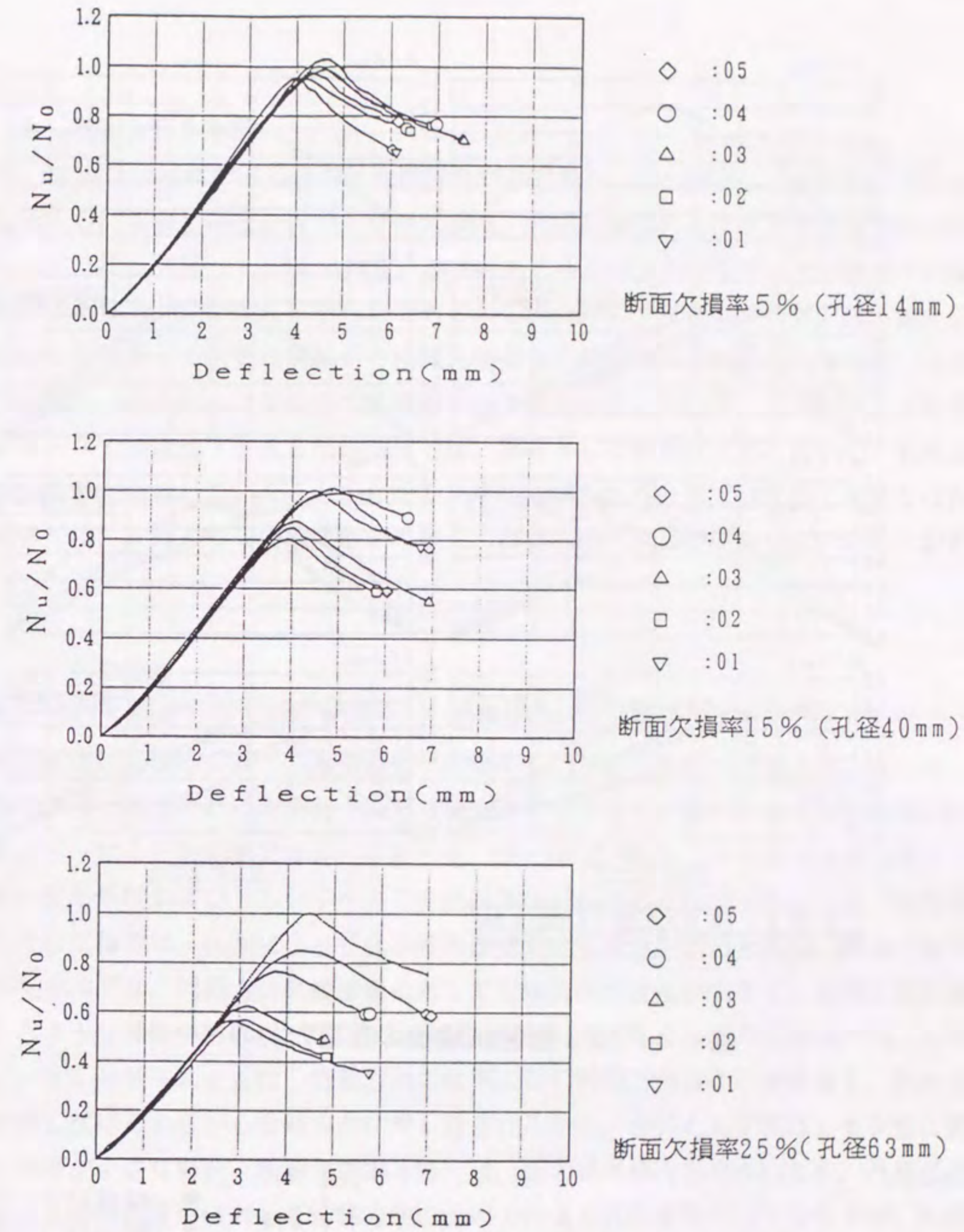
孔径と開孔位置によって，孔の変形の有無や座屈強度の低下量が変化していることから，ＮＬシリーズでは，ＮＳシリーズに比べて開孔位置の影響が大きく，座屈強度を評価する場合に，孔径と開孔位置の両方を考慮する必要があると思われる。



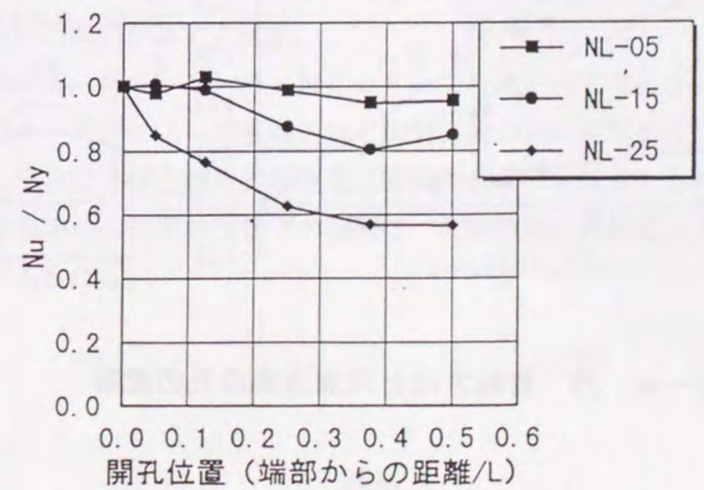
図－4. 24 荷重－軸方向変位関係(NSシリーズ)



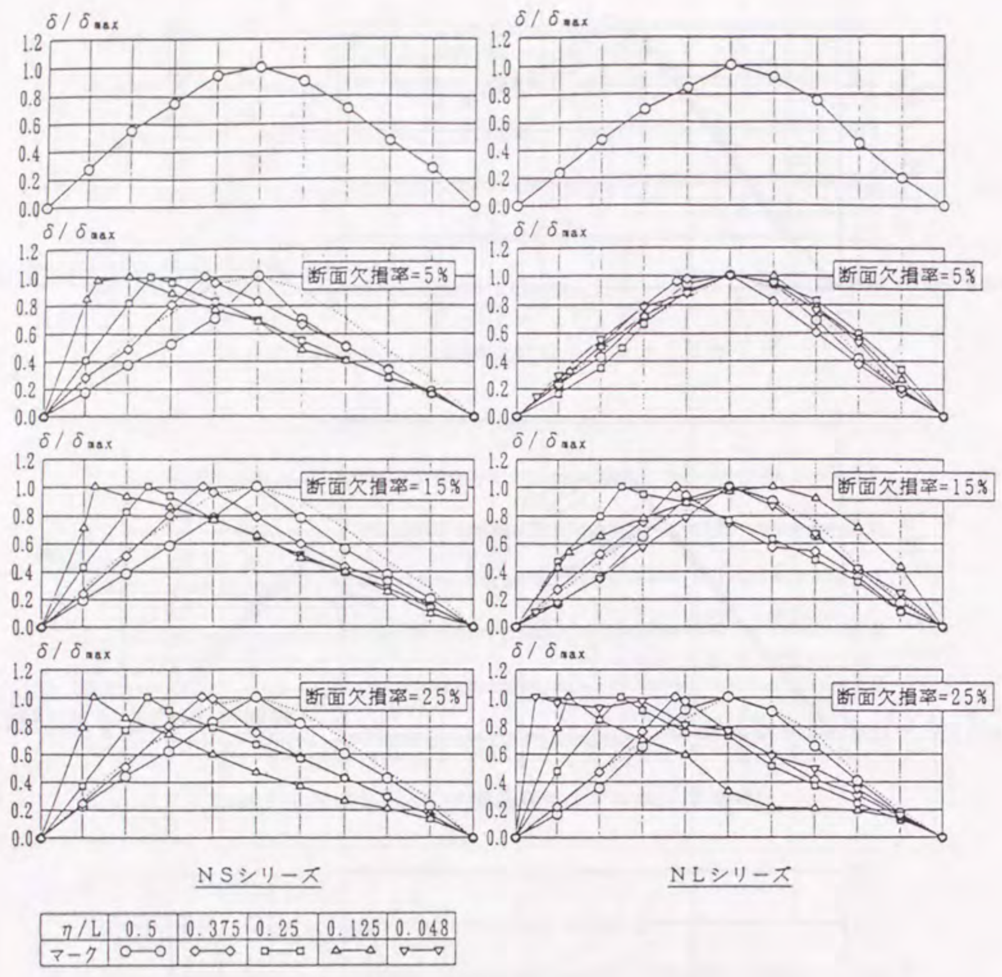
図－４．25　健全材に対する座屈強度の低下量(NSシリーズ)



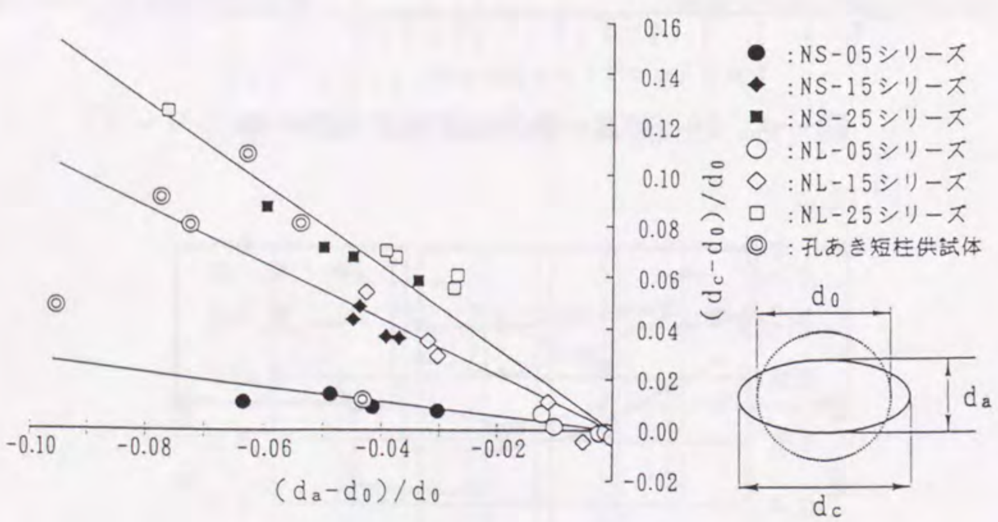
図－４．26　荷重－軸方向変位変位関係(NLシリーズ)



図－４．27　健全材に対する座屈強度の低下量(NLシリーズ)



図－4．28　座屈試験後の残留たわみモード



図－4．29　管軸方向と円周方向の孔の変形

4．4．2　残留たわみ形状

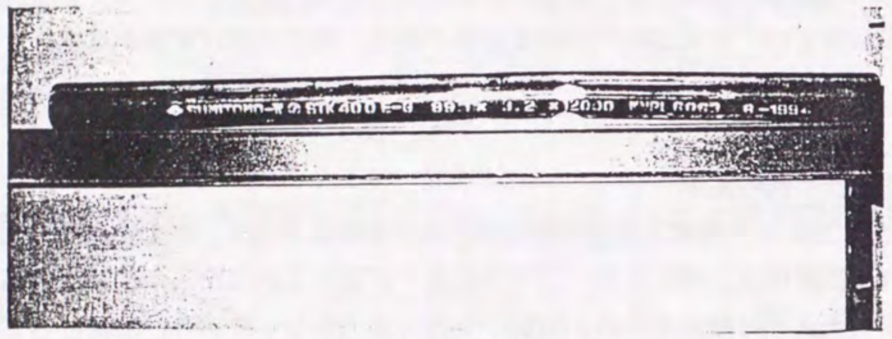
図―4．28は各供試体の除荷後の最大残留たわみである。図の縦軸は，最大の残留たわみで無次元化したものである。ＮＳシリーズでは，全供試体で開孔位置での残留たわみが最大となっている。写真―4．14に示す，健全材モデルと断面欠損率が5％の供試体の残留たわみ形状からも，この結果は明らかである。これに対し，ＮＬシリーズでは，健全材モデルに対し強度低下を生じた供試体では開孔位置での残留たわみが最大となっているが，強度低下が認められなかった供試体では部材中央で最大となっている。ＮＳシリーズおよびＮＬシリーズで強度低下を生じた供試体では，部材としての曲げ変形に比べて，孔周辺の局所的な変形が卓越していたことがわかる。逆に，ＮＬシリーズで強度低下を生じなかった供試体では，孔周辺の局所的変形が小さく，部材の曲げ変形が卓越していたことがわかる。

4．4．3　孔の変形

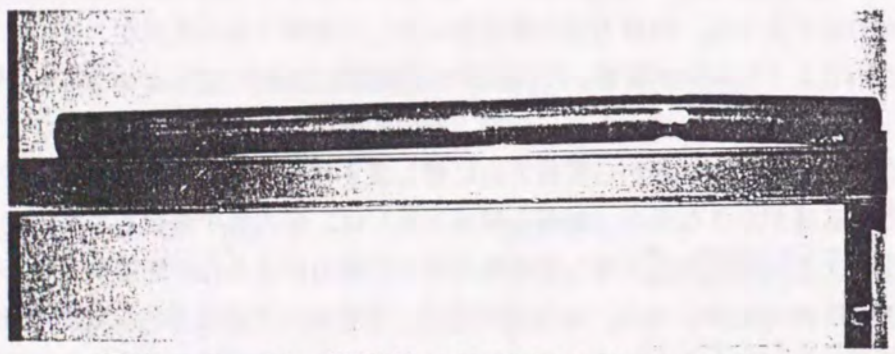
図―4．29に，管軸方向と円周方向の孔の変形量を示す。図中の点線で囲まれた領域に含まれる供試体は，ＮＬシリーズで強度低下が認められなかった供試体である。4．4．2で示したように残留たわみが部材中央部で最大となっており，部材としての全体座屈により崩壊に至ったことが推測できる。写真―4．15～18にNSシリーズの各孔径における載荷前後の変形形状およびＮＬシリーズの全供試体の孔の変形形状を示す。一方，強度低下が生じた供試体では，孔径によって孔の変形が変化する傾向が認められる。断面欠損率が5％のモデルでは，円周方向の変形量に対して管軸方向の変形が大きく，全体に孔が押し潰されるような傾向がある。これに対し，断面欠損率が15％と25％の供試体では，ＮＳシリーズ，ＮＬシリーズともに，管軸方向の変形に対し円周方向の変形が大きく，円周方向に孔が押し拡げられながら管軸方向に押し潰されるため，全体として孔はレモン型に変形する。孔径が小さな場合（断面欠損率5％）は，応力集中係数も小さいため，孔周辺の塑性化による局部的変形に対して管軸方向の圧縮力による孔の変形が大きくなるが，孔径が大きな断面欠損率が15％，25％の場合は，塑性化による局部的な変形が軸圧縮力による孔の変形に比べて大きくなる。このため，孔径によって前述のように孔の変形形状に変化が生じたものといえる。図中に併せて▲印で示した孔あき短柱の圧縮試験供試体（STCH供試体）でも同様の傾向が認められる。

孔あき短柱供試体，ＮＳシリーズ，ＮＬシリーズをまとめて考えると，部材の長さ（細長比）に関係なく，孔径によって管軸方向と円周方向の孔の変形量には同一の関係が認められ，孔の変形形状は孔径と鋼管径の関係（断面欠損率）に依存するといえる。このことから，孔あき鋼管部材の座屈強度低下の原因は，孔周辺部の局部変形との連成によるところが大きいと考えられる。

