

Title	曳航時の索張力の推定法に関する研究
Author(s)	原, 正一
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/3132551">https://doi.org/10.11501/3132551</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

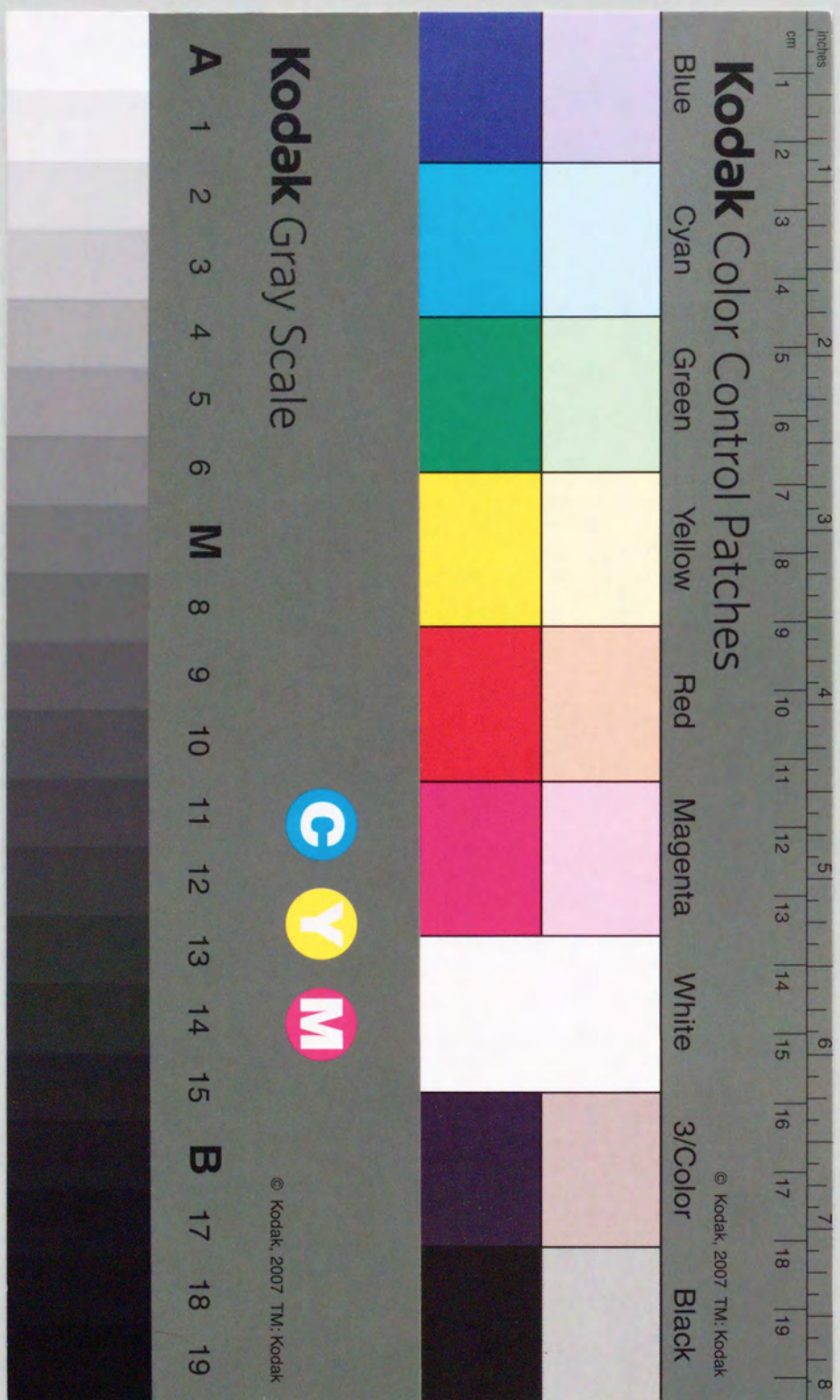
Osaka University



曳航時の索張力の推定法に関する研究

平成9年3月

原 正 一





# 曳航時の索張力の推定法 に関する研究

平成9年3月

原 正一



## 目次

1	まえがき	1
2	変動索張力の確率的推定手法	5
2.1	変動索張力の確率密度関数	5
2.1.1	確率変数 $y_1$ の確率密度関数 $p(y_1)$ の導出	5
2.1.2	確率変数 $y_2$ の確率密度関数 $p(y_2)$ の導出	6
2.1.3	変動索張力 $\hat{f}$ の確率密度関数 $p(\hat{f})$ の導出	7
2.2	変動索張力のアップクロスの期待値	8
2.3	最大極大値の期待値	15
2.4	変動索張力の確率密度関数の特性	17
2.4.1	確率密度関数の数値計算手法	17
2.4.2	変動索張力の確率密度関数の計算例	19
2.5	変動索張力の数値シミュレーション計算	19
2.5.1	変動索張力の確率密度関数の計算	19
2.5.2	アップクロス及び最大極大値の期待値の漸近解の計算	20
3	模型実験	22
3.1	曳航索の強制動揺実験	22
3.1.1	平水中強制動揺実験	22
3.1.2	潮流中強制動揺実験	22
3.2	曳航実験	23
3.2.1	供試模型	23
3.2.2	平水中曳航実験	23
3.2.3	波浪中曳航実験	24
4	平水中曳航実験解析及び考察	25
4.1	索張力波形と解析法	25
4.2	バージの索張力	26
4.3	セミサブの索張力	27
5	索鎖の強制動揺実験の実験結果と理論計算の比較	28
5.1	動的張力の推定	28
5.2	流れによる曳航張力	28
5.3	流れの中で振動する索の動的張力	29
5.4	流れの中で振動する鎖の動的張力	30
5.5	左右揺方向強制動揺時の変動索張力	31



6	波浪中曳航時の索張力の推定	33
6.1	主索とブライドルの索張力	33
6.2	前後揺運動と変動索張力及び最大索張力	33
6.3	不規則波中の運動と索張力	34
6.4	索張力の曳船及び被曳航浮体の運動への影響	36
6.5	索長の索張力への影響	37
6.6	模型と実船で使用する索の相似則	38
7	結論	41
	謝辞	43
	参考文献	44
	付録	49
A	動的索張力の簡易推定法	49
A.1	簡易法	49
A.1.1	仮定と基礎式	49
A.1.2	曳航点の動揺による曳航索ラインの動揺変位	49
A.1.3	曳航索ラインの両端の垂直距離の差が0の場合の動揺変位	52
A.1.4	曳航索ラインに作用する張力	53
A.1.5	実験との比較	55
A.2	Fyllingの方法	55
B	数値計算手法	58
B.1	ランプドマス法	58
B.1.1	係留ラインの3次元運動方程式	58
B.1.2	係留ラインの運動の解法	59
B.2	申の方法	60
B.2.1	索の非線型支配方程式	60
B.2.2	索の簡易動的運動方程式	61
B.2.3	クリッピングオフモデル	61
C	Hermite Moment Model	62
D	メガフロート浮体ユニットの曳航実験	63
D.1	曳航実験(東京湾内の曳航)	63
D.1.1	実験概要	63
D.1.2	実験結果及び考察	63
D.2	曳航実験(長距離外洋曳航)	63

D.2.1	実験概要	63
D.2.2	索張力の推定	64
E	ポセイドン号(P号)の曳航実験	66
E.1	実験概要	66
E.2	実験結果及び考察	67
E.2.1	平均曳航索張力	67
E.2.2	変動索張力	67
F	巡視船の曳航実験	69
F.1	実験概要	69
F.2	実験結果及び考察	69
F.2.1	平均曳航抵抗と変動索張力	69
F.2.2	曳航索の伸び	71
	表目次	72
	図目次	73



## 1 まえがき

近年、海洋空間の有効利用のための大型海洋構造物の構想が数多く発表されている。例えば、メガフロート技術研究組合の海上空港の構想では、長さ5km、幅1kmといった広大なものである。このような巨大な海洋構造物の建造は、従来の規模の海洋構造物のように全てドックで完成させる建造方式ではなく、海洋構造物のユニットをドックで建造し、設置海域まで曳航によって輸送、洋上接合によってユニットを接合して完成する方式が採られるであろうと考えられる。一般に、大型海洋構造物の浮体ユニットは、通常設置海域における海象条件を考慮してその剛性が決定される。しかしながら、浮体ユニットが建造された場所から設置海域まで曳航される際の海象条件を考慮して、波浪曲げモーメントの推定を行うことは、強度上の安全性の観点からも重要である。この浮体ユニットは300m規模の浮体構造物と想定され、従来の被曳航浮体に較べて非常に大型のものとなり、形状の特殊性を考慮する必要がある。

一方、海洋開発の進展に伴い、石油掘削船、作業船、洋上プラントなど多種多様な大型海洋構造物が登場しているが、これらの海洋構造物の海難事故もかなり発生している。海洋構造物の事故統計によれば、海上輸送時に発生する事故が多く、全海難事故の54.4%にもものぼることが報告されている[1]。このうち曳船による作業船、海洋構造物、洋上プラントなどを曳航中の曳航索の切断などによる被曳航浮体の漂流が13.6%を占めている。しかしながら、曳航技術に関する規則や安全基準等は、曳航の検査機関(日本船舶保険連盟が認定した民間の機関)がそれぞれ独自の基準を持っているのみで、統一した技術基準はないのが実状である[2]。今後ますます産業活動が活発になり、海洋開発の分野でも大型海洋構造物の建造において曳航技術は重要な役割を担うものと考えられる。したがって、大型海洋構造物の曳航時の安全性評価手法を確立する必要がある。そのために曳航力の伝達機構である曳航索の張力の詳細を明らかにしておくことは不可欠の課題である。

曳航索の張力は、定常張力に変動張力が加わる。非定常な現象である変動張力は、曳船と被曳航浮体の相対的な位置の変化にともなう相対運動、あるいは索が水中で動揺することによって生じる。前者は波による周波数成分と長周期成分の重畳した運動であり、後者による力は索が水をきる速度の2乗に比例する抗力成分である。動的な張力を確率的に捉えた研究としては、安藤[3]、加藤[4]が小寺山ら[5]が示した動的張力を表現する式を用いて、係留ラインに働く動的張力の確率密度関数を導いた。また、土木関係の分野では、主にパイルなどに働く波や流れによる力を推定するために、確率統計的手法を用いた研究が多くみられる[6][7][8][9][10]。Borgman[11]は、波粒子速度の2乗に比例する抗力項と波粒子加速度に比例する慣性力項の結合確率密度関数から、海洋構造物などの要素部材に働く波による力の確率密度関数を求めた。Vinje[12]は、波と流れが共存する場合のモリソン型の波力の極値分布を示した。また、ある大きい波力のアップクロス(ある閾値を上向きに交差する回数)の期待値の漸近解を示した。Naess[13][14]は、狭帯域の場合に限らずある高いレベルの値を越えるアップクロスは、稀な現象で統計的に独立であると仮定することが合理的であるとして、これより最大極大値の期待値を表わす式を導いた。Moeら[15]は、



流れが小さい場合のアップクロスの期待値の漸近解を示した。

第2章では、変動索張力の推定手法について述べる。曳航時の曳船と被曳航浮体の相対距離が大きくなった場合、静的索張力が指数関数的に増加することを考慮して、変動索張力を曳航索が変動する変位速度の2乗に比例する抗力項と復元力を指数関数で近似した非線型復元力項[16]とで表現する。本方法は、いわゆるクロスフロードラッグと非線型復元力を用いた理論モデルにより、曳航時の変動索張力の確率密度関数及び最大極大値の期待値を求める式を導くことを試みたものである。これは、従来の線型な復元力項を用いた式を一般化したものと考えることができる。さらに、シミュレーション計算によって、導かれた理論式の有効性を実証した。[17]

第3章においては、実施した模型実験に関する実験手法の詳細を述べる。すなわち、曳航索のみの強制動揺実験に始まり、平水中及び波浪中の被曳航浮体の曳航実験について解説する。続く第4章においては、まず平水中の曳航実験結果について、主にふれまわり運動によって曳航索に働く衝撃張力に着目して述べる。船舶の操縦性に関連する曳航問題の研究は、船舶及び海洋構造物の耐侯性に関連するものに比べて多くの研究者によってなされている。特に、平水中における曳航時の安定性に関する理論的研究が精力的になされた[18][19][20][21][22][23][24]。被曳航浮体のふれまわり運動は、曳航索に大きな衝撃張力をもたらす。曳航索の切断によって航行時の安全性を脅かすばかりか、曳航速度の低下による経済性の低下をもたらすことでも最も重要な問題の一つであるとみなされる。著者らは、被曳航浮体のふれまわり運動による曳航索張力の発生機構を明らかにするため、一對の曳船・被曳航浮体について模型による曳航実験を行った[25]。これに関する実験で、著者らが行ったような自航曳船を用いた例は従来あまり見受けられない。被曳航浮体の代表として、バージ型およびセミサブ型の2種類の海洋構造物模型を用いて、平水中の実験では曳航索張力、特に最大索張力の推定法について検討し、新たな曳航索張力の定義式を提案した。なお、海上輸送時あるいは海中曳航時に発生する被曳航体の不安定動揺の解明は重要な課題であるが、本論文では曳航索の張力に重点を置いて論じた。ふれまわり運動に関しては、著者らと共同で実験を行った原口ら[26]によって詳しく検討されている。

第5章では、曳航索のみによる平水中及び潮流中における強制動揺実験結果と、種々の理論計算との比較を中心に述べる。水中のケーブルシステムの動的応答に関する問題は、従来から船舶や海洋構造物の係留ラインの解析手法として数多く研究されている。曳航索張力の数値解析に関する研究は、ランプドマス法、FEMなどがある。ランプドマス法を用いた研究は、Huangら[27][28]が修正オイラー法により索が急激に緊張した時に発生する衝撃張力の解析を試みている。井上ら[29]は曳航索の材料について索及び鎖などの組み合わせにより、曳航索の張力の検討を行った。タンカーの石油流出事故に備えるため非常装置の装備に関してSOLAS条約の改正案が議論された際、井上ら[30]はこれに関連して、曳航索長が曳航索張力に及ぼす影響をJainら[31]の手法を用いて詳しく検討している。FEMに関しては、Milgram[32]、Shin[33][34][35]らの研究があげられる。Shinは、索が緊張した後の弛緩した状態で索張力が負にならない座屈機構による支配方程式を用いたクリッピングオフモデルにより、衝撃張力の問題を扱っている。本論文では、曳航索に作用する動的な張力

を推定するため、平水中に水没させた架設した曳航索の強制動揺実験を行い、実験によって求めた動的張力について理論計算と比較検討を行った[36][37]。同様な実験が、Fylling[38]及びMilgramら[32][39]によって行われている。理論計算については、Fylling[40]及び島田ら[41]の簡易な手法を応用して実施し、ランプドマス法及びShinの方法とも比較した。

さらに、曳航時の索張力については、流れの中の索鎖の挙動を取り扱うのが一般的である。この問題は、従来流れの中の索鎖の抗力と静水中における索の動的張力との重ね合わせが可能であるとの仮定のもとに取り扱われてきた。流れは索鎖の張力の動的解析において次の2つの理由で考慮しなければならない。1つは、よく知られているMorisonの公式において2次の抗力項が動的な抗力を計算するためにすべての速度成分を必要とすること、第2に流れが渦放出を発生させ索鎖に横方向の振動を生じさせることである[42]。しかしながら、曳航索鎖の流れの中の強制動揺実験を行った例は少なく[43]、今回この仮定の実証を試みた[44]。また、流れの中における前後揺方向の強制動揺試験のみならず、左右揺方向の強制動揺試験も試み、索鎖の動的張力について検討を加え、中嶋らの3次元ランプドマス法[45]による計算と比較した。また、曳航時の長周期運動を考慮して、短周期運動と大振幅の長周期運動を重ね合わせた動揺モードについても実験を行い計算と比較した。

第6章では、波浪中の被曳航浮体の曳航実験結果について述べる。波浪中の実験は、曳航索の荒天中の切断事故の要因となる変動索張力を調査するため規則波中及び不規則波中で実施した。曳船及び被曳航浮体の運動も含めた曳航索の動的張力の統計解析を行い変動索張力と最大索張力に主眼をおいて検討した。さらに、曳船及び被曳航浮体の運動に対する動的索張力への影響、索長の索張力への影響及び模型と実船で使用するの索の相似則についても検討した。

なお、曳航索張力の研究を遂行する上で実機曳航実験を実施する機会を得て、数少ない貴重なデータを取得することができたので、3つの例についてまとめて付録で紹介する。第1の例は、浮体式海上空港を目指すメガフロート技術研究組合との共同研究により、実施することができた以下に述べる浮体ユニットの曳航実験である[46][47]。この実験は、平成7年11月に東京湾内の別々の造船所で建造された4つの浮体構造物ユニットを曳航輸送して洋上で接合する実験によって組立て設置されて開始されたものである。平成8年7月には、さらに5つの浮体構造物ユニットを建造して、接合済みの4ユニットに追加接合実験が行われた。平成8年度には3つの浮体構造物ユニットは長距離輸送され、そのうちの1ユニットはドライ曳航であり、あとの2つのユニットはウェット曳航であった。曳航された浮体ユニットの寸法は、長さ100m、幅20m、深さ2m、喫水0.5mであり、喫水がその幅と比較して非常に浅いのが特徴である。また、防波堤に囲まれた設置海域での海象条件のみを考慮して建造されたので、建造所から設置場所までの波浪域の曳航時の安全性が重要な課題であった。そこで、平成7年度に千葉、平成8年度には水島からのそれぞれの曳航時に曳航索張力、甲板のひずみ、浮体の運動などの計測を実施する機会を得た。前者は、東京湾内の曳航であり、波浪の影響は少なかったが、後者は沿岸域ではあったが太平洋上の曳航であり、貴重な波浪域でのデータを取得できた。したがって、得られたデータのうち索張



力のみについてその解析データを掲載することとした。

第2番目の例は、1986年9月から1990年7月までの4年間山形県鶴岡市由良港の約3km沖合で、大型浮体式海洋構造物の安全性及び係留システムの信頼性の実証を目的とした実験用海洋構造物 POSEIDON号(以下P号とする)による実海域実験である[48]。P号はこの実海域実験のために建造した12個のフーティング付きコラムをもつ浮体式海洋構造物で、徳島県鳴門市で建造されたため、実験海域まで約900マイル回航しなければならなかった。このため、設置に先だって水槽実験を行って、曳航抵抗や針路安定性等を調べた[49][50][51]。設置のための回航の時は、短時間であったが曳航中の索張力を計測した。また、実海域実験が完了してP号を解体するために約20マイル北に位置する酒田港まで回航する時には、曳航開始から完了まで索張力の計測を行った。この実機実験は、軽量の合成繊維索を使用している点で水没した索が水をきることによって生ずる動的張力は小さいと考えられる。限られた条件下での計測であったが、浮体式海洋構造物の実機の曳航に関するデータがあまり見受けられないので[52]、海洋構造物の曳航実験の一例として紹介する。

最後の例は、海上保安庁の巡視船を用いた曳航実験である。海上保安庁では曳航問題検討会を設置して、主に荒天下での曳航抵抗、曳航中の操縦性能などに関して検討を行ってきた[53]。ここで、巡視船の重要な救難業務において、荒天下での曳航作業を行う際に指針となるようなデータが極めて少ない現状を鑑みて、まず実機による予備実験を実施した。さらに、試験方法などの詳細を検討し、巡視船3隻を用いた曳航実験を行った[54]。この実験についても、合成繊維索の索張力に関するものであるが、種々の知見が得られた。

なお、著者らが行ったその他の実機実験として、北海道古川町と下北半島佐井村の間の津軽海峡に海底ケーブルを敷設するための工事期間に、ケーブル敷設台船の曳航索張力の計測を平成4年5月に実施した。その詳しい結果の報告はここでは割愛して参考文献[55]を紹介する。

## 2 変動索張力の確率的推定手法

曳航索の変動索張力の確率密度関数を導入するために、簡易な理論モデルを考える。すなわち、一定速度で走行する曳引台車によって、ワイヤロープを曳航索に用いてバージなどの被曳航浮体を波浪中で曳航する場合を考える。この場合、波浪中において被曳航浮体の平水中の抵抗と波浪中の平均的な抵抗増加を加えた抵抗と索張力が等しくなる点で釣り合うとする。索に働く変動索張力  $f$  を、釣り合い点からの被曳航浮体の水平変位  $x$  を用いて表わすことを考える。 $f$  は、水平変位  $x$  の2乗に比例する力いわゆる抗力項と非線型な復原力項の和として表現できるとする。これは、曳航索が緊張した場合を考えると、その静的索張力は釣り合い点からの水平変位  $x$  の指数関数で表わせるとする考え方からくるものである。Bishop[16]は、係留ラインの静的張力を表わす表現としてこの式を用いている。また、変動索張力を構成する要素として、抗力項と復原力項の他に慣性力項が考えられるが、この点に関しては後の節で考察することにする。

$$f(x) = c\dot{x}|\dot{x}| + \exp(ax) - 1 \quad (2.1)$$

ただし、 $c, a$  は定数であり、 $c, a > 0$  とする。

ここで、曳航索の釣り合い点  $x = 0$  での張力を  $\bar{T}_0$  とすると、索張力  $T$  は、釣り合い点からの水平変位  $x$  を用いて、

$$T = \bar{T}_0 + f(x) \quad (2.2)$$

と表わされる。 $\bar{T}_0$  は、被曳航浮体の平水中の抵抗と波浪中の平均的な抵抗増加の和と釣り合う索張力である。ここでは釣り合い点での索張力  $\bar{T}_0$  からの変動索張力のみを考慮して、

$$c\dot{x}|\dot{x}| = y_1(x) \quad (2.3)$$

$$\exp(ax) - 1 = y_2(x) \quad (2.4)$$

とおくと、(2.1) 式の変動索張力  $f$  は抗力項  $y_1$  と非線型復原力項  $y_2$  の和で表わされ次式となる。

$$f(x) = y_1(x) + y_2(x) \quad (2.5)$$

### 2.1 変動索張力の確率密度関数

#### 2.1.1 確率変数 $y_1$ の確率密度関数 $p(y_1)$ の導出

(2.3) 式より、抗力項である確率変数  $y_1$  の確率密度関数  $p(y_1)$  を求める [57][58]。

(1)  $\dot{x} > 0$  のとき、

$$y_1 = c\dot{x}^2 \quad (c > 0) \quad (2.6)$$

$$\dot{x} = \sqrt{\frac{y_1}{c}} \quad (2.7)$$



となり、(2.6) 式の両辺を微分し、演算を行うと次式が得られる。

$$dy_1 = 2c\dot{x} \cdot d\dot{x} \quad (2.8)$$

$$p(y_1) = p(\dot{x}) \left| \frac{d\dot{x}}{dy_1} \right| = p \left( \sqrt{\frac{y_1}{c}} \right) \frac{1}{2c\sqrt{\frac{y_1}{c}}} \quad (2.9)$$

$$p(y_1) = \frac{1}{2\sqrt{cy_1}} p \left( \sqrt{\frac{y_1}{c}} \right), \quad y_1 > 0 \quad (2.10)$$

(2)  $\dot{x} < 0$  のとき、

$$y_1 = -c\dot{x}^2 \quad (c > 0) \quad (2.11)$$

$$\dot{x} = -\sqrt{-\frac{y_1}{c}} \quad (2.12)$$

となり、(2.11) 式の両辺を微分し、演算を行うと次式が得られる。

$$dy_1 = -2c\dot{x} \cdot d\dot{x} \quad (2.13)$$

$$p(y_1) = \frac{1}{2\sqrt{-cy_1}} p \left( \sqrt{-\frac{y_1}{c}} \right), \quad y_1 < 0 \quad (2.14)$$

$\dot{x}$  が正規確率過程であるとする、確率変数  $\dot{x}$  の確率密度関数  $p(\dot{x})$  は次式で表される。

$$p(\dot{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{x}}} \exp \left( -\frac{\dot{x}^2}{2\sigma_{\dot{x}}^2} \right) \quad (2.15)$$

よって、(2.10)、(2.14) 及び (2.15) 式より、 $\dot{x} > 0$  と  $\dot{x} < 0$  の 2 つの場合に分けて確率変数  $y_1$  の確率密度関数  $p(y_1)$  を求め、両者をまとめると、

$$p(y_1) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{c\sigma_{\dot{x}}^2}|y_1|} \exp \left( -\frac{|y_1|}{2c\sigma_{\dot{x}}^2} \right) \quad (2.16)$$

となる。

### 2.1.2 確率変数 $y_2$ の確率密度関数 $p(y_2)$ の導出

非線型復原力項である確率変数  $y_2$  の確率密度関数  $p(y_2)$  を求めるために、(2.4) 式の両辺を微分すると、

$$dy_2 = a \exp(ax) \cdot dx$$

となり、 $y_2 + 1 > 0$  を考慮して次式が導ける。

$$x = \frac{\log(y_2 + 1)}{a} \quad (2.17)$$

$x$  が正規確率過程とする、確率変数  $x$  の確率密度関数  $p(x)$  は次式となる。

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp \left( -\frac{x^2}{2\sigma_x^2} \right) \quad (2.18)$$

(2.17) 式及び (2.18) 式より、確率変数  $y_2$  の確率密度関数  $p(y_2)$  は次式となる。

$$p(y_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}a\sigma_x(1+y_2)} \exp \left\{ -\frac{\log^2(1+y_2)}{2a^2\sigma_x^2} \right\} \quad (2.19)$$

### 2.1.3 変動索張力 $\hat{f}$ の確率密度関数 $p(\hat{f})$ の導出

動的索張力  $f$  を無次元化して、次式のように  $\hat{f}$  とおく。

$$\hat{f} = \hat{y}_1 + \hat{y}_2 \quad (2.20)$$

ここで、 $\hat{f}$ 、 $\hat{y}_1$  及び  $\hat{y}_2$  は次式で与えられる。

$$\hat{f} = \frac{f}{a\sigma_x}, \quad \hat{y}_1 = \frac{y_1}{a\sigma_x}, \quad \hat{y}_2 = \frac{y_2}{a\sigma_x} \quad (2.21)$$

確率変数  $\hat{y}_1$  の確率密度関数  $p(\hat{y}_1)$  は、(2.16) 式と (2.21) 式より変数変換すると次式となる。

$$p(\hat{y}_1) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\alpha\sqrt{|\hat{y}_1|}} \exp \left( -\frac{|\hat{y}_1|}{2\alpha} \right) \quad (2.22)$$

ここで、 $\alpha$  は抗力項と復原力項の比であり、

$$\alpha = \frac{c\sigma_{\dot{x}}^2}{a\sigma_x} \quad (2.23)$$

とする。さらに、確率変数  $\hat{y}_2$  の確率密度関数  $p(\hat{y}_2)$  は、(2.19) 式と (2.21) 式より変数変換すると次式となる。

$$p(\hat{y}_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(a\sigma_x\hat{y}_2 + 1)} \exp \left\{ -\frac{\log^2(a\sigma_x\hat{y}_2 + 1)}{2a^2\sigma_x^2} \right\} \quad (2.24)$$

確率変数  $\hat{y}_1$  及び  $\hat{y}_2$  が互いに独立とする、それらの和である確率変数  $\hat{f}$  の確率密度関数  $p(\hat{f})$  は、(2.22) 式と (2.24) 式より両者の重畳積分で表わされ次式となる [57]。

$$P(\hat{f}) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi\sqrt{\alpha}\sqrt{|z|} \{a\sigma_x(\hat{f}-z) + 1\}} \exp \left[ -\frac{|z|}{2\alpha} - \frac{\log^2 \{a\sigma_x(\hat{f}-z) + 1\}}{2a^2\sigma_x^2} \right] dz \quad (2.25)$$

ここで、積分変数の範囲は、 $-\infty < z < \infty$  であるが、 $a\sigma_x(\hat{f}-z) + 1 > 0$  なる条件を満足しなければならない。

(a) 抗力項が支配的な場合 (線型復原力の場合)

(2.1) 式における復原力項の係数  $a$  が小さく、線型復原力と考えられ、かつ水平変位  $x$  の標準偏差  $\sigma_x$  が小さい場合、 $-1 < a\sigma_x(\hat{f}-z) < 1$  の仮定が成り立ち、

$$\begin{aligned} \log \{a\sigma_x(\hat{f}-z) + 1\} &= a\sigma_x(\hat{f}-z) - \frac{1}{2} \{a\sigma_x(\hat{f}-z)\}^2 \\ &\quad + \frac{1}{3} \{a\sigma_x(\hat{f}-z)\}^3 - \dots \cong a\sigma_x(\hat{f}-z) \end{aligned}$$

となり、次式が導かれる。

$$\frac{1}{a\sigma_x(\hat{f}-z) + 1} \exp \left[ -\frac{\log^2 \{a\sigma_x(\hat{f}-z) + 1\}}{2a^2\sigma_x^2} \right] \cong \exp \left\{ -\frac{(\hat{f}-z)^2}{2} \right\}$$



これを(2.25)式に代入すると,

$$\begin{aligned} p(\hat{f}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4\pi\sqrt{\alpha}\sqrt{|z|}} \exp\left[-\frac{|z|}{2\alpha} - \frac{(\hat{f}-z)^2}{2}\right] dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi\sqrt{\alpha}\sqrt{|z|}} \exp\left(-\frac{\hat{f}^2}{2}\right) \cosh(\hat{f}z) \exp\left(-\frac{z^2}{2} - \frac{z}{2\alpha}\right) dz \end{aligned} \quad (2.26)$$

となる. 安藤ら[59][60]は, 弛緩した鎖係留ラインの動的張力の確率密度関数について, 係留ラインの変位とその加速度に一定の相関が成り立つことを考慮して, 慣性力項すなわち変位の加速度に比例する力を含めた取り扱いを行った.

## 2.2 変動索張力のアップクロスの期待値

変動索張力の極大値の最大値は, 単位時間あたりのアップクロスの期待値から求めることができる. アップクロスとは, ある設定された力のレベルの閾値を越える回数の意味である. ここでは, まずこのアップクロスの期待値を導くことを試みる. 変動索張力  $f$  が, 索の端点の釣り合い点からの水平変位  $x$  を用いて(2.1)式で表わされるとする. なお,  $x$  は時間  $t$  の関数として表わされ,  $x(t)$  は  $S_x(\omega)$  なるスペクトルをもつ正規確率過程として, 各種の量を次式のようにおく.

$$F(t) = \frac{f(t)}{a\sigma_x}, Y_1 = \frac{\dot{x}(t)}{\sigma_{\dot{x}}}, Y_2 = \frac{x(t)}{\sigma_x}, \alpha = \frac{c\sigma_{\dot{x}}^2}{a\sigma_x}, \beta = a\sigma_x \quad (2.27)$$

ここで,

$$\sigma_x^2 = \int_0^{\infty} S_x(\omega) d\omega \quad (2.28)$$

$$\sigma_{\dot{x}}^2 = \int_0^{\infty} \omega^2 S_x(\omega) d\omega \quad (2.29)$$

である.(2.27)式を(2.1)式に代入すると,  $F(t)$  は次式となる.

$$F(t) = g(Y_1, Y_2) = \alpha Y_1 |Y_1| + \frac{1}{\beta} \{\exp(\beta Y_2) - 1\} \quad (2.30)$$

$Y_1(t), Y_2(t)$  は, 正規確率過程で, 平均0, 標準偏差1とすると, 次式が成り立つ.

$$E[Y_1(t)] = 0, E[Y_2(t)] = 0$$

$$\text{Var}[Y_1(t)] = 1, \text{Var}[Y_2(t)] = 1$$

ここで,  $E$  及び  $\text{Var}$  は, それぞれ平均, 分散の演算を意味する. Rice[61]によれば, ある変動する索張力のレベル  $\xi$  を上向きに越える単位時間あたりのアップクロスの期待値  $f_{\xi}^+$  は次式で表わすことができる.

$$f_{\xi}^+ = \int_0^{\infty} P_{F\dot{F}}(\xi, \dot{f}) f d\dot{f} \quad (2.31)$$

ここで,  $P_{F\dot{F}}$  は  $F(t)$  と  $\dot{F}(t)$  の結合確率密度関数である. また, 周辺分布の法則より,

$$P_{F\dot{F}}(f, \dot{f}) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{Y_1 F\dot{F}}(y_1, f, \dot{f}) dy_1 \quad (2.32)$$

となる. また, (2.30)式より  $Y_2$  を求めると次式となる.

$$Y_2 = \frac{1}{\beta} \log \{\beta(F - \alpha Y_1 |Y_1|) + 1\} \quad (2.33)$$

(2.33)式を変数変換することにより, 次式が得られる.

$$P_{Y_1 F\dot{F}}(y_1, f, \dot{f}) = P_{Y_1 Y_2 \dot{F}}(y_1, \log \{\beta(F - \alpha Y_1 |Y_1|) + 1\} / \beta, \dot{f}) \quad (2.34)$$

$y_1$  と  $y_2$  が与えられた場合の条件付き確率密度関数  $P_{\dot{F}|Y_1 Y_2}$  を用いて,  $P_{Y_1 Y_2 \dot{F}}$  を表わすと次式となる.

$$P_{Y_1 Y_2 \dot{F}}(y_1, y_2, \dot{f}) = P_{\dot{F}|Y_1 Y_2}(\dot{f}|y_1, y_2) P_{Y_1 Y_2}(y_1, y_2) \quad (2.35)$$

また, (2.30)式より次式が得られる.

$$\dot{F} = \frac{\partial g(Y_1, Y_2)}{\partial Y_1} \dot{Y}_1 + \frac{\partial g(Y_1, Y_2)}{\partial Y_2} \dot{Y}_2 \quad (2.36)$$

$$\dot{F}|_{Y_1=y_1, Y_2=y_2} = \frac{\partial g(Y_1, Y_2)}{\partial Y_1} \dot{Y}_1|_{Y_2=y_2} + \frac{\partial g(Y_1, Y_2)}{\partial Y_2} \dot{Y}_2|_{Y_1=y_1} \quad (2.37)$$

(2.30)式と(2.37)式より次式が得られる.

$$\dot{F}|_{Y_1=y_1, Y_2=y_2} = \exp(\beta y_2) \dot{Y}_2|_{Y_1=y_1} + 2\alpha |y_1| \dot{Y}_1|_{Y_2=y_2} \quad (2.38)$$

$\dot{Y}_1$  と  $\dot{Y}_2$  は, 正規確率変数であるから, 条件付き確率変数  $\dot{Y}_1|_{Y_2=y_2}$  及び  $\dot{Y}_2|_{Y_1=y_1}$  は正規確率変数である.(2.38)式より,  $\dot{F}|_{Y_1 Y_2}$  もまた正規確率変数である.(2.27)式より,

$$\dot{Y}_2 = \frac{\dot{x}(t)}{\sigma_x}, \dot{Y}_1 = \frac{\dot{x}(t)}{\sigma_{\dot{x}}}$$

であるから, 次の関係が得られる.

$$\dot{Y}_2 = \kappa Y_1 \quad (2.39)$$

ここで,

$$\kappa = \sigma_{\dot{x}} / \sigma_x \quad (2.40)$$

である. したがって, (2.39)式より次式が得られる.

$$E[\dot{Y}_2|Y_1=y_1] = E[\kappa Y_1|Y_1=y_1] = \kappa y_1 \quad (2.41)$$

また, (2.39)式と, 正規確率過程の条件付き確率変数の公式[58]より, 次式が得られる.

$$E[\dot{Y}_1|Y_2=y_2] = E\left[\frac{\dot{Y}_2}{\kappa}|Y_2=y_2\right] = \frac{1}{\kappa} \rho \frac{\sigma_{\dot{Y}_2}}{\sigma_{Y_2}} y_2 \quad (2.42)$$

ここで,  $\rho$  は  $Y_2$  と  $\dot{Y}_2$  の相関係数であり,

$$\rho = \frac{\sigma_{\dot{Y}_2 Y_2}}{\sigma_{\dot{Y}_2} \sigma_{Y_2}} \quad (2.43)$$



$$\sigma_{\dot{Y}_2 Y_2} = E[\dot{Y}_2 Y_2] = -\kappa^2 \quad (2.44)$$

である [62]. これより,

$$\rho = -\frac{\kappa^2}{\sigma_{\dot{Y}_2} \sigma_{Y_2}} = -\frac{\sigma_{\dot{x}}^2}{\sigma_x \sigma_{\ddot{x}}} \quad (2.45)$$

が得られる. ここで,

$$\sigma_{\dot{x}}^2 = \int_0^\infty \omega^4 S_x(\omega) d\omega \quad (2.46)$$

となり, (2.42) 式と (2.45) 式より次式となる.

$$E[\dot{Y}_1 | Y_2 = y_2] = -\kappa y_2 \quad (2.47)$$

$\dot{F}|_{Y_1 Y_2}$  の平均  $\bar{\mu}$  と分散  $\bar{\sigma}^2$  を求めると (2.38) 式より,

$$\bar{\mu} = \kappa \exp(\beta y_2) y_1 - 2\alpha |y_1| y_2 \quad (2.48)$$

$$\bar{\sigma}^2 = 4\alpha^2 \kappa^2 y_1^2 \frac{1-\rho^2}{\rho^2} \quad (2.49)$$

となる. よって, 条件付き確率変数  $\dot{F}|_{Y_1 Y_2}$  の確率密度関数  $P_{\dot{F}|_{Y_1 Y_2}}$  は, 次式で与えられる.

$$P_{\dot{F}|_{Y_1 Y_2}}(\dot{f}|y_1, y_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\bar{\sigma}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(\dot{f}-\bar{\mu})^2}{\bar{\sigma}^2}\right\} \quad (2.50)$$

$$E[Y_1] = E[Y_2] = 0$$

この結果より,  $Y_1$  と  $Y_2$  が独立な正規確率変数として, その結合確率密度関数  $P_{Y_1 Y_2}$  は次式で表わされる [58].

$$P_{Y_1 Y_2}(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi} \exp\left\{-\frac{1}{2}(y_1^2 + y_2^2)\right\} \quad (2.51)$$

(2.31), (2.32), (2.34), (2.35), (2.50) 及び (2.51) 式より演算を施して,  $f_\xi^+$  は次式となる.

$$f_\xi^+ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\bar{\sigma}(y_1)}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\bar{\mu}(y_1, y_2)}{\bar{\sigma}(y_1)}\right)^2\right\} + \bar{\mu}(y_1, y_2) \Phi\left(\frac{\bar{\mu}(y_1, y_2)}{\bar{\sigma}(y_1)}\right) \right] \exp\left\{-\frac{1}{2}(y_1^2 + y_2^2)\right\} dy_1 \quad (2.52)$$

ここで,

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (2.53)$$

である.

(a) 一般的な  $f_\xi^+$  の漸近解

ある変動する索張力のレベル  $\xi$  は, (2.30) 式より次式で表わされる.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{\beta} \{\exp(\beta y_2) - 1\} + \alpha y_1 |y_1| \\ y_2 &= \frac{1}{\beta} \log \{\beta(\xi - \alpha y_1 |y_1|) + 1\} \end{aligned} \quad (2.54)$$

単位時間あたりの変動索張力  $f$  のアップクロスの期待値  $f_\xi^+$  の  $\xi$  が大きい場合の一般的な漸近解を求めるために,

$$\begin{aligned} \psi &= \psi'(y_1; \xi) = \frac{1}{2}(y_1^2 + y_2^2) \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\beta} \log \{\beta(\xi - \alpha y_1 |y_1|) + 1\} \right]^2 + \frac{1}{2} y_1^2 \end{aligned} \quad (2.55)$$

とおくと,

$$\psi'(y_1; \xi) = y_1 - \frac{1}{\beta} \frac{2\alpha |y_1|}{\{\beta(\xi - \alpha y_1 |y_1|) + 1\}} \log \{\beta(\xi - \alpha y_1 |y_1|) + 1\} \quad (2.56)$$

となり, (2.48) 式と (2.56) 式より, 次式が得られる.

$$\bar{\mu} = \psi' \kappa \exp(\beta y_2) \quad (2.57)$$

(2.49) 式と (2.57) 式より,

$$\bar{\sigma} = 2\alpha \kappa |y_1| \cdot \frac{-\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}$$

が得られ, これと (2.54) 式を用いると,

$$\frac{\bar{\mu}}{\bar{\sigma}} = \psi' \frac{\beta(\xi - \alpha y_1 |y_1|) + 1}{2\alpha |y_1|} \cdot \frac{-\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \quad (2.58)$$

となる. よって, (2.52) 式は次式となる.

$$\begin{aligned} f_\xi^+ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\sigma}(y_1) \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\psi' \frac{\beta(\xi - \alpha y_1 |y_1|) + 1}{2\alpha |y_1|} \cdot \frac{-\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}\right)^2\right] \right\} \right. \\ &+ \left. \psi' \frac{\beta(\xi - \alpha y_1 |y_1|) + 1}{2\alpha |y_1|} \cdot \frac{-\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \Phi\left(\psi' \frac{\beta(\xi - \alpha y_1 |y_1|) + 1}{2\alpha |y_1|} \cdot \frac{-\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \right] \\ &\times \exp(-\psi) dy_1 \end{aligned} \quad (2.59)$$

ここで,

$$\frac{\beta(\xi - \alpha y_1 |y_1|) + 1}{2\alpha |y_1|} \cdot \frac{-\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} = \gamma(y_1; \xi) \quad (2.60)$$

とおくと,

$$f_\xi^+ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\sigma}(y_1) \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\psi' \gamma)^2\right\} + \psi' \gamma \Phi(\psi' \gamma) \right] \exp(-\psi) dy_1 \quad (2.61)$$

が得られる. また, (2.61) 式において,

$$\psi' \gamma = y_3(y_1; \xi) \quad (2.62)$$



とおくと,

$$\Phi(y_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y_3} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (2.63)$$

が得られ,これを  $y_1$  について両辺を微分すると,

$$\frac{\partial \Phi(y_3)}{\partial y_1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\gamma^2(y_1;\xi)\psi'^2(y_1;\xi)}{2}\right\} \times \psi''(y_1;\xi)\gamma(y_1;\xi) \quad (2.64)$$

となる.さらに,(2.61)式の右辺の被積分関数第2項の演算は,部分積分を施して次のようになる.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi' \gamma \Phi(\psi' \gamma) \exp(-\psi) dy_1 = \frac{\psi'' \gamma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\psi - \frac{\gamma^2 \psi'^2}{2}\right) dy_1 \quad (2.65)$$

(2.57),(2.58)及び(2.60)式より,次式が得られる.

$$\bar{\sigma} = \frac{\kappa \exp(\beta y_2)}{\gamma}$$

また,(2.61)及び(2.65)式より,

$$f_{\xi}^+ = \frac{\kappa \exp(\beta y_2)}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 + \gamma^2(y_1;\xi)\psi''(y_1;\xi)}{\gamma(y_1;\xi)} \times \exp\left\{-\psi(y_1;\xi) - \frac{\gamma^2(y_1;\xi)\psi'^2(y_1;\xi)}{2}\right\} dy_1 \quad (2.66)$$

となる.ここで,

$$h(y_1;\xi) = \psi(y_1;\xi) + \frac{1}{2}\gamma^2\psi'^2(y_1;\xi) \quad (2.67)$$

とおくと,(2.66)式は次式となる.

$$f_{\xi}^+ = \frac{\kappa \exp(\beta y_2)}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 + \gamma^2(y_1;\xi)\psi''(y_1;\xi)}{\gamma(y_1;\xi)} \exp\{-h(y_1;\xi)\} dy_1 \quad (2.68)$$

ここで, $\psi''$ は次式で与えられる.

$$\psi'' = 1 - \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\{\beta(\xi - \alpha y_1|y_1|) + 1\}^2} \cdot \frac{2\alpha|y_1|}{y_1} \times \log\{\beta(\xi - \alpha y_1|y_1|) + 1\} - \frac{4\alpha^2 y_1^2}{\{\beta(\xi - \alpha y_1|y_1|) + 1\}^2} \times [\log\{\beta(\xi - \alpha y_1|y_1|) + 1\} - 1] \quad (2.69)$$

$\psi$ は負でないから  $h(y_1;\xi)$ が最小となる近傍で,積分への寄与が大きくなる.そこで, $y_1 = y_0$ の近傍で  $h(y_1;\xi)$ を級数展開して,

$$h(y_1;\xi) \cong h(y_0;\xi) + (y_1 - y_0)^2 h''(y_0;\xi)/2$$

とおいて,Laplaceの漸近評価法を使用すると,(2.68)式の積分項は,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 + \gamma^2(y_1;\xi)\psi''(y_1;\xi)}{\gamma(y_1;\xi)} \exp\{-h(y_1;\xi)\} dy_1 = \frac{1 + \gamma^2(y_0;\xi)\psi''(y_0;\xi)}{\gamma(y_0;\xi)} \times \exp\{-h(y_0;\xi)\} \sqrt{\frac{2\pi}{h''(y_0;\xi)}}$$

となる.よって,(2.66)式より  $f_{\xi}^+$ は次式となる.

$$f_{\xi}^+ = \frac{\kappa \exp(\beta y_2)}{2\pi} \frac{1 + \gamma^2(y_0;\xi)\psi''(y_0;\xi)}{\gamma(y_0;\xi)\sqrt{h''(y_0;\xi)}} \exp\{-h(y_0;\xi)\} \quad (2.70)$$

$h(y_1;\xi)$ が最小となる  $y_1$ について考えると,この点では  $\gamma^2\psi'^2(y_1;\xi)/2 \geq 0$ であり, $\psi(y_1;\xi)$ はあらゆる点で微分可能であるから  $\gamma^2\psi'^2(y_1;\xi)/2 = 0$ となるはずである.よって, $\psi(y_1;\xi)$ の最小値を求めることは,(2.67)式より  $h(y_1;\xi)$ の最小値を求めることと同じである.(2.55)式より, $\xi$ が十分大きいとき, $\psi$ の最小値を求めるためには  $y_1 \geq 0$ でなくてはならない. $\psi$ が最小となる  $y_1$ は, $\psi' = 0$ なる方程式によって決定される. $\psi' = 0$ とおくと,(2.54)及び(2.56)式より,次式が得られる.

$$\exp(\beta y_2) = 2\alpha y_2 \quad (2.71)$$

(2.71)式により  $y_2$ が一義的に求まる.さらに,(2.54)式より  $h(y_1;\xi)$ が最小となる  $y_1$ を  $y_0$ として, $y_0$ を求めると次式となる.

$$y_0 = \sqrt{\frac{1}{\alpha} \left( \xi - \frac{2\alpha y_2 - 1}{\beta} \right)} \quad (2.72)$$

$h(y_1;\xi) > h(y_0;\xi)$ を満足する  $y_0$ が(2.72)式によって得られた.(2.67)式より,

$$h'(y_1;\xi) = \frac{\partial h}{\partial y_1} = \psi' + (\gamma\gamma'\psi' + \gamma^2\psi'')\psi' \quad (2.73)$$

$$h''(y_1;\xi) = \psi''(1 + \gamma^2\psi'') + \psi' \{(\gamma\gamma'' + \gamma'^2)\psi' + 2(\gamma\gamma' + \gamma)\psi'' + \gamma^2\psi'''\} \quad (2.74)$$

であるから, $y_1 = y_0$ の時, $\psi' = 0$ であり,

$$h''(y_0;\xi) = \psi''(1 + \gamma^2\psi'') \quad (2.75)$$

となる.さらに,(2.70)式の右辺に(2.75)式を代入して演算すると次式が得られる.

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{1 + \gamma^2(y_0;\xi)\psi''(y_0;\xi)}{\gamma(y_0;\xi)\sqrt{h''(y_0;\xi)}} = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\gamma^2(y_0;\xi) + \frac{1}{\psi''(y_0;\xi)}}}{\gamma(y_0;\xi)} \quad (2.76)$$

$y_1 \geq 0$ を考慮すると,(2.69)式より

$$\psi'' = 1 - \frac{1}{\beta} \frac{2\alpha \log\{\beta(\xi - \alpha y_1^2) + 1\}}{\{\beta(\xi - \alpha y_1^2) + 1\}} - \frac{4\alpha^2 y_1^2}{\{\beta(\xi - \alpha y_1^2) + 1\}^2} [\log\{\beta(\xi - \alpha y_1^2) + 1\} - 1] \quad (2.77)$$



となり,ロピタルの定理を用いると,

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{2\alpha \log \{\beta(\xi - \alpha y_1^2) + 1\}}{\{\beta(\xi - \alpha y_1^2) + 1\}} = 0$$

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{4\alpha^2 y_1^2}{\{\beta(\xi - \alpha y_1^2) + 1\}^2} [\log \{\beta(\xi - \alpha y_1^2) + 1\} - 1] = 0$$

となる.したがって,次式が成り立つ.

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{1}{\psi''(y_0; \xi)} = 1 \quad (2.78)$$

$\gamma(y_0; \xi) > 0$  であるから,(2.60)式より次式が得られる.

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \gamma(y_0; \xi) = \infty$$

よって,次式が成り立つ.

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{1 + \gamma^2(y_0; \xi) \psi''(y_0; \xi)}{\gamma(y_0; \xi) \sqrt{h''(y_0; \xi)}} = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{1}{\gamma^2(y_0; \xi) \psi''(y_0; \xi)}} = 1 \quad (2.79)$$

(2.55) 及び (2.72) 式より  $\psi(y_0; \xi)$  を求めると,次式となる.

$$\psi(y_0; \xi) = \frac{1}{2\beta^2} \log^2(2\alpha y_2 - 1) + \frac{1}{2\alpha} \left( \xi - \frac{2\alpha y_2 - 1}{\beta} \right) \quad (2.80)$$

$\xi$  が十分大きいとき,(2.70)式より単位時間あたりのアップクロスの期待値  $f_\xi^+$  は,  $\psi(y_0; \xi) = h(y_0; \xi)$  とおいて (2.79) 式より次式が得られる.ただし,  $y_2$  は (2.71) 式より求まる値である.

$$\begin{aligned} f_\xi^+ &= \frac{\kappa \exp(\beta y_2)}{2\pi} \exp\{-\psi(y_0; \xi)\} \\ &= \frac{\kappa \exp(\beta y_2)}{2\pi} \exp\left\{-\frac{1}{2\beta^2} \log^2(2\alpha y_2 - 1) - \frac{1}{2\alpha} \left( \xi - \frac{2\alpha y_2 - 1}{\beta} \right)\right\} \end{aligned} \quad (2.81)$$

(b) 抗力項が支配的な場合の  $f_\xi^+$  の漸近解

(2.81) 式を以下のように演算すると,抗力項が支配的な場合の結果が得られる.(2.71)式より  $y_2 \ll 1/\beta$  のとき,すなわち復原力項の係数  $a$  が小さい場合には次式が得られる.

$$y_2 = \frac{1}{2\alpha - \beta} \quad (2.82)$$

(2.82) 式を (2.72) 式に代入すると,

$$y_0 = \sqrt{\frac{1}{\alpha} \left( \xi - \frac{1}{2\alpha - \beta} \right)} \quad (2.83)$$

となる.よって,(2.80)式より次式が得られる.

$$\psi(y_0; \xi) = \frac{1}{2\beta^2} \log^2 \left( 1 + \frac{\beta}{2\alpha - \beta} \right) + \frac{1}{2\alpha} \left( \xi - \frac{1}{2\alpha - \beta} \right) \quad (2.84)$$

さらに,  $\frac{\beta}{\alpha} \ll 1$  のとき,すなわち復原力項に対して抗力項が支配的な場合,

$$\psi(y_0; \xi) \cong \frac{\xi}{2\alpha} - \frac{1}{8\alpha^2} \quad (2.85)$$

となり,変動索張力において抗力項が支配的な場合は次式が成り立つ.

$$f_\xi^+ = \frac{\kappa}{2\pi} \exp\left(-\frac{\xi}{2\alpha} + \frac{1}{8\alpha^2}\right) \quad (2.86)$$

これは,非線型復原力項の定数  $a$  が小さい場合と同等であるから,線型復原力を考慮したことになる.

(c) 抗力項のみ,すなわち復原力項がない場合の  $f_\xi^+$  の漸近解

(2.82) 式において,  $\beta = 0$  として,  $y_2$  を求めて (2.81) 式に代入すると,次式が得られる.

$$f_\xi^+ = \frac{\kappa}{2\pi} \exp\left(-\frac{\xi}{2\alpha}\right) \quad (2.87)$$

### 2.3 最大極大値の期待値

ある時間間隔  $0 \leq t \leq T$  の間に  $F(t)$  のとる最大値の確率分布関数を求めるために,次式のように確率変数  $H$  を定義する.

$$H = \alpha^{-1} \max \{F(t); 0 \leq t \leq T\} \quad (2.88)$$

自然現象において,稀に起こるある事象の回数を推定する場合,最もよく用いられるのがポアソン過程である.ある時間間隔において,ある極値がレベル  $\eta$  を越える回数がポアソン分布に従うとすると,一般にその回数が  $n$  となる確率は次式で与えられる.

$$p(n, T) = \frac{(\nu T)^n}{n!} \exp(-\nu T) \quad (2.89)$$

ここで,  $\nu$  はレベル  $\eta$  を越える単位時間あたりの平均回数とする.  $0 \leq t \leq T$  において,一度もレベル  $\eta$  を越えない確率は (2.89) 式より,

$$p(0, T) = \frac{(\nu T)^0}{0!} \exp(-\nu T) = \exp(-\nu T)$$

となる.確率変数  $H$  が  $\eta$  を越えない確率は,  $F(t)$  の最大値がレベル  $\alpha\eta$  を越えない確率と等しいから,このアップクロスの期待値を  $f_{\alpha\eta}^+$  とすると,確率分布関数  $P_H(\eta)$  は,次式で表わされる.

$$\begin{aligned} P_H(\eta) &= \text{Prob} \{H \leq \eta\} \\ &= \text{Prob} [\max \{F(t); 0 \leq t \leq T\} \leq \alpha\eta] \\ &= \exp\{-f_{\alpha\eta}^+ T\} \end{aligned} \quad (2.90)$$



時間間隔  $0 \leq t \leq T$  において,  $F(t)$  の最大値の期待値は (2.88) 式より,

$$E[\max\{F(t); 0 \leq t \leq T\}] = \alpha E[H] \quad (2.91)$$

となり,  $P_H(\eta)$  は確率分布関数であるから, これを微分すると確率密度関数が得られる. したがって, 確率変数  $H$  の期待値は次式で与えられる.

$$E[H] = \int_0^\infty \eta dP_H(\eta) \quad (2.92)$$

$\xi = \alpha\eta$  とおいて, (2.81) 式を (2.90) 式に代入すると,

$$P_H(\eta) = \exp\left[-\frac{\kappa T \exp(\beta y_2)}{2\pi}\right] \exp\left\{-\frac{1}{2\beta^2} \log^2(2\alpha y_2) - \frac{1}{2\alpha} \left(\alpha\eta - \frac{2\alpha y_2 - 1}{\beta}\right)\right\} \quad (2.93)$$

となる. (2.71) 式より,

$$P_H(\eta) = \exp\left[-\frac{\kappa T \exp(\beta y_2)}{2\pi} \exp\left\{-\frac{y_2^2}{2} - \frac{1}{2} \left(\eta - \frac{\exp(\beta y_2) - 1}{\alpha\beta}\right)\right\}\right] \quad (2.94)$$

となり, (2.94) 式の両辺の  $\log$  をとると次式となる.

$$\log\{P_H(\eta)\} = -\frac{\kappa T}{2\pi} \exp\left\{\beta y_2 - \frac{y_2^2}{2} - \frac{1}{2} \left(\eta - \frac{\exp(\beta y_2) - 1}{\alpha\beta}\right)\right\}$$

もう一度両辺の  $\log$  をとって,

$$\log\left[\left\{\log\{P_H(\eta)\}^{-1}\right\}\right] = \log\left[\frac{\kappa T}{2\pi} \exp\left\{\left(\beta y_2 - \frac{y_2^2}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(\eta - \frac{\exp(\beta y_2) - 1}{\alpha\beta}\right)\right\}\right] \quad (2.95)$$

が得られる. (2.95) 式の左辺は 2 重  $\log$  であるから, 次式を満足する  $\eta = \eta_0$  の近傍で  $P_H$  は急激な変化をする.

$$\log\left[\frac{\kappa T}{2\pi} \exp\left\{\left(\beta y_2 - \frac{y_2^2}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(\eta_0 - \frac{\exp(\beta y_2) - 1}{\alpha\beta}\right)\right\}\right] = 0 \quad (2.96)$$

ここで,

$$P_H(\eta) = \exp(-\zeta) \quad (2.97)$$

とおくと, (2.95) 及び (2.97) 式より次式が得られる.

$$\log\left[\frac{\kappa T}{2\pi} \exp\left\{\left(\beta y_2 - \frac{y_2^2}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(\eta - \frac{\exp(\beta y_2) - 1}{\alpha\beta}\right)\right\}\right] = \log \zeta \quad (2.98)$$

(2.96) 式より (2.98) 式を引くと,

$$\eta = \eta_0 - 2 \log \zeta \quad (2.99)$$

となり, (2.92) 式及び (2.99) 式より, 次式が得られる [14].

$$E[H] = \eta_0 - 2 \int_0^\infty \log \zeta \exp(-\zeta) d\zeta \quad (2.100)$$

よって,

$$E[H] = \eta_0 + 2G \quad (2.101)$$

ここで,  $G$  はオイラ一定数である. また, (2.96) 式より,

$$\eta_0 = 2 \left\{ \log \frac{\kappa T}{2\pi} + \left(\beta y_2 - \frac{y_2^2}{2}\right) \right\} + \frac{\exp(\beta y_2) - 1}{\alpha\beta} \quad (2.102)$$

となる. (2.91), (2.101) 及び (2.102) 式より, 最大極大値の期待値を求める次式が得られる.

$$E[\max\{F(t); 0 \leq t \leq T\}] = \left[ 2 \left\{ \log \frac{\kappa T}{2\pi} + \left(\beta y_2 - \frac{y_2^2}{2}\right) \right\} + \frac{\exp(\beta y_2) - 1}{\alpha\beta} + 2G \right] \alpha \quad (2.103)$$

(a) 抗力項が支配的な場合の最大極大値の期待値

$\frac{\alpha}{\beta} \ll 1$  のとき, すなわち変動索張力の抗力項が支配的な場合は, (2.86) 式を用いて (2.103) 式を導いた同様の演算を施して次式のごとく最大極大値の期待値が得られる.

$$E[\max\{F(t); 0 \leq t \leq T\}] = 2\alpha \left\{ \log \frac{\kappa T}{2\pi} + \frac{1}{8\alpha^2} + G \right\} \quad (2.104)$$

この場合も線型復原力を考慮したことと同一である.

(b) 抗力項のみの場合の最大極大値の期待

(2.87) 式を用いて, 変動索張力を抗力項のみで表現する場合の最大極大値の期待値は次式で表わされる.

$$E[\max\{F(t); 0 \leq t \leq T\}] = 2\alpha \left\{ \log \frac{\kappa T}{2\pi} + G \right\} \quad (2.105)$$

## 2.4 変動索張力の確率密度関数の特性

### 2.4.1 確率密度関数の数値計算手法

変動索張力の確率変数  $\hat{f}$  の確率密度関数  $p(\hat{f})$  を (2.25) 式によって計算する手法について具体的に考えることにする. まず, 定数項以外の被積分関数を次の 2 つの  $z$  の関数  $f_1$  と  $f_2$  に分けて考える.

$$f_1(z) = \frac{1}{\sqrt{|z|}} \exp\left(-\frac{|z|}{2\alpha}\right) \quad (2.106)$$

$$f_2(z) = \frac{1}{a\sigma_x(\hat{f}-z)+1} \exp\left[-\frac{\log^2\{a\sigma_x(\hat{f}-z)+1\}}{2a^2\sigma_x^2}\right] \quad (2.107)$$

$f_1(z)$  は,  $z = 0$  において特異点をもつ.  $f_2(z)$  については, 分母の  $a\sigma_x(\hat{f}-z)+1 > 0$  であり,  $z < \hat{f} + \frac{1}{a\sigma_x}$  の範囲では, 特異点は存在しない. よって, (2.25) 式の積分は  $\hat{f}$  の範囲により特



異点である  $z = 0$  を含むか含まないかで場合別けをする必要がある。すなわち、 $\epsilon$  を微小量として次の2つの積分に分けて考える。

(1)  $\hat{f} \geq -\frac{1}{a\sigma_x}$  のとき、すなわち  $z = 0$  が積分範囲に含まれる場合、

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz = \int_{-\infty}^{-\epsilon} dz + \int_{-\epsilon}^0 dz + \int_0^{\epsilon} dz + \int_{\epsilon}^{\hat{f} + \frac{1}{a\sigma_x}} dz \quad (2.108)$$

(2)  $\hat{f} < -\frac{1}{a\sigma_x}$  のとき、すなわち  $z = 0$  が積分範囲に含まれない場合、

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz = \int_{-\infty}^{\hat{f} + \frac{1}{a\sigma_x}} dz \quad (2.109)$$

以下において、特異点の近傍における被積分項の挙動について考察する。

(a)  $f_1(z)$  の積分の挙動

(2.25) 式の被積分項  $f_1(z)$  は、 $z = 0$  の近傍で無限大となり特異性をもつ。そこで、 $0 < z < \epsilon$  の範囲で次式のような  $f_1(z)$  の積分を考えると、

$$\int_0^{\epsilon} f_1(z) dz = \int_0^{\epsilon} \frac{1}{\sqrt{z}} \exp\left(-\frac{z}{2\alpha}\right) dz \quad (2.110)$$

$\sqrt{z} = t$  とおいて、変数変換すると、

$$\int_0^{\epsilon} f_1(z) dz = 2 \int_0^{\sqrt{\epsilon}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\alpha}\right) dt = 2\sqrt{2\pi\alpha} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\epsilon}{\alpha}}\right) \quad (2.111)$$

が得られる。ここで、 $\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\epsilon}{\alpha}}\right)$  は誤差関数を表わす。このことから (2.108) の積分において、数値計算上の問題は生じない。

(b)  $f_2(z)$  の積分の挙動

(2.25) 式の被積分項  $f_2(z)$  について、分母が零に近づく  $\hat{f}$  をとる場合の  $f_2(z)$  の極限値を考える。すなわち、

$$X = a\sigma_x(\hat{f} - z) + 1 \quad (2.112)$$

とおいて、 $X = 0$  とすると、

$$z = \hat{f} + \frac{1}{a\sigma_x} \quad (2.113)$$

となる。ここで、分母が零に近づく場合の挙動を考える。簡単のために、 $f_2(z)$  の定数項を除いて  $X$  の関数  $g_3(X)$  について考え、次式とおく。

$$g_3(X) = \frac{1}{X} \exp(-\log^2 X) \quad (X > 0) \quad (2.114)$$

また、 $\log X = y$  とおくと、

$$X = \exp(y) \quad (2.115)$$

であるから、 $X \rightarrow 0$  の場合、 $y \rightarrow -\infty$  となる。したがって、 $g_3(X)$  が  $X \rightarrow 0$  のときの極限値は、 $y$  を用いて表現でき次式となる。

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow -\infty} g_3(y) &= \lim_{y \rightarrow -\infty} \frac{1}{\exp(y)} \exp\{-\log^2 \exp(y)\} \\ &= \lim_{y \rightarrow -\infty} \exp(-y^2 - y) = 0 \end{aligned} \quad (2.116)$$

よって、(2.113) 式で表わされる  $z$  の値をとるとき、被積分項  $f_2(z)$  は零に近づき特異点とはならないので、数値計算上の問題は生じない。

## 2.4.2 変動索張力の確率密度関数の計算例

変動索張力の確率変数  $\hat{f}$  の確率密度関数  $p(\hat{f})$  を (2.25) 式を用いて計算する際、 $\hat{f}$  を固定して  $z$  の関数となる被積分関数の挙動を Fig.1 に示す。これは、 $\alpha = 1.0$ 、 $a\sigma_x = 2.0$  の場合で、 $\hat{f}$  を  $-5.0, -2.0, 0, 2.0$  及び  $5.0$  の5種類に変化させた  $z$  の関数  $p(z)$  である。 $z$  は  $\hat{f} + \frac{1}{a\sigma_x}$  と  $0$  の近傍で急激な変化をして、 $z = \hat{f} + \frac{1}{a\sigma_x}$  では  $p(z) = 0$  となることがわかる。また、Fig.2 に、 $\alpha = 1.0$  一定の場合で、 $a\sigma_x$  を  $0.5, 1.0$  及び  $2.0$  の3種類に変化させたときの確率密度関数  $p(\hat{f})$  を示す。 $a\sigma_x$  の値が大きくなると、 $0$  付近で  $p(\hat{f})$  が大きくなるとともに  $\hat{f}$  の正方向へテールが伸びている。一般に、非線型性が強くなるとこのような傾向が現れる。

## 2.5 変動索張力の数値シミュレーション計算

### 2.5.1 変動索張力の確率密度関数の計算

曳航索の一端を固定し、もう一方の索の端部に強制的に不規則な水平変位を与えると、動的索張力の計算を行った。計算の条件として、索長  $26.396\text{m}$ 、索の直径  $2\text{mm}$  のワイヤロープ (単位長さあたりの水中重量  $15.04\text{g}$ ) を用い、索の両端間距離を  $26.32\text{m}$  とした。なお、強制不規則変位については、Pierson-Moskowitz タイプによるスペクトルにおける平均波周期を  $3$  秒から  $6$  秒まで  $1$  秒間隔で  $4$  種類設定して、約  $330$  秒間の造波データを用いた。(2.1) 式で与えられる変動索張力  $f$  の計算をするために、定数項である  $a$  と  $c$  を求めなければならない。定数  $a$  については、曳航索の静的張力曲線から指数曲線近似により求めた。また、定数  $c$  については、動的張力の簡易計算法により求めた。これは、島田ら [41] の係留ラインの動的張力を求める簡易計算法の応用である。付録の A に詳しくその手法を述べるが、緊張した状態の索を想定して、水平方向のみの変動索張力を考えて  $C_{Dr\epsilon}$  を (2.1) 式の定数  $c$  の値として使用した。

さらに、本計算法の有効性を検証するために、索が比較的弛んだ状態から緊張した状態の3種類を選んで、強制動揺実験を行い計算と比較した。実験では、索長  $24.252\text{m}$ 、直径  $2\text{mm}$  のワイヤロープ (単位長さあたりの水中重量  $14.17\text{g}$ ) を用い、強制動揺モードとして左右揺の他に上下揺についても実施した。その結果については、付録の A.1.5 で述べる。与えられた水平変位の時系列に対して定数項が決まると、索張力の時系列を求めることができる。Fig.3 に、簡易計算法によって求めた索張力の時系列をランプドマス法 [45] による計



算と比較した一例で、強制不規則変位として平均波周期4秒のものを用いた結果を示す。これより、両者は良く一致していることがわかる。

同じ平均波周期4秒の場合の変位のスペクトルから求めた変位及び変位速度の標準偏差を用いて、変動索張力の確率密度関数の理論値が得られる。これと、シミュレーション計算によって得られた変動索張力の瞬時値分布と比較したものを、片対数グラフに示したのがFig.4である。理論値と数値シミュレーション計算結果は、良く合致していることがわかる。

なお、慣性力項の影響を考慮して、変動索張力の確率密度関数の計算を行った。その結果の一例をFig.5に示す。線型復原力項のみを考慮すると、 $\hat{f}$ のテールについては非線型復原力項のみを考慮した場合と比較して値が小さくなる。さらに、抗力項に加えて慣性力項と線型復原力項を考慮した場合は、線型復原力項のみの場合と比較して $\hat{f}$ の大きいところで出現確率が小さくなる。これは、位相の異なる慣性力項と復原力項が相殺した結果である。一般に、慣性力項を考慮すると $\hat{f}$ の大きい領域での出現確率が小さくなる。特に、索が緊張した状態では、抗力項と非線型復原力項を用いたモデルを使用して変動索張力を安全側に推定することが可能である。

### 2.5.2 アップクロス及び最大極大値の期待値の漸近解の計算

変動索張力のアップクロス及び最大極大値の期待値について、非線型復原力項と線型復原力項を考慮した場合の両者の比較計算を行った。すなわち、(2.81)及び(2.86)式を用いて、変動索張力のアップクロスの期待値を、また、(2.103)及び(2.104)式より最大極大値の期待値を2.5.1と同様なケースについて求め、Fig.6にアップクロスの期待値、Fig.7に最大極大値の期待値のそれぞれの結果を示す。不規則強制変位の周期が短い場合は、両者の差は非常に小さい。周期が大きくなるにつれて、相対的に非線型復原力項の影響が現れている。これは、曳航時の海象が荒く、風波の発達した海域では、波周期が長くなり非線型復原力項の影響が大きくなる場合と考えることができる。

次に、慣性力項の影響を考慮するために、以下のような検討を行った。

(a) 慣性力項と抗力項を考慮した場合のアップクロス及び最大極大値の期待値

慣性力項と抗力項のみを考慮にいと、変動索張力  $f$  は次式で表わされる。

$$f = m\ddot{x} + c\dot{x}|\dot{x}| \quad (2.117)$$

ここで、 $m$  は索の加速度に比例する定数であり、付録のAに示す  $m_{x\dot{x}}$  を用いて計算できる。このとき、アップクロスの期待値は、次式で与えられる。

$$f_{\xi}^+ = \frac{\kappa}{2\pi} \exp\left(-\frac{\xi}{2\alpha} + \frac{\alpha_1^2}{8\alpha^2}\right) \quad (2.118)$$

ここで、

$$\kappa_1 = \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x}, \quad \alpha_1 = \frac{m\sigma_{\dot{x}}}{a\sigma_x} \quad (2.119)$$

である。また、最大極大値の期待値は次式で与えられる。

$$E[\max\{F(t); 0 \leq t \leq T\}] = 2\alpha \left\{ \log \frac{\kappa_1 T}{2\pi} + \frac{\alpha_1^2}{8\alpha^2} + G \right\} \quad (2.120)$$

(b) 慣性力項、抗力項及び線型復原力項を考慮した場合のアップクロス及び最大極大値の期待値

慣性力項、抗力項及び線型復原力項を考慮した場合、変動索張力  $f$  は次式で与えられる。

$$f = m\ddot{x} + c\dot{x}|\dot{x}| + ax \quad (2.121)$$

現象が狭帯域であれば、 $\ddot{x}$  と  $x$  には次の関係がある [56]。

$$\ddot{x} = \kappa_2 r x \quad (2.122)$$

ここで、

$$\kappa_2 = \frac{\sigma_{\ddot{x}}}{\sigma_x}, \quad r = \frac{\sigma_{r\ddot{x}}}{\sigma_x \sigma_{\ddot{x}}} \quad (2.123)$$

である。また、 $r$  は  $\ddot{x}$  と  $x$  の相関係数である。したがって、(2.122) 及び (2.123) 式より演算を行うと  $f$  は次式となる。

$$f = c\dot{x}|\dot{x}| + (a - m\kappa^2)x \quad (2.124)$$

ここで、 $\kappa = \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x}$  である。

(2.118) 及び (2.120) 式に対応する式は、次式となる。

$$f_{\xi}^+ = \frac{\kappa}{2\pi} \exp\left(-\frac{\xi}{2\alpha} + \frac{c_1^2}{8\alpha^2}\right) \quad (2.125)$$

$$E[\max\{F(t); 0 \leq t \leq T\}] = 2\alpha \left\{ \log \frac{\kappa T}{2\pi} + \frac{c_1^2}{8\alpha^2} + G \right\} \quad (2.126)$$

ここで、 $c_1 = 1 - \frac{m}{a}\kappa^2$  である。

Fig.8にアップクロスの期待値の比較を示す。縦軸に対数をとると、(2.81)、(2.86)、(2.87)、(2.118) 及び (2.125) 式はすべて同一の勾配  $-\frac{1}{2\alpha}$  をもつ直線となる。したがって、抗力項が支配的な場合には、抗力項と復原力項の比  $\alpha$  が大きくなり、アップクロスの期待値は大きくなる。また、Fig.9に最大極大値の期待値の比較を示す。横軸に時間  $T$  の対数をとると、(2.103)、(2.104)、(2.105)、(2.120) 及び (2.126) 式は同一の勾配  $2\alpha$  をもつ直線となる。したがって、抗力項が支配的な場合、最大極大値はそれに比例して大きくなる。



### 3 模型実験

#### 3.1 曳航索の強制動揺実験

##### 3.1.1 平水中強制動揺実験

曳航時の動的な索張力を究明するために、平水中において索のみの強制前後揺試験を実施し、索張力を計測しその特性を把握することを試みた。実験は、船舶技術研究所動揺試験水槽(長さ50m×幅8m×深さ4.5m)で行った。索模型は、後述する曳航実験に使用するものの中から、長さが24mの主索と2.2mのブライドル(主索から2方向に別れた索をブライドルと称する)を使用した。なお、ブライドルの取り付け部の両端間の長さは2.2mである。実験は、被曳航浮体側の端部を固定して、曳船側に相当する端部(水面上150mm)を一定振幅で正弦的に強制動揺させた。索の強制動揺実験時の2点間の距離を、弛緩した状態から緊張した状態までの動的張力を調査するため、中立位置を25.47m、26.22m及び26.32mの3種類とし、前後揺の動揺振幅を10mm、20mm及び30mmの3類とした。なお、動揺周波数範囲は0.4Hz~0.8Hzで行った。計測項目は、主索及びブライドルの端部の索張力、それぞれの索の上下角度及び加振部(動揺側)の動揺振幅である。索張力及び索角度の計測は、リングゲージとポテンシオメーターを用いて行った。

##### 3.1.2 潮流中強制動揺実験

潮流中における強制動揺実験を行うにあたり、まず流れによる抗力試験を2回に分けて行った。第1回目の抗力試験は、船舶技術研究所三鷹第二船舶試験水槽(長さ400m×幅18m×深さ8m)において実施し、索の両端部を曳引台車上に固定して水中に垂らし、曳引台車の速度を変化させて両端部における索張力と索角度(水平角及び垂直角)を測定した。曳航索の模型は、同じ形状でかつ同寸法の要素を、比重を変えて製作したアクリル製(以下AC模型)とアルミニウム製(以下AL模型)の鎖を使用した。ここで鎖を使用したのは、変形を調べるための可撓性が良く、計算に必要な抗力係数などのデータが別の実験[59]で求められており利用できるためである。流れによる変形を顕著にするために、曳航索中央部の垂れ下がりとの両端間の水平直線距離の比を通常の曳航時よりもかなり大きい0.624とした。試験状態は、曳航索に対する流れの流入角度を0度及び30度とし、曳引台車により0.3、0.5及び0.7m/secの速度で曳航した。索張力及び索角度の計測は、リングゲージとポテンシオメーターを用いて行った。

第2回目の抗力試験及び強制動揺実験は、船舶技術研究所三鷹第三船舶試験水槽(長さ150m×幅7.5m×深さ3.5m)において、曳引台車に索の一端を固定し、他端を強制動揺装置に設置し航走することにより行った。使用した索模型は、直径3mmの鋼製の索(単位長さ当たりの水中重量33.1g/m)及びアクリル製の鎖(同80.5g/m)の2種類で、長さはともに4.454mである。これは、単位長さ当たりの重量の異なる索材料を用いて索の流れによる変形が索張力に及ぼす影響を調べるのが目的である。実験条件をTable1に、Fig.10には実験の模式図を示す。図に示すように強制動揺側の索張力を $T_1$ 、固定側の索張力を $T_2$ とし、流れ

の方向を強制動揺側が下流になる場合を順方向(+), 上流になる場合を逆方向(-)とした。計測項目は両端の索張力( $T_1, T_2$ ), 索の上下角度( $\theta_{V1}, \theta_{V2}$ )及び水平角度( $\theta_{H1}, \theta_{H2}$ ), 強制動揺振幅の前後揺変位及び左右揺変位( $\Delta X, \Delta Y$ )の8項目である。なお、添字1は、強制動揺側を、添字2は固定端をそれぞれ表わす。短周期の動揺周波数は0.1~1.1(Hz), 長周期の周波数は0.1Hz一定とし、動揺方向は前後揺及び左右揺の2方向で、動揺振幅は共に30mm, 但し長周期の振幅については150mmとした。なお、実験上の制約で左右揺については第1回目の抗力試験のように大角度での実験を実施することはできなかった。潮流速度( $V_c$ )は、0から0.5m/s毎に最大2.0m/sまで変化させた。索張力はリングゲージにより、上下及び水平方向の索角度はポテンシオメーターによって計測した。また、アナログコンピューターを使用して短周期成分と長周期成分の信号を合成して、強制動揺実験装置の駆動電圧とした。

#### 3.2 曳航実験

##### 3.2.1 供試模型

供試模型は、自航曳船とバージ型及びセミサブ型の被曳航浮体の模型を用いた。Fig.11に曳船の正面図及び側面図、Fig.12及びFig.13にバージ型及びセミサブ型被曳航浮体の形状寸法を、Table.2に主要目を示す。実験に用いた曳航索は、実船で直径50mmの鋼索を想定して単位長さ当たりの水中重量が相似則を満足するように模型化した。その結果直径2mmのステンレスワイヤロープで水中重量15.04g/m, 弾性係数9,000kgf/mm<sup>2</sup>を採用した。被曳航浮体は一般船型に比べて幅の広い形状であるため、被曳航浮体側は曳航実務の慣例に習ってブライドルを用いた。ブライドルの長さは、曳航点(ブライドル取付部)間の距離の2倍の長さとし、バージ型で2.2m, セミサブ型で3.834mとした。曳航索長はセミサブ型の長さの偶数倍の8m, 16m, 24m, 32m及び40mの5種類とした。Fig.14に曳航実験時の曳航配置の例を示す。なお、実験は船舶技術研究所の三鷹第二船舶試験水槽(長さ400m×幅18m×深さ8m)で実施した。

##### 3.2.2 平水中曳航実験

平水中の曳航実験時の被曳航浮体のパラメータは、バージ模型については進路安定性を調べるため、船尾側船底に左右対象にスケグを取り付けた場合とそれを取り除いた場合とを設定し、曳航開始時の被曳航浮体の曳航進路からの偏り(初期偏りの被曳航浮体の船幅Bに対する割合)を0.175, 2.51の3種類とした。また、ふれまわり運動の大小を決定するパラメータとして曳航時の被曳航浮体の姿勢をイーブンキール, +1%トリム, -1%トリム, 5°ヒール, 4状態とした。Table3に平水中の曳航実験の状態をまとめたものを示す。この表中のトリムの負の値は、船首トリムを、数字は航走回数を表している。曳引台車による曳航速度は0.72m/sec(実船換算で7kt), 丸印を施した航走のときは0.926m/sec(実船換算で9kt)である。曳船による曳航はプロペラ回転数を一定とし、ふれまわりをしない状態の曳航速度は0.72m/secである。Table 4に計測項目を示す。表中の添字2及び3は、それぞれ左舷側と右舷側の計測項目を表わす。曳航索及びブライドルの張力は、リングゲージにより、そ



それぞれの索の上下角及び水平角はポテンショメータで計測した。1実験状態で約3分30秒間航走し、データはサンプリング周波数10Hzで2048データを計測した。被曳航浮体側で計測した各データは、テレメータで曳引台車上に伝送して収録した。また、被曳航浮体の位置測定には、6自由度の運動計測が可能なビデオトラッカーシステム[63]を使用した。

### 3.2.3 波浪中曳航実験

波浪中曳航時に索の張力変動の大きさを決定する要素として、波高、波長、曳航速度、索長などが考えられる。規則波は、波高を設計標準波高 $L/50$ ( $L$ :船長)を基準とし、波長船長比は $\lambda/L=0.6$ から2.5の範囲で、向波と追波について実験した。不規則波は、不規則信号発生器の信号に中心周波数の異なる3種類のフィルタを通して造波機の駆動信号を作成した。曳航速度は、バージが $0.5144\text{m/sec}$ (実船換算5kt)、セミサブが $0.72\text{m/sec}$ (実船換算7kt)であるが、追波中ではバージについても $0.72\text{m/sec}$ で実施した。曳航索は、不規則波中において索長が8m,16m及び24mの3種類に変化させた。

波浪中の実験状態を整理したものをTable5に、計測項目をTable6に示す。被曳航浮体の位置測定は、平水中と同様にビデオトラッカーシステム[63]を使用した。曳船曳航の場合は、プロペラ回転数を一定とした。また、曳航系は曳航索を介しての曳船被曳航浮体の相対運動が重要であるため、被曳航浮体の運動が曳航索張力に及ぼす影響を調べるために、曳引台車による曳航実験も行った。この時の曳航速度は、曳船による曳航実験の平水中の速度と同じである。

## 4 平水中曳航実験解析及び考察

### 4.1 索張力波形と解析法

曳航実験は、曳引台車と曳船による2種類の曳航方法で実施した。曳引台車で曳航した実験によって得られた索張力パターンは、大別するとふれまわり運動により衝撃張力が発生する場合(ケースA,B)と、衝撃張力が発生せず極端に索が緩むことがない場合(ケースC)とがある(Fig.15)。前者において、被曳航浮体側ではブライドルは交互に1本で索張力を受け持っているが、後者の場合は、ブライドルが常時索張力を分担している。ケースAはケースBと比較して、索が水を切ることによって受ける動的張力が大きくなり、最大索張力に違いがでている。

曳船で曳航する場合は、ふれまわり運動により比較的小さい衝撃張力が発生する場合のケースDと衝撃張力が発生しない場合のケースEに分けられ、ケースDはケースA及びケースBのように、ブライドルが交互に索張力を分担しており、Eの場合には索張力はほぼ一定でありブライドルの索張力が零になることはない。この場合は、曳引台車での曳航と比較して衝撃張力は小さく、プロペラ後流の乱れによる細かい変動が索張力にみられる。これは、曳船と被曳航浮体の相対速度が曳引台車で曳航した場合と比較して小さく、被曳航浮体のふれまわり運動による抵抗増加等から曳航速度が低下したことなどにより大きな衝撃張力が発生しないためである。なお、索張力の解析に当たっては次のように行った。実際の曳航では曳船が馬力一定で航行すると仮定すると、曳引台車のよういわば被曳航浮体の抵抗に関係なく強引に曳航する場合にみられたような索張力のパターンをとることは少ない。そこで、まずふれまわり運動時の衝撃的な張力及び曳航初期の過渡的な状態以外の定常状態になったときの索の張力の変化 $T_{1sp}$ に着目した。但し、衝撃張力が起こった場合には、最大索張力 $T_{1max}$ を $T_{1sp}$ との比によって推定した。なお、索張力の変化についてみると、一周期間の面積平均は、 $T_{1sp}$ に近い値であることがわかった。添字 $sp$ は、2番目のピークを意味しており、数字の1は曳船側を示す。

著者らの実験では、曳航速度の索張力に与える影響を検討するために、一定速度で走行する曳引台車を使用した。また、曳船を使用して、ふれまわり運動時の速度低下が十分な緩衝効果を発揮して衝撃張力を緩和した。種々な異なった質量をもつ曳船と被曳航浮体からなる実際の曳航では、曳船のプロペラによるダンピングが船速低下との関連で衝撃張力を推定するために重要となる。

Fig.16に、スケグ無しのバージ(-1%トリム)を主索の長さが32mで曳引台車で曳航した場合の曳引台車側の索張力 $T_1$ 、バージの方位角 $\alpha$ 及びバージの重心の横方向位置 $y_G$ を示す。最大索張力は、被曳航浮体の曳航抵抗が最小となる方位角が0度の位置を通過して、 $y_G$ が最大となった後に生じている。この点では、索が一旦緩んだ後、再び緊張していく状態であり、索張力が最大となる点では、被曳航浮体の方位角 $\alpha$ の角速度が急激に大きくなっている。ここでは、曳船と被曳航浮体の絶対距離が最大と考えられ、索の緊張により衝撃的な張力が生じる。Fig.17は、Fig.16と同じ試験状態における方位角、索張力( $T_1, T_2, T_3$ )、索の上下角( $\theta_{1v}$ )及び左右角( $\theta_{1l}$ )の時系列を示したものである。このあと、 $\alpha=0$ の付近でこれまで緩ん