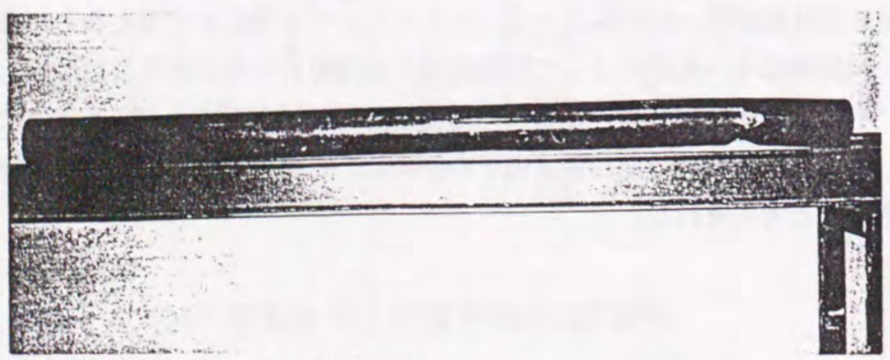
写真－4．14　供試体の残留変形（η =0.5）



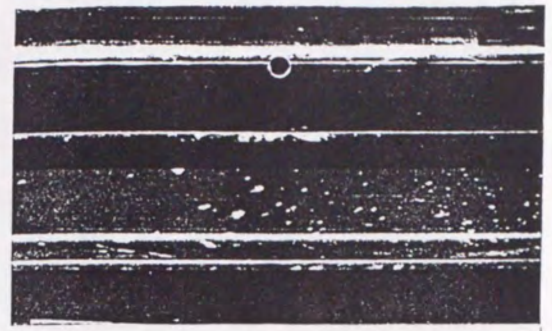
写真－4．14　供試体の残留変形（η =0.375）

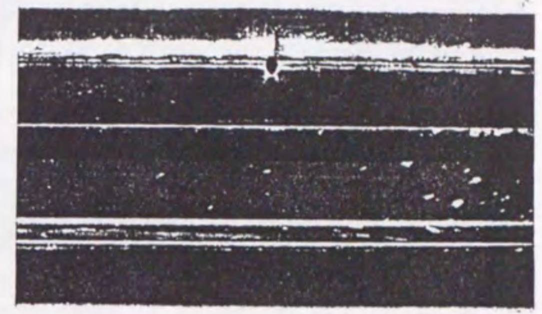


写真－4．14　供試体の残留変形（η =0.25）

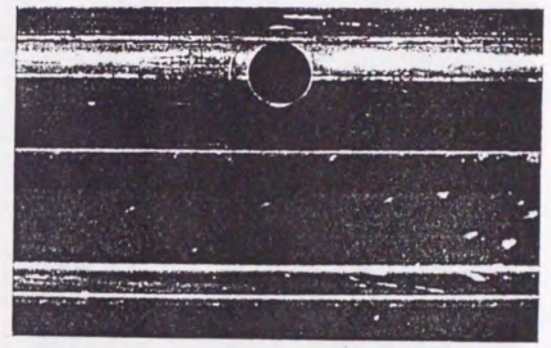


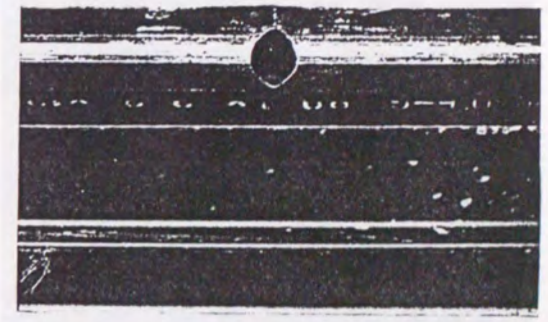
写真－4．14　供試体の残留変形（η =0.125）



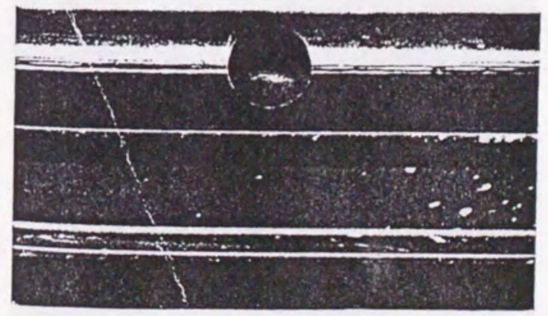


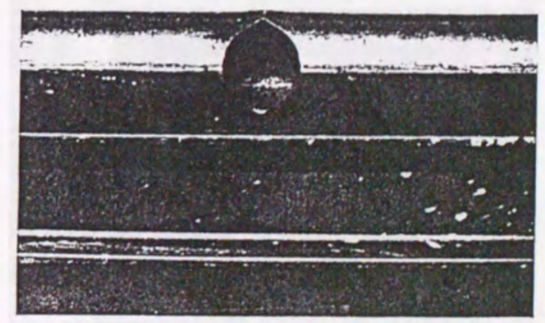
載荷前　（A）　ＮＳ－０５シリーズ　載荷後





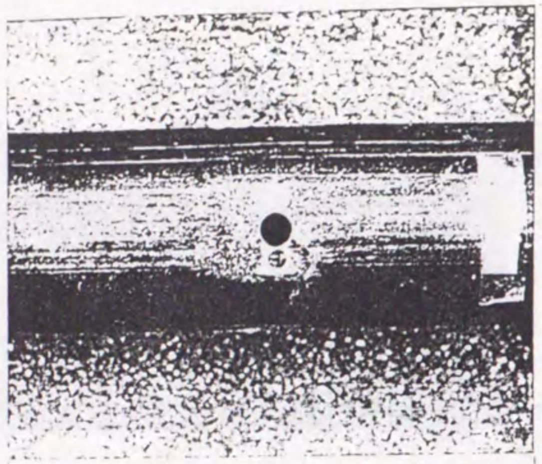
載荷前　（B）　ＮＳ－１５シリーズ　載荷後



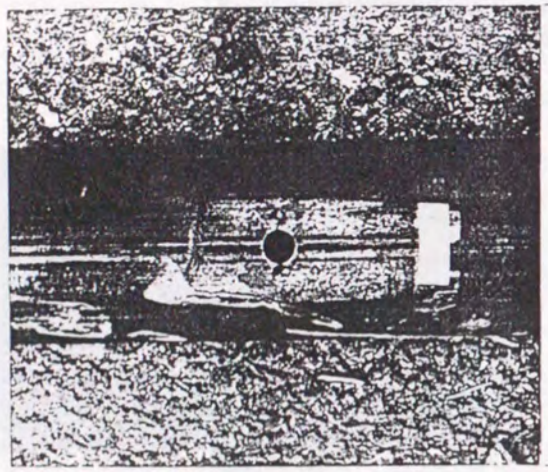


載荷前　（C）　ＮＳ－２５シリーズ　載荷後

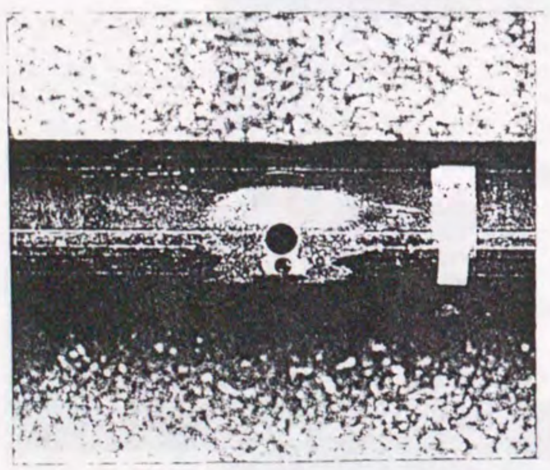
写真－4．15　NSシリーズの孔の変形



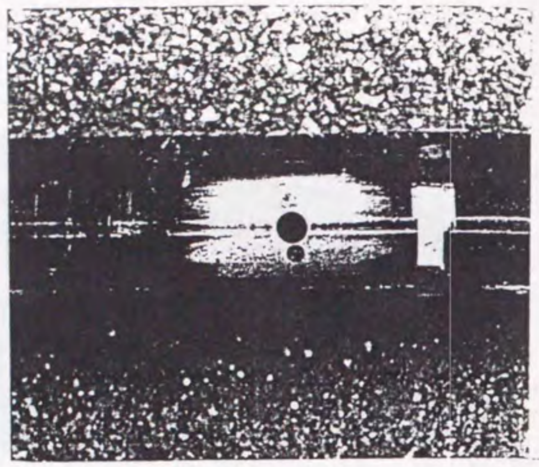
(A) NL－05－01



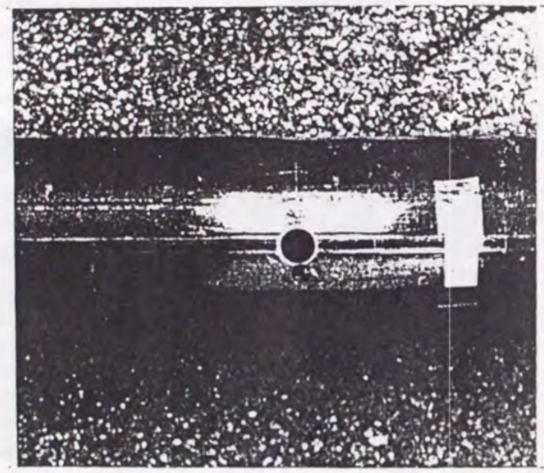
(B) NL－05－02



(C) NL－05－03

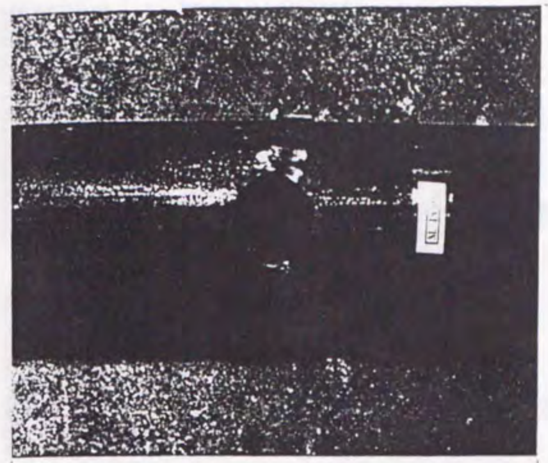


(D) NL－05－04

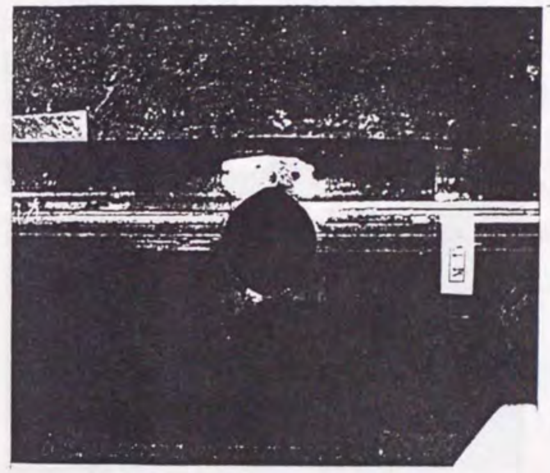


(E) NL－05－05

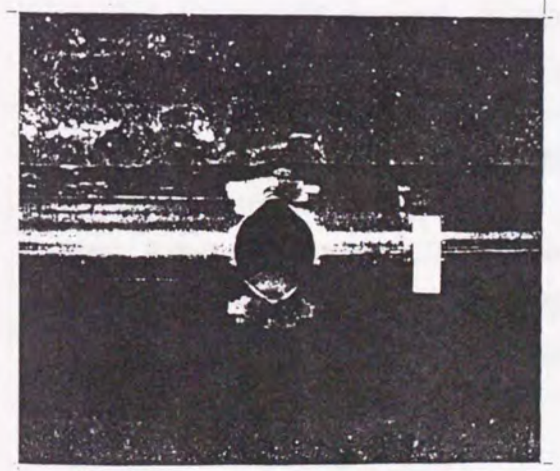
写真－4．16　孔の変形(NL-05シリーズ)



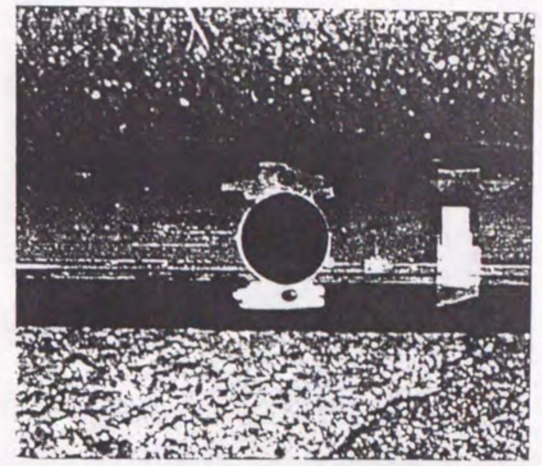
(A) NL－15－01



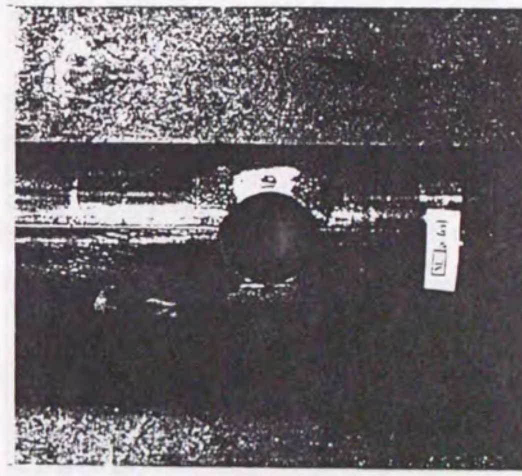
(B) NL－15－02



(C) NL－15－03

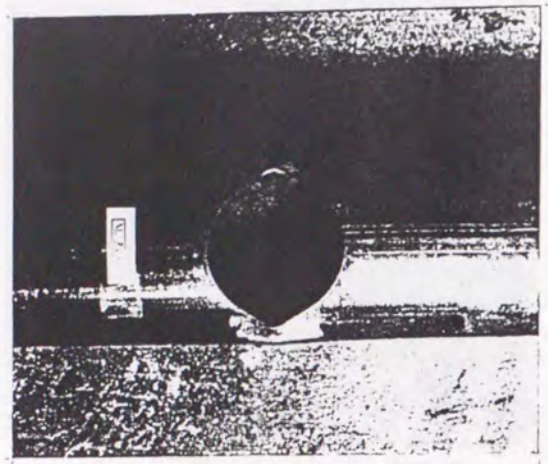


(D) NL－15－04

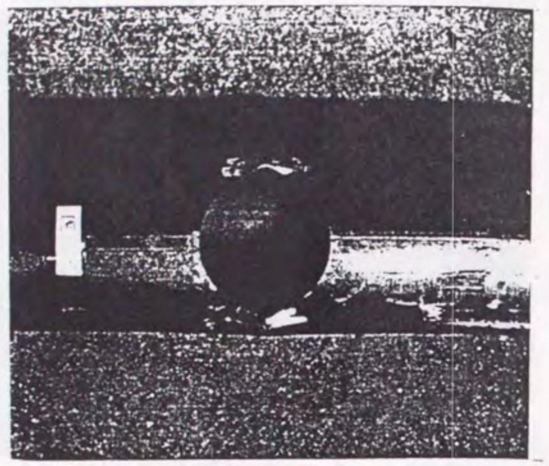


(E) NL－15－05

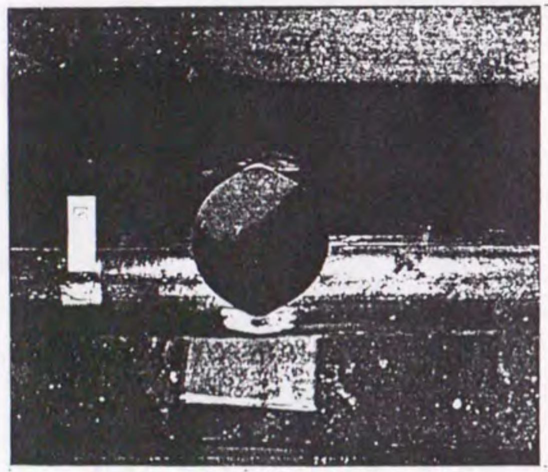
写真－4．17　孔の変形(NL-15シリーズ)



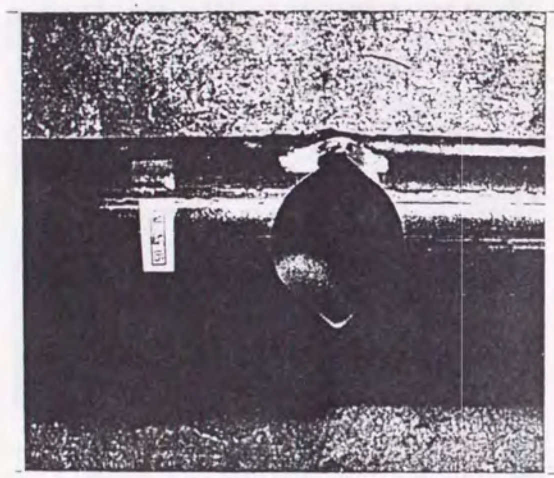
(A) NL－25－01



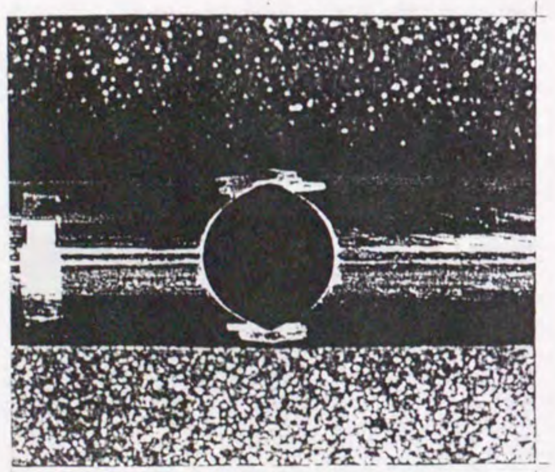
(D) NL－25－04



(B) NL－25－02



(E) NL－25－05



(C) NL－25－03

写真－4．18　孔の変形(NL-25シリーズ)

4．5　孔あき鋼管部材の座屈強度特性

4．5．1　開孔が座屈強度低下に及ぼす影響について

孔あき鋼管部材の耐荷力特性を評価するにあたり，鋼管部材の座屈挙動に対する開孔の影響を明らかにする必要がある。ここでは，先に述べた実験結果から，座屈強度の低下に対する開孔の影響について検討する。

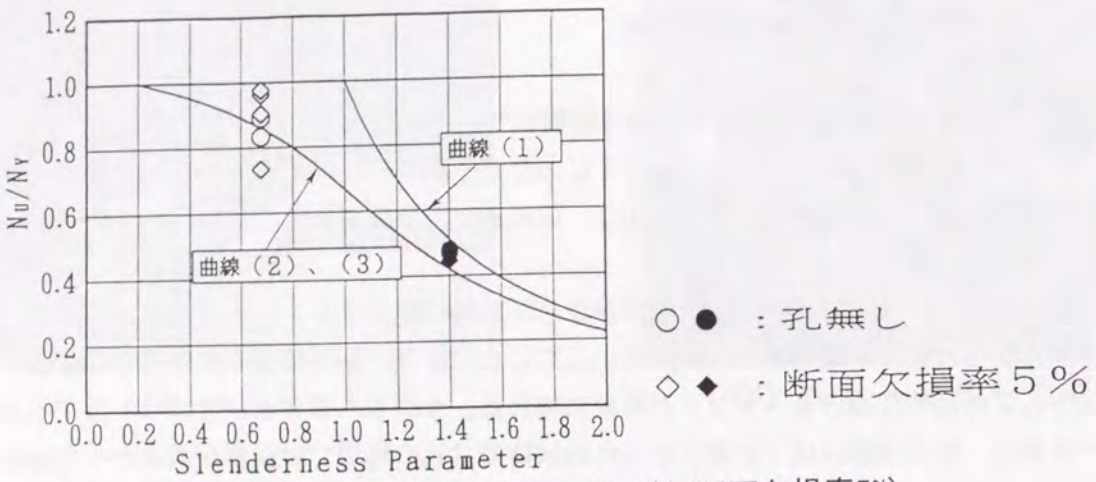
開孔によって，孔の周辺では応力集中が生じ局所的に降伏する。この局所的な降伏によって開孔断面の曲率が局所的に増大する。このことにより，開孔位置のたわみが増大し，結果として付加的な曲げモーメントが断面に加わる。4．4．2および4．4．3でも示したように，座屈強度の低下が著しかった供試体では孔の周辺での変形が大きかったことが明らかであり，座屈強度の低下に対して孔周辺の局所的な降伏と変形の影響が重要であるといえる。

孔あき短柱を圧縮した場合は，局所的変形が進行しても，部材としてのたわみは小さく，付加曲げモーメントは小さいと考えられる。一方，座屈供試体の場合は，部材としてのたわみも大きく，付加曲げモーメントも大きくなり，曲げ座屈に対する影響を無視することはできない。孔あき鋼管の座屈強度の低下が，孔径が大きくなるに従って顕著になっていることからも，孔の周辺での局所変形に伴う付加曲げモーメントの増加の影響は無視できないといえる。