でいたブライドルの1本に張力が発生し、索張力が最大となる点では他方のブライドルの張力が零になっていることがわかる。また、索の上下角は、索張力 $T_1$ の波形とほぼ対応している。索の左右角は、 $\alpha=0$ でほぼ最大となっているが、その直後に衝撃張力が発生した結果と思われる波形の歪みがみられ、索が水を切るために起こる細かい振動がみられる。なお、曳船で曳航した場合には、曳引台車で曳航の場合と違い、Fig.16にみられるような衝撃張力が発生した直後の方位角の歪みはみられない。

#### 4.2 バージの索張力

Fig.18は、曳引台車で曳航した場合について、縦軸に索張力係数 $C_{T1}$  ( $T_{1sp}/\frac{1}{2}\rho B d V^2$ )、横軸に索長と船長の比( $l/L$ )をとり、スケグのふれまわり運動を抑制する効果を示したものである。スケグ付きの場合の索張力係数は、今回の試験状態であるトリム、ヒール及び曳航進路からの初期の偏り等にかかわらず、索長に対してほぼ一定の値をとる。スケグ無しの場合には、索長が( $l/L$ ) = 12.1程度ではスケグ付の場合と大略同じであるが、索長を短くするに伴い張力は大きく増加する傾向を示す。索張力がスケグの有無によって変化するのは、ふれまわり運動の大小が関係している。すなわち、スケグがあるとふれまわり運動がほとんど起こらず、初期の偏りを与えてもふれまわり運動の減衰が速くなり索張力の変動は小さい。スケグがない場合は、索長を短くするとふれまわりの振幅が急激に増加し、それとともに索張力も増大する。

曳引台車で曳航する場合の索張力係数 $C_{T1}$ を縦軸に、曳航点の水平角の振幅 $\theta_{1ta}$ を横軸にとると、Fig.19に示すように試験条件にかかわらず $C_{T1}$ はほぼ $\theta_{1ta}$ に比例する。すなわち、曳航速度が相違する場合を含めて索張力係数は $\theta_{1ta}$ に比例し、抵抗試験の結果( $\theta_{1ta} = 0$ における値)もこの直線の延長線上にほぼ一致している。一方、曳船による曳航の場合については、Fig.20に示す。図からわかるようにふれまわり時も $C_{T1}$ は $\theta_{1ta}$ に関係なく一定値をとることがわかる。なお、曳船の速度は曳航時にはたえず変動しているため、 $C_{T1}$ を求める際の曳航速度 $V$ は一周期間の平均速度を用いた。

以上より、試験状態の如何にかかわらず曳航速度が決定されると、ただちに索張力 $T_{1sp}$ を推定することができる。さらに、Fig.21及び22より、 $T_{1max}/T_{1sp}$ は曳引台車及び曳船による曳航のそれぞれの場合で $\theta_{1ta}$ に比例しており、 $T_{1sp}$ が求めれば最大索張力 $T_{1max}$ を求めることができる。その比は、曳引台車の場合に較べて曳船による曳航の方が極端に小さく、最大値でも2.0程度であり最大索張力は1/5程度に低下する。これは、衝撃的な張力が発生した場合、曳船は速度を一定に保てず船速低下をおこすことが原因である。

次に、付録のA.2で示すように、索の動的張力を推定するためにFylling[40]の式を利用して、ふれまわり運動時の最大索張力を推定することを試みる。ふれまわり運動時の最大索張力を $T_{1max}$ 、静的索張力を $T_S$ 、準静的な伸びによる索張力の増分を $\Delta T_S$ 、動的張力を $\Delta T_D$ とすると、次式が成り立つ。

$$T_{1max} = T_S + \Delta T_S + \Delta T_D \quad (4.1)$$

索を曳く速度 $\dot{c}$ を、被曳航浮体の方位角速度の最大値 $\dot{\alpha}_{max}$ を用いて、被曳航浮体の船長を

$L$ として次式で表現できるとする。

$$\dot{c} = L\dot{\alpha}_{max}/2 \quad (4.2)$$

また、 $\Delta T_S$ を衝撃張力の立ち上がり時間 $\Delta t$ (Fig.17)を用いて、

$$\Delta T_S = T_S' \dot{c} \Delta t \quad (4.3)$$

と定義する。

これらの式を使用して、最大索張力を推算した結果がFig.23である。これは、バージのスケグ無しの状態で、曳引台車で曳航した場合、横軸に主索の長さをとったものである。図中の斜線で示したのが $T_{1max}$ を構成する成分のうちの $\Delta T_S$ の推定値、また実線は実験点の平均線である。すなわち、斜線部の上限値が最大索張力 $T_{1max}$ の推定値であり、索長が短くなると実験値よりもかなり大きく評価する。このように、平水中のふれまわり時における索張力は、準静的に取り扱うことができる。野中ら[64]は曳船による曳航の場合の運動のシミュレーション計算の結果から、索張力の最大値は計算値のほうが実験値よりも高くなるが、曳航索の取り扱いがカタナリー法による準静的な取り扱いで実用上十分であるとしている。本実験のように索がかなり緊張する場合、索の端点間の距離の僅かな変化が大きく索張力に影響する。このため、被曳航浮体の運動が索張力に与える影響は小さいと考えられるが、カタナリー法によって最大索張力を精度良く推定することは非常に難しい。

#### 4.3 セミサブの索張力

セミサブを曳引台車で曳航した場合と曳船で曳航した場合の索張力係数 $C_{T1}$ をFig.24に示す。図より、 $C_{T1}$ は試験状態によらずほぼ同一の値である。これは、両者とも非常に安定した曳航状態であったことを示しており、セミサブは、バージと異なり索長に対する索張力係数の変化がほとんどなく、保針性が非常に優れている。但し、6°ヒールした時は、他の試験状態と比較して索張力係数が2倍以上大きくなっている。この原因は、6°ヒールになるとブレースの一部が没水し急激に抵抗が増加したためである。このように、セミサブを曳航する場合、ブレースが没水するか否かで大きく曳航抵抗が変化することに注意しなければならない。



## 5 索・鎖の強制動揺実験の実験結果と理論計算の比較

### 5.1 動的張力の推定

静水中において索を強制動揺させると、索は水から流体力いわゆるクロスフロートラッグを受ける。この流体力は、Fig.25に示すように静的な平衡点  $X$  より  $\Delta X$  だけずれたときに生ずる静的張力の増加分  $\Delta T_S$  と動的張力の増加分  $\Delta T_D$  の和  $\Delta T$  で表される。静的張力  $T_S$  からの張力増加分と減少分の和が張力変動である。この動的張力は、速度の2乗に比例する、即ち索の抗力に比例するものであり、動揺周波数及び動揺振幅が大きいほど大きくなる。同様な実験をブライドルなしの場合であるが、Milgram[32] 及び Larsen[42] らが行っている。Fig.26に静的張力の特性曲線を示す。図中に混合法 [65][66] による計算結果を示す。混合法による計算値は実験値と良く一致している。実験は2点間の距離が  $X_1$ 、 $X_2$  及び  $X_3$  の3箇所で行った。図中の  $X_1$  は特性曲線が線型な領域であるが、 $X_2$  及び  $X_3$  は非線型な領域となる。Fig.27~29にそれぞれの場合の実験値と理論値の比較を示す。理論値は、中嶋のランプドマス法 [45]、クリッピングオフモデルを用いた Shin の方法 [33] 及び簡易手法として Fylling の方法 [40] により計算し、索の法線方向の抗力係数として1.5を用いた。なお、索は簡単のために、推定精度に影響がないことを確認して1本の主索として計算を行った。Fig.27では、静的張力を境にした正負の動的張力がほぼ等しく、線型の範囲であることがわかる。最も簡易な方法である Fylling の計算結果でもほぼ良い結果が得られている。しかしながら、 $X=26.22\text{m}$  の場合になると、Fig.28に示すように、索張力の波形が非線型となり、負側の値が計算結果と相違している。ここで、Shin の方法では  $\Delta X=30\text{mm}$  において索が衝撃張力により急激に緊張した後、索張力が完全に零になる状態が生じているという計算結果になっており、実験をある程度説明できる。これよりさらに索の初期状態が緊張状態になると、Fig.29のようにランプドマス法でも実験値と合わなくなることがわかる。正側の張力が動揺周波数の増大とともに若干増加率が減少している。これは、索が緊張の極限状態すなわち索の弾性剛性が支配的となる領域に近いことを示している。Shin の方法は、この領域においても実験値と良く一致しており、索張力が完全に零になる現象を良く表している。なお、ランプドマス法の計算では、索の伸びの影響は考慮しなかった。

### 5.2 流れによる曳航張力

流れによる索張力の実験値と仮想反力法 [67] による計算結果を Fig.30及び Fig.31に示す。索の法線方向の抗力係数は1.0、接線方向のそれは0.015とした。いずれも横軸に流速をとり、縦軸は流速0の場合の平衡状態の張力(初期張力)を差し引いた流れによる抗力の増加分を示している。Fig.30は、索への流入角  $\chi=0^\circ$  の場合で、上流側及び下流側ともに索張力に関してはほぼ良い一致が得られた。さらに、単位長さあたりの水中重量  $w$  が大きい  $AL$  模型の方が、 $AC$  模型よりも索張力の増加が小さい結果となった。これは、流れによる索の変形量の差によるものである。また、 $\chi=30^\circ$  の場合は、下流側の索張力の実験値が計算値よりも低い結果となった (Fig.31) が、上流側については良く一致している。これより、流れによって生じる索張力は、少なくとも索張力の大きい上流側で仮想反力法により推定が可能

であることがわかった。また、実験値はないが、 $\chi=0^\circ$  及び  $\chi=30^\circ$  の場合で、流速  $0.7(\text{m/sec})$  における索の変形の計算値を Fig.32及び Fig.33にそれぞれ示す。なお、図中に流れのない時の平衡状態の形状を一点鎖線で示した。Fig.30及び Fig.31の結果から実際の変形は、計算値よりも大きくなっていると考えられる。

さらに、同じ形状で同重量のアクリル鎖を使用して、流れによる抗力試験と計算を行った。静的計算においては、法線方向の抗力係数を1.0、接線方向の抗力係数を0.12とした。この係数は、宮崎らの実験値 [68] を参考に決定した。このような係数を用いて計算を行い、端部の張力と上下角度の増加のそれぞれの実験値と比較したのが Fig.34及び Fig.35である。静的な張力増加は、流れが順方向及び逆方向の場合ともに計算値と良く一致している。しかしながら、上下角度については索が緩む場合、微妙な実験の計測誤差も考えられ一致が良くなかった。さらに、抗力係数の法線方向及び接線方向のそれぞれの係数が静的な張力増加に与える影響を調べたのが Fig.36である。これは、流れの速度が  $1.0\text{m/s}$  の場合の、索の上流側の張力増加であるが、接線方向の抗力係数  $C_{Dt}$  が張力に非常に大きな影響を与えることがわかる。一方、法線方向の  $C_{Dn}$  に関しては、係数0.8と1.5の場合の比較で高々15%程度の差であった。なお、本計算の場合の索の中央部の弛みと両端の直線距離の割合は、静水中で12%である。

### 5.3 流れの中で振動する索の動的張力

曳航時においては、一般に前後揺方向の動揺が他の動揺モードよりも索の動的張力に大きな影響を与えることが知られている。ここでは、索の比較的緊張した状態(索の中央部の弛みとロープ両端の直線水平距離の比が約7%)における前後揺方向の索の強制動揺実験を行い、流れの方向が正逆両方向の場合についてその結果を示す。Fig.37に、 $T_1$ 側(上流側)の動的張力( $\Delta T_1$ )の実験値と計算の比較を示す。図中のゼロレベルが静的張力であり、各周波数での変動索張力の最大値と最小値を示す。理論計算は、ランプドマス法 [45] により行い、索の法線方向の抗力係数  $C_{Dn}$  を1.5、接線方向の抗力係数  $C_{Dt}$  を0.01とした。なお、静的張力計算の際の  $C_{Dn}$  を1.0、 $C_{Dt}$  を0.03とし [69]、付加質量係数は法線方向を0.5、接線方向を0.05とした。静的計算については、ランプドマ法の動的計算プログラムを使用して、流速のみを与える方法で張力の値が収束するまで繰り返し計算を実施して求めた。

一般に、流れの中の索の振動を考える場合、流れがまず索の定常的な変形を生じさせ、この索の変形状態を基準にして索が振動する。したがって、流れの中の動的索張力の計算は、流れのない場合の動的張力の計算値に、流れの中で動揺のない場合の張力の計算結果を重ね合わせたものを示す。これは、数値計算法において、一様流れにおける抗力係数と振動流中のそれには違いがあり [59]、これらを同一の場で取り扱うことが難しいためである。しかしながら、索の変形が大きい場合、動的な計算にこの変形が影響を及ぼすことが考えられるため注意が必要である。

動揺周波数が大きくなるにつれて、動的な張力の非線型性が増し、動的索張力の波形を中立点から正側と負側についてみると正側と負側の非対称性が大きくなっていることがわかる。流れの中の動的張力は、正側の値が流れによる値と動的な値との重ね合わせ



による計算値よりも大きくなる傾向を示している。また、負側の動的張力は流れが大きくなるにつれて小さくなりスナッフ荷重が発生しにくくなっている。次に、Fig.38に $T_2$ 側(下流側)の動的索張力( $\Delta T_2$ )の結果を示す。流れの中においてはFig.37と比較して、正側の動的張力が小さくなり、負側のそれも若干小さくなっている。負側の張力の実験値については、重ね合わせによる計算の傾向と逆になっており、変動索張力が高周波数領域で小さくなっている。全体的に、上流側の $T_1$ と比較すると流れのない場合との差は非常に小さい。これは、固定側である下流側においては、強い流れのため曳航ラインが束縛を受け、振動の影響がでてこなかったためである。さらに、流れが順方向の場合についても計測を行ったが、その結果はほとんど逆方向の場合と同じであったので、ここでは割愛する。

Fig.39は、動揺周波数を0.1~1.1Hzの間で変化させた場合の、前後揺と動的張力の位相面の計算結果を流れのない場合について示したものである。横軸に静的釣り合い位置からの前後揺変位( $\Delta X$ )をとり、縦軸に動的張力( $\Delta T$ )をとっている。この図から動揺周波数が大きくなると、索の動的張力の特性カーブは静的張力のポイント(原点)を通過せず、一定のループを描くことがわかる。また、索の動揺速度が最大となる $\Delta X = 0$ の点を過ぎて最大張力が発生しており、変位と張力に位相遅れがある。動揺周波数が小さくなるとループの幅が狭まってくる。この場合、動揺速度が小さく、索の抗力も小さく変位に対して線型である。このように、索張力の非線型性の度合いによって、索張力と動揺変位の位相面の特性に相違がみられる。また、Fig.40には、流れが存在する場合について、索の両端における動的張力の前後揺に対する位相面の実験結果を示している。両者の位相はほぼ同一で、流れの抗力による一定値のみの差が表れている。この場合、索が非常に緊張した状態であるため、流れによる定常的変形が変動索張力に及ぼす影響は小さく、Fig.39の計算と良く合致している。Fig.41には、Fig.40と同じ条件における索の上下索角度と張力の位相面を示す。上流側( $T_1$ 側)と下流側( $T_2$ 側)の索角度では、ループの描き方に大きな差があり、索角度が最小となった後に遅れて索張力がピークに達している。

さらに、短周期と長周期の変位を重ね合わせた前後揺方向の動揺を索の一端に与えて、その動的張力を検討した。これは、主に時系列シミュレーション計算との比較が重要であるので、大振幅の長周期動揺と短周期動揺の合成されたモードによる強制動揺の計算を行った。Fig.42に上から入力データである前後揺動揺 $\Delta X$ 、張力 $T_1$ の実験値及びランプドマス法による計算値を示す。これは、流れがない場合における短周期動揺(1.1Hz(振幅30mm))、長周期動揺(0.1Hz(振幅150mm))の重ね合わせの場合であるが、張力の大きさと位相の計算値は、実験値と良く合致していることがわかる。これより曳航中において、曳船と被曳航浮体が大振幅の長周期運動をする際、両者の位置関係がわかれば索張力の推定が可能であることがわかった。

#### 5.4 流れの中で振動する鎖の動的張力

鎖を使用した前後揺方向の強制動揺実験は索の場合と比較して、流れによる抗力が大きく動的張力の差がはっきり現れるのが特徴である。流れの速度が大きいと顕著にその影響が表れており、変動張力の最大値が静的張力以下になっている場合も生ずる。動的張

力の計算において、安藤ら[59]の求めた係数を使用して、法線方向の抗力係数は2.20、接線方向のそれは0.17とした。また、付加質量係数については、法線方向及び接線方向のそれぞれの値は3.0と0.2とした。Fig.43に示すように、 $T_1$ 側の場合、流れによる抗力との重ね合わせによる推定値が実験値と非常によく合っている。すなわち、上流側において鎖がある一定の力で引っ張られるような状態では、たとえ全体の変形があっても動的な張力は流れの影響を受けず独立に扱える。また、下流側の $T_2$ についてはFig.44に示すが、流れの速度が大きくなると鎖の変動張力の最大値が抑えられて推定値が実験値と大きくずれる。さらに、変動張力の最小値に関しては、索の場合よりも、流れの速度及び動揺周波数が大きくなると計算値の示す傾向と逆になり変動張力は小さくなる。このように、下流側の張力は流れの速度が大きくなると、鎖の端点近傍の形状が静水中における状態と比較して変形が大きくなり重ね合わせが適用できなくなる。

さらに、流れが順方向の場合の同様な動的張力の結果をFig.45とFig.46に示す。上流側については流れの拘束を強く受けて、流れの速度が大きいほど逆方向の流れが存在する場合と比較して変動張力が小さくなっている(Fig.45)。この場合の索の上下角度の変化をみると、流れの速度が大きいとほとんど変動がみられなかった。また、下流側の $T_1$ についてはほとんど逆方向の流れの場合と較べて変化がない(Fig.46)。

#### 5.5 左右揺方向強制動揺時の変動索張力

前後揺方向の動揺と比較して、左右揺方向の短周期動揺は動的張力に対する影響は小さいと考えられる。しかしながら、ふれまわりのような長周期かつ大振幅の動揺を考慮するうえで、左右揺方向の動揺時の索張力の挙動を検討しておくことは重要である。ここでは、まず索の流れに対して一定の角度をもたせて短周期動揺した場合についての例をFig.47及び48に示す。図中には、流れのない場合のランプドマス法による動的張力の計算値に、流れの中の動揺のない場合の張力増加の計算結果を単純に重ね合わせたものを示す。Fig.47は、流れの上流側の張力について、静的張力を零レベルとして各周波数に対して変動索張力の最大値及び最小値を示したものである。この場合、流れの速度が大きくなっても、変動索張力に大きな変化はないが、計算値は実験結果より若干小さくなっている。変動索張力の最小値については、その一致度は比較的良いが、特に、最大索張力について計算とのずれが大きい。一般的な傾向としては動揺周波数に関係なく、変動索張力は一定値を示すようになっている。これは、左右揺方向の短周期動揺によって、索が水中を振動することによって生ずるいわゆるクロスフロードラッグが非常に小さいためである。

一方、下流側についても、動揺周波数に対して変動索張力はほぼ一定となったが、周波数が大きくなると若干変動索張力が大きくなる傾向を示している。しかしながら、Fig.49及びFig.50に示すように流れが順方向の場合には、流れの速度が大きくなると、特に、流れが2.0m/sとなると動揺周波数の増大に伴い変動索張力が増大し計算との一致が良くない。すなわち、上流側と同様に変動索張力の最大値が計算値よりも大きい。変動索張力の最小値についても計算値より高周波数領域で大きくなり、変動索張力が増大する一因となっている。この原因についてはさらに検討が必要である。なお、Fig.51に流れのない場合につい



て、長周期動揺0.1Hz(振幅150mm)と短周期動揺1.1Hz(振幅30mm)を合成した左右揺方向の動揺モードと索張力の実験結果と計算との比較を示した。図中には、索の法線方向の抗力係数のみを1.8に変化させた場合の計算結果も比較のために示しているが、あまり大きな変化はない。実験値からわかるように、長周期の張力波形に短周期の波形が重畳しており、さらに流れがないにもかかわらず渦放出などによる高周波数の振動がみられる。このように、大振幅左右揺がある場合、索の緊張度が増大するとそれによって張力が変化する。これは、前後揺変位の場合の張力波形と類似しており、計算値とも良く一致している。これにより、ランプドマス法が左右揺方向の動揺における索張力推定についても有効であることが確認できた。

## 6 波浪中曳航時の索張力の推定

### 6.1 主索とブライドルの索張力

索張力の解析にあたって、向波中における曳船側の主索の張力 $T_1$ と被曳航浮体側のブライドルの一端にかかる索張力 $T_2$ について、波浪中の船体運動、ふれまわり運動、索に対する曳航中の流れなどの影響を無視し、単純にその変動量と最大値を比較した結果をFig.52に示す。なお、図中の記号●▲は、スケグ付きを意味する。以下の図においてもこの記号の意味は同様である。図より、短波長領域の $\lambda/L$ が1.0以下では、両者の最大値の比は1~2程度であり、 $\lambda/L$ が1.0以上では約2.5となっていることがわかる。また、変動索張力についてもほぼ同様の割合となっている。これより、最大索張力について、長波長領域では2本のブライドルが索張力を分担するけれども、短波長領域を考慮すると、ブライドルは主索の強度と同程度のものが必要があることがわかる。さらに、静水中においてみられたふれまわり運動は、波浪中特に向波中においてはほとんど見られなかった。これは、波浪中では曳航索による減衰が大きく、曳航進路からの初期の偏りを与えても針路安定性が極めて良好であるためと考えられる。追波状態の場合を、Fig.53に示し、曳航速度は0.72m/secと0.5144m/secの2種類である。追波の場合、主索とブライドルの間の索張力の比に対する曳航速度の影響は顕著である反面、スケグの影響はそれほどはっきりでない。すなわち、追波中では曳航速度が遅いほうが、ブライドルの一端にかかる索張力が主索と同等となり、相対的にみると危険な状態になる。これより、曳航速度の索張力に与える影響は、追波中の場合のほうが向波中と比較して大きいことがわかる。また、ふれまわり運動がみられるようになるのが特徴である。これは、向波中に較べて索張力による減衰力が減少したことが原因である。

Fig.54に、曳引台車でバージを曳航した場合において、 $T_1$ と $T_2$ さらに運動と索張力との関係を示すために、被曳航浮体の前後揺の加速度と縦揺の波形の一例を示す。これにより、ふれまわり運動のない場合、 $T_1$ と $T_2$ の間には極めて安定した関係が得られ、曳船側の索張力がわかれば、被曳航浮体側の索張力をほぼ推定できる。また、運動と索張力の間には位相差が存在することが図から確認できる。

### 6.2 前後揺運動と変動索張力及び最大索張力

前後揺運動が変動索張力に与える影響を調べるために、規則向波中においてバージ及びセミサブを曳引台車で曳航した時の最大索張力( $T_{max}$ )及び変動索張力( $\Delta T_1$ )と前後揺( $X$ )の比を、波長を横軸にとって示したのがFig.55である。この場合の索長は24m一定である。曳船と被曳航浮体の距離をビデオトラッカーで正確に計測することは、索張力の推定に不可欠の要素であるが、今回のように長い索を用いる場合非常に難しいことがわかった。そこでバージの抵抗増加の理論計算結果[70][71]と前後揺運動の実験値を用い、さらにFylling[40]の簡易計算法により動的索張力を求め、最大索張力と前後揺運動の比を推定した。図中の実線が、その計算結果を示している。 $\lambda/L = 0.6$ 及び1.5を除いて、計算結果は実験の傾向を良く説明している。実験値が短波長領域でセミサブ、バージともに大きな値



を示しているのは、波漂流力の影響である。セミサブの場合、この短波長領域を除くと、変動索張力の振幅と前後揺振幅の比はほぼ一定値をとる。また、バージの場合はセミサブよりも波漂流力が大きい。λ/Lが1.5付近のピークを除けば、大きな値の変動はない。なお、バージの波浪中の変動索張力は、平水中ふれまわりによる張力の最大値に対して、約2倍程度である。また、一般に曳航ラインの剛性Kは次式で表される[40]。

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_E} + \frac{1}{K_G} \quad (6.1)$$

$$= \frac{\ell_0}{AE} + \frac{w^2 \ell_0^3}{12T_X^3} \quad (6.2)$$

ここで、

- $K_E$  : 弾性剛性
- $K_G$  : 幾何剛性
- $A$  : 索の断面積
- $E$  : 索の弾性定数
- $w$  : 索の単位長さ重量
- $\ell_0$  : 索長
- $T_X$  : 曳航索端部の水平方向張力である。

波漂流力の影響の大きい短波長領域では、索の中央部の弛みが小さくなり、索がほとんど緩むことなく伸びる状態となる。この場合、索のパネ定数は弾性剛性 $K_E$ に近づくことになる。したがって、 $K_E$ を用いて索張力変動の上限をほぼ推定できる。この場合の $K_E$ の値を示したのが、図中の破線である。短波長領域で実験値はこの値を越えているが、これは抵抗増加の増大に対して前後揺運動がこの領域で非常に小さくなるためである。これより、Fylling[40]の簡易な推定法は、短波長領域を除く範囲で適用できることがわかった。

### 6.3 不規則波中の運動と索張力

一般に曳航における索張力については、その変動振幅と最大値の推定が重要である。そこで、不規則波中での索張力 $T_1$ の振幅分布及び正の極大値分布を求め、瞬時値の標準偏差に対する平均値との比、1/3最大平均値との比、1/10最大平均値との比及び最大値との比を、バージ及びセミサブについてFig.56~59に示す。振幅分布に関するこれらの値は、索張力波形が非線型であるため、最大値に関するばらつきは大きい。セミサブ及びバージとも索張力の標準偏差に対する平均値の比は約2.0、1/3最大平均値との比は約3.6、1/10最大平均値との比は約5.0及び最大値との比は約6.5である。また、最大値にばらつきがあるものの、曳引台車による曳航及び曳船による曳航の両者ともにそれぞれの平均値は、索長及び船速の違いによらずほぼ等しい。一方、正の極大値分布については、標準偏差の増加とともに、標準偏差との比は大きくなり、レーリー分布を仮定したときの値と比較すると非

線型影響により非常に大きい。向波中での索長の短い場合に、大きな極大張力が発生している。

次に、曳航時の索張力の瞬時値分布、振幅分布及び極大値分布に3次のHermite momentモデル(付録C)をフィッティングすることを試みた[72]。使用したデータは、バージを曳船によって曳航した場合で索長は40m、24m及び16mである。なお、Fig.60に3つの場合の平均張力を0とした時系列を示す。これらの場合の平均索張力はほぼ等しくなっている。フィッティングには、索張力の瞬時値分布における歪度と尖度を使用した。索長が短くなるに従い非線型性が増し、索長が16mの場合、索張力波形が強い非線型になっていることよくわかる。Fig.61~Fig.63に実測結果とフィッティングの結果を示す。Fig.61は、3つのケースの中では最も非線型の弱い場合であり、図中の実線でそれを示す。Hermite momentモデルは、一点鎖線で示すガウス分布よりも実験値を良く説明している。極大値分布についてもほぼ実験値と合致している。振幅分布については、実験点数も少ないためか若干ずれがある。一点鎖線はレーリー分布を表す。Fig.62は、索長24mの場合であるが、瞬時値分布については実験と良く合っている。他の分布については、索長40mと比較するとその一致度は良くない。さらに、索長の最も短い16mの強非線型の場合になると、このモデルの適用限界を越えている。すなわち、正規確率過程にある一価関数を適用することにより、非正規確率過程を一義的に表現が可能となるのがこのモデルの特徴であるが、今回適用した3次のHermite momentモデルでは適用が困難であった。しかしながら、瞬時値分布の最大値に関しては、いずれの場合についてもHermite momentモデルによる推定値が実験値よりも大きく安全側であった。

Fylling[40]は、曳船のかわりにバネと索を用いて、剛性を種々変化させた波浪中の実験を行った。その結果、前後揺運動と索張力のそれぞれの低周波数成分については、尖度と歪度の間にある一定の関係が得られることを示した。ここでは、曳船側の索張力についての尖度及び歪度の間をFig.64に示す。Fig.64は、曳引台車及び曳船で曳航したすべての場合について、被曳航浮体の種類の影響をみるためにバージとセミサブの記号を区別している。これをみると、ほとんどすべてのデータが正の歪度をとっており、尾股[72]らの係留ラインの張力の歪度と比較するとやや大きい。また、バージの場合のほうが若干傾向がまとまっているが、全般的に種々な実験状態を包含しているにもかかわらず特異な点もなく一義的に表現できる。また、Fig.65は、索長による減衰力の影響をみるために、記号を区別して表しているが、特に索長の違いによる傾向はでない。さらに、Fig.65~67には、曳船と被曳航浮体の運動に関する同様のデータを示している。これより、曳船の縦揺の歪度は、ほとんどの場合負の値を示しており、被曳航浮体であるバージの縦揺と前後揺の歪度と尖度のデータは索張力のそれと類似したものとなっている。

このように、尖度の大きい場合を除いて、Hermite momentモデルにより索張力の統計分布は良く表現でき、被曳航浮体、索長、曳航速度の相違した種々な実験状態であるにもかかわらず、非線型な索張力の尖度と歪度にはある一定の関係があることがわかった。しかしながら、この手法を適用するには最大索張力の推定のために尖度と歪度を予測する必要があるため、今回考慮しなかった変動波漂流力を想定した長周期運動を含むシミュレー



シオン計算を行い検討しなければならない。

#### 6.4 索張力の曳船及び被曳航浮体の運動への影響

曳航時の曳船及び被曳航浮体の運動により、曳航索には動的張力が生ずるが、逆に曳航索張力によって曳船と被曳航浮体の運動にどのような影響がでるのかを調べた。曳船及び被曳航浮体の運動特に縦揺について、その振幅分布において標準偏差に対する平均値、1/3 最大平均値、1/10 最大平均値及び最大値のそれぞれの比をとったものを Fig.68~72 に示す。曳船による曳航の場合、バージ及びセミサブを曳航したときの曳船の縦揺をとったものが Fig.68及び69である。いずれの場合も最大値の期待値のばらつきを除いて、ほぼレーリー分布のそれに一致していることがわかる。このときの被曳航浮体の縦揺に関するものが Fig.70及び Fig.71であるが、曳船の場合と同じである。また、Fig.72にバージを曳引台車で曳航した場合について示す。この場合、標準偏差が大きくなると各期待値が若干ではあるが小さくなっている。これについては、索張力の運動に対する影響が考えられるが、今後さらに検討が必要である。

一方、正の極大値分布に関して、その比も検討している。曳船による曳航の場合、曳船と被曳航浮体の縦揺についてそれぞれ Fig.73と Fig.74に1例として示されている。また、バージの前後揺運動の結果を Fig.75に示す。それぞれの場合で、運動の結果は索張力の場合と異なり、レーリー分布の仮定による推定値とよく一致している。さらに、Fig.76には、正の極大値分布に関して、曳引台車でバージを曳航した場合の縦揺についての各期待値を示している。図より、実験結果はレーリー分布からの推定値よりも若干小さいことがわかり、曳引台車による曳航の影響が現れている。

Fig.77~79には、索長が16mの場合の曳船の縦揺とバージの縦揺及び前後揺の瞬時値分布を示している。これらの場合は索長の影響が最も大きく、非線型性が強いと考えられるが、実験結果はガウス分布からそれほど偏った分布にはなっていない。したがって、曳船及び被曳航浮体の運動に対する索張力の影響はかなり小さいと考えられるが、その逆は必ずしもそうではない。

次に、運動の応答関数について、Fig.80~82に向波中においてバージを曳船で曳航した場合で、Fig.60で示した3種類の索長の違うケースをとりあげて調べた。Fig.80は、曳船の縦揺の応答関数であるが、索長による差異はほとんどない。Fig.81及び Fig.82に被曳航浮体の縦揺と前後揺の応答関数を示すが、これもやはり索長による差異はほとんどみられない。また、Fig.83及び Fig.84に曳引台車でバージを曳航した場合について、縦揺と前後揺の応答関数を示し、図中にストリップ法による計算結果を細い実線で示した。縦揺については、Fig.81と比較してわかるように索長によって差がでている。さらに、計算結果と比較して低周波数領域で実験値が大きくなっている。前後揺の場合、低周波数領域以外では索長による差はないが、ストリップ法の計算結果とは一致していない。このように減衰力の大きい曳引台車による曳航の場合に、運動が大きくなる傾向にある。

#### 6.5 索長の索張力への影響

没水した索は、曳航時の索張力に対して減衰効果を有している。索が完全に没水した状態で、索の一端を固定し他端を水平方向に曳いた場合に生ずる動的な索張力を推定する簡易な手法が Fylling[40] によって示されている。ただし、索中央の弛みは2点間の距離と比較して十分小さいとする。これによると、張力増加 $\Delta T$ は2種類の成分からなっている。ひとつは、静的位置 $\Delta X$ から変位することによる静的張力増加 $\Delta T_S$ で、もうひとつは動的張力 $\Delta T_D$ ある。索が緩むと静的張力 $T_S$ から索張力は減少し、緊張すると $T_S$ から増加する。それゆえに索張力変動は静的張力 $T_S$ からの増減値のそれぞれの和となる。動的張力 $T_D$ は、次式で与えられる。[40]

$$T_D = \frac{11}{1920} \frac{w_0 \ell c^3 \rho C_D T_S'^2}{T_S^3} \dot{c} | \dot{c} | \quad (6.3)$$

$$T_S' = \frac{\partial T_S}{\partial c} \quad (6.4)$$

ただし、

- $w_0$  : 単位長さ当たりの索重量
- $d$  : 索の直径
- $\ell$  : 索長
- $C_D$  : 抗力係数
- $c$  : 索の両端点間の水平距離
- $T_S$  : 静的索張力
- $\rho$  : 水の密度

である。これを利用して曳航時の索長と索張力との関係を考える。いま、異なった索長 $\ell_i$ と $\ell_j$ を使用した場合の動的張力 $T_{D_i}$ 及び $T_{D_j}$ の比較を試みる。被曳航浮体が同一であれば、索による抵抗の差を無視して、平水中の静的張力は同じと考えると、

$$T_{S_i} = T_{S_j} \quad (6.5)$$

が成り立つ。また、曳航速度が同じで、索を曳く速度 $\dot{c}$ も同じとすると、

$$\dot{c}_i = \dot{c}_j \quad (6.6)$$

が成り立ち、(6.3)式より、

$$\frac{T_{D_i}}{T_{D_j}} = \left(\frac{c_i}{c_j}\right)^3 \left(\frac{\ell_i}{\ell_j}\right) \left(\frac{T_{S_i}'}{T_{S_j}'}\right)^2 \quad (6.7)$$

が得られる。ここで、索の中央部の弛みが小さいと仮定すると次式が成り立つ。

$$c = 2 \frac{T_S}{w_0} \sinh^{-1} \left( \frac{w_0 \ell}{2 T_S} \right) \quad (6.8)$$



これより,

$$\frac{\partial T_S}{\partial c} = \frac{12T_S^3}{w_0^2 \ell^3} \quad (6.9)$$

となる。(6.7)式に(6.9)式で求めた $T_{S_i}'$ 及び $T_{S_j}'$ を代入して,

$$\frac{T_{D_i}}{T_{D_j}} = \left(\frac{c_i}{c_j}\right)^3 \left(\frac{\ell_j}{\ell_i}\right)^5 \quad (6.10)$$

となる。ここで,

$$\frac{c_i}{c_j} \cong \frac{\ell_i}{\ell_j} \quad (6.11)$$

が成り立つと仮定して、次式が導ける。

$$\frac{T_{D_i}}{T_{D_j}} \cong \left(\frac{\ell_j}{\ell_i}\right)^2 \quad (6.12)$$

上式より、異なった索長をもつ曳航索を長手方向に同一速度で曳く場合、動的張力の大きさは索長の2乗に反比例することがわかる。

実際にバージを曳船で曳航した場合について、波浪中での索張力の瞬時値の平均値と索張力変動の1/3最大平均値との比、1/10最大平均値との比及び最大値との比をFig.85に示す。図中の実線は、それぞれの索張力の瞬時値の平均値がほぼ同じ場合の実験点の平均線を表している。索長が短くなると、それぞれの期待値は急激に増大することがわかる。

## 6.6 模型と実船で使用する索の相似則

6.2章で示したように、一般に索の剛性 $K$ は、弾性剛性 $K_E$ と幾何剛性 $K_G$ からなる。 $K_E$ は索の材料特性そのものによって決定され、 $K_G$ は索の自重とその緊張度によって決まる。付録A.2より、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} c &= 2 \frac{T_S}{w} \sinh^{-1} \frac{w\ell}{2T_S} \\ &\cong 2 \frac{T_S}{w} \left\{ \frac{w\ell}{2T_S} - \frac{1}{6} \left( \frac{w\ell}{2T_S} \right)^3 \right\} \\ &= \ell - \frac{w^2 \ell^3}{24T_S^2} \end{aligned} \quad (6.13)$$

となる。よって、

$$\frac{1}{K_G} = \frac{\partial c}{\partial T_S} = \frac{w^2 \ell^3}{12T_S^3} \quad (6.14)$$

が成り立つ。また、

$$\frac{1}{K_E} = \frac{\ell}{AE} \quad (6.15)$$

となる。曳航模型実験では、模型索の単位長さあたりの重量に関してのみ相似則を満足している。すなわち、縮率1/25、直径50mmの鋼索を想定し、模型実験では直径2mmの鋼索を使用した。したがって、幾何剛性 $K_G$ に関する相似性は満足されている。縮率の逆数を $\alpha$ として、模型を意味する添字を $m$ 、実船を意味する添字を $s$ とすると、実船の索の単位長さあたりの重量 $w_s$ 、模型のそれの $w_m$ との関係は次式となる。

$$w_s = \alpha^2 \times w_m = 10.5(\text{kg/m})$$

一方、模型の弾性剛性は、

$$\begin{aligned} A_m &= 1.765 \times 10^{-6}(\text{m}^2) \\ E_m &= 9000(\text{kgf/mm}^2) \\ A_m E_m &= 1.59 \times 10^4(\text{kgf}) \end{aligned}$$

となる。これを実船に換算すると、

$$A_s E_s = A_m E_m \alpha^3 = 2.48 \times 10^8(\text{kgf})$$

となる。また、Fylling[40]によれば、直径40mm~80mmの鋼索について、次の関係が成り立つ。

$$A_s E_s = r_s d^2(N) \quad (6.16)$$

ここで、 $r_s$ は定数で $r_s = 57000$ である。したがって、 $A_s E_s$ の値は次式となる。

$$A_s E_s = 1.45 \times 10^7(\text{kgf})$$

したがって、

$$\frac{1}{K_{Em}} = \frac{\ell_m}{A_m E_m} = \frac{\ell_m}{1.59 \times 10^4}(\text{m/kgf}) \quad (6.17)$$

$$\frac{1}{K_{Es}} = \frac{\ell_s}{A_s E_s} = \frac{\ell_s}{1.45 \times 10^7}(\text{m/kgf}) \quad (6.18)$$

となり、これより、実船と模型に使用する索の弾性剛性の比は次式となる。

$$\frac{K_{Es}}{K_{Em}} = 9.12 \times 10^2 = 36.5$$

相似則が満足されているとすると、実船と模型の索の弾性剛性の比は、

$$\frac{K_{Es}}{K_{Em}} = \frac{\ell_s}{\ell_m} \frac{A_m E_m}{A_s E_s} = \frac{1}{\alpha} \alpha^3 = 25^2 = 625$$

でなければならない。このことから、模型の弾性剛性は実際よりも、約17倍大きく設定したことになる。その分、模型実験においては幾何剛性とのバランスが崩れている。

Fylling[40]によれば、実機の鋼索の $K_{Es}$ と $K_{Gs}$ の比を次式で表現できる。

$$\frac{K_{Es}}{K_{Gs}} = \frac{2.3 \times 10^{-8} \ell^2}{\eta^3} \quad (6.19)$$



ここで、 $\eta$ は荷重比で、索にかかる荷重と破断荷重の比で表される。荷重比が仮に0.2、索長が400mとすると、 $K_{Es}/K_{Gs} = 0.46$ となり  $K_{Es}$ は  $K_{Gs}$ の約半分である。一方、模型実験に関する  $K_{Em}$ と  $K_{Gm}$ の比は、次式となる。

$$\frac{K_{Em}}{K_{Gm}} = \frac{w_m^2 \ell_m^3 A_m E_m}{12 T_{Sm}^3 \ell_m} = \frac{w_m^2 \ell_m^2 A_m E_m}{12 T_{Sm}^3} \quad (6.20)$$

索張力が非線型となる極端な場合を考えて、平均的な索張力  $T_{Sm}$ を4kgf、 $\ell_m$ を16mとすると、 $K_{Em}/K_{Gm} = 1.19 \times 10^{-6}$ である。このことから、模型実験は実船と比較して、極端に弾性剛性が支配的な系であることがわかる。

## 7 結論

曳航時に働く変動索張力の確率的手法による推定を行い、以下のような結論を得た。

- (1) 曳航時の緊張した索に働く動的張力を表現するために、抗力項と非線型復元力項を用いた理論モデルを提案した。また、本理論モデルを用いて、変動索張力の確率密度関数、アップクロスの期待値及び最大極大値の期待値を求める式を導いた。
- (2) 簡易推定法を用いて、理論モデルにおける抗力項及び非線型復元力項の定数を決定し、ランプドマス法による変動索張力の数値計算結果と比較し良く合うことがわかった。さらに、変動索張力の確率密度関数の理論値とシミュレーション計算による瞬時値分布は良く合致した。
- (3) 変動索張力を構成する成分である抗力項、復元力項及び慣性力項のそれぞれの影響を検討した。その結果、提案した理論モデルは、変動索張力の最大極大値の期待値を安全側に評価することを確認した。  
また、代表的な海洋構造物であるバージとセミサブの模型を使用して、平水中曳航実験を行い、以下の結論を得た。
- (4) 今回提示した索張力係数  $C_{T1}$ を用いると、平水中曳航時の索張力を比較的広範囲の試験状態に対して一義的に表現することができるとともに、衝撃的な張力も推定できることから曳航時における索張力を評価する基準となり得る。
- (5) 曳船による曳航の場合のふれまわり運動時には、索張力係数  $C_{T1}$ は曳航索の水平角度の振幅  $\theta_{1ta}$ に関係なく一定値をとり、曳航速度が決定されると索張力  $T_{1sp}$ を推定することが可能である。また、最大索張力は、大きくふれまわった場合でも最大で  $T_{1sp}$ の2倍程度であり、曳引台車で曳航した場合の最大索張力の1/5程度である。
- (6) バージにスケグを付加することにより、平水中曳航時の保針性の向上が図られるとともに衝撃的張力の発生を軽減できる。
- (7) セミサブ型の海洋構造物を曳航する場合、ブレースが没水するか否かで曳航抵抗に大きな影響を与える。
- (8) 平水中のふれまわり時の索張力は、準静的な解析法で推定できる。  
さらに、曳航索の動的張力を解明するために、静水中及び潮流中において、前後揺及び左右揺方向に振動する索の挙動を主に実験的に調べ、3次元のランプドマス法などによる動的張力の計算及び潮流のみによる静的な張力増加の計算を、重ね合わせの原理を適用して実施した。その結果、以下のことが明らかになった。
- (9) 曳航索の強制前後揺試験を行い、索の動的張力の実験と計算を比較した。索が弛緩した状態の場合、Fylling[40]の簡易推定式は有効であるが、索が緊張する場合はランプ



ドマス法[45]あるいはShin[33]による推定手法が実験とよく一致し、衝撃張力の生ずる場合でもShinの方法は実験との対応が良かった。

- (10) 流れによる索張力の増加は、ランプドマス法によって推定が可能である。また、流れによる抗力を考える場合、特に上流側の静的張力の増加に関して、計算で使用する接線方向の抗力係数の相違が結果に大きく影響を与える。
- (11) 流れが存在する場合は、流れの上流側の索張力は計算値と実験結果は良く一致したが、下流側の索張力については流れの速度及び動揺周波数が大きくなると、変動索張力が小さくなり重ね合わせの原理が適用できなくなることがわかった。このとき、変動索張力の負側の索張力については、実験値の傾向が計算と逆になった。これは、索の流れによる変形が主要因である。
- (12) 流れが存在しない場合、長周期と短周期動揺を重ね合わせた動揺モードについても、索張力の実験結果は時系列シミュレーション計算と比較して良い一致を得た。特に、左右揺方向の動揺モードについても、良好な結果が得られた。
- (13) 流れの中の左右揺方向の強制動揺実験結果において、流れが存在する場合には流れが存在しない場合と比較して、高周波数領域で下流側の変動索張力が計算よりも大きくなる傾向を示す。  
さらに、波浪中曳航実験を行い、索張力の推定を試み、次のような結論を導いた。
- (14) 被曳航浮体の索張力は、短波長領域において最大で曳船の索張力とほぼ同等になるので、ブライドルは索の強度と同程度のものが必要である。
- (15) セミサブの変動索張力は、短波長領域を除いて、大略前後揺運動により推定できる。
- (16) Hermite moment モデルを、曳航時の索張力の統計分布に適用した結果、索長が船長の4倍程度の強非線型な索張力を発生するような場合を除くと、Hermite moment モデルは、実験と良く一致しその最大値の予測は安全側の推定値を与える。
- (17) 曳船で曳航した場合、索張力の曳船及び被曳航浮体の運動に与える影響は小さい。

今後の課題として、流れによって索が大変形した場合についても考慮することのできる計算手法の開発が考えられる。

## 謝辞

本研究に関して終始著者を励まし、本論文に関する貴重な御助言をいただき、熱心な御指導をしていただいた大阪大学内藤林教授に対して心から感謝の意を表します。同じく本論文について、貴重な御助言を頂いた、大阪大学浜本剛実教授、同鈴木敏夫教授ならびに九州大学応用力学研究所小寺山亘教授にお礼申し上げます。著者の実験において、実験方法などについて常に新しいアイデアをいただき、共に本研究を遂行していく上での支えとなっていた船船技術研究所海洋開発工学部山川賢次主任研究官には、特にこの場を借りてお礼を申し上げます。また、模型実験及び実機実験を遂行するにあたり御協力を戴きました、メガフロート技術研究組合大川豊主任研究員(研究当時、船船技術研究所海洋開発工学部)、矢後清和主任研究官、星野邦弘研究官、國分健太郎研究官、運動性能部野中晃二室長、原口富博室長、二村正研究官に感謝の意を表します。曳航実験に参加、御協力いただいた海上保安庁関係者の方々、巡視船「のじま」の計測データを提供していただいた三井造船の関係者の方々に感謝の意を表します。メガフロート浮体ユニットの曳航実機実験の実施にあたり、御協力頂いた三井造船(株)及びサノヤス・ヒシノ明昌(株)の関係各位に謝意を表します。

本研究を遂行するにあたり、ランプドマス法の計算プログラムを使用させていただき、御討論を賜った理化学研究所の中嶋俊夫博士に感謝の意を表します。運動性能部上野道男主任研究官には抵抗増加の計算プログラムを使用させていただいた。さらに、研究当時客員研究員として船船技術研究所に在籍された蔚山大学申鉉慶助教授には、動的索張力の計算をしていただき、曳航問題に関して経験に基づいた有益な御助言を多々賜った。また、本研究を始める動機を与えて下さり、貴重な御討論をして下さった船船技術研究所海洋開発工学部大松重雄室長に対しては、著者の深謝の意を表します。研究当時、著者の執筆に絶えず勇気づけ下さり、励ましていただいた海洋開発工学部井上令作前部長及び菅信部長に感謝の意を表します。

最後に、著者の研究の精神的な支えとなってもらった妻倫子に感謝します。



## 参考文献

- [1] 前田久明,西本和生,増田光一; 海洋構造物の海難事故統計, 日本造船学会第7回海洋工学シンポジウム, 昭和59年6月
- [2] 航洋引船の曳索の切断事故と曳航配置の実態調査報告書, 日本作業船協会, 昭和61年3月
- [3] 安藤定雄,加藤俊司; 鉄鎖係留ラインの静的特性と動の変動張力特性について, 西部造船会会報, 第66号, 1983, pp.191-207
- [4] 加藤俊司,木下健,日根野元裕; 海洋工学における非線形応答の確率論的取扱い, 日本造船学会誌第699号, 1987, pp.560-592
- [5] 小寺山 亘; 係留浮体の運動と係留鎖張力について, 西部造船会会報, 第53号, 1977
- [6] Tung C.C., ;Statistical Properties of Wave Force, Journal of the Engineering Mechanics Division, 1975
- [7] Tung C.C., ;Peak Distribution of Random Wave-Current Force, Journal of the Engineering Mechanics Division, 1974
- [8] Tung C.C., Huang N.E.,;Combined Effects of Current and Waves on Fluid Force, Ocean Engng. Vol.2, 1973
- [9] Tung C.C., Huang N.E., ;Statistical Properties of Wave-Current Force, Journal of the Engineering Mechanics Division, 1973
- [10] Pierson, Jr. W.J., Holmes P.; Irregular Wave Force on a Pile, Journal of the Waterways and Harbors Division, Proceedings of ASCE, Vol.91, No.WW4, 1965
- [11] Borgman, L.E.,; Statistical Models for Ocean Waves and Wave Forces, Advances in Hydroscience, Vol.8, Edited by Chow V.T., Academic Press, New York, 1972
- [12] Vinje, T.; Statistical Distributions of Hydrodynamic Forces on Objects in Current and Waves, Norwegian Maritime Research, Vol.8 No.2, 1980, pp.20-26
- [13] Naess, A.; On a Rational Approach To Extreme Value Analysis, Applied Ocean Research, Vol.6, No.3, 1984
- [14] Naess, A.; Prediction of Extremes of Morison-Type Loading - An Example of a General Method, Ocean Engineering, Vol.10, No.5, 1983, pp.313-324
- [15] Moe, G., Crandall, S.H.; Extremes of Morison-type Wave Loading on a Single Pile, Transactions of ASME, Journal of Mechanical Design, Vol.100, 1977
- [16] Bishop S.R., Virgin L.N.; The Onset of Chaotic Motions of a Moored Semi-submersible, OMAE, Vol.2, 1987
- [17] 原 正一; 曳航時の索張力の確率的手法による推定, 関西造船協会誌第226号, 平成8年9月
- [18] 井上正祐, 磯崎貞雄, 葛西宏直, 久保山種一, 山下保己; 被曳船の進路安定, 西部造船会会報第42号, 昭和46年5月
- [19] 井上正祐, 林承治; 被曳船の進路安定(続), 西部造船会会報第43号, 昭和46年11月
- [20] 林承治; 被曳船の定常旋回, 日本造船学会論文集第137号, 昭和50年5月
- [21] 井上正祐, 貴島勝郎, 村上正義, 坂田公男, 林承治; 被曳船バージ船型の進路安定性に関する一考察, 西部造船会会報第50号, 昭和50年5月
- [22] 林承治; 被曳船の旋回, 日本造船学会論文集第138号, 昭和50年11月
- [23] Bernitsas M.M., Kekridis N.S., Papoulias F.A.; Solution of the Problem of Ship Towing by Elastic Rope Using Perturbation, Journal of Ship Research, Vol.30, No.1, 1986
- [24] Bernitsas M.M., Kekridis N.S.; Nonlinear Stability Analysis of Ship Towed by Elastic Rope, Journal of Ship Research, Vol.30, No.2, 1986
- [25] 原 正一, 山川賢次, 星野邦弘; 平水中曳航時の索張力に関する研究(第1報: 平水中の挙動), 関西造船協会誌, 第219号, 平成5年3月
- [26] 原口富博, 二村正, 野中晃二, 吉野良枝; 海洋構造物の曳航の研究(1) 平水中の曳航運動について, 第52回船舶技術研究所講演発表論文集, 昭和63年11月
- [27] Huang S., Vassalos D.; A Numerical Method for Predicting Snap Loading of Marine Cables, Applied Ocean Research, Vol.15, 1993
- [28] Huang S., Vassalos D.; Snap Loading of Marine Cables, ISOPE, Vol.2, 1994
- [29] Inoue Y., Nakamura T., Miyabe H.; On the Dynamic Tension of Towline in Ocean Towing, OMAE Vol.1-B, 1991
- [30] Inoue Y., Surendran S., Shimizu T.; Dynamic Tension Analysis of Surface Towing System, Japanese Society of Naval Architects, 1994
- [31] Jain R.K.; A Simple Method of Calculating the Equivalent Stiffnesses in Mooring Cables, Applied Ocean Research, Vol.2, No.3, pp.139~142, 1980
- [32] Milgram J.H., Triantafyllou M.S. et al.; Seakeeping and Extreme Tensions in Offshore Towing, SNAME Transactions, Vol.96, 1988



- [33] Shin, H., Triantafyllou M.S. ;Extreme Tensions in a Snapping Cable, 10th Ocean Engineering Symposium, SNAJ, 1991
- [34] Shin, H.,Triantafyllou M.S. ;Dynamic Analysis of Cable with an Intermediate Submerged Buoy for Offshore Applications, OMAE, 1989
- [35] Shin, H.; Analysis of Extreme Tensions in a Snapping Cable, ISOPE, 1991
- [36] Hara S., Yamakawa K. ;Study on the Towline Tension During Towing;(2nd report;Behavior of the Towline in Waves) Journal of Kansai Society of Naval Architects, Vol.220, 1993
- [37] Hara S., Yamakawa K.; On the Dynamic Towline Tension During Towing, ISOPE, Vol.2, 1994
- [38] Fylling I.J.;Cable Dynamics Comparison of Experiments and Analytical Results, Technical Report, R-89-79, Ship Research Institute of Norway, 1979
- [39] Frimm F.C.;Non-linear Extreme Tension Statistics of Towing Hawsers,Ph.D.thesis, M.I.T. Cambridge,Mass., 1987
- [40] Fylling I.J.;Analysis of Towline Forces in Ocean Towing Systems.Ph.D Thesis, Norwegian Institute of Technology, 1979
- [41] 島田潔,小林正典,日根野元裕;係留ラインの張力に対する動的影響について,西部造船会会報,第60号,昭和55年
- [42] Larsen C.M., Fylling I.J. ;Dynamic Behavior of Anchor Lines, Norwegian Maritime Research, No.3, 1982
- [43] Blied A.,Koterayama W.,Triantafyllou M.S.; Dynamics of a Mooring Line Excited by an Ocean Structure in a Current, OMAE, Vol.3, 1986
- [44] 原 正一,山川賢次,申鉉慶;潮流中で振動する索に働く張力に関する研究,関西造船協会誌,第226号,平成5年9月
- [45] 中嶋俊夫;質点系モデルによる各種係留ラインの動的解析に関する研究,東京大学博士論文,昭和55年12月
- [46] 山川賢次,原 正一 ;実海域実験用大型浮体ユニットの曳航試験,第66回船舶技術研究所研究発表会講演集,平成7年11月
- [47] 原 正一,山川賢次,國分健太郎,岩井勝美;浅喫水箱型浮体の曳航に関する研究(模型実験と実機実験との比較),関西造船協会誌,第227号,平成9年3月(投稿中)
- [48] 井上令作他;浮遊式海洋構造物の実海域実験,船舶技術研究所報告,別冊第13号,平成4年1月

- [49] 山川賢次,原正一,実験用海洋構造物の曳航,関西造船協会誌,第220号,平成5年9月
- [50] 山川賢次,原 正一,元良勇太郎,岩崎達彦;実験構造物の曳航実験,第56回船研講演集,平成3年12月
- [51] Hara S., Yamakawa K.;Towing Experiment of Proto-type of Floating Offshore Platform,Underwater Technology 94,1994
- [52] Starmore, N., Halliday, M.G., Ewers, W.A.;Barge Motions and Towline Tensions, International Symposium on Ocean Engineering Ship Handling, 1980
- [53] 第1~7回海上保安庁曳航問題検討会資料,平成2年2月~平成3年12月
- [54] Hara S., Yamakawa K.,Maruyama H., Takahashi R.; At-sea Towing Experiment Using Patrol Boats,Journal of Kansai Society of Naval Architects, Vol.221,1994
- [55] 山川賢次,原正一,山本誠一郎;ケーブル敷設台船の曳航索張力の実船計測,平成4年度資源・素材関係学協会合同秋季大会,平成2年10月
- [56] 中村彰一,内藤林,古金谷圭三;不規則波における吸収波浪パワーについて,関西造船協会誌,第185号,1982, pp.79-86
- [57] アタナシアスパボリス;工学のための応用確率論(基礎編),東海大学出版会
- [58] Ochi M.K.;Applied Probability & Stochastic Processes in Engineering & Physical Sciences, Wiley-Interscience
- [59] 安藤定雄;索鎖の流体力について(その1部分模型),西部造船会会報,第50号,昭和50年5月
- [60] 山内保文;不規則現象論,海文堂
- [61] Rice S.O.;Mathematical Analysis of Random Noise, selected paper on Noise and Stochastic Processes, Dover, 1954
- [62] Nigam N.C.;Introduction to Random Vibrations,M.I.T.Press, Cambridge Mass., 1983
- [63] 原口富博,二村正;ビデオトラッカーを用いた三次元運動計測法について,船舶技術研究所報告第27巻第5号,平成2年11月
- [64] 野中晃二,原口富博,二村正,吉野良枝;海洋構造物の曳航の研究(3)平水中の曳航運動の推定,第54回船舶技術研究所講演発表論文集,平成元年11月
- [65] 真鍋榮毅他;混合法によるケーブルネットの解析(その(1)不安定架構の性質およびリンク機構の解析),日本建築学会論文報告集,第218号,昭和49年4月



- [66] 真鍋栄毅他;混合法によるケーブルネットの解析(その(2)幾何学的非線形問題の厳密解),日本建築学会論文報告集,第220号,昭和49年6月
- [67] Skop,R.A., O'Hara,G.J.; The Method of Imaginary Reactions, MTS journal, Vol.4, No.1, 1970
- [68] 宮崎芳夫,小池孝知,佐藤要;一様な流れの中に置かれた錨鎖の形状と張力に関する研究—錨鎖の流体的特性について—,日本航海学会論文集,Vol.61,昭和54年10月
- [69] 海洋構造物の深海係留に関する調査研究,日本造船研究協会第187研究部会報告書,昭和58年3月
- [70] 丸尾 孟,石井昭良;簡易化公式による向い波中抵抗増加の計算,日本造船学会論文集,第140号,昭和51年12月
- [71] 藤井 齊,高橋雄;肥大船の波浪中抵抗増加に関する実験的研究,日本造船学会論文集,第137号,昭和50年6月, pp.132-137
- [72] 尾股貞夫,大松重雄;浮遊式海洋構造物の実海域実験(その7.係留ラインの張力特性),日本造船学会論文集,第171号,平成4年11月
- [73] Winterstein, S.R.; Nonlinear Vibration Models for Extremes and Fatigue, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol.114, No.10, 1988
- [74] Winterstein, S.R.; Non-normal Responses and Fatigue Damage, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol.111, No.10, 1985
- [75] 海洋開発工学部; POSEIDON号の曳航抵抗及び追従性報告,実海域実証研究共同研究協議会資料,昭和61年11月
- [76] Isherwood, R.M. ; Wind Resistance of Merchant Ships, RINA, 1972
- [77] 鞠谷宏士,鶴田三郎,福谷恒男;錨鎖張力の動的解析に関する実験研究,日本航海学会論文集,昭和58年
- [78] 大川 豊,大松重雄,大都留喬久,井上令作,田中義久,山川賢次;実海域実験構造物に関連する実機実験,第48回船研講演集,昭和61年11月
- [79] Shin H.,Yamakawa K.,Hara S.; Laboratory Tests on Synthetic Fiber Ropes, OMAE, Vol.1, 1994

## 付録

### A 動的索張力の簡易推定法

#### A.1 簡易法

##### A.1.1 仮定と基礎式

曳航索ラインの端点を上下揺あるいは前後揺の正弦運動させるとき,曳航索ラインの各部に働く張力を求める理論式を導くために次のような仮定をおく.

- (1) 曳航点の動揺は微小振幅の正弦運動であり,これによる曳航索ラインの各部の動揺振幅も微小である.
- (2) 曳航索ラインの各部の動揺は準静的であり,曳航索ラインは動揺中もカタナリ形状を保つ.

Fig.86に示すように,曳航索ラインの端点を座標の原点にとると,次の関係が得られる.

$$z = a \cosh \frac{b}{a} - a \cosh \frac{b-x}{a} \quad (\text{A.1})$$

ここで, $a$ 及び $b$ は曳航索ラインの水平距離 $x_0$ ,垂直距離 $z_0$ によって定まる定数であり, $b$ は曳航索ラインの原点から最下点までの水平距離を表す.また,曳航索ラインにそった座標をとると,曳航索ラインの任意の位置 $p(x, z; \ell)$ の座標には次の関係がある.

$$\ell = a \sinh \frac{b}{a} - a \sinh \frac{b-x}{a} \quad (\text{A.2})$$

さらに,曳航索ライン上の任意点 $p$ における張力の $x$ 及び $z$ 方向の成分は

$$T_x = a w_0 \quad (\text{A.3})$$

$$T_z = (\ell - \ell') w_0 \quad (\text{A.4})$$

となる.ここで, $w_0$ は曳航索ラインの水中における単位長さ当たりの重量であり, $\ell'$ は曳航索ラインにそった原点から最下点までの長さで次式で表される.

$$\ell' = a \sinh \frac{b}{a} \quad (\text{A.5})$$

##### A.1.2 曳航点の動揺による曳航索ラインの動揺変位

曳航点 $p_0$ が微小振幅 $\xi_A$ ,動揺周波数 $\omega$ で

$$\xi = \xi_A \sin \omega t \quad (\text{A.6})$$

なる上下揺あるいは前後揺をする場合の曳航索ライン各点での動揺変位を求める.動揺変位が微小であるので,(A.1)及び(A.2)式の両辺を微分し,演算を行うことにより曳航索



ラインの任意点  $p(x, z)$  の  $x$  及び  $z$  方向の微小増分  $\Delta x, \Delta z$  を, 次式のように  $a$  及び  $b$  の微小増分  $\Delta a$  と  $\Delta b$  で表すことができる.

$$\Delta x = \beta_{11} \Delta a + \beta_{12} \Delta b \quad (\text{A.7})$$

$$\Delta z = \beta_{21} \Delta a + \beta_{22} \Delta b \quad (\text{A.8})$$

ここで,

$$\beta_{11} = \cosh \frac{b}{a} - \frac{b}{a} \sinh \frac{b}{a} - \cosh B - \frac{\sinh B}{\cosh B} - \frac{\ell - b \cosh(\frac{b}{a})}{a} \quad (\text{A.9})$$

$$\beta_{12} = \sinh \frac{b}{a} - \frac{\sinh B}{\cosh B} \cosh \frac{b}{a} \quad (\text{A.10})$$

$$\beta_{21} = \frac{b \cosh(\frac{b}{a}) - \ell}{a \cosh B} - B \quad (\text{A.11})$$

$$\beta_{22} = 1 - \frac{\cosh(\frac{b}{a})}{\cosh B} \quad (\text{A.12})$$

であり, また,

$$B = \frac{b-x}{a} \quad (\text{A.13})$$

である. さらに,

$$A = \frac{\ell - \ell'}{a} \quad (\text{A.14})$$

とおくと, (A.1), (A.2) 式より

$$B = \sinh^{-1} A \quad (\text{A.15})$$

$$\sinh B = A \quad (\text{A.16})$$

$$\cosh B = \sqrt{A^2 + 1} \quad (\text{A.17})$$

$$\sinh(\frac{b}{a}) = A + \frac{\ell}{a} \quad (\text{A.18})$$

となる. (A.15)~(A.18) 式を (A.9)~(A.12) 式に代入すると, (A.7) 及び (A.8) 式は, 次式となる.

$$\Delta x = -\frac{\Delta a}{\sqrt{1+A^2}} \left( \sqrt{1+A^2} \sinh^{-1} A - A + \frac{\ell'}{a} - \frac{b}{a} \cosh \frac{b}{a} \right) - \frac{\Delta b}{\sqrt{1+A^2}} \left( \cosh \frac{b}{a} - \sqrt{1+A^2} \right) \quad (\text{A.19})$$

$$\Delta z = -\frac{\Delta a}{\sqrt{1+A^2}} \left( 1 - \sqrt{1+A^2} \cosh \frac{b}{a} + \frac{b\ell'}{a^2} \sqrt{1+A^2} + \frac{A\ell'}{a} - \frac{Ab}{a} \cosh \frac{b}{a} \right) - \frac{\Delta b}{\sqrt{1+A^2}} \left( A \cosh \frac{b}{a} - \frac{\ell'}{a} \sqrt{1+A^2} \right) \quad (\text{A.20})$$

また, (A.5) 式より

$$\Delta \ell' = \left( \frac{\ell'}{a} - \frac{b}{a} \cosh \frac{b}{a} \right) \Delta a + \frac{\ell'}{a} \sqrt{1+A^2} \quad (\text{A.21})$$

となる. 次に,  $\Delta a$  及び  $\Delta b$  を, 曳航点  $p_0(x_0, z_0; \ell_0)$  の微小増分  $\Delta x_0$  と  $\Delta z_0$  により表す. (A.1) 及び (A.2) 式に曳航点の座標を代入して変形すると,

$$z_0 = 2a \sinh \frac{x_0}{2a} \sinh \frac{2b-x_0}{2a} \quad (\text{A.22})$$

$$\ell_0 = 2a \cosh \frac{x_0}{2a} \cosh \frac{2b-x_0}{2a} \quad (\text{A.23})$$

となる. (A.22) 及び (A.23) 式より  $b$  を消去すると,

$$2a \sinh \frac{x_0}{2a} = \sqrt{\ell_0^2 - z_0^2} \quad (\text{A.24})$$

となり, 両辺を微分して次式を得る.

$$\Delta a (2a \sinh C_0 - 2 \frac{C_0}{a} \cosh C_0) + \Delta x_0 \cosh C_0 + \frac{z_0}{\sqrt{\ell_0^2 - z_0^2}} \Delta z_0 = 0 \quad (\text{A.25})$$

ここで,

$$\frac{x_0}{2a} = C_0 \quad (\text{A.26})$$

である. (A.25) 式において, 上下揺の場合,

$$\Delta x_0 = 0 \quad (\text{A.27})$$

$$\Delta z_0 = \xi \quad (\text{A.28})$$

前後揺の場合には,

$$\Delta x_0 = \xi \quad (\text{A.29})$$

$$\Delta z_0 = 0 \quad (\text{A.30})$$

となり, (A.27)~(A.30) 式を (A.25) 式に代入すると, (上下揺の場合)

$$\Delta a = \frac{z_0}{2(C_0 \cosh C_0 - \sinh C_0) \sqrt{\ell_0^2 - z_0^2}} \xi \quad (\text{A.31})$$

(前後揺の場合)

$$\Delta a = \frac{\cosh C_0}{2(C_0 \cosh C_0 - \sinh C_0)} \xi \quad (\text{A.32})$$

が得られる. さらに,  $\Delta b$  を求めるために, (A.2) 及び (A.5) 式より,

$$\frac{x_0}{a} = \frac{b}{a} - \sinh^{-1} \frac{\ell' - \ell_0}{a} \quad (\text{A.33})$$

となり, 両辺を微分すると, 次式となる.

$$\frac{\Delta x_0 a - \Delta a x_0}{a^2} = -\frac{b \Delta a}{a^2} + \frac{\Delta b}{a} + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(\ell' - \ell_0)^2}{a^2}}} - \frac{\Delta \ell'}{a \sqrt{1 + \frac{(\ell' - \ell_0)^2}{a^2}}} \quad (\text{A.34})$$



また,(A.34),(A.21)及び(A.23)式より,

$$\Delta b = \left( \frac{x_0}{z_0} \cosh \frac{b-x_0}{a} + \frac{b}{a} - \frac{\ell_0}{z_0} \right) \Delta a - \frac{a}{z_0} \cosh \frac{b-x_0}{a} \Delta x_0 \quad (\text{A.35})$$

したがって,(A.31)及び(A.32)式と同様にして,次式が求められる.

(上下揺の場合)

$$\Delta b = \left( \frac{x_0}{z_0} \cosh \frac{b-x_0}{a} + \frac{b}{a} - \frac{\ell_0}{z_0} \right) \Delta a \quad (\text{A.36})$$

(前後揺の場合)

$$\Delta b = \left( \frac{x_0}{z_0} \cosh \frac{b-x_0}{a} + \frac{b}{a} - \frac{\ell_0}{z_0} \right) \Delta a - \frac{a}{z_0} \cosh \frac{b-x_0}{a} \xi \quad (\text{A.37})$$

曳航索ラインの点  $p$  における  $x$  及び  $z$  方向の微小変位  $\Delta x, \Delta z$  を用いて, 振幅  $r_A$  及び位相  $\alpha$  は次式で表される.

$$r_A = \xi_A \sqrt{\left( \frac{\Delta z}{\xi} \right)^2 + \left( \frac{\Delta x}{\xi} \right)^2} \quad (\text{A.38})$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (\text{A.39})$$

曳航索ラインの法線方向及び接線方向の変位  $r_n, r_t$  に分解すると, 次式となる.

$$r_n = r_A \sin(\alpha - \theta) \sin \omega t \quad (\text{A.40})$$

$$r_t = r_A \cos(\alpha - \theta) \sin \omega t \quad (\text{A.41})$$

ここで,  $\theta$  は曳航索ラインの任意点  $p$  における接線と  $z$  軸とのなす角であり,

$$\theta = \tan^{-1} A \quad (\text{A.42})$$

として表現できる.

### A.1.3 曳航索ラインの両端の垂直距離の差が0の場合の動揺変位

曳航点  $p_0(x_0, z_0; \ell_0)$  において,  $z_0 = 0$  の場合は, 次のように簡略になる.

(上下揺の場合)

$$\Delta a = 0 \quad (\text{A.43})$$

$$\Delta b = \frac{(x_0 \cosh C_0 - \ell_0)}{2(C_0 \cosh C_0 - \sinh C_0) \sqrt{\ell_0^2 - z_0^2}} \xi \quad (\text{A.44})$$

また,

(前後揺の場合)

$$\Delta a = \frac{\cosh C_0}{2(C_0 \cosh C_0 - \sinh C_0)} \xi \quad (\text{A.45})$$

$$\Delta b = \frac{1}{2} \xi \quad (\text{A.46})$$

$$\Delta x = -\frac{\Delta a}{\sqrt{1+A^2}} \left( \sqrt{1+A^2} \sinh^{-1} A - A \right) + \Delta b \quad (\text{A.47})$$

$$\begin{aligned} \Delta z &= -\frac{\Delta a}{\sqrt{1+A^2}} \left( 1 - \sqrt{1+A^2} \cosh \frac{x_0}{2a} + \frac{x_0 \ell_0}{4a^2} \sqrt{1+A^2} + \frac{A \ell_0}{2a} - \frac{A x_0}{2a} \cosh \frac{x_0}{2a} \right) \\ &\quad - \frac{\Delta b}{\sqrt{1+A^2}} \left( A \cosh \frac{x_0}{2a} - \frac{\ell_0}{2a} \sqrt{1+A^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

ここで,

$$A = \frac{\ell_0}{a(2-\ell)} \quad (\text{A.49})$$

である. また, 端点から最下点までの曳航索ラインにそった位置も不変であるはずだから, 次式が成り立つ.

$$\Delta \ell' = 0 \quad (\text{A.50})$$

### A.1.4 曳航索ラインに作用する張力

曳航索ライン上の任意点  $p$  が動揺することによって生じる曳航索ラインの単位長さあたりの法線方向及び接線方向の慣性力成分と抗力成分の和は,

$$\frac{dF_n}{d\ell} = \left( 1 + m_n \frac{\rho_w}{\rho_c} \right) \frac{w_a}{g} \ddot{r}_n + \frac{1}{2} \rho_w C_{Dn} |\dot{r}_n| \dot{r}_n \quad (\text{A.51})$$

$$\frac{dF_t}{d\ell} = \left( 1 + m_t \frac{\rho_w}{\rho_c} \right) \frac{w_a}{g} \ddot{r}_t + \frac{1}{2} \rho_w C_{Dt} |\dot{r}_t| \dot{r}_t \quad (\text{A.52})$$

ここで,

- $g$  : 重力加速度
- $\rho_w$  : 水の密度
- $\rho_c$  : 曳航索ラインの密度
- $D$  : 曳航索ラインの等価円断面の直径
- $m_n$  : 曳航索ラインの法線方向の付加質量係数
- $m_t$  : 曳航索ラインの接線方向の付加質量係数
- $C_{Dn}$  : 曳航索ラインの法線方向の抗力係数
- $C_{Dt}$  : 曳航索ラインの接線方向の抗力係数

である. 曳航点  $p_0$  における動揺変位  $\xi$  を用いて (A.51) 及び (A.52) 式を表すと,

$$\frac{dF_n}{d\ell} = \left( 1 + m_n \frac{\rho_w}{\rho_c} \right) \frac{w_a}{g} \overline{r_{nA}} \ddot{\xi} + \frac{1}{2} \rho_w C_{Dn} |\overline{r_{nA}}| \overline{r_{nA}} \dot{\xi} \dot{\xi} \quad (\text{A.53})$$

$$\frac{dF_t}{d\ell} = \left( 1 + m_t \frac{\rho_w}{\rho_c} \right) \frac{w_a}{g} \overline{r_{tA}} \ddot{\xi} + \frac{1}{2} \rho_w C_{Dt} |\overline{r_{tA}}| \overline{r_{tA}} \dot{\xi} \dot{\xi} \quad (\text{A.54})$$

ここで,

$$\overline{r_{nA}} = \frac{r_A}{\xi} \sin(\alpha - \theta) \quad (\text{A.55})$$

$$\overline{r_{tA}} = \frac{r_A}{\xi} \cos(\alpha - \theta) \quad (\text{A.56})$$



であり、 $F_x$ 及び $F_z$ は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} F_x &= \int_0^{\bar{\ell}} (\cos \theta dF_t - \sin \theta dF_n) \\ &= \left\{ (1 + m_t \frac{\rho_w}{\rho_c}) \int_0^{\bar{\ell}} \bar{r}_{tA} \cos \theta d\bar{\ell} - (1 + m_n \frac{\rho_w}{\rho_c}) \int_0^{\bar{\ell}} \bar{r}_{nA} \sin \theta d\bar{\ell} \right\} \frac{w_a \ell_0}{g} \ddot{\xi} \\ &+ \frac{1}{2} \rho_w S_0 \left( C_{Dt} \int_0^{\bar{\ell}} |\bar{r}_{tA}| \bar{r}_{tA} \cos \theta d\bar{\ell} - C_{Dn} \int_0^{\bar{\ell}} |\bar{r}_{nA}| \bar{r}_{nA} \sin \theta d\bar{\ell} \right) |\dot{\xi}| \dot{\xi} \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

$$\begin{aligned} F_z &= \int_0^{\bar{\ell}} (\cos \theta dF_n - \sin \theta dF_t) \\ &= \left\{ (1 + m_n \frac{\rho_w}{\rho_c}) \int_0^{\bar{\ell}} \bar{r}_{nA} \cos \theta d\bar{\ell} + (1 + m_t \frac{\rho_w}{\rho_c}) \int_0^{\bar{\ell}} \bar{r}_{tA} \sin \theta d\bar{\ell} \right\} \frac{w_a \ell_0}{g} \ddot{\xi} \\ &+ \frac{1}{2} \rho_w S_0 \left( C_{Dn} \int_0^{\bar{\ell}} |\bar{r}_{nA}| \bar{r}_{nA} \cos \theta d\bar{\ell} + C_{Dt} \int_0^{\bar{\ell}} |\bar{r}_{tA}| \bar{r}_{tA} \sin \theta d\bar{\ell} \right) |\dot{\xi}| \dot{\xi} \end{aligned} \quad (\text{A.58})$$

ここで、曳航索ラインの等価投影面積を $S_0$ として、

$$S_0 = D_0 \ell_0 \quad (\text{A.59})$$

$$\bar{\ell} = \frac{\ell}{\ell_0} \quad (\text{A.60})$$

が成り立つ。曳航索ラインが動揺している場合、曳航索ライン上の点 $p$ に生じる張力の $x$ 方向成分 $T_x$ 及び $z$ 方向成分 $T_z$ には、次の関係がある。

$$T_x = w_0 a + w_0 \Delta a - \frac{a}{\ell} F_x + \frac{\ell'}{\ell} F_x \quad (\text{A.61})$$

$$T_z = w_0 (\ell - \ell') - w_0 \Delta \ell' - \frac{\ell - \ell'}{\ell} F_z + \frac{\ell' (\ell - \ell')}{a \ell} F_x \quad (\text{A.62})$$

したがって、次式が成り立つ。

$$T_x = w_0 a + w_0 \Delta a - \frac{w_a \ell_0}{g} m_{x\xi} \ddot{\xi} + \frac{1}{2} \rho_w S_0 C_{Dx\xi} |\dot{\xi}| \dot{\xi} \quad (\text{A.63})$$

$$T_z = w_0 (\ell - \ell') - w_0 \Delta \ell' \xi + \frac{w_a \ell_0}{g} m_{z\xi} \ddot{\xi} + \frac{1}{2} \rho_w S_0 C_{Dz\xi} |\dot{\xi}| \dot{\xi} \quad (\text{A.64})$$

ここで、

$$\begin{aligned} m_{x\xi} &= -\frac{a}{\ell} \left\{ (1 + m_n \frac{\rho_w}{\rho_c}) \int_0^{\bar{\ell}} \bar{r}_{nA} \cos \theta d\bar{\ell} + (1 + m_t \frac{\rho_w}{\rho_c}) \int_0^{\bar{\ell}} \bar{r}_{tA} \sin \theta d\bar{\ell} \right\} \\ &+ \frac{\ell'}{\ell} \left\{ (1 + m_t \frac{\rho_w}{\rho_c}) \int_0^{\bar{\ell}} \bar{r}_{tA} \cos \theta d\bar{\ell} + (1 + m_n \frac{\rho_w}{\rho_c}) \int_0^{\bar{\ell}} \bar{r}_{nA} \sin \theta d\bar{\ell} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.65})$$

$$m_{z\xi} = \frac{\ell - \ell'}{a} m_{x\xi} \quad (\text{A.66})$$

$$\begin{aligned} C_{Dx\xi} &= -\frac{a}{\ell} \left\{ C_{Dn} \int_0^{\bar{\ell}} |\bar{r}_{nA}| \bar{r}_{nA} \cos \theta d\bar{\ell} + C_{Dt} \int_0^{\bar{\ell}} |\bar{r}_{tA}| \bar{r}_{tA} \sin \theta d\bar{\ell} \right\} \\ &+ \frac{\ell'}{\ell} \left\{ C_{Dt} \int_0^{\bar{\ell}} |\bar{r}_{tA}| \bar{r}_{tA} \cos \theta d\bar{\ell} - C_{Dn} \int_0^{\bar{\ell}} |\bar{r}_{nA}| \bar{r}_{nA} \sin \theta d\bar{\ell} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.67})$$

$$C_{Dz\xi} = \frac{\ell - \ell'}{a} C_{Dx\xi} \quad (\text{A.68})$$

$$\Delta \bar{\ell}' = \frac{\Delta \ell'}{\xi} \quad (\text{A.69})$$

$$\Delta \bar{a} = \frac{\Delta a}{\xi} \quad (\text{A.70})$$

である。さらに、曳航索ラインの両端の垂直距離の差が0の場合は、

$$\ell' = \frac{\ell_0}{2} \quad (\text{A.71})$$

とおいて求めることができる。

### A.1.5 実験との比較

索長24.252m、直径2mmのワイヤロープ(単位長さ当たりの水中重量14.17g/m)を用い、索の一端を固定し、他端を強制動揺させて索張力を計測した。実験は、船舶技術研究所動揺試験水槽(長さ50m×幅8m×深さ4.5m)で行った。実験では、索が比較的弛んだ状態から緊張した状態の3種類を選び、前後揺及び上下揺の強制動揺実験を実施した。すなわち、前後揺の場合、索の両端の水平距離が23.0m、23.6m及び24.05mの3種類とし、上下揺の場合は24.201mの1種類である。なお、動揺振幅は10mm、20mm及び30mmで、動揺周波数は0.1Hz~2.3Hzとした。

前後揺の実験結果を簡易推定法及びランプドマス法による理論計算結果と比較したものをFig.87~89に示す。計算において、法線方向の抗力係数及び接線方向のそれをそれぞれ1.5及び0.08とした。また、法線方向及び接線方向の付加質量係数をそれぞれ1.18と0.17とした。図中の零は、静的索張力を示しており、静的索張力を中心として変動する索張力の動的張力の最大値と最小値を示した。なお、ここでは最大索張力が重要であるので、最大値すなわち正側の動的索張力を議論する。索の両端間の水平距離が最も小さく、索が弛んだ状態の23.0mの場合、簡易推定法による計算結果が実験値よりも大きくなった。また、ランプドマス法のそれは実験値よりも小さくなり、両者の計算法による差が大きかった。23.6mの場合では、両者の計算結果はともに実験値よりも大きくなり、正側の索張力については両者の差は大きくなかった。さらに、索の最も緊張した状態の24.05mの場合、両者の計算結果はともに正側の索張力については実験値と良く一致した。Fig.90に索が緊張した状態での上下揺の実験結果と計算値の比較を示す。上下揺の場合は、簡易計算法による計算値と実験値は良く一致し、簡易推定法とランプドマス法との差があまりなかった。以上の結果から、索が緊張した状態において簡易推定法は実験値と良く一致し、大きな計算時間を必要とするランプドマス法と比較してその結果に大差がないことがわかった。

### A.2 Fyllingの方法

索が完全に没水した状態で、水平方向に索を曳いた場合に生ずる動的な索張力を推定する簡易な手法がFylling[40]によって示されている。Fig91にその概略図と座標系を示す。



ここで、 $T_S$ は静的な張力、 $T_D$ をそれに対して動的張力、その合力を  $T$  とする。索にかかる抗力  $q_D$  は、相対流速を  $V_r$  とすると次式となる。

$$q_D = \frac{1}{2} \rho C_D \dot{V}_r |\dot{V}_r| \quad (\text{A.72})$$

$z_m$  を索中央の弛み量、 $w_0$  を索の単位長さ当たりの水中重量とし、 $|z_m| \ll c$  と仮定すると、

$$T z_m = \int_0^{c/2} w_0 \left( \frac{c}{2} - x \right) dx - \int_0^{c/2} q_D \left( \frac{c}{2} - x \right) dx \quad (\text{A.73})$$

となる。ここで、 $q_D$  が索形状を著しく変形させないと仮定して、次式のようにおくとする。

$$T_S = \frac{1}{z_m} \int_0^{c/2} w_0 \left( \frac{c}{2} - x \right) dx \cong \frac{w_0 \ell_0 c}{8 z_m} \quad (\text{A.74})$$

$$T_D = \frac{1}{z_m} \int_0^{c/2} q_D \left( \frac{c}{2} - x \right) dx \quad (\text{A.75})$$

静水中において  $q_D$  は、抗力係数  $C_D$  を用いて次式で表せる。

$$q_D = \frac{1}{2} \rho d C_D \dot{z} |\dot{z}| \quad (\text{A.76})$$

また、

$$z = z_m + \frac{T_S}{w_0} \left( \cosh \frac{w_0 x}{T_S} - 1 \right) \quad (\text{A.77})$$

となるから、 $|z_m| \ll c$  より、

$$z = -\frac{w_0 \ell_0 c}{8 T_S} + \frac{w_0 x^2}{2 T_S} \quad (\text{A.78})$$

が成り立つ。(A.78) 式より、索の上下変位速度  $\dot{z}$  は、次式で表せる。

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -\frac{w_0 \ell_0 \dot{c}}{8 T_S} + \frac{w_0 \ell_0 \dot{c} T_S'}{8 T_S^2} - \frac{w_0 x^2 T_S' \dot{c}}{2 T_S^2} \\ &= -\frac{w_0 \ell_0 \dot{c}}{8 T_S} \left( -1 + \frac{c T_S'}{T_S} - \frac{4 x^2 T_S'}{T_S \ell_0} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.79})$$

ここで、

$$T_S' = \frac{\partial T_S}{\partial c} \quad (\text{A.80})$$

である。(A.79) 式の第1項は、第2項と第3項と比較して無視できるので、

$$\dot{z} = \left( \frac{w_0 \ell_0 c^2}{4} - w_0 x^2 \right) \frac{T_S' \dot{c}}{2 T_S^2} \quad (\text{A.81})$$

(A.76) 及び (A.81) 式を (A.81) 式に代入すると、次式となる。

$$T_D = \left( \frac{w_0 \ell_0 c^2 \rho d C_D T_S'^2}{32 T_S^3} \left( \frac{c}{4} - \frac{c^2}{12 \ell_0} + \frac{c^3}{60 \ell_0^2} \right) \right) \dot{c} |\dot{c}| \quad (\text{A.82})$$

$$c \cong \ell_0 \quad (\text{A.83})$$

とおくと、次式が得られる。

$$T_D = \frac{11}{1920} \frac{w_0 \ell_0 c^3 \rho d C_D T_S'^2}{T_S^3} \dot{c} |\dot{c}| \quad (\text{A.84})$$

(A.84) 式は復原力項  $T_S'$  を含んでおり、 $T_S'$  は以下のように計算できる。曳航索の長さ  $\ell_0$  と水平方向の長さの関係は、

$$\ell_0 = \frac{T_S}{w_0} \left( \sinh \frac{w_0 c}{2 T_S} + \sinh \frac{w_0 x}{T_S} \right) \quad (\text{A.85})$$

で表される。したがって、 $x = c/2$  とおくと、次式となる。

$$\frac{w_0 \ell_0}{2 T_S} = \sinh \frac{w_0 c}{2 T_S} \quad (\text{A.86})$$

したがって、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} c &= \frac{2 T_S}{w_0} \sinh^{-1} \left( \frac{w_0 \ell_0}{2 T_S} \right) \\ &\cong \frac{2 T_S}{w_0} \left\{ \frac{w_0 \ell_0}{2 T_S} - \frac{1}{6} \left( \frac{w_0 \ell_0}{2 T_S} \right)^3 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.87})$$

$$T_S' = \frac{\partial T_S}{\partial c} = \frac{w_0^2 \ell_0^3}{12 T_S^3} \quad (\text{A.88})$$

(A.88) 式で  $\ell_0 \cong c$  とすると、 $T_S'$  は  $c$  の3乗に比例することになる。これまでの結果から、Fylling の導いた式では、 $T_D$  は復原力の項を含んだ式となっていることがわかる。しかしながら、動的張力から復原力項を分離することは難しいことがわかる。



## B 数値計算手法

### B.1 ランプドマス法

#### B.1.1 係留ラインの3次元運動方程式

質点  $j$  が任意に運動する場合を考える. 係留ラインに加わる外力は各質点に集中して加わるようにし, 各質点間は直線とする. Fig.92において, 質点  $j$  の3次元運動方程式が次式で与えられる.

$$\begin{bmatrix} I_{1j} & I_{2j} & I_{3j} \\ J_{1j} & J_{2j} & J_{3j} \\ K_{1j} & K_{2j} & K_{3j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_j \\ \ddot{y}_j \\ \ddot{z}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xj} \\ F_{yj} \\ F_{zj} \end{bmatrix} \quad (B.1)$$

(j=2,3,...,N)

ここで,

$$\left. \begin{aligned} F_{xj} &= T_j \sin \bar{\alpha}_j - T_{j-1} \sin \bar{\alpha}_{j-1} + f_{dxj} \\ F_{yj} &= T_j \sin \bar{\beta}_j - T_{j-1} \sin \bar{\beta}_{j-1} + f_{dyj} \\ F_{zj} &= T_j \sin \bar{\gamma}_j - T_{j-1} \sin \bar{\gamma}_{j-1} + f_{dzj} - \delta_j \end{aligned} \right\} \quad (B.2)$$

である. また,

$$\left. \begin{aligned} I_{1j} &= M_j + A_{nj} \cos^2 \bar{\alpha}_j + A_{tj} \sin^2 \bar{\alpha}_j \\ I_{2j} &= (A_{tj} - A_{nj}) \sin \bar{\beta}_j \sin \bar{\alpha}_j (= J_{1j}) \\ I_{3j} &= (A_{tj} - A_{nj}) \sin \bar{\gamma}_j \sin \bar{\alpha}_j (= K_{1j}) \\ J_{2j} &= M_j + A_{nj} \cos^2 \bar{\beta}_j + A_{tj} \sin^2 \bar{\beta}_j \\ J_{3j} &= (A_{tj} - A_{nj}) \sin \bar{\gamma}_j \sin \bar{\beta}_j (= K_{2j}) \\ K_{3j} &= M_j + A_{nj} \cos^2 \bar{\gamma}_j + A_{tj} \sin^2 \bar{\gamma}_j \end{aligned} \right\} \quad (B.3)$$

(B.1)式で  $\ddot{x}_j, \ddot{y}_j, \ddot{z}_j$  は質点  $j$  の  $x, y$  及び  $z$  方向加速度であり, また,  $\delta_j, M_j, A_{nj}, A_{tj}$  はそれぞれ質点  $j$  の水中重量, 質量, 法線方向及び接線方向付加質量である. 一方, 係留ラインに加わる抗力の  $x, y$  及び  $z$  方向成分  $f_{dxj}, f_{dyj}$  及び  $f_{dzj}$  は次式に示すように法線方向及び接線方向の抗力  $f_{dnj}, f_{dtj}$  で表すことができる.

$$\left. \begin{aligned} f_{dxj} &= -(\sin \bar{\beta}_j \cos \bar{\theta}_j \cos \varphi_j + \sin \bar{\theta}_j \sin \varphi_j) f_{dnj} + (\cos \bar{\beta}_j \cos \bar{\theta}_j) f_{dtj} \\ f_{dyj} &= (\sin \bar{\beta}_j \cos \bar{\theta}_j) f_{dnj} + (\sin \bar{\beta}_j) f_{dtj} \\ f_{dzj} &= -(\sin \bar{\beta}_j \sin \bar{\theta}_j \cos \varphi_j - \cos \bar{\theta}_j \sin \varphi_j) f_{dnj} + (\cos \bar{\beta}_j \sin \bar{\theta}_j) f_{dtj} \end{aligned} \right\} \quad (B.4)$$

一方,

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_j &= (\alpha_j + \alpha_{j-1})/2 \\ \bar{\beta}_j &= (\beta_j + \beta_{j-1})/2 \\ \bar{\gamma}_j &= (\gamma_j + \gamma_{j-1})/2 \\ \bar{\theta}_j &= (\theta_j + \theta_{j-1})/2 \end{aligned} \right\} \quad (B.5)$$

となり, それぞれの正弦, 余弦は次式のようにになる.  $\theta_j$  は, ライン要素の接線方向にひとつの軸を持つ座標系での力の接線方向を示す.