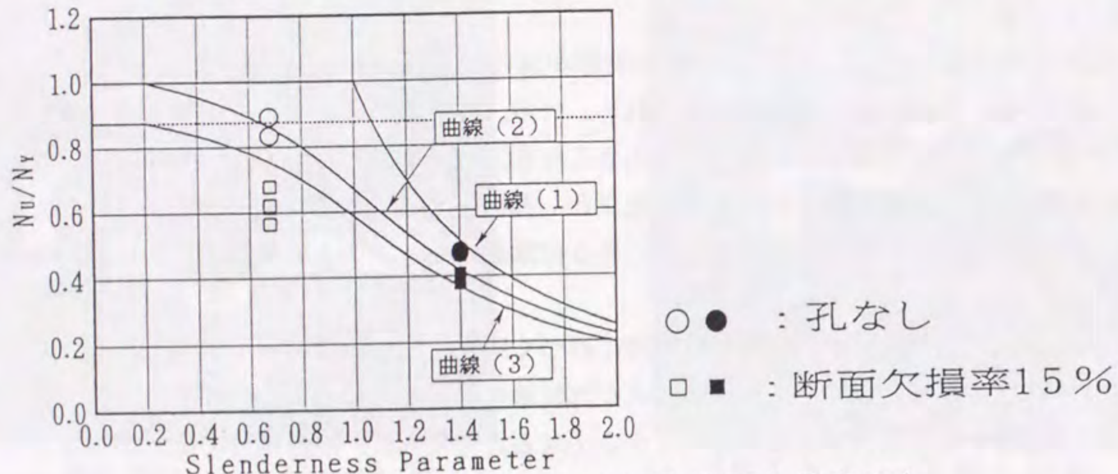
ＮＬシリーズでは開孔位置が部材端部に近づくに従って座屈強度低下の割合が小さくなっていることを4．3．1で示した。孔が部材端部にあいた場合は，付加曲げモーメントは孔が部材中央にあいた場合に比べて小さくなると考えられ，座屈強度の低下が小さくなったと言える。また，孔径が小さい場合は，孔周辺での変形も僅かであり，従って曲率の変化も小さくなる。座屈強度の低下が僅かであった供試体は，4．4．2や4．4．3で示したように孔の変形が小さく，付加曲げモーメントが小さいといえる。このため，これらの供試体は曲げ座屈により崩壊に至ったと考えられる。一方，ＮＳシリーズでは，局所変形が生じても，作用する付加曲げモーメントの大きさはＮＬシリーズに比べて小さくなり，従って強度低下に対する変形の影響が相対的に小さくなると考えられる。つまり，孔あき鋼管部材の座屈強度の低下に対しては，孔の周辺の変形に伴う曲率の変化とたわみの増加による付加曲げモーメントの増加の影響が大きいといえる。この付加曲げモーメントに対しては，孔径だけではなく開孔位置も影響することが明らかであり，解析等により，孔径や開孔位置と座屈強度の低下の関係について詳しく検討する必要がある。

4．5．2　柱強度曲線との比較

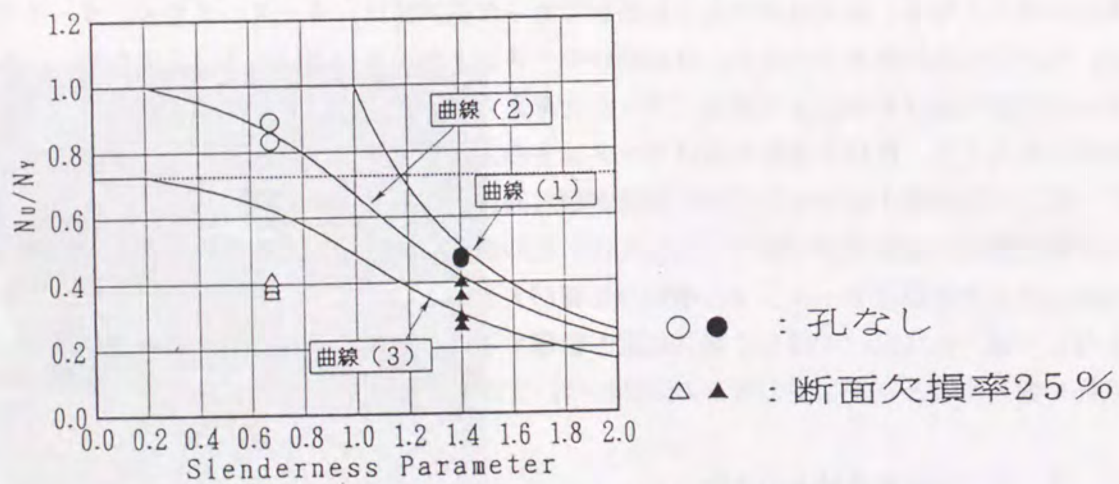
孔あき鋼管部材の座屈強度に対して，開孔による局部変形の影響が大きいことを前節で示した。ここでは，孔あき鋼管部材の強度低下は孔あき短柱の局部座屈と曲げ座屈の連成によるものと考えて強度評価を行い，局部変形の影響の程度について検討する。



図－４．30　柱強度曲線との比較（断面欠損率5%）



図－４．31　柱強度曲線との比較（断面欠損率15%）



図－４．32　柱強度曲線との比較（断面欠損率25%）

図―４．30～32は，孔あき鋼管部材の座屈強度と柱強度曲線を比較したものである。図中の縦軸は，孔があいていない断面の降伏強度で無次元化した強度である。健全材モデルに対する柱強度曲線として，円形断面を含む鋼柱の強度を与える式として文献4.10)に提案されているECCSのａ０曲線を用い，図中に曲線（２）で示す。図中に×印で示す健全材モデルは，この柱強度曲線で与えられる座屈強度を有している。この柱強度曲線と孔あき短柱の圧縮強度を用いて，積公式に従って局部座屈との連成の影響を考慮した強度曲線を与え，図中に曲線（３）で示す。この積公式は，局部座屈と部材座屈の連成に対する最も安全側の評価法であり，道路橋示方書4.9)などで用いられている。曲線（１）はEulerの弾性座屈曲線である。

断面欠損率が５％のモデルでは，ＮＬシリーズの全供試体およびＮＳシリーズで孔が端部にあいている供試体は，局部座屈との連成を考慮した強度曲線（３）で与えられる座屈強度を有していた。このうちＮＬシリーズは，孔の変形や部材の残留たわみから判断して曲げ座屈により崩壊していると考えられ，孔の局所的な変形の影響は小さいといえる。しかし，孔の局部的変形が生じた，ＮＳシリーズで孔が部材中央付近にあいている供試体の座屈強度は，強度曲線（３）を下回る結果となった。

断面欠損率が15%になると，ＮＬシリーズの供試体は孔の局部変形の有無に関わらず強度曲線（３）で与えられる座屈強度を有していた。一方，ＮＳシリーズの全ての供試体では，局部座屈との連成を考慮した場合よりも著しい強度低下が生じており，強度曲線（３）で座屈強度を評価することはできない。

この傾向は断面欠損率が25%になるとさらに顕著になる。ＮＬシリーズで孔の局部変形が生じない供試体は強度曲線（３）を上回る座屈強度を有していたが，孔の局部変形を生じた供試体の座屈強度は強度曲線（３）を，僅かに下回っている。ＮＳシリーズの供試体の座屈強度は，強度曲線（３）で与えられる座屈強度の約50%であった。また，ＮＳシリーズとＮＬシリーズで孔の局部変形を生じた供試体の座屈強度は，ほぼ同程度であった。

これらのことから，孔あき鋼管部材の座屈強度が，孔あき短柱の圧縮強度を用いて局部座屈との連成を考慮した強度式では与えられず，また孔の局部変形による影響は局部座屈との連成を考慮した場合に比べて著しい強度低下を与えることがいえる。

４．６　結言

孔あき鋼管部材の座屈実験から得られた結果をまとめると，以下の通りである。

（１）ＮＳシリーズでは，座屈強度の低下に対する孔径の影響が大きく，孔径から座屈強度の低下量がほぼ推定できる。これに対し，ＮＬシリーズでは，孔径の影響とともに，開孔位置の影響も無視できない。

（２）管軸方向と円周方向の孔の変形量の比には，孔径によって同一の関係がある。また，この傾向は短柱・長柱など部材の長さには関係しない。

（3）孔あき鋼管では，孔周辺の局所的な降伏による曲率変化に伴ってたわみが増大する。この変形は，結果として断面の付加曲げモーメントを増加させ部材の座屈強度を著しく低下させる。

（4）孔あき鋼管の座屈特性は，孔あき短柱の局部座屈との連成座屈特性に類似するが，むしろ，孔周辺の局所変形の影響が大きいといえる。このため，孔あき鋼管の強度を評価するためには，断面の局所変形との連成を考慮した強度評価式の作成が必要である。

【参考文献】

4.1) B. Kato : Cold-Formed Welded Steel Tubular Members, AXIALLY COMPRESSED STRUCTURES, Stability and Strength, Applied Science Publishers, 1982.

4.2) 越智健之：円形鋼管部材の終局耐力と変形能の統計的評価，熊本大学学位論文，1991年.

4.3) 福本唀士，伊藤義人：座屈実験データベースによる鋼柱の基準強度に関する実証的研究，土木学会論文報告集，No.335, 1983年

4.4) 青木徹彦，福本唀士：小口径電縫鋼管柱の中心軸圧縮強度分布，土木学会論文報告集，No.337, pp.17-26, 1983.

4.5) H. Beer and G. Schultz : Theoretial Basis of the European Column Curves, Constr., Metal, No.3, p.58, 1970.

4.6) E. Madenci and A. Barut : Pre- and Post-buckling Response of Curved, Thin, Composite Panels with Cutouts under the Compression, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 37, pp.1499-1510, 1994.

4.7) M. V. V. Murthy : Stress Around an Elliptic Hole in a Cylindrical Shell, Journal of Applied Mechanics, pp.39-46, March, 1969.

4.8) 青木徹彦，福本唀士：小口径電縫鋼管の統計的材料強度特性と残留応力分布の評価，土木学会論文報告集, No.314, pp.39-51, 1983.

4.9) 社団法人 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，Ⅰ共通編・Ⅱ鋼橋編，1990年2月.

4.10) Eurocode 3 : Common Unified Code of Practice for Steel Structures, Commission of the European Communities, Brussels, Belgium, Nov., 1990.

第5章　孔あき鋼管部材の極限強度特性

5．1　緒言

5．1．1　孔あき鋼構造要素の適用事例

鋼構造要素に孔があく要因としては，

1）構造上の要求により，人工的に孔・開口部が設けられる場合

2）維持管理上の要求により，人工的に孔・開口部が設けられる場合

3）腐食などの外的要因

が考えられる。造船の分野では，船舶の大型化に伴い船体の軽量化が要求され，船体内部の補剛リブなどに孔を開けることにより鋼重の低減を図る方法が用いられている[5.1]。この他にもアンチスリップ鋼板などが，1）に該当する有孔鋼構造要素として考えられる。これらの鋼構造要素は，鋼重を軽減させる目的で用いられる場合が多い。この他には，ボルト孔があけられた継手部も孔あき鋼構造要素の一部であるといえる。2）に関しては，橋脚や箱桁などの閉断面鋼構造内部の維持管理上の要求から，マンホールを設ける場合が挙げられる。この他にも疲労亀裂の進展を防ぐためのストップホールが開けられた場合などがある。これらの孔あき鋼構造要素は，設計段階で予め耐荷力に対する影響を考慮することが可能であり，また，その極限強度に関する研究も数多く行われ補強方法についても種々検討されており[5.2),5.3]，鋼構造物全体の耐荷力を考える場合に大きな問題とはならないといえる。

これに対し腐食により孔があいた場合は，耐荷力に対する影響を予測することは大変困難な問題である。海洋構造物の鋼管杭や土木基礎の支持杭などの鋼構造物は，腐食による板厚の減少を想定し，腐食しろを設けるなどの対策が講じられている[5.4]が，予想を上回る腐食の進行により孔があくなどの損傷事例も報告されている[5.5]。また，飛沫帯に架設された鋼箱桁などにおいても腐食にによる断面の損傷があり，構造物全体の耐荷力に対する影響について検討し，補修・補強対策を講じる必要が生じている。ところが，腐食被害を受けた鋼構造部材の残存耐荷力に着目して行われた研究は少なく，その極限強度特性も明らかではないため，腐食鋼構造部材の残存強度特性を考慮した補修・補強基準は確立されていない。腐食被害を受けた実構造では，板厚減少と孔食が同時に進行する場合が多いが，本章では孔食のみを取り上げて極限強度に対する孔食の影響について基本的なデータを提供することを目的とした。

5．1．2　孔あき鋼管に関する研究事例

孔があいた鋼構造要素の極限強度を評価する場合には，断面の欠損に伴う降伏強度の低下に加えて，孔周辺の応力集中の影響による極限強度の低下について考慮する必要がある。孔あき板要素に関しては応力集中や極限強度に関する研究が数多く行われているが，円管

や円筒シェルに孔があいた場合に関する研究は少ない。

シェル構造物に孔があいた場合の応力集中問題に関しては，Murthy[5.6)]などが，円筒シェルに孔があいた場合は平板に孔があいた場合に比べて応力集中係数が大きく，板曲げ応力が孔の周辺で大きいことを示した。また，この板曲げ応力の存在によって，孔あき円筒シェルでは，極限状態に近づくと孔の周辺が局所的にかつ急激に変形することが Mandeci－Barut らの研究[5.7)]などで示されている。しかし本章で対象とするような，円形鋼管部材に孔があいた場合の部材座屈と孔周辺の局部変形の連成について行われた研究は少なく，孔あき円形鋼管部材の極限強度特性は明らかではない。

特に，孔食を受けた鋼構造要素の残存耐荷力を評価する場合には，孔周辺の局所的な変形と部材座屈の連成について検討し，その特性を明らかにすることが必要である。鋼管杭などの鋼管鋼構造物などが孔食などの腐食被害を受けた場合の残存強度評価法は確立されていず，合理的な維持管理のためにも，補修・補強基準の策定が必要であり，本章で行う孔あき鋼管部材の極限強度に関する研究が，その有用な基礎資料となると考えられる。

道路橋示方書では，孔あき板の設計に際して，最小板厚，溶接線からの距離，孔の曲率半径に関して規定が設けられている[5.8)]。この規定は，孔周辺の応力集中および孔あき部の自由突出板としての局部座屈に関する制限値となっている。また，部材としての座屈を考える場合には，部材の有効断面積および断面２次半径を，孔の幅が最大の断面で計算するように規定している。一方，BS5400 では，孔あき部の純断面積によって，孔あき部材の有効断面積を与える式が規定されている[5.9)]。

５．１．３　本章の構成

本章では，孔あき鋼管部材の極限強度を２章で述べた弾塑性有限変位プログラム NASHEL を用いて解析を行い，その特性を検討する。まず，孔の無い円形鋼管部材の極限強度を NASHEL を用いて解析し，解析の妥当性および円形鋼管部材の極限強度特性について検討を行う。続いて，４章で述べた孔あき鋼管短柱の圧縮強度を解析し，実験結果と比較，検討を行う。最後に，孔あき鋼管部材の極限強度を解析し，極限強度に対する孔あきの影響について検討を行う。

５．２　円形鋼管部材の極限強度

５．２．１　解析モデル

解析モデルは，４章で述べた座屈実験供試体を参考に，外径 89.1mm，肉厚 3.2mm の円形鋼管とする。部材長は，1500mm～3500mm まで 200mm ピッチで変化させ，細長比パラメータが小さく弾塑性座屈領域に属するモデルから，弾性座屈領域に属するモデルまでを考えた。表―５．１に解析モデルの構造諸元を示す。鋼種は STK400 相当とし，降伏応力度，ポアソン比および弾性係数は公称値を用いた。鋼管の場合，製作工程で受ける塑性

加工などの影響で降伏応力度が公称値より大きいことは知られている[5.10)]が，ここでは考慮していない。また ECCS における規定を参考に，最大値が部材長の 1/1000 で与えられる正弦波で与えられる初期たわみを考慮した。ただし，残留応力は考慮していない。この様な初期不整が考慮された円形断面部材の基本強度曲線としては，ECCS-a_0曲線[5.11)]が実験の下限値として与えられている。

５．２．２　境界条件

NASHEL で両端で単純支持された中空断面部材を解析する場合，単純支持の条件の取り扱いが問題となる。中空断面が単純支持される場合，断面の図心において並進変位および回転変位に対する境界条件を考慮する必要がある。ところが，本研究で用いた NASHEL は１節点５自由度で定式化されており，図―５．１に示すように，中空断面の図心位置に要素を設けることは不可能である。また，軸方向の強制変位だけを制御して軸力の載荷を行う場合，部材の曲げ変形による単純支持点の回転変位と，この回転に伴う断面の付加的な変位を無視することになり，結果として単純支持された断面で不釣り合い曲げモーメントが発生し，断面の回転を拘束することは避けられない。これを図示したのが図―５．２である。この軸力と曲げモーメントの比は，断面の回転角，つまり荷重レベルによって変化する点も解析を行う上で問題となってくる。

この問題の対処方法として，

１）NASHEL を１節点６自由度で定式化し，端部にダイアフラムを設け，ダイアフラム上の節点で単純支持する。

２）図心位置に仮想節点を設け，実節点とをオフセット要素で結合する。単純支持の条件は仮想節点で考慮する。

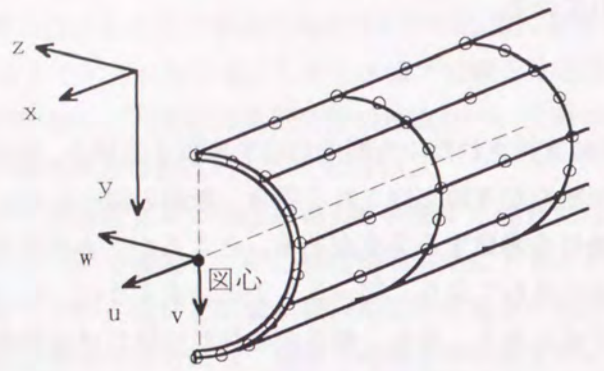
３）対称条件を利用し，同等の力学モデルで解析を行う。

４）部材の曲げ変形に伴う端部の変位を調整変位として導入し，回転拘束の影響を除去する。

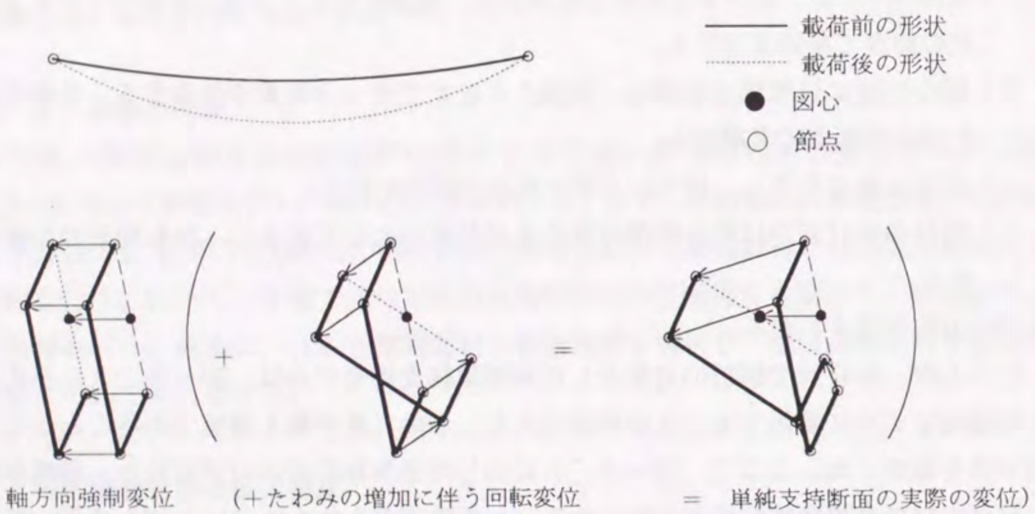
などの方法が考えれれる。

ところが，本研究で解析の対象とした両端単純支持モデルは，図―５．３に示す力学的に等価なモデルに変換することが可能であり，この方法が最も簡便であることから，３）の手法を採用した。ここで，図―５．３に示した逆対称モデルの妥当性と，両端単純支持された部材の有限変位解析が可能であることを確認するために，NASHEL を用いて弾性座屈解析を行い，Euler の弾性座屈荷重[5.12)]と比較を行った。解析モデルは，外径×板厚=89.1mm×3.2mm，部材長Ｌ=3100mm の円形鋼管とする。また，部材長の 1/1000 で最大値が与えれる正弦波を初期曲がりとして考慮した。