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha_j &= (x_{j+1} - x_j)/\ell_j \\ \cos \alpha_j &= \sqrt{(z_{j+1} - z_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2}/\ell_j \\ \sin \beta_j &= (y_{j+1} - y_j)/\ell_j \\ \cos \beta_j &= \sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (z_{j+1} - z_j)^2}/\ell_j \\ \sin \gamma_j &= (z_{j+1} - z_j)/\ell_j \\ \cos \gamma_j &= \sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2}/\ell_j \\ \sin \theta_j &= (z_{j+1} - z_j)/\sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (z_{j+1} - z_j)^2} \\ \cos \theta_j &= (x_{j+1} - x_j)/\sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (z_{j+1} - z_j)^2} \end{aligned} \right\} \quad (B.6)$$

ここで,

$$\ell_j = \sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2 + (z_{j+1} - z_j)^2} \quad (B.7)$$

である.

#### B.1.2 係留ラインの運動の解法

係留ラインの運動方程式 (B.1) 式を, それぞれの方向の加速度で表すと次式のようにになる.

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_j &= (R_j T_j - P_j T_{j-1} + U_j)/\Delta t^2 \\ \ddot{y}_j &= (Q_j T_j - H_j T_{j-1} + V_j)/\Delta t^2 \\ \ddot{z}_j &= (S_j T_j - Q_j T_{j-1} + W_j)/\Delta t^2 \end{aligned} \right\} \quad (B.8)$$

(j=2,3,...,N)

ここで,  $\Delta t$  は計算の時間刻み幅,  $R_j, S_j, P_j, Q_j, O_j, H_j, U_j, V_j, W_j$  は (B.1) 式よりでてくる係数である. また, 係留ラインが伸びないと仮定した場合の拘束条件式は次式で与えられる.

$$(x_j - x_{j-1})^2 + (y_j - y_{j-1})^2 + (z_j - z_{j-1})^2 = \bar{\ell}^2 \quad (B.9)$$

(j=2,3,...,N+1)

ここで,  $\bar{\ell}$  は係留ラインのセグメント長さであるが, 係留ラインの伸びを考慮する場合は次のようになる.

$$(x_j - x_{j-1})^2 + (y_j - y_{j-1})^2 + (z_j - z_{j-1})^2 = \bar{\ell}^2 \left(1 + \frac{T_{j-1}}{AE}\right)^2 \quad (B.10)$$

(j=2,3,...,N+1)



## B.2 申の方法

### B.2.1 索の非線型支配方程式

索の非線型な抗力を組み込んだ2次元の簡易な運動方程式は、静的な形状が2次元でかつ索の局部の接線方向及び法線方向に沿った座標系 (Fig.93) で表現できる。これは、索の微小部分の動的な釣り合いを考慮することにより、次式のように与えられる。

$$m \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial T_1}{\partial s} - T_0 \frac{d\phi_0}{ds} \phi_1 + F_{td} \quad (\text{B.11})$$

$$M \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = \frac{\partial T_0}{\partial s} \phi_1 - T_0 \frac{d\phi_1}{ds} \phi_1 + T_1 \frac{d\phi_0}{ds} + F_{nd} \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{\partial p}{\partial s} - q \frac{d\phi_0}{ds} = \frac{T_1}{EA} \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{\partial p}{\partial s} - p \frac{d\phi_0}{ds} = \phi_1(1 + \epsilon_0) \quad (\text{B.14})$$

ただし、

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 \quad (\text{B.15})$$

$$V_n = \frac{\partial p}{\partial t} \sin \phi_1 + \frac{\partial q}{\partial t} \cos \phi_1 \quad (\text{B.16})$$

$$V_t = \frac{\partial p}{\partial t} \cos \phi_1 + \frac{\partial q}{\partial t} \sin \phi_1 \quad (\text{B.17})$$

$$M = m + m_a \quad (\text{B.18})$$

ここで、

- $m$  : 索の単位長さ当たりの質量
- $m_a$  : 索の単位長さ当たりの付加質量
- $\epsilon_0$  : 静的歪み
- $F_{nd}$  : 索の単位長さ当たりの法線方向の動的抗力
- $F_{td}$  : 索の単位長さ当たりの接線方向の動的抗力
- $T_1$  : 索の動的張力
- $T_0$  : 索の静的張力
- $s$  : 索の長さ方向に沿った座標
- $p$  : 索の接線方向の変位
- $q$  : 索の法線方向の変位
- $\phi_0$  : 索の静的角度
- $\phi_1$  : 索の動的角速度
- $V_n$  : 索の法線方向の速度
- $V_t$  : 索の接線方向の速度

である。

### B.2.2 索の簡易動的運動方程式

索の軸方向の運動が横方向の運動と比較して小さい場合、索の一端をある周波数で変動させるときの索の運動方程式を次式のように簡易化できる。

$$M \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = (T_0 + T_1) \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial s} + \frac{d\phi_0}{ds} \right) + \phi_1 \frac{d}{ds} (T_0 + T_1) - T_0 \frac{d\phi_0}{ds} + F_{nd} \quad (\text{B.19})$$

ここで、

$$T_1 = \frac{EA}{L} p(L) - \int_0^L q \frac{d\phi}{ds} ds + \frac{1}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial q}{\partial s} \right)^2 ds \quad (\text{B.20})$$

$$F_{nd} = -\frac{1}{2} \rho C_D D \frac{\partial q}{\partial t} \left| \frac{\partial q}{\partial t} \right| \quad (\text{B.21})$$

である。また、

$\rho$  : 水の密度

$p(L)$  : 索の端部の接線方向の変位

$C_D$  : 抗力係数

$D$  : 索の直径

である。

### B.2.3 クリッピングオフモデル

索に非常に大きな動的張力が働くとき、索のある部分では張力が負になる場合がある。索は剛性が低いため、それ自体では支えることができなくなり、負の張力が発生した場合、ただちに座屈機構が働くと考えられる。この座屈は、張力が負になるのを妨げる効果があると考えるのが合理的である。

索が急激に緊張した後、緩む現象を考える場合、座屈機構が張力が正に回復するまで零付近で保持すると仮定する。張力が負となっている間、索の動的機構は慣性力と抗力によって支配される。この考え方をモデル化したものを、クリッピングオフモデルと呼ぶ。したがって、(B.19) 式は次式のように表される。

$$M \frac{\partial q}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \rho C_D D \frac{\partial q}{\partial t} \left| \frac{\partial q}{\partial t} \right| - T_0 \frac{d\phi_0}{ds} \quad (\text{B.22})$$

$$T_1 = T_0 \quad (\text{B.23})$$

さらに、申は数値解法として、チェビシェフの多項式及びニューマーク法を用いて索の動的張力の解を求めた。ここでは、詳しい解法の紹介は省略する。



## C Hermite Moment Model

瞬時値分布, 極大値分布及び振幅分布について, Hermite moment モデルをあてはめてみる [72][73][74].

$$\eta = \kappa \sigma_\eta \left\{ u + c_3(u^2 - 1) + c_4(u^3 - 3u) \right\} \quad (C.1)$$

$\eta(t)$  は対象とする確率過程,  $\sigma_\eta$  はその標準偏差,  $u(t)$  は正規化されたガウス過程である.

$$c_3 = \frac{\alpha_3}{4 + 2\sqrt{1 + 1.5(\alpha_4 - 3)}} \quad (C.2)$$

$$c_4 = \frac{\sqrt{1 + 1.5(\alpha_4 - 3)} - 1}{18} \quad (C.3)$$

$$\kappa = \frac{1}{1 + 2c_3^2 + 6c_4^2} \quad (C.4)$$

ここで,  $\alpha_3$  は歪度,  $\alpha_4$  は尖度である.  $\eta(t)$  の確率密度関数  $p(\eta)$  は, 次式で与えられる.

$$p(\eta) = \frac{\exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}\kappa\sigma_\eta\{1 + 2c_3u + 3c_4(u^2 - 1)\}} \quad (C.5)$$

極大値分布については, 正規確率過程の極値  $a$  の分布が次式で与えられる.

$$p(a) = \frac{\epsilon \exp\left(-\frac{a^2}{2\epsilon^2}\right)}{\sqrt{2\pi}} + \frac{1}{2}\sqrt{1 - \epsilon^2}a \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) \left\{ 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{a\sqrt{1 - \epsilon^2}}{\sqrt{2}\epsilon}\right) \right\} \quad (C.6)$$

ここで,  $\epsilon$  は  $\eta(t)$  のバンド幅パラメータである. また, 誤差関数は次式で定義される.

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt \quad (C.7)$$

$\xi$  の確率密度関数  $p(\xi)$  は, 次式で与えられる.

$$p(\xi) = \frac{p(a)}{\kappa\sigma_\eta\{1 + 2c_3u + 3c_4(u^2 - 1)\}} \quad (C.8)$$

ここで,

$$\xi = \frac{a}{\sigma_\eta} \quad (C.9)$$

である. 最後に, 振幅分布については, 極値  $a$  がレーリー分布で与えられるとすると両振幅  $H$  は次式となる.

$$H = \kappa \left[ 2\sqrt{-2\log(1 - P)} + 2c_4 \left\{ \{-2\log(1 - P)\}^3 - 3\sqrt{-2\log(1 - P)} \right\} \right] \quad (C.10)$$

ここで,  $P$  は累積確率密度である. さらに,  $H$  の確率密度関数  $p(H)$  は次式となる.

$$p(H) = \frac{1}{\kappa} \left[ \frac{2}{(1 - P)\sqrt{-2\log(1 - P)}} + \frac{6c_4 \left\{ \sqrt{-2\log(1 - P)} - \frac{1}{\sqrt{-2\log(1 - P)}} \right\}}{1 - P} \right]^{-1} \quad (C.11)$$

## D メガフロート浮体ユニットの曳航実験

### D.1 曳航実験機実験 (東京湾内の曳航)

#### D.1.1 実験機実験の概要

曳船は, 1,600HP×2, 曳航力 46 トンである. 被曳航浮体の左舷後部には舵取り用の補助曳船を横付けして係船し, エンジンを停止していた. ブライドルは 34φ×16m, 曳航索は 32φ×40m のワイヤロープが用いられた. 曳船側約 30m の曳航索は, 100φの合成繊維索が使用された. 浮体構造物のブロックは, 右舷側が他のブロックと接合される構造で, 左舷側は防舷材が取り付けられている.

曳航当日, 1995年10月2日の天候は, 浮体構造物をドックから引き出した7時前後は強い雨, 曳航開始後約2時間後に雨域を脱した. 風は前半は3m/s程度で, 波は0.5m程度であったが, 10時30分頃から南西風7~10m/sとなった. DGPS(Differential GPS)で計測した曳航航跡を Fig.94に示す. 図中の記号は10分ごとの位置を示し, 数字は時刻である. なお, 川崎市の東南東の沖合いの△印は, 東京湾横断道路工事川崎観測局で, 当日の波浪観測データを手に入れた.

曳船及び被曳航浮体の運動は, 加速度の x, y, z 成分, 方位を磁気方位センサーで計測した. 曳航力は, 被曳航浮体の各ブライドルと浮体側アイプレートの上に 55mm チェーンリンクを利用して製作した張力計を挿入して計測した. 曳船及び被曳航浮体の位置計測を, DGPSで計測し, 一部の区間のみ RTKGPS(Real Time Kinematic GPS)で計測した. なお, 計測は出航時から到着まで連続して行った.

#### D.1.2 実験結果及び考察

曳航速度 5.2kt で曳航中の索長力を Fig.95に示す. 曳航索張力は, 両舷のブライドル張力をベクトル合成して求めた. ブライドル張力が右舷と左舷で異なっているのは, 左舷側に補助曳船が係船されていたため, その負荷によって生じたものと考えられる. この曳船の抗力は, 当日の波浪を考慮して 1tf 程度と推定される. Fig.96に3段階の速力 V に対する索張力を記号で, 実線は二次曲線近似を示す. この結果を用いて求めた浮体構造物の全抵抗係数  $C_D$  は 2.85 となった. なお,  $C_D$  は全抵抗力を  $\frac{1}{2}\rho B d V^2$  (B:船幅, d:喫水, V:船速) で無次元化した値である. これは, 別途実施した模型実験結果と比較すると 35% 実際の抵抗が大きい結果となった. この原因としては, 曳船の後流影響, 模型実験で模擬できなかった他の付加物の影響などが考えられる.

### D.2 曳航実験機実験 (長距離外洋曳航)

#### D.2.1 実験機実験の概要

曳船は, 長さ 29.91m で 1,300 馬力の主機を 2機搭載している. ブライドルは 42.5φ×25m, 曳航索は 42.5φ×400m のワイヤロープ (6×24) がそれぞれ用いられた. また, ブライドルと曳航索の中間に, 三つ打ちナイロンロープ 70φ×70m を使用した. 曳航時の浮体ユニットは,



船首および右舷側面が外板側で船尾および左舷側面は他のユニットとの接合面となっているため、フレームが露出した状態であった。甲板上の艀装品はハンドレール、クロスピット、接合金物のほか、計測機器を収納するために計測コンテナ(L×B×D=1.0×1.0×1.2m)を左舷船尾部に仮設した。なお、曳航中は、航行の安全のため監視船が浮体ユニットと並走した。Fig.97は、GPSの受信データおよび曳船の船長の3時間毎の針路、船速、風向、風速、波浪、天気、位置等の記録の報告から作成した航跡である。黒丸は0時と12時白丸は3時間毎の正時の位置である。

計測は、浮体ユニットと曳船で同時に実施した。浮体ユニットの計測機器の配置をFig.98に示す。浮体ユニットの甲板のひずみ計測用のストレングージについては、次のように定義する。No.6フレーム(中央からの距離X=+29.7m)の縦曲げ計測のゲージは、ST6Lとし、以下ST9L(+19.8m),ST12L(+9.9m),ST18L(-9.9m),ST21L(-19.8m)と表示した。また中央フレームNo.15のセンターガーターには縦曲げ用のゲージはST15L.1,ST15L.2とし、横曲げ用のゲージはST15Tとした。また両舷側の外板上に縦曲げ用のゲージはそれぞれST15L.R,ST15L.Lとした。ひずみゲージを甲板上に貼付け後、シリコン系のコーティング剤で防水処理を施した。船体中央部に上下揺及び前後揺を計測するための加速度計を、また船首に上下揺用の加速度計を設置した。さらに、両方のブライドルの端部に張力計を設置した。曳船側には、超音波波高計を船側から張り出し、ブリッジに3軸加速度計をそれぞれ設置した。

バッテリー、ストレングメータおよびデータ収録用のパソコンは、浮体ユニット船尾部左舷側に固定した計測コンテナに収納した。また、各センサーから計測コンテナまでのケーブルは、冠水による損傷を避けるため、甲板上約5cmの船体中央線の位置に固定した金物に固縛した。さらに、鋼製の計測コンテナの内部温度が、直射日光のために上昇することを考慮して、計測コンテナの外側を断熱材(発泡ポリエチレン)で覆った。

GPSのデータは、出港直前から着岸まで連続して1秒のサンプリングタイムでノート型パソコンに1ファイルで収録した。曳船側の波浪および加速度および浮体ユニット側の各データは、毎時30分から34分8秒間、0.5秒のサンプリングタイムでそれぞれのノート型パソコンに収録した。浮体ユニットでは、ST15LとST18Lのデータをバックアップ収録として2チャンネルペンレコーダに記録した。

#### D.2.2 索張力の推定

曳航索全体のバネ定数Kは、(6.3)式で表される。これより、曳航索を構成する要素を考慮すると、ナイロンロープの弾性剛性と曳航索のワイヤロープの幾何剛性が、索全体のバネ定数を構成することがわかる。また、 $k_E/k_G \cong 0.5$ であるので、ナイロンロープの弾性剛性がより支配的であることがわかる。

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k_E} + \frac{1}{k_G} \cong 1.85 \times 10^{-4} + 1.01 \times 10^{-4} = 2.86 \times 10^{-4} \quad (D.12)$$

となり、求める索のバネ定数は、 $K = 3500(kgf/m)$ となる。

Fig.99に曳航中の波浪の統計解析結果を示す。Fig.100に曳航索張力と曳航速度の時系列を示す。この曳航索張力は、ブライドルの張力から推定したものである。これより、平均

索張力で13tf前後であり、さきに求めたバネ定数を考慮すると索全体で4m程度伸びていると推定される。別途実施した模型実験で求めたフレームの露出した浮体ユニットの抗力係数 $C_D$ は2.11であるから、曳航速度を6ktとすると曳航抵抗は10.5tfとなる。これに、波浪による抵抗増加及び索の抵抗などが加わったと考えられる。ブライドルの張力の統計解析をFig.101に示す。波浪域での変動索張力が非常に大きいことがよくわかる。ブライドル張力で25tf近い変動が発生しており、これは曳船の曳航能力を越えるものである。Fig.102に、索張力の時系列の1例を示す。Fig.103は、ブライドルの変動張力の非対称性を示すもので、横軸に極小値分布の1/3最大平均値と最大値、縦軸に極大値分布の1/3最大平均値と最大値をとっている。このことから、水中に没した索が水からうける動的張力の非線型性により、極大値が極小値よりも非常に大きくなっていることがわかる。

このことをさらに詳しく調べるために、この場合の歪度及び尖度を求め、Hermite momentモデルにあてはめて、ブライドルの張力の瞬時値分布の1例をFig.104に示す。張力分布は、ガウス分布から若干ずれており、索張力変動は弱い非線型性を示していることがわかる。また、曳航模型実験の場合に示したように歪度と尖度の関係をFig.105に示す。模型実験と比較すると非線型性は弱い、定性的な傾向は類似している。最大索張力の推定には、この非線型性を考慮しなければ過小評価することになる。



## E ポセイドン号(P号)の曳航実験

### E.1 実機実験の概要

P号の曳航時の実機計測は、建造地から設置海域まで回航の時と撤去のための回航時に実施した[48][75]。それぞれの曳航時の曳船、被曳航浮体および曳航索等の主要目をTable7に、曳船と被曳航浮体の配置図をFig.106に示す。曳航索はP号の曳航側の両舷のフーティング上面に曳航用のブラケットを設けてブライドルをとり、主索を介して曳船と接続されている。

設置の時の曳航実験は、曳航第1日目の17時から18時の間に、友ヶ島水道を通過して大阪湾に入った地点で実施した。海象は穏やかで、潮流は進行方向に流れていた。曳航索張力はFig.107に示すように、曳航フックと曳航索受ビームの間の曳航索に、シャックル、ターンバックルなどを用いて張力計を取り付けて計測した。この計測方法は、図に示すように必要な各点間の距離を計測しておけば、それらの幾何学的関係から索張力を求めることができる。しかし、この方法は曳航索が左右に振れないことを前提としているが、実際には曳航索はビーム上を滑って左右に振れて、張力計に大きな力がかかるため、この方法で計測する場合は曳航索がビームの中央部にある時の値を採る必要がある。また、曳航時のP号の状態を8mmシネで撮影した。計測時の対地速度は4.98ktであった。曳航時のホーサーの長さは、瀬戸内海航行中は80m、外洋では200mであった。この回航作業は1986年7月20日9時に神例造船所の岸壁を出航し、風力1、波は0.5m~1m程度の穏やかな海象の中を9日間の曳航により7月29日9時45分設置海域に到着して完了した。

撤去時の曳航実験は、1990年7月17日に設置海域から酒田港までの約20マイルの区間で実施した。曳船側の計測項目は、加速度(x,y,z)、横揺、縦揺、磁気方位センサーによる方位および主索の張力である。P号側の計測項目は、加速度(x,y,z)、ブライドルの張力、風向・風速およびP号の船首で計測した相対水位に運動の補正を施して出合い波浪を求めた。また、船首側から2番目の中央コラムの底面から1mの位置に流向・流速計を取り付けてP号の方位と対水速度を計測した。計測データは曳船と被曳航浮体それぞれで収録し、曳船からテレメータで同期信号を送って時系列データの比較ができるようにした。データのサンプリング間隔は1秒とした。実験では、速度を変えながら北進して波浪中の曳航抵抗を計測した。次に波・風・流れとの出合い角を変化させるために主機の回転数を一定にして右廻りで五角形を描くように航走しながら計測した。しかし、天候が悪化したため計測時間を短縮して酒田港に直行した。酒田港までの約2時間、ほぼ同一風と波浪条件の下で連続計測ができた。酒田港内は細長く航路が狭いため主索を100mに短くした。波のない港内で計測した曳航索張力を平水中の曳航抵抗とした。

曳航索張力の計測には、大きな張力に耐え、比較的軽量で取扱いの容易な検力計が要求される。また、特殊な部品等を必要としないことも実機実験で使用する計測器の重要な条件である。P号の係留で用いたアンカーチェーンと同等品(JISF3303スタッド付き第3種φ50mm)1リンクを用いて、その平行部にストレインゲージを貼って防水加工した後、当所の索・鎖用引張試験機で30tfまでの検定と同時に耐力試験行って使用した。鎖のリンクは、

そのままシャックルが使用できることと、強度が保障されているので好都合である。

撤去時の航跡をFig.108に示す。この航跡は、P号に固定した流速計で計測した対水速度と方位から求めた進行ベクトルで表したものである。○印は各正時の位置で、矢羽根は風向・風速である。この図から曳航中は15~20ktの北西風が持続していたことがわかる。有義波高は約1mであった。右旋回中の曳船およびP号の方位と船速の2分間隔の時刻歴をFig.109に示す。図中には対P号の風向・風速を矢羽根で示した。この図から曳船と被曳航浮体の針路は、向い風および右舷側からの風に対して一致し、その他の針路の時は被曳航浮体に遅れが生じていることがわかる。曳船の主機の回転数は550rpmでほぼ一定であったが、向い風で抵抗が増加すると馬力不足のため船速の低下が生じている。

### E.2 実験結果及び考察

#### E.2.1 平均曳航索張力

模型実験で得られた平水中の曳航抵抗と実機曳航時の計測値とを比較してFig.110に示す。図中の+印は、酒田港内を曳航中の索張力で、平水中の曳航抵抗と対応するものであるが実線のまわりに若干のばらつきがみられる。これは、主索の長さが100mで曳船と被曳航浮体が接近しているため、曳船の後流や風の影響を受けているためである。\*印は波浪中の索張力の平均値で、その時の船速と海象はそれぞれ2.84kt,3.04ktで有義波高0.99m,0.72mであった。この場合風浪であることから波向きは風向と一致するものと考えられる。したがって、この時の波との出合い角は約135°である。図中の★印は、別途実施した模型実験から得られた曳航速度3kt、出合い角135°に対する波浪中の抵抗増加の応答関数と実測した波スペクトルから求めた波浪中の曳航抵抗の推算値である。これら波浪中の値と平水中の値(実線)との相違はあまり顕著ではないが、有義波高が1m程度であり抵抗増加分が小さいためであろうと考えられる。また、設置の時の大阪湾における計測値は対地速度4.98ktに対して索張力は15tfであった。この値は潮流が順方向であったことを考慮して船速を4kt程度に修正すれば、妥当な値であろうと考えられる。

P号のフーティングおよびコラムの没水部分には、生物付着があった。主な付着生物はカキ、アカフジツボ、イガイ等で、その厚みは100~150mmであった。しかし、曳航抵抗への影響は明らかにできなかった。

#### E.2.2 変動索張力

撤去時の実験で計測した曳航索張力の時系列データの記録例および曳船とP号とで計測した加速度の前後揺成分から求めた相対変位の時系列をFig.111に示す。この時系列のスペクトルと、これに対応する波浪、曳船の船首揺れおよび相対変位のスペクトルをFig.112に示す。このスペクトル解析は4096秒間のデータについて行ったものである。曳航索張力と曳船の船首揺れの応答スペクトルは、波周期に近い周波数とそれよりも長周期の領域にピークをもっている。曳船と被曳航浮体の相対変位は、加速度計による計測であるため長周期の変動は解析できないので短周期成分のみを示した。Fig.113にFig.111の曳



航索張力の時系列を短周期成分と長周期成分に分離した時系列を示す。この時系列から、P号の曳航索の短周期成分と長周期成分の変動索張力は同程度であることがわかる。

曳航索の弾性係数と質量分布を考慮して混合法[65][66]により計算した曳航索の張力と伸びの関係をFig.114に示す。この計算に用いたブライドルの弾性係数は8100kgf/mm<sup>2</sup>、断面積は313mm<sup>2</sup>、主索の弾性係数は450kgf/mm<sup>2</sup>、断面積は1408mm<sup>2</sup>である。曳航時の平均索張力は約8tfであるから張力と伸びの関係は直線として取扱うことができる。したがって、曳航系のバネ定数は2.873tf/mとなる。相対変位の最大値0.93mと索張力の短周期成分の最大値2.72tfとの相関が良好であることがわかる。

曳航索張力の瞬時値分布と振幅分布をFig.115に示す。瞬時値分布によると曳航索張力の変動は、図中の実線で示したガウス分布に一致している。このことは、波浪条件があまり厳しくなかったことと、曳船の馬力が小さかったため曳航索が急激な緊張状態になるような現象が生じなかったためと考えられる。振幅分布についても実線のレーリー分布に一致している。最大変動索張力は、平均索張力8.09tfに対して3.95tfである。設置前の曳航時の約1mの波浪中で4ktで曳航中の計測値は、平均索張力15tfに対して約4tfであった。Fig.116は、計測したデータの中から11箇所の曳航索張力を抜き出して、その瞬時値分布の標準偏差に対する1/3最大平均値との比、1/10最大平均値との比及び最大値との比を示したものである。図中の◆◇◎の記号は、解析に用いたデータ数4096に対する値、その他の記号は512データの解析値である。各期待値と標準偏差の比がレーリー分布を仮定した場合の推算値(実線)と良く一致している。

## F 巡視船の曳航実験

### F.1 実機実験の概要

試験第1日目の試験海面は、千葉県州崎西方海上とした。曳船は、1000t型巡視船を改良した2軸2舵を有する「のじま」である。強い冬型の気圧配置となった当日は、西風が強く風速は12.5~15.0(m/sec)、波高も2.5~3.5(m)程度となった。また、2日目は、曳船が500t型巡視船で2軸1舵の「かの」であり、耐航性能・操船性能の面から曳航作業が困難になることが予想されたため、試験海面を相模湾内の海象条件の良好な場所に移した。風速は7~8(m/sec)、波高1~1.5(m)程度の気象条件で試験を実施することができた。なお、被曳航浮体は、両日ともヘリ2機搭載型巡視船「やしま」である。参加艇及び曳航索の主要目寸法をTable8に示す。曳船及び被曳航浮体における計測項目は、Table9に示すとおりである。計測時のサンプリングタイムは、0.5秒である。波高は、被曳航浮体の船側に設置した超音波波高計と船体動揺の補正のための上下揺計測用の加速度計を使用して求めた。曳航索張力は、被曳航浮体においてのみ計測し、P号の曳航実験に使用したものと同一のチェーン(JIS F 3303 スタッド付き第3種φ50mm)1リンクを用い、その平行部に歪ゲージを貼って防水加工した張力計で計測した。曳航索には予め25m毎にテープでマーキングし、試験終了後に索の各部分の伸びの計測を行った。さらに、被曳航浮体の船橋から光波距離計を使用して、曳船までの距離を測定した。曳航索角度は、被曳航浮体の甲板上に角度計測用にマーキングをしておき、船橋より計測員が目視で読み取りを行った。各巡視船ともに船速を0ktの停止状態で保持する場合(0kt曳航)と3ktの船速で20分間曳航する場合(3kt曳航)とで、それぞれの曳航抵抗を計測した。なお、試験所要時間は、両船とも3時間であった。

### F.2 実験結果及び考察

#### F.2.1 平均曳航抵抗と変動索張力

参加船の曳航抵抗の推定方法は、波浪による抵抗増加に関しては丸尾・石井の簡易化公式[70]と短波長領域における船首の反射波の影響を考慮して[71]、正面向波として波浪中抵抗増加係数を求めた。また、風圧抵抗は、Isherwood[76]の風圧抵抗計算式を用い、計算には「やしま」の風圧抵抗係数として正面向い風の値である0.572を用いた。平水中の抵抗をこれらの抵抗に加えて波浪中の平均的な曳航抵抗とし、実測値の平均値と比較した。なお、実測の波スペクトルから計算された有義波高と平均波周期をもとに、スペクトル形状をISSCスペクトルにあてはめた計算結果は、波高3m程度の波浪において計測された波スペクトルとよく一致した。

Table10に「のじま」の曳航抵抗の推定値と実測値の比較を示す。3kt曳航については良い推定値を与えているが、0kt曳航時(実際は1.5kt)の推定値が実測値をかなり上回る結果となった。これは、波浪中抵抗増加を大きく見積もった結果と考えられ、両者の差が船速、波のスペクトル形状及び波向きであることから、抵抗増加係数の推定精度と波の入射方向の推定に問題があるといった可能性が考えられる。「のじま」の0kt及び3ktの曳航索張



力の時系列を Fig.117 及び Fig.118 に示す。このように、両者とも長周期の 40~50 秒の波形に短周期の波形が重畳していることがわかる。このことを、詳しく調べるために、「のじま」の 3kt 曳航を例にとり、長周期成分と短周期成分に分けた時系列の結果を Fig.119 に示す。

この種の変動については、曳船と被曳航浮体の相対運動、主に相対前後揺によって生ずることが考えられる。このことを考慮するために、曳航索を介した曳船と被曳航浮体の質量バネ系で固有周期を試算する。いま、曳船及び被曳航浮体の質量をそれぞれ  $m_1, m_2$  とし、バネ定数を  $k$  とすると、固有周期は次式で与えられる。

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}} \quad (\text{F.1})$$

「のじま」の曳航索の光波距離計を用いた実験結果より、バネ定数  $k$  を  $1/2.8(\text{tf/m})$  とし、「のじま」と「やしま」の質量を付加質量 10% 付加して計算すると、固有周期は約 120 秒となった。これは、索の長周期成分の約 3 倍である。このため、長周期変動はバネ質量系における固有周期とは別の要因であることがわかった。3kt 曳航の場合の索張力変動は、平均値 9.5tf に対して 3~5tf でかなり大きい。停止状態での保持についても、平均値 4.5tf で 2~4tf の索張力変動があった。この長周期変動については、最大索張力の推定とも関連することから、さらに詳しい検討をする必要がある。

Fig.120 は、「のじま」の 3kt 曳航時の索張力の瞬時値分布であり、基本統計量も同時に示した。この分布は、歪度 -0.30、尖度 0.081 でほぼガウス分布に近いと考えられるが、海象条件が厳しくなると運動に対する索張力の応答が非線型となり極大値の予測が困難になる。

曳船の運動は、被曳航浮体との相対運動にも関連して索張力を推定するために重要である。ここでは特に索張力に関係すると思われる舵角、方位角及び前後揺れに着目して、被曳航浮体「やしま」で計測された索張力とともに「のじま」の 3kt 曳航時の時系列を Fig.121 に示す。当然のことながら船首揺が舵角に連動しており、前後揺れはそれらとの対応関係を論ずるには詳細な解析が必要と思われる。Fig.122 に船首揺のスペクトル解析結果を示す。これより、船首揺は 70 秒前後にスペクトルのピークをもち、これは索張力変動の周期のほぼ 2 倍となっている。曳船が船首揺することにより、曳船と被曳航浮体の距離が変化して索張力変動が生じると単純に考えると、索張力変動の周期は船首揺周期の 1/2 になることは容易にわかる。しかしながら、3~5tf という大きな変動振幅が、たかだか 5° 程度の船首揺で発生することは非常に考えにくい。なぜならば、このような索張力変動が生ずるには、少なくとも 10 m 程度の両船間の距離の変動がないと生じ得ないからである。このことは、ポリエチレンロープの静的特性を示す索張力曲線から明らかである。また、Fig.123 に被曳航浮体から光波距離計を用いて計測した曳船までの距離と索張力の時系列を、「のじま」の 0kt 及び 3kt 曳航について示す。両者の対応関係は良好である。これより、精度の問題を勘案しても 2 船間の距離の変動は高々 3~4 m 程度である。また、「のじま」は最大出力の約 1/4 の 1.700 馬力程度の出力で、出力変動は 100 馬力程度であったがその周期は非常に長い。

10 分後から曳航索が緊張して張力がかかり、2~4tf の変動がみられる。また、12~13 分後と 15~16 分後に 2 船間の距離が伸びて、張力が変動しているのがわかる。「のじま」の針路が安定すると、張力の変動振幅もほぼ一定に近くなる。

「かの」の場合は、海象条件が「のじま」の場合と比較して、風速、波浪ともに穏やかであったため曳航抵抗は小さくなった。そして、推定値はほぼ実測値と合致する結果となった。0kt 曳航についても、「のじま」の場合が 3kt 曳航と同程度の波浪抵抗の推定であったのに対して、「かの」の場合には波浪抵抗は 3kt 曳航の場合の半分程度になり全抵抗は満足のいく結果を与えた。

本実験においては、曳航索に合成繊維索(ポリエチレンロープ)を使用したため、ワイヤロープなどと比較して軽量(比重 0.96)ということから実際の曳航状態では索の中央部が僅か水没する程度であった。これより、曳航索が水から受ける動的な張力は皆無であり、うねりも小さかったので前後揺などの相対運動によって生ずる長周期の大きな索張力もなかった。そこで、波浪中における平均索張力を概略推定できることがわかる。しかしながら、大きなうねりのあるような海域では、曳船と被曳航浮体の前後揺などの相対運動により、大きな索張力変動が生ずることが考えられ、長周期動揺などによる極大値の推定が問題となる。

## F.2.2 曳航索の伸び

Fig.125 に「のじま」の曳航索について、張り合わせ時からの伸びと張力の関係を示す。伸びは光波距離計で計測した 2 船間の直線距離であるため正確ではないが、索張力に対してほぼ直線的な関係があり、F.2.1 で述べたとおり 1tf 当たり 2.8m の伸びであった。また、図中には、ロープメーカーの索材料の強伸度曲線(伸びと張力の関係を示す曲線)から求めた推定値を実線で示す。合成繊維索のこの特性曲線は、ヒステリシスをもつことが知られており、繰り返し荷重が加わった後はいわゆるバネ剛性は大きくなる傾向にある。しかしながら、今回の実験結果では、あまり大差がない。なお、実験点は曳航索の張り合わせ時を基点にしているため、強伸度曲線よりも左側に偏っている。著者らは、別途直径 3mm 程度の合成繊維索(ポリエチレン)について実験を行い、張力をうけた後に剛性が 3 倍程度大きくなることを確認している。[79] しかしながら、今回の実験では、強伸度曲線と実測した索の荷重-伸び曲線が良くあっているという結果となった。さらに、索は各部ほぼ均等に伸びていることもわかった。なお、索の伸びは、今回の遭遇した海象では線形の範囲であったが、さらに張力がかかると 2 次的に伸びが増大し伸びの許容限界に近づくことが予想される。Fig.126 は、実験終了後に曳航索の長さ方向の各部位の伸びを計測したものである。「かの」についてはほぼ均等に 10% 程度塑性変形で伸びているのがわかる。しかしながら、「のじま」の曳航索については若干伸びの違いが認められ検討を要する。



## 表目次

1	Experimental condition of the forced oscillation test in current . . . . .	78
2	Principal particulars of tug and tow . . . . .	78
3	Experimental conditions of the model test in still water . . . . .	79
4	Measuring items of the model test in still water . . . . .	79
5	Experimental condition of the model test in waves . . . . .	80
6	Measuring items of the model test in waves . . . . .	80
7	Principal particulars in the towing system . . . . .	81
8	Principal particulars of patrol boats and tow rope . . . . .	81
9	Measuring items . . . . .	82
10	Comparison of towing resistance between estimation and experimental results . .	82

## 图目次

1	Behavior of integrated function $p(z)$ . . . . .	83
2	Probability density function of dynamic towline tension . . . . .	84
3	Comparison of dynamic towline tension between simplified method and lumped mass method . . . . .	85
4	Comparison of probability density function concerning dynamic towline tension between theoretical calculation and numerical simulation results . . . . .	86
5	Effect of inertia force on the dynamic towline tension . . . . .	87
6	Mean upcrossing frequency of dynamic towline tension . . . . .	88
7	Expected largest force of dynamic towline tension . . . . .	89
8	Effect of inertia force on mean upcrossing frequency . . . . .	90
9	Effect of inertia force on expected largest force . . . . .	91
10	Schematic diagram of the forced oscillation test in current . . . . .	92
11	Body plan and profile of the ocean tug boat . . . . .	93
12	Dimension of the barge . . . . .	94
13	Dimension of the semi-submersible . . . . .	95
14	Schematic diagram of the towing experiment . . . . .	96
15	Pattern of the towline tension . . . . .	97
16	Towline tension, yaw angle and the lateral position of center of gravity for the barge model . . . . .	98
17	Towline tension, yaw angle, vertical and transverse angle of the towline at the towing point . . . . .	99
18	Effect of skeg on the coefficient of the towline tension (barge model) . . . . .	100
19	Towline tension coefficient in the case of car carriage towing (barge without skeg) . . . . .	101
20	Towline tension coefficient in the case of tug towing (barge without skeg) . . . . .	102
21	Ratio of $T_{1max}$ to $T_{1sp}$ in the case of car carriage towing (barge model) . . . . .	103
22	Ratio of $T_{1max}$ to $T_{1sp}$ in the case of tug towing (barge model) . . . . .	104
23	Comparison of maximum towline tension between estimation and experiment . . . . .	105
24	Towline tension coefficient (semi-submersible) . . . . .	106
25	Towline tension characteristics . . . . .	107
26	Comparison between measured static towline tension and estimation . . . . .	108
27	Comparison between measured dynamic towline tension and estimation ( $X=25.47m$ ) . . . . .	109
28	Comparison between measured dynamic towline tension and estimation ( $X=26.22m$ ) . . . . .	110
29	Comparison between measured dynamic towline tension and estimation ( $X=26.32m$ ) . . . . .	111
30	Comparison of the towline tension increase due to current between theoretical calculation and experiment ( $\chi = 0^\circ$ ) . . . . .	112



31	Comparison of the towline tension increase due to current between theoretical calculation and experiment ( $\chi = 30^\circ$ ) . . . . .	113
32	Deformation of the towline due to current ( $\chi = 0^\circ$ ) . . . . .	114
33	Deformation of the towline due to current ( $\chi = 30^\circ$ ) . . . . .	115
34	Tension increase of the towline in current . . . . .	116
35	Vertical angle of the towline in current . . . . .	117
36	Effect of $C_{dt}$ and $C_{dn}$ on the tension increase in current . . . . .	118
37	Dynamic tension in negative current on surge oscillating upstream side . . . . .	119
38	Dynamic tension in negative current on surge oscillating downstream side . . . . .	120
39	Estimated phase plane between dynamic tension and surge . . . . .	121
40	Phase plane between dynamic tension and surge in current . . . . .	122
41	Phase plane between tension and towline towline angle . . . . .	123
42	Comparison of the theoretical calculation with the experimental results in the surge oscillation test (combined frequency mode) . . . . .	124
43	Dynamic tension in negative current on surge oscillating upstream side (chain) . . . . .	125
44	Dynamic tension in negative current on surge oscillating downstream side (chain) . . . . .	126
45	Dynamic tension in positive current on surge oscillating upstream side (chain) . . . . .	127
46	Dynamic tension in positive current on surge oscillating downstream side (chain) . . . . .	128
47	Dynamic tension in negative current on sway oscillating upstream side . . . . .	129
48	Dynamic tension in negative current on sway oscillating downstream side . . . . .	130
49	Dynamic tension in positive current on sway oscillating upstream side . . . . .	131
50	Dynamic tension in positive current on sway oscillating downstream side . . . . .	132
51	Comparison of the theoretical calculation with the experimental results in the sway oscillation test (combined frequency mode) . . . . .	133
52	Comparison of tension fluctuation and maximum tension between hawser and bridle in head waves . . . . .	134
53	Comparison of tension fluctuation and maximum tension between hawser and bridle in following waves . . . . .	135
54	Time series of the towline tension and motion of barge . . . . .	136
55	Ratio of the towline tension to the surge motion . . . . .	137
56	Various amplitudes for $T_1$ of the barge . . . . .	138
57	Various amplitudes for $T_1$ of the semi-submersible . . . . .	139
58	Various maxima for $T_1$ of the barge . . . . .	140
59	Various maxima for $T_1$ of the semi-submersible . . . . .	141
60	Time series of the towline tension with different towline length . . . . .	142
61	Statistical distribution of towline tension ( $\ell_0=40m$ ) . . . . .	143
62	Statistical distribution of towline tension ( $\ell_0=24m$ ) . . . . .	144
63	Statistical distribution of towline tension ( $\ell_0=16m$ ) . . . . .	145

64	Relation between skewness and peakedness with respect to the towline tension . . . . .	146
65	Relation between skewness and peakedness with respect to the pitch of tug . . . . .	147
66	Relation between skewness and peakedness with respect to the pitch of tow . . . . .	148
67	Relation between skewness and peakedness with respect to the surge of tow . . . . .	149
68	Various amplitudes for pitch of the tug towing barge in terms of double amplitude distribution . . . . .	150
69	Various amplitudes for pitch of the tug towing semi-submersible in terms of double amplitude distribution . . . . .	151
70	Various amplitudes for pitch of barge in terms of double amplitude distribution . . . . .	152
71	Various amplitudes for pitch of semi-submersible in terms of double amplitude distribution . . . . .	153
72	Various amplitudes for pitch of barge towed by the car carriage in terms of positive maxima distribution . . . . .	154
73	Various amplitudes for pitch of the tug towing barge in terms of positive maxima distribution . . . . .	155
74	Various amplitudes for pitch of barge in terms of positive maxima distribution . . . . .	156
75	Various amplitudes for surge of barge in terms of positive maxima distribution . . . . .	157
76	Various amplitudes for pitch of barge towed by the car carriage in terms of positive maxima distribution . . . . .	158
77	Instantaneous distribution for pitch of the tug ( $\ell_0=16m$ ) . . . . .	159
78	Instantaneous distribution for pitch of the tow ( $\ell_0=16m$ ) . . . . .	160
79	Instantaneous distribution for surge of the tow ( $\ell_0=16m$ ) . . . . .	161
80	Response amplitude operator for pitch of the tug . . . . .	162
81	Response amplitude operator for pitch of the tow . . . . .	163
82	Response amplitude operator for surge of the tow . . . . .	164
83	Response amplitude operator for pitch of barge towed by car carriage . . . . .	165
84	Response amplitude operator for surge of barge towed by car carriage . . . . .	166
85	Effect on the towline length on the tension fluctuation . . . . .	167
86	Coordinate system of the towline . . . . .	168
87	Comparison of dynamic towline tension between experimental results and theoretical calculation of simplified method and lumped mass method (surge forced oscillation $X=23.0m$ ) . . . . .	169
88	Comparison of dynamic towline tension between experimental results and theoretical calculation of simplified method and lumped mass method (surge forced oscillation $X=23.6m$ ) . . . . .	170
89	Comparison of dynamic towline tension between experimental results and theoretical calculation of simplified method and lumped mass method (surge forced oscillation $X=24.05m$ ) . . . . .	171



90	Comparison of dynamic towline tension between experimental results and theoretical calculation of simplified method and lumped mass method (heave forced oscillation $X=24.201m$ ) . . . . .	172
91	Coordinate system of the towline . . . . .	173
92	Coordinate system of the mooring line . . . . .	174
93	Coordinate system of the dynamic motion . . . . .	175
94	Towing trajectory in the Tokyo Bay . . . . .	176
95	Time history of towline tension . . . . .	177
96	Towline tension at various speed . . . . .	178
97	Towing trajectory in ocean going . . . . .	179
98	Measuring items and locations . . . . .	180
99	Statistical Analysis of waves . . . . .	181
100	Towline tension and towing speed . . . . .	182
101	Statistic analysis of bridle tension . . . . .	183
102	Time series of bridle tension . . . . .	184
103	Asymmetry of dynamic bridle tension . . . . .	185
104	Instantaneous distribution of bridle tension . . . . .	186
105	Relation between skewness and peakedness of the bridle tension . . . . .	187
106	Arrangement of the towing system . . . . .	188
107	Method of towline tension measurement . . . . .	189
108	Towing trajectory . . . . .	190
109	Time series of the direction of tug, tow and towing speed . . . . .	191
110	Comparison of the resistance between model and proto-type . . . . .	192
111	Time series of the hawser tension and relative surge . . . . .	193
112	Spectrum of waves, towline tension, yawing and relative surge . . . . .	194
113	High and low frequency component of the hawser tension . . . . .	195
114	Relation between towline tension and elongation . . . . .	196
115	Instantaneous and amplitude distribution of the towline tension . . . . .	197
116	Comparison of statistical properties concerning the towline tension . . . . .	198
117	Time series of the towline tension (0kt towing of 'NOJIMA') . . . . .	199
118	Time series of the towline tension (3kt towing of 'NOJIMA') . . . . .	200
119	High and low frequency component of the towline tension (3kt towing of 'NOJIMA')	201
120	Instantaneous distribution of the towline tension (3kt towing of 'NOJIMA')	202
121	Rudder angle, yaw, surge and the towline tension (3kt towing of 'NOJIMA')	203
122	Yaw spectrum of 'NOJIMA' (3kt towing of 'NOJIMA')	204
123	Relation between tension and elongation (3kt towing of 'NOJIMA')	205
124	Rudder angle, yaw, surge and towline tension (0kt towing of 'NOJIMA')	206
125	Towline tension and the distance between tug and tow . . . . .	207

126	Elongation of fiber ropes after the loading experiment . . . . .	208
-----	--	-----



Item	Location	Measurement	Value
Towline tension	At the tug	0kt towing	1000 N
Towline tension	At the tow	0kt towing	1500 N
Towline tension	At the tug	3kt towing	2000 N
Towline tension	At the tow	3kt towing	3000 N



Table 1: Experimental condition of the forced oscillation test in current

material	mode	amplitude (mm)	distance (m)	frequency (Hz)	incident angle (deg)
wire rope	surge	30	4.404	high	0
wire rope	surge	30+150	4.250	high+low	0
chain	surge	30	4.265	high	0
wire rope	sway	30	4.404	high	0
wire rope	sway	30+150	4.414	high+low	6.74
wire rope	sway	30	4.434	high	8.66

Table 2: Principal particulars of tug and tow

	tug boat	barge	semi-submersible
Length (m)	2.500	3.318	4.000
Breadth (m)	0.552	1.500	2.432
Depth (m)	0.280	0.340	0.220
Draught (m)	0.237	0.150	0.177
Displacement (m <sup>3</sup> )	0.151	0.682	0.642

Table 3: Experimental conditions of the model test in still water

Tug	Towed ship	line length towing state	initial deviation from towing course														
			0					1.75 B					2.51 B				
			2	4	6	8	10	2	4	6	8	10	2	4	6	8	10
car	I. barge (with skeg)	even keel	1	1	1	1	2	0	1	1	1	1					
		-1% trim	0	1	2	1	1	0	2	1	1	2					
		+1% trim	0	1	1	1	2	0	1	1	1	1					
		5° heel	1	2	1	1	1/0	0	2/0	1	2	1					
carriage	II. barge (without skeg)	even keel	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2	0	4/0	2	1	2
		-1% trim	1	2	1	1	1	1	3	1	3	3	0	2	2	2	1
		even keel						1	1	1	1	1					
	III. semi-sub	-1% trim					1	1	1	1	1						
		1° heel					1	1	1	1	0						
		even keel	2	4	2	1	1										
tug boat	IV. barge (with skeg)	-1% trim	1	1	1	1	1										
		5° heel	1	1	3	1	2										
		even keel											4	3	1	2	1
	V. barge (without skeg)	-1% trim											2	3	2	2	1
		5° heel											2	3	2	1	2
		even keel											3	2	1	1	1
	VI. semi-sub	-1% trim											1	2	3	1	1
		5° heel											1	1	0	1	1
		6° heel											2	1	1	1	2

Table 4: Measuring items of the model test in still water

carriage towing	tug towing
T <sub>1</sub> : tension on tug	δ: rudder angle
θ <sub>1t</sub> : horizontal angle of tow line	Y: rudder force
θ <sub>1v</sub> : vertical angle of tow line	N: propeller revolution
θ <sub>2t</sub> , θ <sub>2v</sub>	T <sub>p</sub> : propeller thrust
θ <sub>2t</sub> , θ <sub>2v</sub>	θ <sub>1t</sub> , θ <sub>1v</sub>
α: head angle of tow	θ <sub>2t</sub> , θ <sub>2v</sub>
T <sub>2</sub> , T <sub>3</sub>	θ <sub>3t</sub> , θ <sub>3v</sub>
	T <sub>1</sub> , T <sub>2</sub> , T <sub>3</sub>
	V: tug speed
	α: head angle of tow
	position of tug



Table 5: Experimental condition of the model test in waves

regular wave	$\lambda/L$	0.6,0.8,1.0,1.25,1.5,2.0,2.5
	rope length	24m
	speed in still water	0.514m/sec (barge in head wave) 0.72 m/sec (semi-sub, barge in follow wave)
	heading angle	head, follow
	towed ship	barge (with and without skeg), semi-sub
irregular wave	central freq.	$\lambda/L=1.0,1.5,2.0$
	rope length	16m,24m,40m
	speed in still water	0.514m/sec (barge in head wave) 0.72 m/sec (semi-sub, barge in follow wave)
	heading angle	head, follow
	towed ship	barge (with and without skeg), semi-sub

Table 6: Measuring items of the model test in waves

carriage towing	tug towing
$T_1$ : tension	$\delta$ : rudder angle
$\theta_{1t}$ : horizontal angle of tow line	$Y$ : rudder force
$\theta_{1v}$ : vertical angle of tow line	$N$ : propeller revolution
$\theta_{2t}, \theta_{2v}$	$T_p$ : propeller thrust
$\alpha$ : head angle of tow	$\theta_{2t}, \theta_{2v}$
$T_2, T_3$	$\theta_{3t}, \theta_{3v}$
$\theta_{2P}$ : pitch	$T_1, T_2, T_3$
$\phi_{2R}$ : roll	$\theta_{1P}, \phi_{1R}$
$X_{ACC}$ : surge acceleration	$X_{ACC}, Z_{ACC}, \psi_Y$
$\psi_Y$ : yaw	$V$ : tug speed
$Z_{ACC}$ : heave acceleration	$\alpha$ : head angle of tow position of tug

Table 7: Principal particulars in the towing system

	Installation	Scrapping
Tug boat		
Main engine	2400 ps	1700 ps
Gross tonnage	187 ton	180 ton
POSEIDON		
Displacement	375 ton	375 ton
Towline		
hawser	75 $\phi$ $\times$ 200m (nylon 8)	60 $\phi$ $\times$ 200m (kyolex 8)
bridle	30 $\phi$ $\times$ 30m $\times$ 2 (wire rope)	28 $\phi$ $\times$ 40m $\times$ 2 (wire rope)

Table 8: Principal particulars of patrol boats and tow rope

Ship name	YASHIMA	NOJIMA	KANO
Length	130.0m	87.0m	67.8m
Breadth	15.5 m	10.5m	7.9 m
Draught	6.04 m	3.65m	2.76m
Displacement	6,108t	1,693t	709t
Ruddertype	mariner $\times$ 2	mariner $\times$ 2	hanging $\times$ 1
Engine output	D9800PS $\times$ 2	D3500PS $\times$ 2	D1500PS $\times$ 2
Rudder area ratio	1/29	1/30	1/34
Wind pressure			
side area	1,200m <sup>2</sup>	520m <sup>2</sup>	290m <sup>2</sup>
front area	250m <sup>2</sup>	130m <sup>2</sup>	58m <sup>2</sup>
Tow rope material	Polyethylene	Polyethylene	Polyethylene
dia. $\times$ length	90mm $\times$ 400m	65mm $\times$ 400m	55mm $\times$ 200m $\times$ 2
breaking strength	55t	30t	22t



Table. 9: Measuring items

Tug	Tow
Engine output	Wind direction & speed
Revolution	Current direction & speed
Rudder angle	Ship speed & surging speed
Ship direction	Ship direction
Yaw	Yaw
Turning Angular velocity	Roll, Pitch
	Wave height
Roll, Pitch	Towline tension
Acceleration(x)	Acceleration(x, y, z)

Table. 10: Comparison of towing resistance between estimation and experimental results

NOJIMA				
	Sea state	Tension	Sea state	Tension
Ship speed (kt)	1.5	0.5	3.0	2.2
Relative wind vel. (m/sec)	14.0	1.85	16.0	2.41
Significant wave height(m)	3.40	5.09	3.39	6.28
Mean wave period (sec)	5.72		5.19	
Estimated tension (t)		7.44		10.89
Measured tension (t)		4.50		9.52

KANO				
	Sea state	Tension	Sea state	Tension
Ship speed (kt)	1.0	0.3	3.0	2.2
Relative wind vel. (m/sec)	8.5	0.68	0.85	0.68
Significant wave height(m)	1.45	1.69	1.50	3.38
Mean wave period (sec)	5.47		5.30	
Estimated tension (t)		2.67		6.26
Measured tension (t)		2.0		5.0

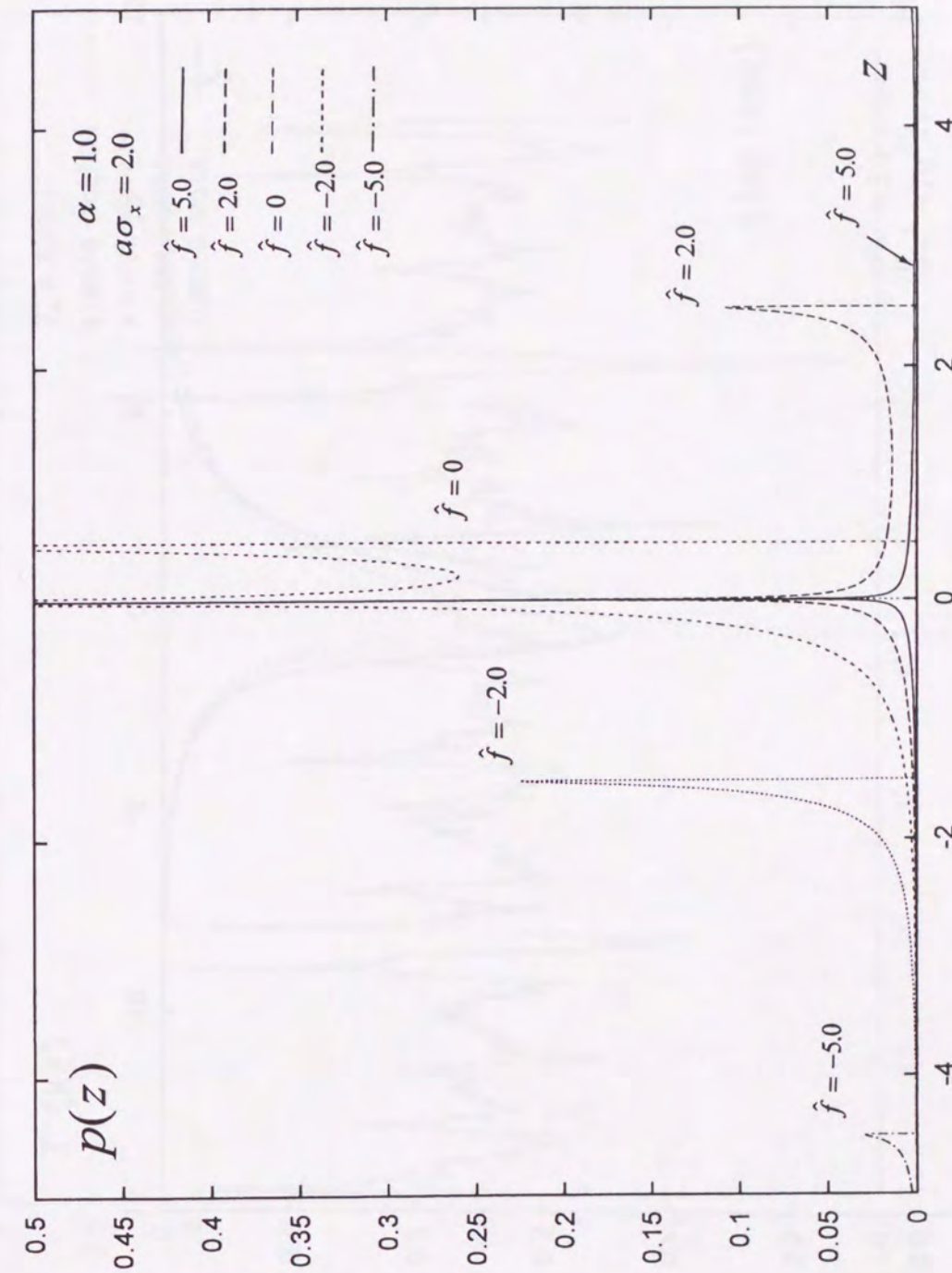


Fig. 1: Behavior of integrated function  $p(z)$



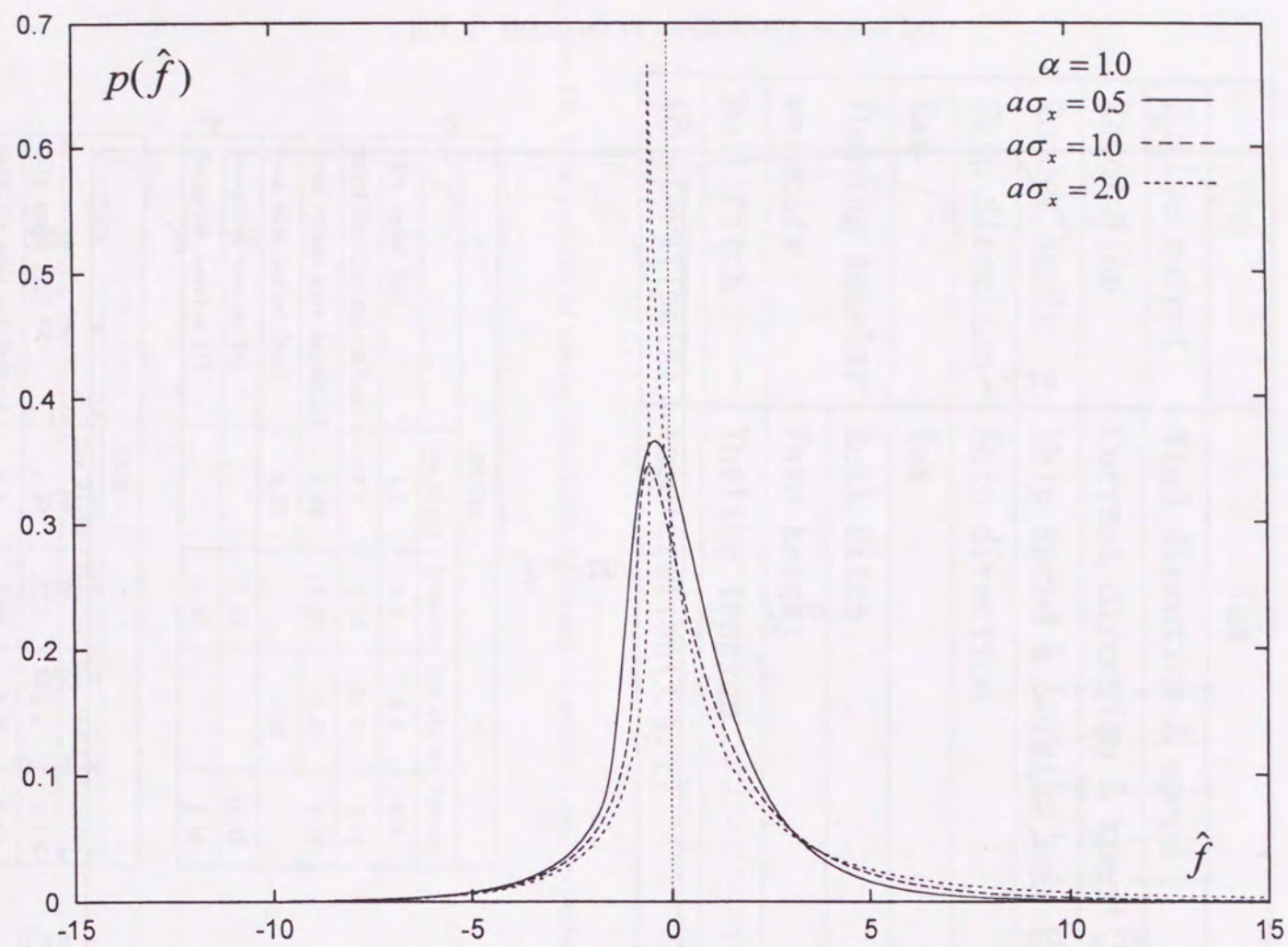


Fig. 2: Probability density function of dynamic towline tension

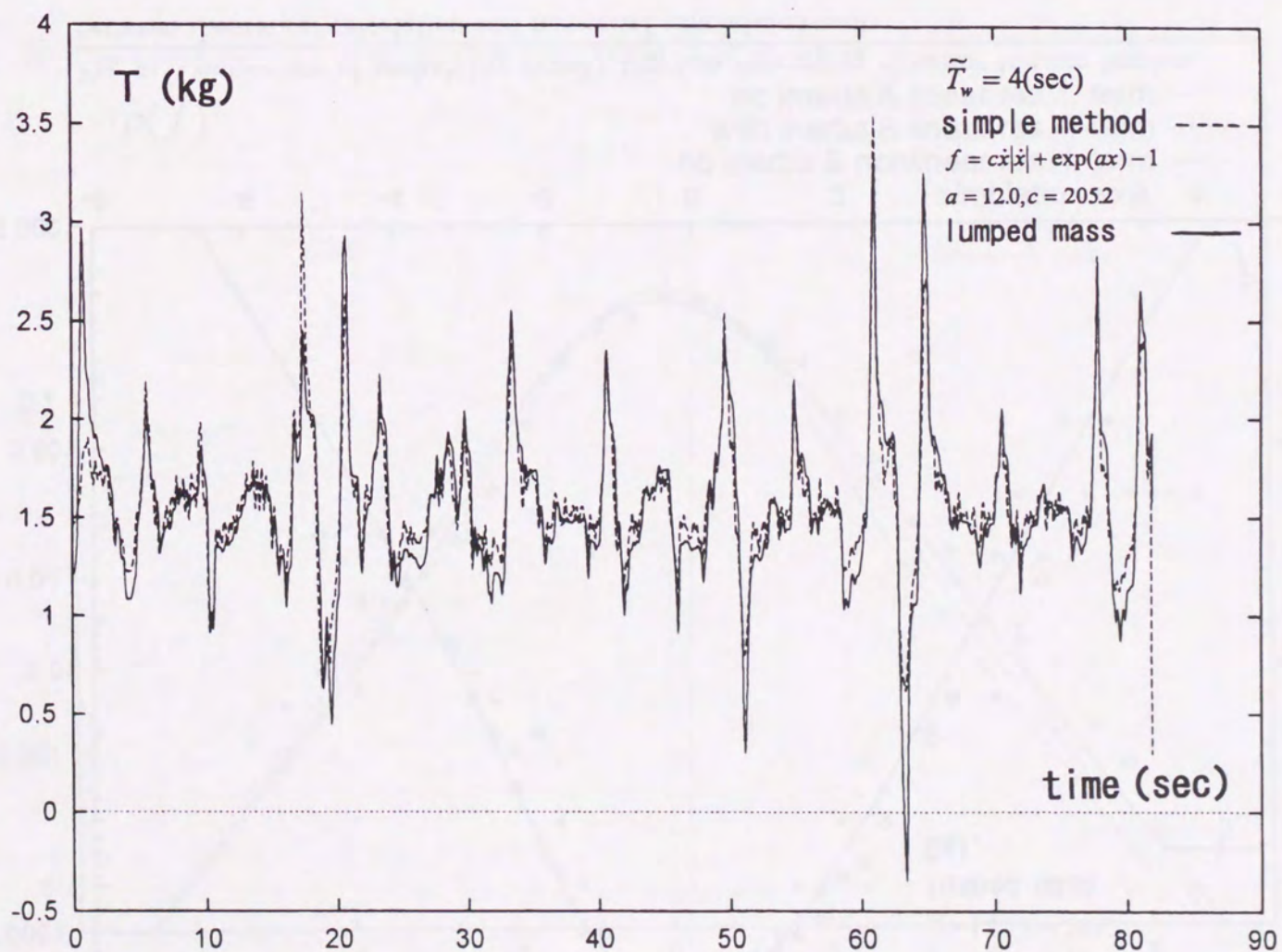


Fig. 3: Comparison of dynamic towline tension between simplified method and lumped mass method



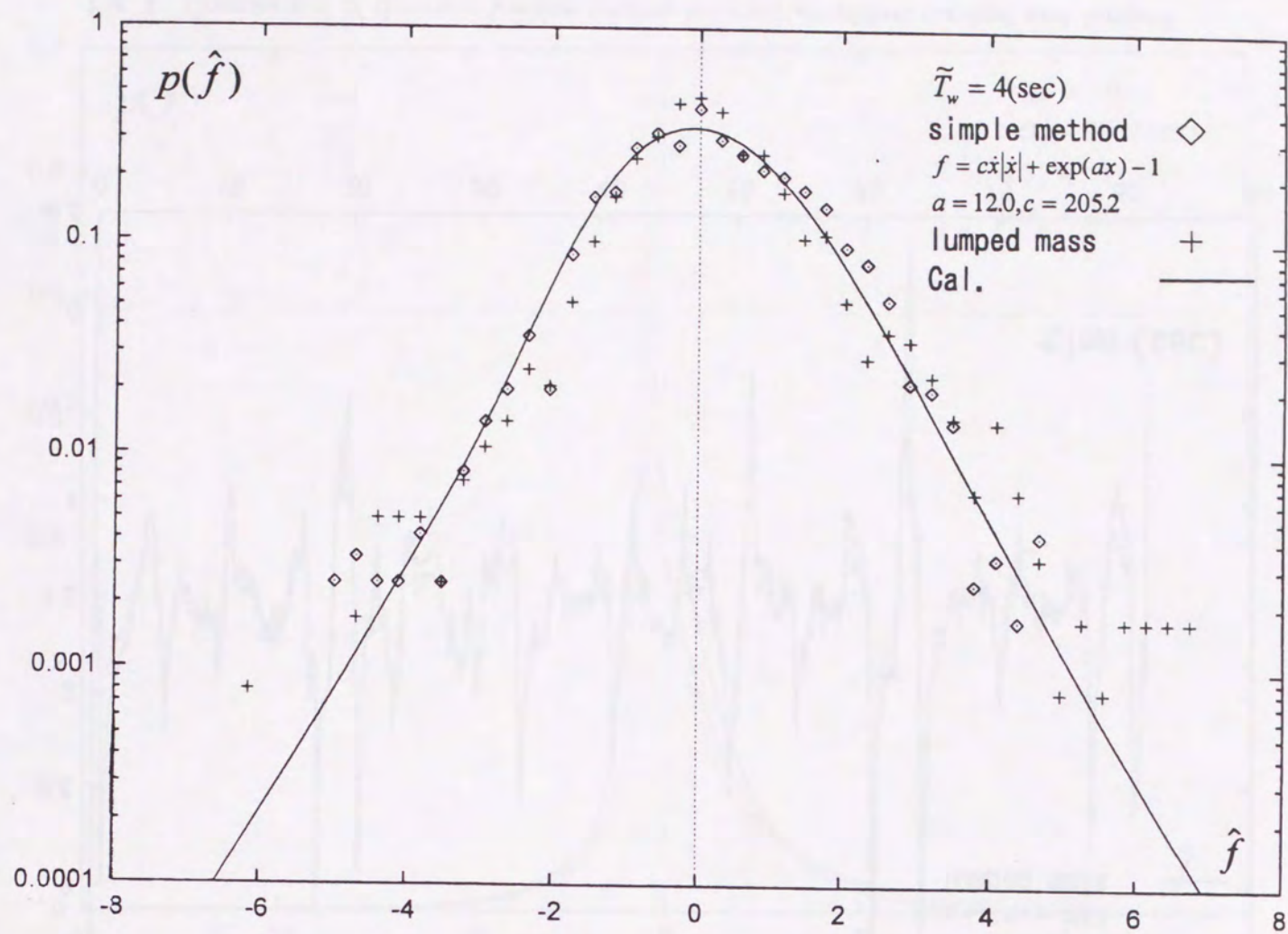


Fig. 4: Comparison of probability density function concerning dynamic towline tension between theoretical calculation and numerical simulation results