図―５．４に荷重と横たわみの関係を示す。縦軸は，次式で与えられる両端単純支持柱の弾性座屈荷重で無次元化してある。



図－5．1　中空断面の要素分割例



図－5．2　単純支持された図心の回転変位が節点の軸方向変位に与える影響

$$P_E = \pi^2 \frac{EI}{L^2} \tag{5. 1}$$

図—5．4に示すように，NASHELの解析結果は弾性座屈荷重に漸近しており，逆対称モデルとNASHELによる有限変位解析の妥当性が確認された。このため，本章で行う弾塑性有限変位には，図－5．3の逆対称モデルを用いて単純支持柱をモデル化する。

5．2．3　圧縮強度特性

表—5．1で示した解析モデルを用いて，円形鋼管部材の弾塑性有限変位解析を行い，極限強度を求めた。解析結果と柱強度曲線を比較した結果を図—5．5示す。図の横軸は部材の細長比パラメータであり，縦軸は降伏強度で無次元化してある。また，比較のために弾性座屈曲線と，残留応力を持たない円形鋼管を含む断面に対する柱強度曲線として与えられているECCSのa $_0$曲線[5.11]，ＳＳＲＣのNo.1曲線[5.13]およびグループ1曲線[5.14]を示した。各曲線は，次式を用いて，同様の形式で与えられている。

$$\frac{N}{N_Y} = \begin{cases} 1.0 & \bar{\lambda} \le 0.2 \\ \dfrac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 4\bar{\lambda}^2}}{2\bar{\lambda}^2} & \bar{\lambda} \ge 0.2 \end{cases} \tag{5. 2}$$

ここに，$\alpha = 1 + \beta\left(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0\right) + \bar{\lambda}^2$ であり，各強度曲線での係数βおよび$\bar{\lambda}_0$を表—5．2に示す。

表—5．2　各強度曲線の係数

	β	λ_0
ECCS－a $_0$	0.125	0.20
SSRC－No.1	0.103	0.15
グループ1	0.089	0.20

細長比パラメータが小さな領域では，ECCS-a $_0$曲線やSSRCのNo.1曲線をやや下回り，逆に細長比パラメータが大きな領域では上回る強度が得られているが，全体的に両柱強度曲線に一致しているといえる。一方，グループ1曲線に対しては，全体的に極限強度が小さくなっている。これは，グループ1曲線が，径厚比による降伏応力度や初期たわみあるいは残留応力分布のばらつきを考慮した実験および解析データの平均値に相当する曲線であるためと思われる。

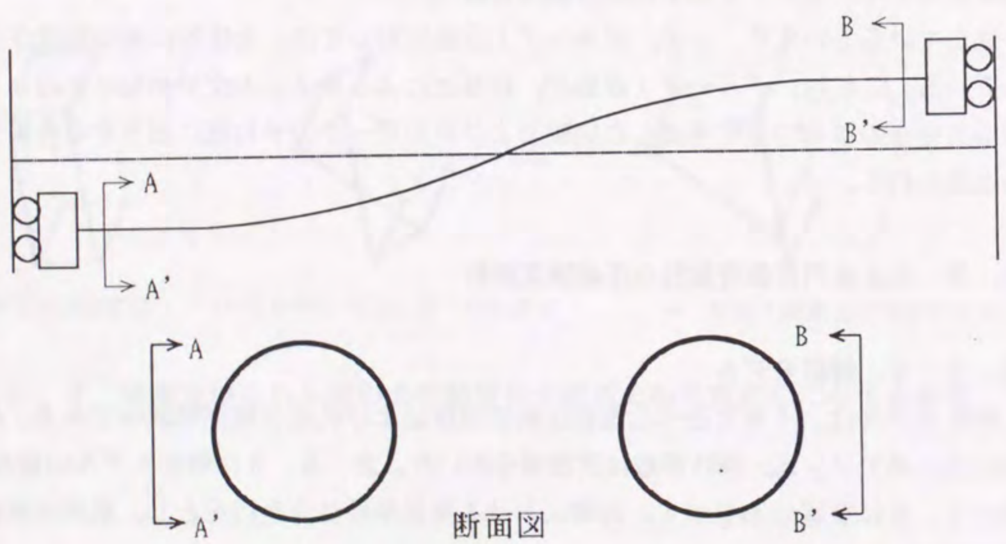
5．3　孔あき円形鋼管短柱の圧縮強度解析

5．3．1　解析モデル

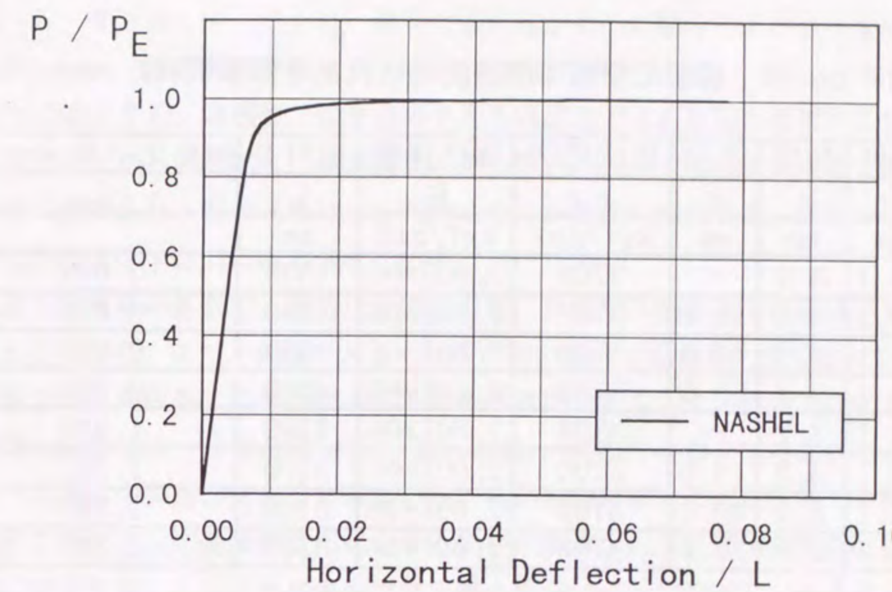
解析モデルは，4章で述べた短柱圧縮供試体および孔あき短柱供試体である。材料の降伏応力，ポアソン比，弾性係数は実測値を用いた。表—5．3に解析モデルの構造諸元を，図—5．6に要素分割を示す。両端における境界条件は完全固定とし，載荷は変位制御の手法で行った。

表－5．1　解析モデルの構造諸元（円形鋼管部材）

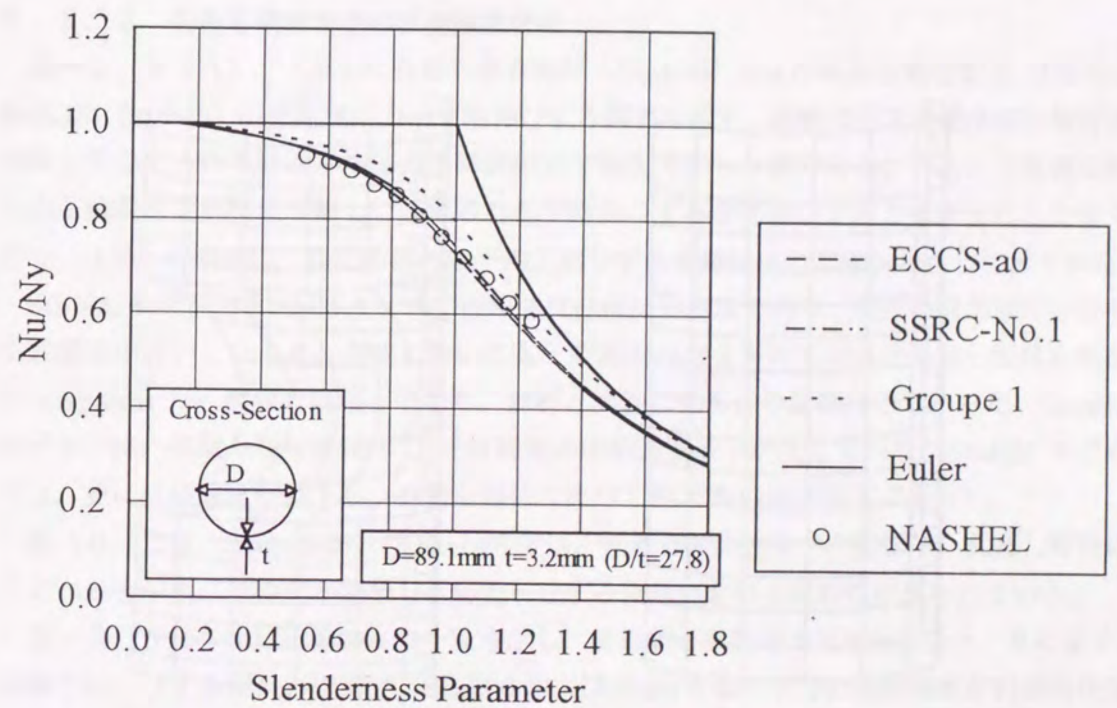
	外径	板厚	部材長	降伏応力	弾性係数	細長比パラメータ
	D	t	L	σy	E	λ
unit	mm	mm	mm	kgf/cm2	kgf/cm2	
P150	89.1	3.2	1500	2400	2.10E+06	0.5311
P170	89.1	3.2	1700	2400	2.10E+06	0.6019
P190	89.1	3.2	1900	2400	2.10E+06	0.6727
P210	89.1	3.2	2100	2400	2.10E+06	0.7436
P230	89.1	3.2	2300	2400	2.10E+06	0.8144
P250	89.1	3.2	2500	2400	2.10E+06	0.8852
P270	89.1	3.2	2700	2400	2.10E+06	0.9560
P290	89.1	3.2	2900	2400	2.10E+06	1.0268
P310	89.1	3.2	3100	2400	2.10E+06	1.0976
P330	89.1	3.2	3300	2400	2.10E+06	1.1685
P350	89.1	3.2	3500	2400	2.10E+06	1.2393



図－5．3　両端単純支持柱のモデル化



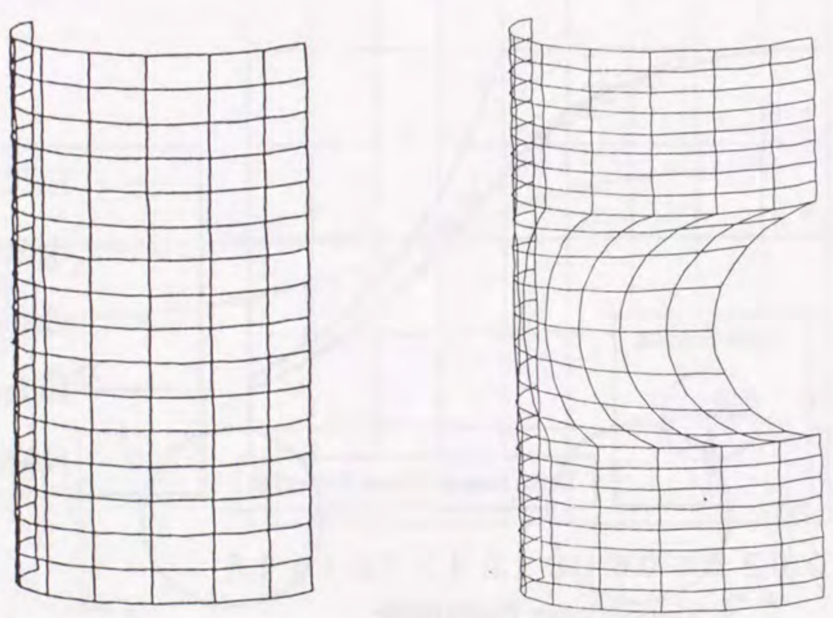
図－5．4　荷重－横たわみ関係



図－5．5　円形鋼管部材の柱強度

表－５．３　解析モデルの構造諸元（孔あき鋼管部材）

	外径	板厚	孔径	降伏応力	弾性係数	部材長	細長比パラメータ
	D	t	a	σy	E	L	λ
unit	mm	mm	mm	kgf/cm2	kgf/cm2	mm	
NS00	89.1	3.2	—	3700	2.00E+06	1500	0.676
NS05	89.1	3.2	14.0	3700	2.00E+06	1500	0.676
NS15	89.1	3.2	40.0	3700	2.00E+06	1500	0.676
NS25	89.1	3.2	63.0	3700	2.00E+06	1500	0.676
NL00	89.1	3.2	—	3700	2.00E+06	3100	1.397
NL05	89.1	3.2	14.0	3700	2.00E+06	3100	1.397
NL15	89.1	3.2	40.0	3700	2.00E+06	3100	1.397
NL25	89.1	3.2	63.0	3700	2.00E+06	3100	1.397



図－５．６　短柱の要素分割

５．３．２　孔あき鋼管の応力集中

図―５．７（Ａ）～（Ｃ）に，鋼管壁面に孔があいた場合の応力分布を示す。それぞれ孔径が 14mm（断面欠損率５％），40mm（断面欠損率 15%），63mm（断面欠損率 25%）の場合に相当する。縦軸は，健全部の平均圧縮応力で孔あき部の要素の各積分点での応力を無次元化したものであり，横軸は孔の中心からの円周方向距離を周長で除して与えられる無次元量であり，図の凡例に示す孔中心からの角度に相当する。図中の○印は，実験から得られた板厚中心での応力分布である。

孔周辺の変形の影響で，鋼管内面では引張，外面で圧縮となる板曲げ応力が発生していることがわかる。また，孔径が大きくなるに従い板曲げ応力も大きくなっている。表－５．４に板厚内外表面および中心での応力集中係数の一覧を示す。内面での応力集中係数が孔径に関わらずほぼ一定値となっているのに対し，板厚中心および外表面では孔径が大きくなると応力集中係数が大きくなっている。孔があいた鋼管断面が圧縮力を受けた場合，孔があくことによって要素の変形に対する拘束が解放され，孔周辺が外側に捲れ上がるように曲げ変形する。このため外表面では圧縮の板曲げ応力が作用し，結果として応力集中係数が大きくなるといえる。この傾向は実験でも確認されており，応力集中の中でも，この板曲げ応力成分の存在が鋼管壁面に孔があいた場合の応力集中問題の特徴であるといえる。また，内面での応力がほぼ一定であることから，孔周辺の曲げ変形は，孔径が大きくなるほど大きくなるといえる。

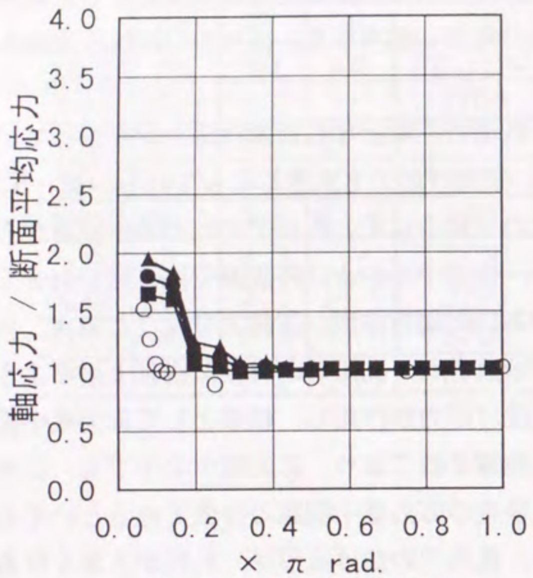
５．３．３　孔あき鋼管短柱の圧縮強度特性

図―５．８（Ａ），（Ｂ）に孔なし鋼管短柱（Stub00）および孔あき鋼管短柱（Stub05, Stub15, Stub25）の平均軸応力―平均軸ひずみ関係を示す。縦軸は荷重を健全部の断面積で除して与えられる断面平均応力を降伏応力で無次元化した値である。（Ａ）の横軸は軸方向圧縮変位を部材長で除して与えられる平均軸ひずみを降伏ひずみで無次元化した値であり，（Ｂ）の横軸は，開孔断面での平均圧縮ひずみを降伏応力で無次元化した値である。

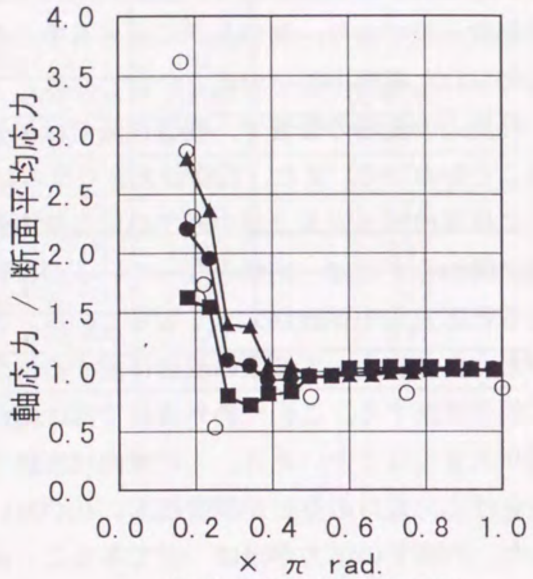
Stub00 モデルと Stub05 モデルの圧縮強度はほぼ同程度であり，開孔の局部座屈に対する影響は小さいといえる。実験においても，断面欠損率５％のモデルは孔無し短柱と同様の elephant leg 座屈で崩壊しており，解析と同様に孔あきの影響は小さかった。Stub15 モデルでは，孔無し短柱に比べて 15%程度の圧縮強度低下が生じている。Stub25 モデルでは，更に圧縮強度が低下し，孔無し短柱に比べて約 27%の強度低下であった。

図（Ｂ）では，Stub15 および Stub25 では，孔周辺の応力集中の影響で，孔無し短柱にう比べると早期に塑性化が開始し，応力－ひずみ関係における線形性が失われている。