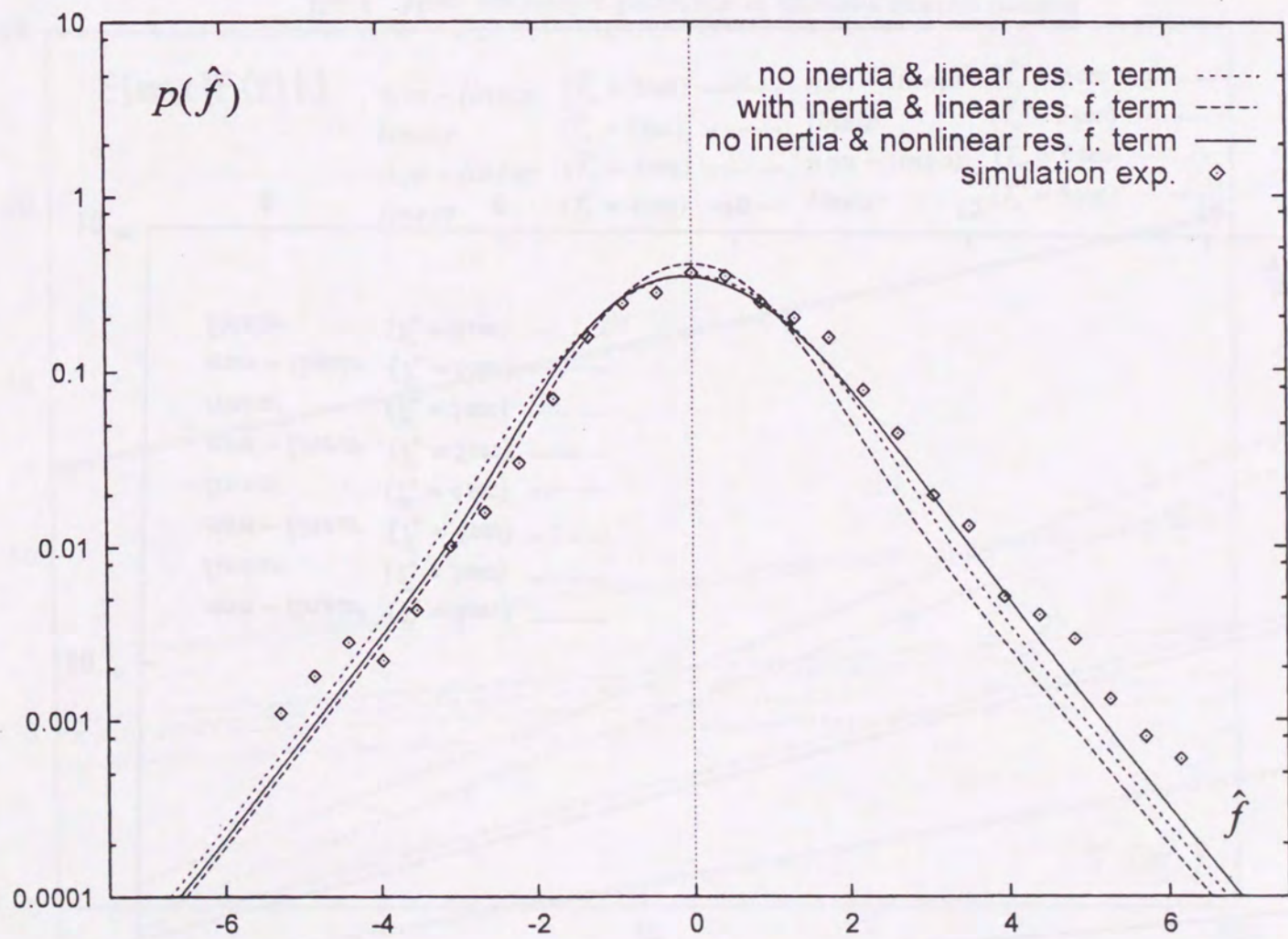


Fig. 5: Effect of inertia force on the dynamic towline tension



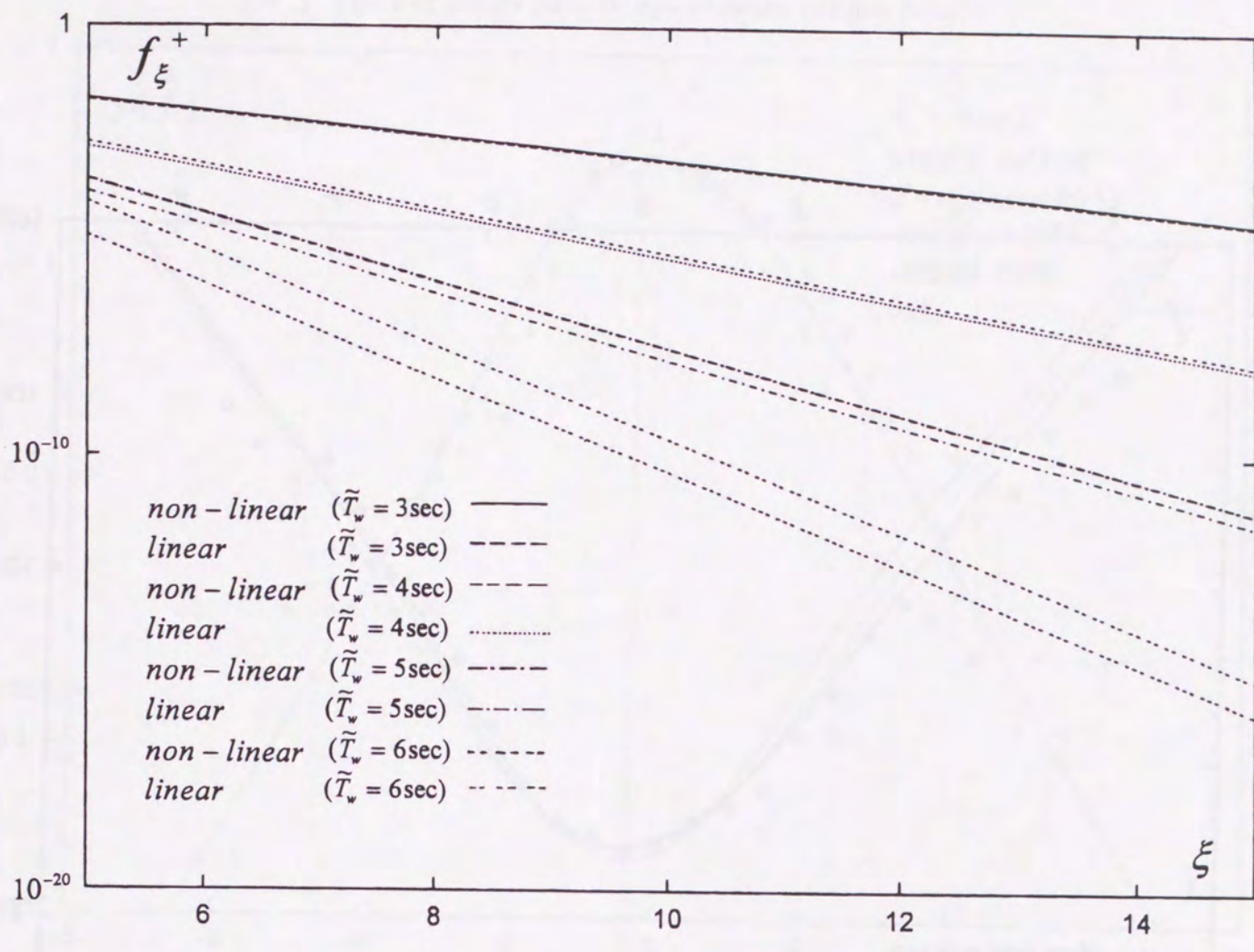


Fig. 6: Mean upcrossing frequency of dynamic towline tension

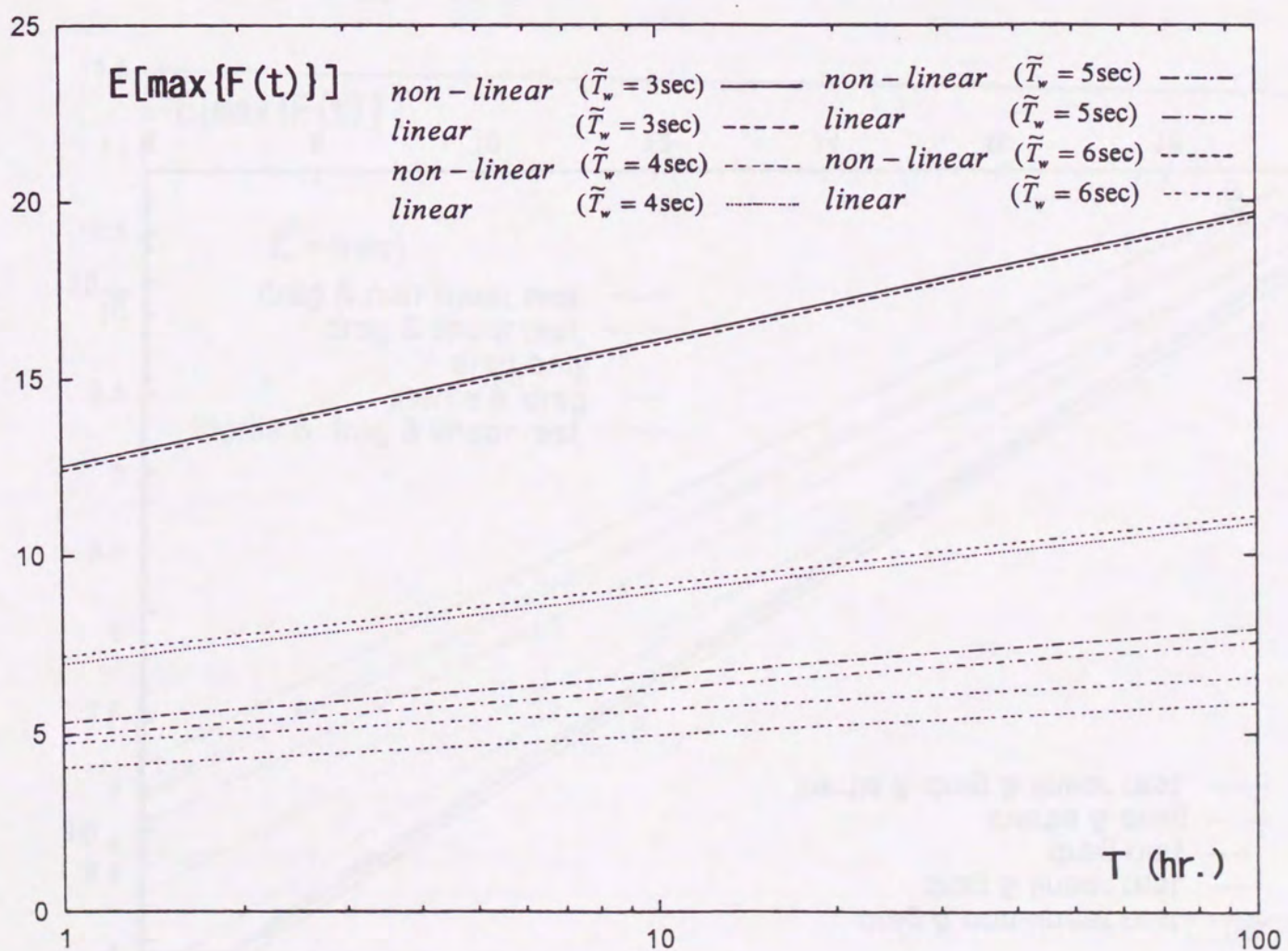


Fig. 7: Expected largest force of dynamic towline tension



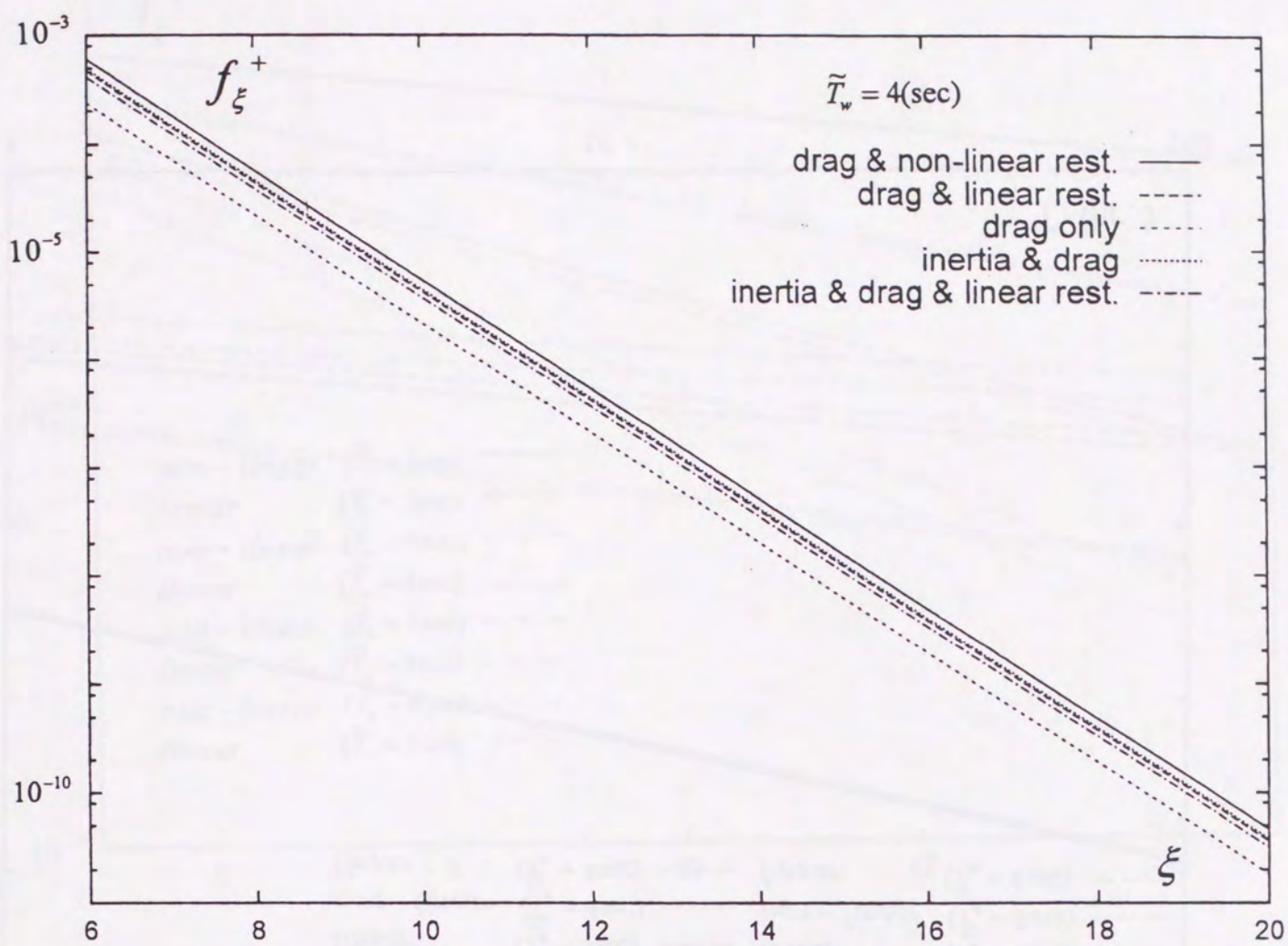


Fig. 8: Effect of inertia force on mean upcrossing frequency

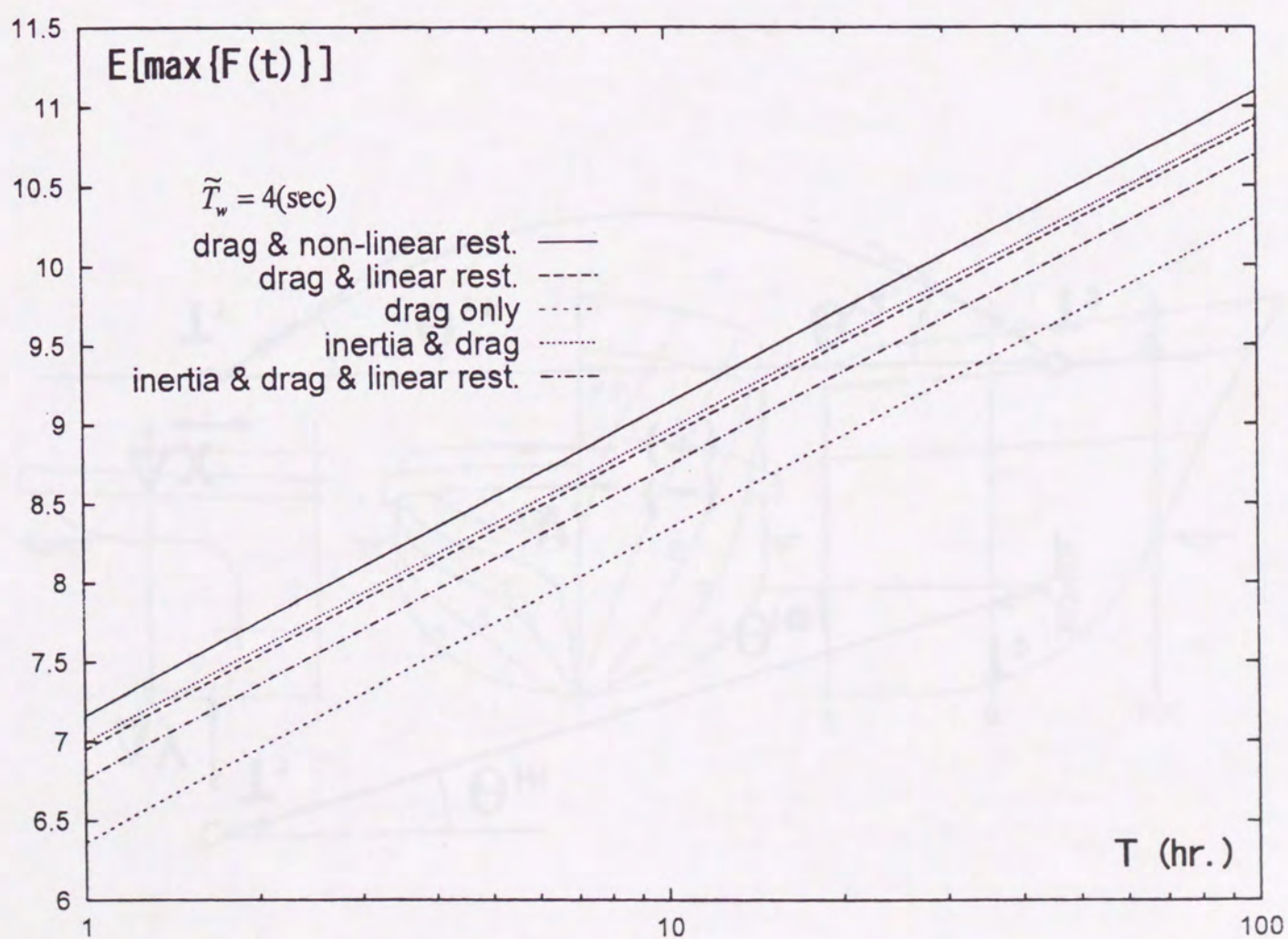


Fig. 9: Effect of inertia force on expected largest force



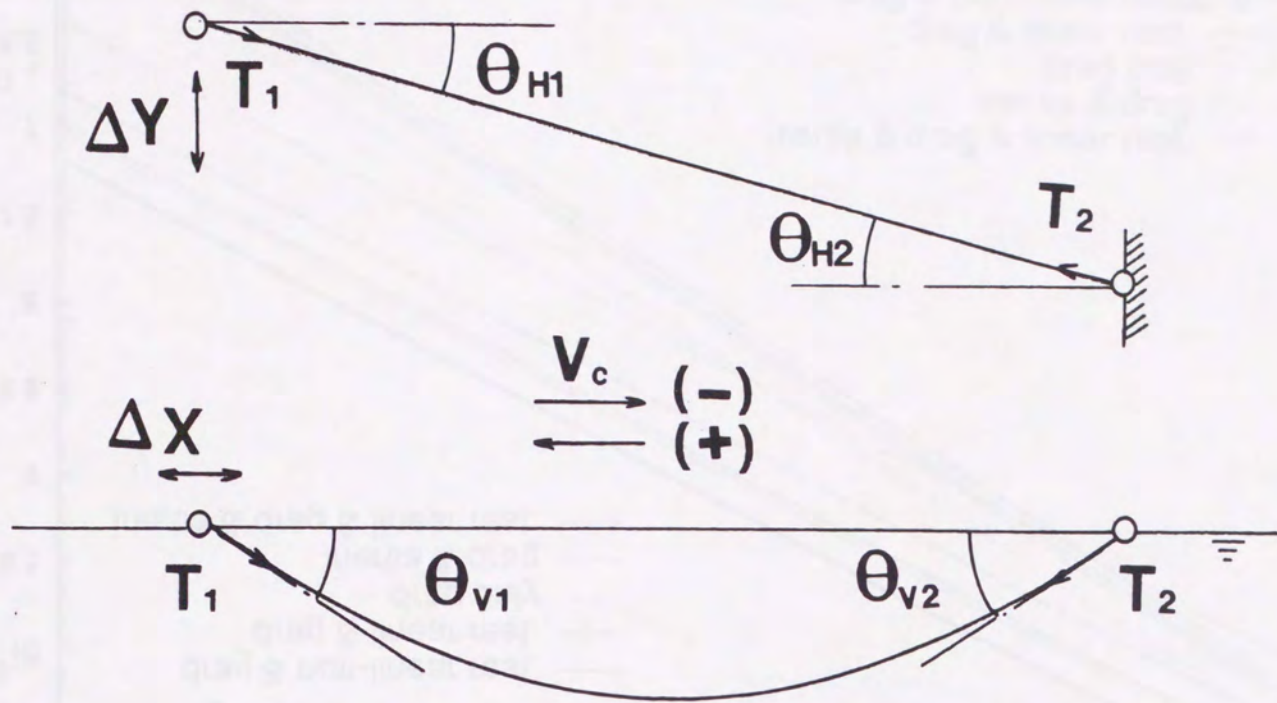


Fig. 10: Schematic diagram of the forced oscillation test in current

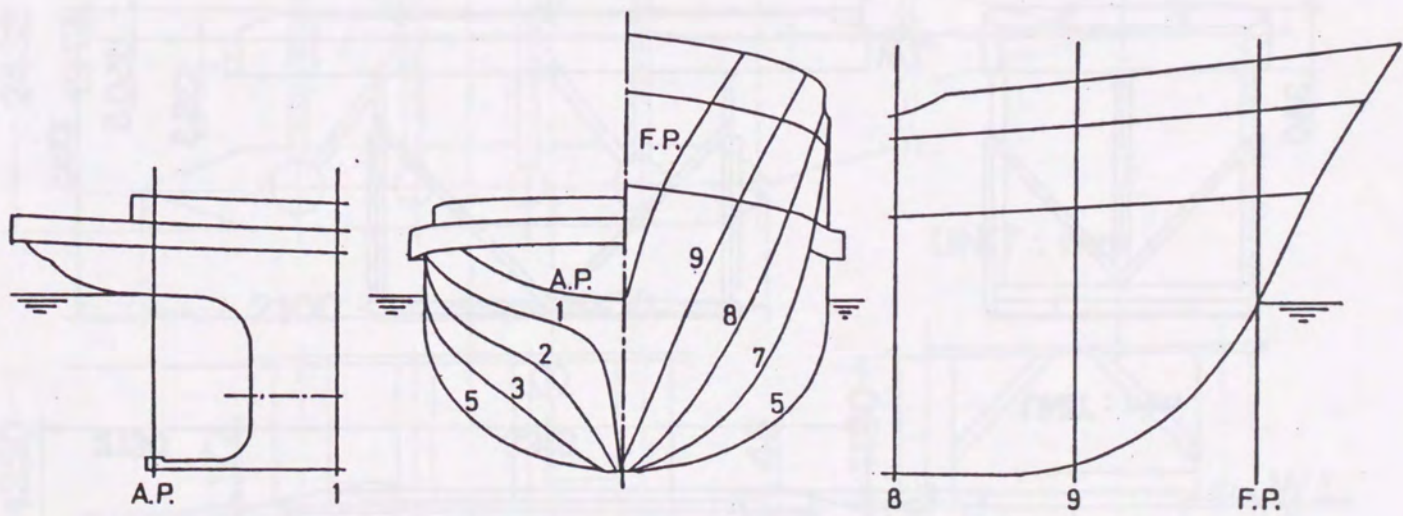


Fig. 11: Body plan and profile of the ocean tug boat



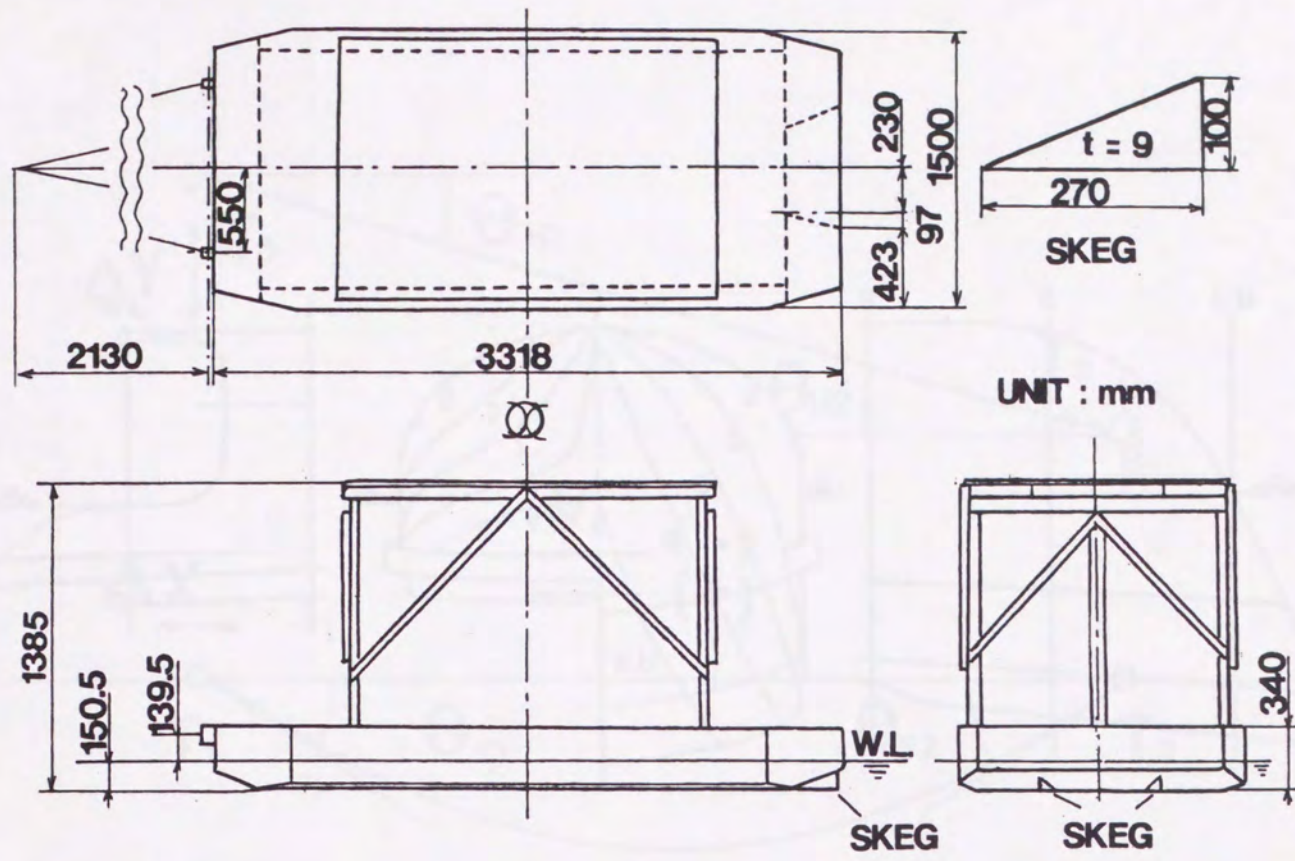


Fig. 12: Dimension of the barge

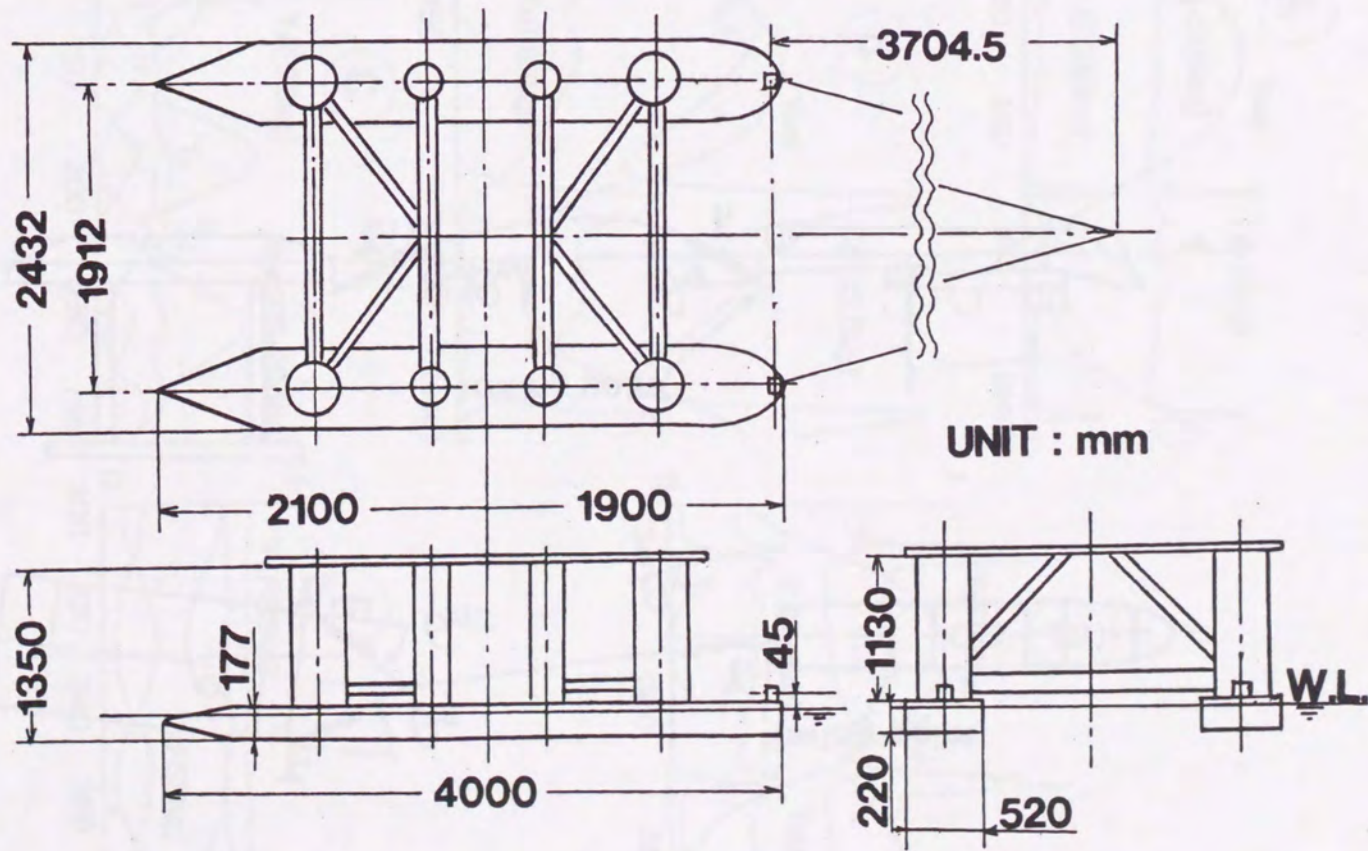


Fig. 13: Dimension of the semi-submersible



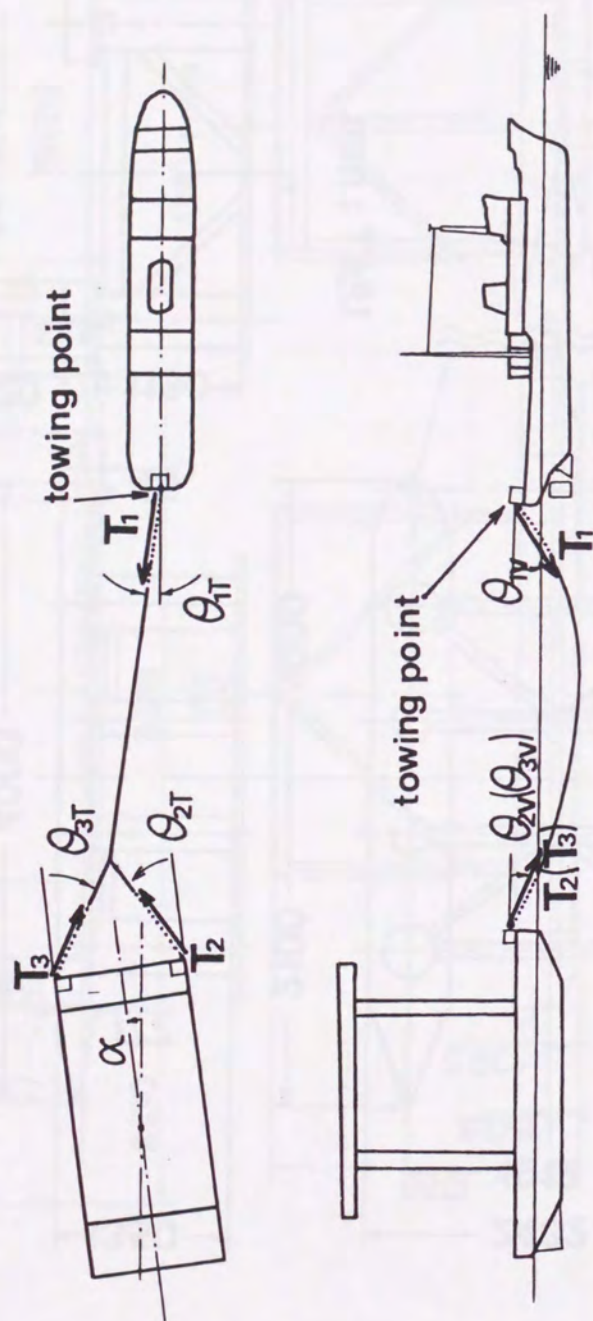


Fig. 14: Schematic diagram of the towing experiment

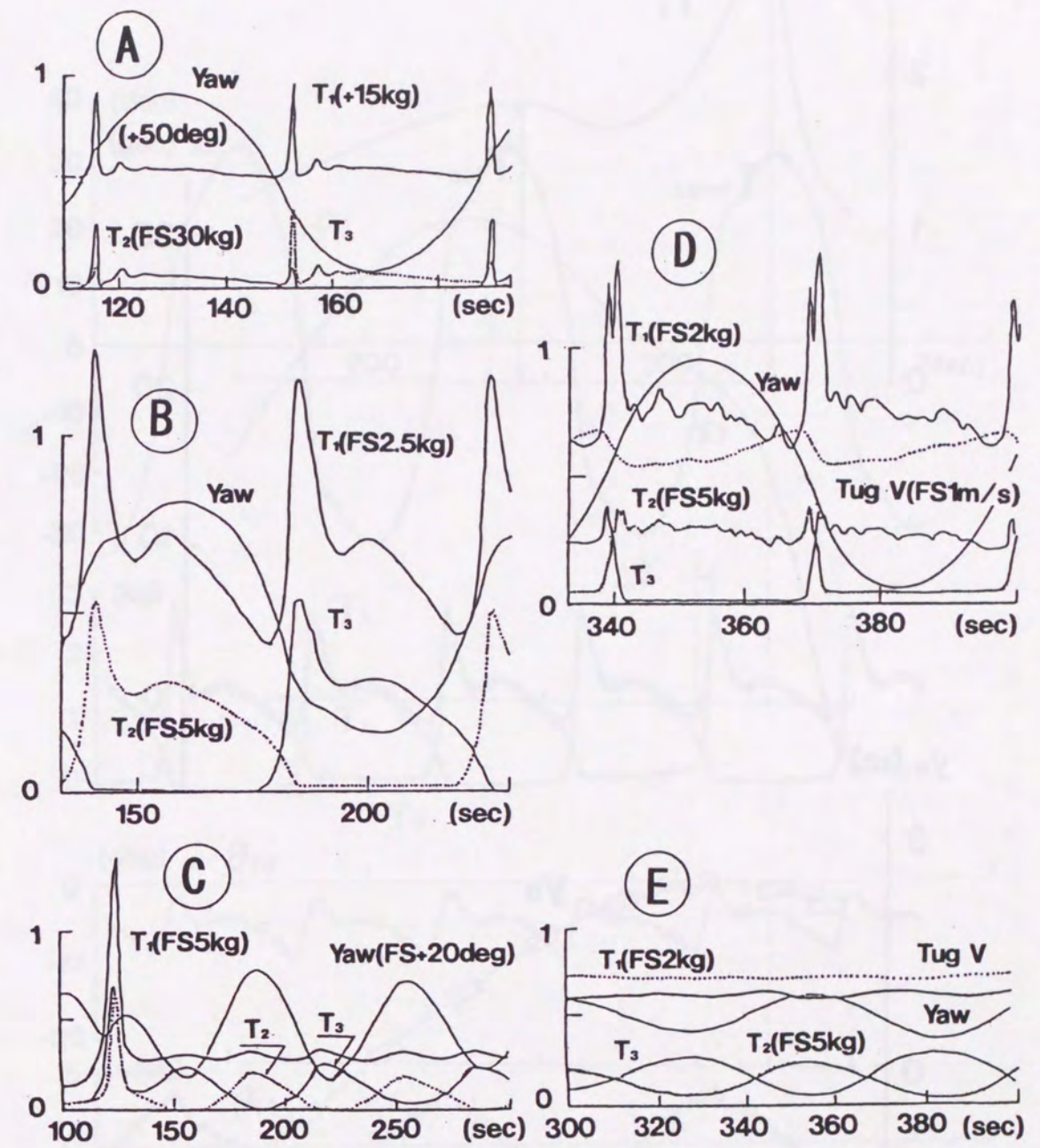


Fig. 15: Pattern of the towline tension



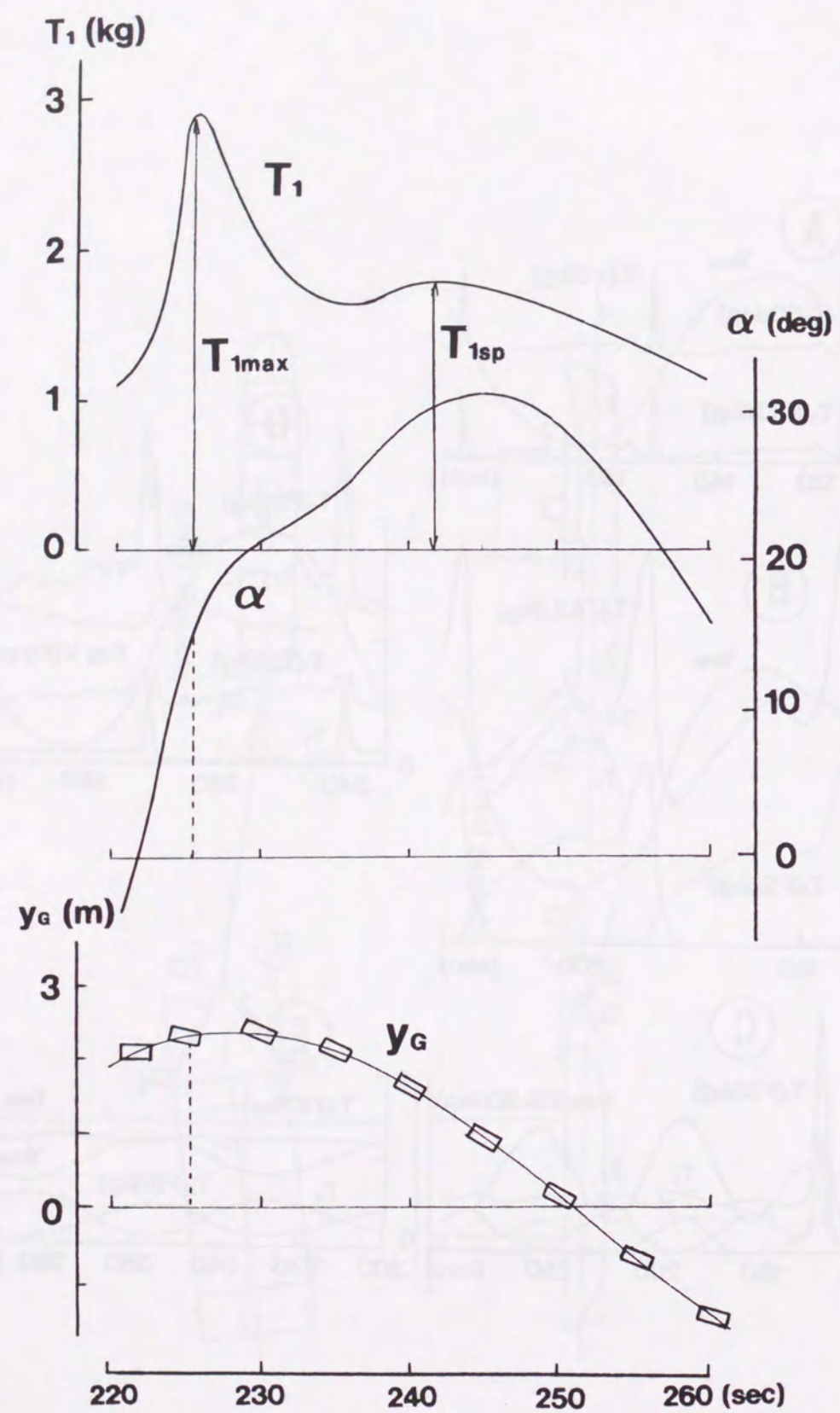


Fig. 16: Towline tension, yaw angle and the lateral position of center of gravity for the barge model

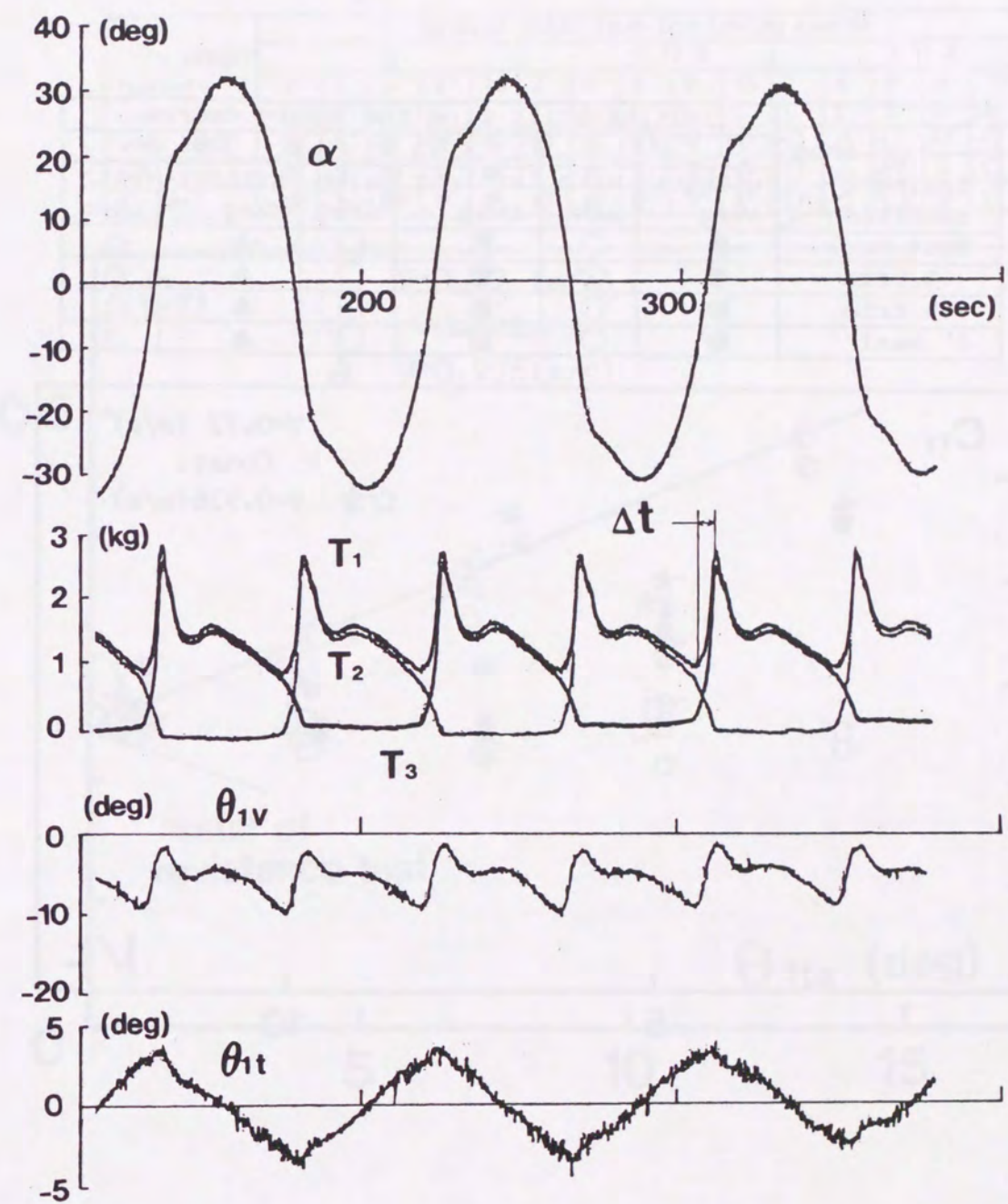


Fig. 17: Towline tension, yaw angle, vertical and transverse angle of the towline at the towing point



towing condition	skeg	initial shift from the towing course					
		0		1.75 B		2.51 B	
		without skeg	with skeg	without skeg	with skeg	without skeg	with skeg
even keel		●	○	■	□	▲	△
-1% trim		●	○	■	□	▲	△
+1% trim		●	○	■	□	▲	△
5° heel		●	○	■	□	▲	△

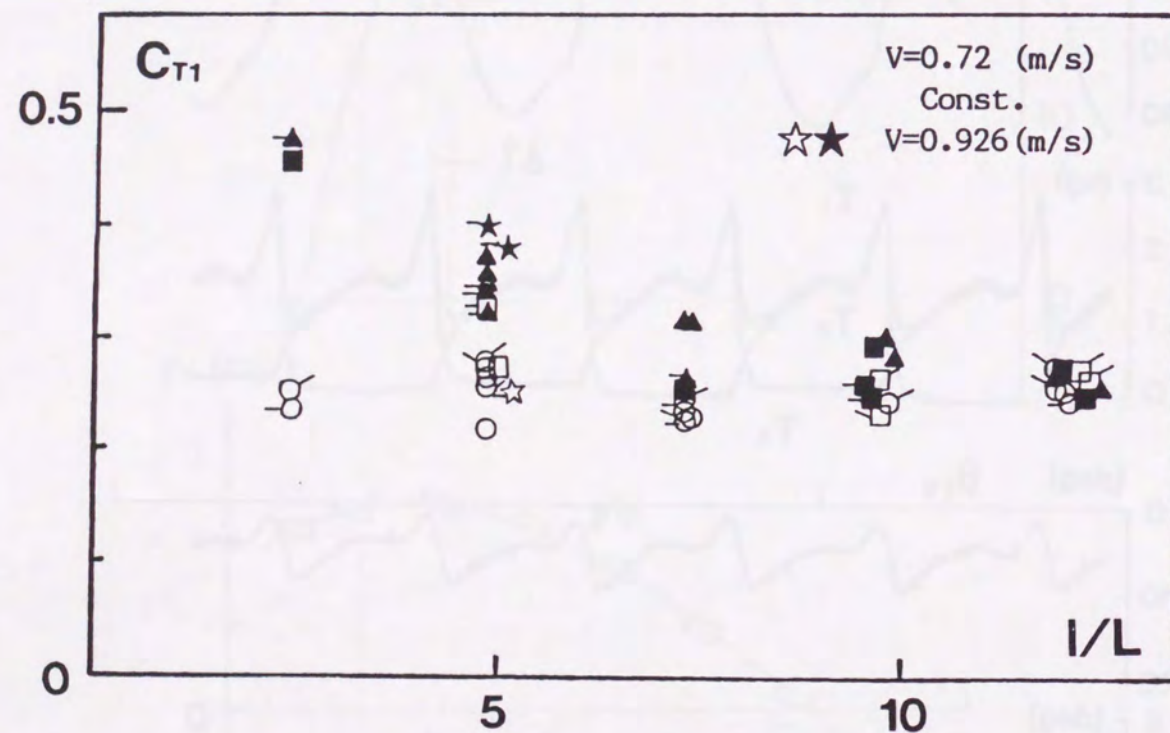


Fig. 18: Effect of skeg on the coefficient of the towline tension (barge model)

wire length	towing condition	initial shift from the towing course														
		0					1.75 B					2.51 B				
		2	4	6	8	10	2	4	6	8	10	2	4	6	8	10
even keel		●	▲	■	▼	◆	○	△	□	▽	◇	○	△	□	▽	◇
-1% trim		●	▲	■	▼	◆	○	△	□	▽	◇	○	△	□	▽	◇
5° heel		●	▲	■	▼	◆	○	△	□	▽	◇	○	△	□	▽	◇

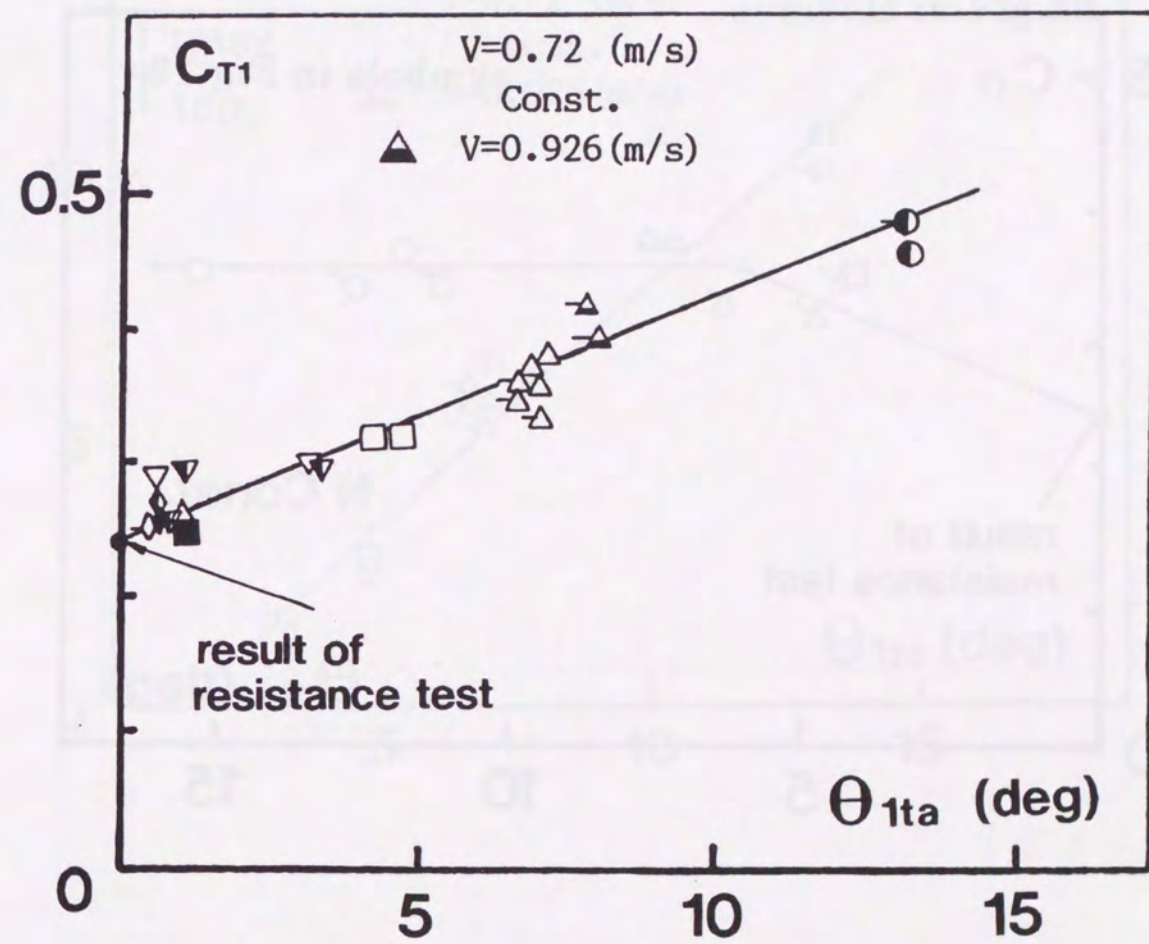


Fig. 19: Towline tension coefficient in the case of car carriage towing (barge without skeg)



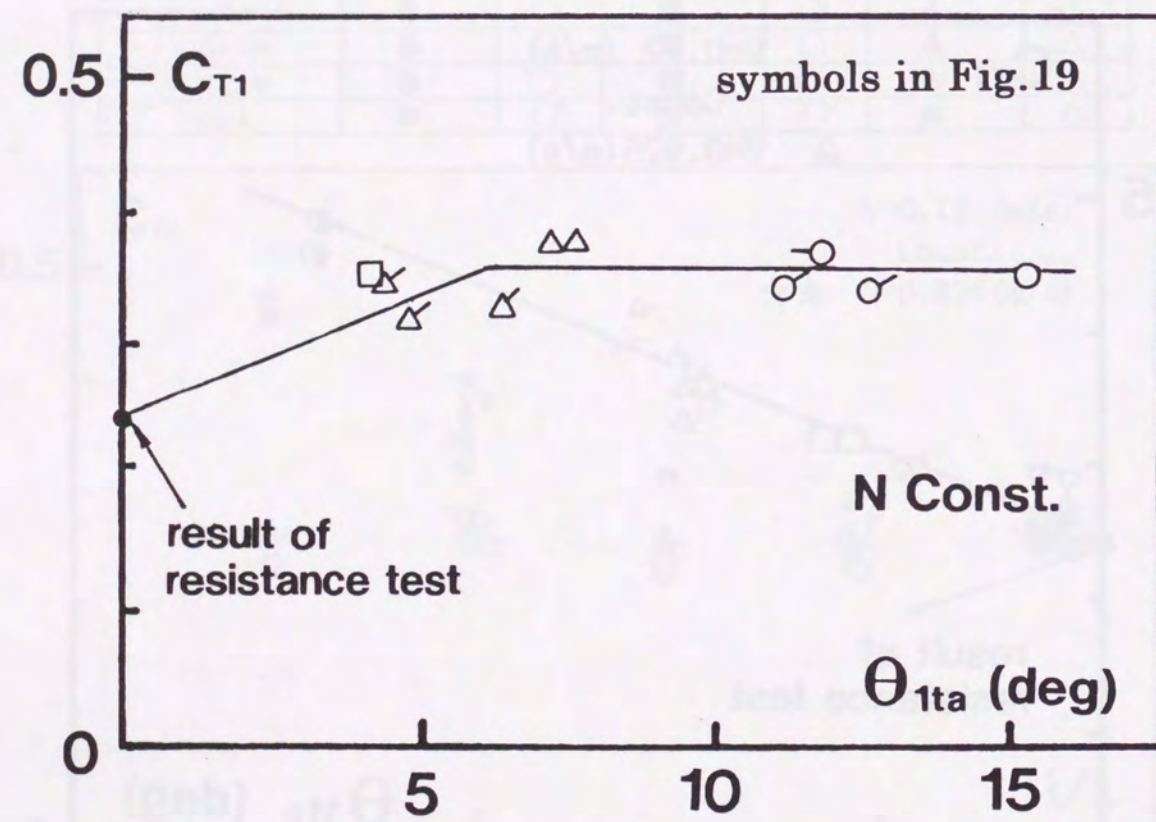


Fig. 20: Towline tension coefficient in the case of tug towing (barge without skeg)

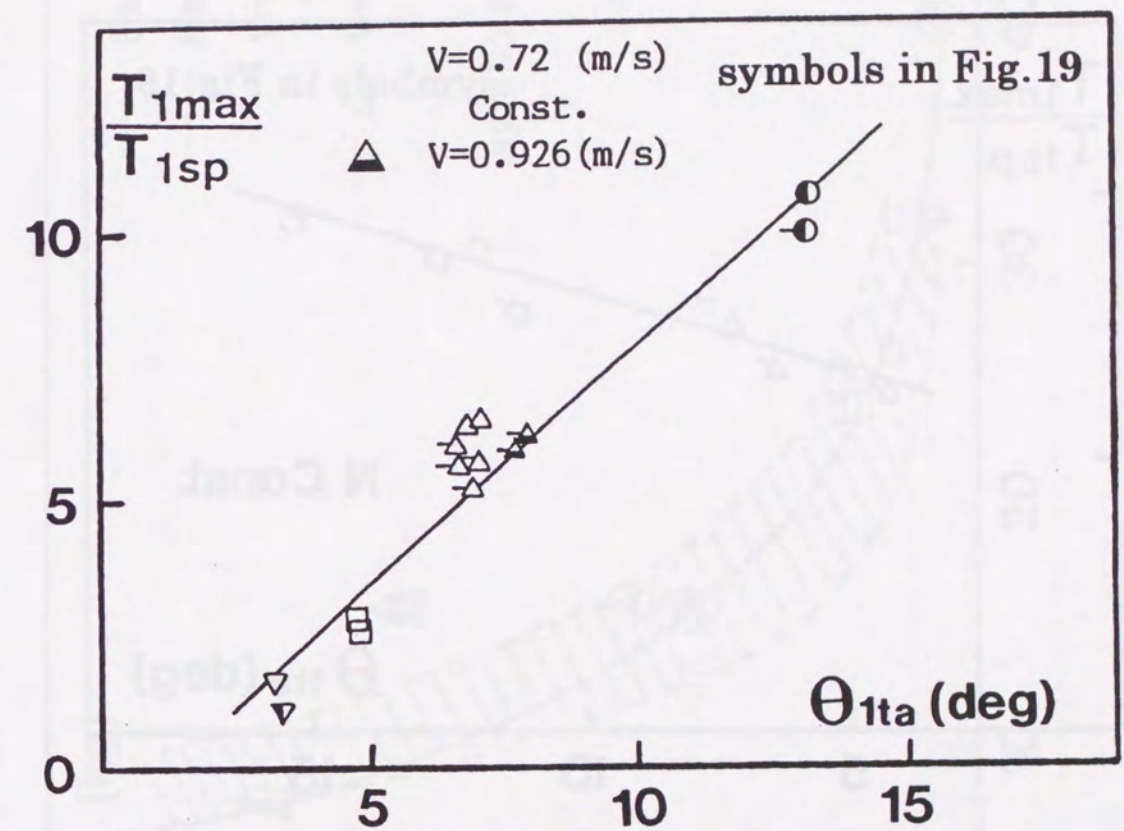


Fig. 21: Ratio of  $T_{1max}$  to  $T_{1sp}$  in the case of tug towing (barge model)



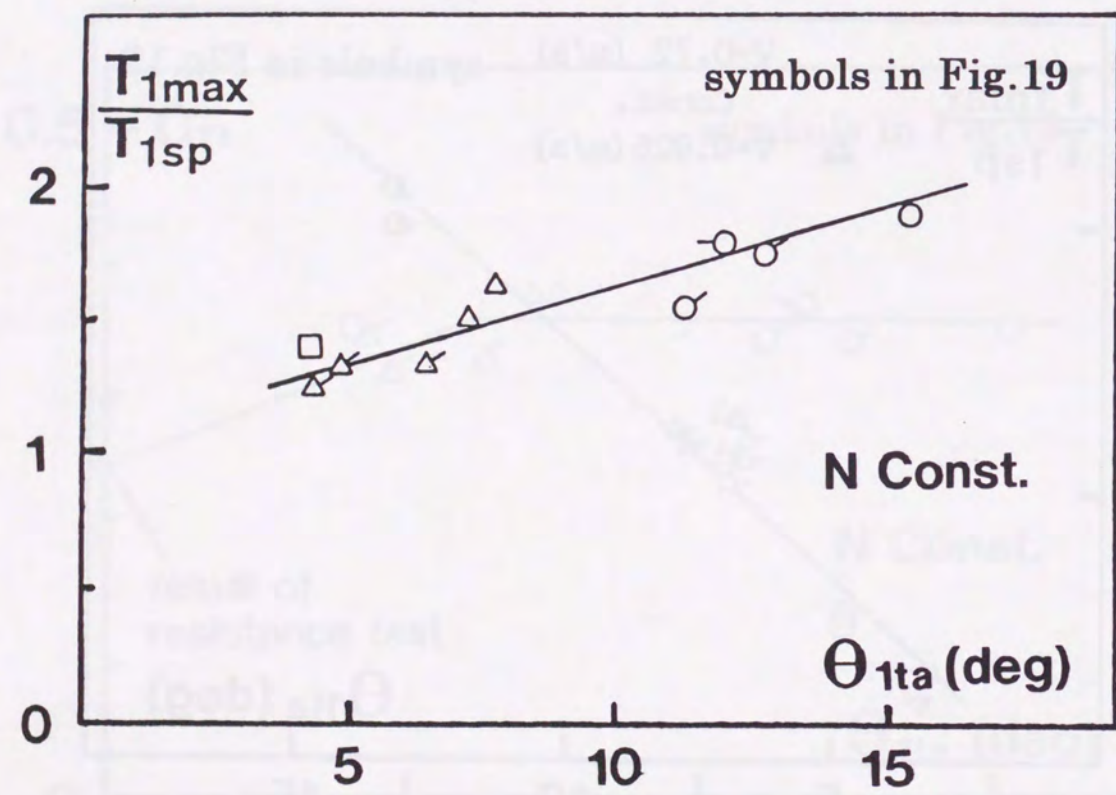


Fig. 22: Comparison of maximum towline tension between estimation and experiment

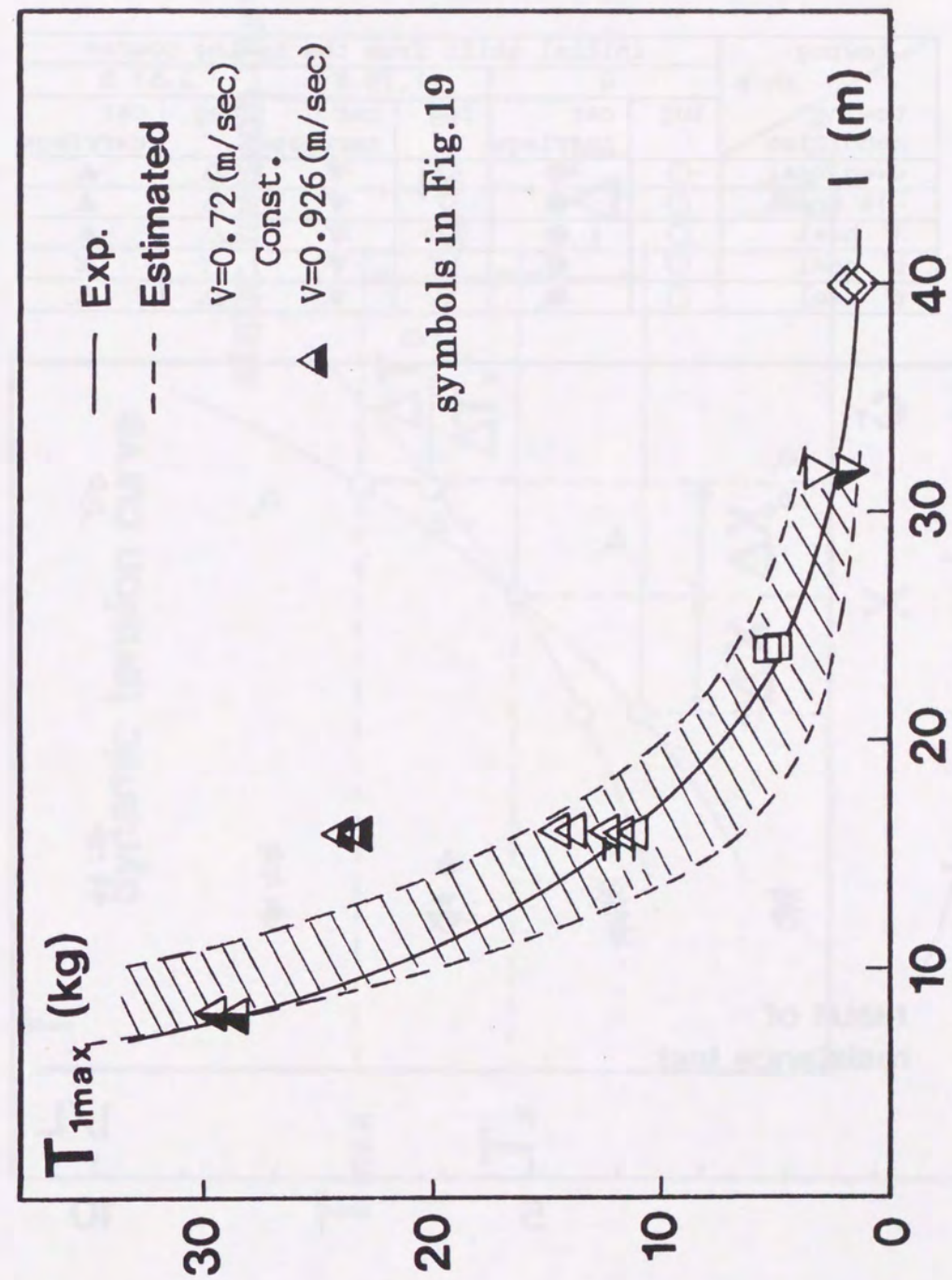


Fig. 23: Towline tension coefficient (semi-submersible)



towing ship towing condition	initial shift from the towing course					
	0		1.75 B		2.51 B	
	tug	car carriage	tug	car carriage	tug	car carriage
even keel	○	●	▽	▼	△	▲
-1% trim	○	●	▽	▼	△	▲
1° heel	○	●	▽	▼	△	▲
5° heel	○	●	▽	▼	△	▲
6° heel	○	●	▽	▼	△	▲

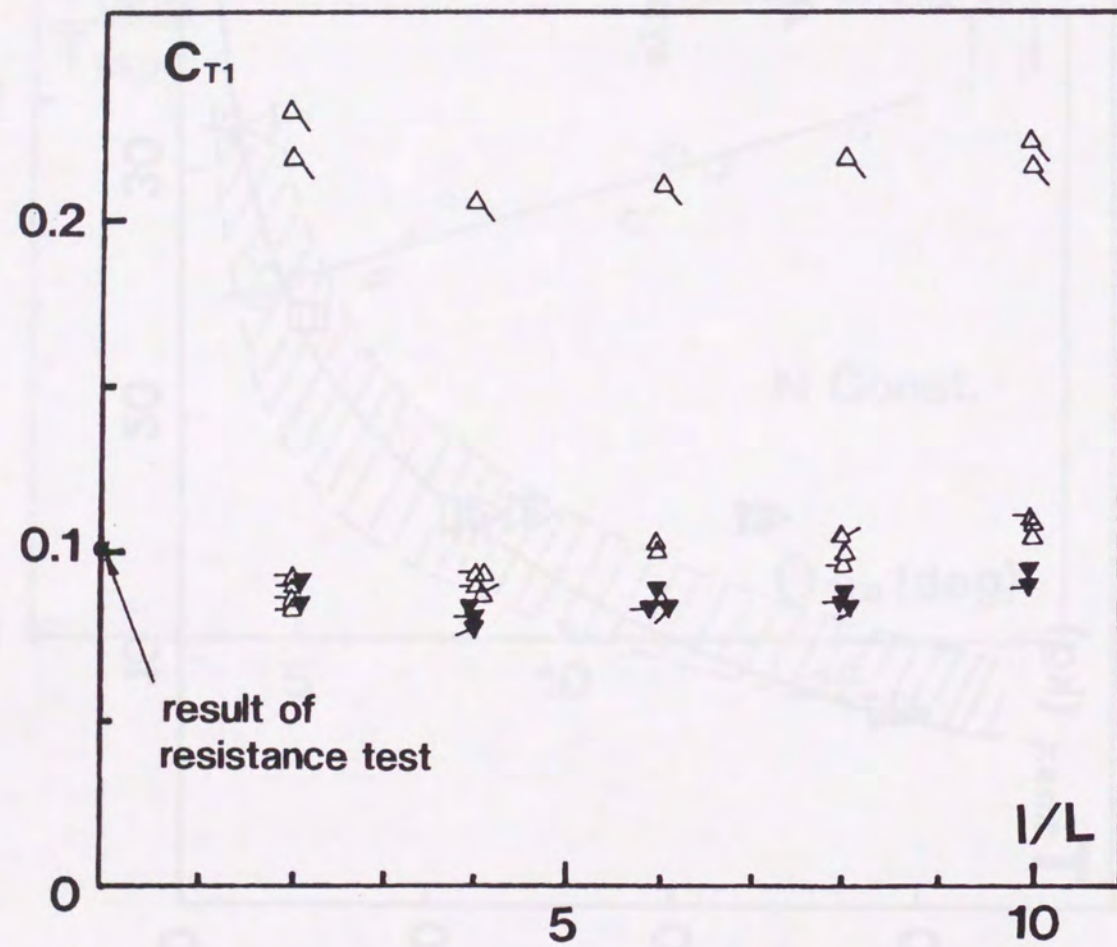


Fig. 24: Towline tension coefficient (semi-submersible)

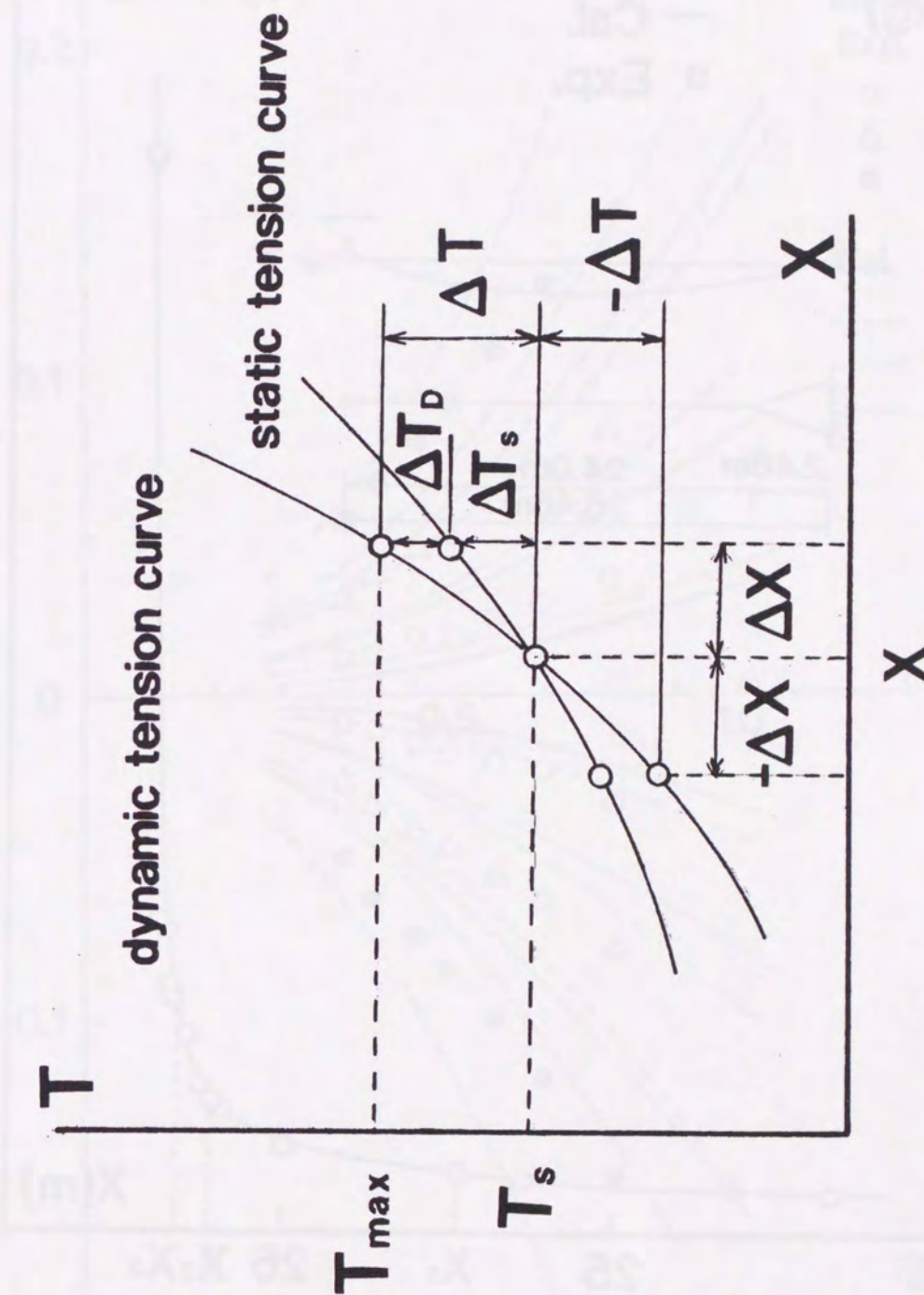


Fig. 25: Towline tension characteristics



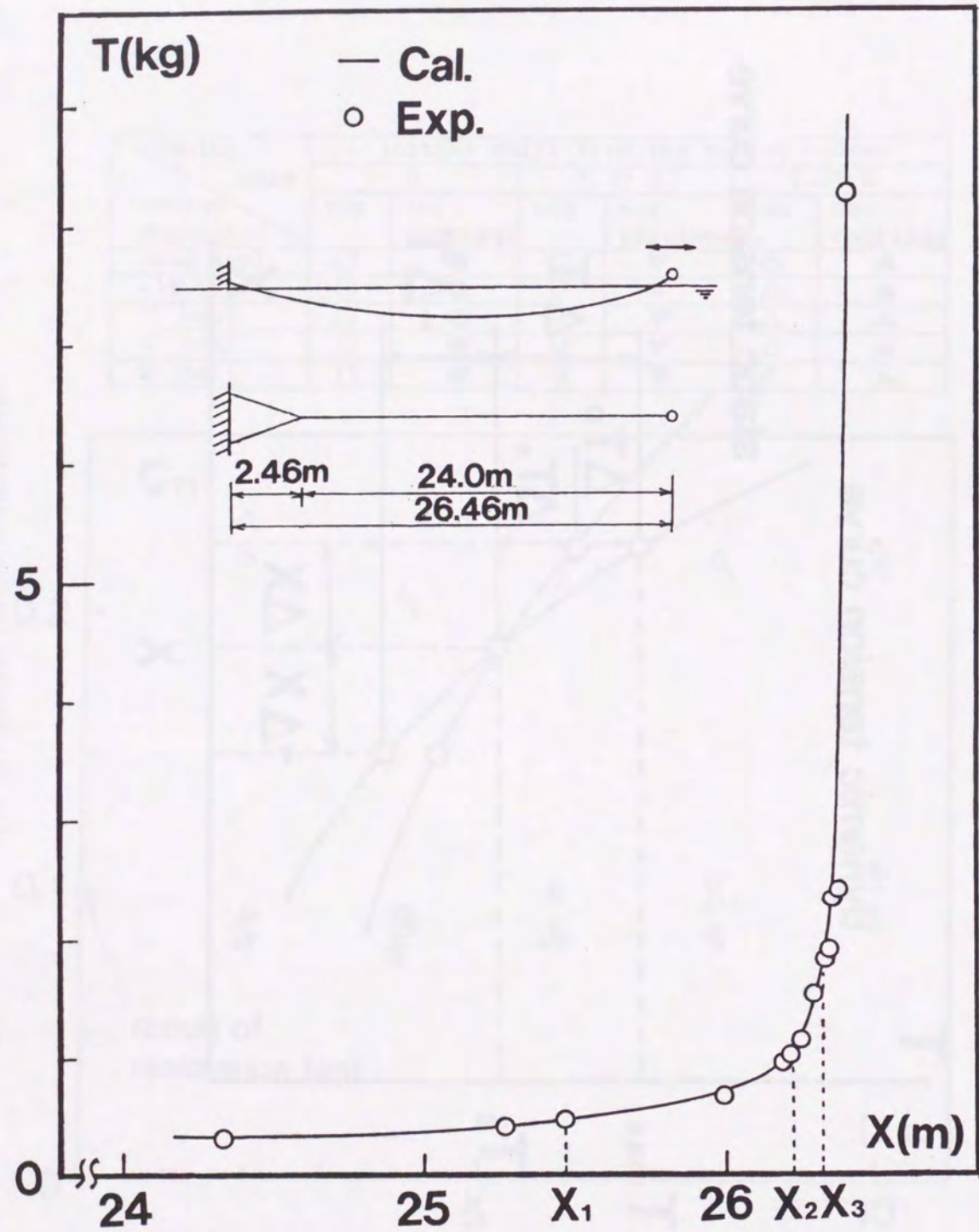


Fig. 26: Comparison between measured static towline tension and estimation

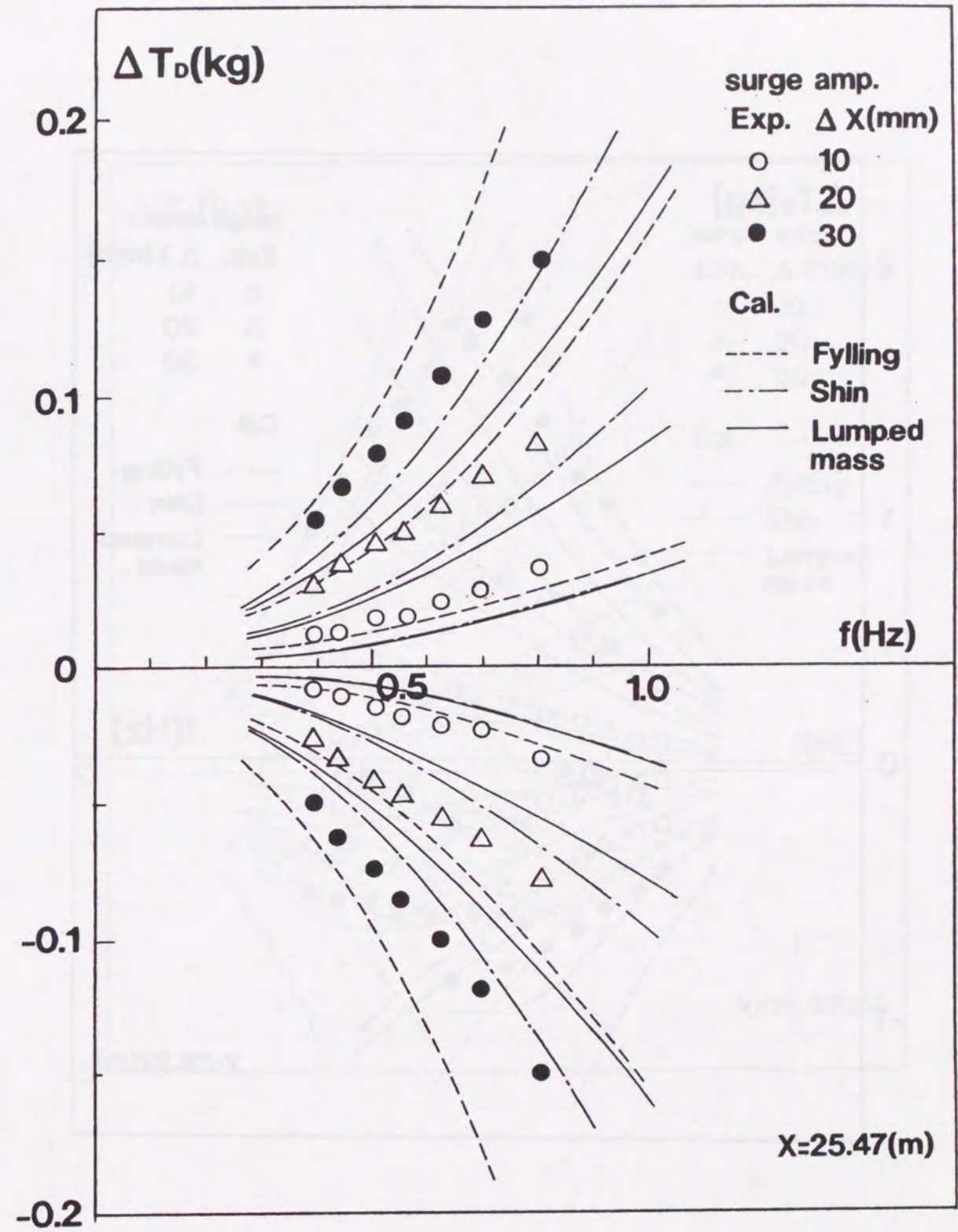


Fig. 27: Comparison between measured dynamic towline tension and estimation ( $X=25.47$ m)



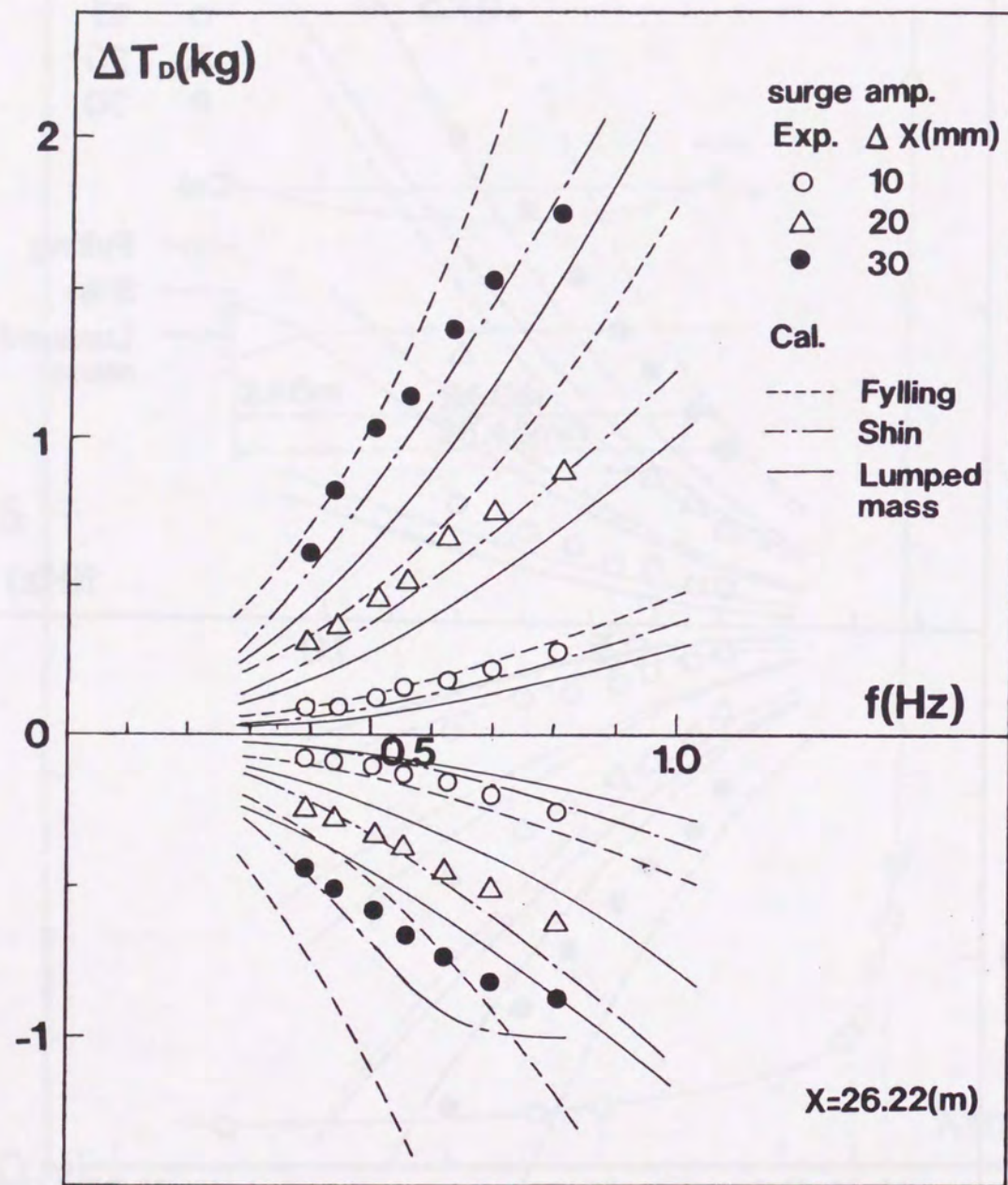


Fig. 28: Comparison between measured dynamic towline tension and estimation ( $X=26.22$ m)

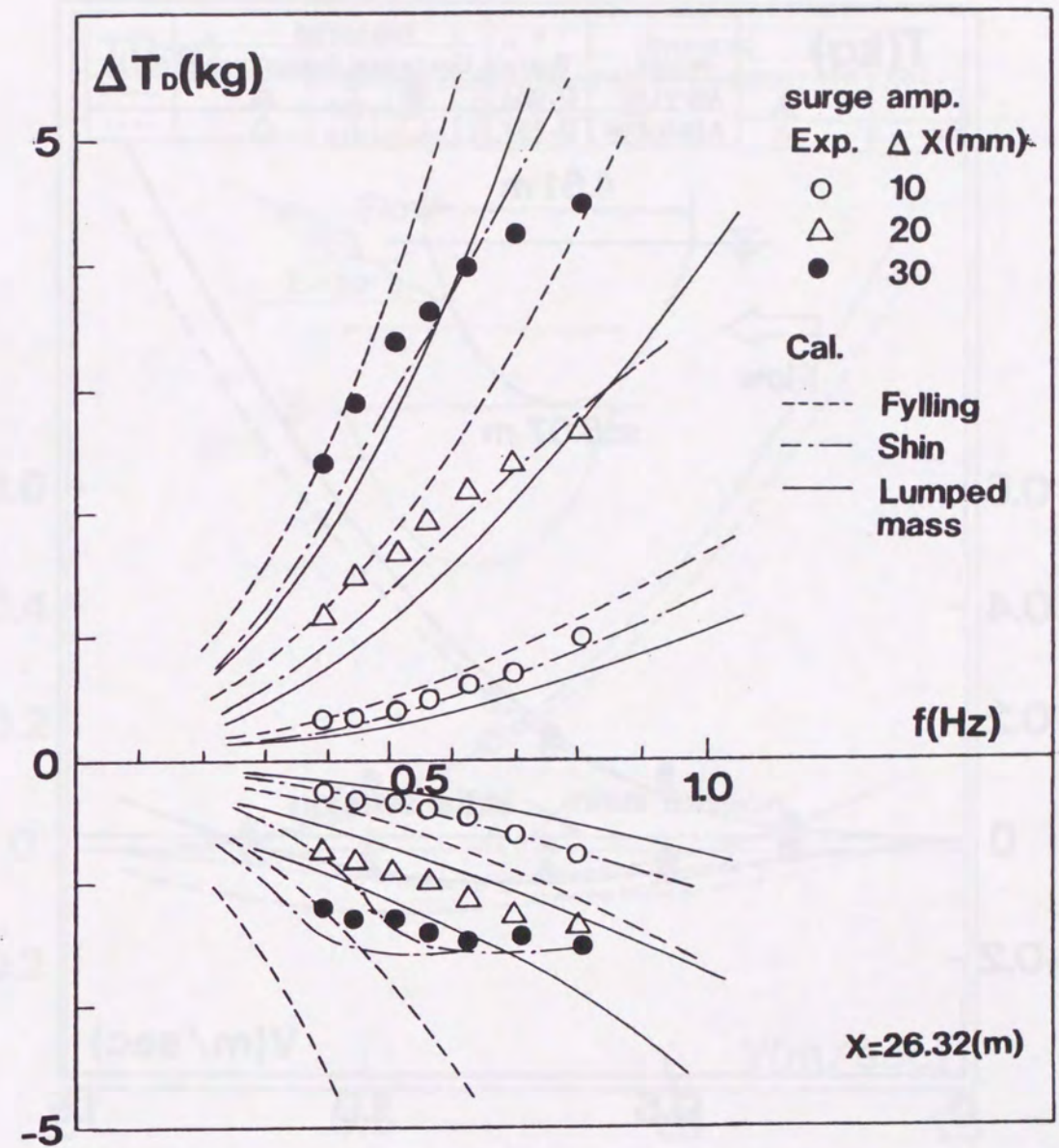


Fig. 29: Comparison between measured dynamic towline tension and estimation ( $X=26.32$ m)



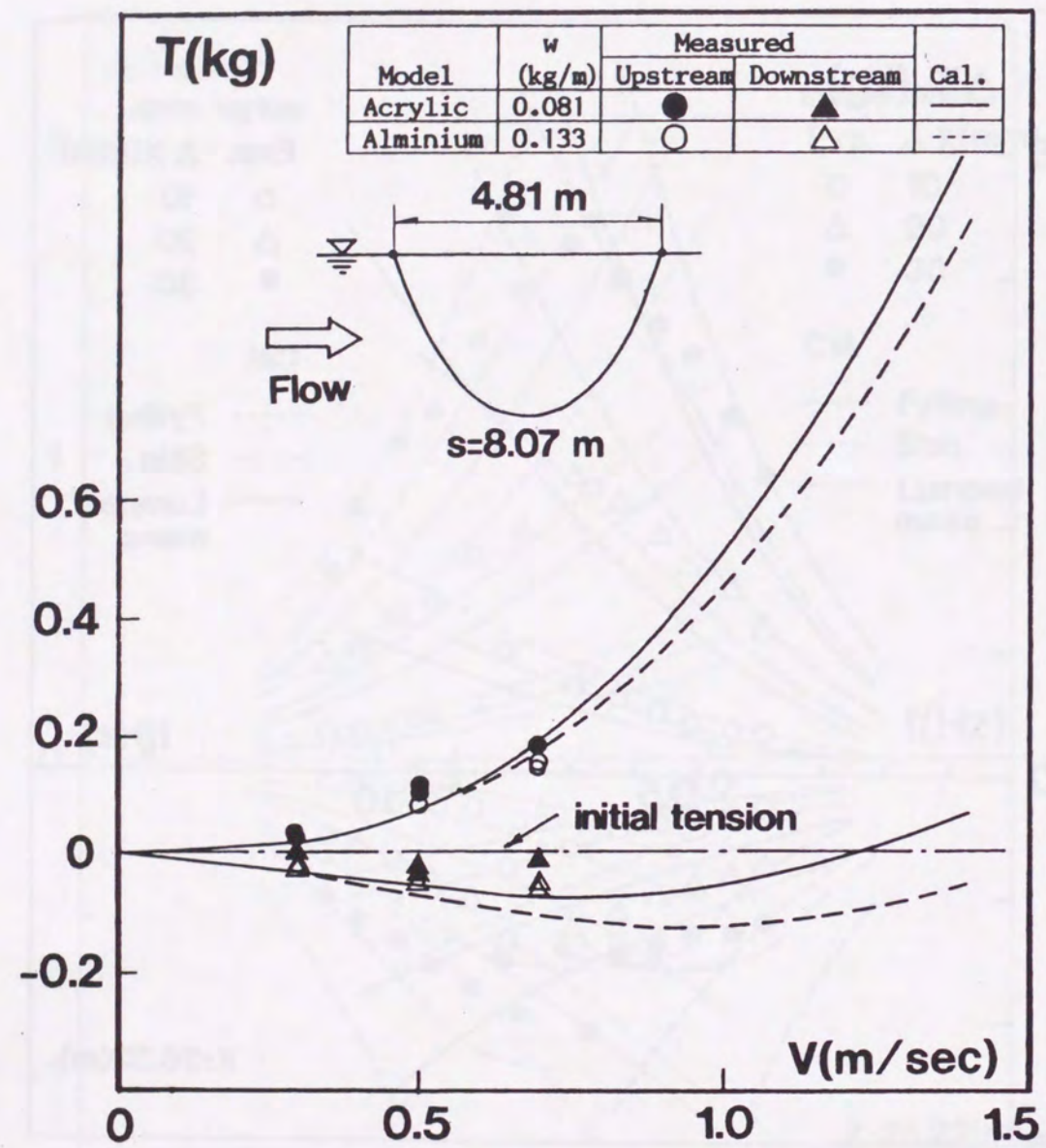


Fig. 30: Comparison of the towline tension increase due to current between theoretical calculation and experiment ( $\chi = 0^\circ$ )