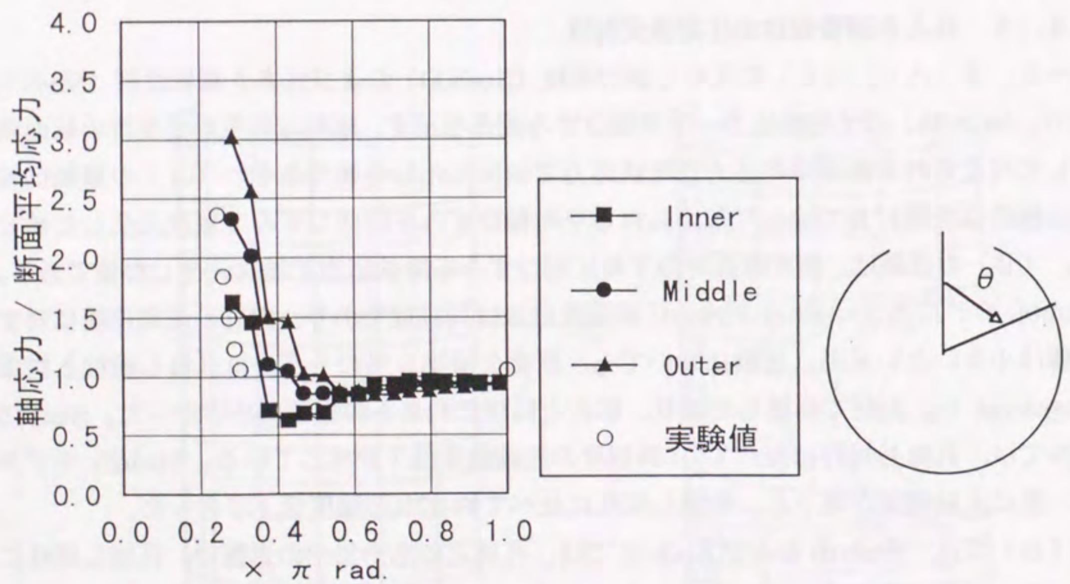
表－５．５に各短柱圧縮強度の一覧を示し，解析値と実験値の比較を図―５．９に示す。実験では，ひずみ硬化の影響で，Stub00 および Stub05 のモデルの圧縮強度が引張降伏強度を上回っている。これに対し解析では材料が完全弾塑性であると仮定し，ひずみ硬化を考慮していないため，圧縮強度が引張降伏強度を下回っている。しかし，圧縮強度が引張



（A）断面欠損率５%

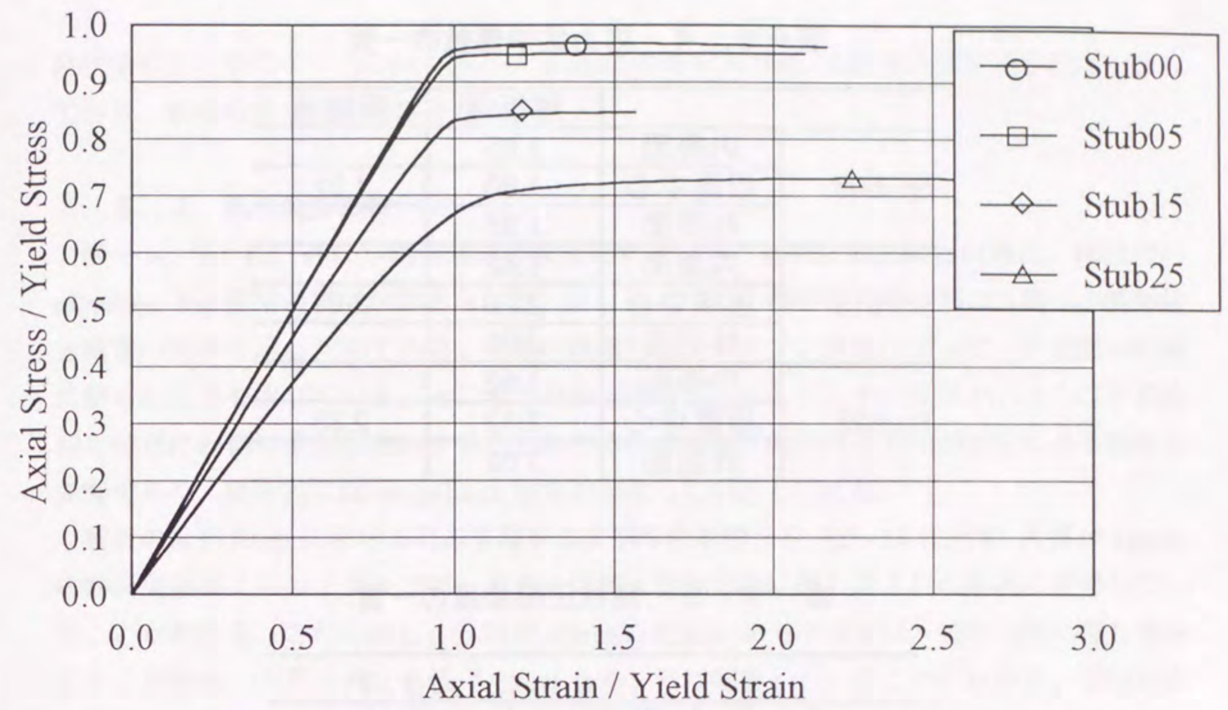


（B）断面欠損率15%

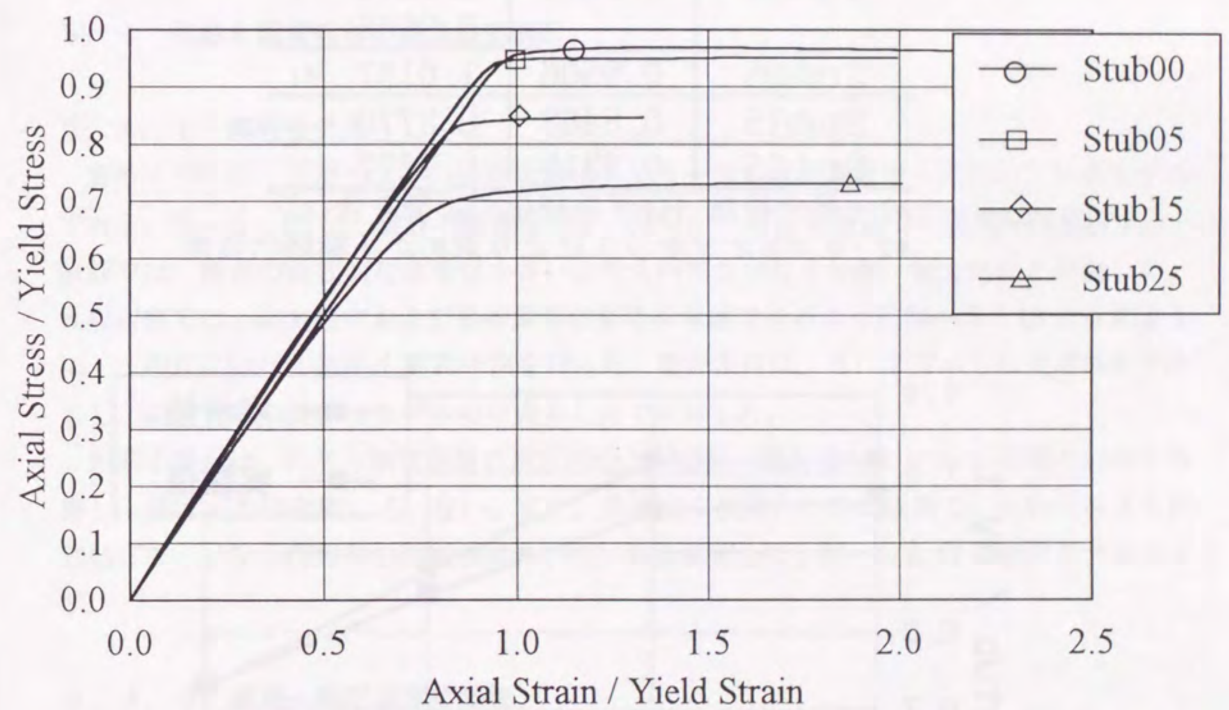


（C）断面欠損率25%

図－５．７　開孔部の応力分布



(A) 短柱の平均圧縮ひずみを用いた場合



(B) 開孔部の圧縮ひずみを用いた場合

図－５．８　短柱の平均軸応力－軸ひずみ関係

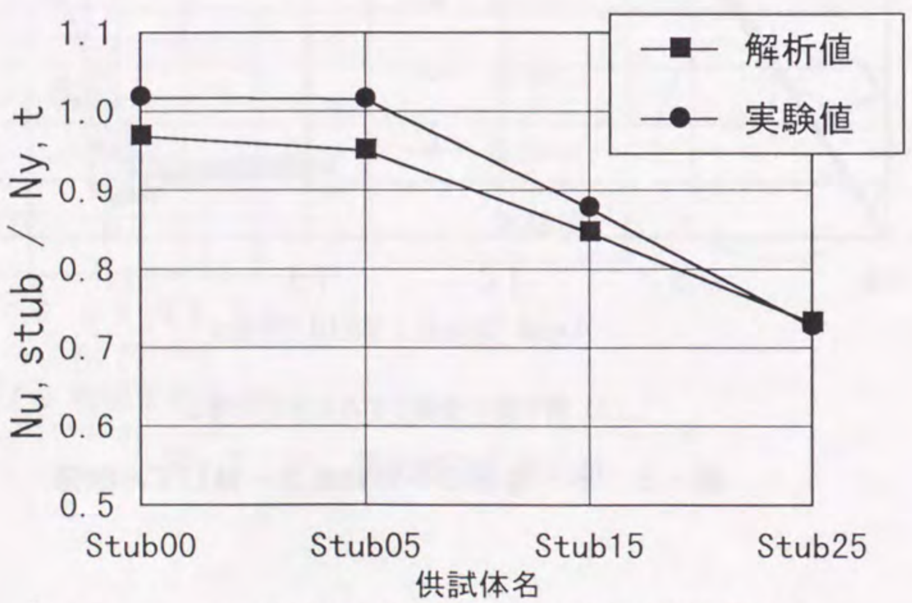
表－５．４　応力集中係数の一覧

		解析値	実験値
Stub05	内表面	1.65	
	板厚中心	1.80	1.52
	外表面	1.95	
Stub15	内表面	1.62	
	板厚中心	2.20	3.61
	外表面	2.79	
Stub25	内表面	1.62	
	板厚中心	2.32	2.35
	外表面	3.02	

表－５．５　短柱圧縮強度の一覧

	σu,c／σy,t	
モデル名	解析値	実験値
Stub00	0.9685	1.0811　*1 0.9568　*2
Stub05	0.9506	1.0157　*1
Stub15	0.8468	0.8770
Stub25	0.7312	0.7277

*1：最大荷重（ひずみ硬化の影響を含む）
*2：0.2%オフセットにより求めた圧縮降伏強度



図－５．９　短柱圧縮強度の解析値と実験値の比較

降伏強度まで至らないStub15およびStub25のモデルでは，実験値と解析値がほぼ一致しており，解析の妥当性が確認される。

５．３．４　孔の変形形状

図―５．10に，孔なし鋼管短柱の変形形状を示す。短柱圧縮試験と同様に，端部でのelephant leg座屈の発生が認められる。図－５．11は，鋼管短柱中央部の外側への変形量と荷重の関係を示した図である。初期の段階では，ポアソン効果によって，中央部は外側に膨らむ変形を生じている。ところが極限強度付近になると，その変形が小さくなり最終的には逆に内側に変形が進行することになる。これは，端部付近の局部座屈による変形の影響であり，局所的にはsnap-back現象が発生しているといえる。

解析の最終Stepにおける孔あき鋼管の変形形状を図―５．12～14に示す。孔径が14mmの断面欠損率５％のモデルでは，孔が全体的に管軸方向に押し潰された形状に変形していることがわかる。これに対し，孔径が40mm，62mmのモデルでは，管軸方向に押し潰されると同時に，円周方向にも拡げられ，レモン型に変形していることがわかる。この傾向は，写真―４．12～14に示すように，実験でも認められる。

５．４　孔あき鋼管部材の極限強度解析

５．４．１　解析モデル

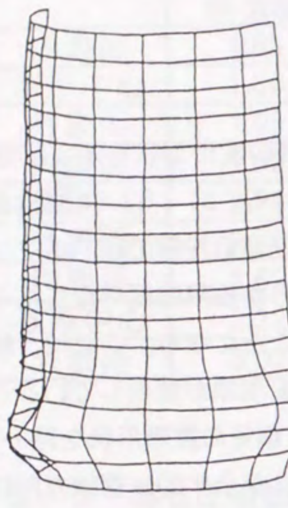
解析モデルは，４章で示した座屈実験の各シリーズで孔が部材中央にあいているモデルである。図―５．15に一般部の要素分割を，図―５．16に孔周辺部の要素分割を示す。一般部では，断面の局部的な変形は小さいと考え円周方向に４分割，軸方向に８分割した。孔周辺部では，応力集中および局所変形の影響を考慮できるように図―５．16に示すように，一般部に比べて細かく要素分割を行った。境界条件は，５．２で示した逆対称モデルとし，鉛直方向の変位はモデルの中央の１点で支持した。

初期不整量は，孔なし鋼管部材の座屈解析と同様に，部材長の1/1000の初期たわみを考慮し，残留応力は考慮していない。また，孔は全て初期たわみの腹側で，たわみによる付加曲げモーメント作用時の圧縮側にあいていると仮定した。図―５．17に解析モデルを示す。

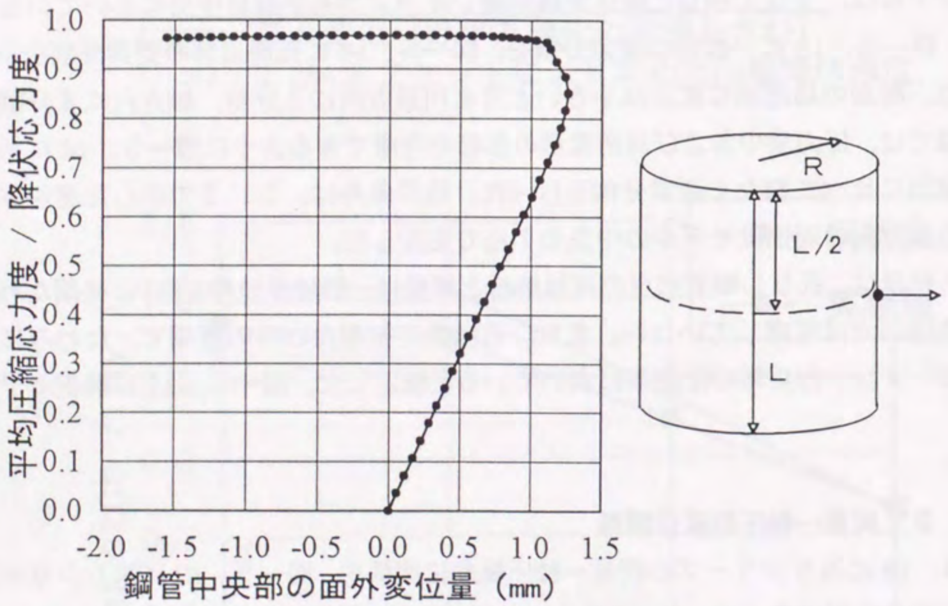
５．４．２　荷重―軸圧縮変位関係

図―５．18にＮＳシリーズの荷重―軸圧縮変位関係を，図―５．19にＮＬシリーズの荷重―軸圧縮変位関係を示す。座屈実験との比較のため，縦軸は健全材モデル（NS00, NL00）の極限強度で無次元化し，横軸は圧縮変位を無次元化せず示してある。

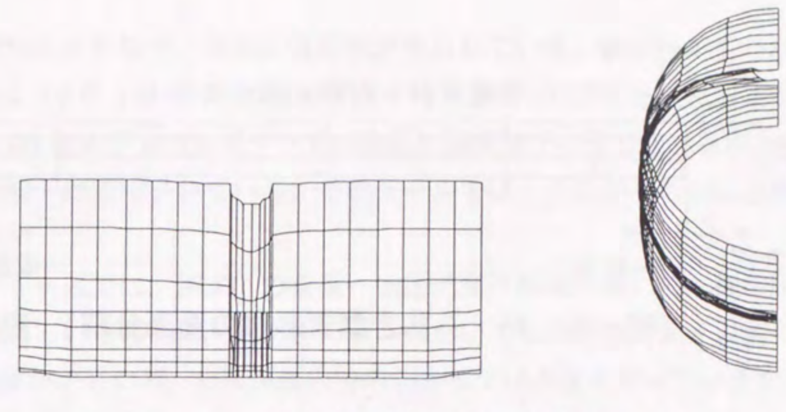
ＮＳシリーズでは，孔が小さなNS05モデルは，極限状態を迎える直前までほぼ線形性を保ち，NS00とほぼ一致した荷重―軸圧縮変位関係である。これに対し，孔が大きくなる



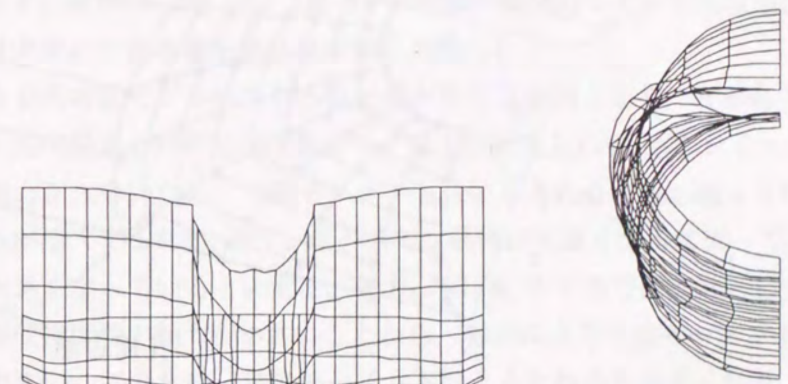
図－５．10　鋼管短柱の変形形状



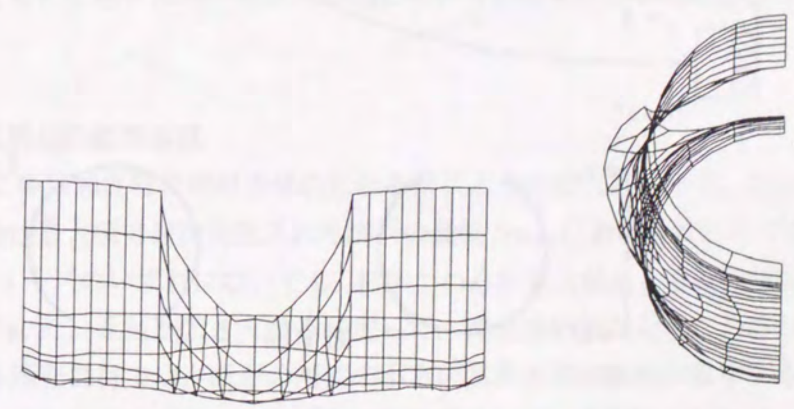
図－５．11　鋼管中央部の荷重－面外変形量の関係



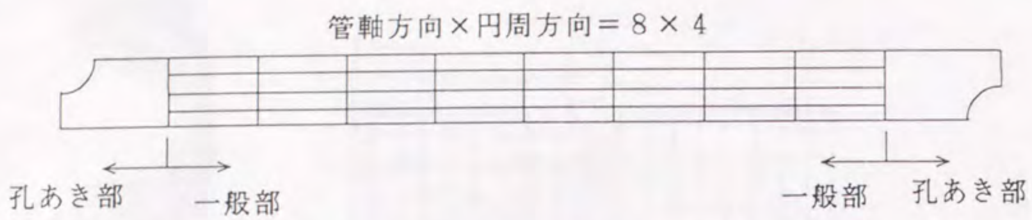
図－５．12　孔あき鋼管の変形形状(Stub05)



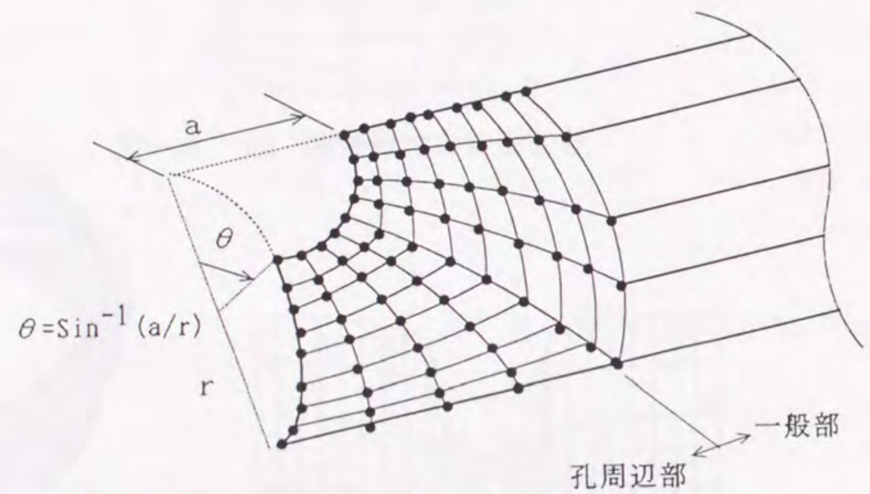
図－５．13　孔あき鋼管の変形形状(Stub15)



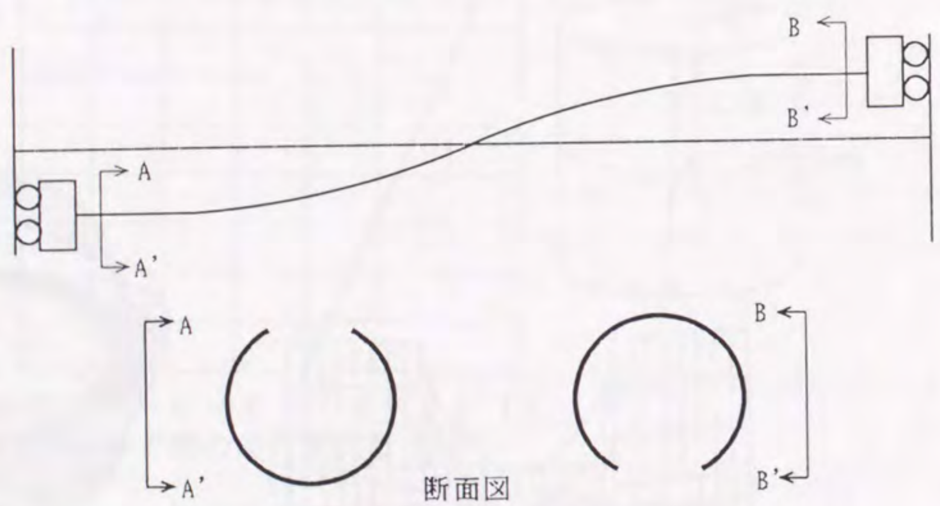
図－５．14　孔あき鋼管の変形形状(Stub25)



図－5．15　孔あき鋼管部材の要素分割(一般部)



図－5．16　孔あき鋼管部材の要素分割(孔周辺部)



図－5．17　孔あき鋼管部材の解析モデル

と孔周辺での塑性化の影響で，早期に線形性が失われている。線形性が失われる荷重は，NS15 モデルでは 0.4 N_Y付近，NL25 モデルでは 0.2 N_Y付近であった。また，極限強度到達以降は，NS00 および NS05 モデルでは急激に強度低下が生じているが，NS15，NS25 では，その強度低下が緩和されている。このモデルでは，孔径が小さいほど除荷勾配が急になるといえる。

一方，ＮＬシリーズでは，NL00 の荷重—軸圧縮変位関係において，極限強度到達以前に非線形性が現れているために，孔あきモデルにおいても極限強度到達以前に非線形性が現れている。孔径が小さい程，極限強度以降の強度低下は大きくなっているが，NS シリーズに比べれば，孔径による差は小さい。

5．4．3　荷重—たわみ関係

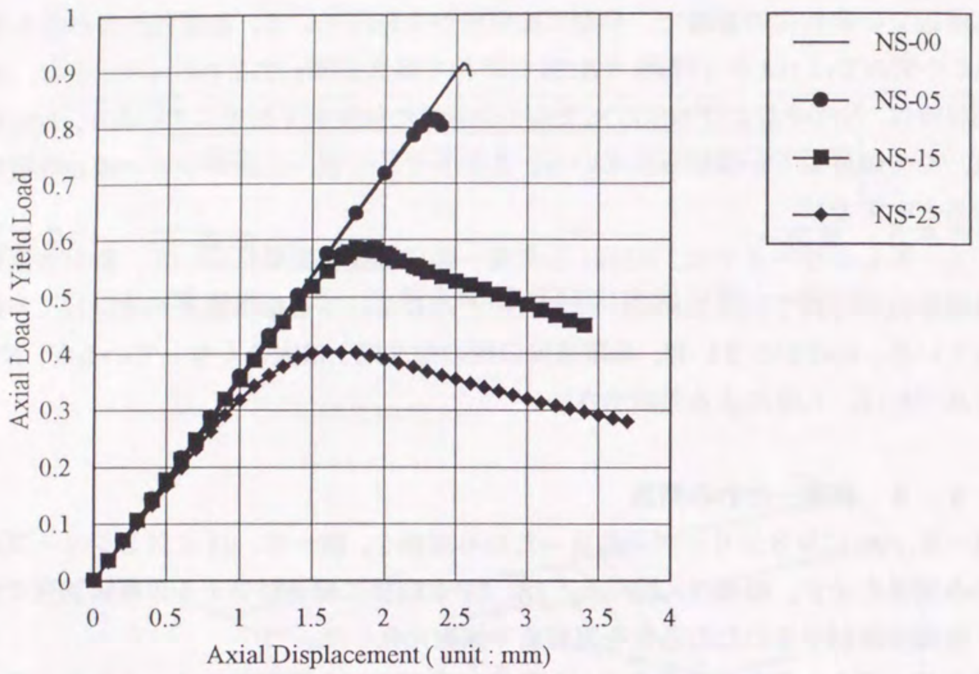
図—5．20 にＮＳシリーズの荷重—たわみ関係を，図—5．21 にＮＬシリーズの荷重—たわみ関係を示す。縦軸は，図—5．18，19 と同様に健全材モデルの極限強度で無次元化し，横軸は部材中央のたわみ量を部材長で無次元化した。

健全材モデルと孔あきモデルのたわみ量に差が生じる原因として，孔があくことによる偏心により開孔部作用する局所的な付加モーメントが考えられる。NS シリーズでは，開孔部に作用する軸力が大きいため，付加モーメント自体も大きくなる。従って付加モーメントによるたわみが増大するため，NS シリーズでは孔径が大きくなるに従って，極限強度時のたわみ量が大きくなっているといえる。一方，NL00 モデルでは部材としてのたわみが大きく，また極限強度時の軸力が小さいことから，偏心による付加モーメントも NS シリーズに比べて小さい。このため，付加モーメントによるたわみも小さくなり，孔径が大きくなり極限強度が小さくなるに従って，極限強度時のたわみも小さくなる。

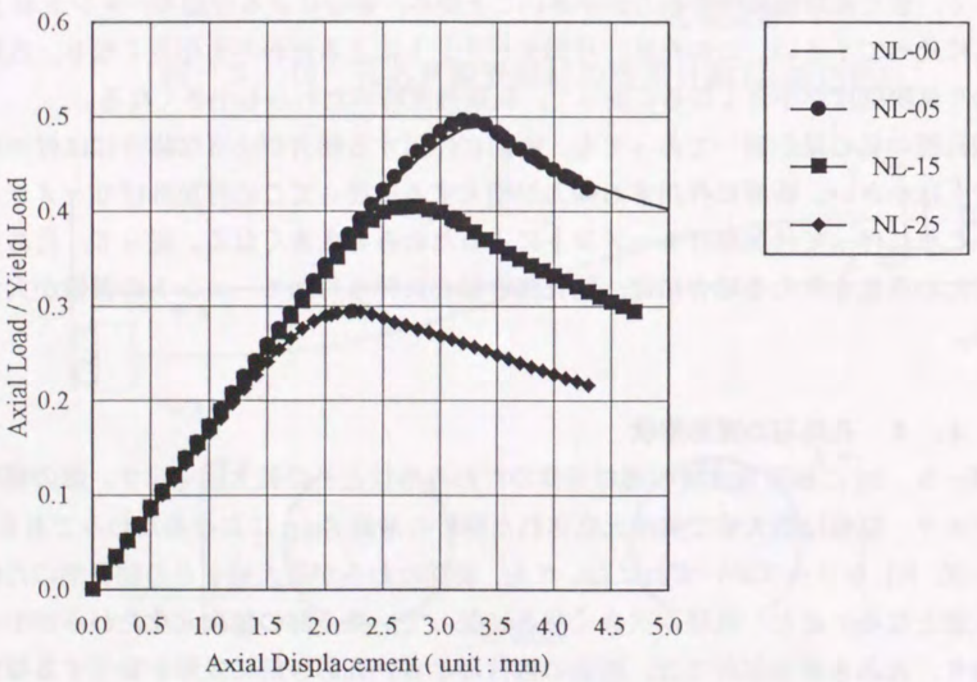
開孔部の偏心量が同一であっても，断面に作用する軸力が小さな場合には付加曲げモーメントは小さい。断面に作用する軸力が増大するに従ってこの付加曲げモーメントが増加し，これに伴って付加曲げモーメントによるたわみも大きくなる。従って，孔あき鋼管部材のたわみ量を考える場合には，開孔部の偏心に伴う付加モーメントの影響が大きいといえる。

5．4．4　孔周辺の変形形状

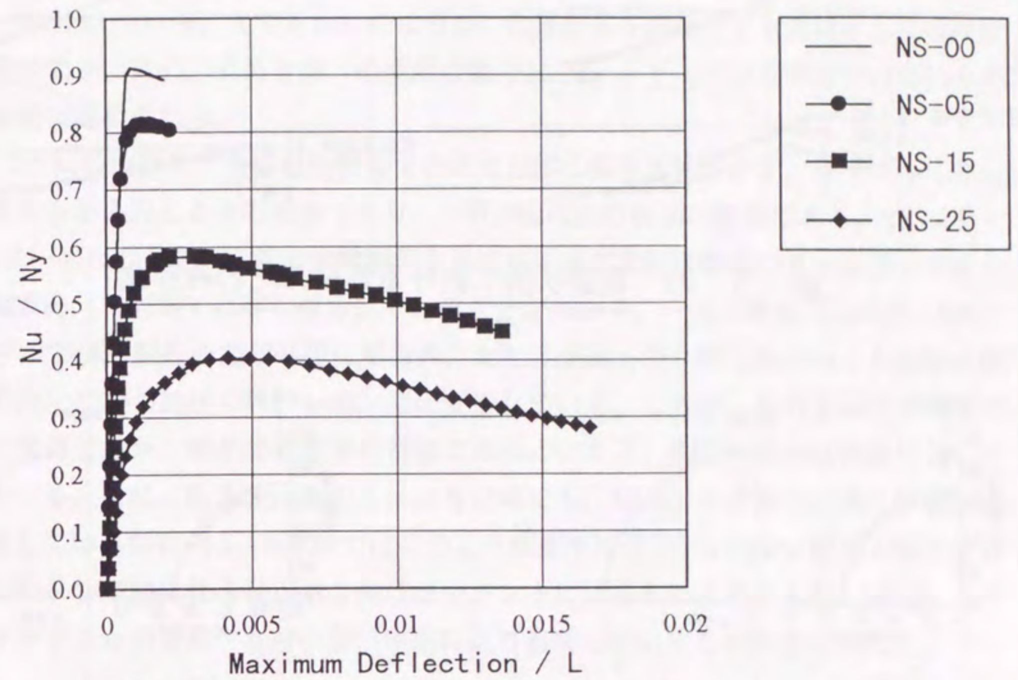
図—5．22 に極限強度時の部材全体のたわみ形状とその拡大図を示す。図の横軸は部材長であり，縦軸は最大値で無次元化された解析の最終 Step におけるたわみである。NS シリーズ，NL シリーズのいずれにおいても，初期たわみが最大値をとる開孔部のたわみ量が最大値となる。また，孔径が大きくなるに従って，健全部の無次元化たわみが小さくなっており，孔あき鋼管部材では，断面の剛性の小さい孔あき部に変形が集中する傾向があることがいえる。NS シリーズで，この傾向が顕著に表れている原因としては，図—5．20 で示すように，各解析モデルの荷重レベルに差が生じていることも挙げられるが，最大た



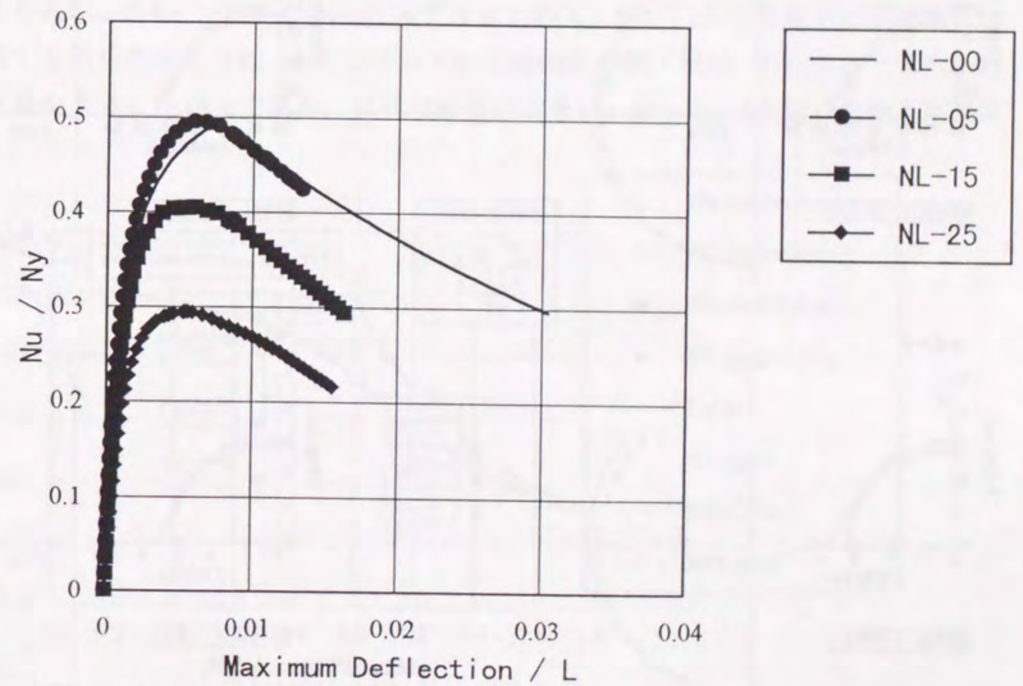
図－5．18　荷重－軸圧縮変位関係(NSシリーズ)



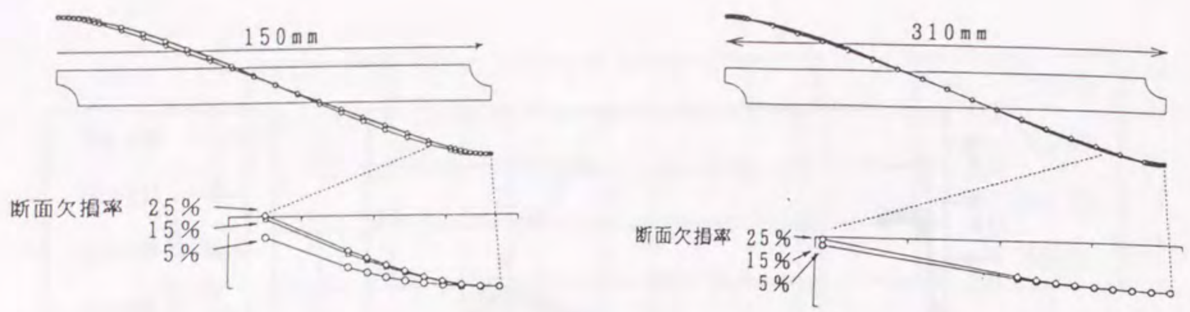
図－5．19　荷重－軸圧縮変位関係(NLシリーズ)



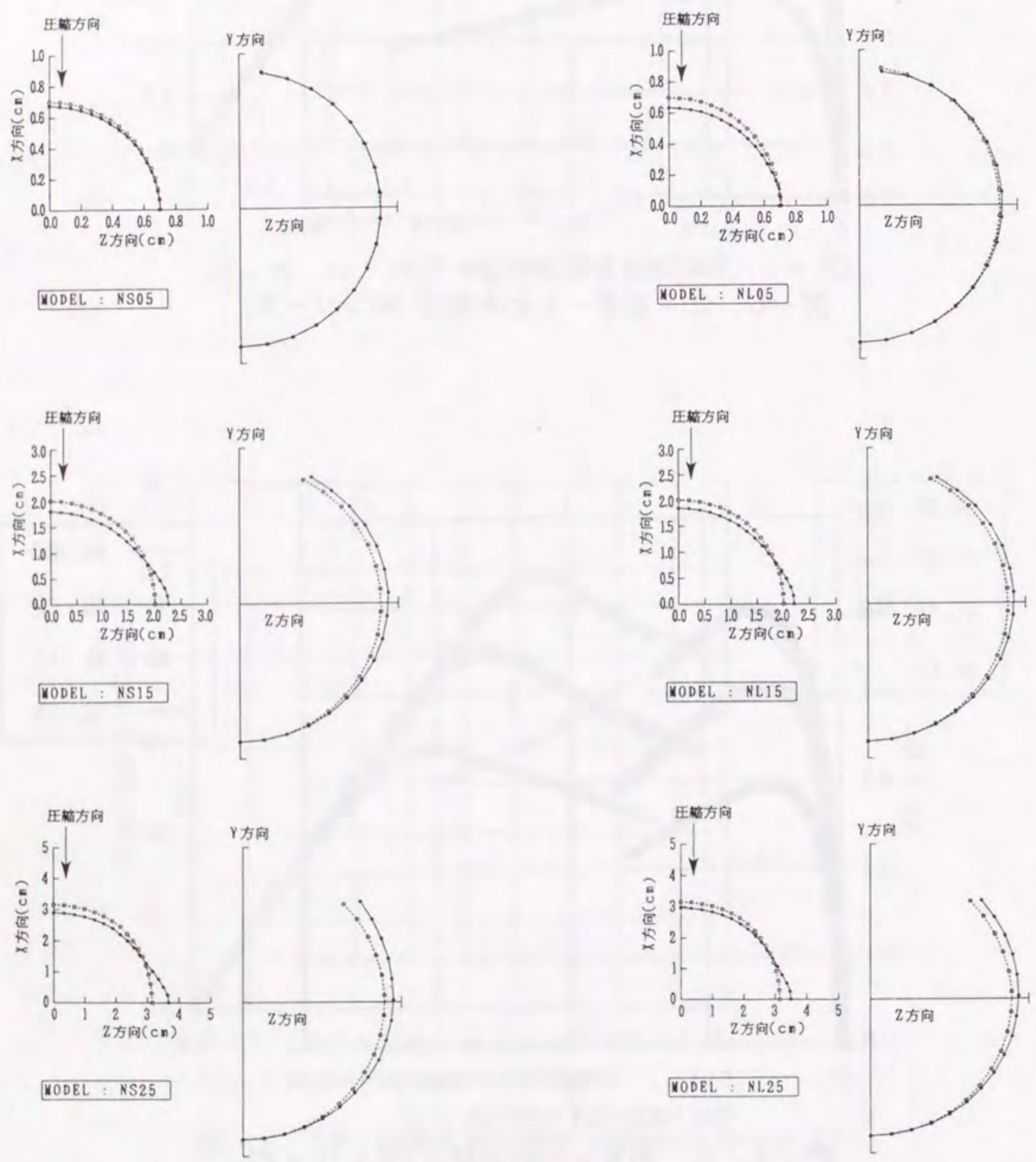
図－5．20　荷重－たわみ関係(NSシリーズ)