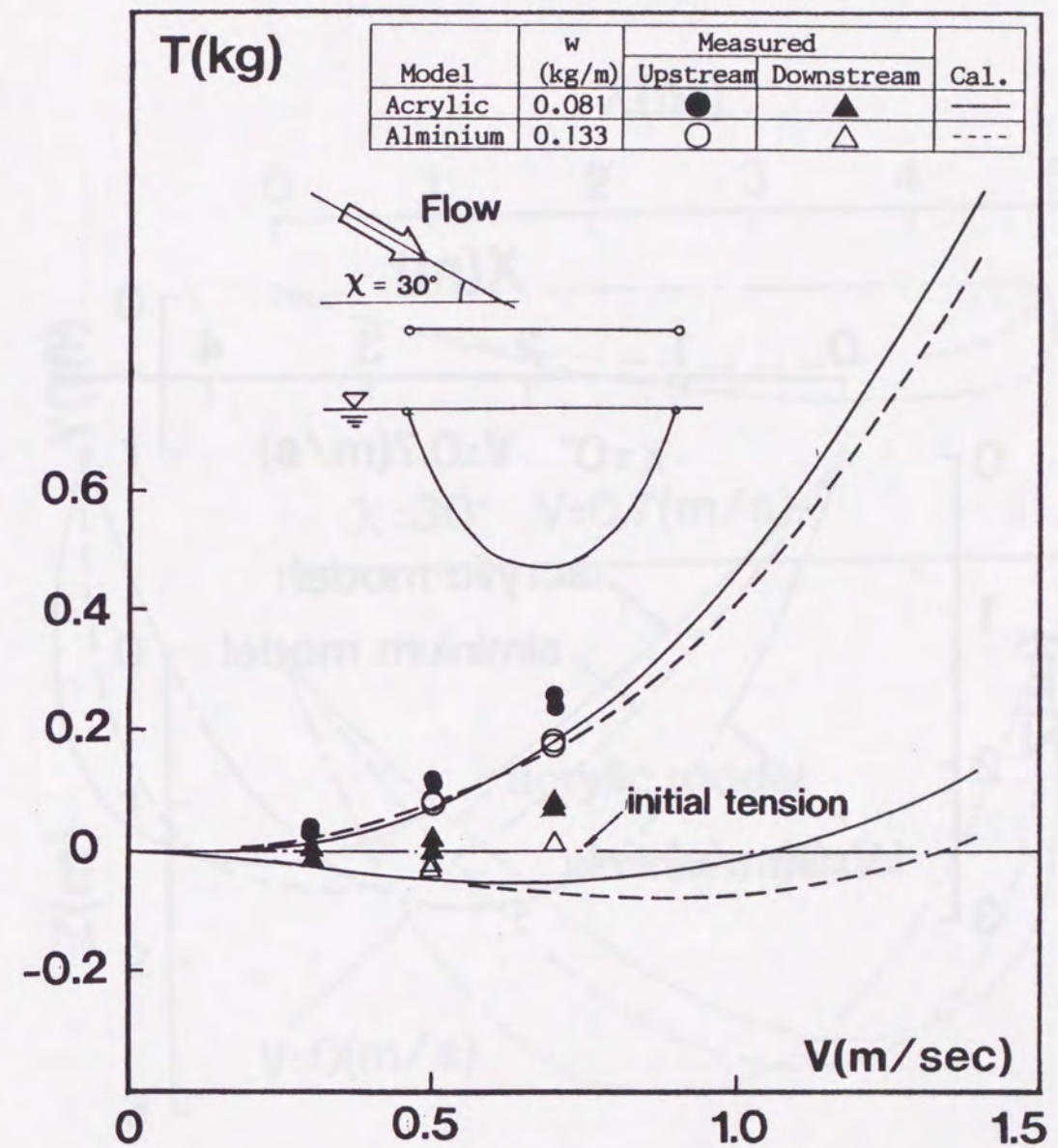


Fig. 31: Comparison of the towline tension increase due to current between theoretical calculation and experiment ( $\chi = 30^\circ$ )



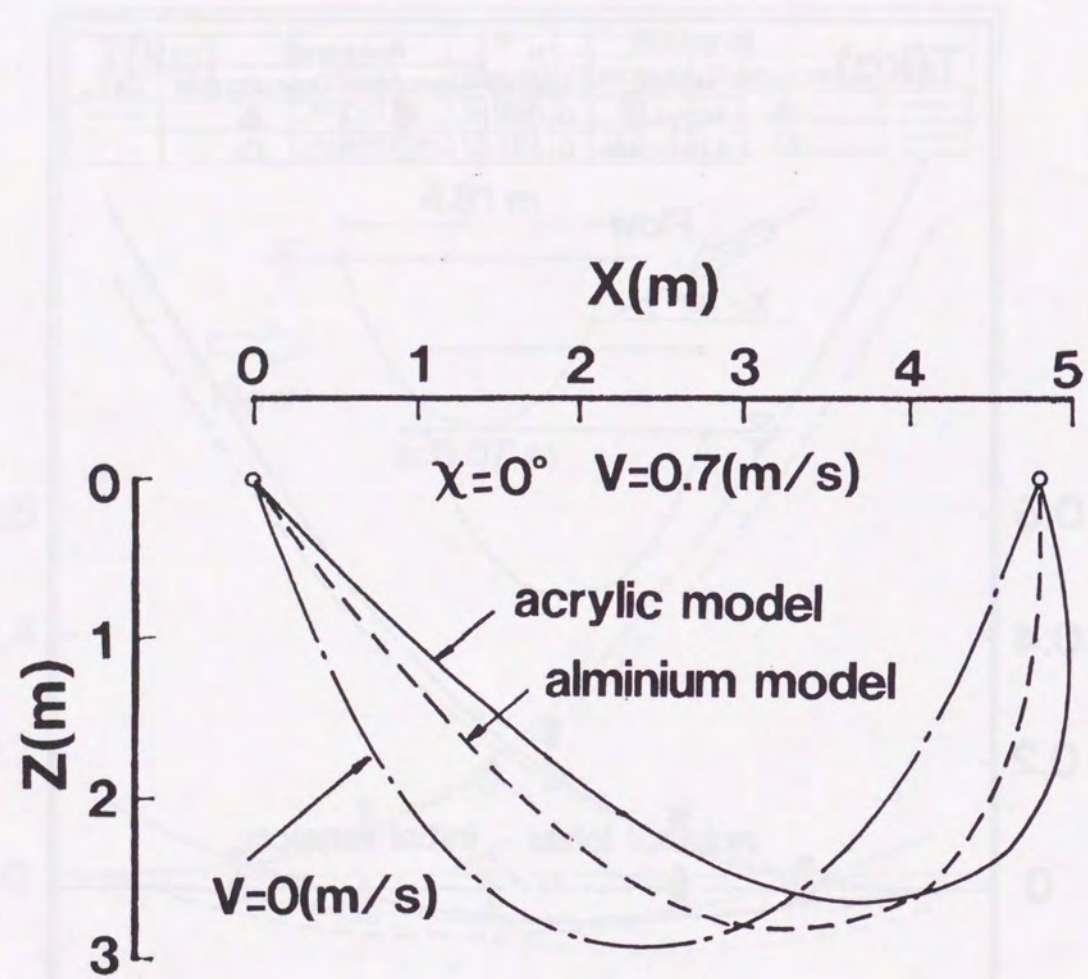


Fig. 32: Deformation of the towline due to current ( $\chi = 0^\circ$ )

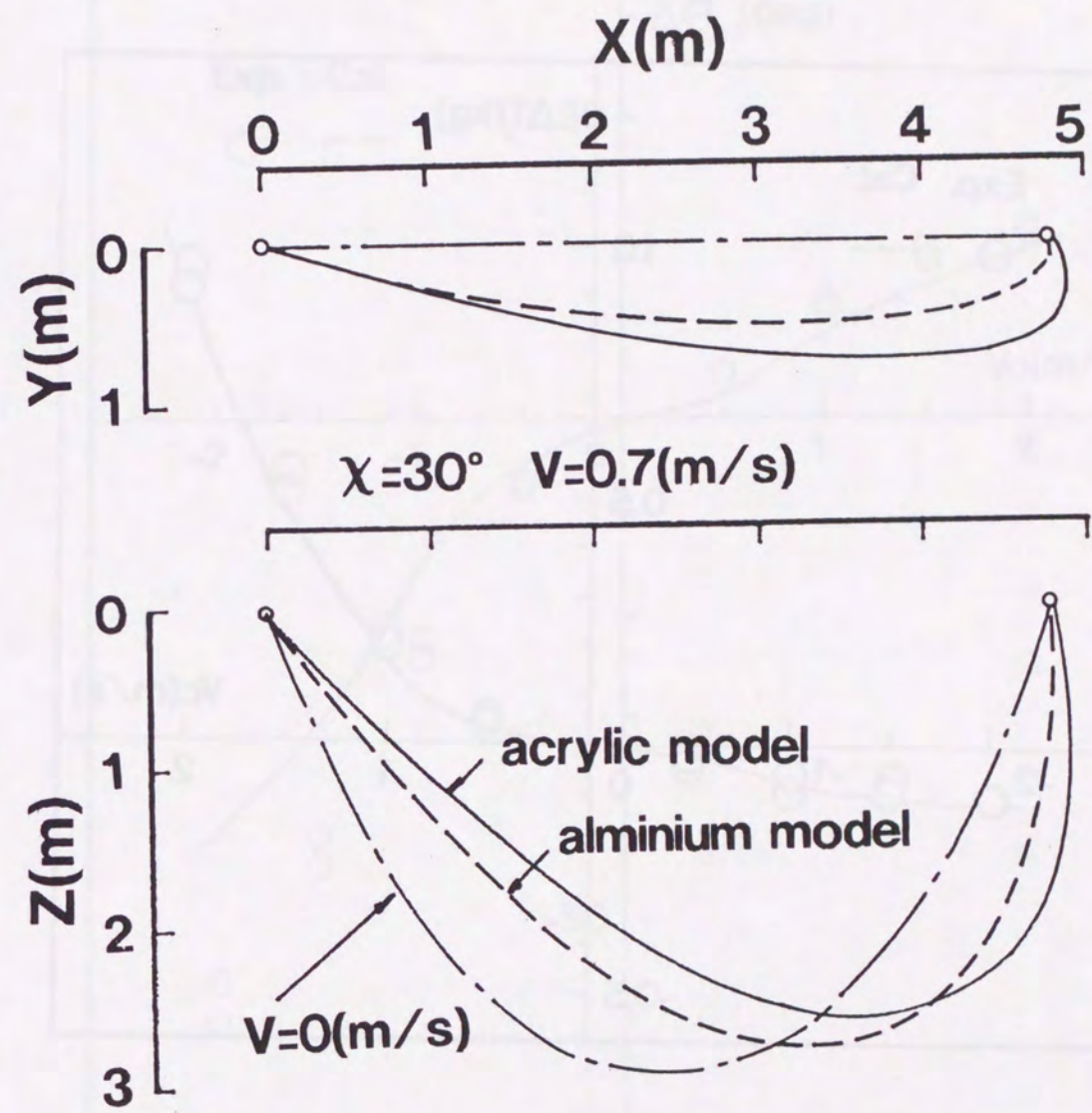


Fig. 33: Deformation of the towline due to current ( $\chi = 30^\circ$ )



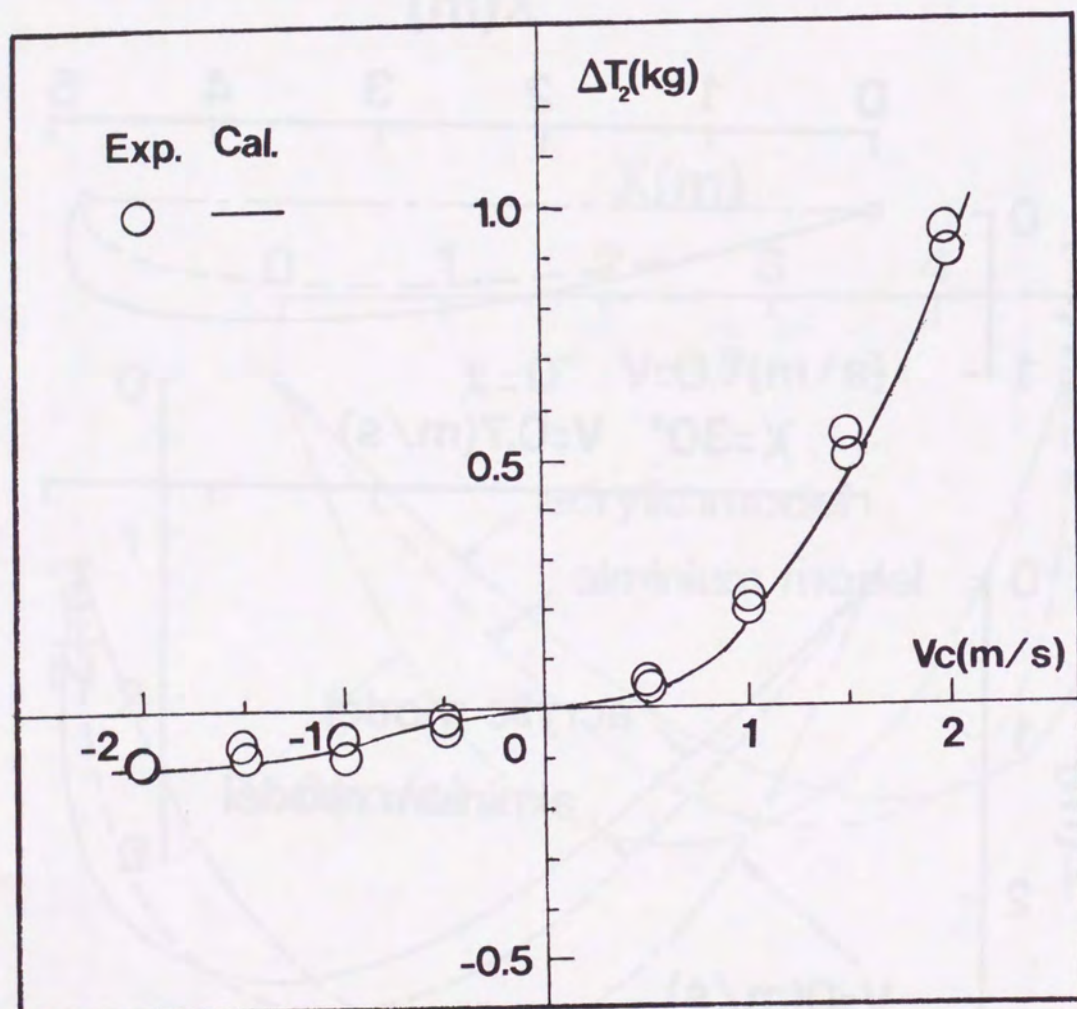


Fig. 34: Tension increase of the towline in current

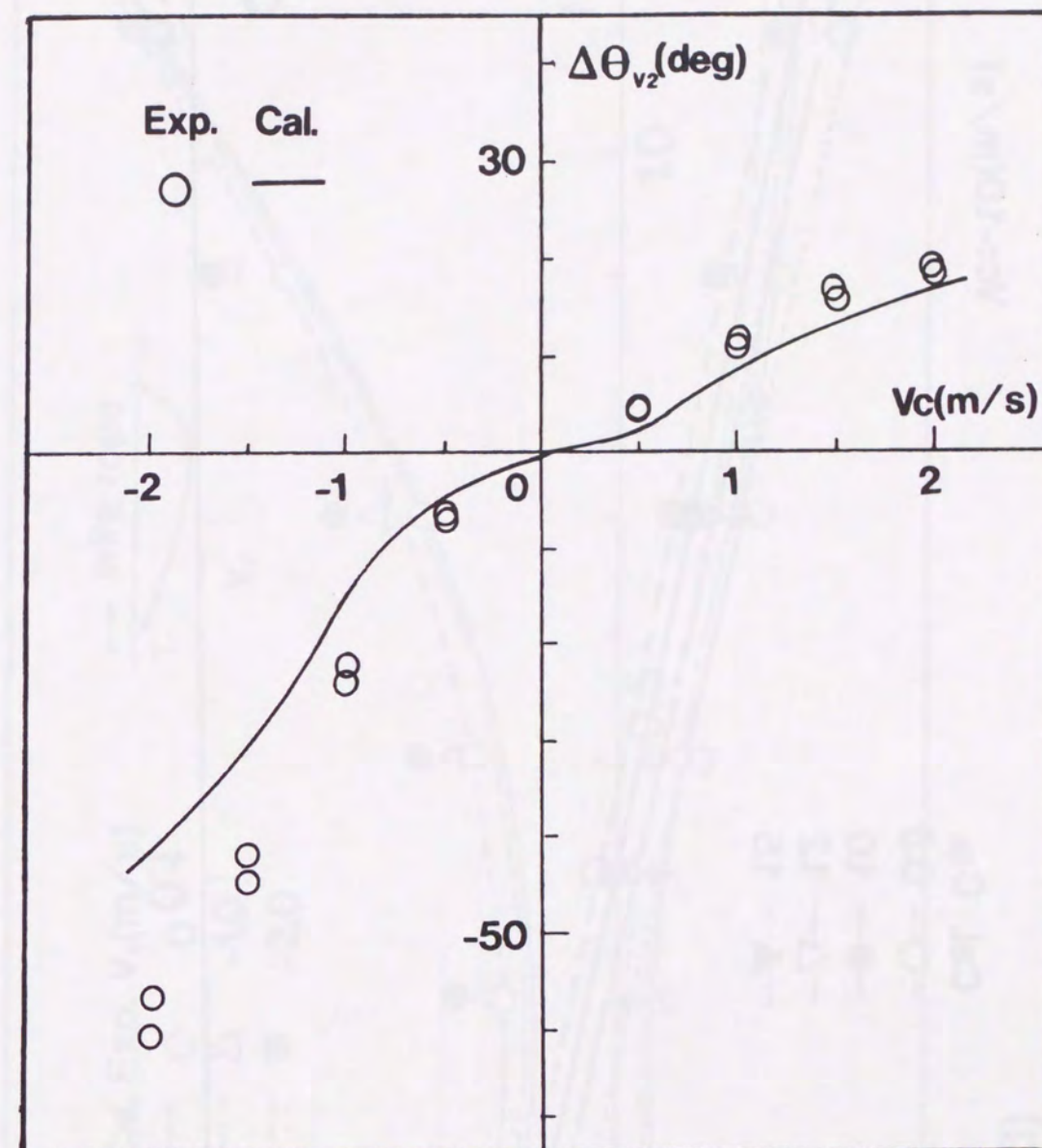


Fig. 35: Vertical angle of the towline in current



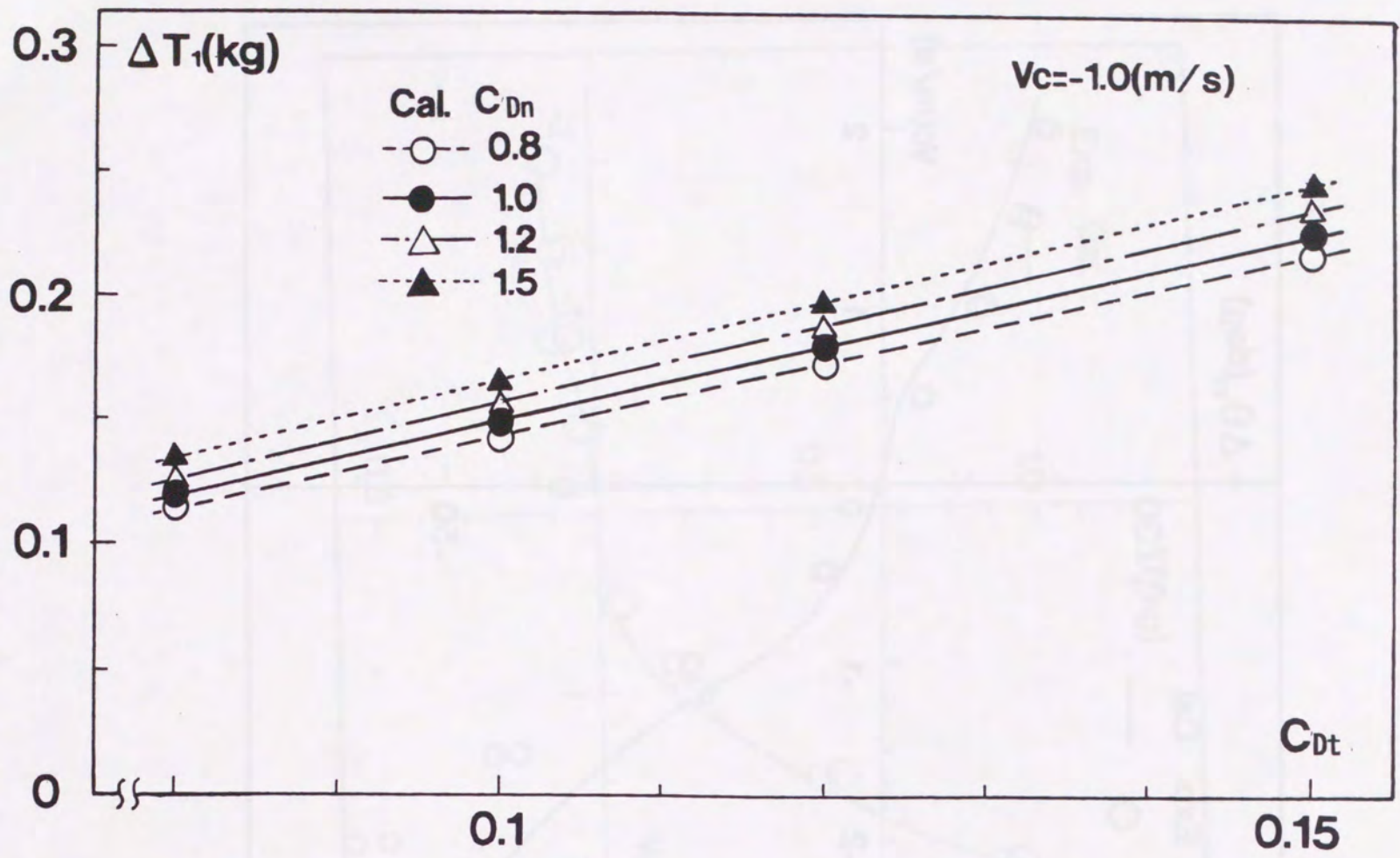


Fig. 36: Effect of C<sub>dt</sub> and C<sub>dn</sub> on the tension increase in current

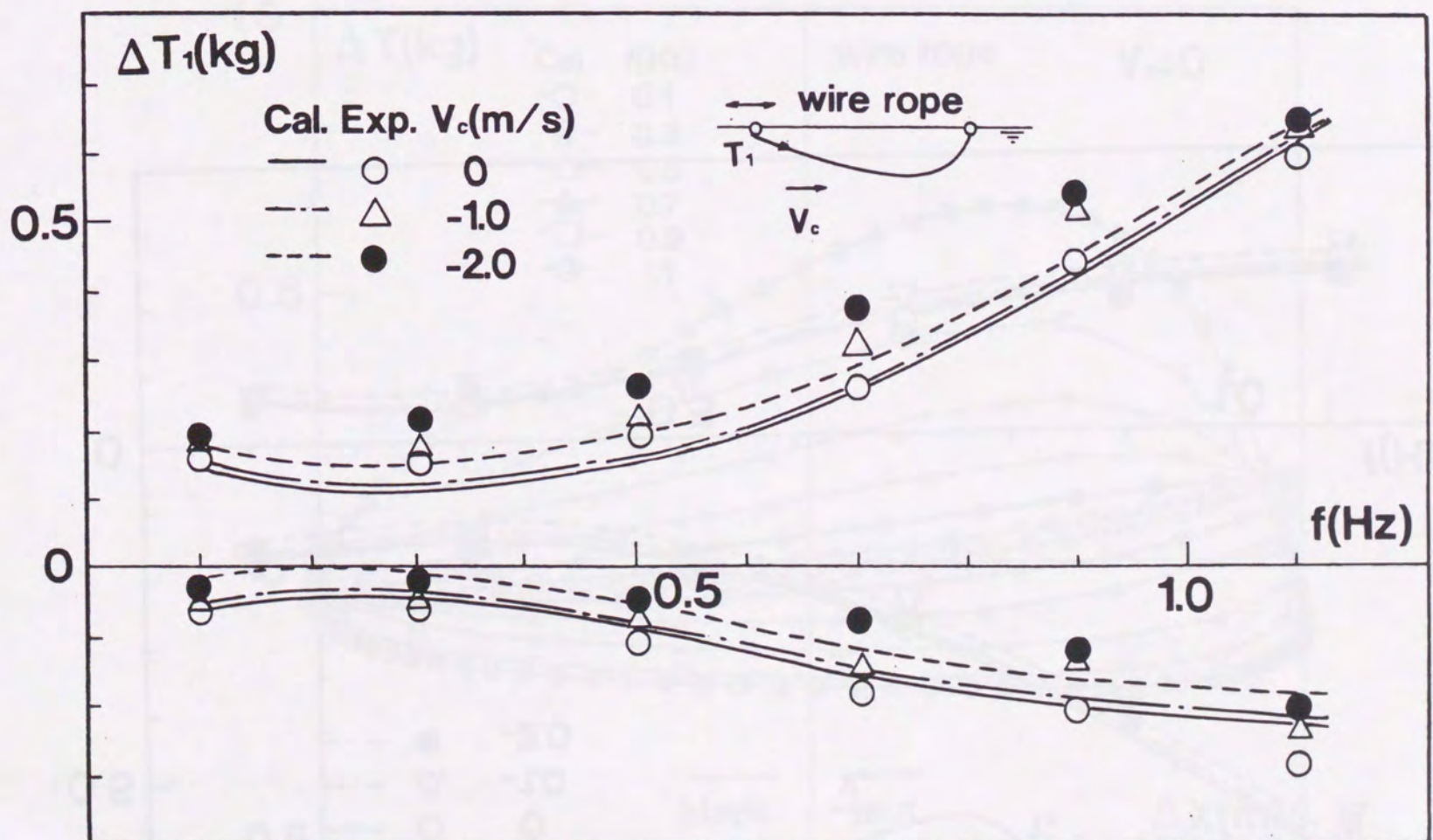


Fig. 37: Dynamic tension in negative current on surge oscillating upstream side



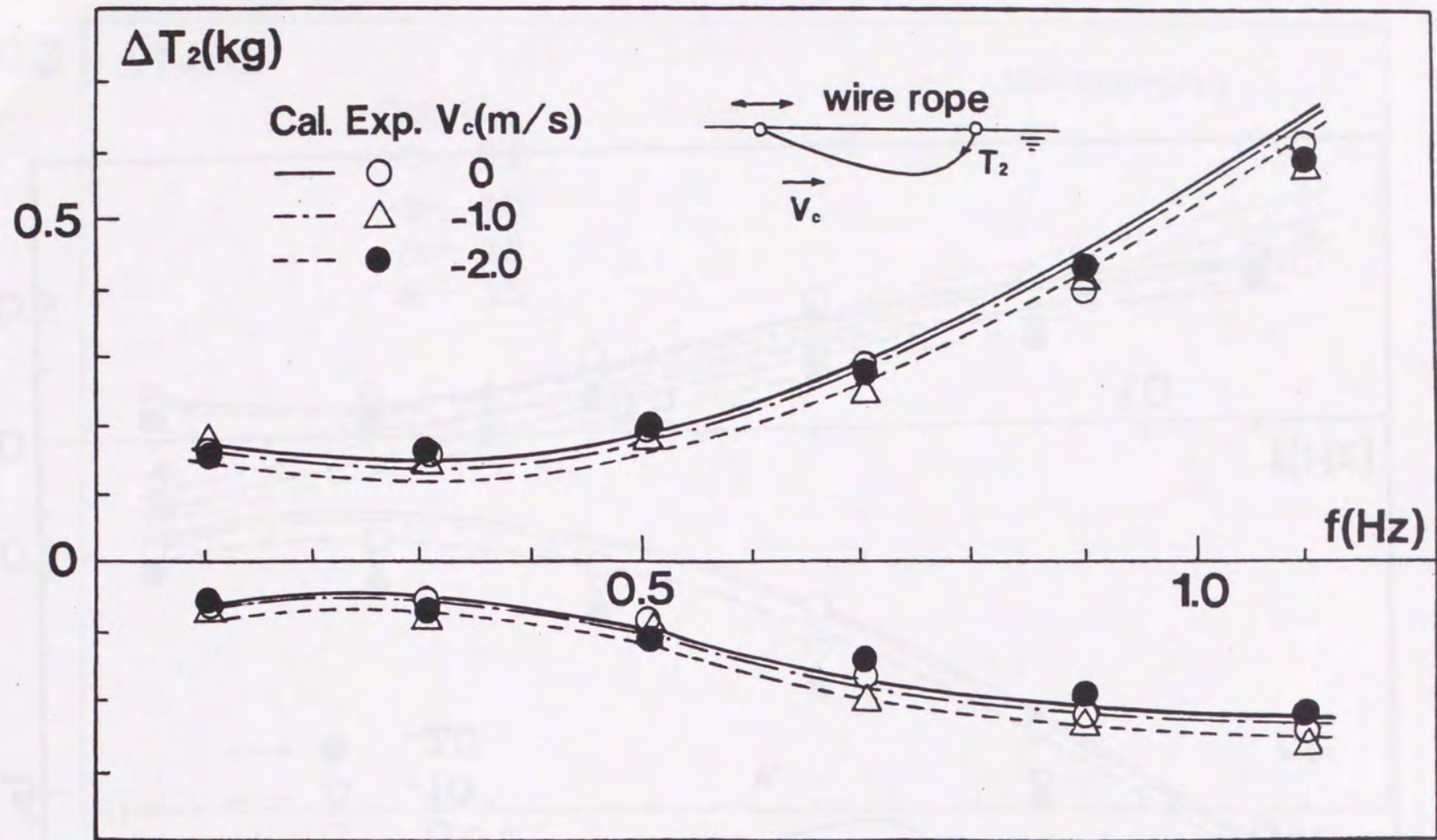


Fig. 38: Dynamic tension in negative current on surge oscillating downstream side

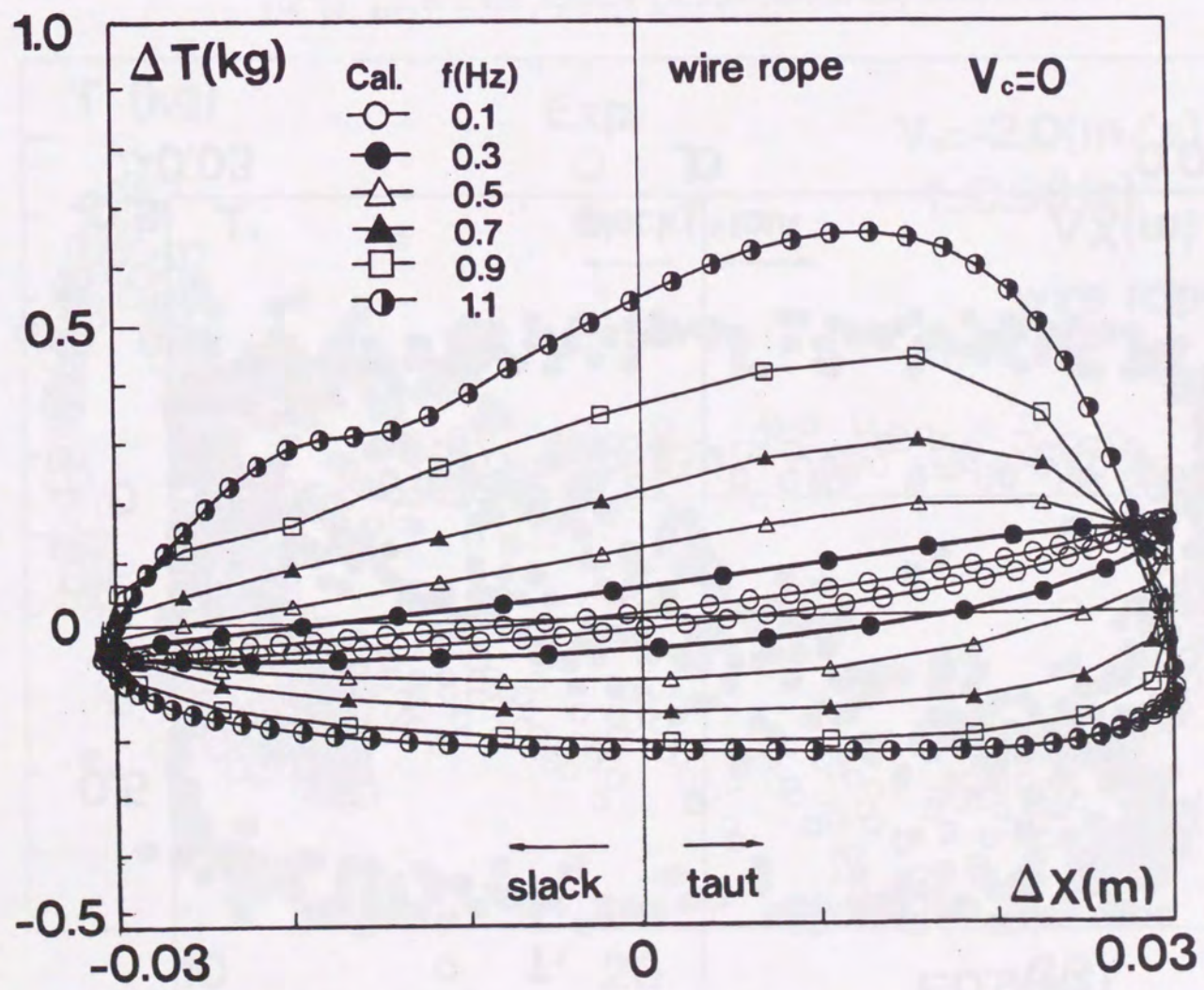


Fig. 39: Estimated phase plane between dynamic tension and surge



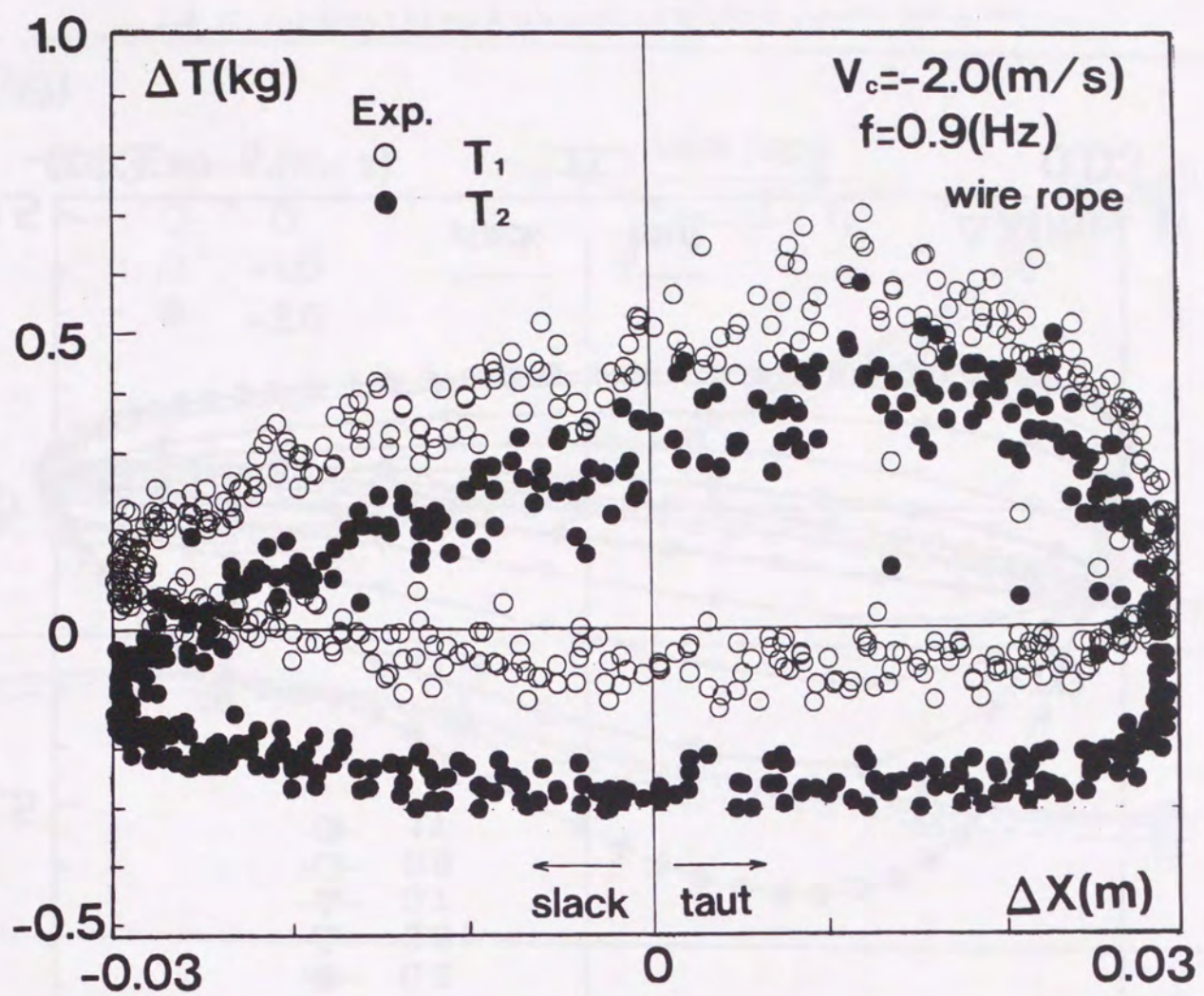


Fig. 40: Phase plane between dynamic tension and surge in current

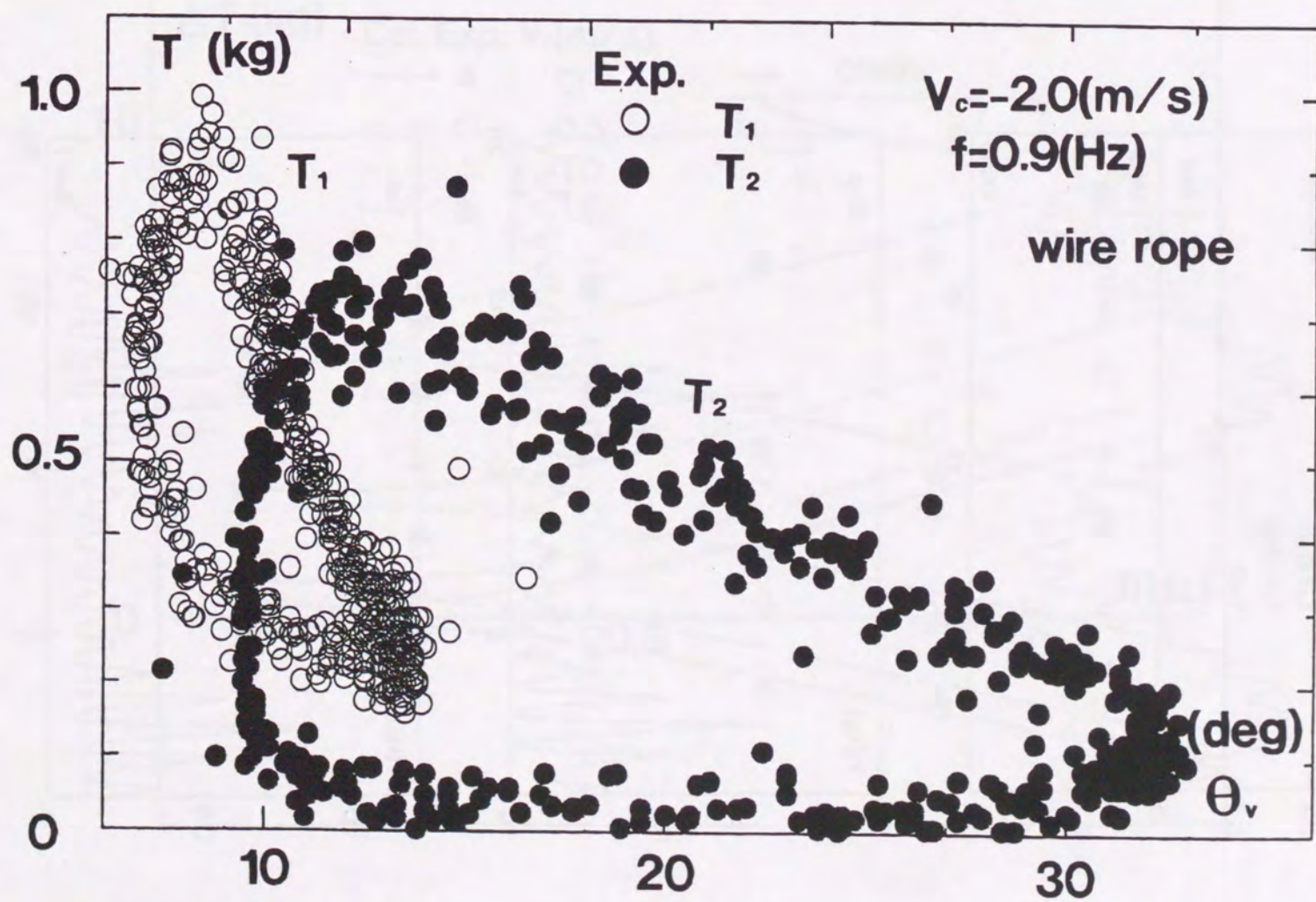


Fig. 41: Phase plane between tension and towline towline angle



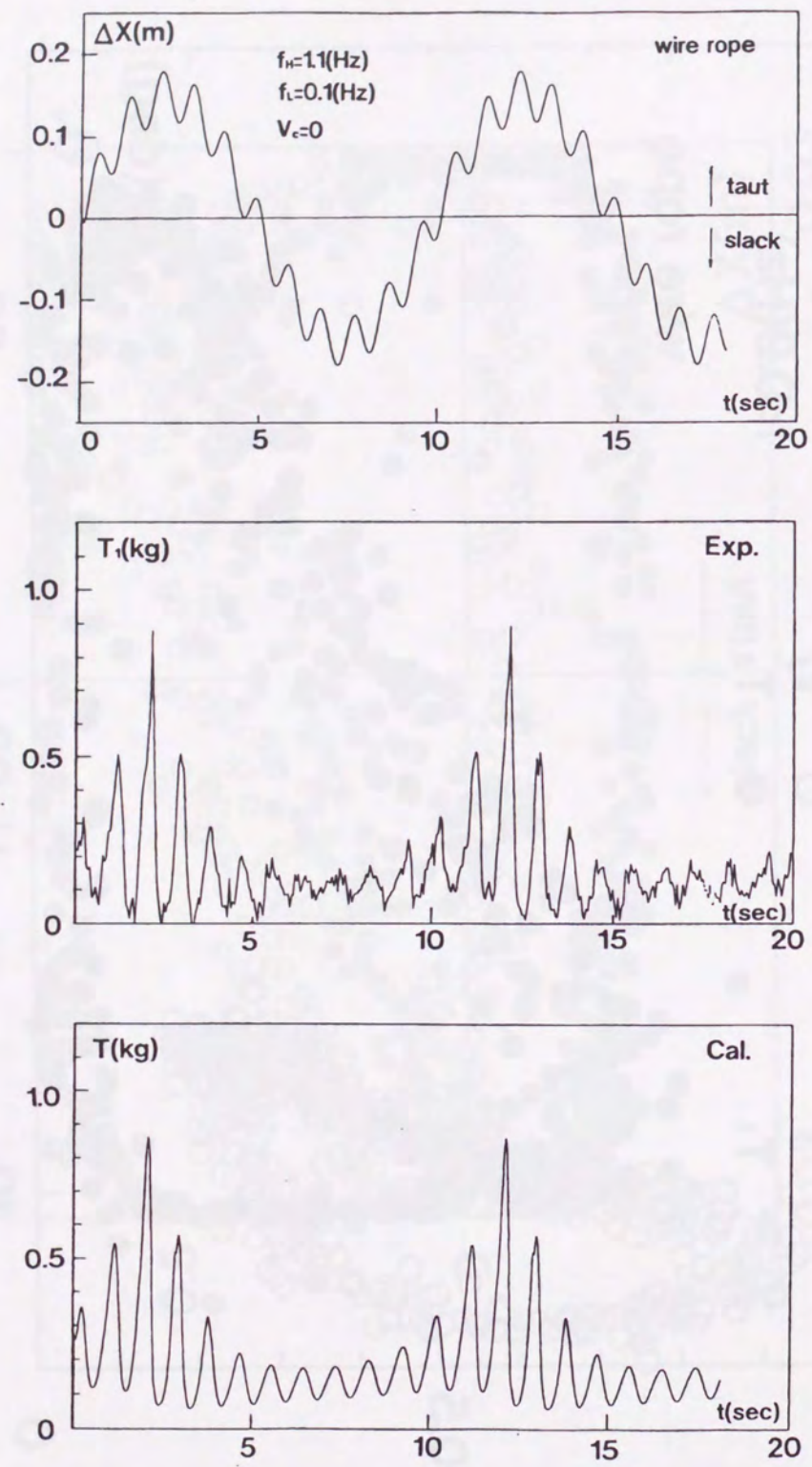


Fig. 42: Comparison of the theoretical calculation with the experimental results in the surge oscillation test (combined frequency mode)

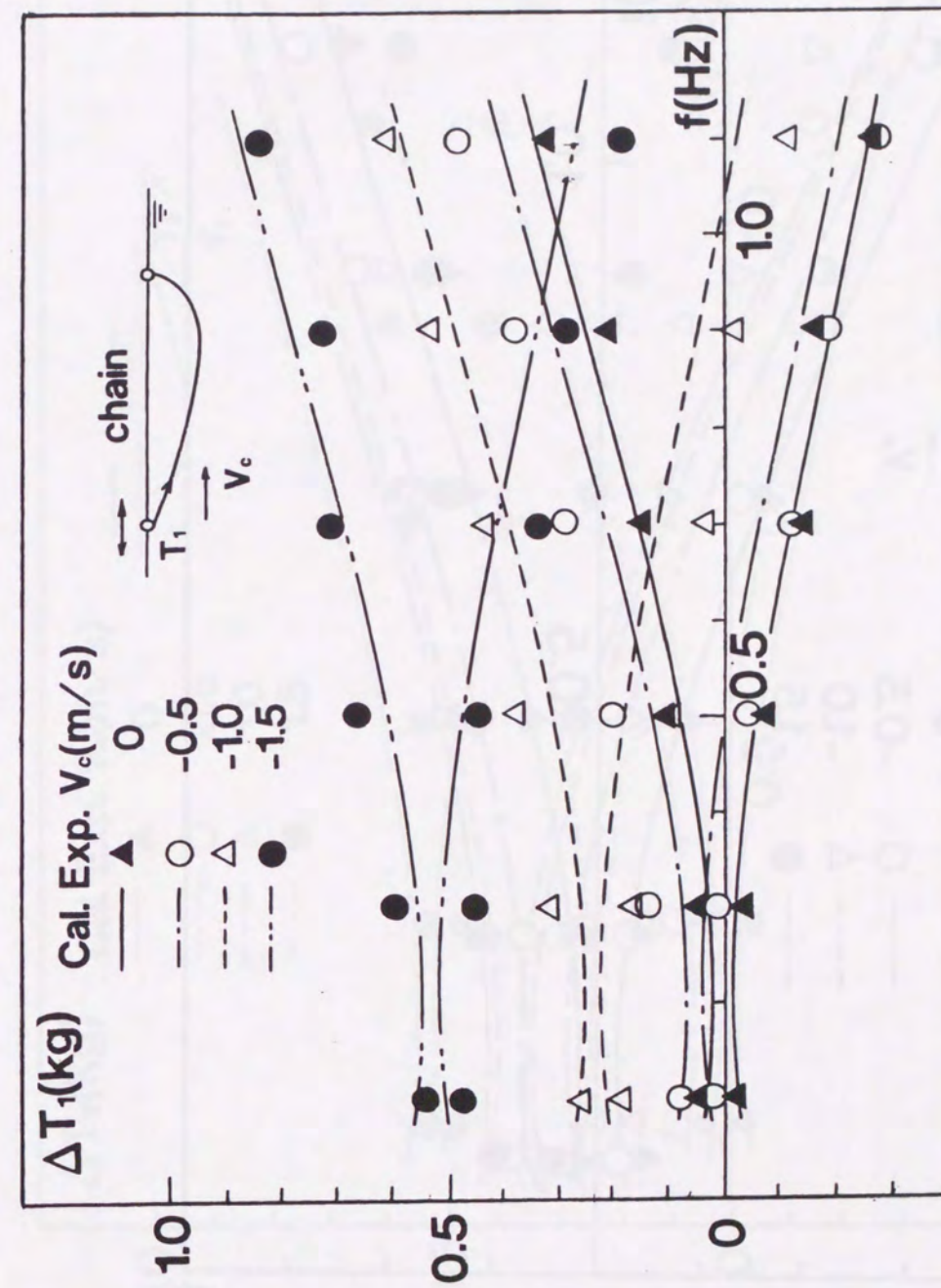


Fig. 43: Dynamic tension in negative current on surge oscillating upstream side (chain)



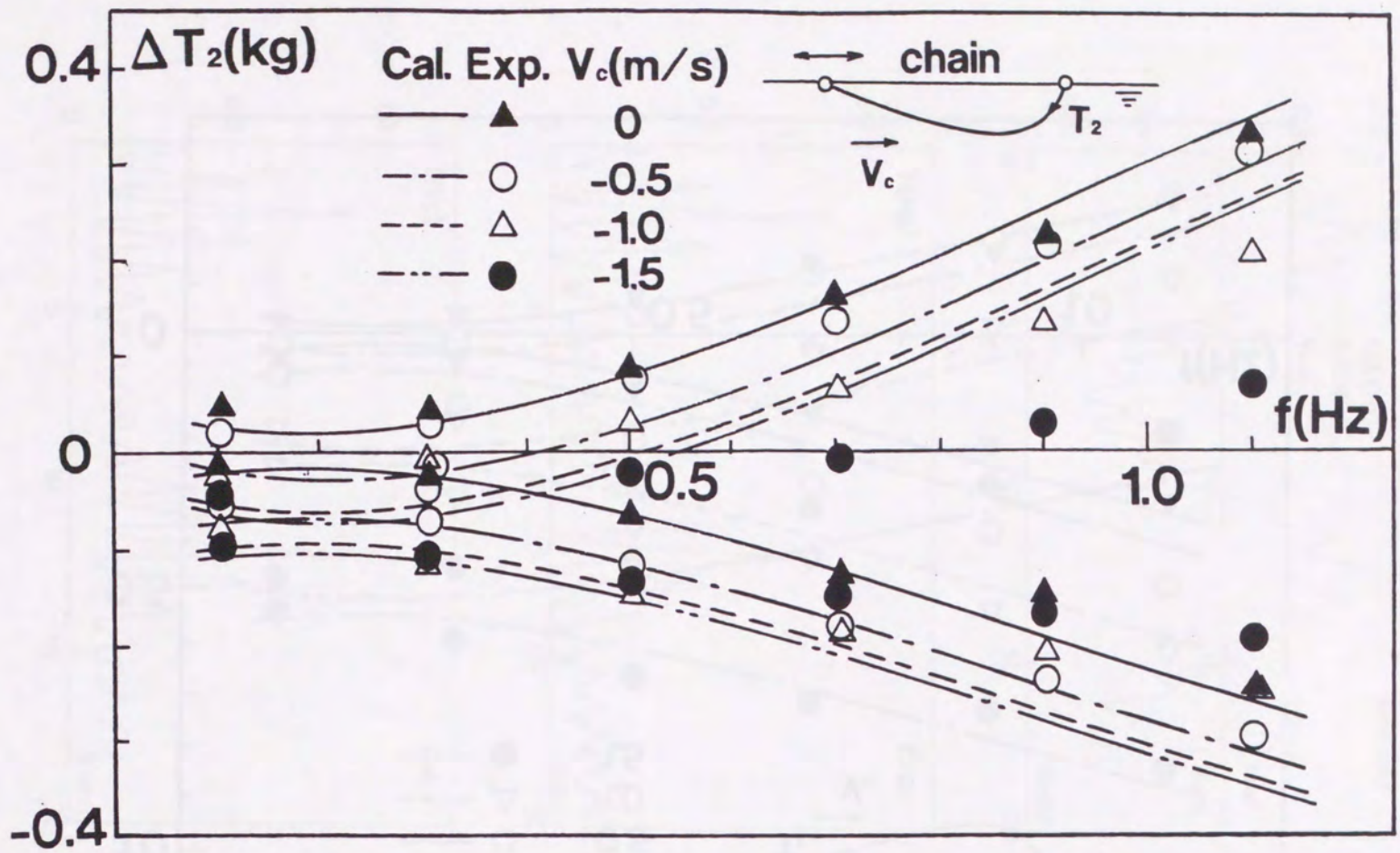


Fig. 44: Dynamic tension in negative current on surge oscillating downstream side (chain)

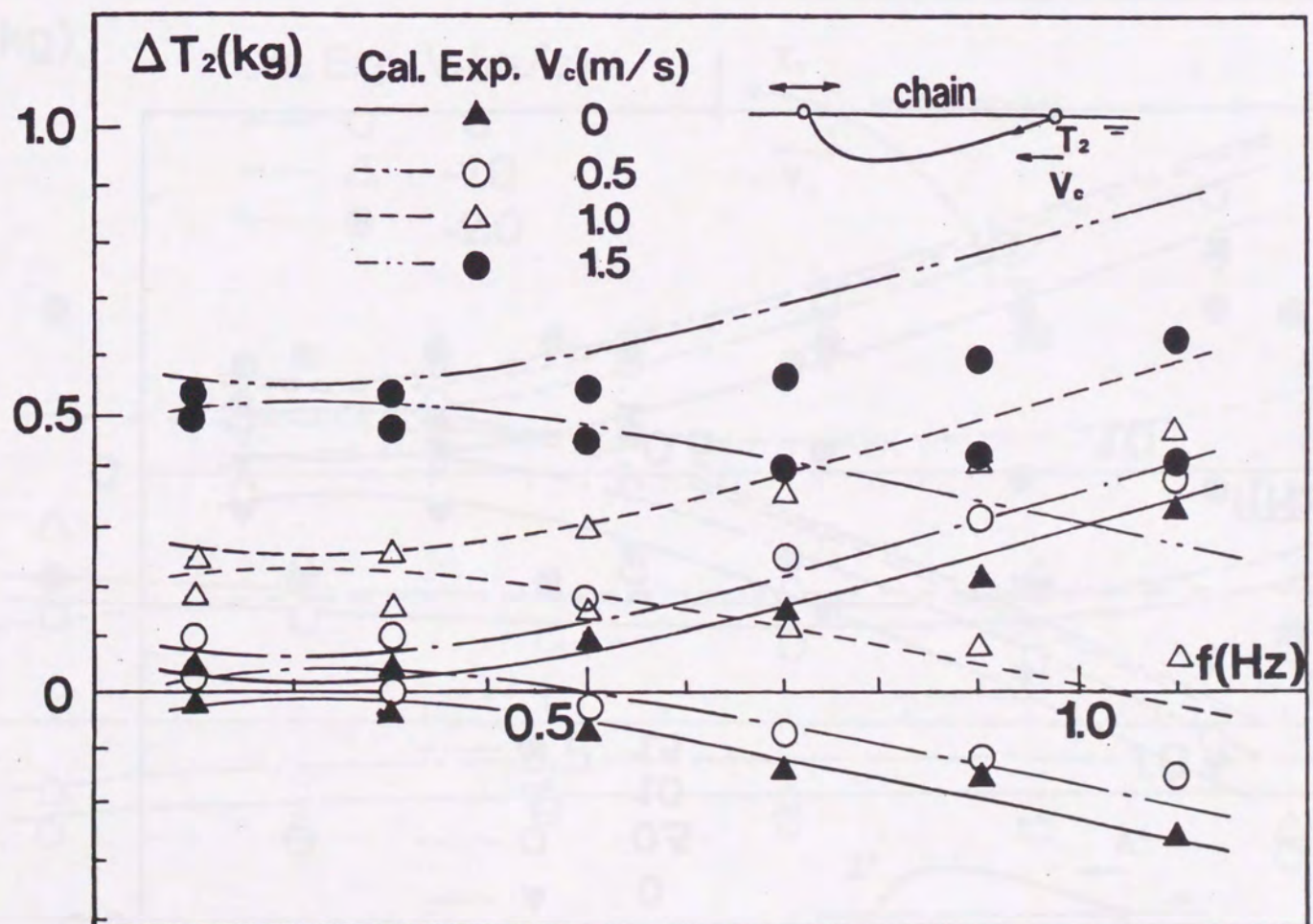


Fig. 45: Dynamic tension in positive current on surge oscillating upstream side (chain)



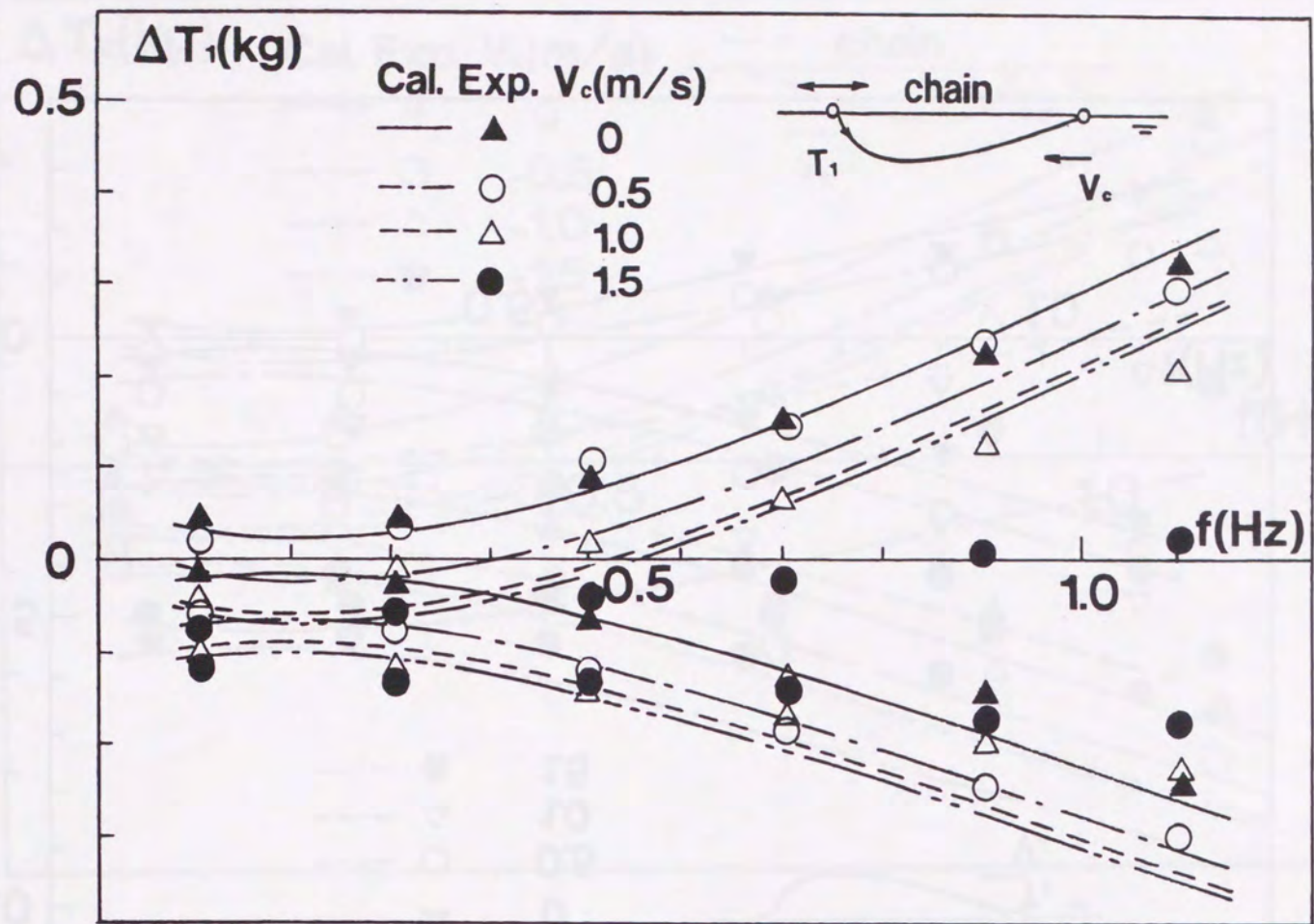


Fig. 46: Dynamic tension in positive current on surge oscillating downstream side (chain)

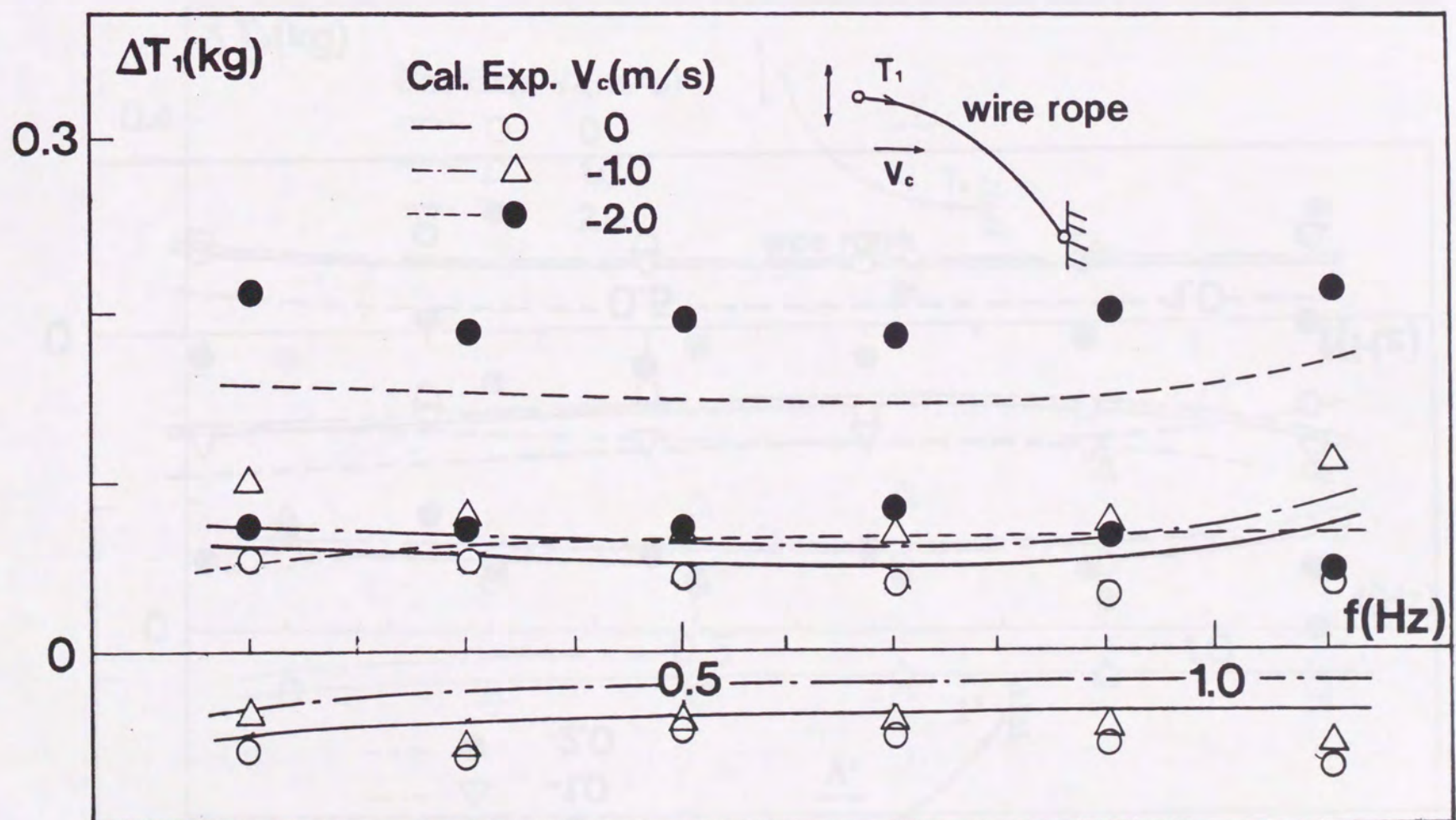


Fig. 47: Dynamic tension in negative current on sway oscillating upstream side



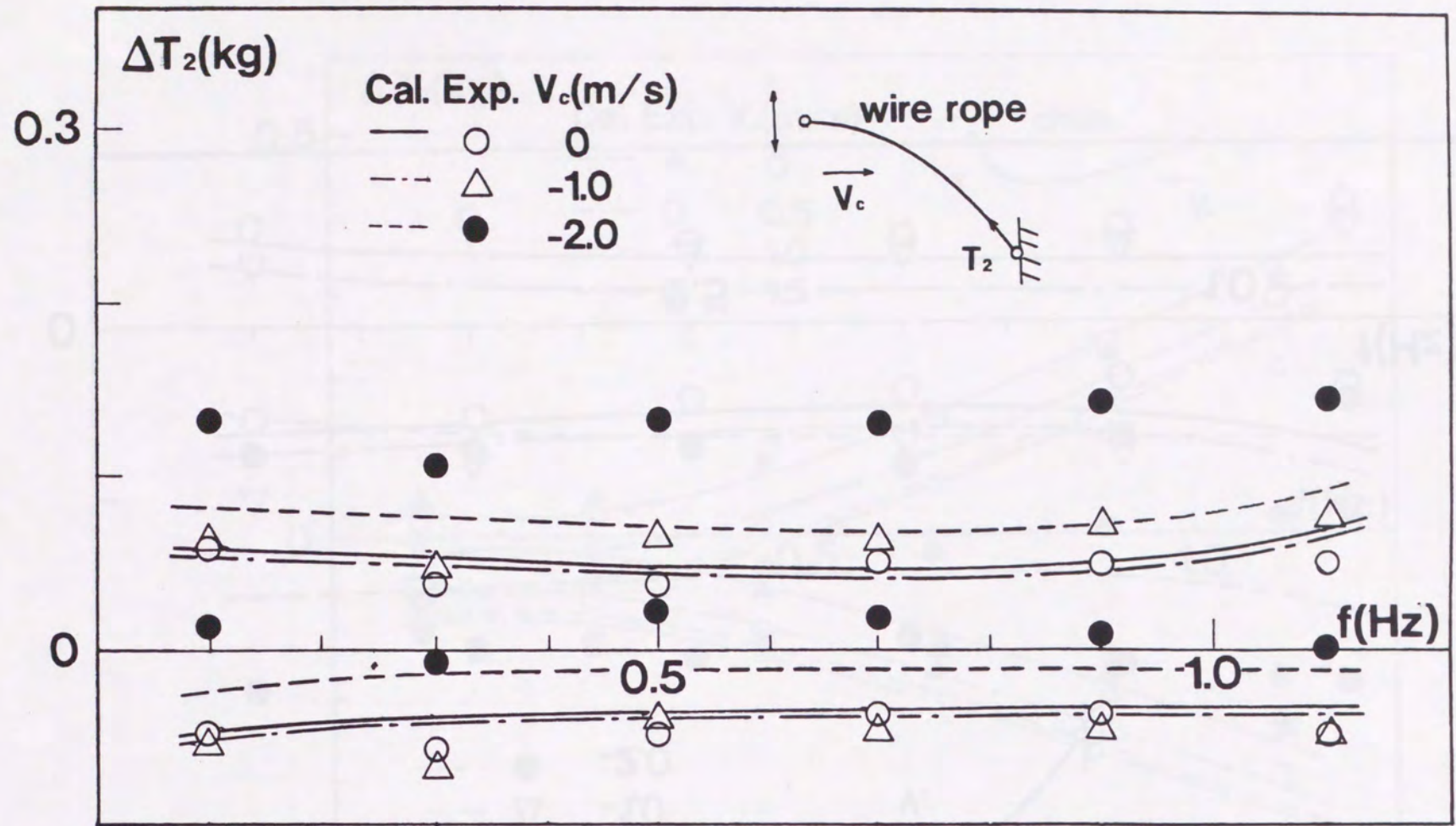


Fig. 48: Dynamic tension in negative current on sway oscillating downstream side

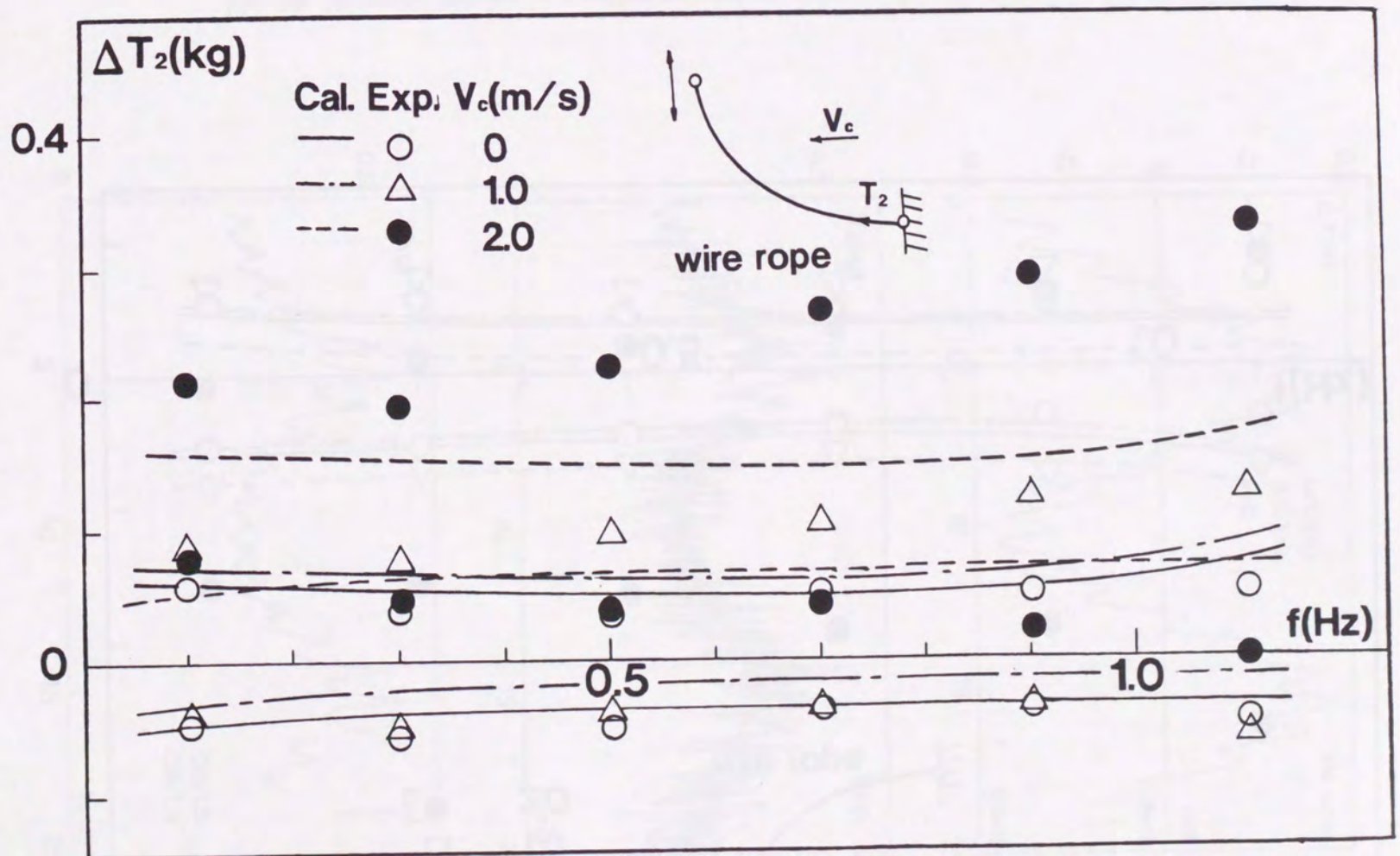


Fig. 49: Dynamic tension in positive current on sway oscillating upstream side



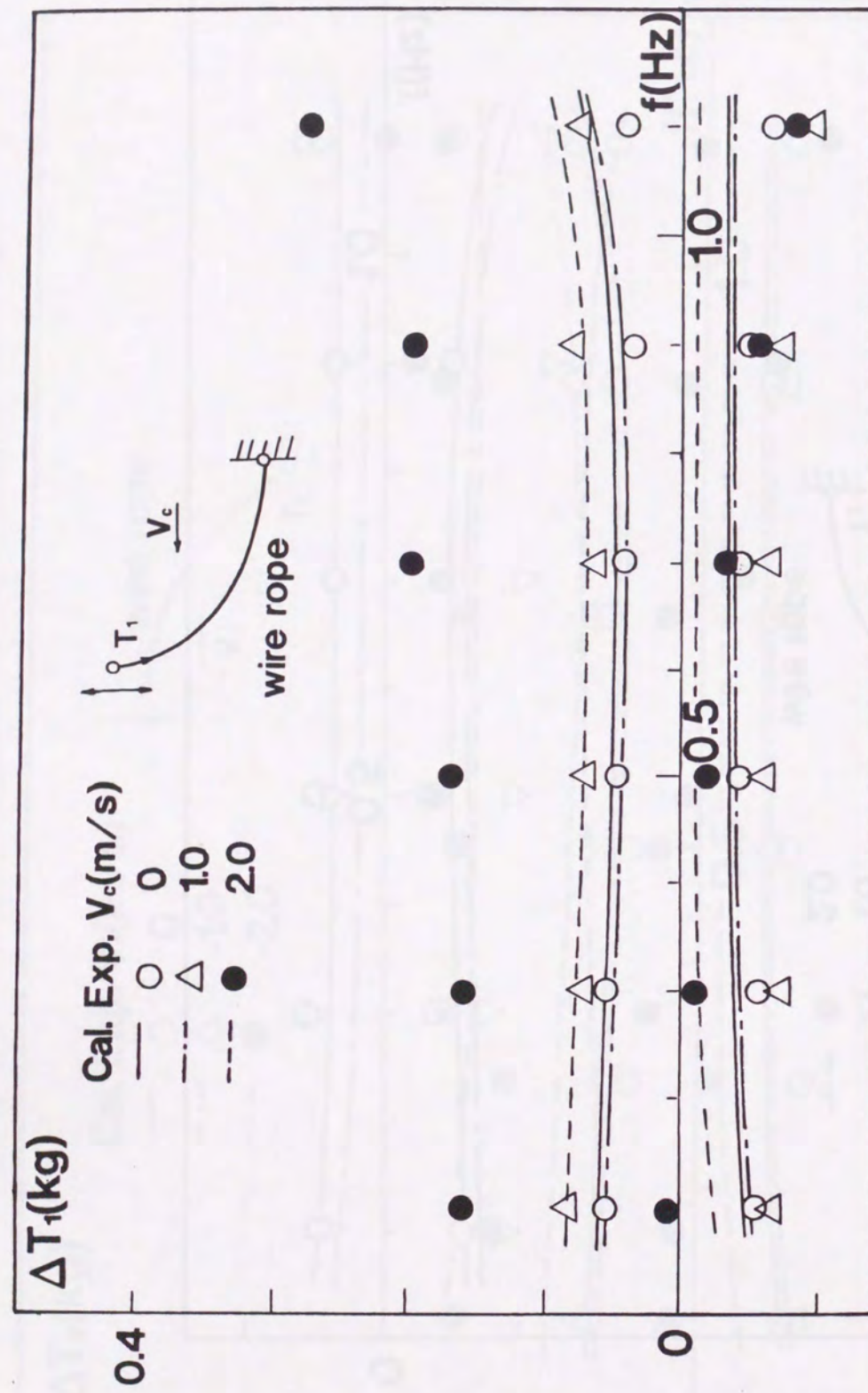


Fig. 50: Dynamic tension in positive current on sway oscillating downstream side

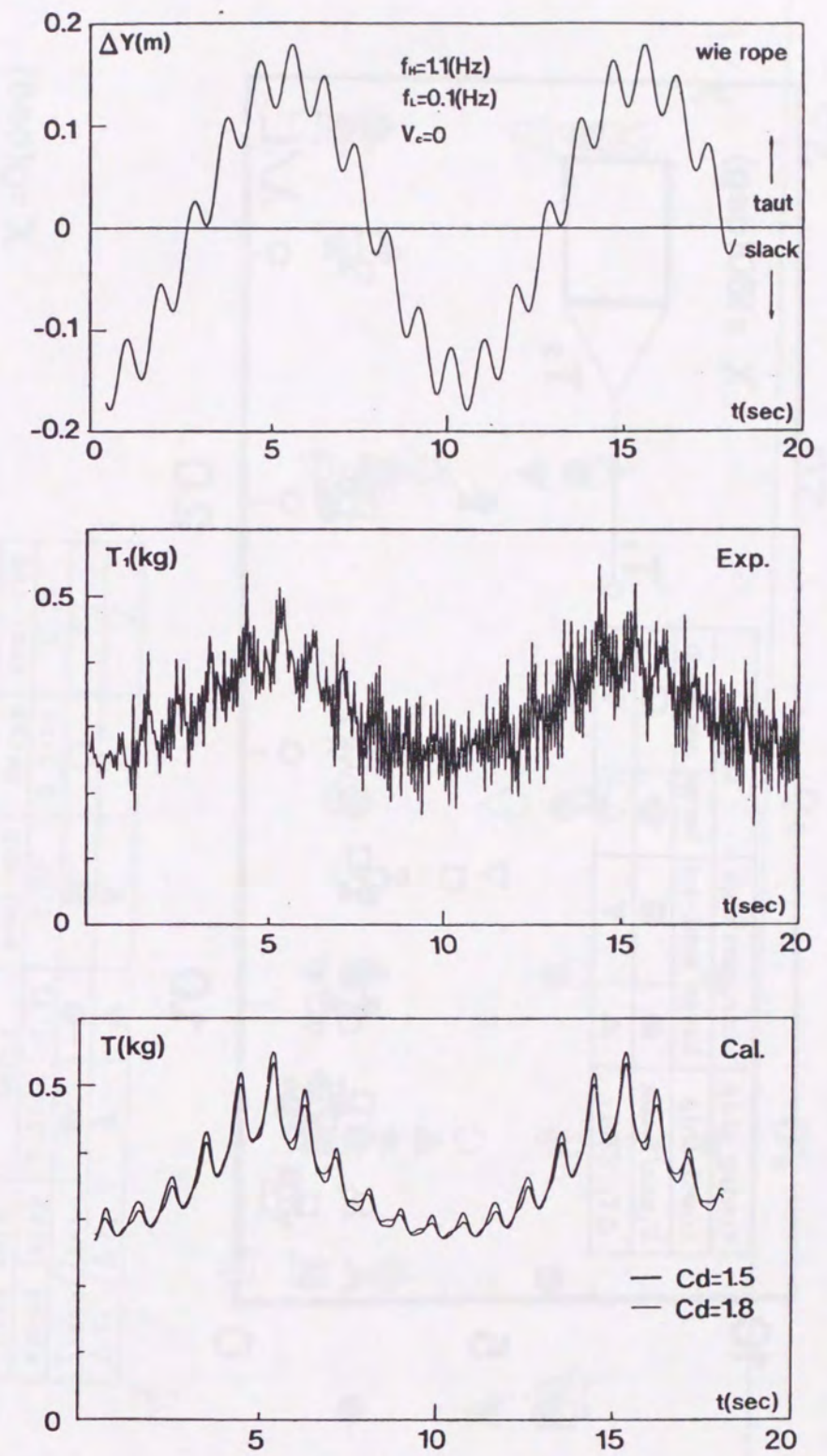


Fig. 51: Comparison of the theoretical calculation with the experimental results in the sway oscillation test (combined frequency mode)



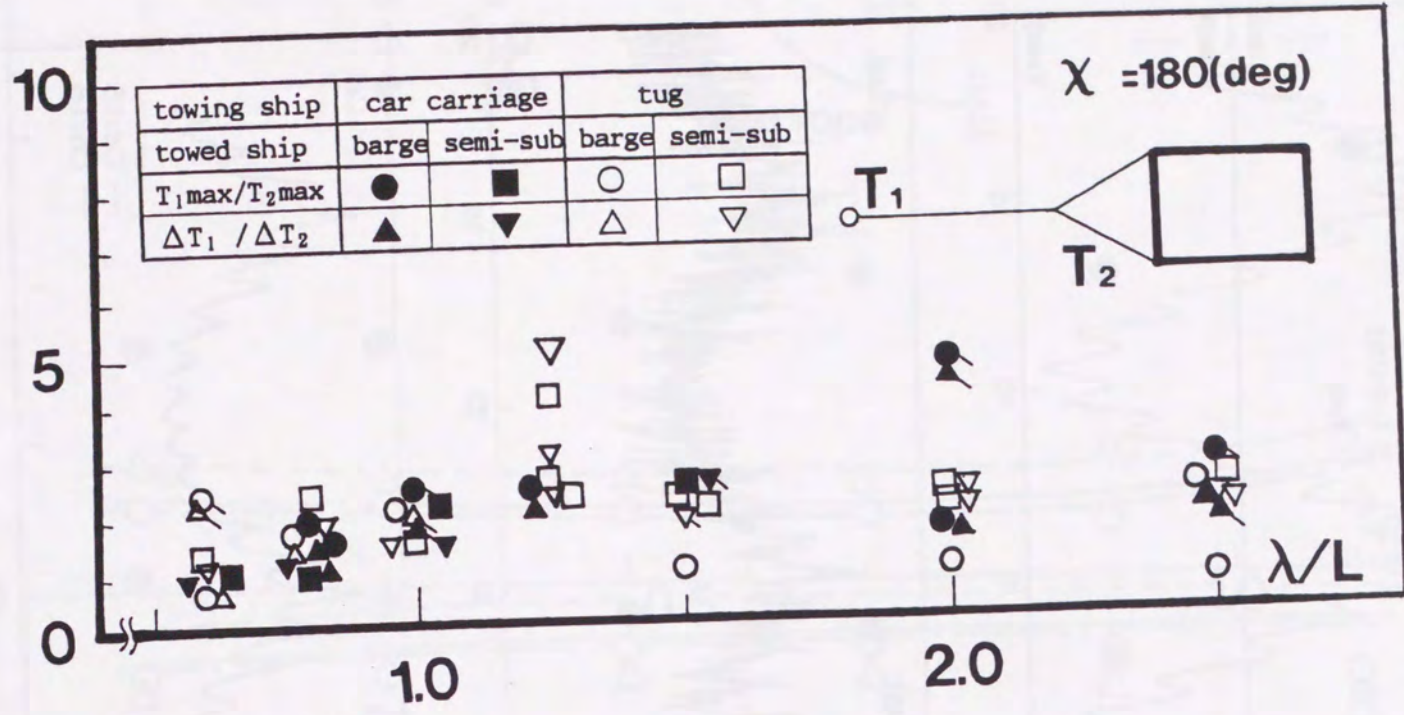


Fig. 52: Comparison of tension fluctuation and maximum tension between hawser and bridle in head waves