図－5．21　荷重－たわみ関係(NLシリーズ)



図－5．22　極限状態における部材のたわみ形状



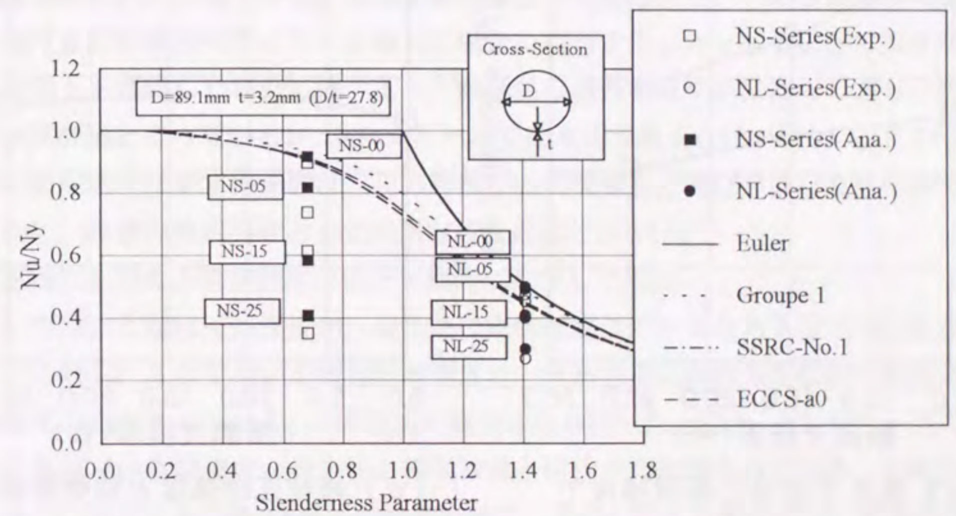
図－5．23　極限状態における孔周辺部の変形形状

わみで無次元化しモードで比較していることから一般性を失うものではないと考えられる。NL シリーズでは，５．４．４でも示したように，孔径が大きな場合でも部材としての曲げ変形の影響が大きいため，孔あき部への変形の集中は NS シリーズほど顕著ではないものの，その傾向は認められる。

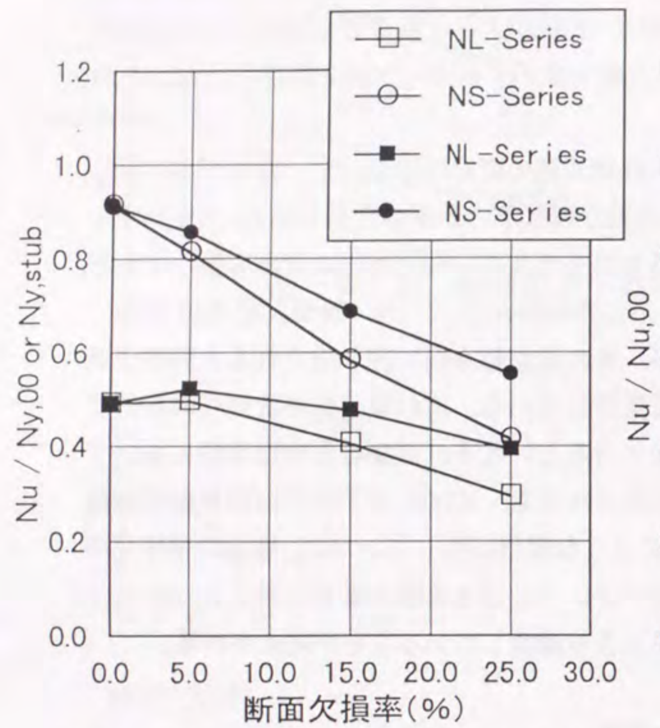
図―５．23 に各解析モデルの極限状態での孔周辺部の変形形状を示す。各モデルに対し，左側が孔を上面から見たときの変形であり，右側が開孔部の断面の変形である。NS シリーズ，NL シリーズに共通して，断面欠損率が５％のモデルでは開孔断面の変形も僅かであり，また孔が軸方向（X方向）に押し潰されていることがわかる。一方，断面欠損率が 15%，25%のモデルでは，開孔断面が外側に膨らみ，また孔が軸方向に押し潰されると同時に横方向（Z方向）に押し拡げられ，レモン型に変形している。これは，孔あき短柱の解析でも得られた傾向であり，開孔部の変形の特徴であるといえる。同様の傾向は実験においても得られている。また，断面欠損率が５％のモデルでも，NL05 モデルでは開孔断面が僅かに偏平化しているのに対し，NS05 ではこのような変形は生じていない。断面の偏平化の原因は，たわみの増加に伴う付加的な曲げモーメントによるものと考えられ，NL05 モデルが NL00 モデルと同様に，部材の曲げ座屈により崩壊していることが考えられる。

５．４．５　極限強度の低下に対する開孔の影響

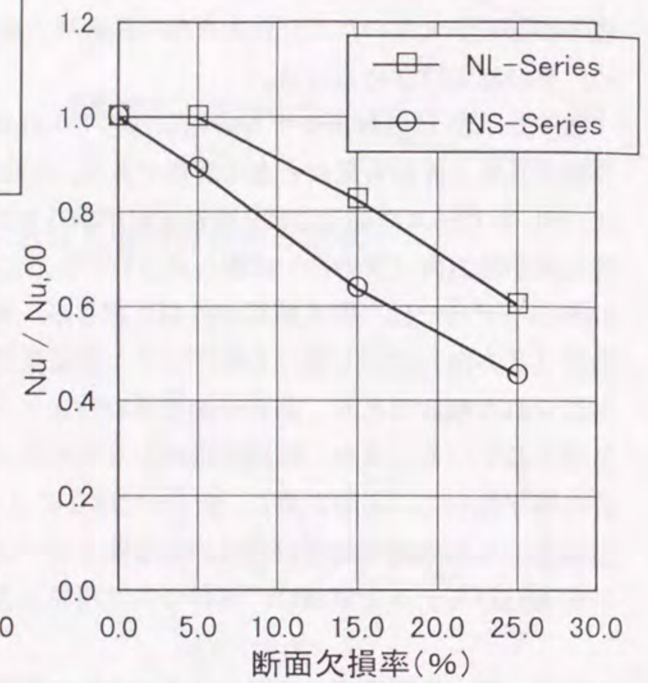
図―５．24 に，柱強度曲線上に孔あき鋼管部材の極限強度をプロットした図を示す。●印，■印が解析値であり，○印，□印が実験値である。NS05 モデルを除けば，実験値と解析値はほぼ対応している。NS05 モデルの実験は荷重測定が完全では無く，実際の座屈荷重は測定値より高い。このことから，NS05 モデルを含めて，解析により実験が再現出来ている。図を見ても明らかなように，NS シリーズの圧縮強度の低下量は，NL シリーズの圧縮強度の低下量を大きく上回っており，開孔の影響が大きい。図－５．25 は，孔径と座屈強



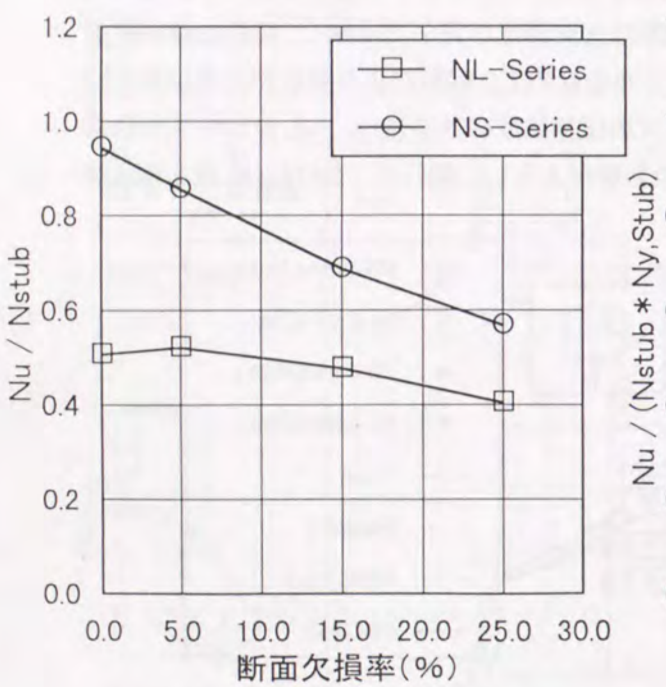
図―５. 24　孔あき鋼管部材の極限強度



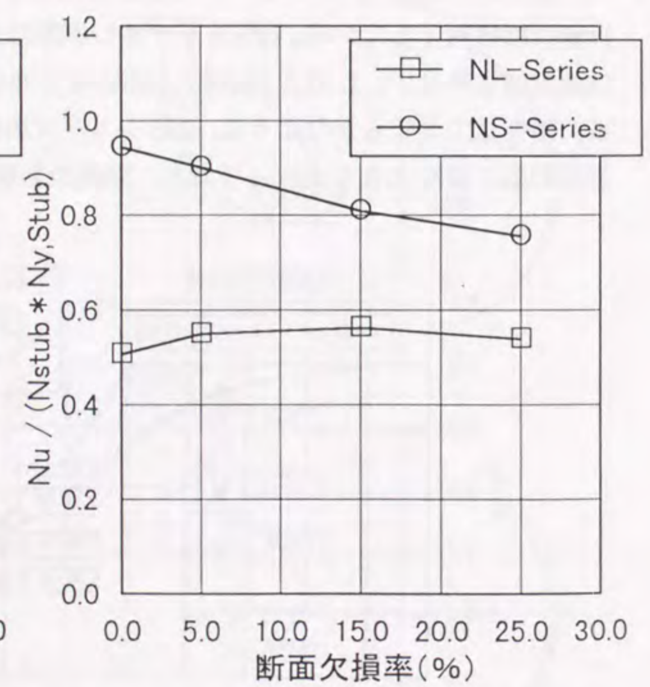
（a）降伏強度で無次元化した場合



（b）健全材の極限強度で無次元化した場合



（c）孔あき短柱の極限強度で無次元化した場合



（d）短柱圧縮強度と降伏強度の低下を同時に考慮した場合

図－５．25　孔径と座屈強度の低下量

度低下量の関係を示したものである。横軸は各モデルの断面欠損率である。各図の縦軸は，（a）は健全部（$N_{y,00}$）および断面欠損部の降伏強度（$N_{y,stub}$）で，（b）は健全材モデルの極限強度（$N_{u,00}$）で，（c）は短柱圧縮強度（$N_{u,stub}$）で，（d）は無次元化された短柱圧縮強度（$N_{stub}=N_{u,stub}/N_{y,00}$）と降伏強度（$N_{y,stub}$）の両方を用いて，それぞれ無次元化してある。

（a）降伏強度で無次元化した場合

○印，□印は，健全部の降伏強度で無次元化した場合であり，図―５．22に示される極限強度と孔径との関係を示している。NL05 モデルを除いて，健全材モデルの極限強度よりも孔あきモデルの極限強度が小さく，開孔の影響で極限強度が低下している。NS シリーズでは，極限強度の低下量は孔径とほぼ線形関係にあるといえる。NL シリーズでも，NL15，NL25 モデルでは線形的に極限強度が低下している。しかし，両直線の傾きが異なっており，統一的な強度評価はできない。●印，■印は，開孔の影響が降伏強度の低下として影響すると考え，開孔部の降伏強度で無次元化した場合である。開孔による降伏強度の低下量が断面欠損率に等しくなるため，全体的に無次元化圧縮強度は上昇するが，この方法でも孔あきによる強度低下を評価できていない。特にＮＳシリーズでは降伏強度の低下だけでは強度低下が評価されていない。

（b）健全材の極限強度で無次元化した場合

健全材モデルに対する強度低下量を示した図である。開孔による極限強度の低下量は，孔あきによる断面欠損率を大きく上回っている。しかし，（a）でも示したように，孔径と強度低下量には線形関係が認められ，その傾きがほぼ等しいことから，孔径によって健全材モデルの極限強度に対する強度低下量を評価することが可能と思われる。

（c）孔あき短柱の圧縮強度を用いて無次元化した場合

孔あき短柱の圧縮強度を用いて考慮した場合であり，（a）の部材の降伏強度を短柱の圧縮強度で置き換えた図である。孔あき鋼管部材の極限強度を，孔あき短柱の局部座屈と部材の曲げ座屈の連成問題として評価した場合に相当する。（a）のように降伏強度の低下で強度低下を評価した場合に比べると，評価線の傾きが緩やかになっており，やや改善された強度評価となっているが，NS シリーズでは適切であるとはいえない。このことから，孔あきの強度低下に対する影響は，孔あき短柱の局部座屈と部材の曲げ座屈の連成効果を上回るため，両者の連成問題として評価することはできない。

（d）短柱圧縮強度と降伏強度の低下を同時に考慮した場合

（c）で用いた短柱圧縮強度が，健全部の降伏強度に対する孔あき短柱の圧縮強度の比であるのに対し，ここで用いる短柱圧縮強度は，孔あき部の降伏強度に対する孔あき短柱の圧縮強度の比となっている。この方法で無次元化を行ったところ，NL シリーズに関しては，孔あき部材の極限強度が健全材の極限強度と同程度に評価されている。しかし，この方法を用いた場合でも，NS シリーズに関しては，孔あきによる強度低下が健全材の極限強度を下回っており，開孔の影響が大きいことがわかる。

このように，孔あきによる極限強度の低下に対しては，孔径の影響も大きいが，部材の細長比パラメータも大きく影響するといえる。これは，孔径と部材の細長比パラメータの組合わせによって，孔あき部材の崩壊形式が，健全な部材の曲げ変形が卓越するのか，あるいは孔あき部の局部変形の影響を無視できなくなり，局部変形との連成により崩壊するのかなど，変化することが原因である。このため，孔あき鋼管部材の極限強度を評価するために有効断面積を用いる場合には，孔径，径厚比をパラメータとして有効断面積を計算するのではなく，細長比パラメータを加えて有効断面積を評価する必要があると思われる。

5．5　結言

本章では，弾塑性有限変位解析プログラムを用いて，部材中央に円孔のあいた孔あき鋼管部材の極限強度を解析し，その特性について検討を行った。以下に，本章で得られた結果をまとめる。

5．5．1　実験値との比較

（1）孔なしおよび孔あき短柱の圧縮試験

孔径が大きく圧縮強度が健全部の降伏強度に達しないモデルである Stub15 および Stub25 モデルでは，圧縮強度および孔の変形形状はともに，実験値とほぼ一致した結果が解析により得られた。一方，圧縮強度が降伏強度付近にまで達するモデルである Stub00 および Stub05 では，実験値が解析値を若干上回っているが，両モデルの圧縮強度がほぼ等しいという点では同様の傾向が得られた。また，Stub00 では Elephant Leg 座屈が生じており，Stub05 では孔が押し潰されるような変形形状を呈している点も実験と同様である。解析では，材料を完全弾塑性体と仮定しており，ひずみ硬化を考慮していない。実際の鋼材がひずみ硬化を生じることは明らかであり，短柱圧縮強度の差の原因は，このひずみ硬化の影響であると考えられる。以上より，実験値と本解析結果は比較的良好な一致をしていると考えられ，本解析結果の妥当性が確認できる。

孔周辺の応力集中に関しては，Stub05 および Stub25 モデルでは，実験値と解析値がほぼ一致した値を与えている。Stub15 モデルでは両者に差違が生じているが，Stub15 の実験値が他の実験値と比べて著しく異なる結果を与えていることから，実験に不備があったものと考えられる。このことから，孔周辺の応力集中に関しても解析結果の妥当性が確認できたといえる。

（2）孔あき鋼管部材の極限強度特性

NS シリーズでは孔径が大きくなると著しい強度低下を生じているが，NL シリーズでは，強度低下が生じるものの NS シリーズに比べれば小さいという結果が，実験同様に解析においても得られた。また，極限状態での孔の変形をみても，孔径が大きな NS15，NS25 および NL15，NL25 モデルでは，円周方向（Z 方向）の変形が大きく，孔がレモン型に変形し，開孔部が面外に押し拡げられる変形が生じている。一方，孔径が小さな NS05 および NL05 モデルでは，円周方向の変形は僅かであり，孔が押し潰され，また開孔部が偏平化する変形が認められた。実験においても同様に，NS05 および NL05 では孔が押し潰され，NS15，NS25，NL15 および NL25 では孔が押し拡げられレモン型に変形しており，解析の妥当性がここでも確認できる。

以上の（1），（2）より，本解析が実験に対して妥当な結果を与えていることが確認された。

5．5．2　孔あき短柱の極限強度特性

（1）軸圧縮を受ける孔あき鋼管の応力集中問題

孔あき鋼管の圧縮解析により，軸圧縮を受けた場合の孔周辺の応力分布について検討した。円形鋼管の場合，平板に孔があいた場合とは異なり，孔周辺では外表面が圧縮，内表面で引張となる板曲げ応力が作用する。この板曲げ応力により，孔径が大きな場合は，管軸方向には孔径が小さくなり，同時に孔周辺が外側に膨らむような変形を生じる。

（2）孔あき短柱の極限強度

孔あき短柱が圧縮を受けた場合，応力集中の影響で孔周辺において早期に塑性化が開始する。また，この塑性化の影響で，孔径が大きな場合には孔周辺の変形が卓越して進行し，最終的には開孔部の局部変形により崩壊に至る。また，孔径が小さな場合には孔全体が押し潰されるような変形となり，孔径が大きな場合には押し潰されると同時に開孔部が外側に押し拡げられ，レモン型の変形形状となることが確認された。