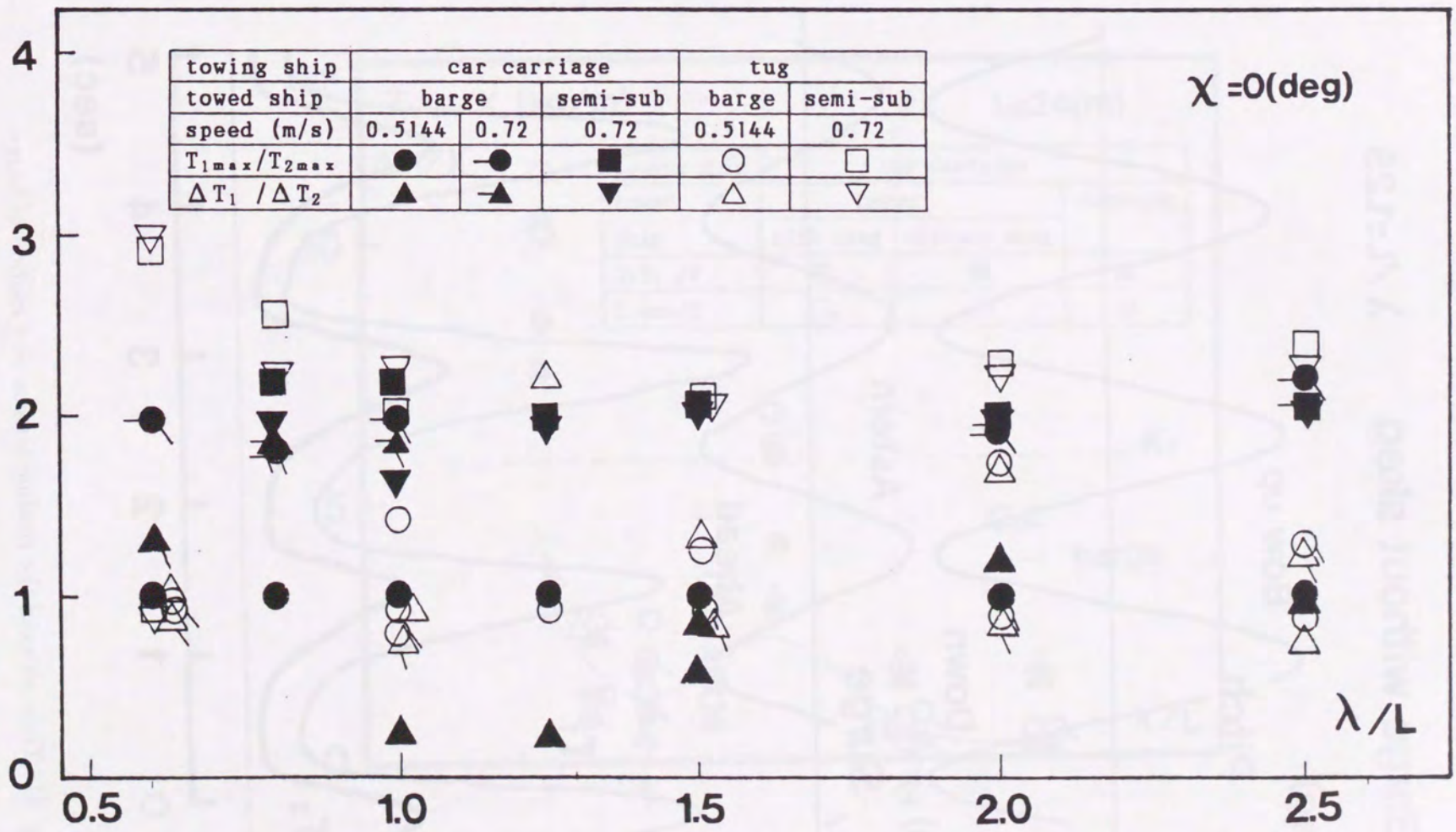


Fig. 53: Comparison of tension fluctuation and maximum tension between hawser and bridle in following waves



Barge without skeg  $\lambda/L=1.25$

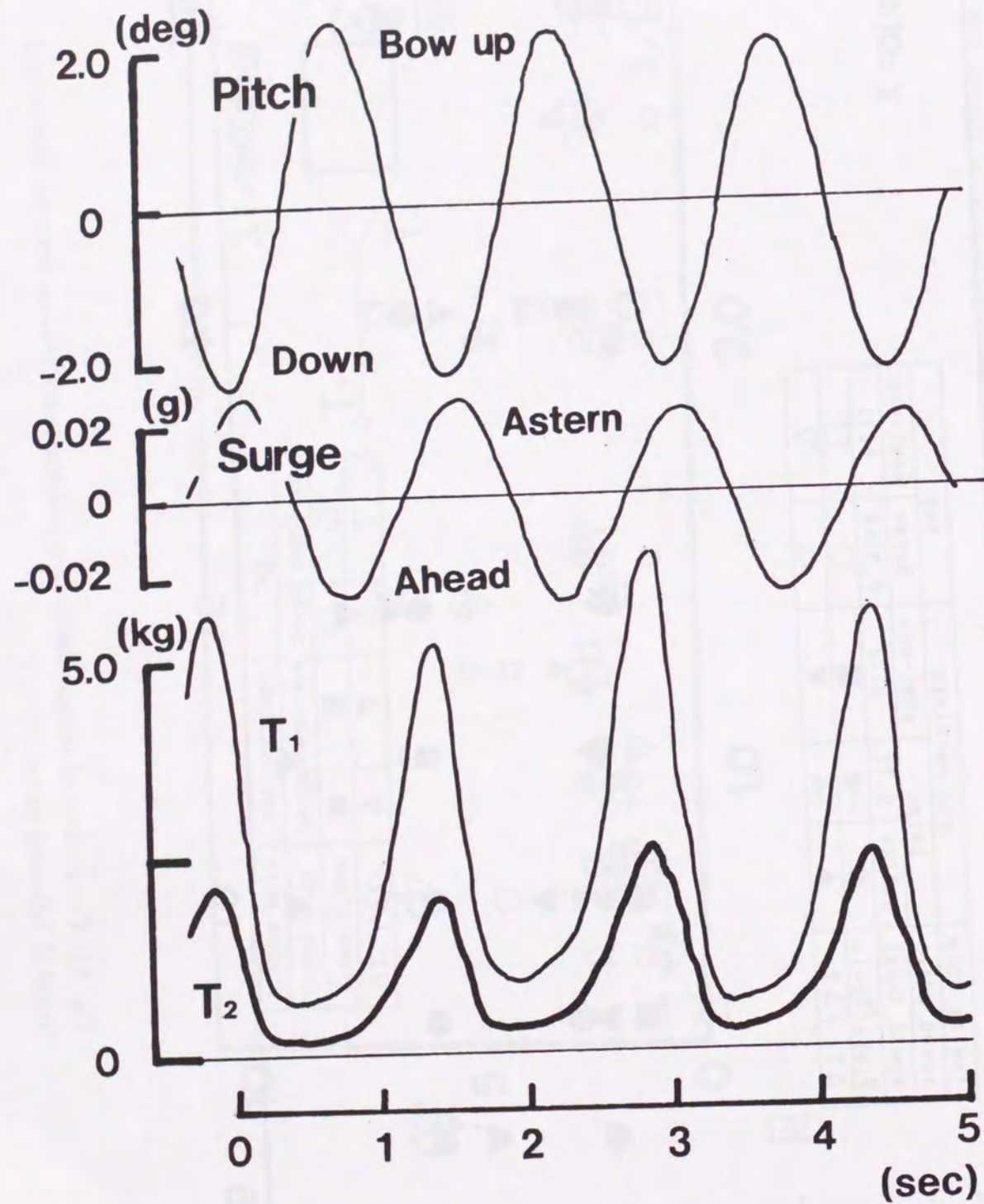


Fig. 54: Time series of the towline tension and motion of barge

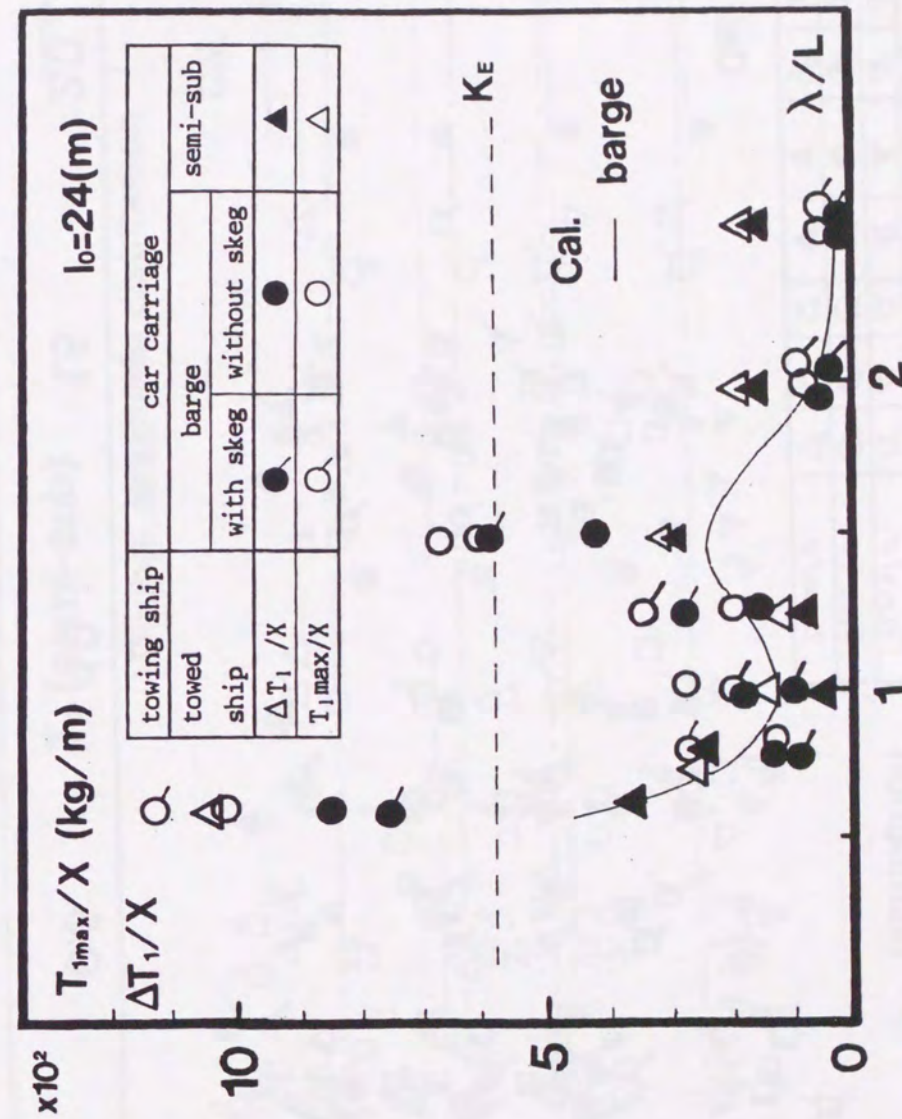


Fig. 55: Ratio of the towline tension to the surge motion



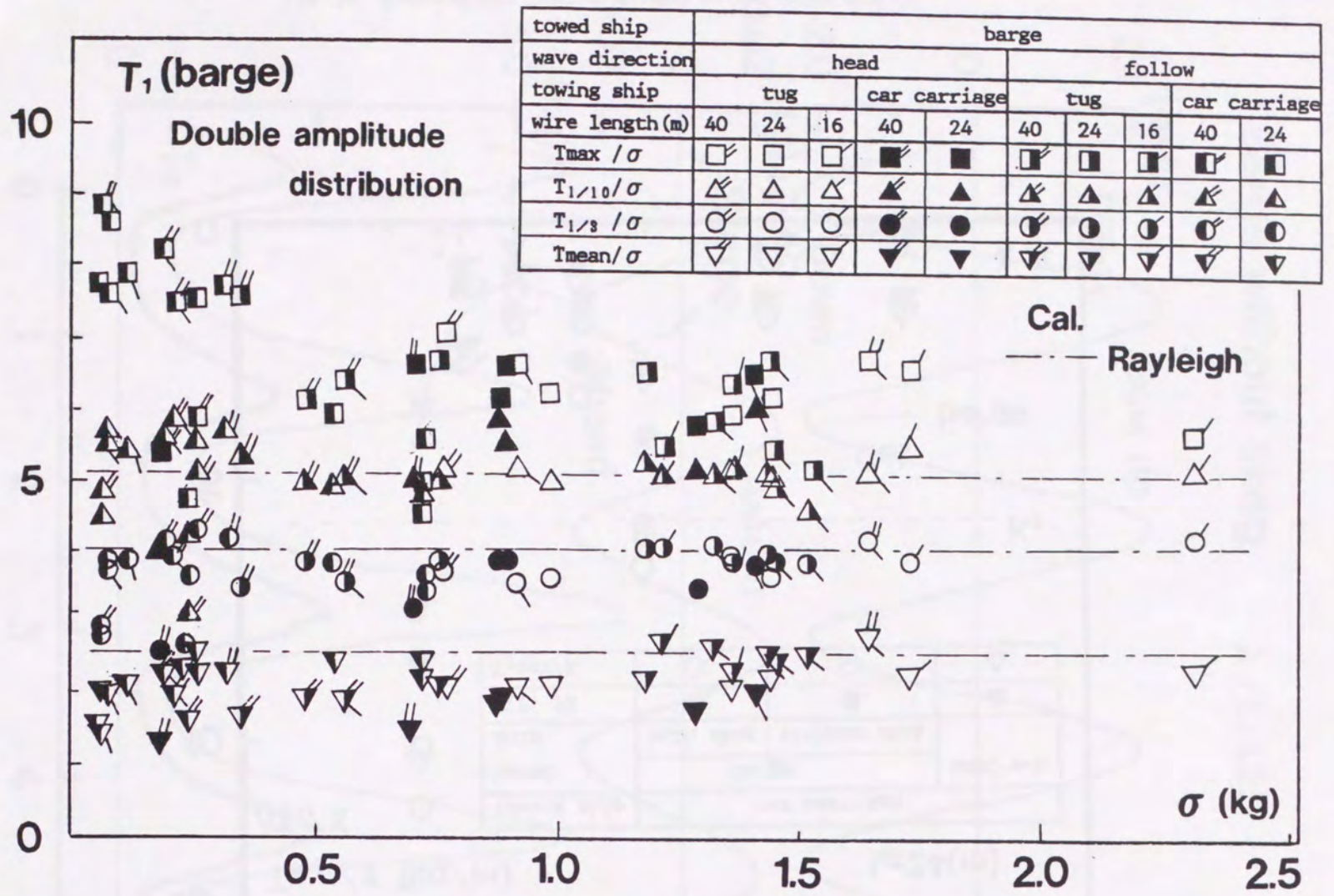


Fig. 56: Various amplitudes for  $T_1$  of the barge

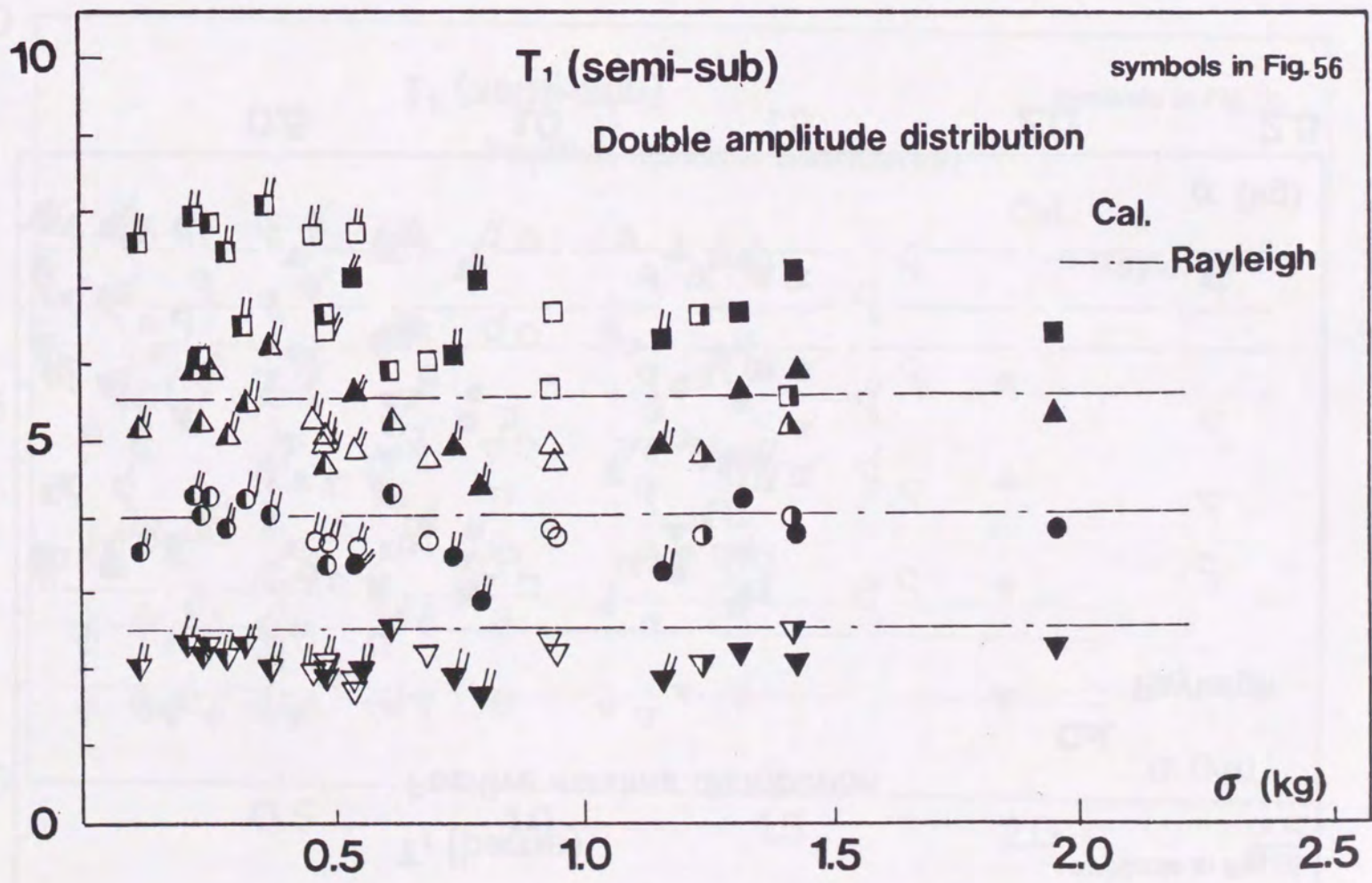


Fig. 57: Various amplitudes for  $T_1$  of the semi-submersible



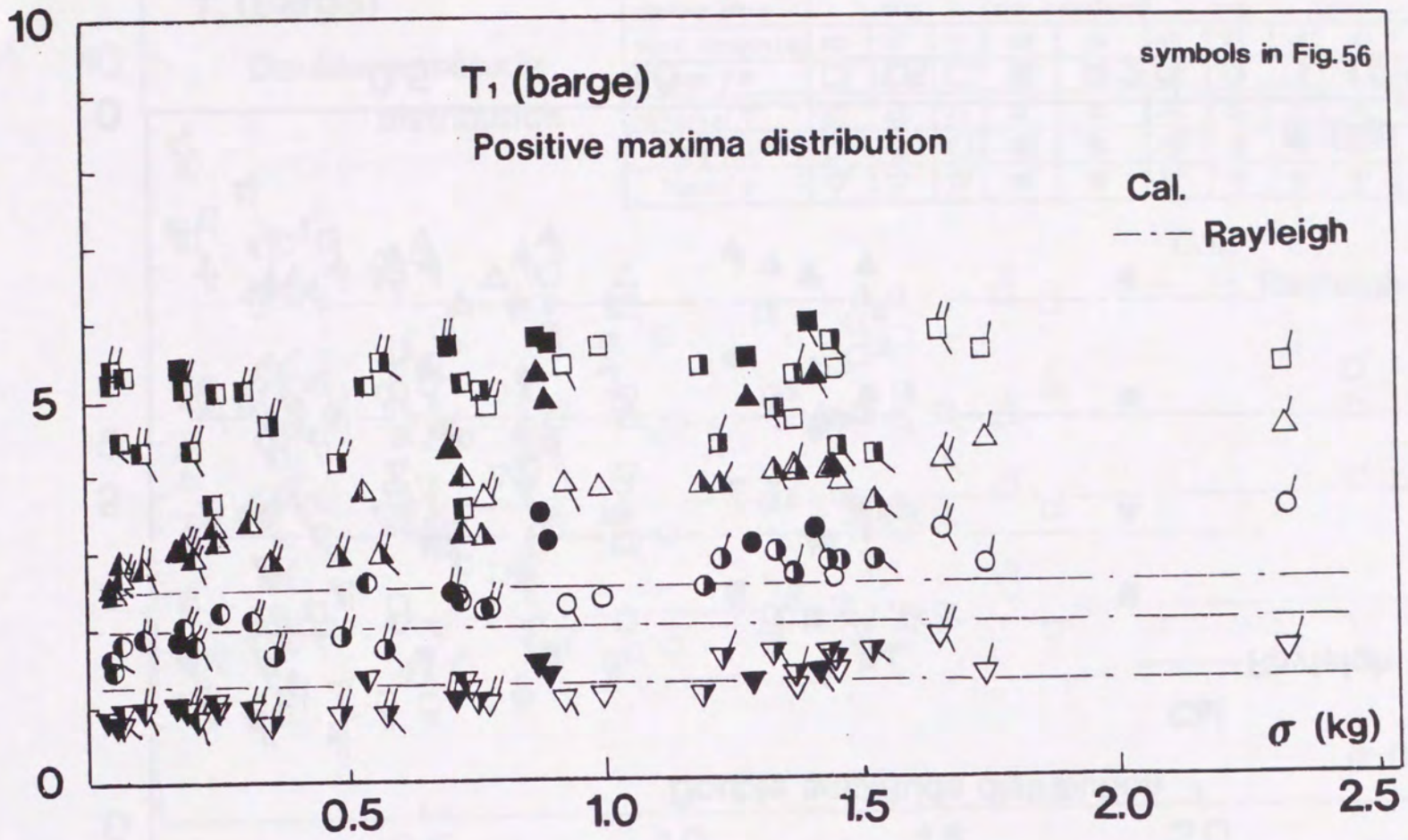


Fig. 58: Various maxima for T<sub>1</sub> of the barge

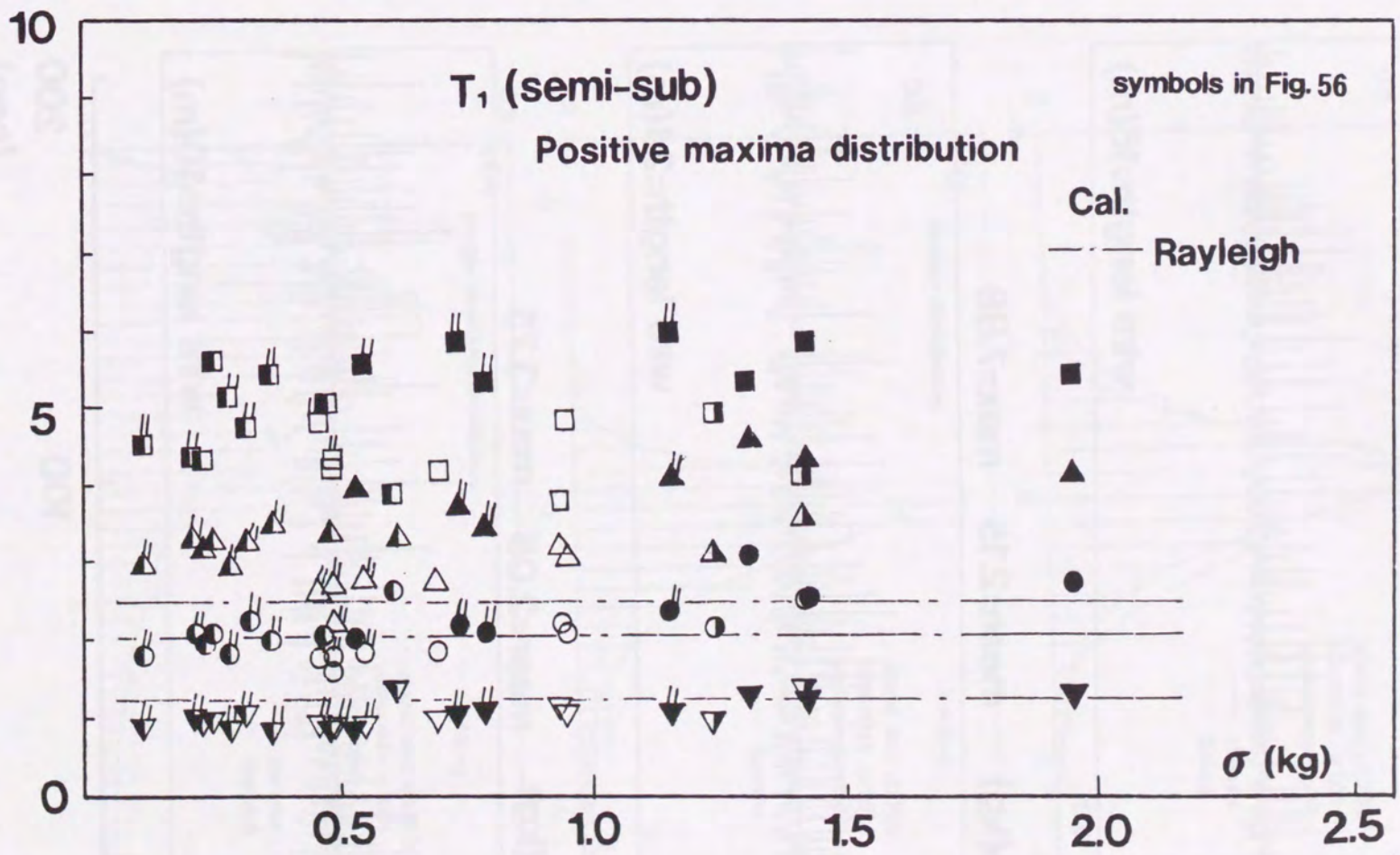


Fig. 59: Various maxima for T<sub>1</sub> of the semi-submersible



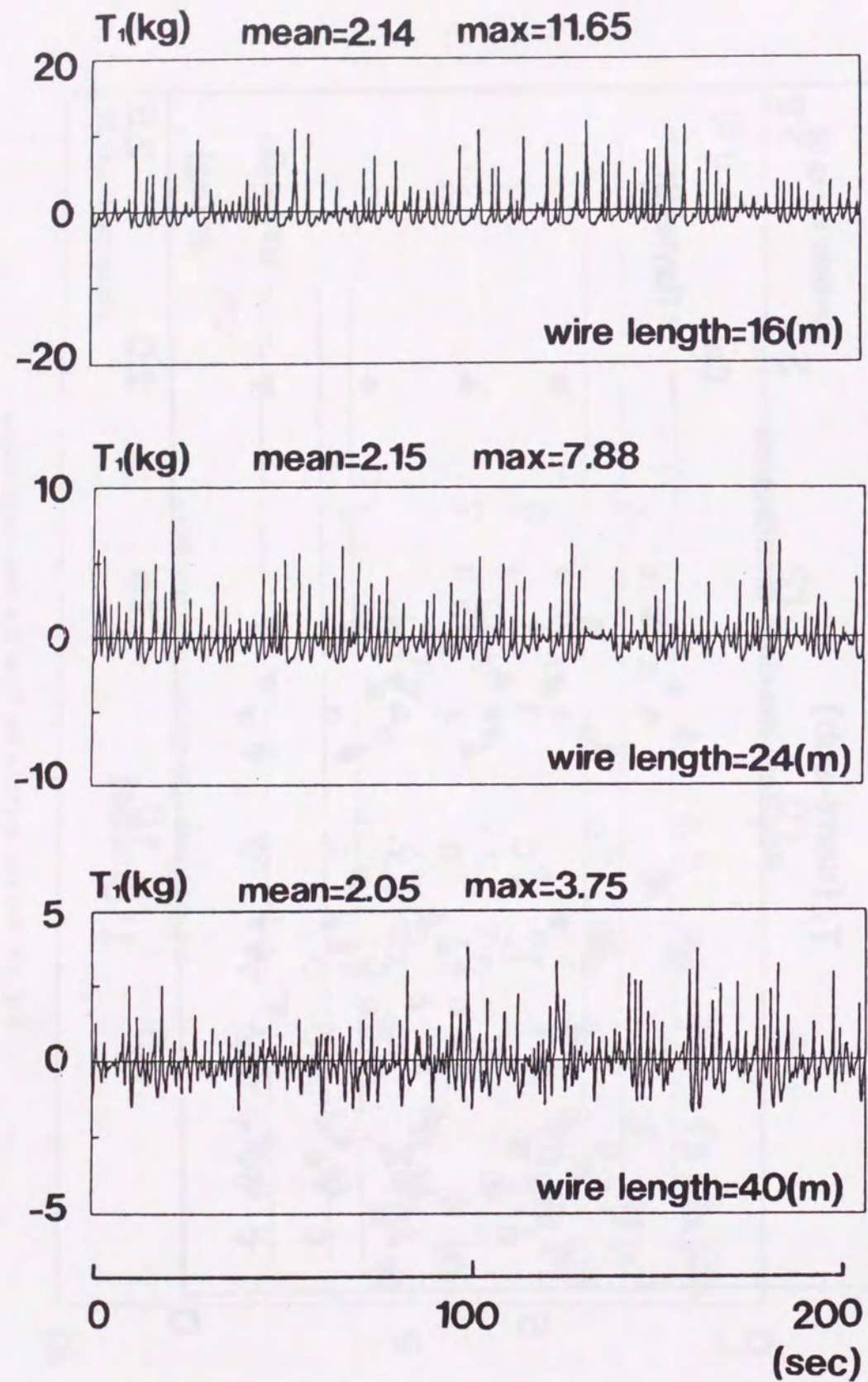


Fig. 60: Time series of the towline tension with different towline length

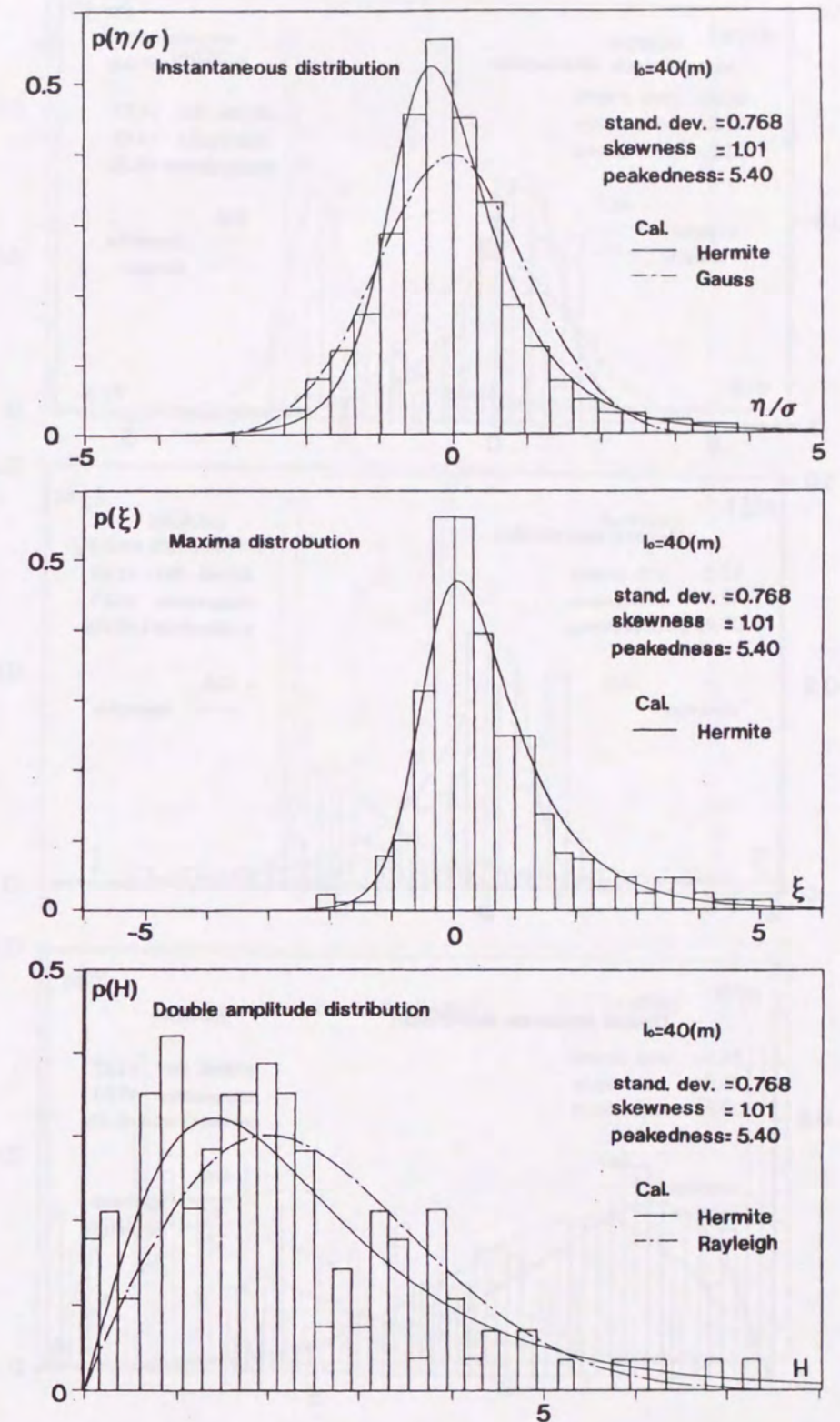


Fig. 61: Statistical distribution of towline tension ( $l_0=40\text{m}$ )



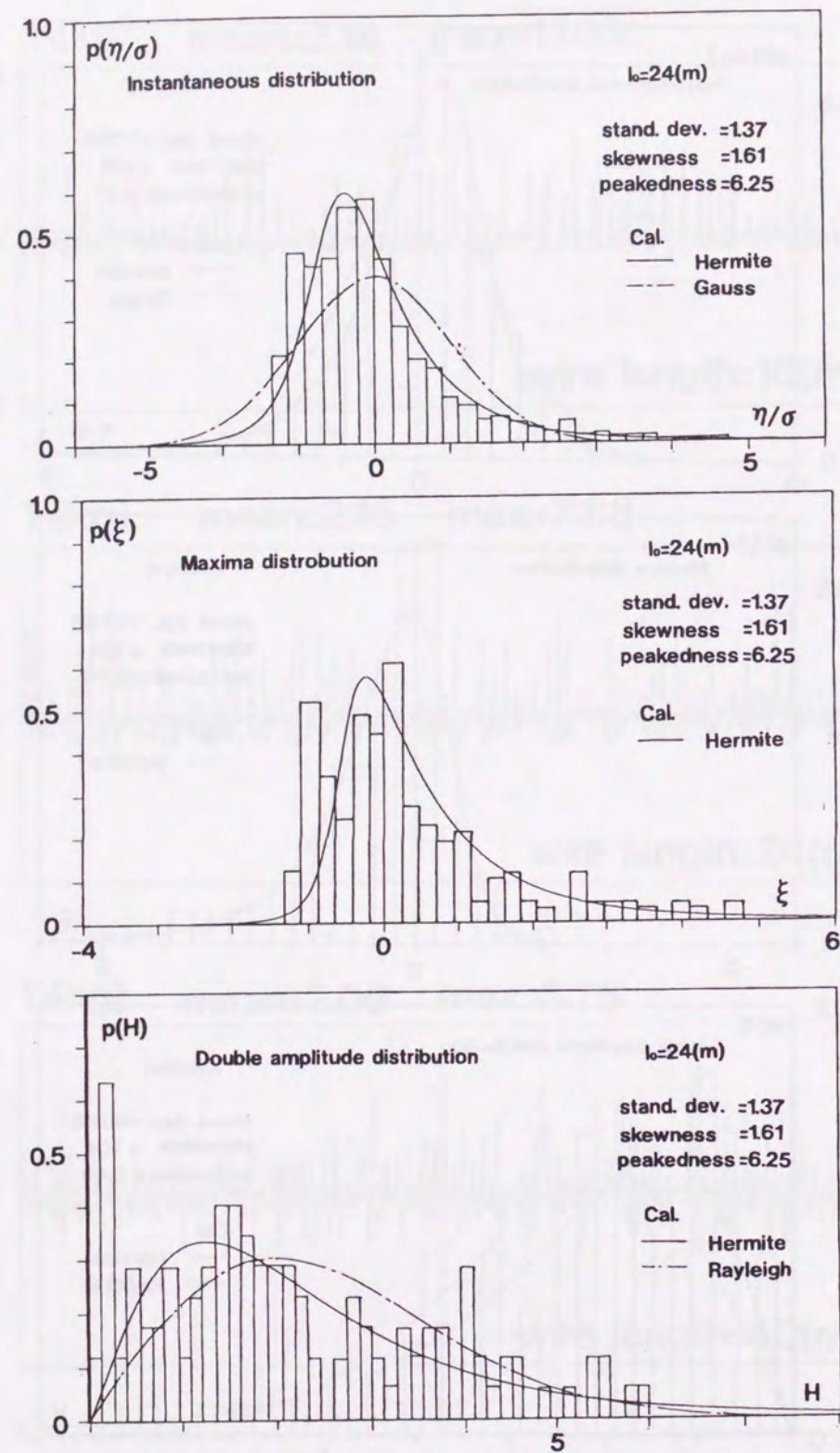


Fig. 62: Statistical distribution of towline tension ( $l_0=24m$ )

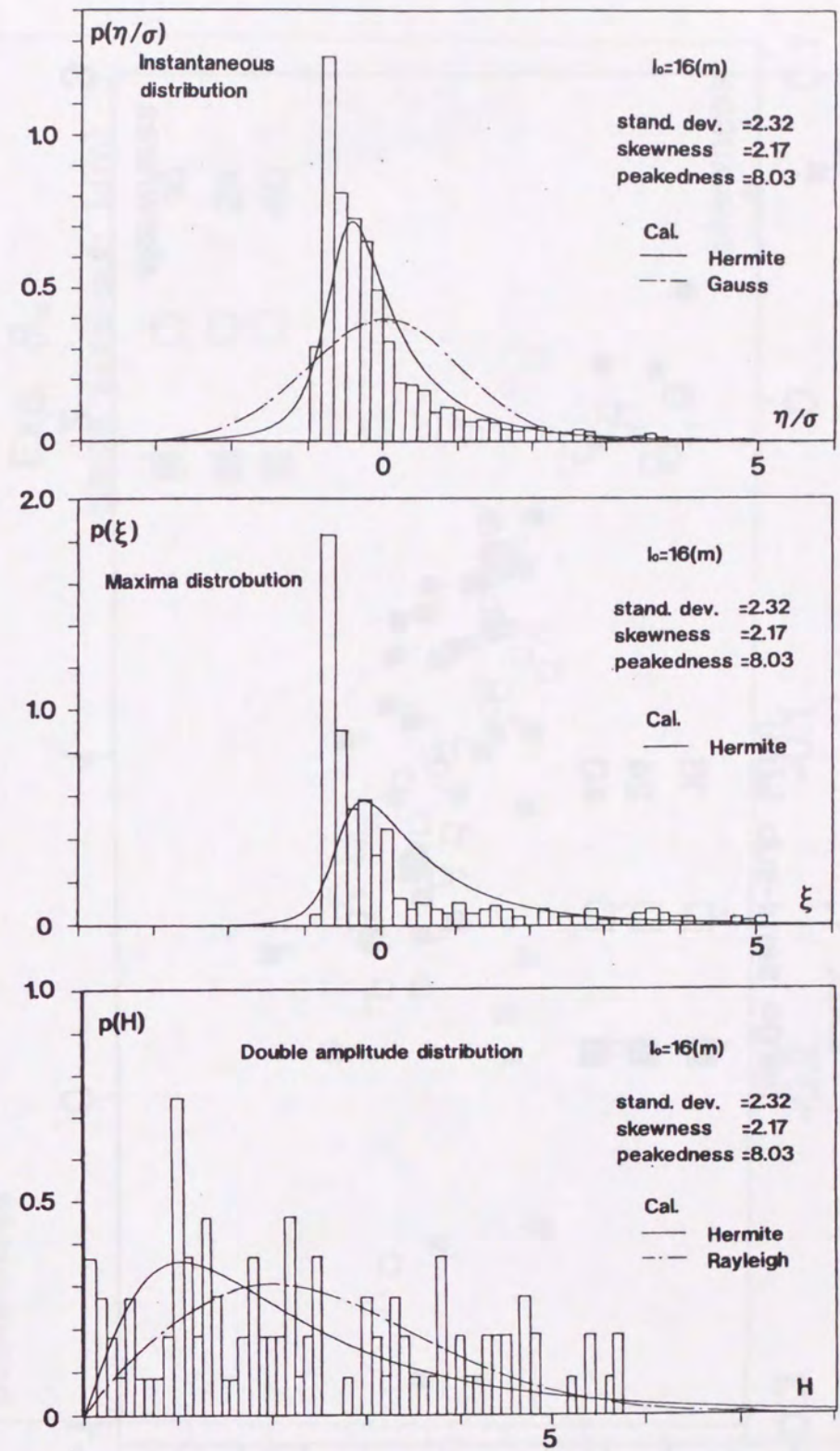


Fig. 63: Statistical distribution of towline tension ( $l_0=16m$ )



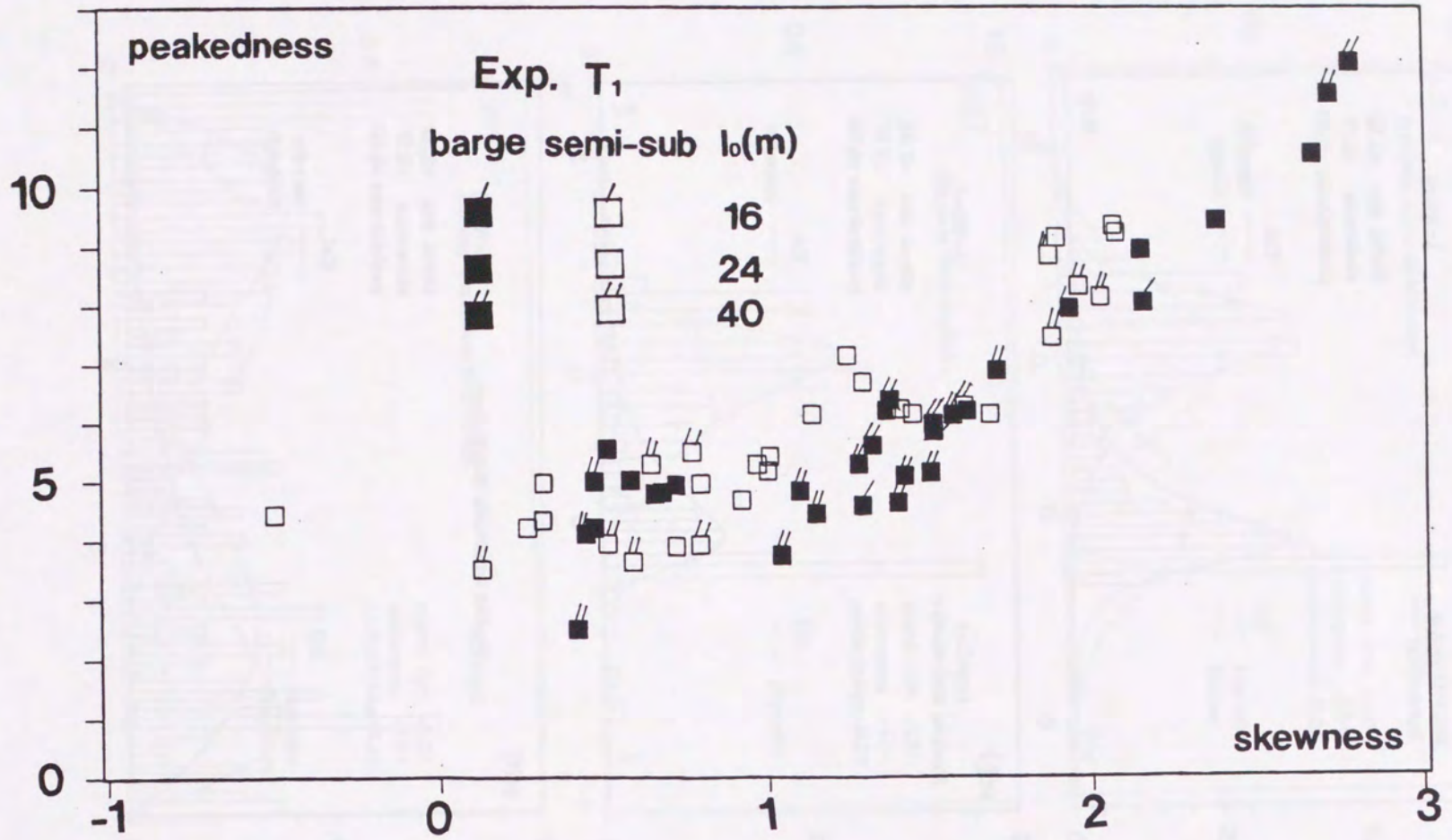


Fig. 64: Relation between skewness and peakedness with respect to the towline tension

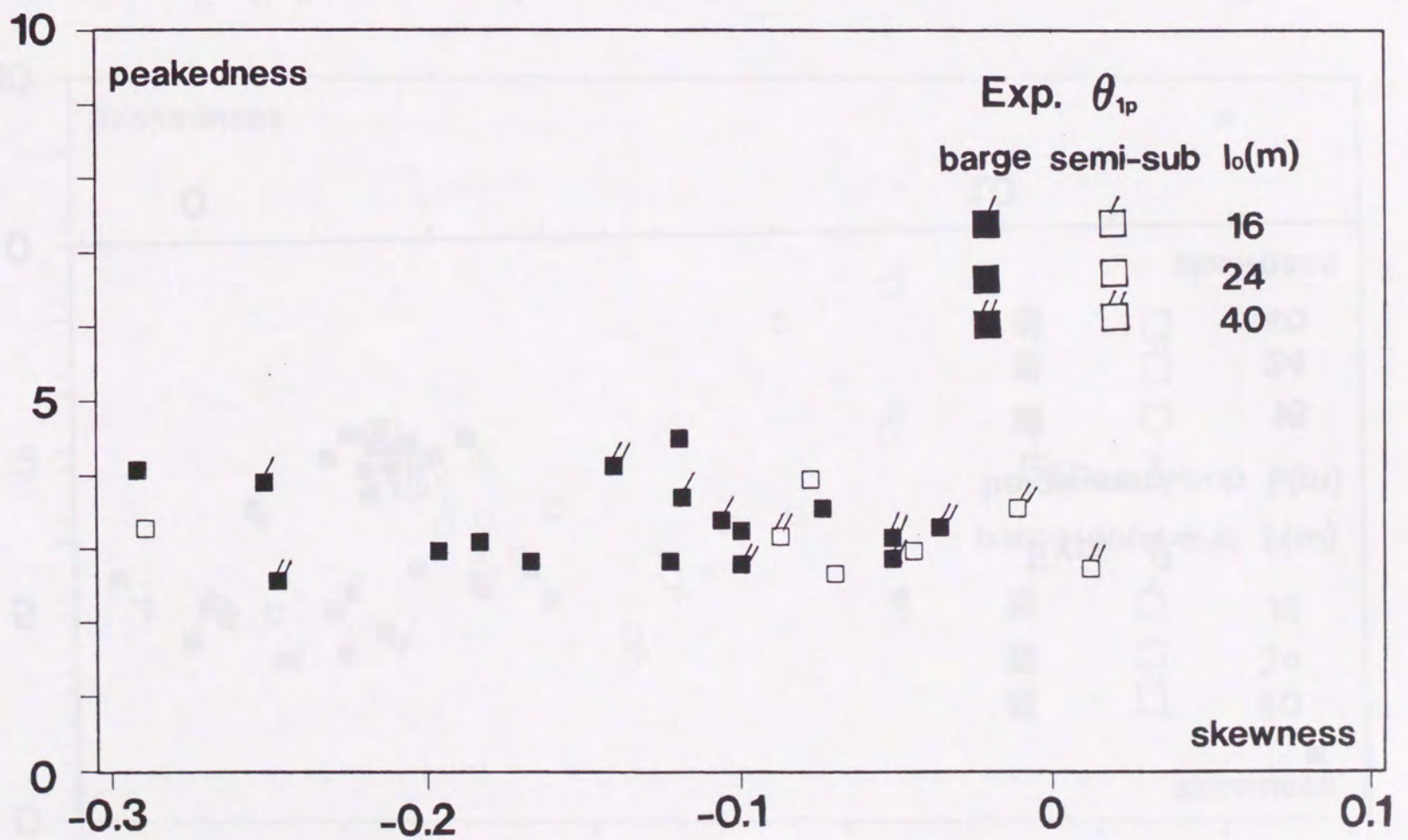


Fig. 65: Relation between skewness and peakedness with respect to the pitch of tug



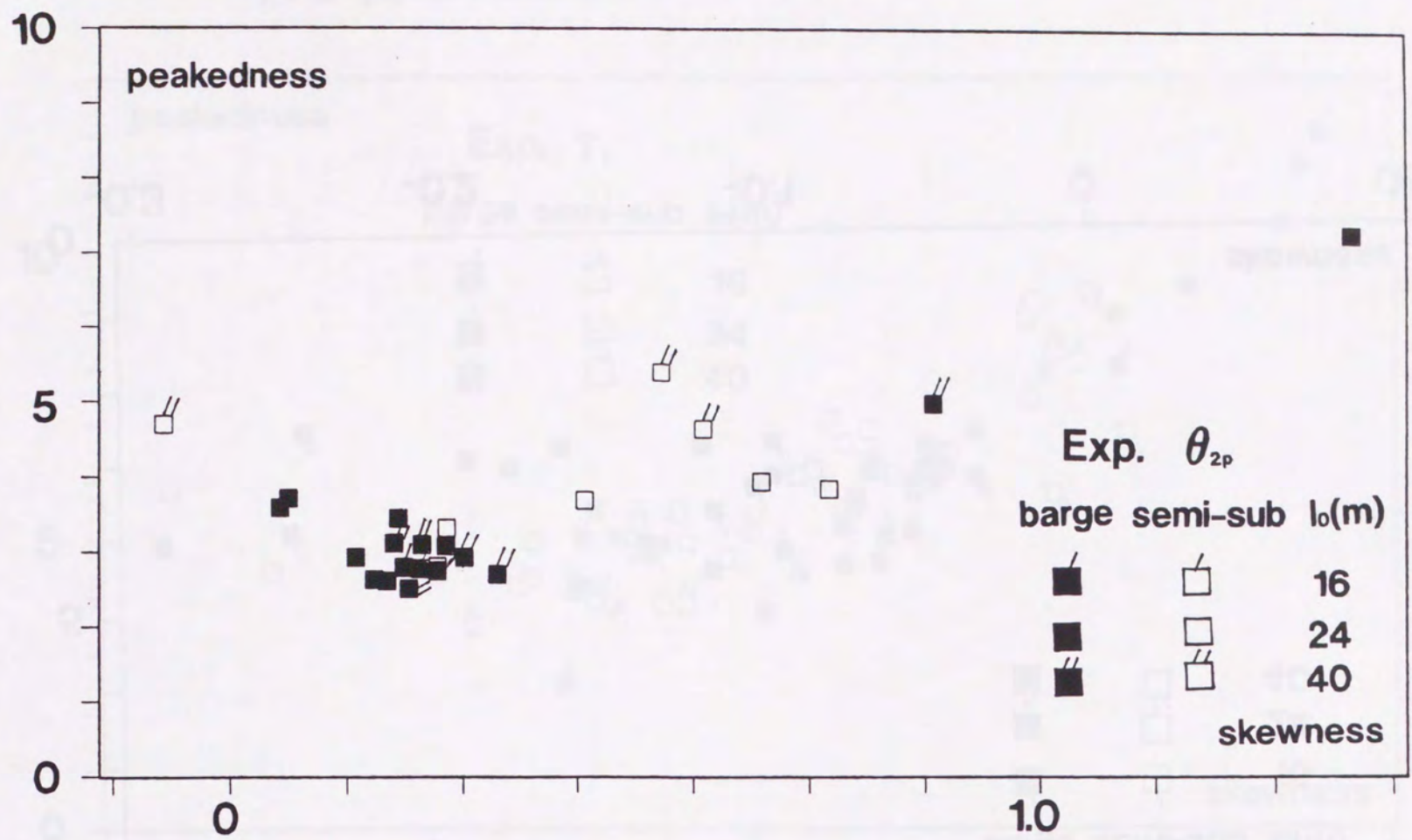


Fig. 66: Relation between skewness and peakedness with respect to the pitch of tow

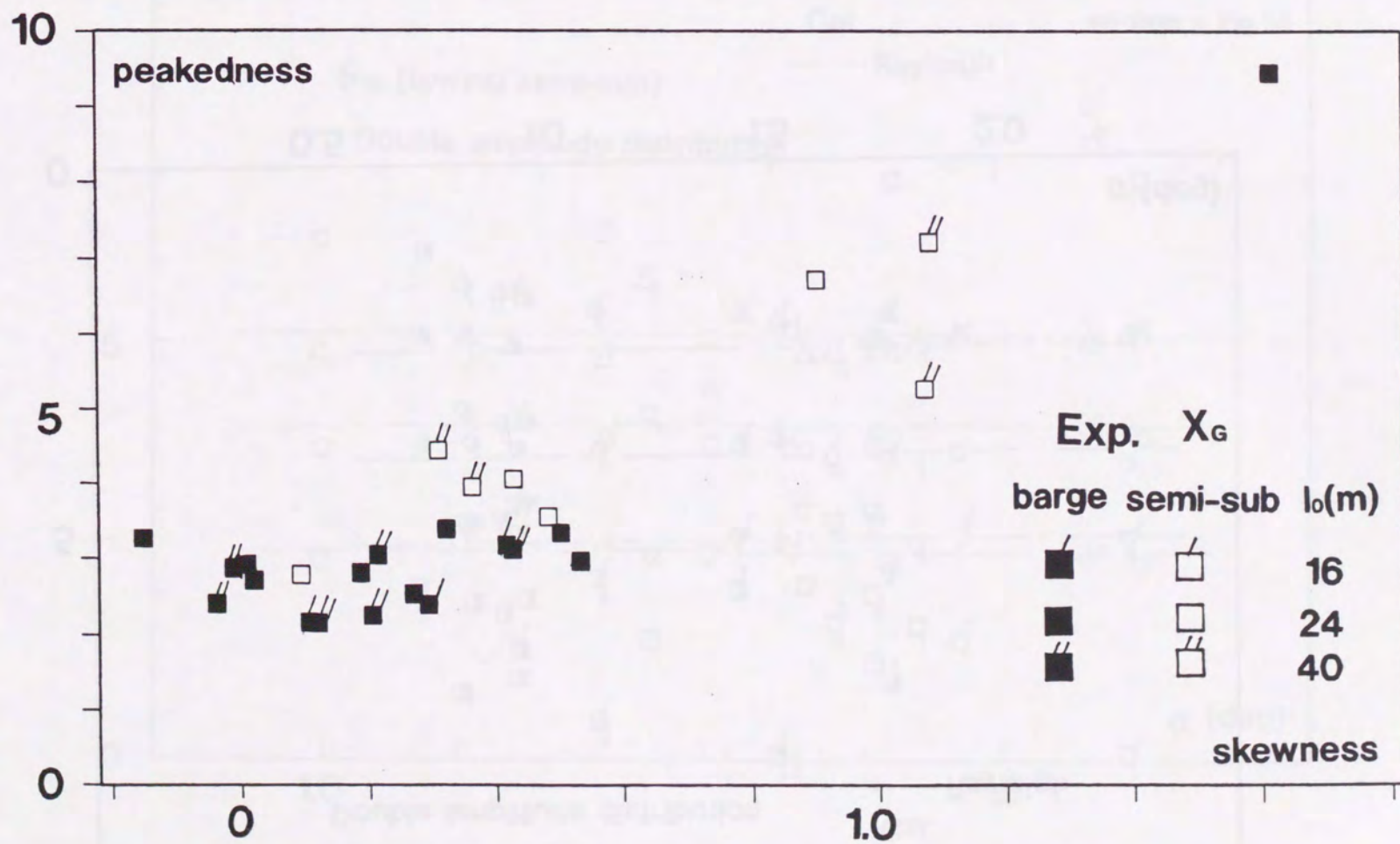


Fig. 67: Relation between skewness and peakedness with respect to the surge of tow



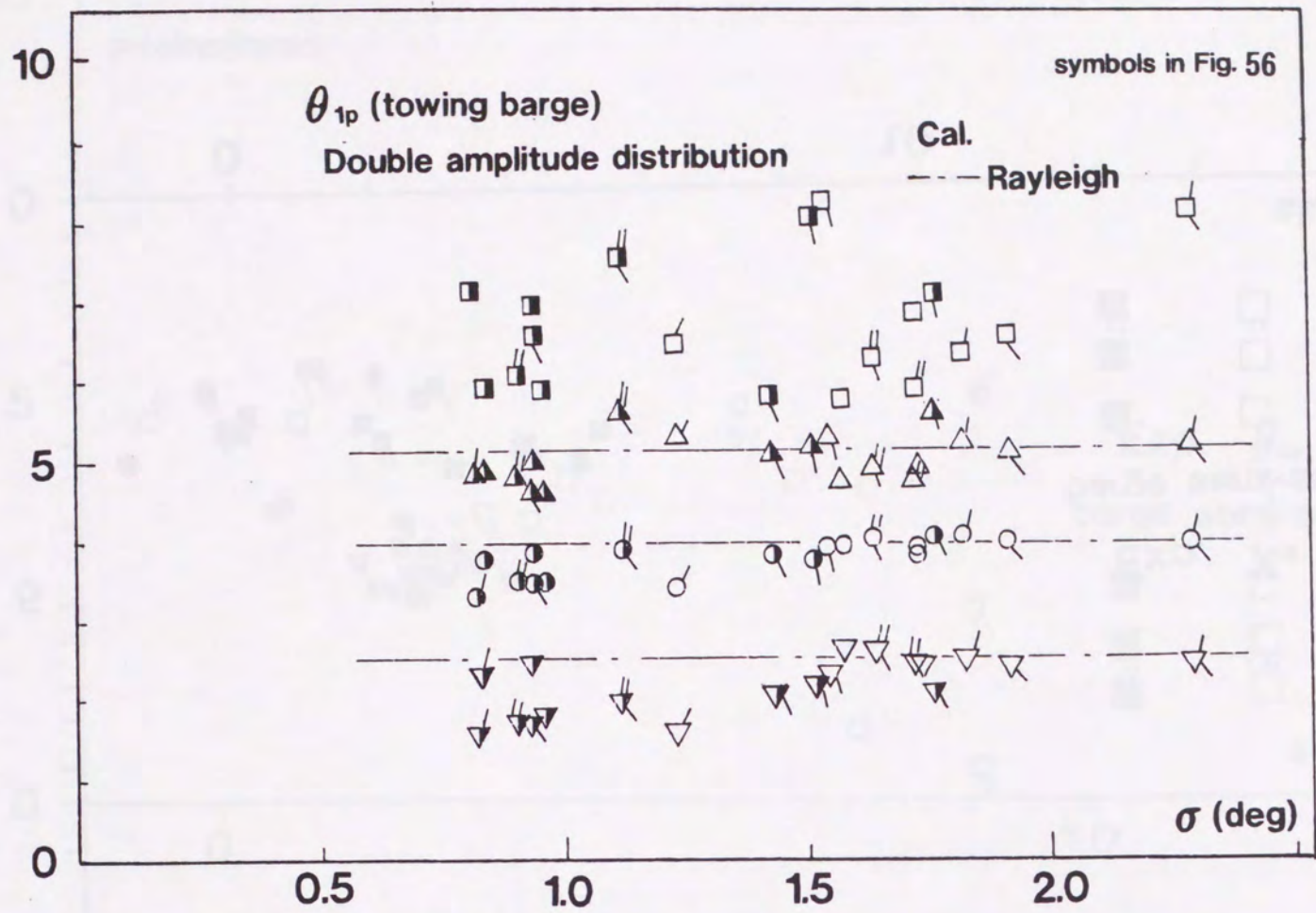


Fig. 68: Various amplitudes for pitch of the tug towing barge in terms of double amplitude distribution

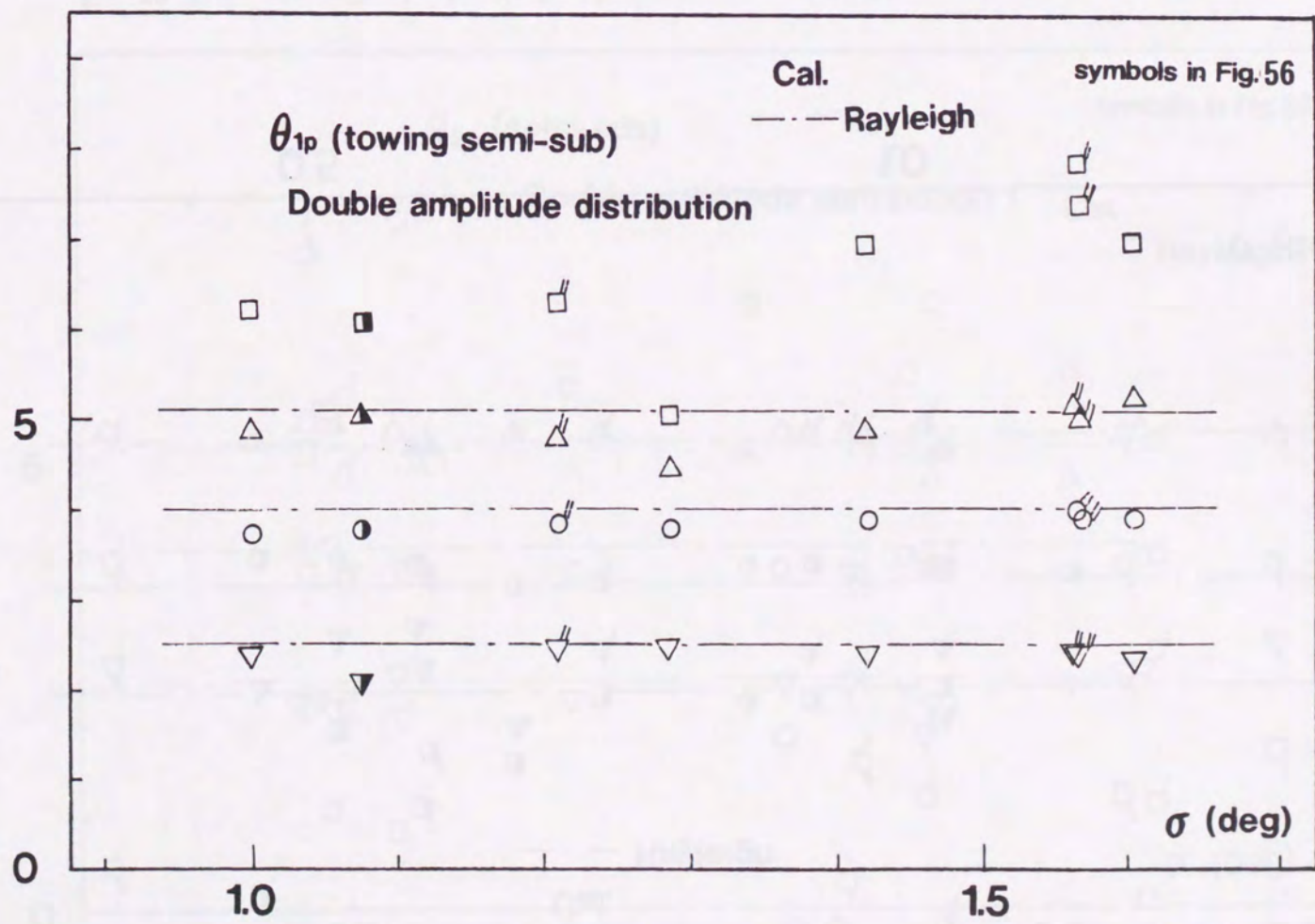


Fig. 69: Various amplitudes for pitch of the tug towing semi-submersible in terms of double amplitude distribution



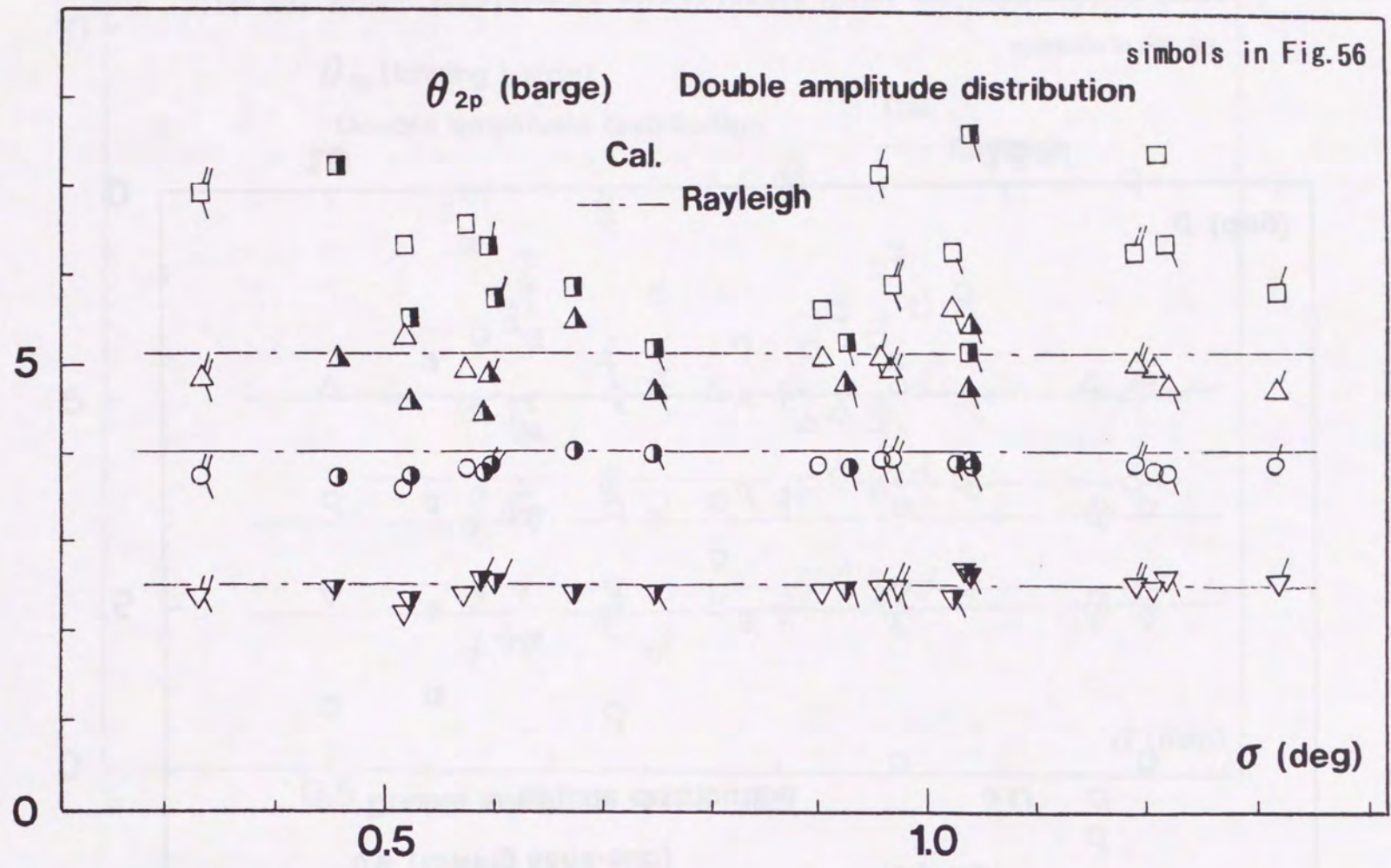


Fig. 70: Various amplitudes for pitch of barge in terms of double amplitude distribution

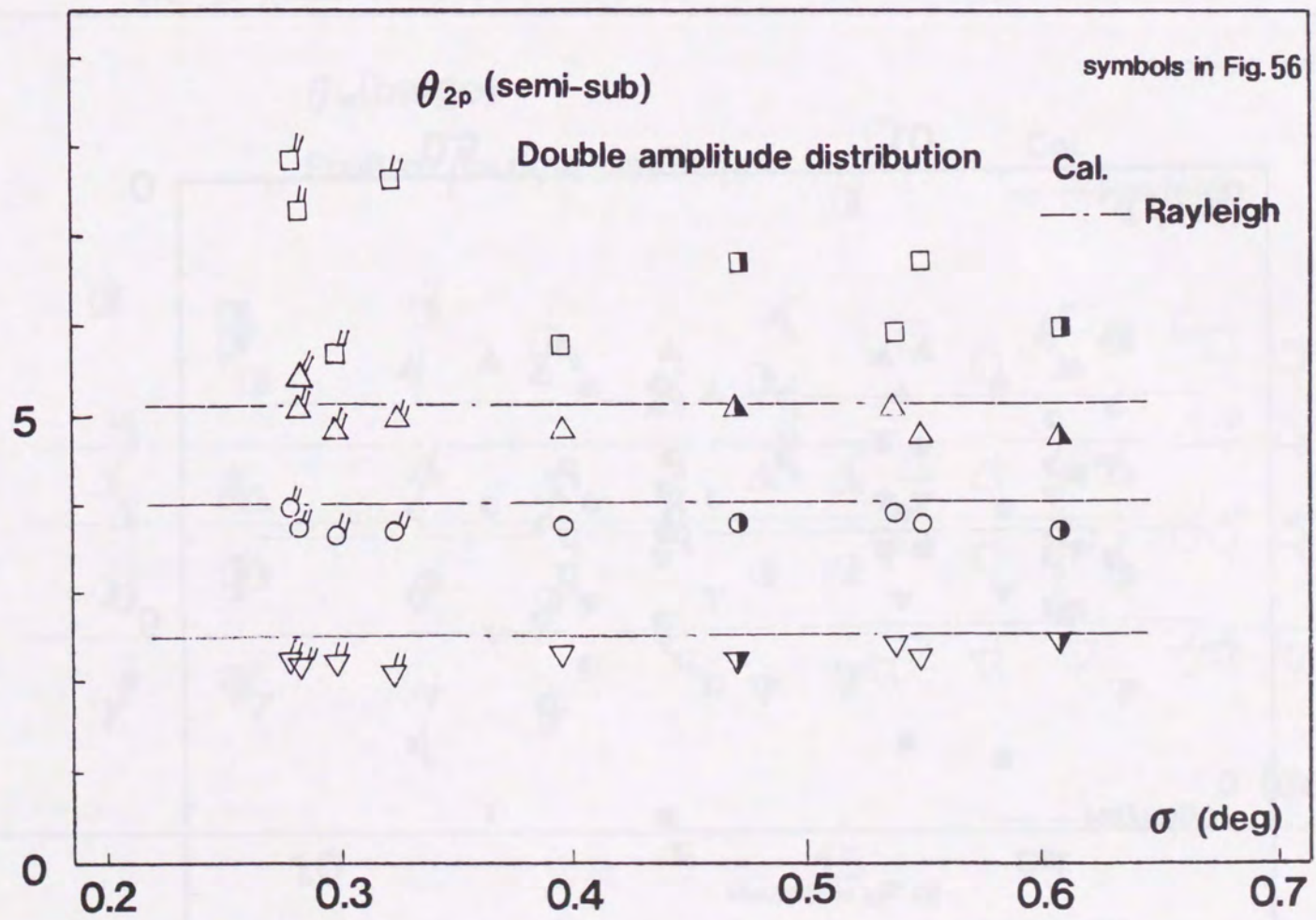


Fig. 71: Various amplitudes for pitch of semi-submersible in terms of double amplitude distribution



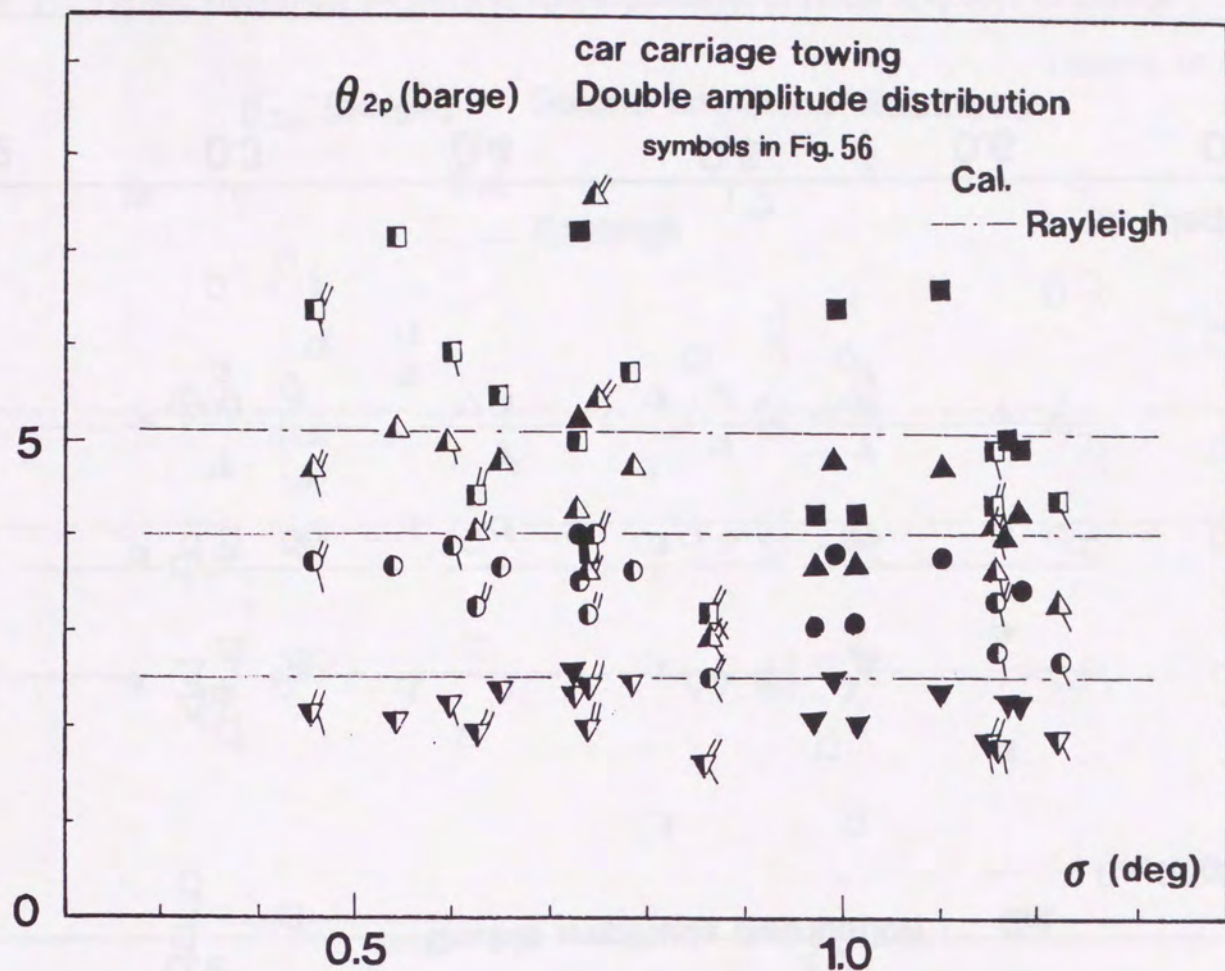


Fig. 72: Various amplitudes for pitch of barge towed by the car carriage in terms of positive maxima distribution

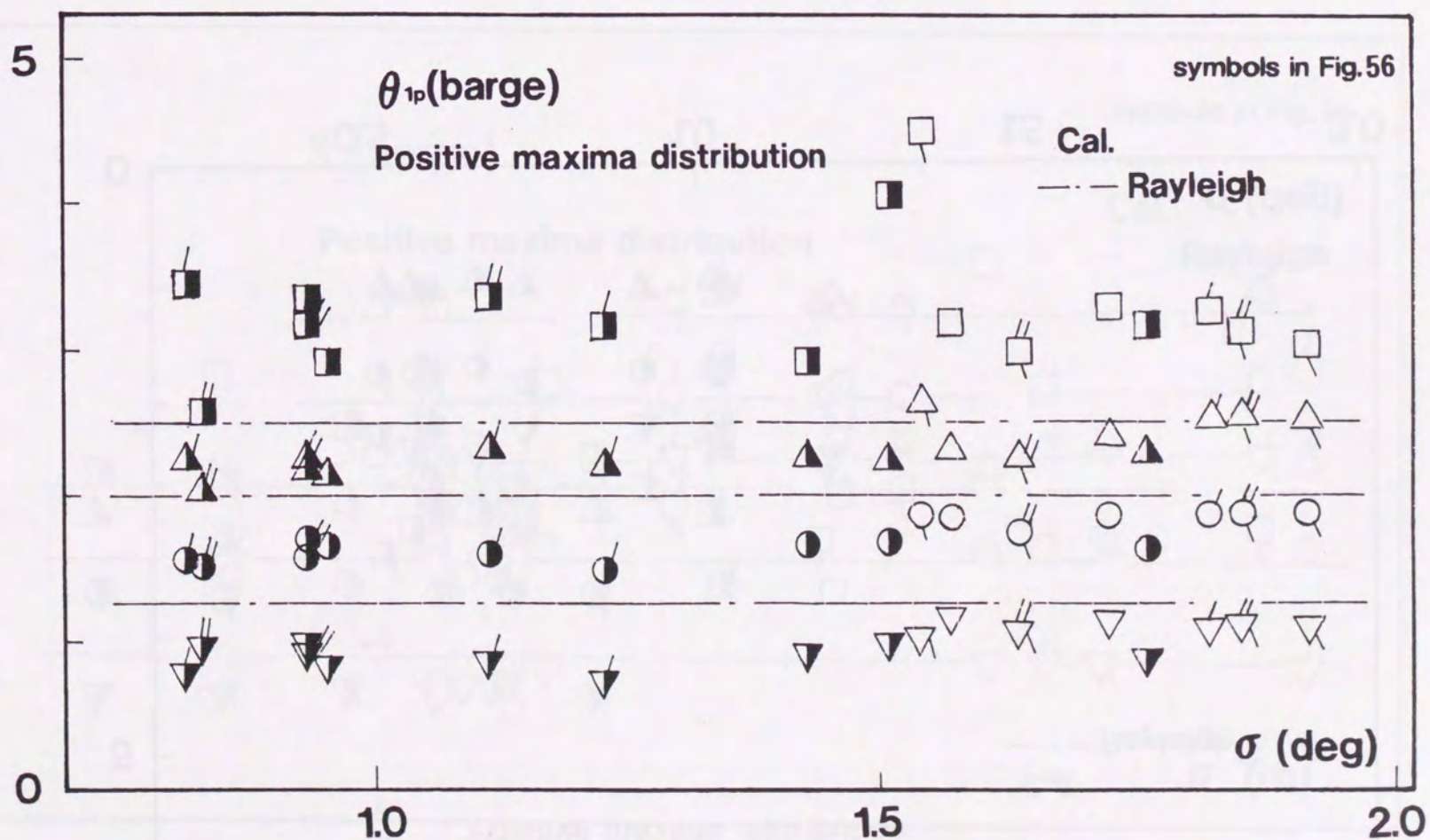


Fig. 73: Various amplitudes for pitch of the tug towing barge in terms of positive maxima distribution



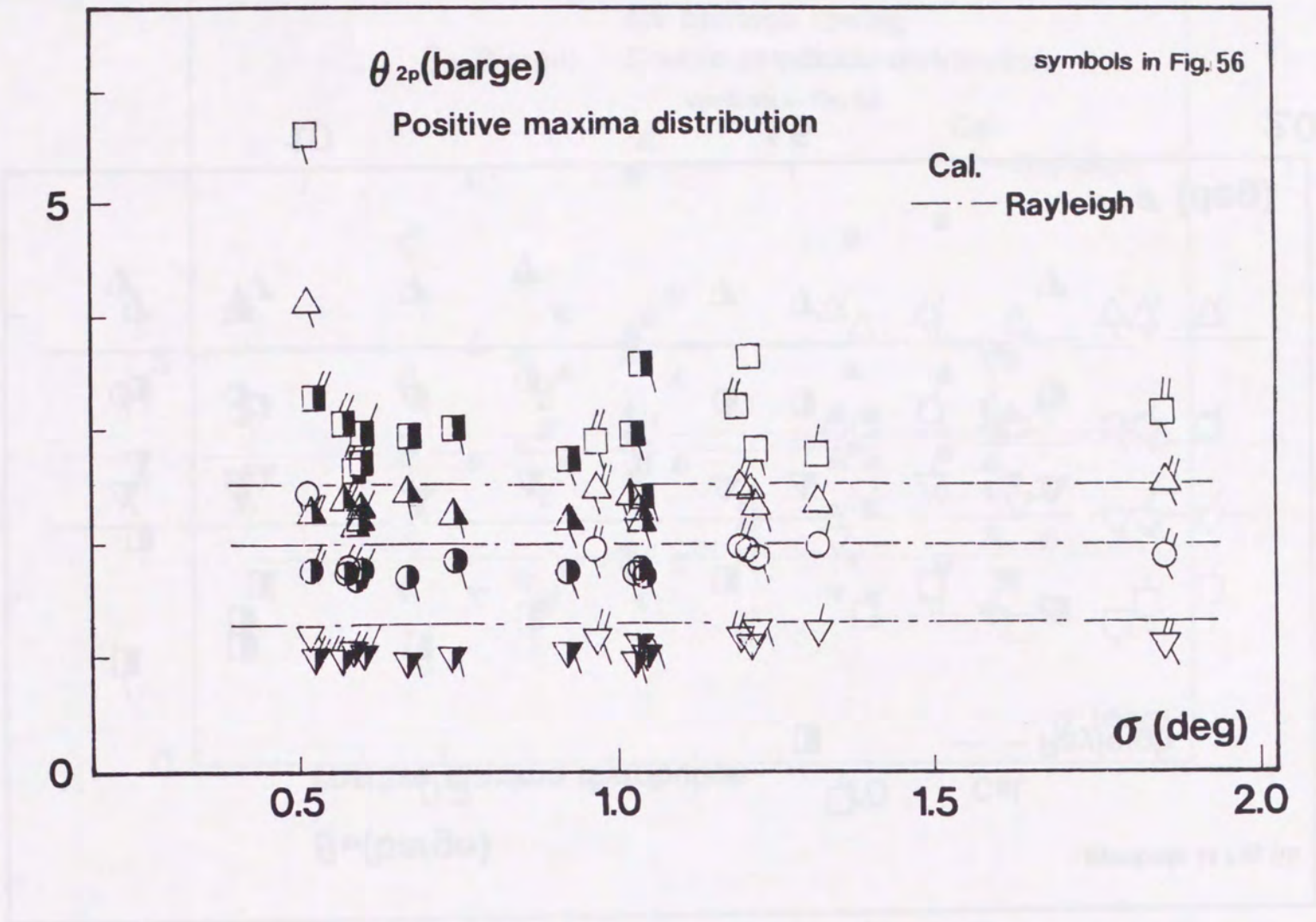


Fig. 74: Various amplitudes for pitch of barge in terms of positive maxima distribution