5．5．3　孔あき鋼管部材の極限強度特性

（1）圧縮を受ける孔あき鋼管部材の極限強度

孔あき鋼管部材が圧縮力を受ける場合，孔あき部の断面欠損と応力集中の影響で，極限強度が大きく低下する。この極限強度の低下は，孔径が大きいほど顕著であり，断面欠損率から予測される量を上回る強度低下をもたらす。

（2）荷重―たわみ関係

NS シリーズでは，孔径が大きくなるほど極限強度時のたわみ量が大きくなる傾向がある。逆に，NL シリーズでは，孔径が大きくなるほど極限強度時のたわみ量が小さくなる傾向がある。これは，孔あき鋼管部材のたわみ量に関しては，部材としてのたわみと開孔部の偏心に伴う付加曲げモーメントの影響によるたわみが影響するためである。また，孔あき鋼管では孔あき部に変形が集中する傾向が認められることを示した。

（3）孔あき鋼管部材の極限強度評価

孔あき鋼管部材の極限強度は，断面欠損による降伏強度の低下と孔あき短柱の圧縮強度の，どちらか一方あるいは両方を用いても適正に評価することができない。これは，開孔部の局部変形が，局部座屈と部材座屈が連成する場合に比べて著しい強度低下をもたらす

ためである。また孔あきによる強度低下には，孔径の影響に比べて部材の細長比パラメータが大きく影響することもいえる。

【参考文献】
5.1) 藤田譲，吉田宏一郎，荒井宏範：有孔板の座屈強度について（その２），昭和44年11月.
5.2) 日本造船学会船体構造委員会：開孔板の座屈と補強効果について，日本造船学会誌，No. 605，pp. 550-560，1979.
5.3) 藤井堅，藤枝洋二，佐藤誠：圧縮を受ける有孔補剛板と終局強度，構造工学論文集，Vol. 39A，pp. 133-142，1993.
5.4) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，Ⅰ共通編，Ⅱ鋼橋編，1990.
5.5) 例えば，横井聰之：港湾構造物の腐食実態と防食対策，防食技術，Vol. 38，No. 7，pp. 390-395，1989.
5.6) M. V. V. Murthy : Stress Around an Elliptic Hole in a Cylindrical Shell, Journal of Applied Mechanics, pp.39-46, March, 1969.
5.7) E. Madenci and A. Barut : Pre- and Post-buckling Response of Curved, Thin, Composite Panels with Cutouts under the Compression, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 37, pp.1499-1510, 1994.
5.8) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，Ⅰ共通編，Ⅱ鋼橋編，1990.
5.9) British Standard Institution : BS5400 Part 3. Code of practice for design of steel bridges "Steel, Concrete and Composite Bridges".
5.10) 青木徹彦，福本唀士：小口径電縫鋼管の統計的材料強度特性と残留応力分布の評価，土木学会論文報告集, No.314, pp.39-51, 1983.
5.11) Eurocode 3 : Common Unified Code of Practice for Steel Structures, Commission of the European Communities, Brussels, Belgium, Nov., 1990.
5.12) S. P. Timoshenko and J. M. Gere : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, New York, 1961.
5.13) B. Johnston ed. : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd Edition, John Wiley & Sons, New York, P.41, 1976.
5.14) 福本唀士，伊藤義人：座屈実験データベースによる鋼柱の基準強度に関する実証的研究，土木学会論文報告集，No. 335，1983.

第６章　結論

６．１　研究成果の総括

鋼構造分野の活性化の観点から，設計，施工などの工程や維持管理工程の合理化が要求されている。このような合理化を推進するためには，様々な鋼構造要素の極限強度特性を考慮した設計基準や補修・補強基準の策定が必要である。本論文は，このような各基準策定のための基礎資料を提供する目的で，変厚鋼板と孔あき鋼管という２種類の鋼構造要素に主眼をおいて極限強度に関して行った研究をまとめたものである。

まず，鋼桁橋の合理化の一手法としての変厚鋼板のフランジへの適用に向けて，変厚鋼板の極限強度特性に関する研究を行った。この研究では，変厚フランジの設計法の策定に向けて，局部座屈強度評価法確立のための基礎資料を提供する目的で，変厚フランジを変厚自由突出板にモデル化し，その圧縮強度特性について検討を行った。

さらに，腐食による孔食などの被害を受けた場合の補修・補強基準策定に向けて，腐食被害を受けた鋼構造部材の残存耐荷力評価法確立のための基礎資料として，孔あき鋼管部材の座屈実験および曲げ座屈強度の解析を行い，座屈強度低下に対する開孔の影響について基礎的な検討を行った。

以下に，各章で得られた結論を総括し，今後の展望と課題について述べることとする。

第１章では，まず変厚鋼板の極限強度に関する既往の研究の概観を述べた。ここでは，既往の研究では変厚鋼板に関しては多くの研究が座屈係数に関するものであり，極限強度を直接与えるものではないことを示した。さらに，任意応力状態の板要素の極限強度としては，不等圧縮を受ける等厚板要素に関する研究が主であり，これも変厚板要素の極限強度評価に直接適用できるものではないことを示した。そして，変厚板要素の極限強度に多大な影響を与える初期不整に関するデータが乏しいこと示唆した。続いて，本論文で研究の対象とした有孔鋼管に関連して，円形鋼管の極限強度特性に関する研究の概観を示し，本論文の位置づけを明らかとした。また，有孔要素に関する既往の研究の概観を述べ，孔あき円形鋼管の極限強度に関する研究が少なく，その強度特性が明らかではないことを示した。

最後に既往の研究を踏まえて，変厚および有孔鋼構造要素の極限強度評価法の確立に向けて，これらの鋼構造要素の極限強度特性を明らかにすることの必要性を示唆し，続いて本研究の意義と目的および本論文の構成を示した。

第２章では，本論文の遂行に向けて開発した，アイソパラメトリックシェル要素を用いた弾塑性有限変位解析プログラムに関して，アイソパラメトリックシェル要素の定式化について記した。さらに計算時間の短縮や弾塑性問題あるいは有限変位問題への適用のため

に，以下のような点の定式化について示した。
1）要素の層分割による行列計算時間の短縮と板厚方向の塑性化の進展の考慮
2）弾塑性応力—ひずみマトリックスの誘導
3）有限変位問題のための幾何剛性マトリックスの誘導
4）Updated-Lagrangian 法に基づいた定式化による有限変位問題への適用
5）Crisfield の収束加速計算の適用
6）残留応力の考慮と，幾何学的初期不整の影響の除去方法

さらに，薄板の弾性および弾塑性有限変位問題，薄肉円筒シェルの弾性有限変位問題などの数値計算例を用いて本プログラムの妥当性を示した。

第3章では，変厚鋼板を溶接I断面桁のフランジとして用いた場合の局部座屈強度評価に関して，変厚フランジを変厚自由突出鋼板としてモデル化し，その圧縮強度を2章で示した弾塑性有限変位解析プログラムを用いて解析し，その特性について検討を行った。第3章で得られた成果は以下の通りである。

圧縮フランジとして変厚鋼板が用いられた場合，フランジ内の応力が一定となるような使用法が最も効率的な使用法であり，この時のフランジは両載荷辺の板厚比に応じて作用軸力が異なる不等圧縮状態となる。このような一定応力比（一定軸力比）状態の変厚鋼板の圧縮強度解析のために，作用軸力に応じて板要素に付加せん断変形と付加せん断応力を考慮した解析手法を開発した。また，極限強度に対する影響の大きな残留応力分布のモデル化を行った。このモデル化では，圧延変厚フランジの軸方向残留応力の実測データを用いて，軸方向残留応力に釣り合ったせん断残留応力を，数値計算により推定している。

解析手法および残留応力モデルを作成した後，変厚自由突出鋼板の圧縮強度解析を行い，圧縮強度および変形モードに対する板厚比，応力比の影響について検討した。また，変厚自由突出鋼板の圧縮強度評価法のパラメータとして，変厚鋼板と等価な圧縮強度を有する鋼板の板厚および幅厚比パラメータである等価板厚および等価幅厚比パラメータを提案し，その評価式の試案を作成した。さらに，提案した等価板厚および等価幅厚比パラメータを用いて変厚自由突出鋼板の圧縮強度評価を行い，提案式が，任意の応力比，板厚比及び幅厚比パラメータに対して適用可能であることを示した。

第4章では，人工的に円孔をあけた孔あき円形鋼管部材の座屈実験に関して述べた。本実験では，弾塑性座屈領域に属するモデルと弾性座屈領域に属するモデルの2種類の細長比パラメータを有する円形鋼管部材に，孔径および開孔位置を変えて円孔を1つあけ，その部材としての座屈強度と孔あき短柱としての圧縮強度に対する開孔の影響について検討を行った。その結果として，次のような成果が得られた。

孔径によって，孔あき短柱の圧縮強度と同時に，その崩壊形状も変化する。孔径が小さ

な場合には，孔の軸方向の変形量が円周方向の変形量を大きく上回り，孔が全体的に押し潰される変形をする。孔のない短柱と同程度の圧縮強度を有し，elephant leg 座屈の発生により崩壊に至った。孔径が大きくなると，孔の円周方向の変形が大きくなり，孔はレモン型に変形する。崩壊形状も，孔周辺の局部変形が卓越した形状であり，圧縮強度も孔のない短柱に比べて小さくなる。この孔の変形形状は，部材座屈実験においても同様の傾向が認められる。また，部材の細長比パラメータが大きい場合，孔の径が小さいか孔が端部にあいている場合には，孔の局部変形の影響が小さく，部材としての曲げ座屈で崩壊する。

一方，細長比パラメータが小さい場合や孔が大きい，あるいは孔が部材中央付近にあいている場合には，孔の局所変形が部材としての極限強度に大きく影響し，部材の曲げ座屈と孔の局所変形の連成の影響で極限強度が著しく低下する。また，この連成の影響は，孔あき短柱の局部座屈と部材の曲げ座屈の連成の影響に比べても大きな強度低下の要因となる。

5章では，2章で詳解した弾塑性有限変位解析プログラムを用いて，孔あき鋼管部材の座屈強度解析を行った。短柱圧縮，孔あき短柱の圧縮および孔あき鋼管部材の座屈解析の各解析結果と4章で示した座屈実験結果との比較より，本解析結果の妥当性について確認した。解析により得られた成果をまとめると以下の様になる。

細長比パラメータが小さな NS シリーズでは，孔径が大きくなると極限強度が著しく低下し，さらに極限強度時のたわみ量が大きくなることを示した。また，このシリーズでは，全て孔周辺の局部変形と部材座屈の連成により崩壊することを示した。一方，細長比パラメータが大きな NL シリーズでは，孔径が小さく断面欠損率が5％のモデルでは，部材座屈により崩壊し，孔あきの影響が小さいことを示した。NL シリーズでも孔径が大きなモデルでは，孔周辺の局部座屈と部材座屈の連成によって崩壊し，このため極限強度が大きく低下することを示した。また，NL シリーズでは，孔径が大きくなり極限強度が低下すると，極限強度時のたわみ量が小さくなることを明らかとした。また，孔あき鋼管の材料強度として考えられる降伏強度や局部座屈強度を，単独あるいは組み合わせた評価を行い，孔周辺の局部座屈との連成の影響は，そのいずれをも上回る強度低下を与えることを示した。同時に，この強度低下量には部材の細長比パラメータが影響することを示唆した。

6．2　今後の展望と課題

本論文で検討を行った変厚および有孔鋼構造要素の極限強度特性は，それらの一部分に過ぎず，全容を明らかとすることはできなかった。しかし，本論文において，今後の指針を示唆することはできたといえ，有用な基礎資料となりうるといえる。以下では，変厚および有孔鋼構造要素の極限強度特性に関する今後の課題および展望について述べる。

変厚鋼構造要素として，本論文では圧延変厚鋼板を用いた圧縮自由突出フランジを対象

とした。実橋梁においても，圧延変厚鋼板を箱桁のフランジに用いた事例があり，周辺を単純支持された変厚鋼板について，無補剛板あるいは補剛板としての極限強度特性について検討を行う必要がある。変厚鋼板を用いた鋼桁の設計基準の策定のためには，板要素としての極限強度特性に限らず，桁断面としての極限強度特性について研究を重ねる必要がある。本論文で行った解析手法および強度評価方法は，これらの研究に対して参考となりうると考えている。また，本論文でも触れたが，圧延変厚鋼板に関しては，残留応力分布や板厚変化に伴う降伏応力度の変化といった問題もある。残留応力分布に関しては，依然として測定データが少なく，本論文で推定した残留せん断応力成分を含めて，実測データを蓄積し，信頼性を高める必要がある。また，降伏応力度の板厚依存性に関しては，実測データが少なく，その特性については不明瞭である。今後のデータ蓄積が不可欠である。

変厚要素として本論文で対象とした圧延変厚鋼板のほかに，腐食により板厚が減少した場合が考えられる。腐食被害を受けた板要素の極限強度に関する研究は少なく，残存耐荷力評価法が確立されていないため，腐食による変厚鋼板に関する系統的な研究が必要であると考える。また，板要素に限らず，変厚鋼板を用いた鋼管や腐食により板厚が減少した鋼管も変厚の鋼構造要素であり，これらの極限強度に関する研究も行う必要がある。

孔あき鋼構造要素に関しては，孔あき板の極限強度に加えて，本論文で対象とした孔あきシェル要素の極限強度に関してもさ研究を重ね，その特性を明らかにする必要がある。本論文では，有孔シェル要素として，円孔を有する円形鋼管の，基本的な極限強度特性について実験・解析により検討を行った。今後は，円孔に限らず楕円孔，方孔，長方孔など様々な形状の孔を有する鋼構造要素の極限強度に関する研究を行い，統一的な強度評価法を確立することが望まれる。また，本論文のように1つの孔ではなく，複数の孔があいた場合の極限強度特性も明らかにする必要があると思われる。さらに，腐食による開孔を想定した場合には，孔あきと変厚の両方の影響を受けるといえ，両者を考慮した鋼構造要素の極限強度についても研究を進めることが望まれる。

鋼構造の活性化のため，設計・製作・施工の工程や維持管理の工程の合理化を推進する意味でも，これまで行われてきた等厚鋼構造要素に関する研究に加えて，本論文で対象とした変厚および有孔鋼構造要素について系統的な研究を行うことが，今後の課題といえる。

本論文は基礎的な段階の研究であり，上記課題の達成に向けて，今後は一層の精進をする覚悟である。

謝 辞

本論文は，著者が大阪大学，大阪大学大学院博士前期・後期課程に在学中および大阪大学工学部助手として勤務した数ヶ月を含めた6年余りにわたり，大阪大学工学部　西村宣男教授の御指導の下に進めた，変厚鋼板および有孔鋼管の極限圧縮強度特性に関する研究の成果をまとめたものであります。

本研究を進めるあたり，年末年始，日曜祝祭日を問わず，終始一貫して懇切なる御指導および貴重な御教示を賜わりました西村宣男教授には，心より厚く御礼を申し上げます。また，本論文をまとめるにあたり貴重な御助言を賜わりました，大阪大学接合科学研究所　堀川浩甫教授ならびに大阪大学工学部　松井繁之教授には，厚く感謝の意を表わします。著者が大学・大学院在学中は大阪大学工学部教授でおられた福本唀士大阪大学名誉教授には，world-wide な視点から，研究の視野を広げる有益な御教示を頂いたことに厚く感謝します。さらに，大阪大学工学部土木工学科　川谷充郎助教授，大倉一郎助教授および大阪大学接合科学研究所　金哲祐助教授には有益な御助言を賜わりましたことを感謝します。大阪大学工学部土木工学科　亀井義典助手には，解析にあたり便宜を払ってい頂いたことに感謝します。西山六郎技官には実験の実施にあたり，御尽力頂いたことに感謝します。また，村岡浩爾教授，森康男教授，松井保教授，中辻啓二教授を始めとする土木工学教室の教官の方々には，日頃より温かく見守っていただき，ここに御礼申し上げます。

実験の計画および実施にあたり貴重な御助言および御協力頂いた，(株)酒井鉄工所　竹内修治氏，神谷信彦氏，田渕敦彦氏に深く感謝します。また，大日本コンサルタント(株)堀田毅氏，高田機工(株)山田靖則氏には，貴重なデータを提供して頂き，ここに感謝します。

本論文は主に著者が博士後期課程で行った研究成果をまとめたものであり，以下の諸氏の御協力により完成の日を迎えたと言えます。当時大阪大学学生であった内村祥史氏（現　鹿島建設(株)），現大阪大学大学院生　讃井一将氏，滝英明氏ならびに当時大阪大学学生であった遊田昌樹氏（現　佐藤工業(株)）には，実験，解析の補助をして頂いたことを感謝します。現大阪大学大学院生　池内智行氏，池端文哉氏，市村賢太郎氏，大澤和也氏，小西英明氏，佐藤学氏，隅谷亮氏，谷口直子氏を始めとする第一講座および第五講座の在学生および卒業生の皆様には，解析・実験を進めるにあたり，迷惑をかけたことをお詫びすると同時に，在学生の皆様には本論文の作成にあたり貴重な時間を著者のために割いて頂いたことを感謝します。また，仙石正次・千香子御夫妻には，著者の健康に終始お気遣い頂き，ここに感謝の意を表します。

本論文は，ここに記すことのできなかった方々を含め，多くの皆様の御協力の下に完成したと言えます。ここに重ねて御礼申し上げます。最後になりましたが，博士後期課程進学など，著者の希望に最大限に応えてくれた両親に感謝し，本論文の謝辞とさせて頂きます。

平成8年7月

投稿論文一覧

（平成8年6月27日現在）

1. NISHIMURA, N. , KAMEI, Y. and MURAKAMI, S. : Residual Strength of Corroded Steel Plate in Compression, Proceedings of the Third Pacific Structural Steel Conference, pp.867-874, October 26-28, 1992.
2. 西村宣男，竹内修治，村上茂之：孔あき鋼管部材の座屈強度特性，第 44 会応用力学連合講演会　講演予稿集，pp183～184，平成6年12月.
3. NISHIMURA, N., MURAKAMI, S. and TAKEUCHI, S. : Elasto-Plastic Finite Displacement Analysis of Thin-Walled Shells , Technology Reports of The Osaka University, Vol.45, Nos. 2231, pp.213～220, October, 1995.
4. 西村宣男，竹内修治，村上茂之，讃井一将：製作鋼管部材の曲げ座屈強度特性，鋼構造論文集（投稿中）
5. 西村宣男，村上茂之，竹内修治，遊田昌樹：孔あき鋼管部材の座屈強度に関する実験的研究，鋼構造論文集（投稿中）
6. 西村宣男，村上茂之，堀田毅，滝英明：テーパープレートフランジ桁の耐荷力特性と設計法，鋼構造シンポジウム（投稿中）
7. 西村宣男，村上茂之，堀田毅，変厚鋼板の極限強度特性，構造工学論文集（投稿予定）