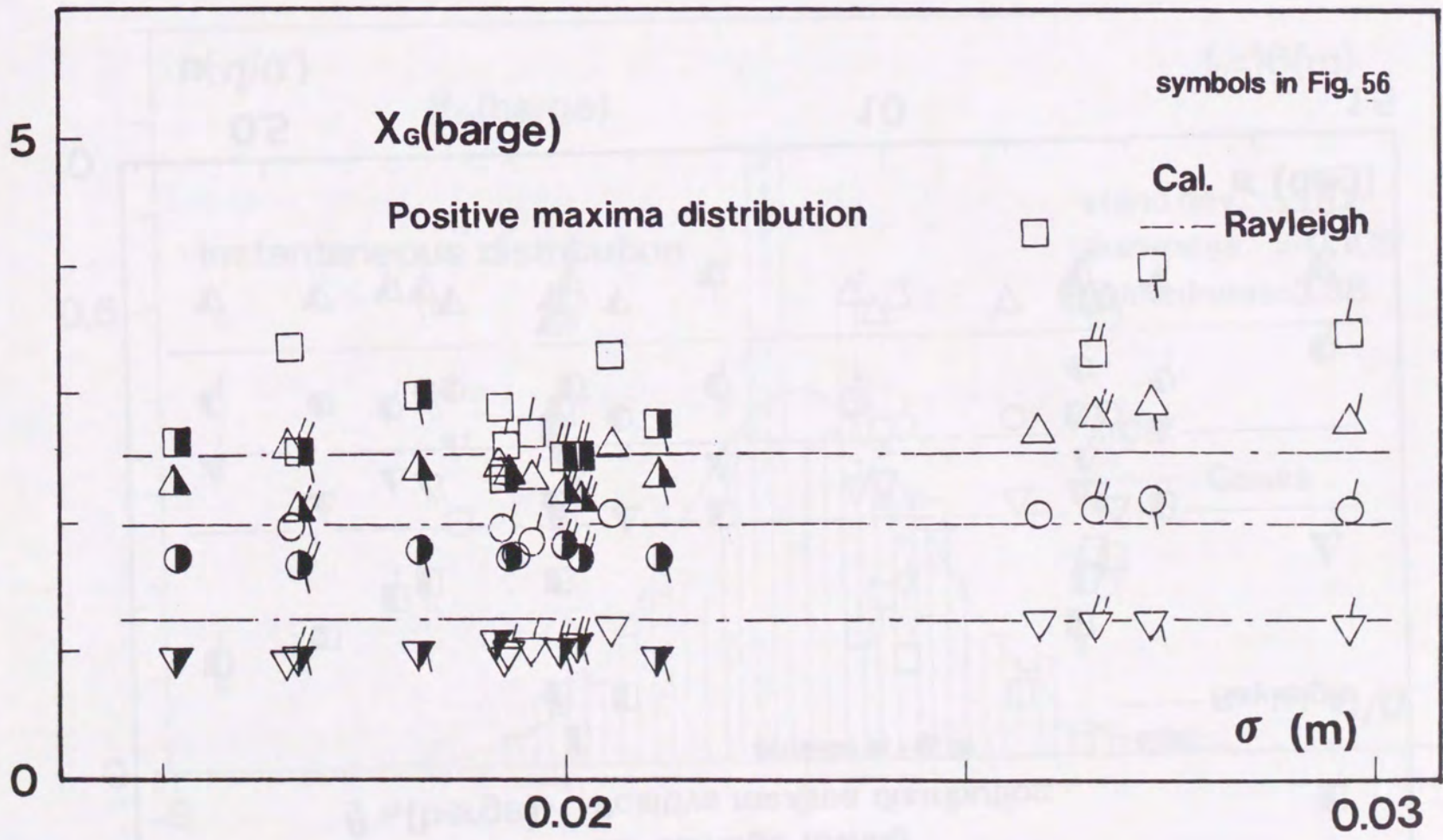


Fig. 75: Various amplitudes for surge of barge in terms of positive maxima distribution



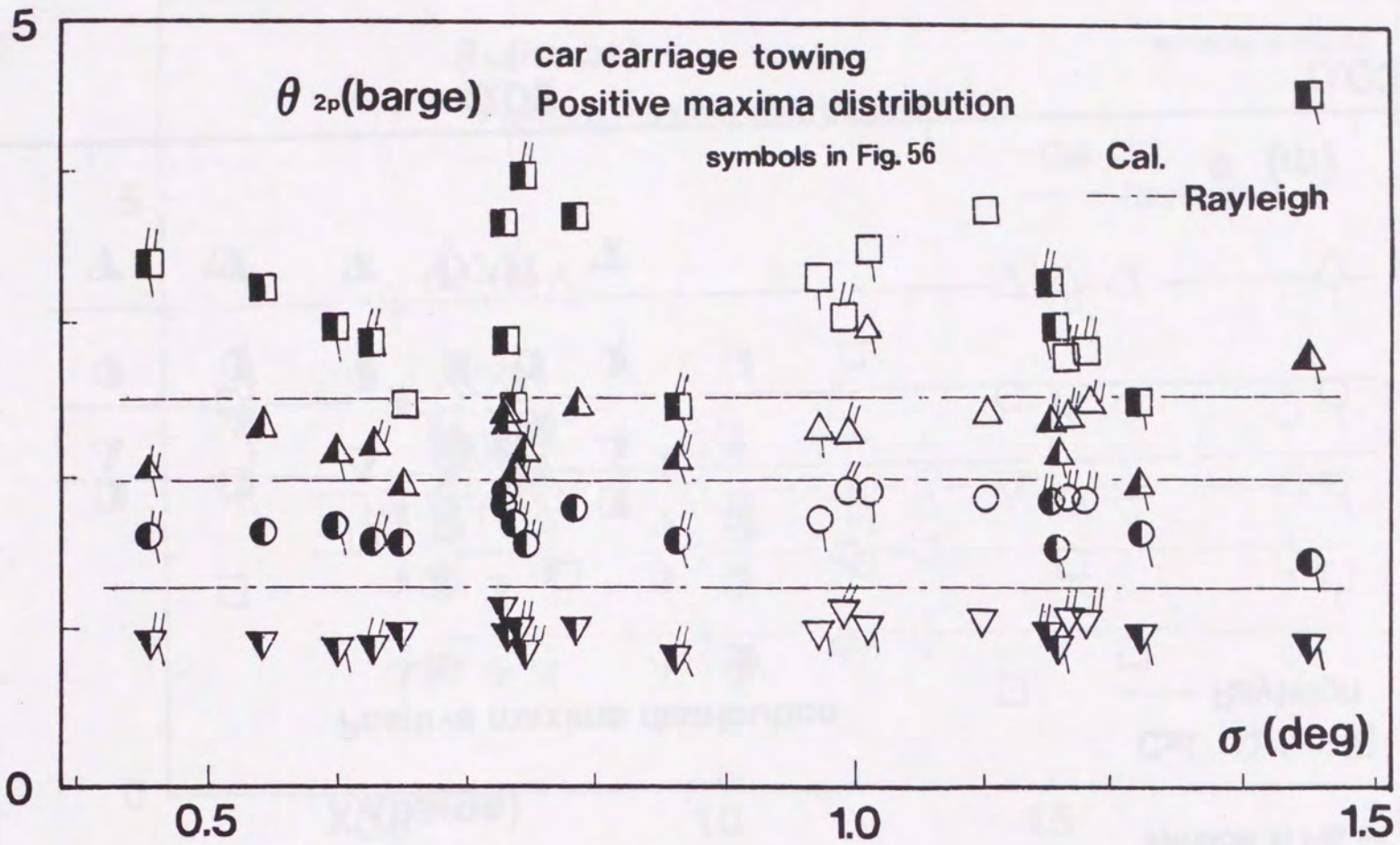


Fig. 76: Various amplitudes for pitch of barge towed by the car carriage in terms of positive maxima distribution

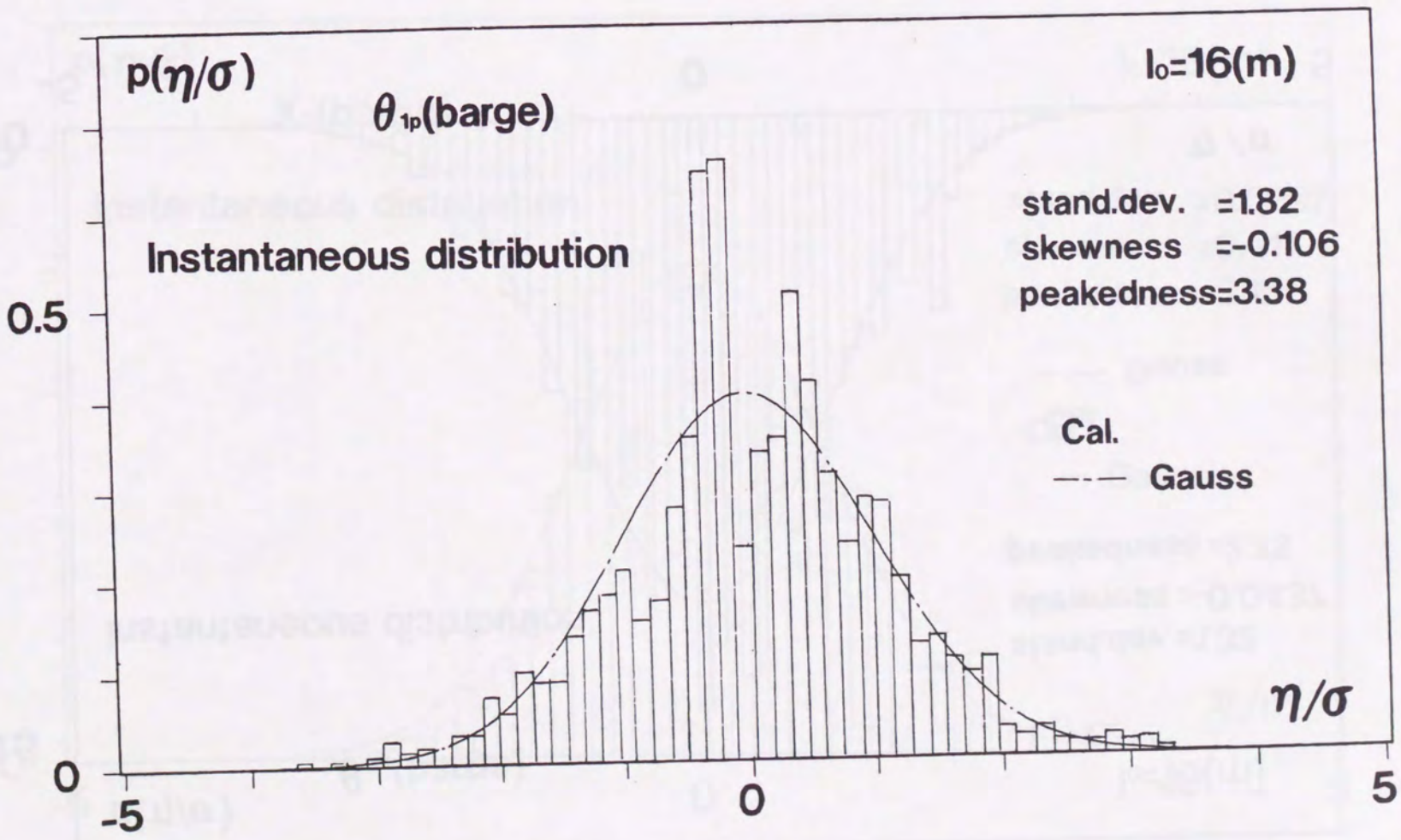
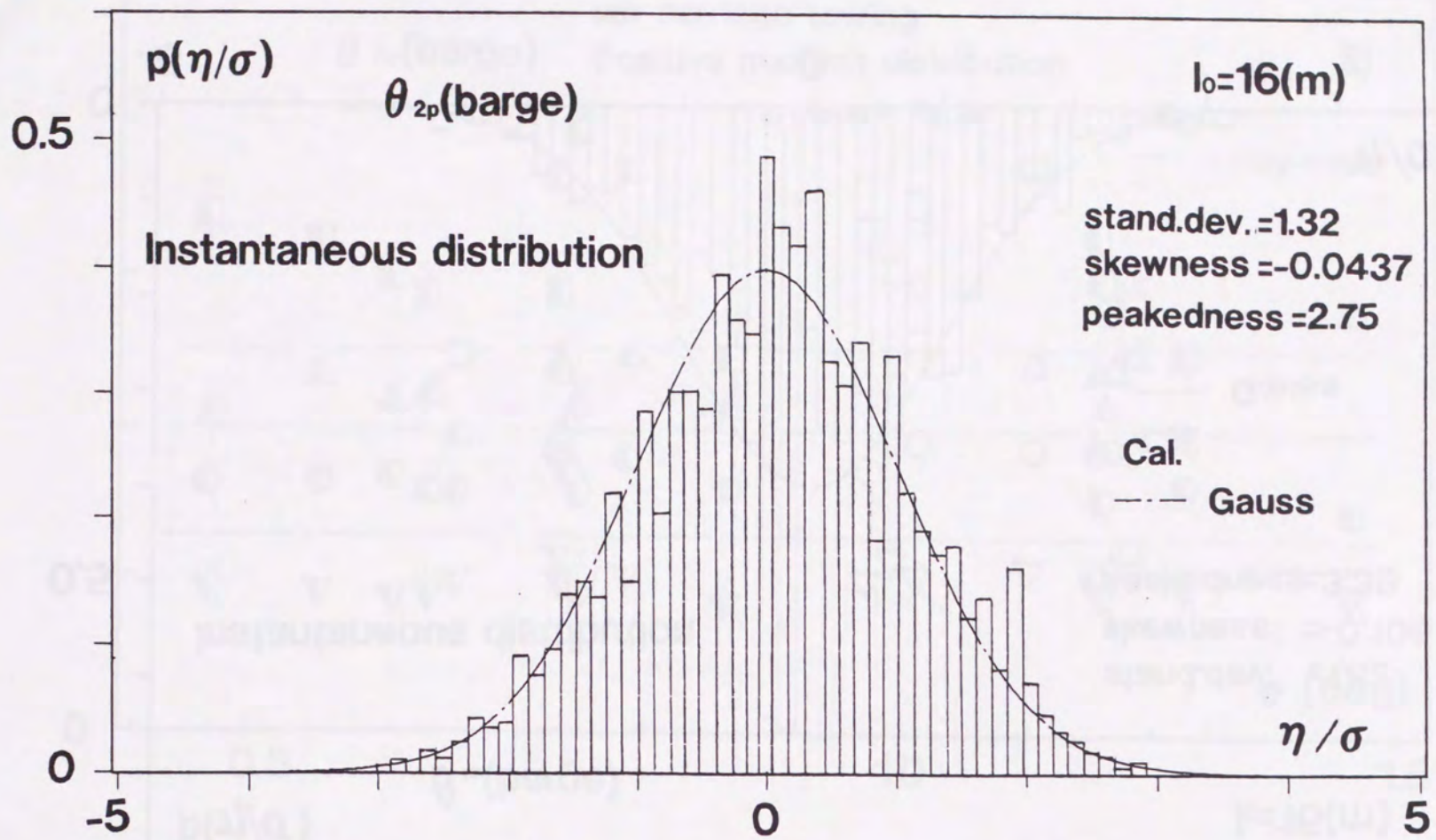
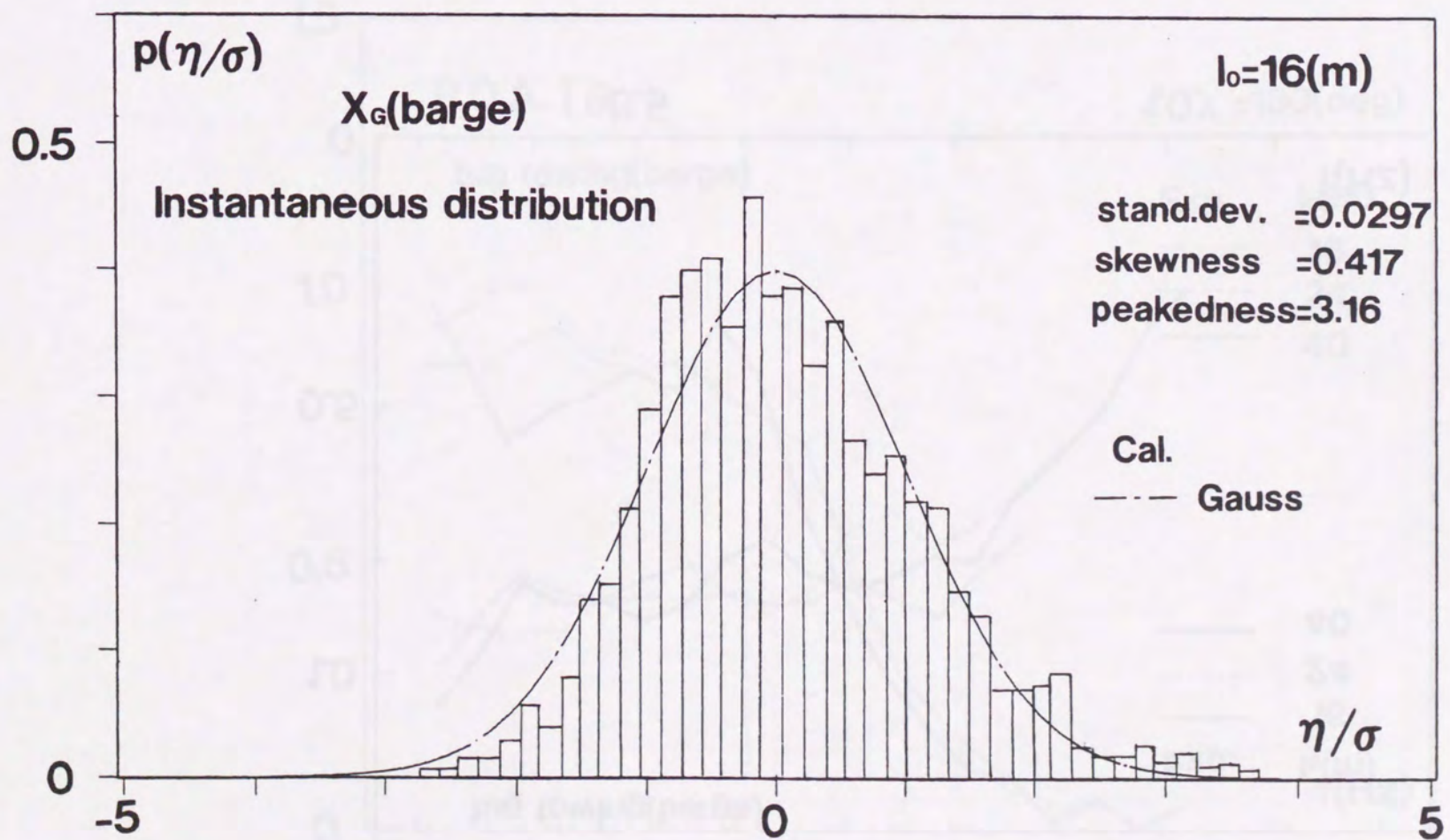


Fig. 77: Instantaneous distribution for pitch of the tug ( $l_0=16m$ )



Fig. 78: Instantaneous distribution for pitch of the tow ( $l_0=16\text{m}$ )Fig. 79: Instantaneous distribution for surge of the tow ( $l_0=16\text{m}$ )



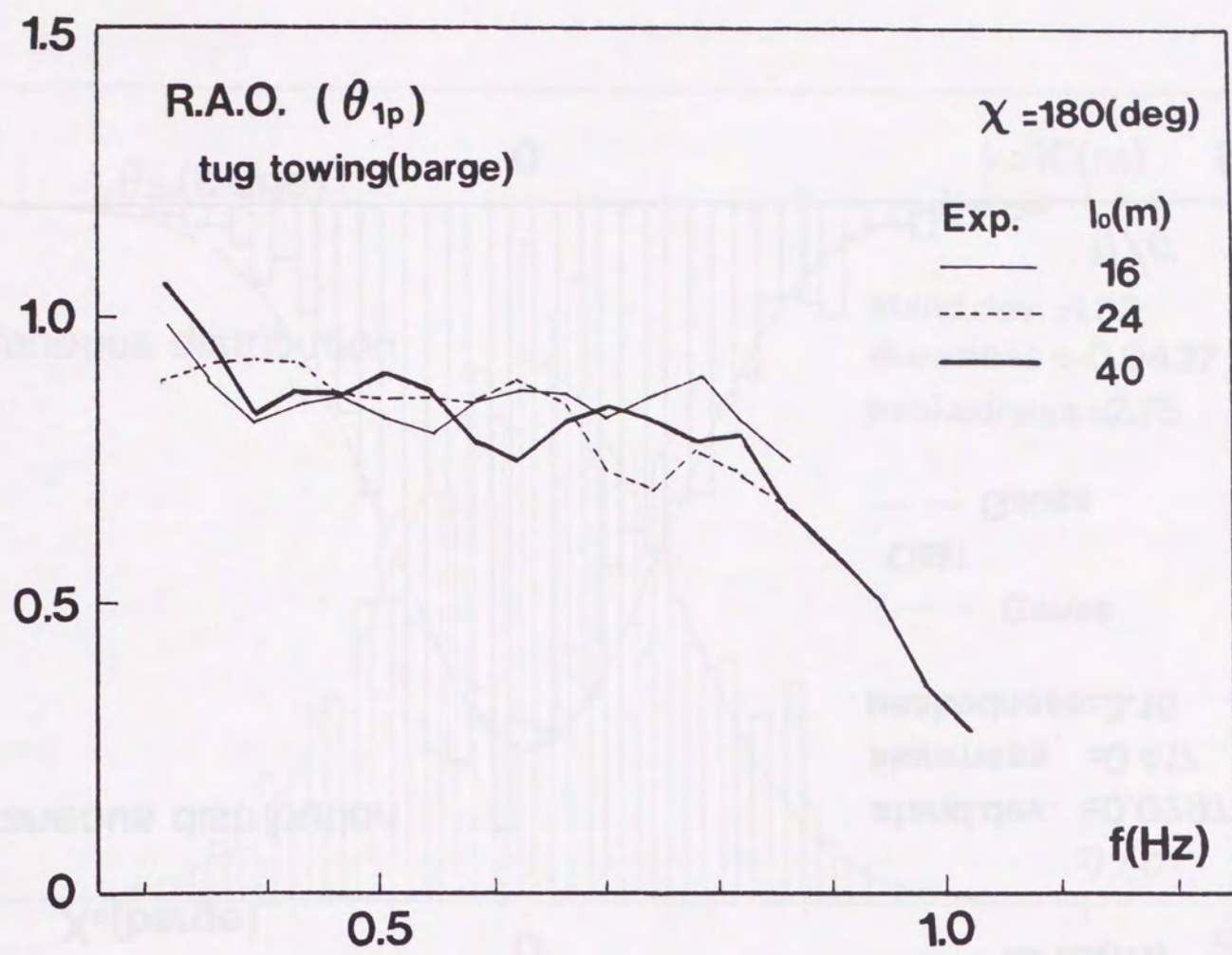


Fig. 80: Response amplitude operator for pitch of the tug

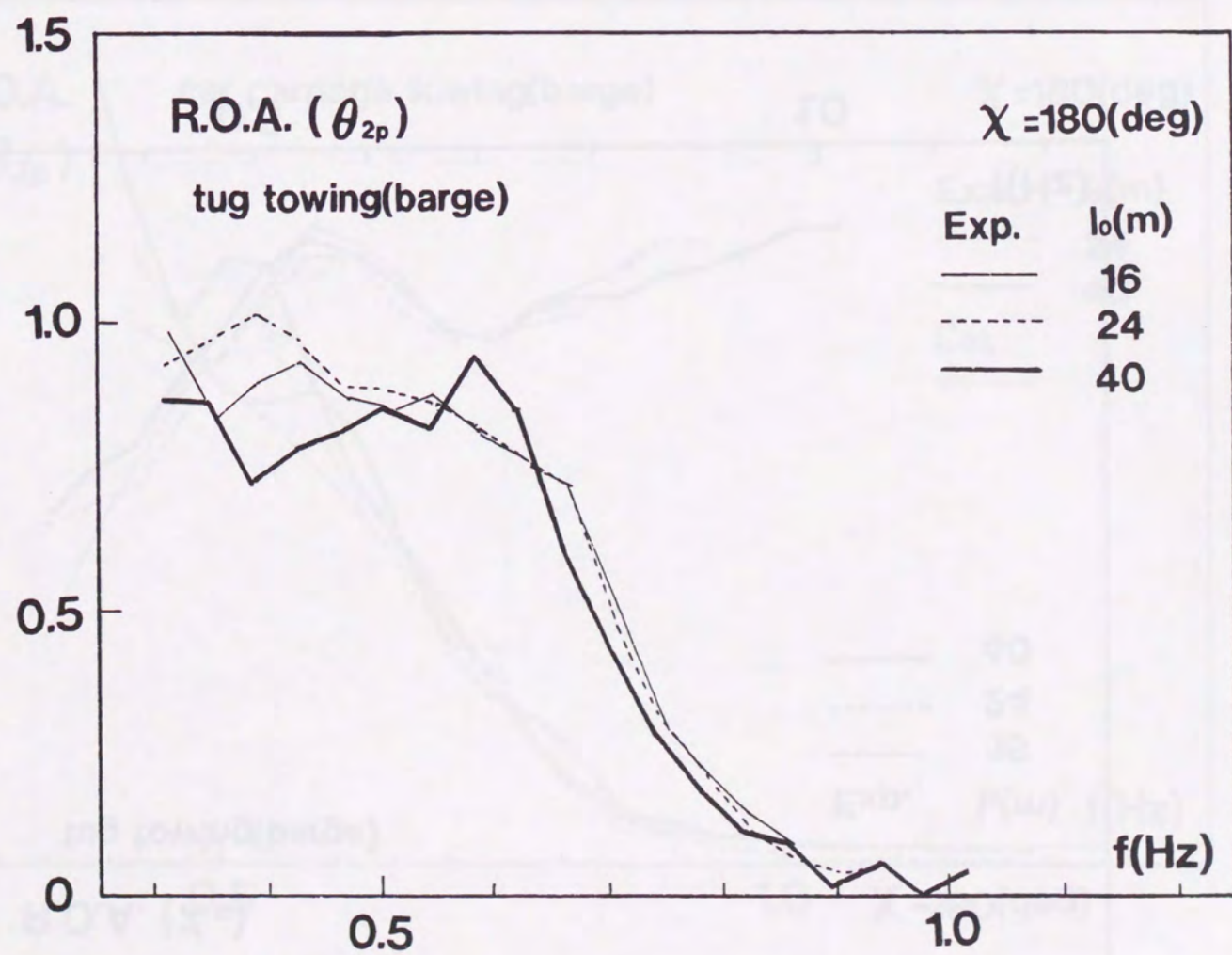


Fig. 81: Response amplitude operator for pitch of the tow



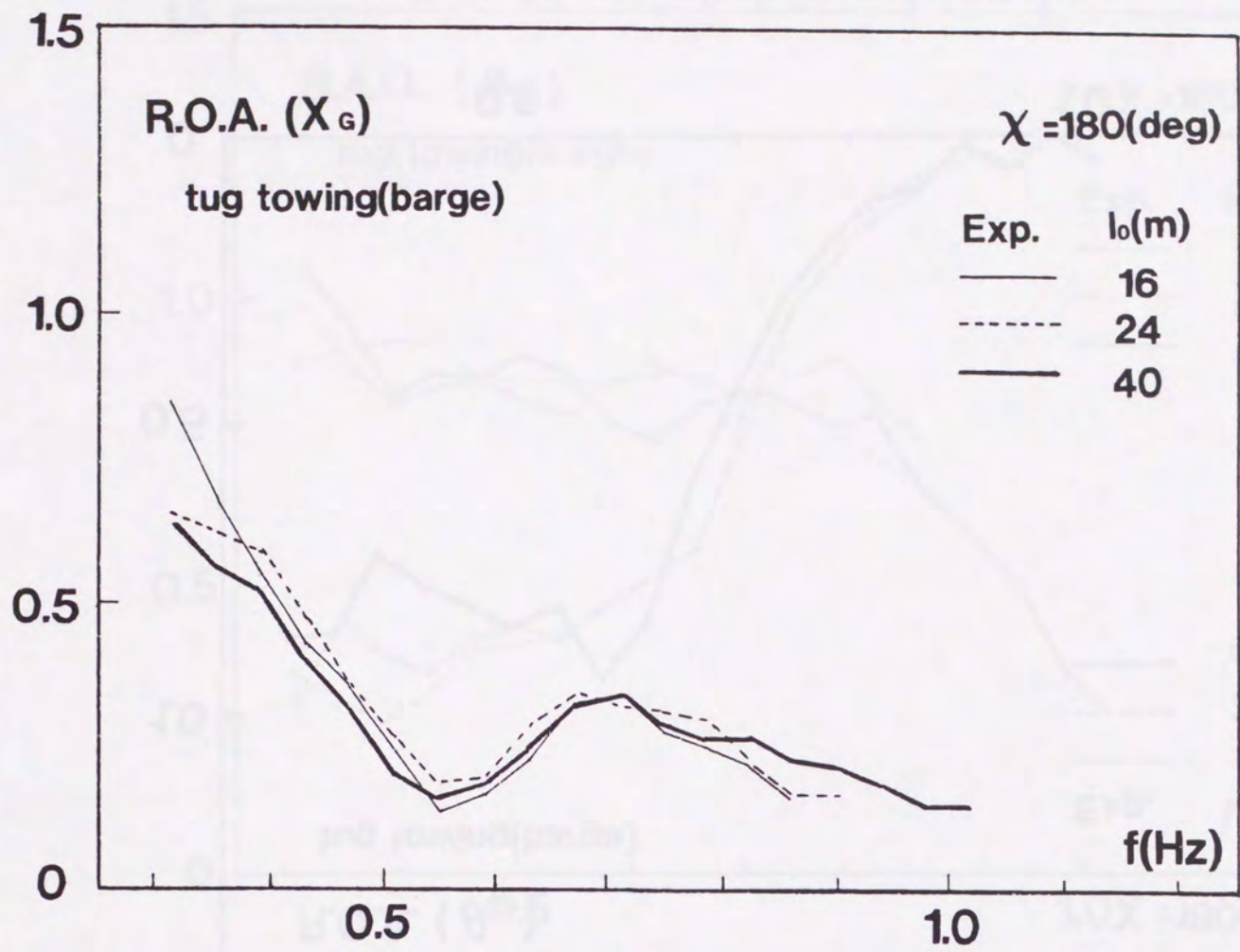


Fig. 82: Response amplitude operator for surge of the tow

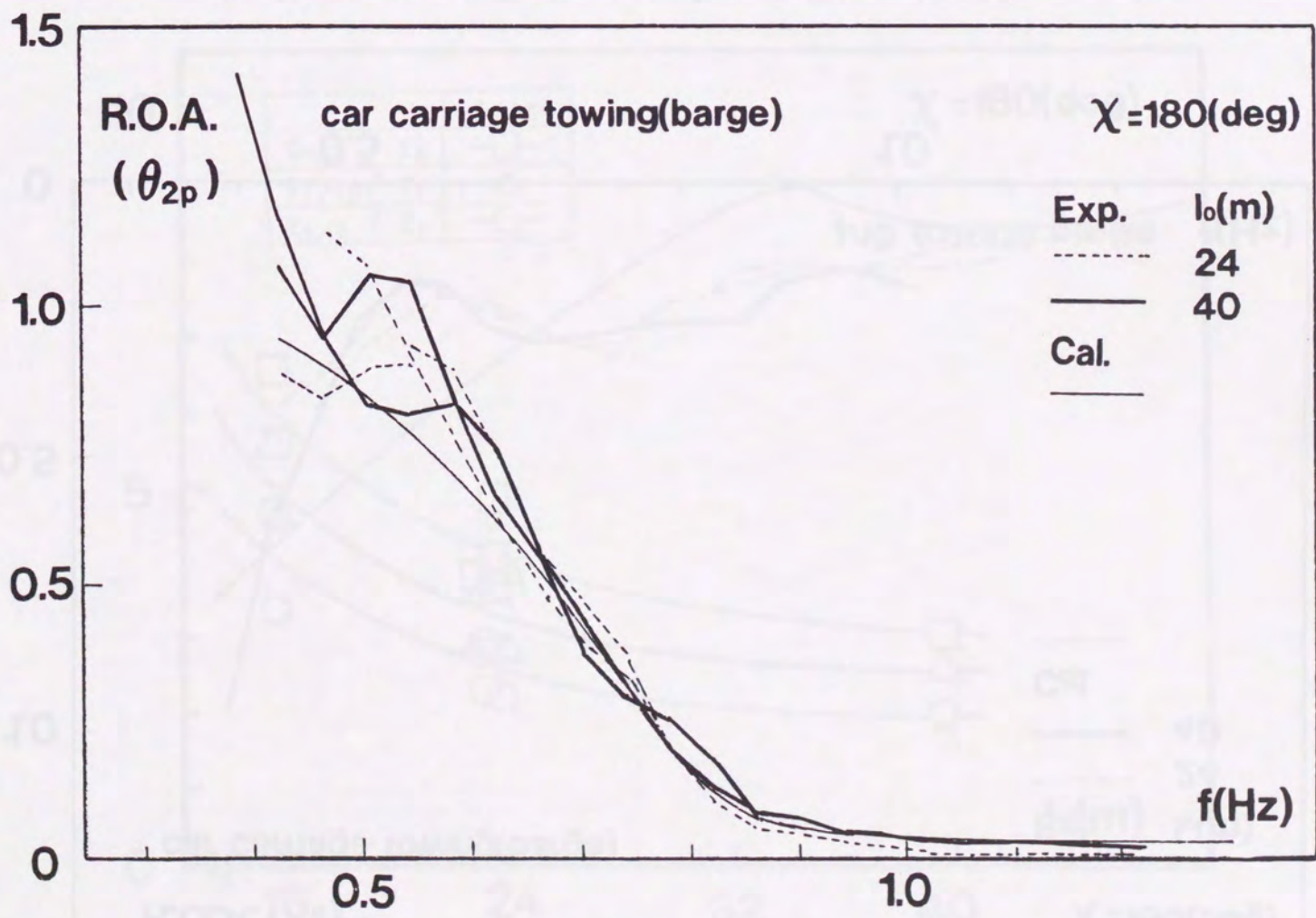


Fig. 83: Response amplitude operator for pitch of barge towed by car carriage



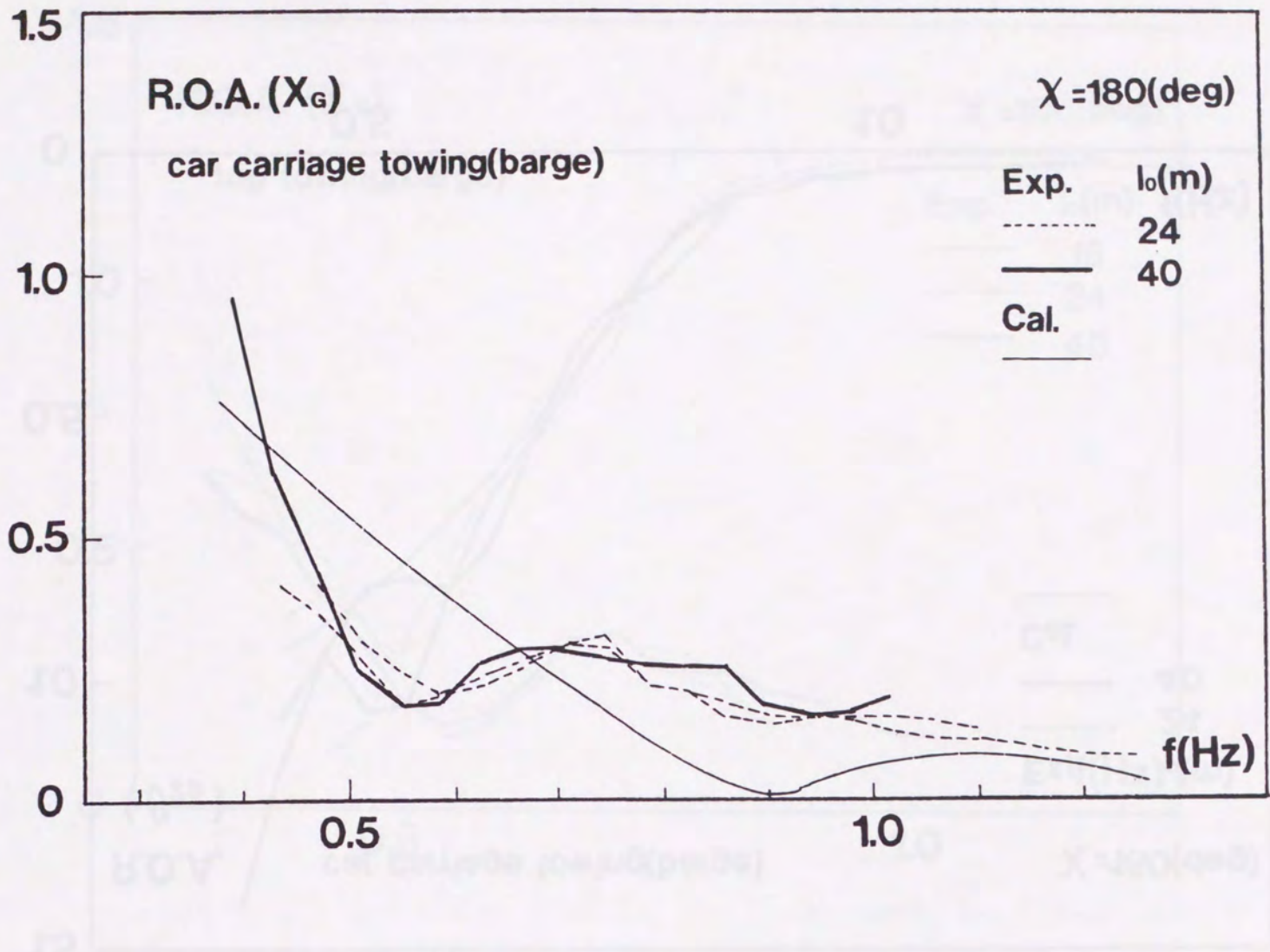


Fig. 84: Response amplitude operator for surge of barge towed by car carriage

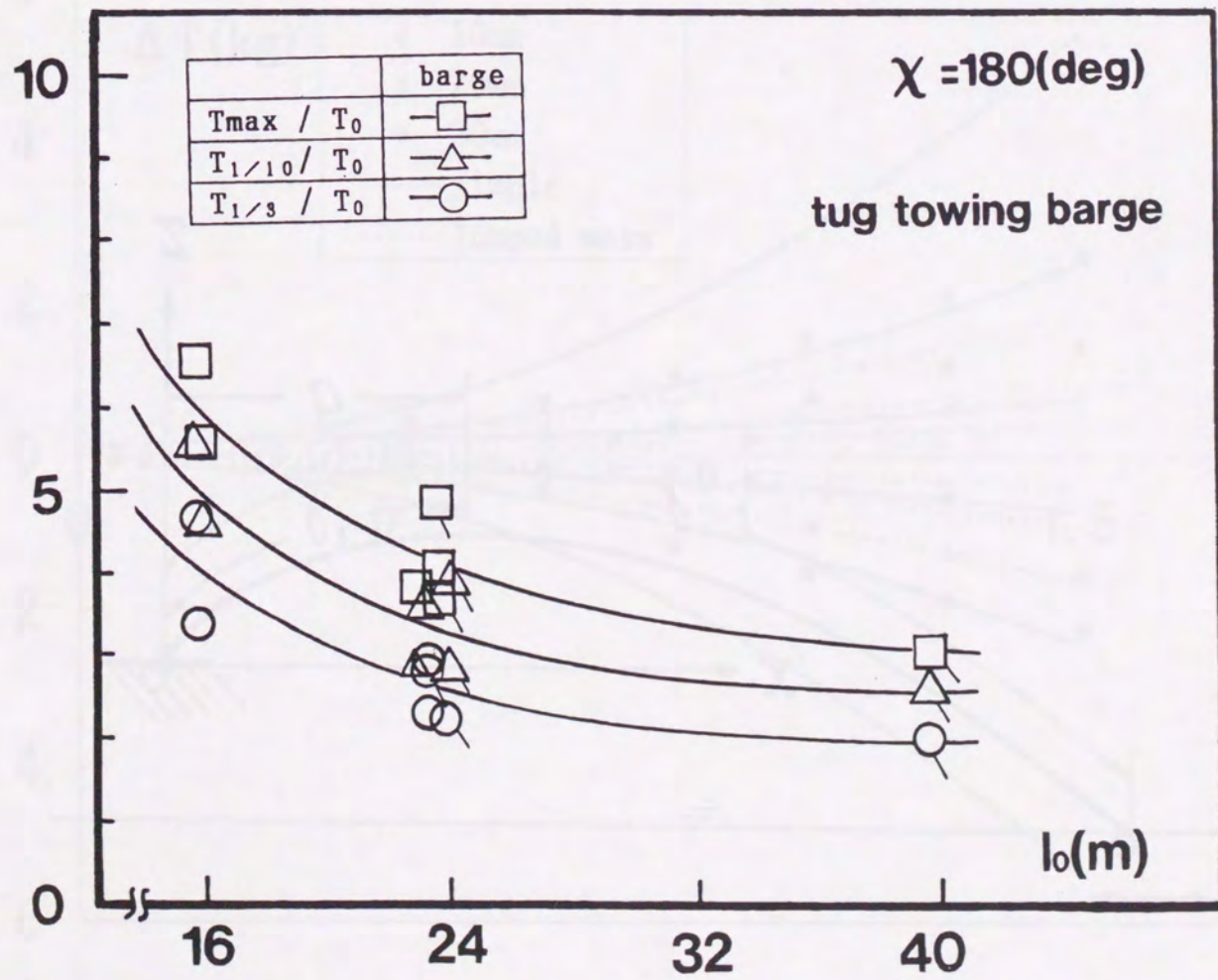


Fig. 85: Effect on the towline length on the tension fluctuation



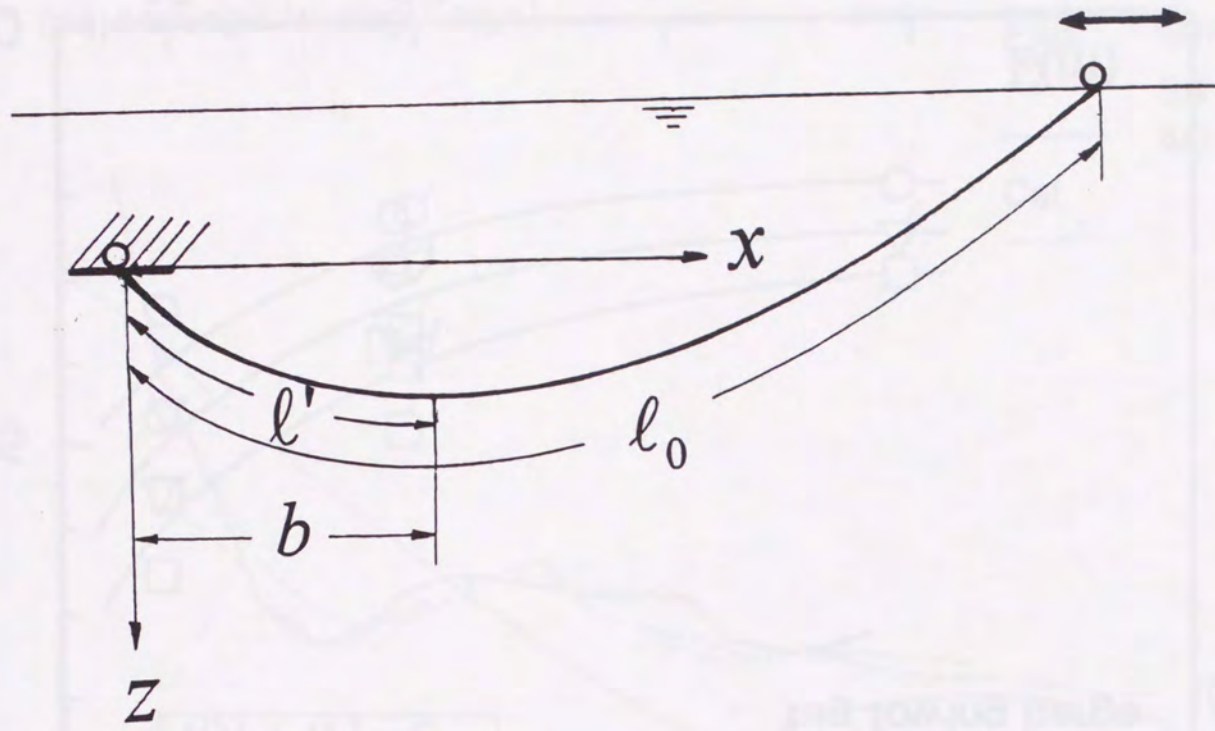


Fig. 86: Coordinate system of the towline

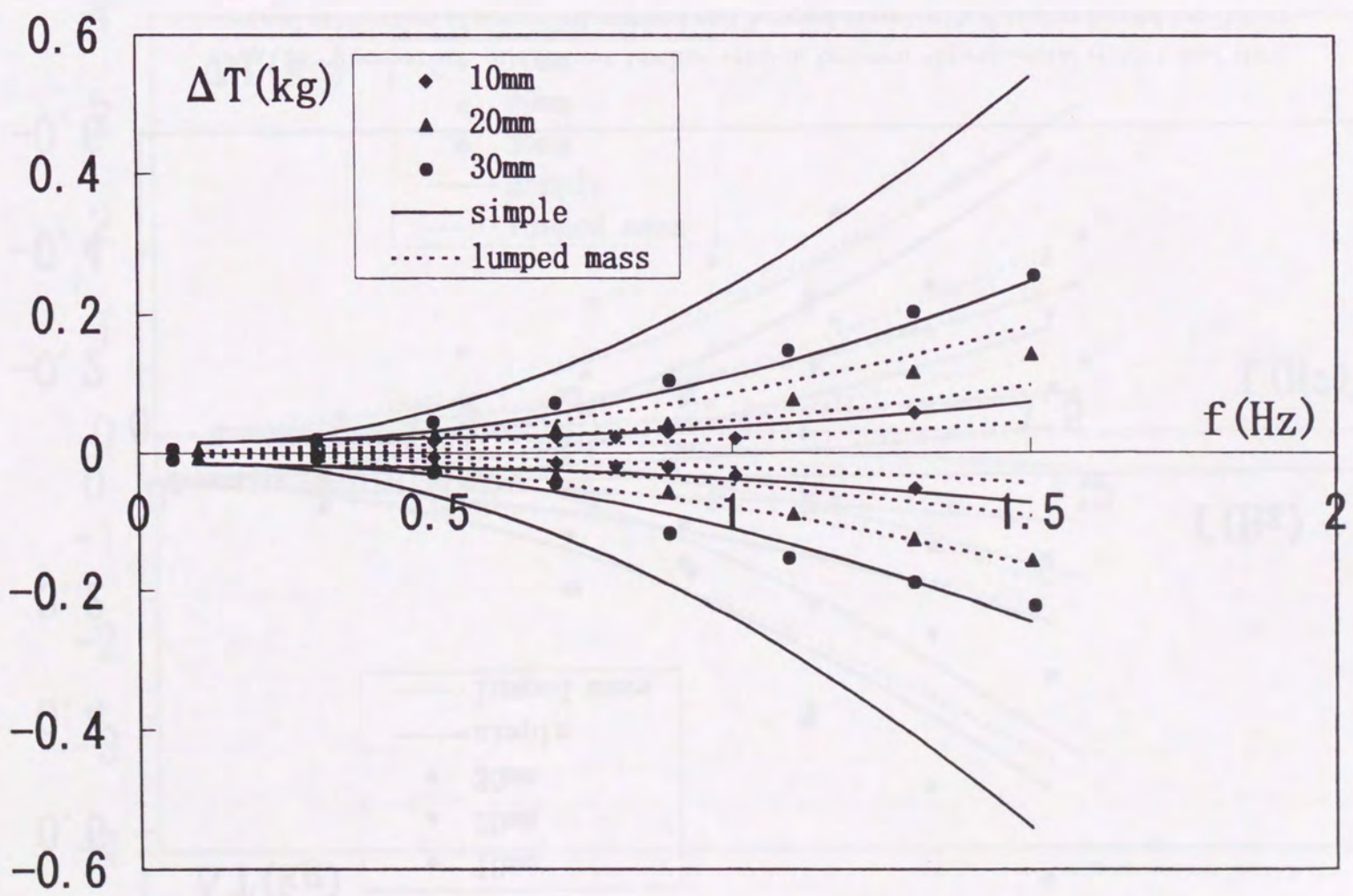


Fig. 87: Comparison of dynamic towline tension between experimental results and theoretical calculation of simplified method and lumped mass method (surge forced oscillation  $X=23.0m$ )



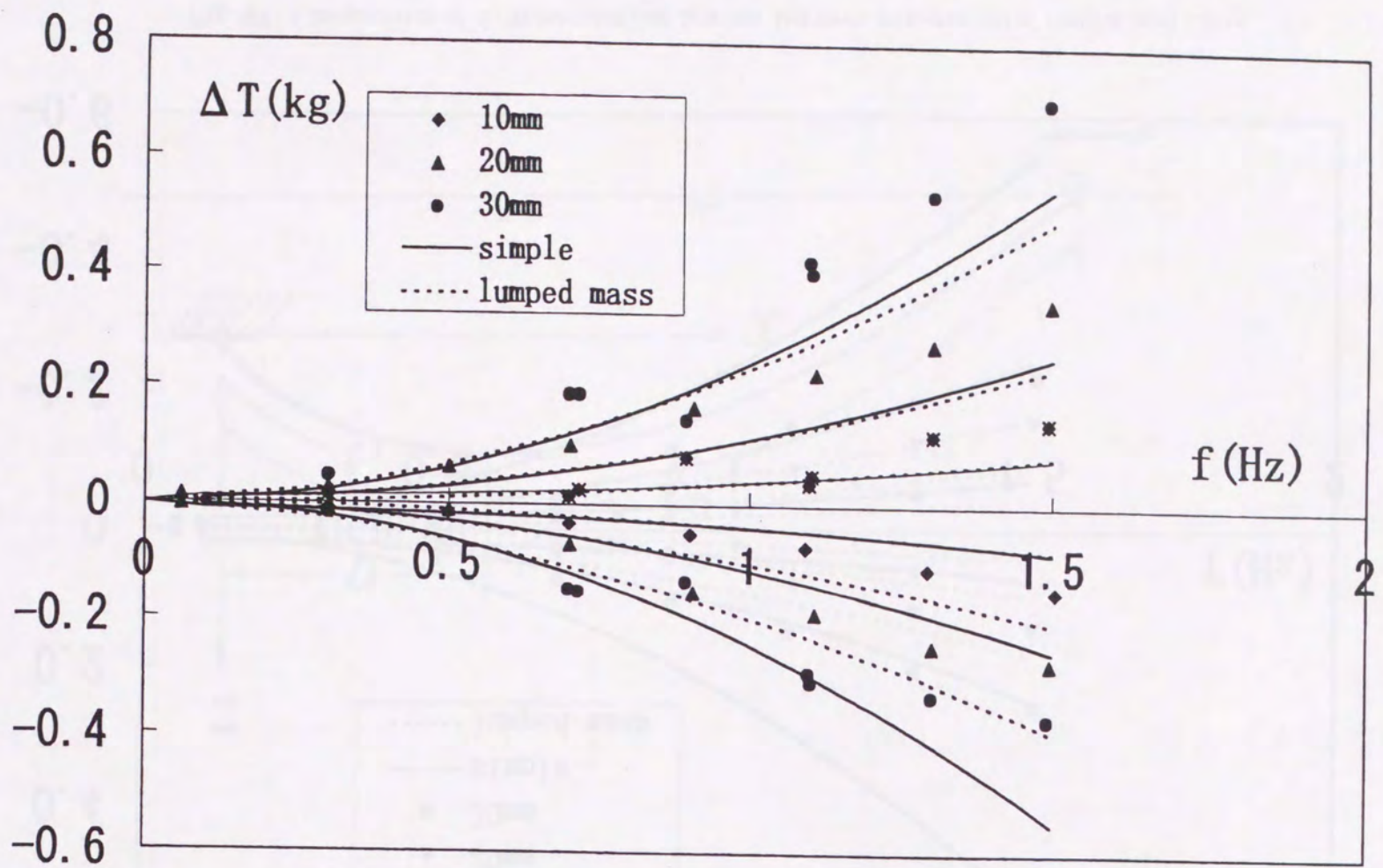


Fig. 88: Comparison of dynamic towline tension between experimental results and theoretical calculation of simplified method and lumped mass method (surge forced oscillation  $X=23.6\text{m}$ )

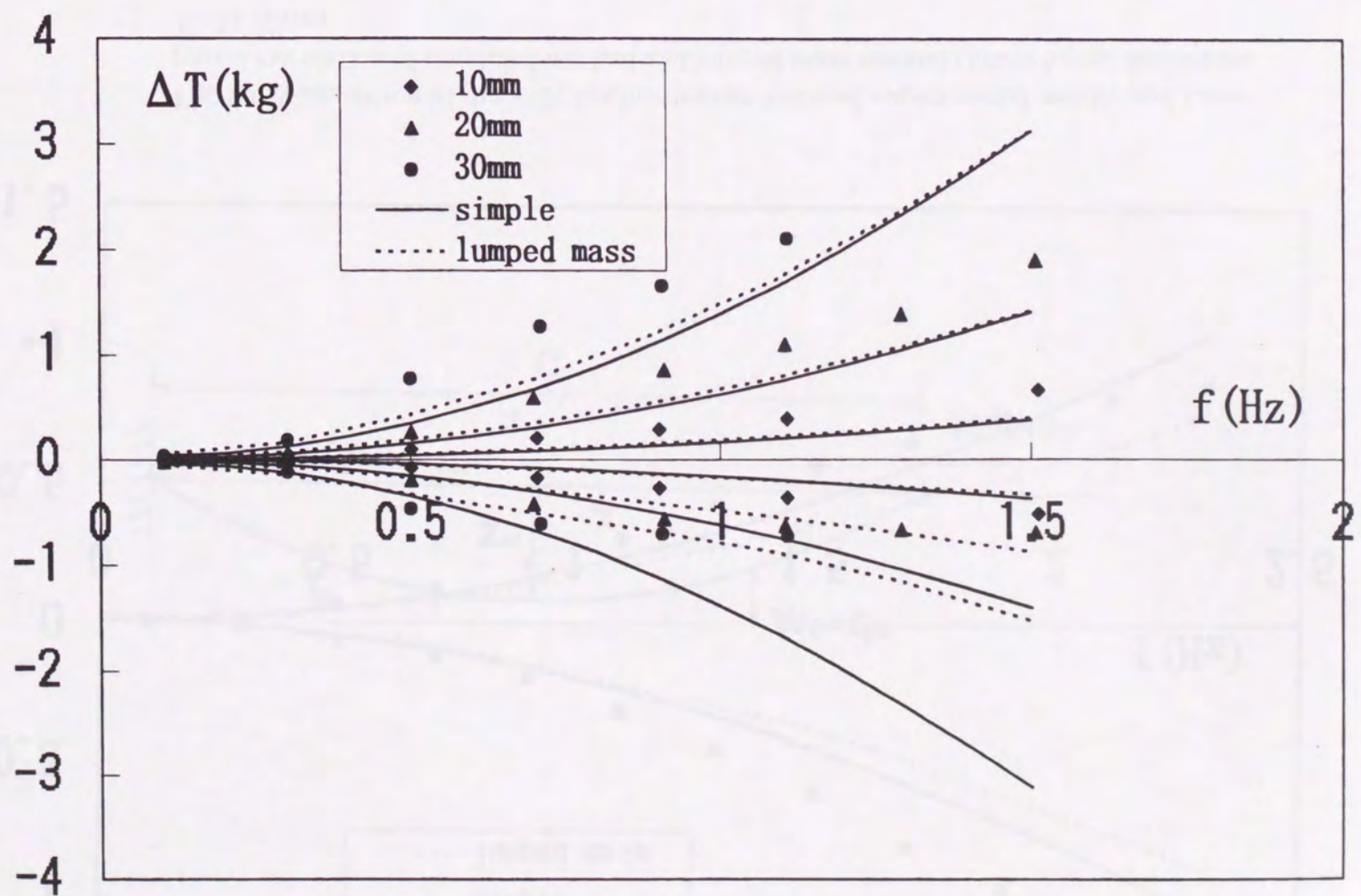


Fig. 89: Comparison of dynamic towline tension between experimental results and theoretical calculation of simplified method and lumped mass method (surge forced oscillation  $X=24.05\text{m}$ )



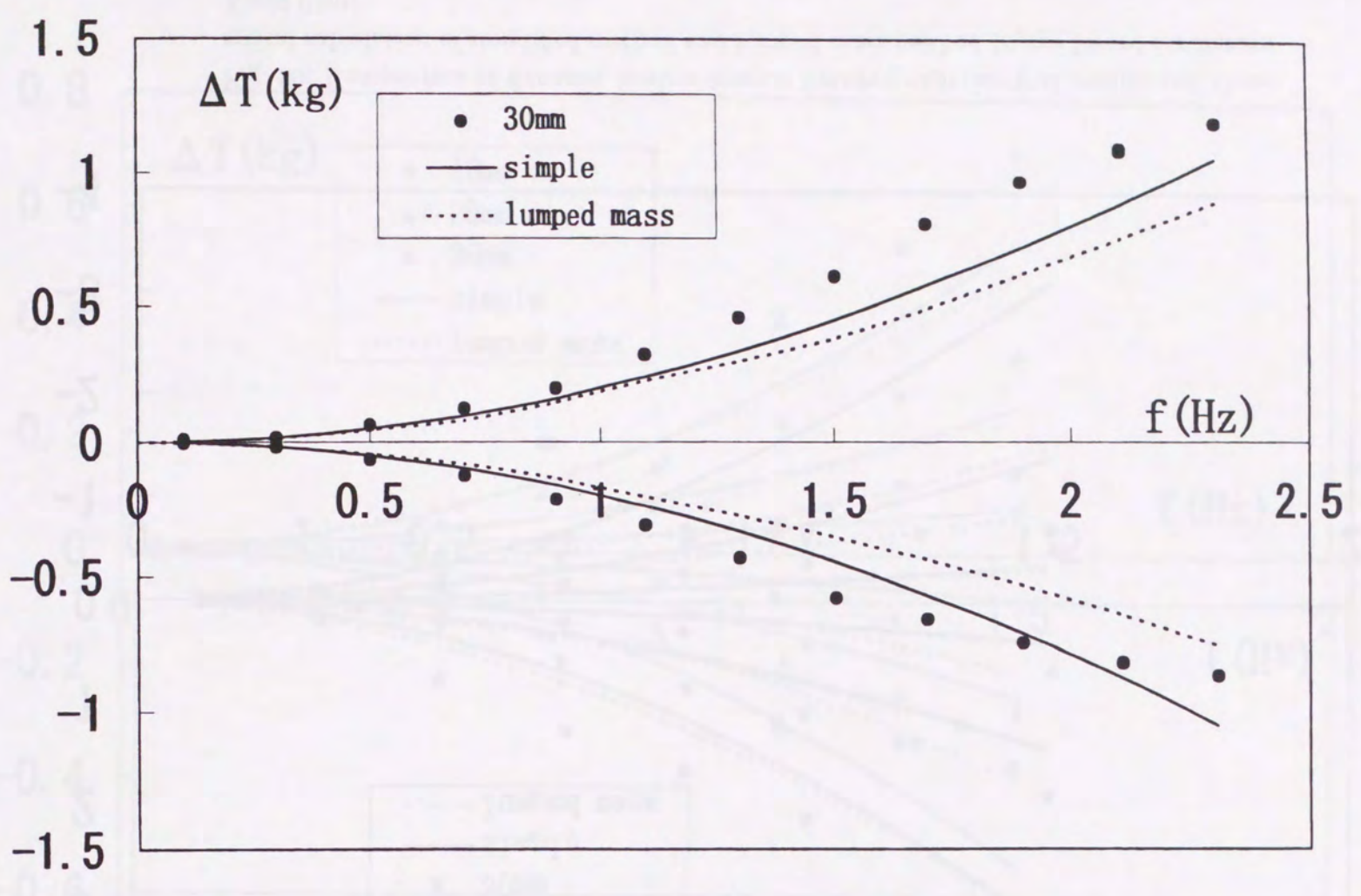


Fig. 90: Comparison of dynamic towline tension between experimental results and theoretical calculation of simplified method and lumped mass method (heave forced oscillation  $X=24.201m$ )

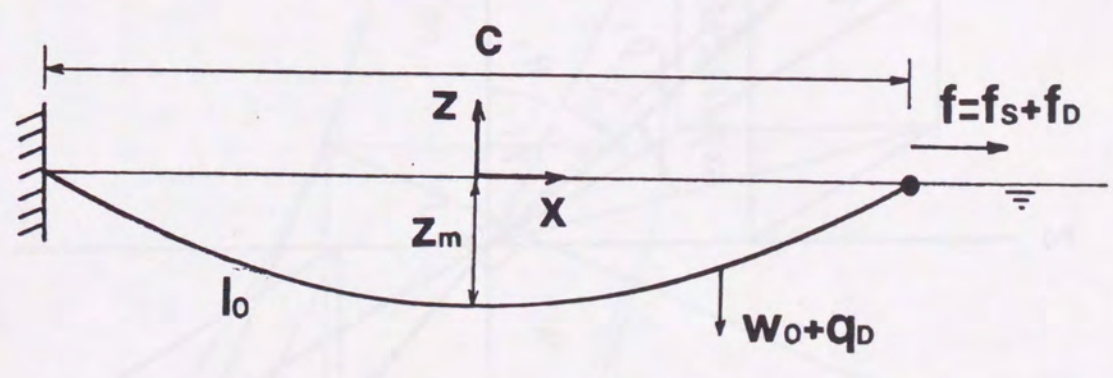


Fig. 91: Coordinate system of the towline



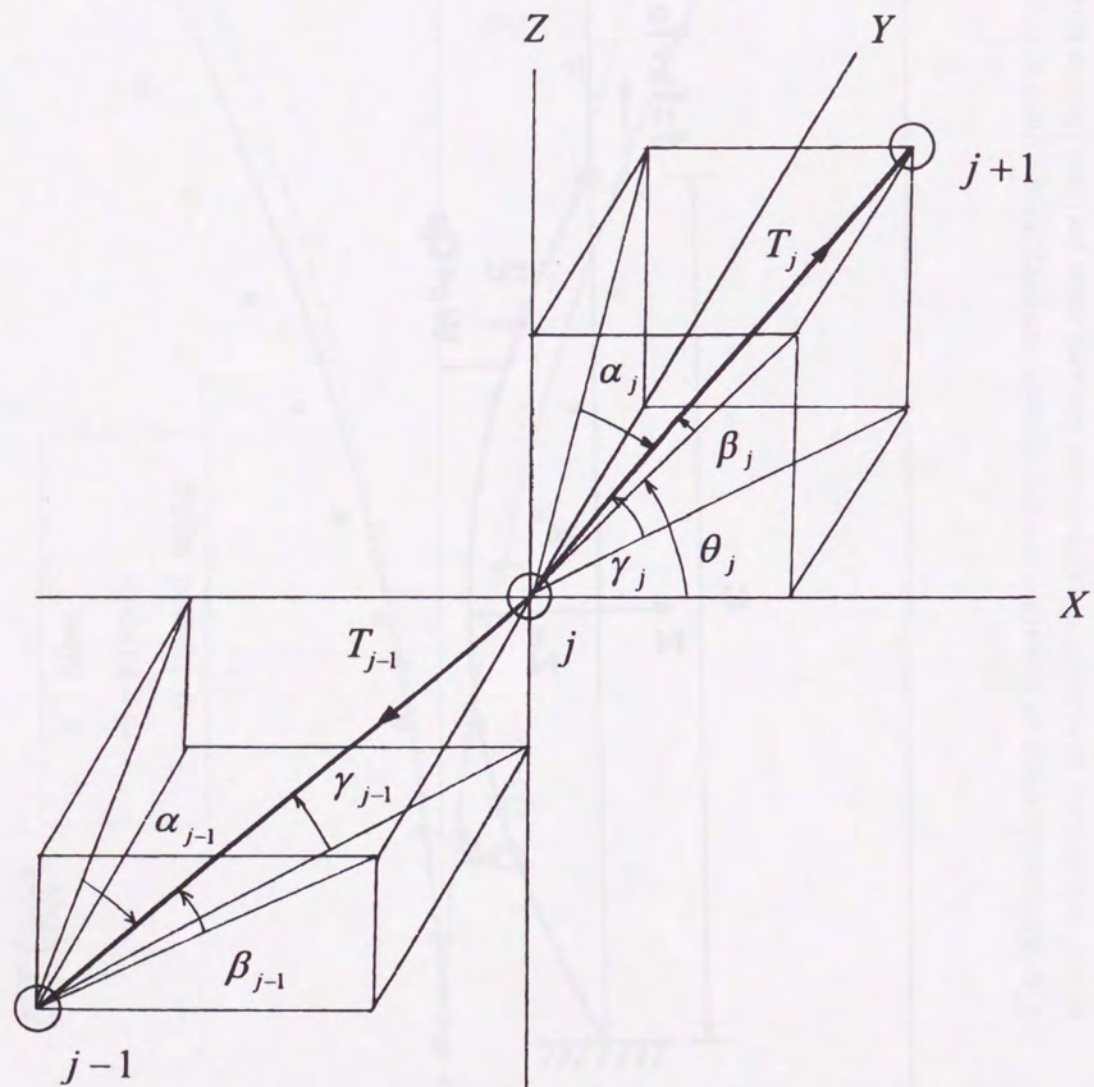


Fig. 92: Coordinate system of the mooring line

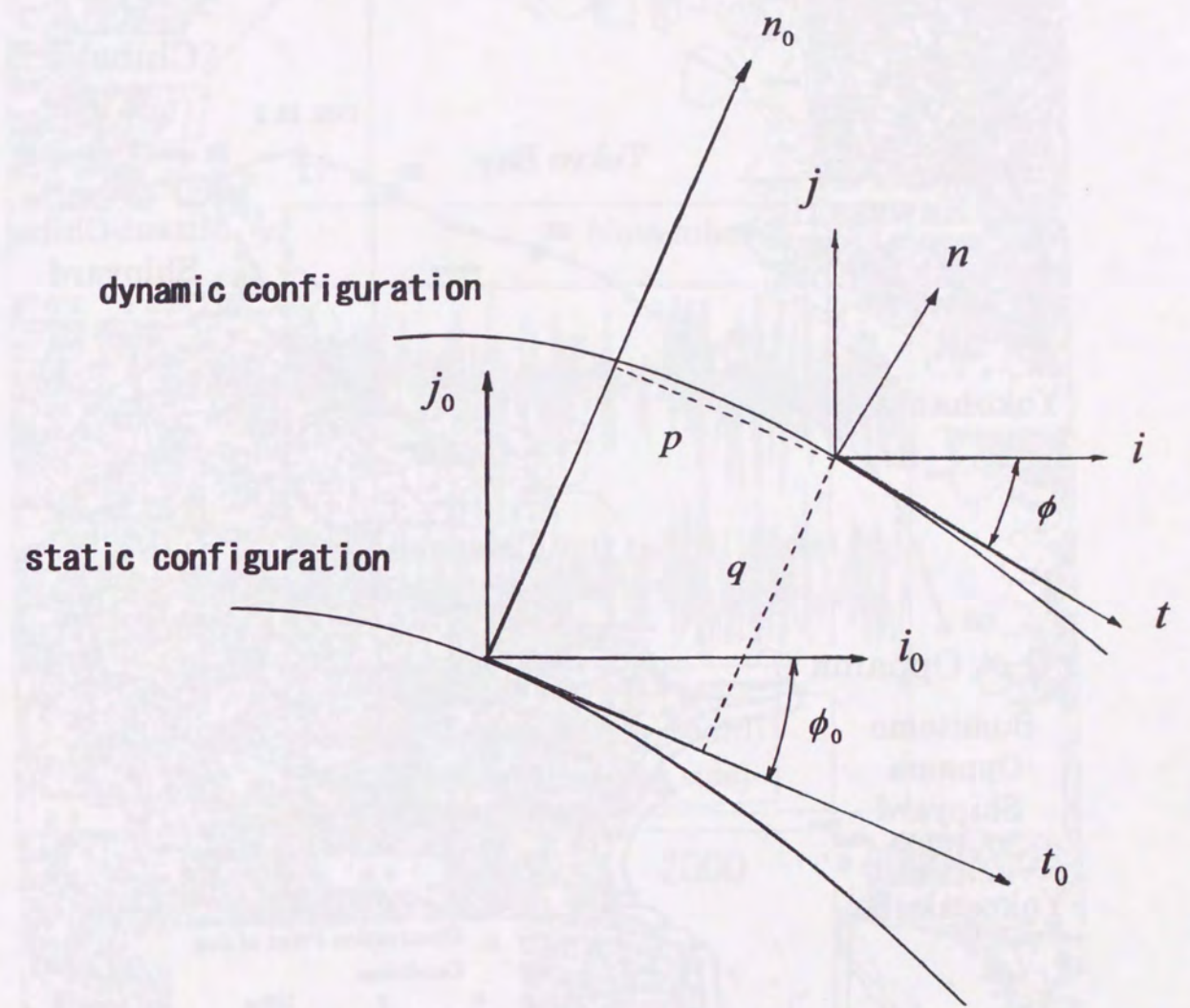


Fig. 93: Coordinate system of the dynamic motion





Fig. 94: Towing trajectory in Tokyo Bay

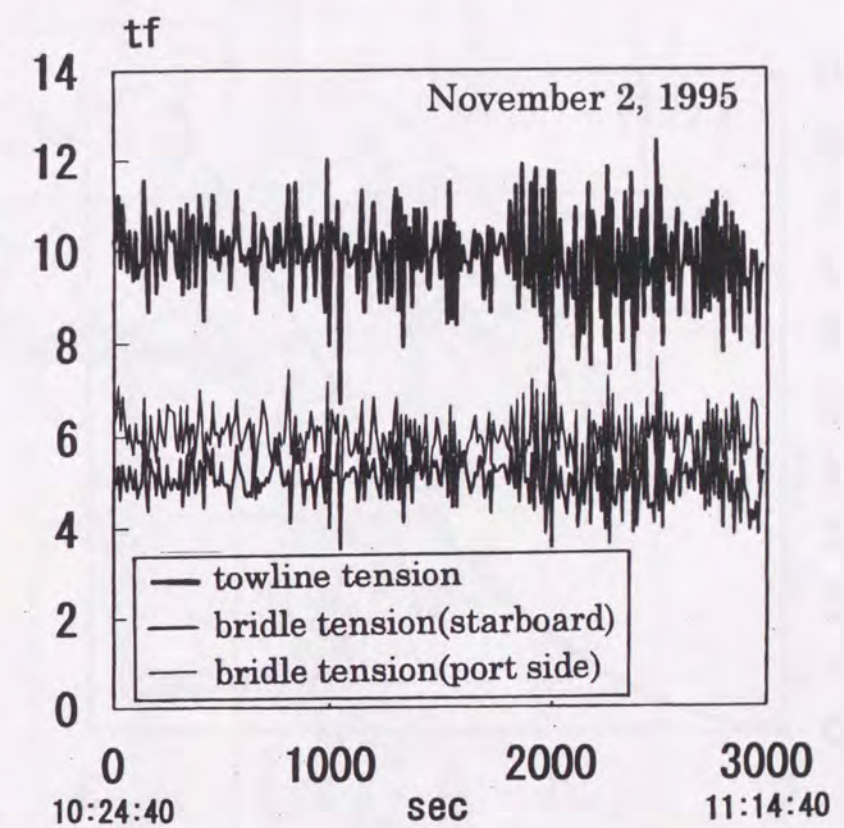


Fig. 95: Time history of towline tension



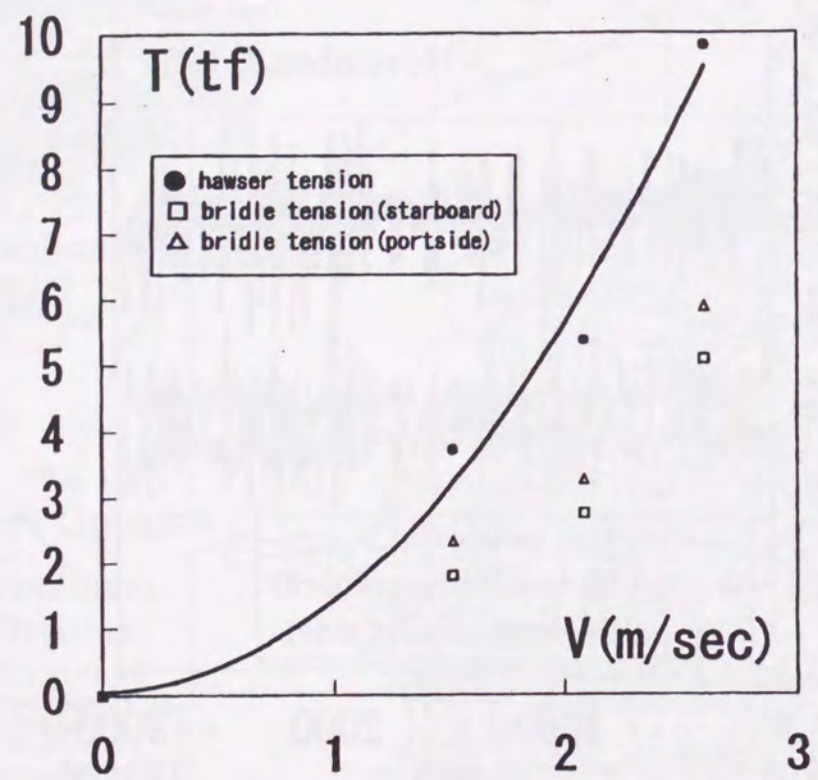


Fig. 96: Towline tension at various speed

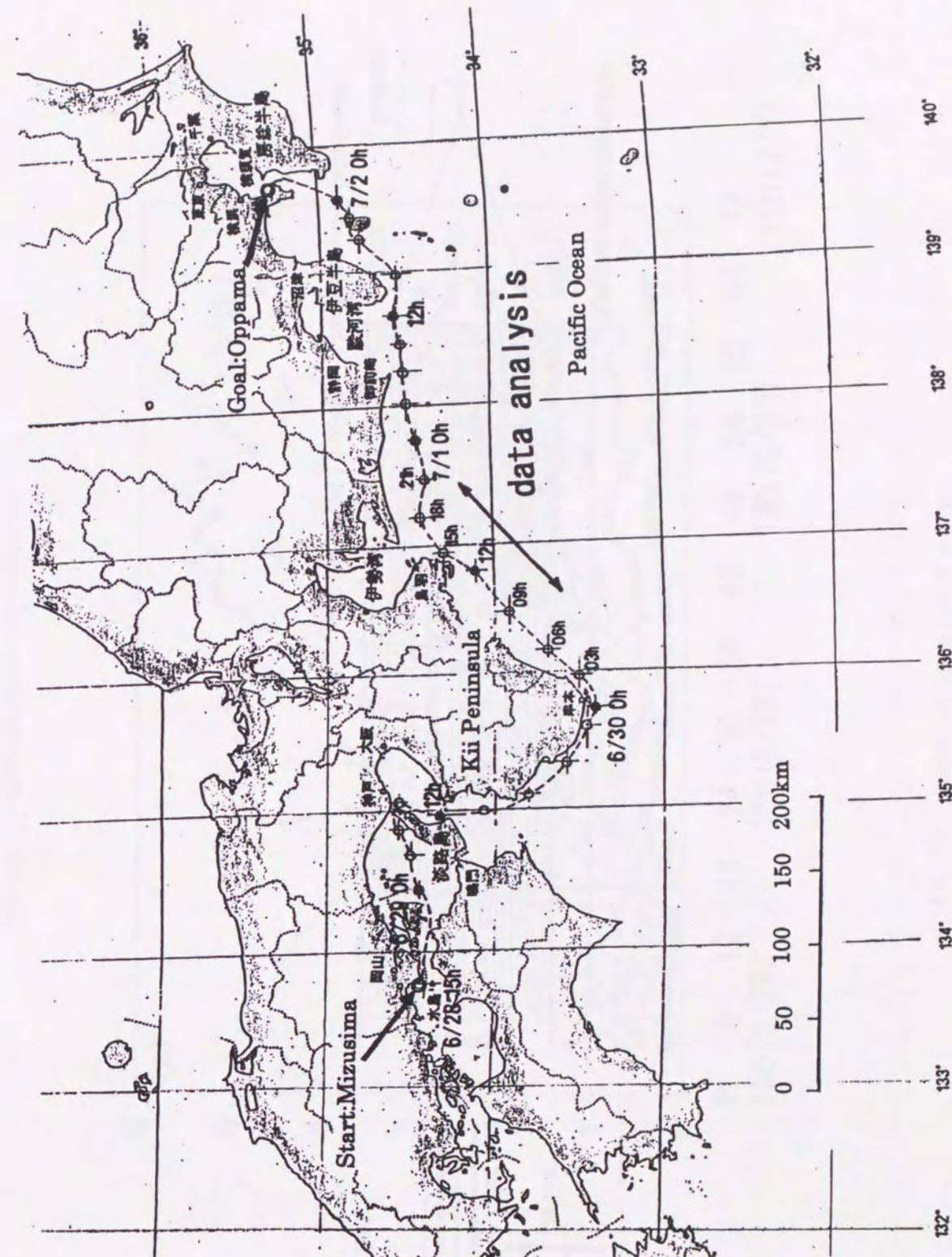


Fig. 97: Towing trajectory in ocean going



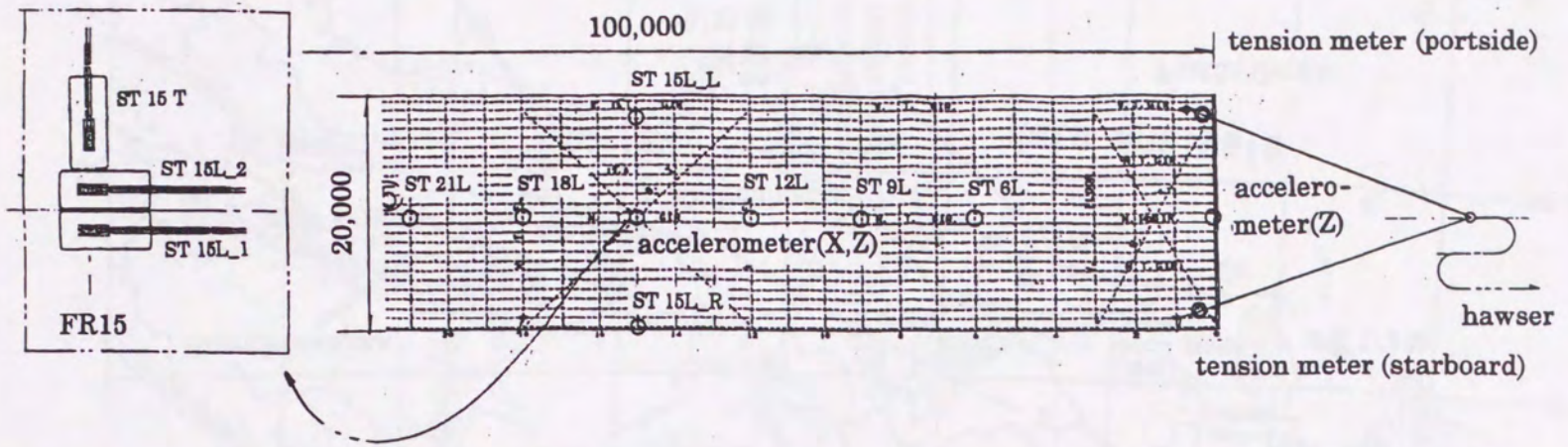


Fig. 98: Measuring items and locations

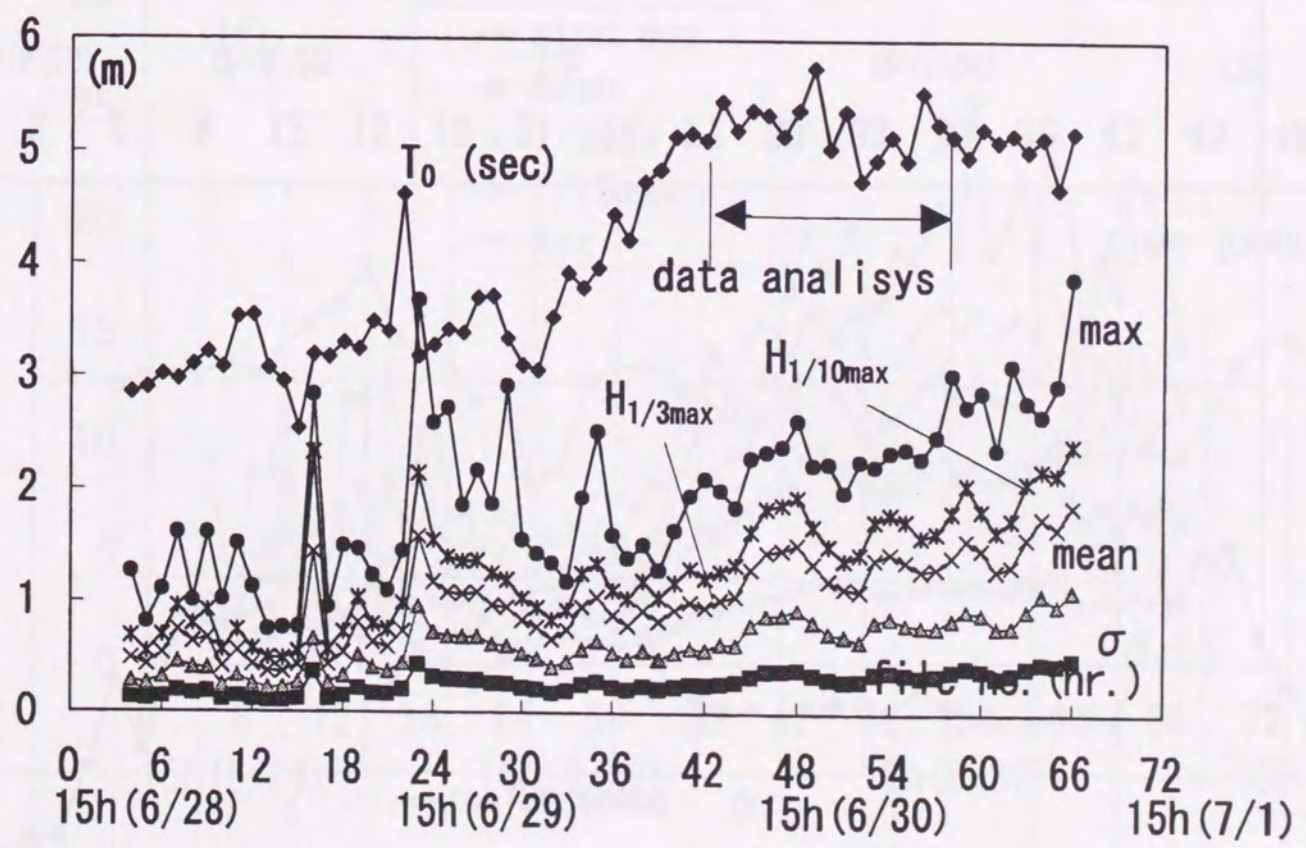


Fig. 99: Statistical Analysis of waves



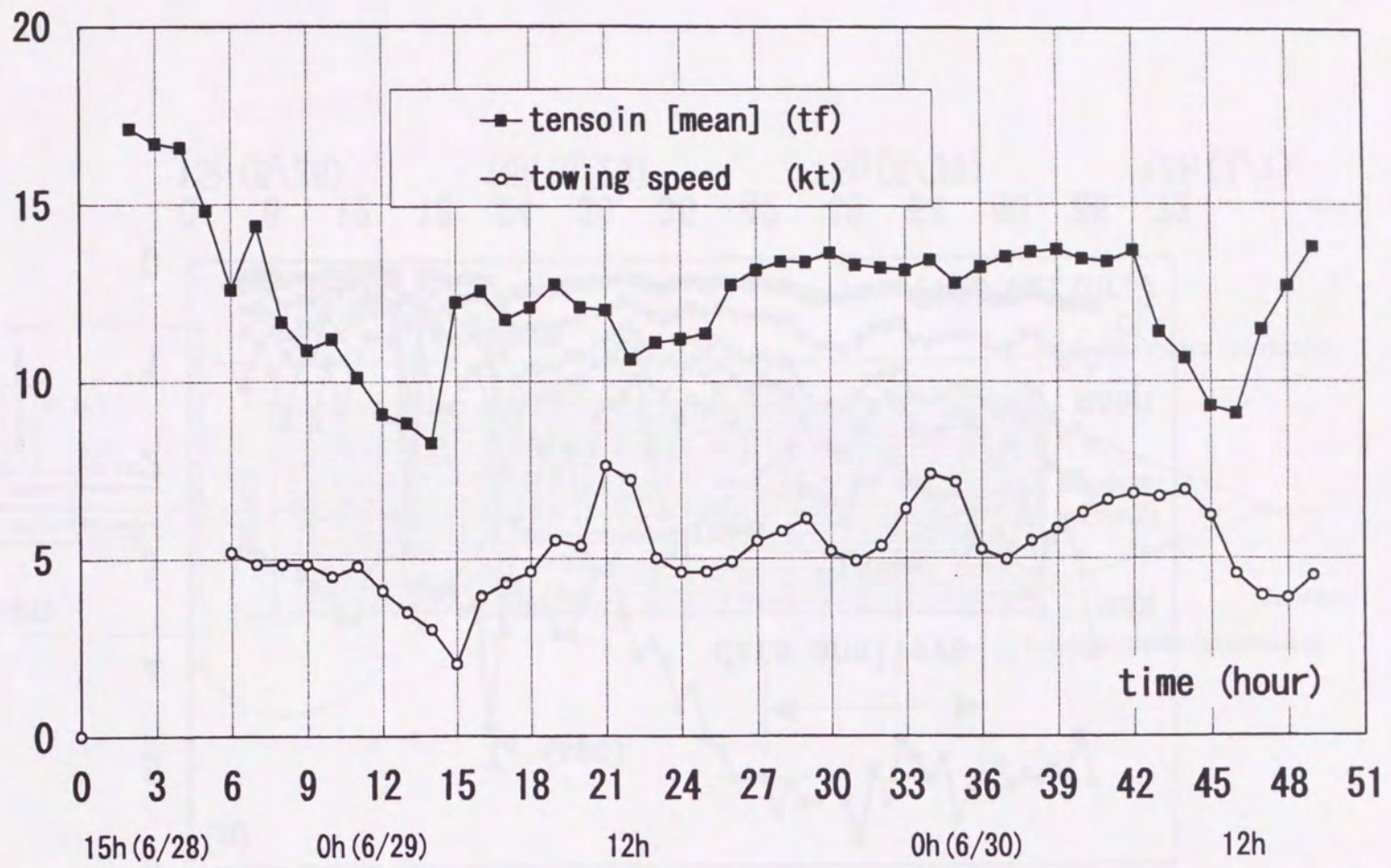


Fig. 100: Towline tension and towing speed

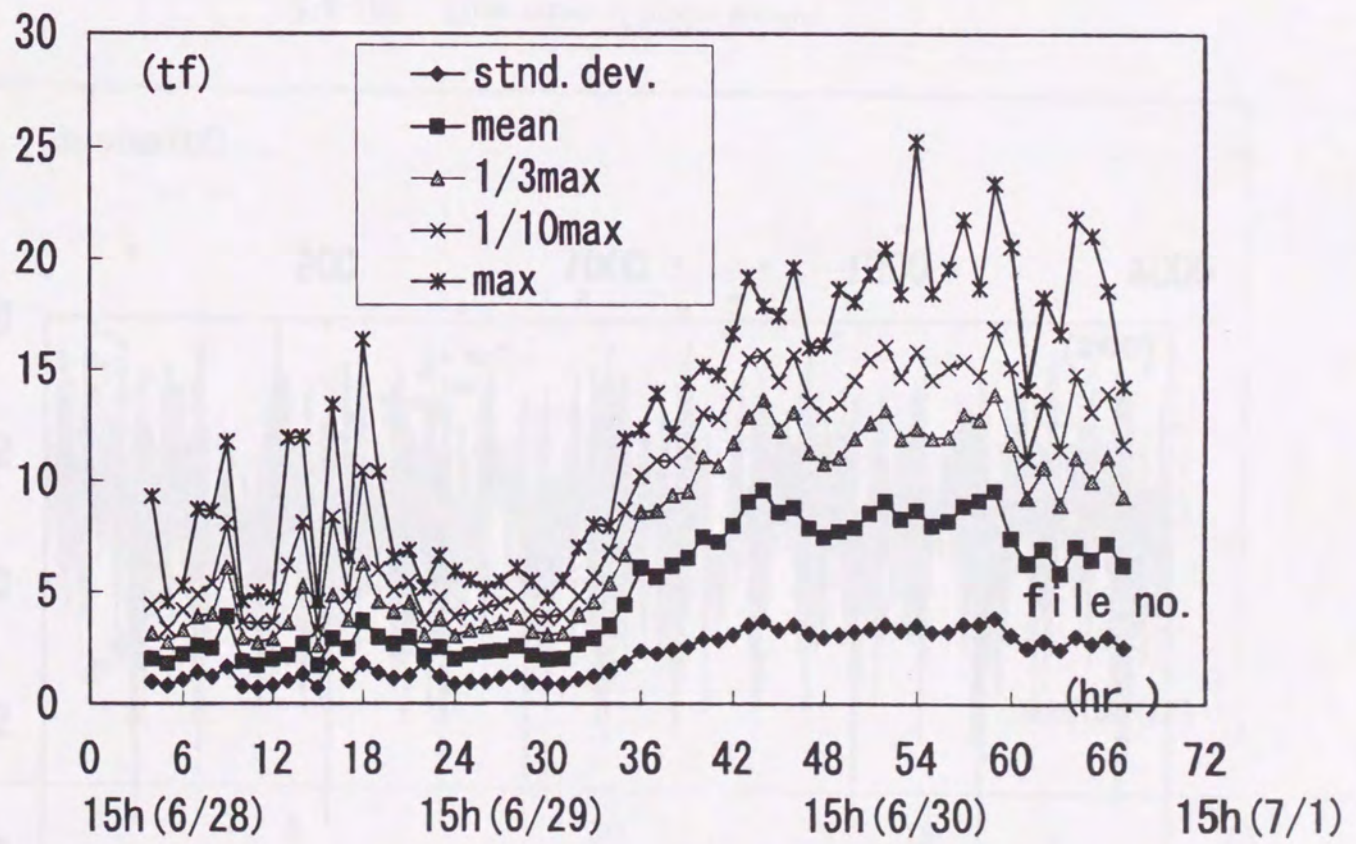


Fig. 101: Statistic analysis of bridle tension



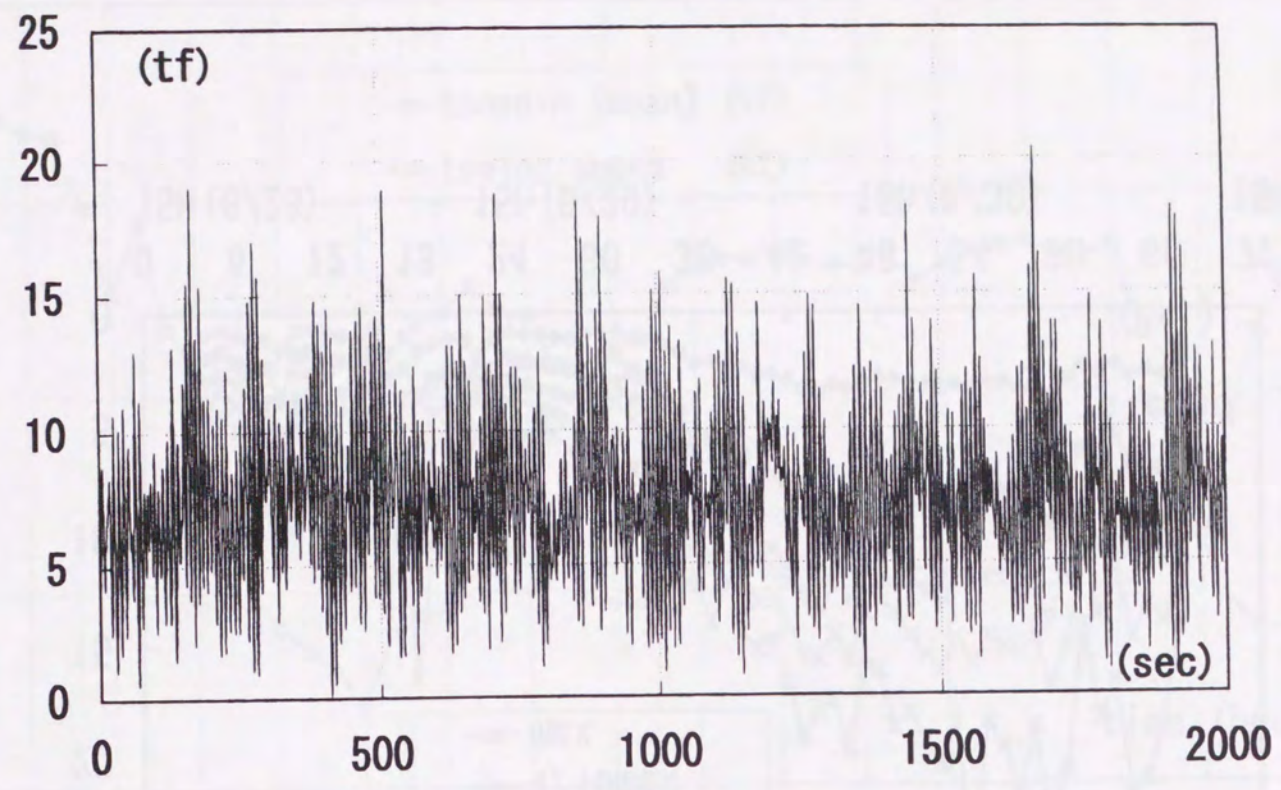


Fig. 102 : Time series of bridle tension

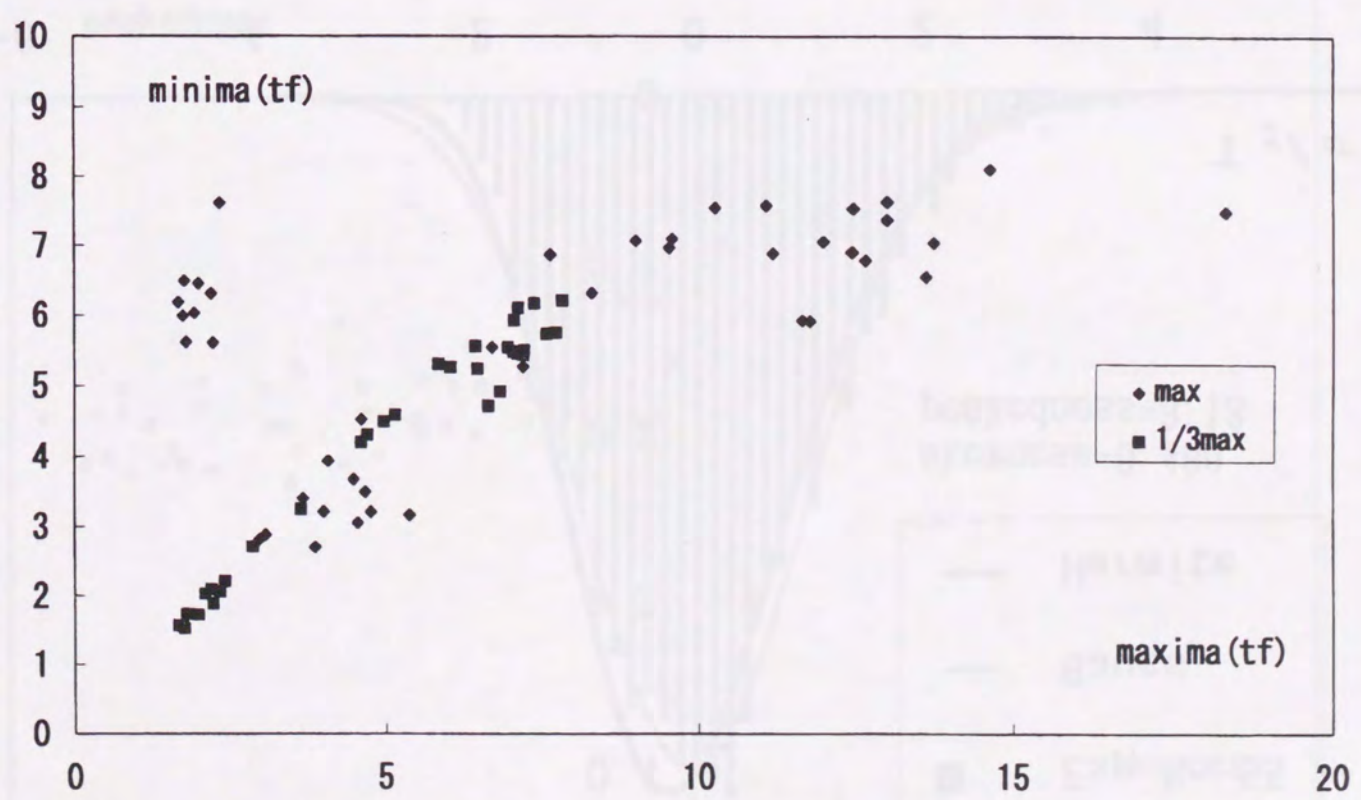


Fig. 103 : Asymmetry of dynamic bridle tension



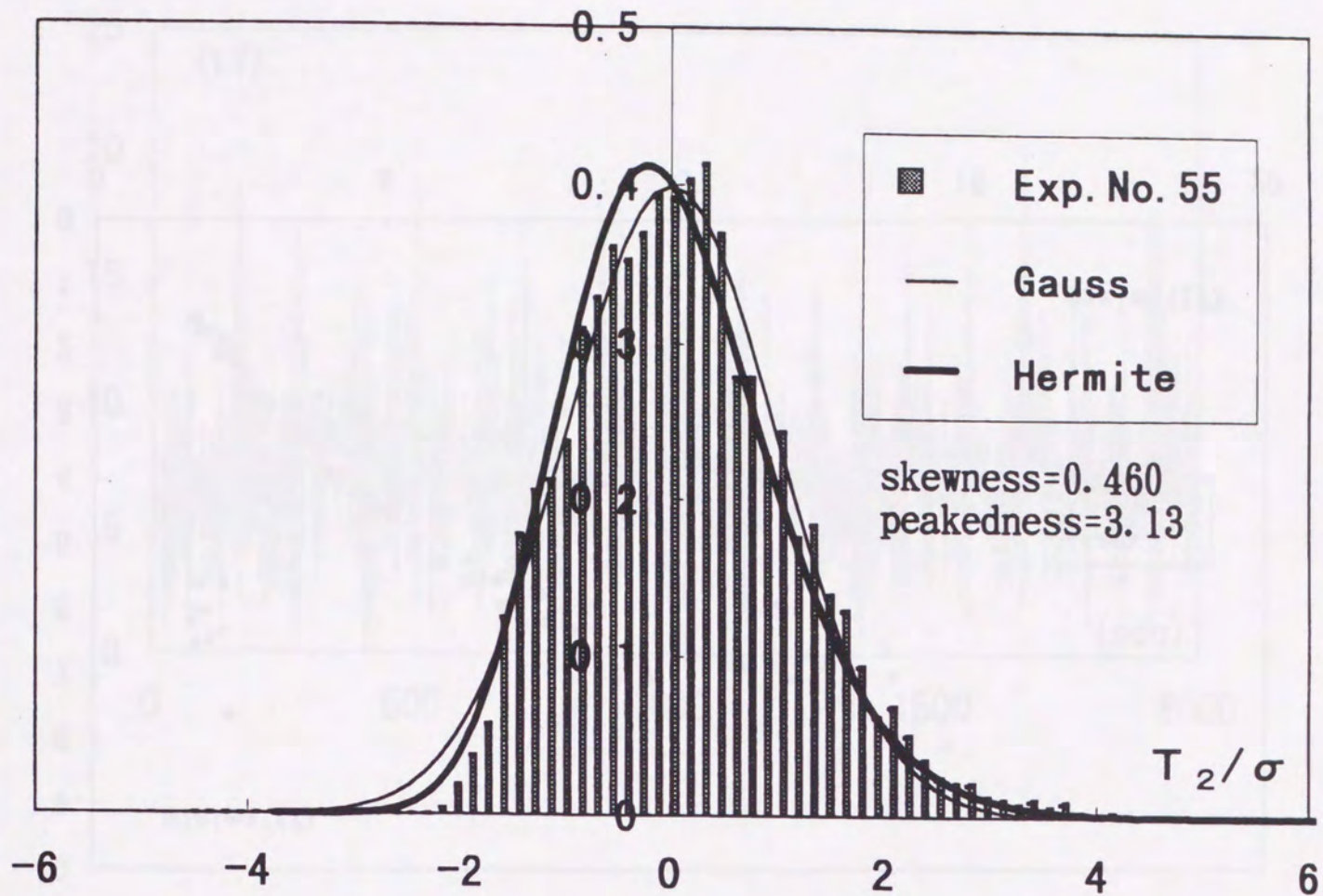


Fig. 104: Instantaneous distribution of bridle tension

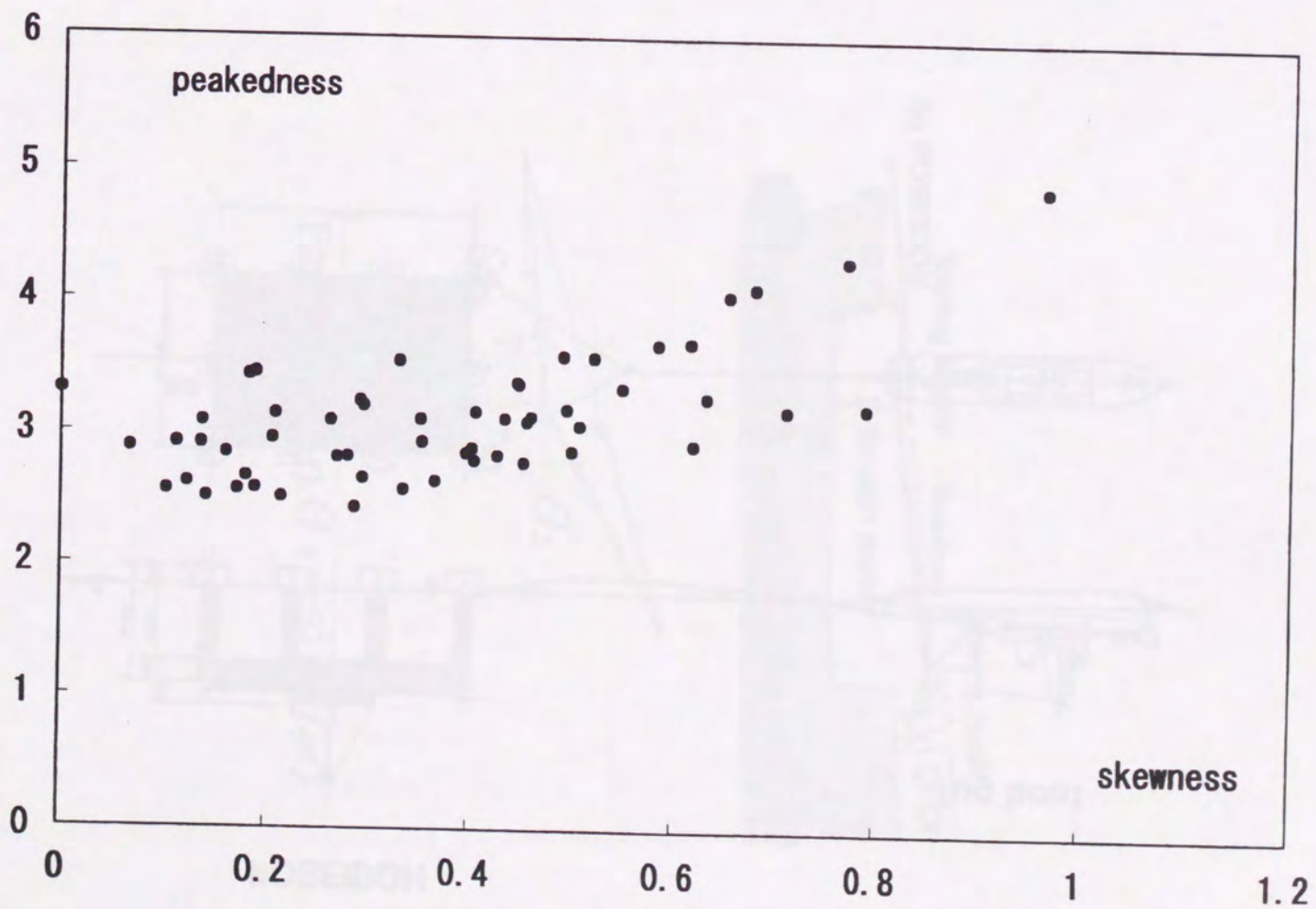


Fig. 105: Relation between skewness and peakedness of the bridle tension



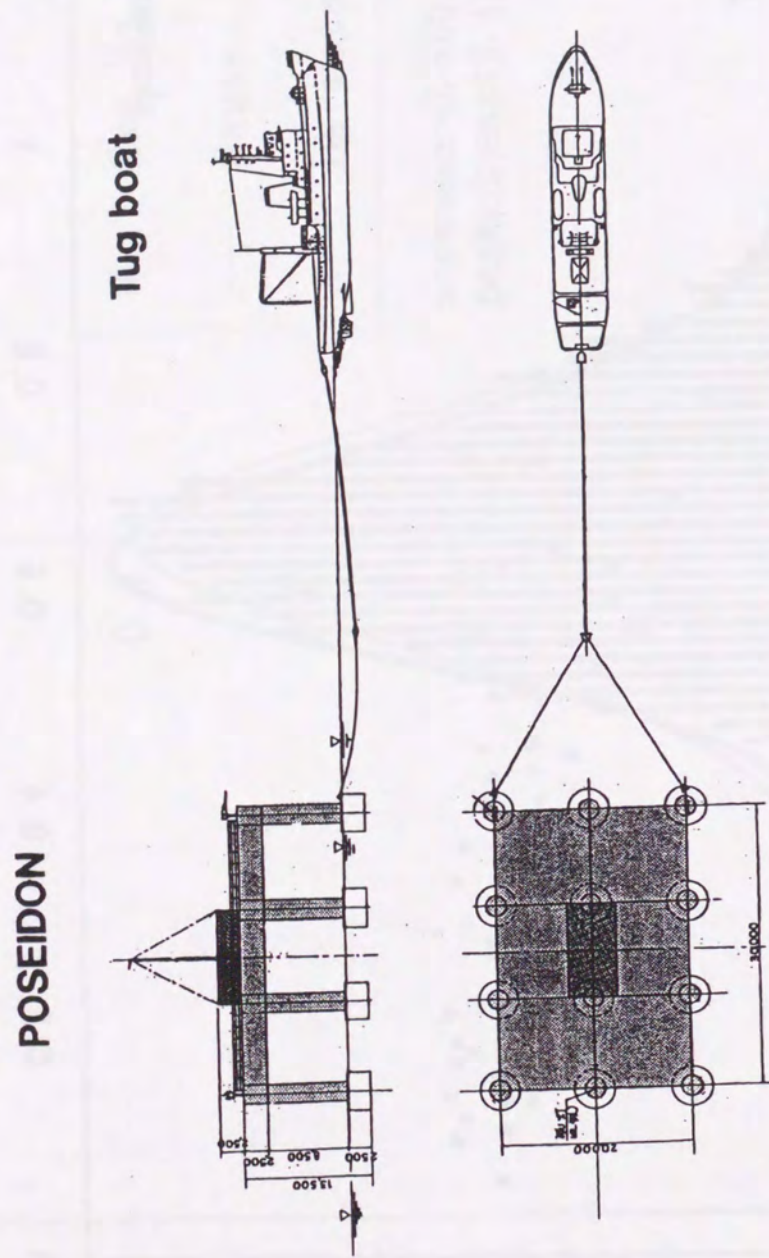
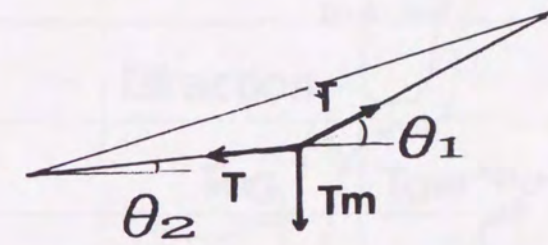
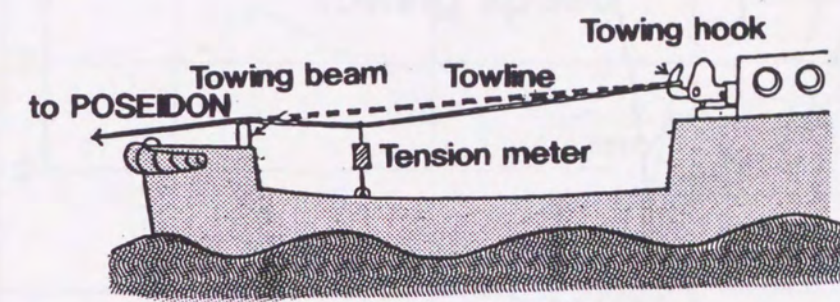


Fig. 106: Arrangement of the towing system



$$T = T_m / (\sin \theta_1 - \sin \theta_2)$$

Fig. 107: Method of towline tension measurement



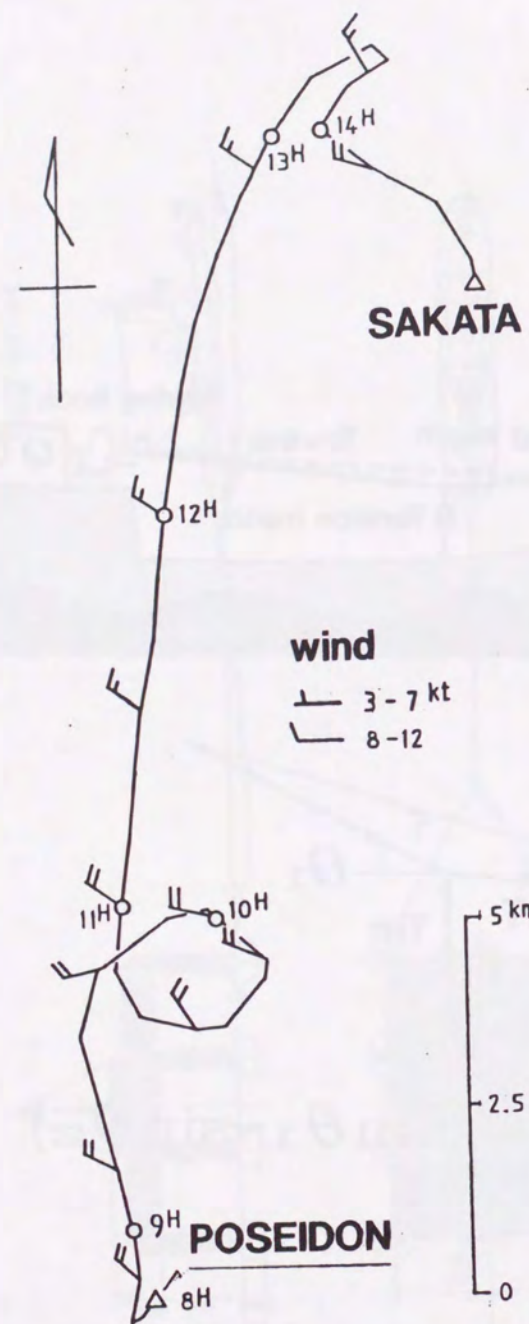


Fig. 108: Towing trajectory

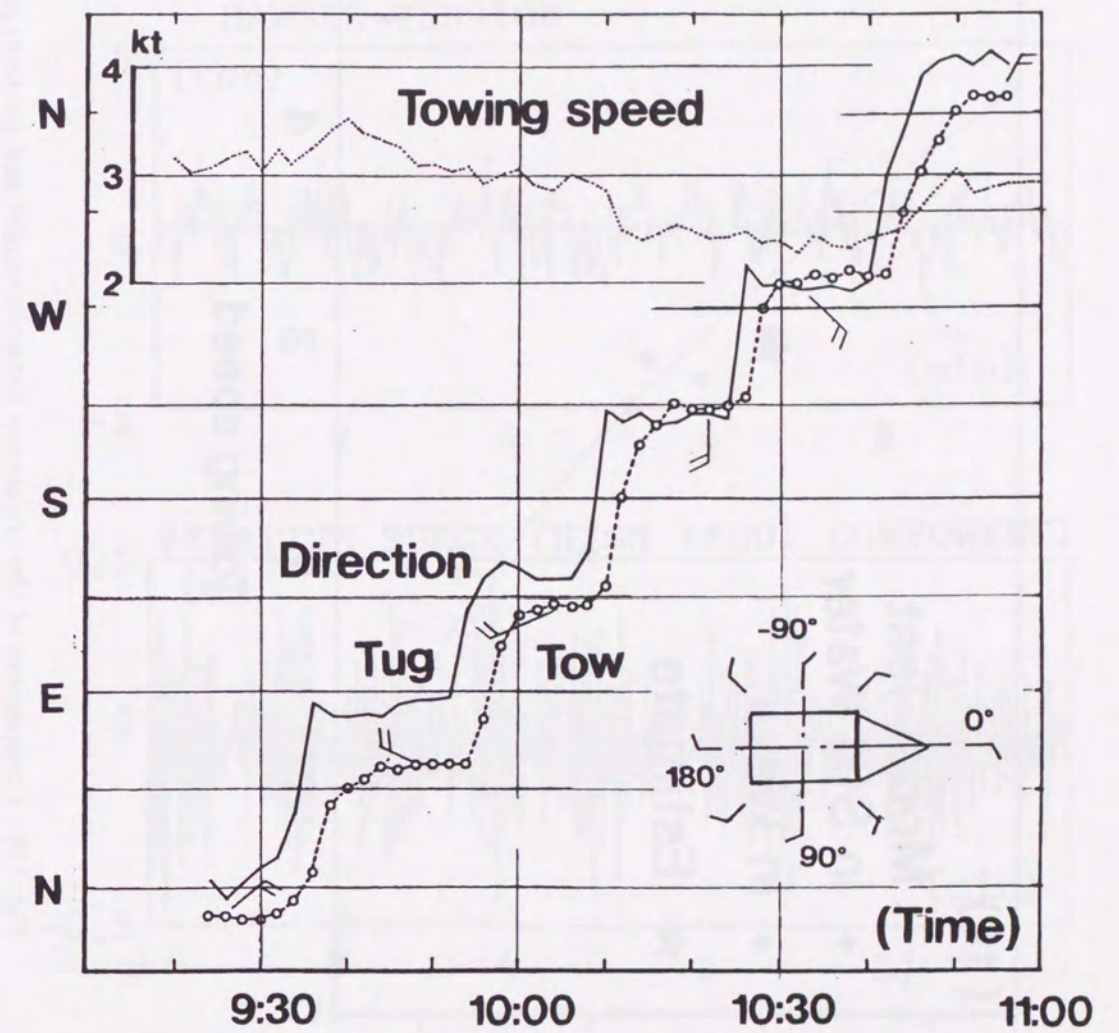


Fig. 109: Time series of the direction of tug, tow and towing speed



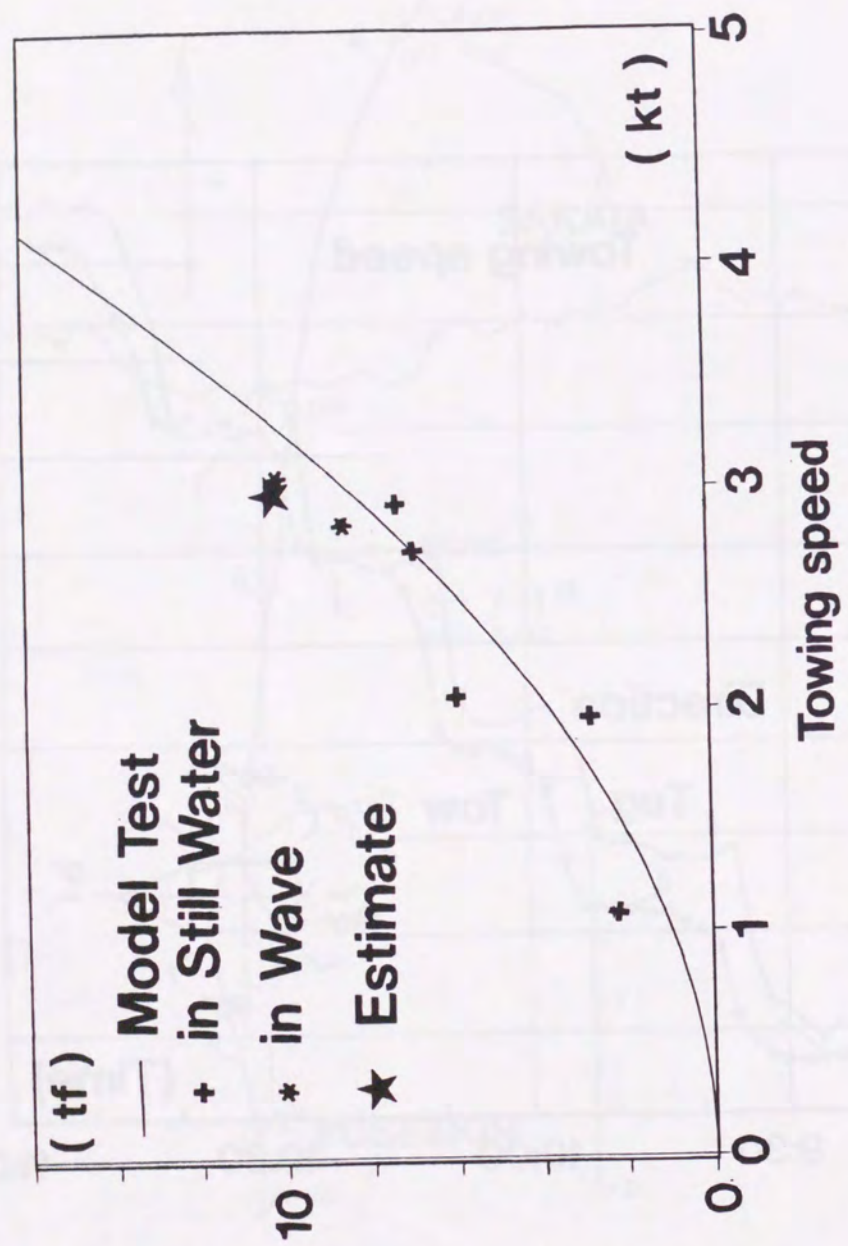


Fig. 110: Comparison of the resistance between model and proto-type

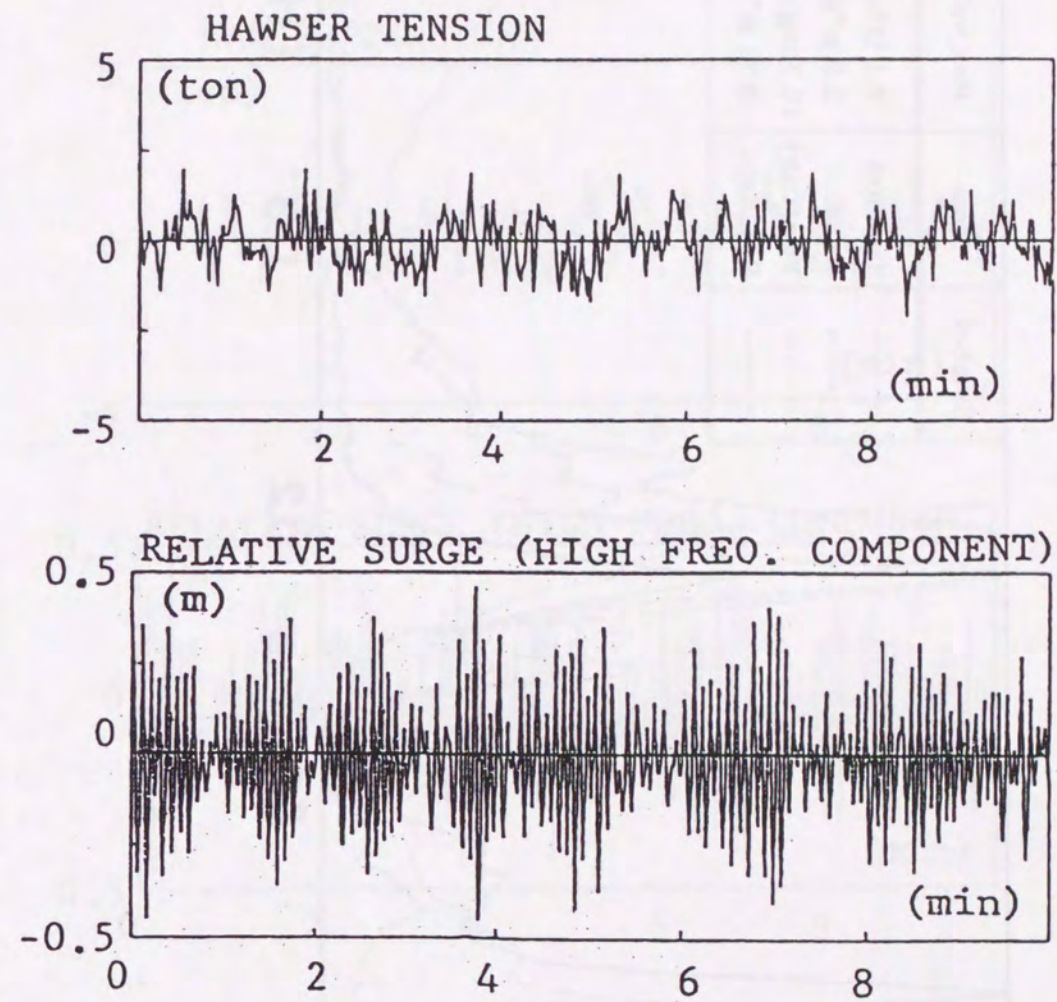


Fig. 111: Time series of the hawser tension and relative surge



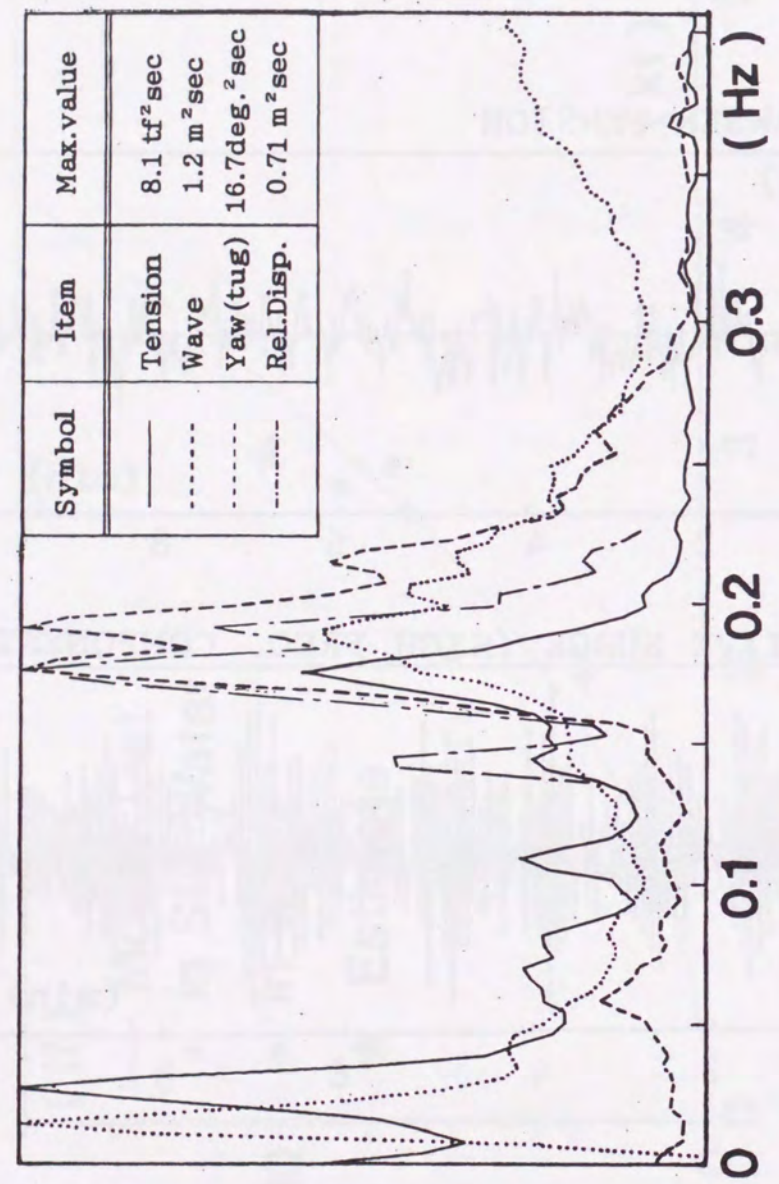


Fig. 112: Spectrum of waves, topline tension, yawing and relative surge

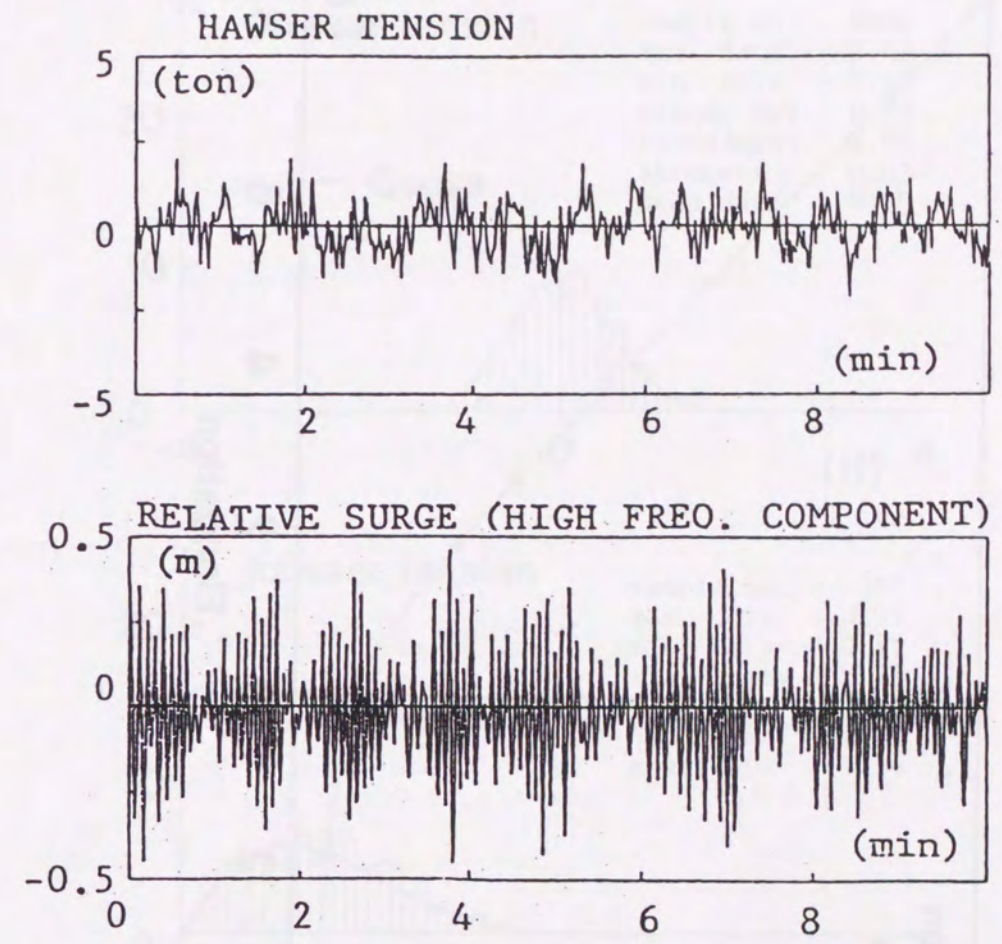


Fig. 113: High and low frequency component of the hawser tension



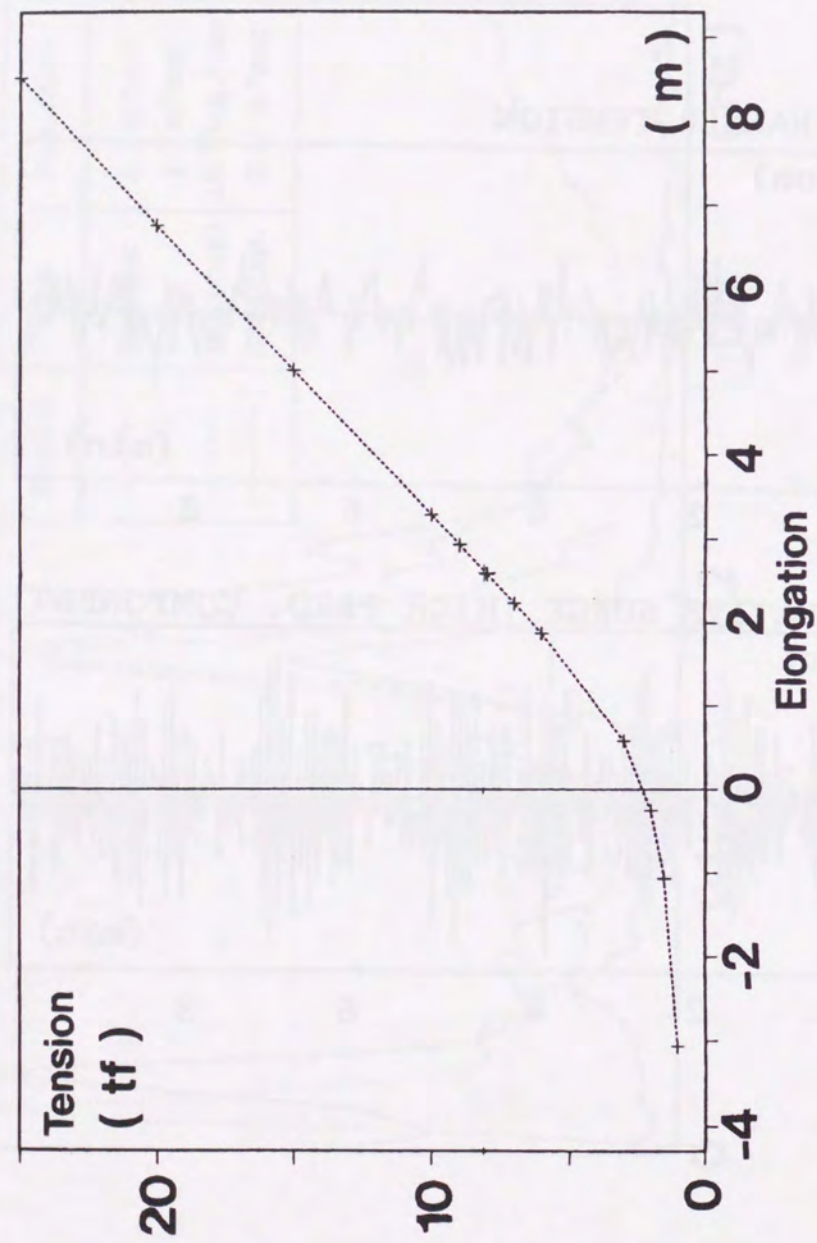


Fig. 114: Relation between towline tension and elongation

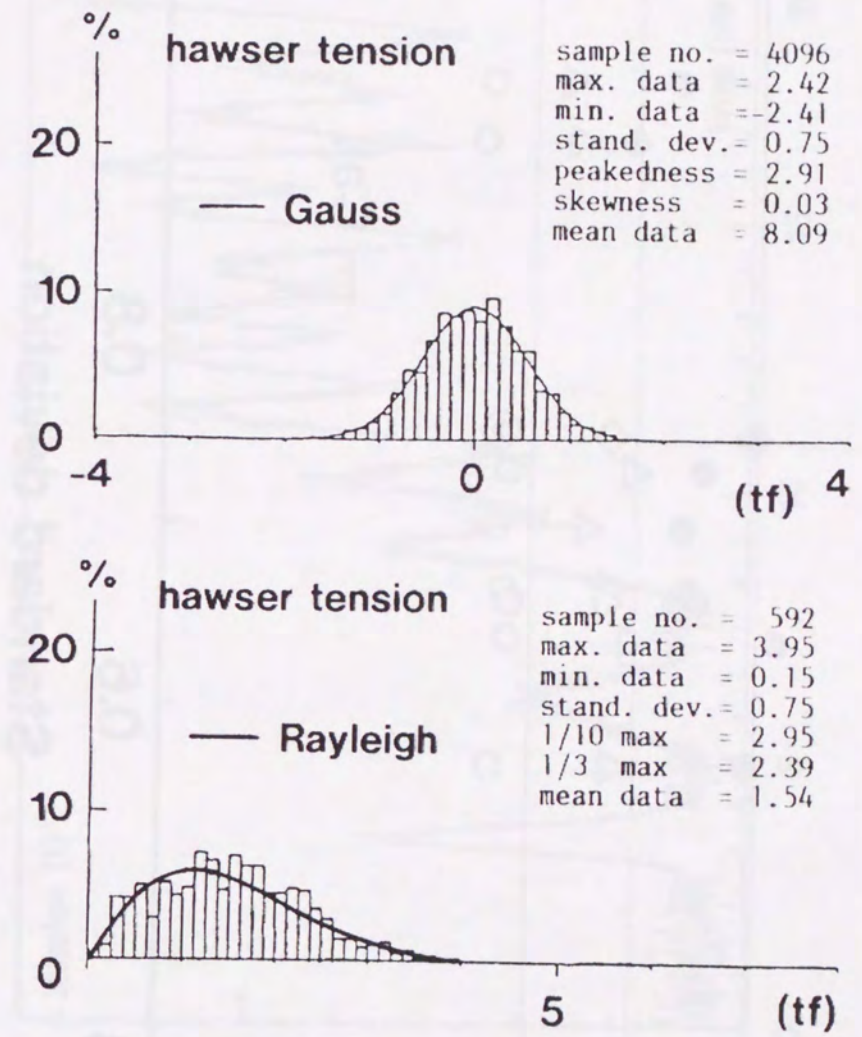


Fig. 115: Instantaneous and amplitude distribution of the towline tension



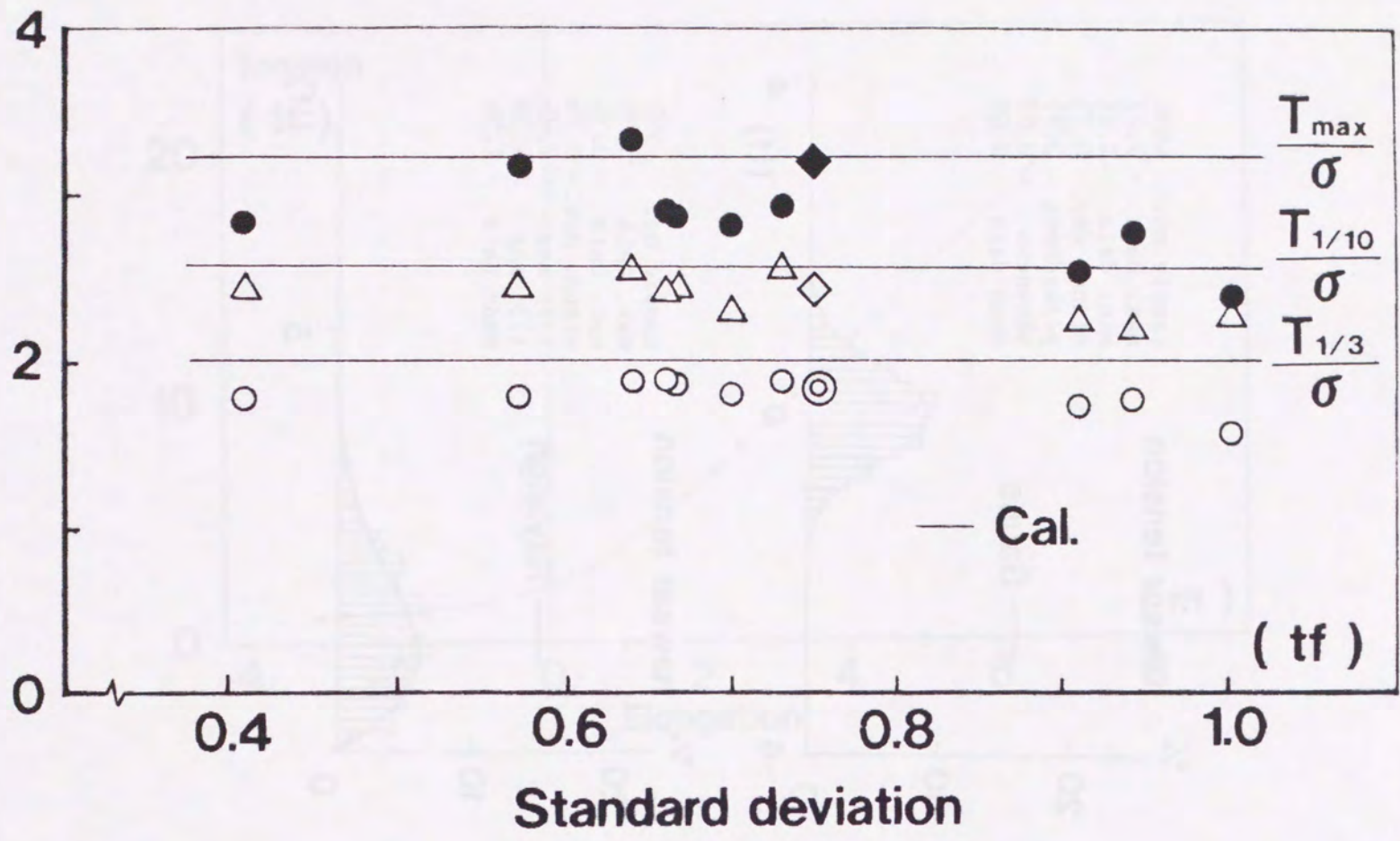


Fig. 116: Comparison of statistical properties concerning the towline tension

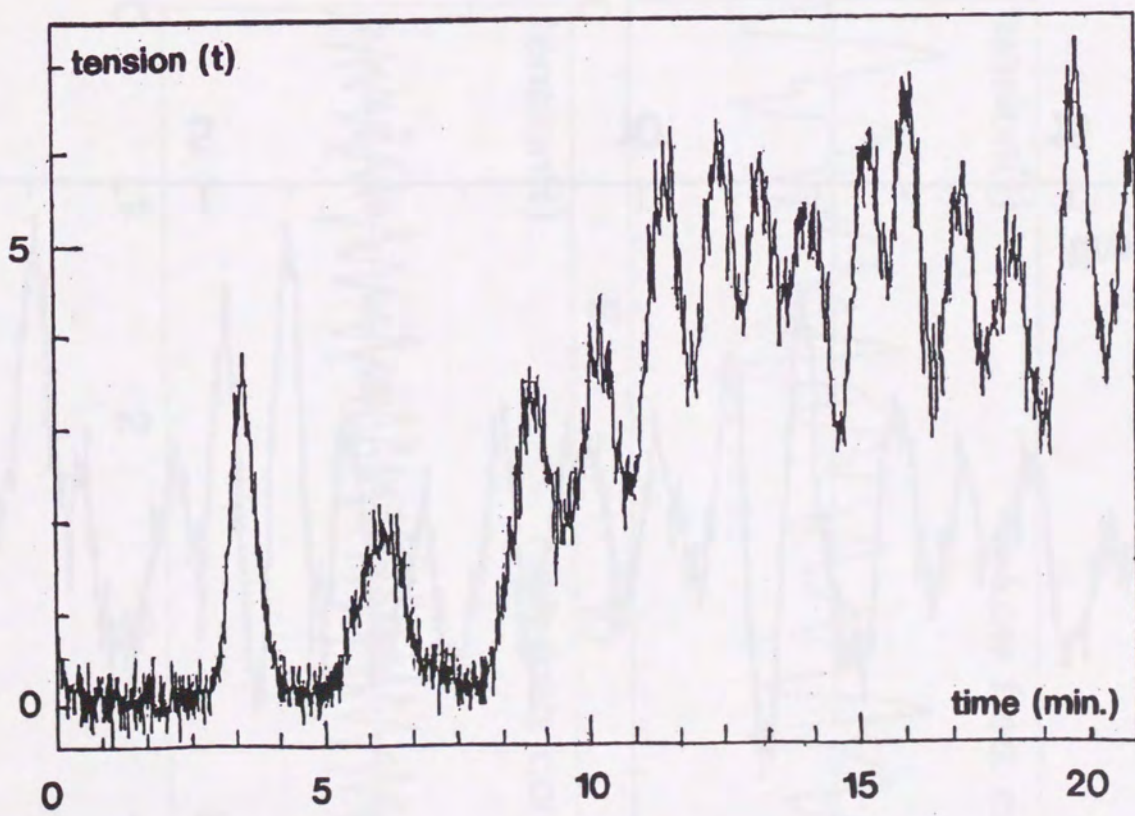


Fig. 117: Time series of the towline tension (0kt towing of 'NOJIMA')



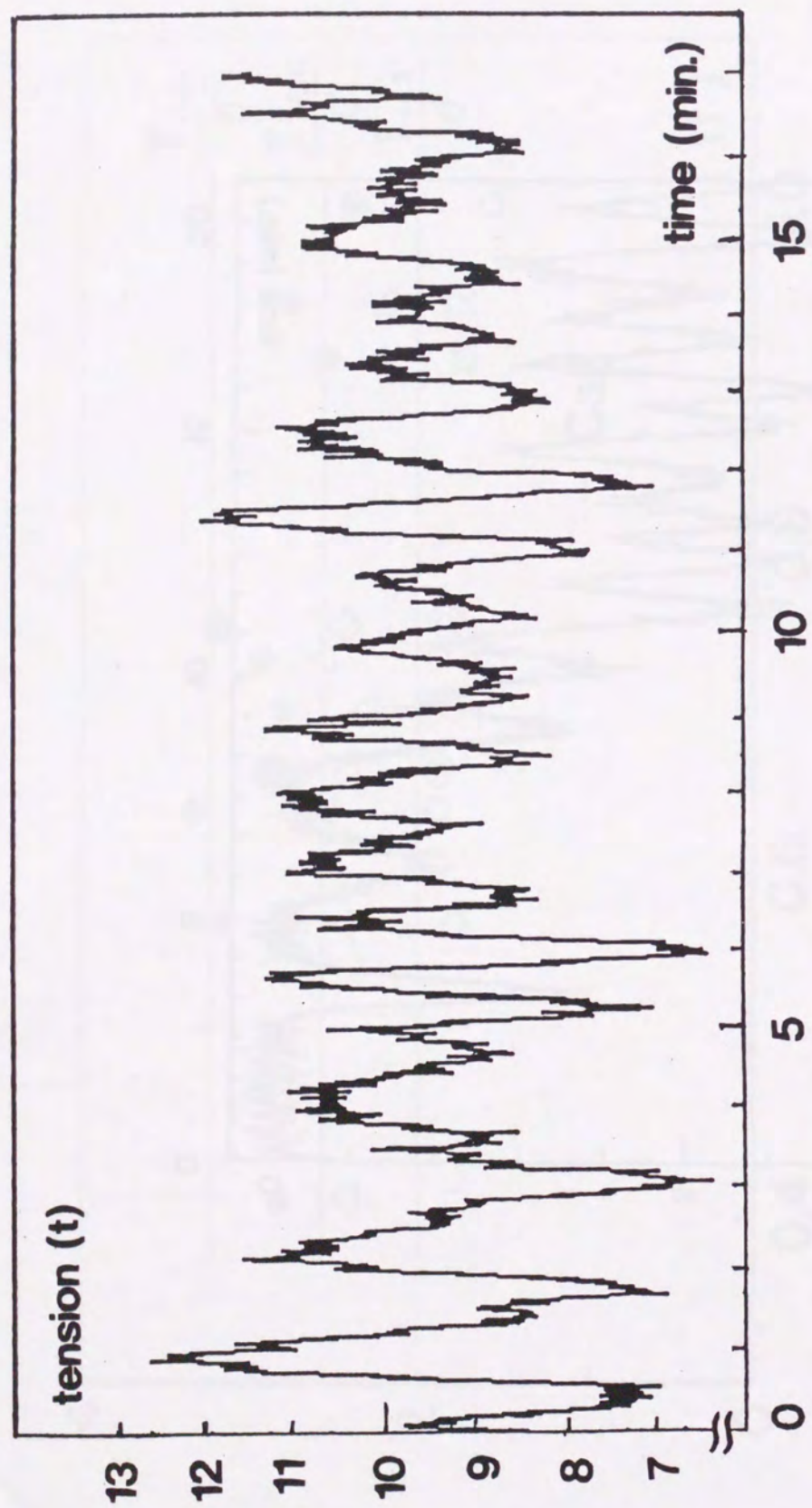


Fig. 118: Time series of the towline tension (3kt towing of 'NOJIMA')

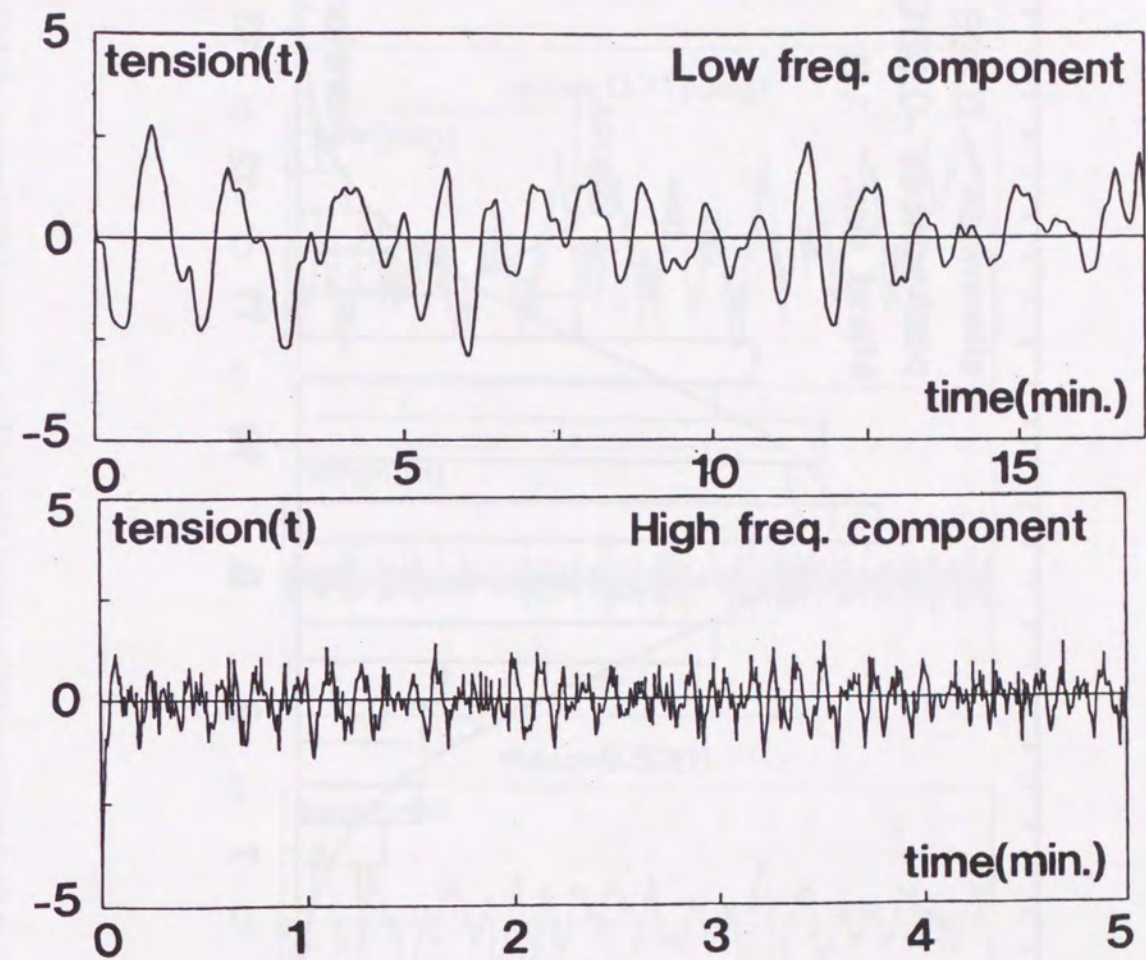


Fig. 119: High and low frequency component of the towline tension (3kt towing of 'NOJIMA')



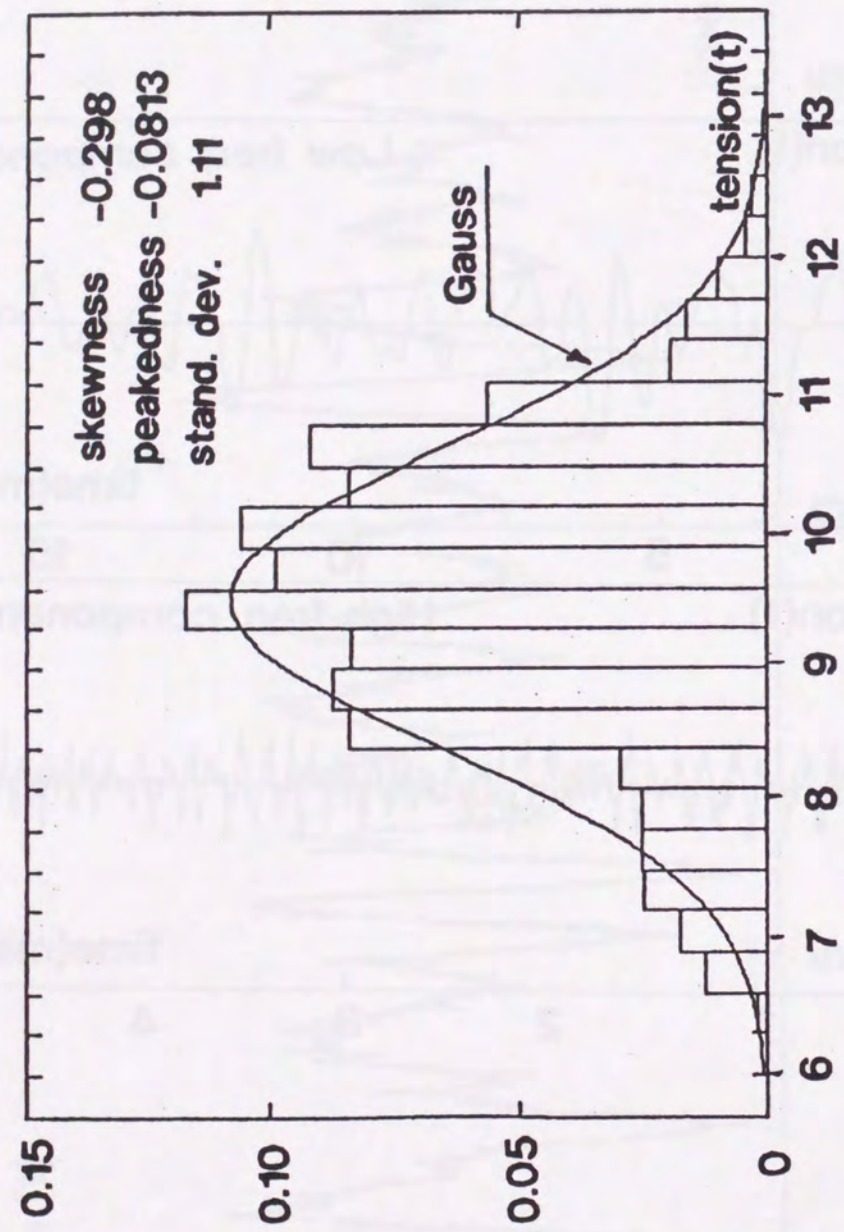


Fig. 120: Instantaneous distribution of the towline tension (3kt towing of 'NOJIMA')

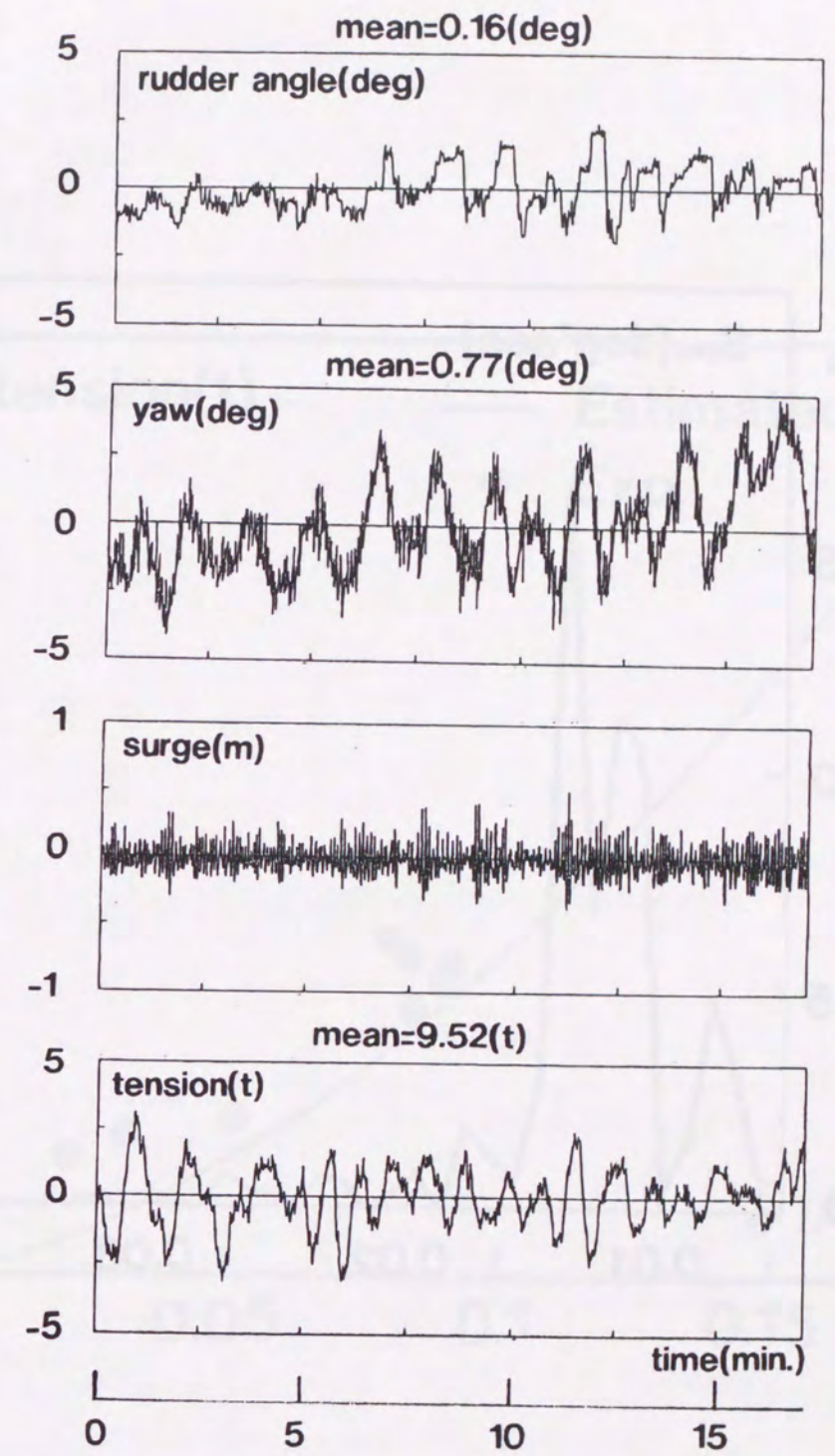


Fig. 121: Rudder angle, yaw, surge and the towline tension (3kt towing of 'NOJIMA')



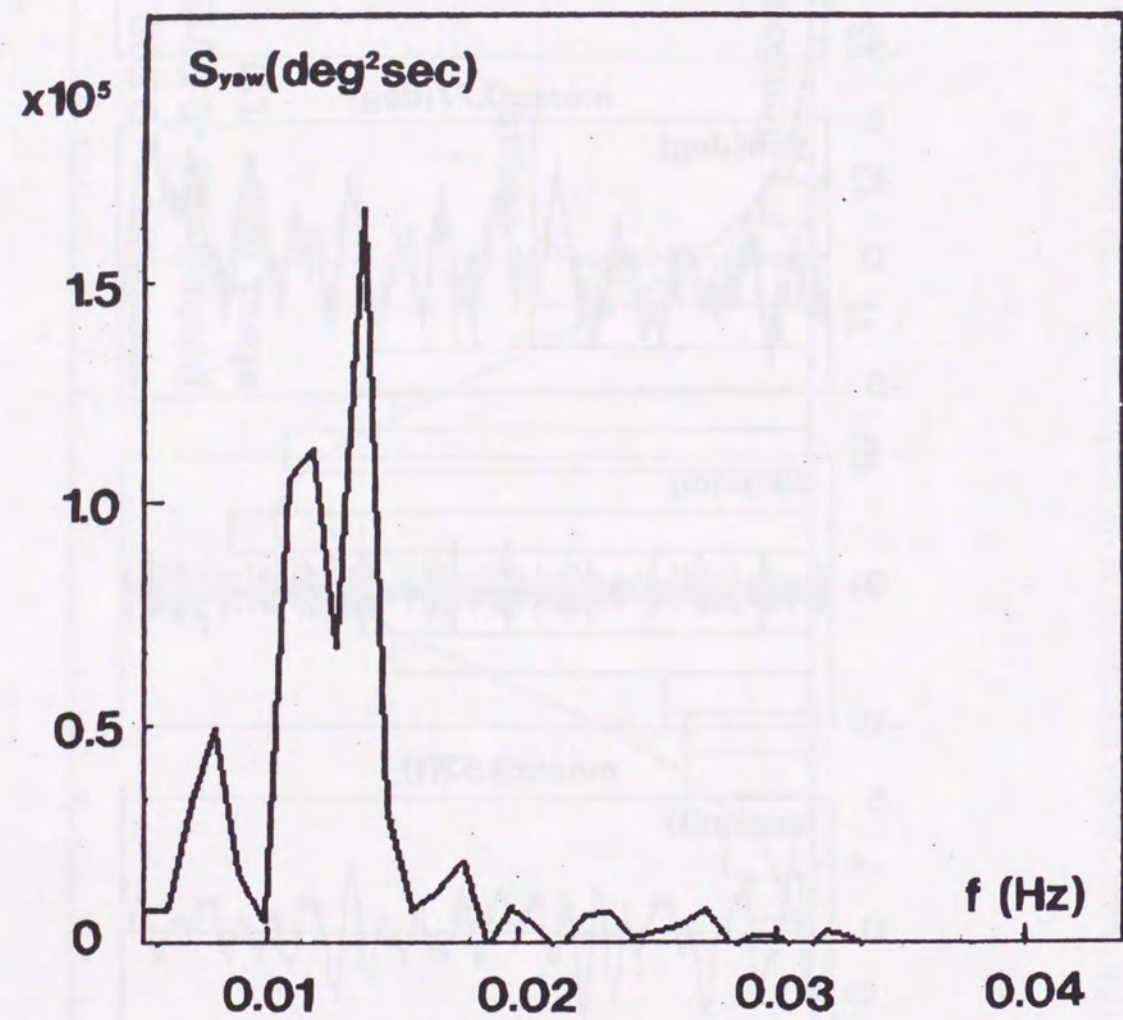


Fig. 122: Yaw spectrum of 'NOJIMA' (3kt towing of 'NOJIMA')

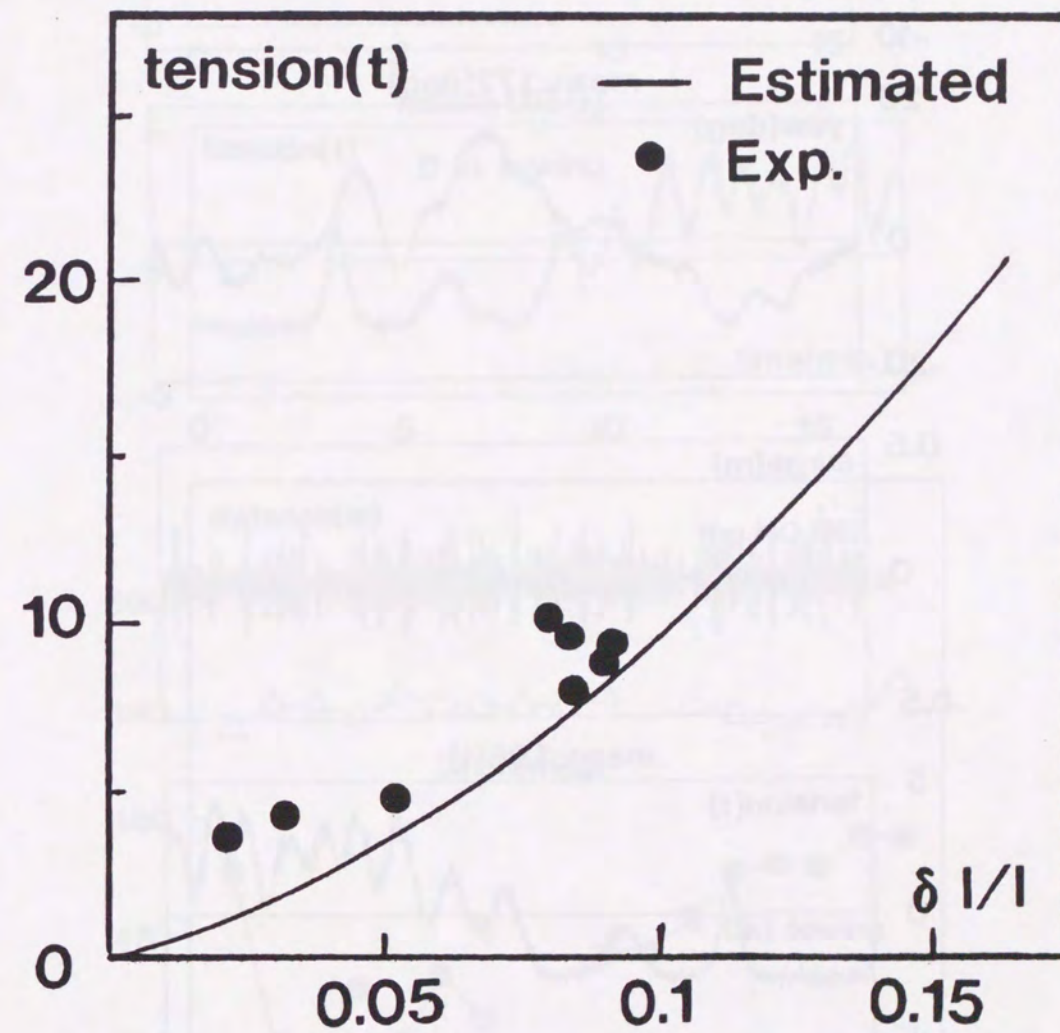


Fig. 123: Relation between tension and elongation (3kt towing of 'NOJIMA')



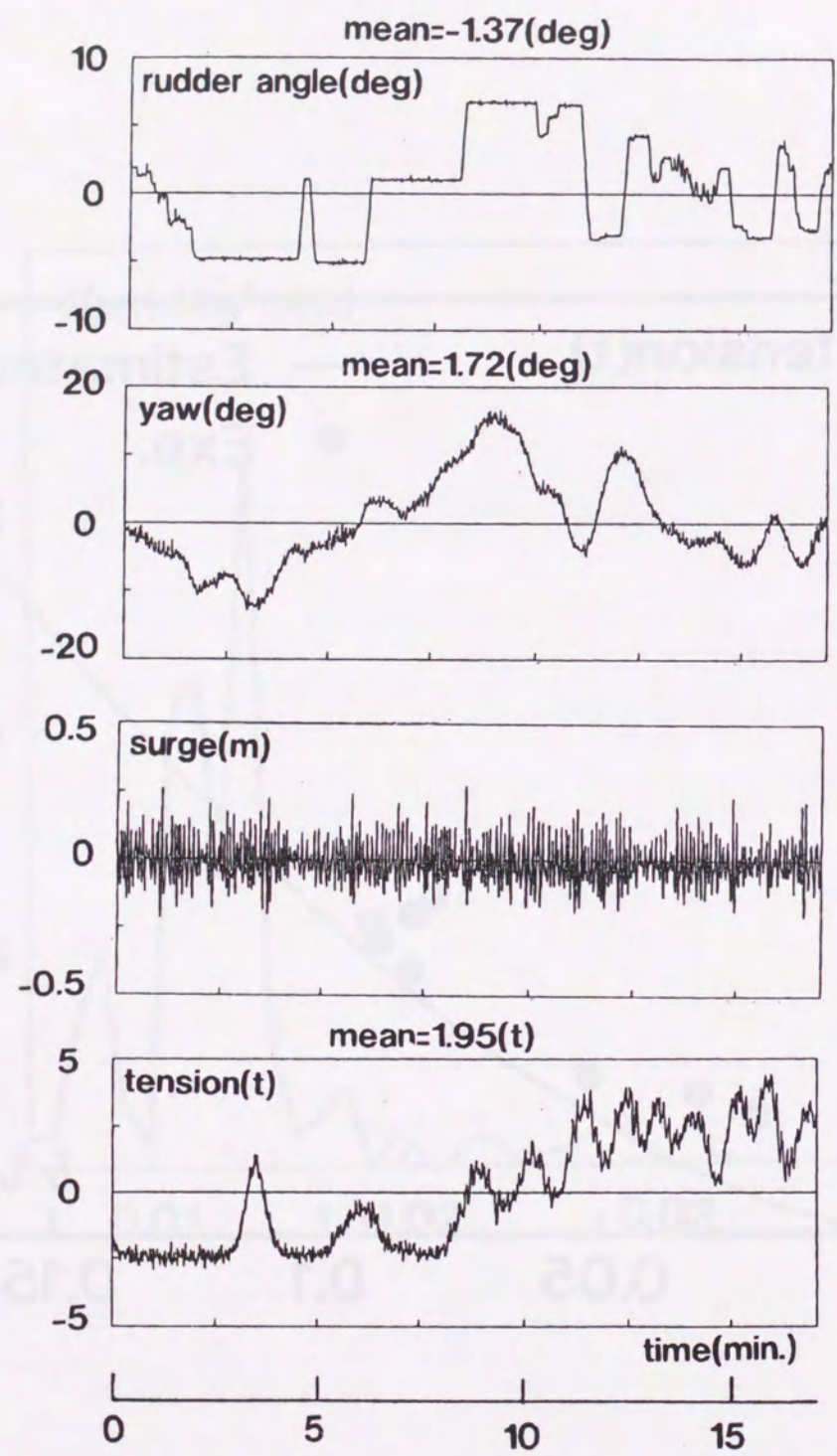


Fig. 124: Rudder angle, yaw, surge and towline tension (0kt towing of 'NOJIMA')

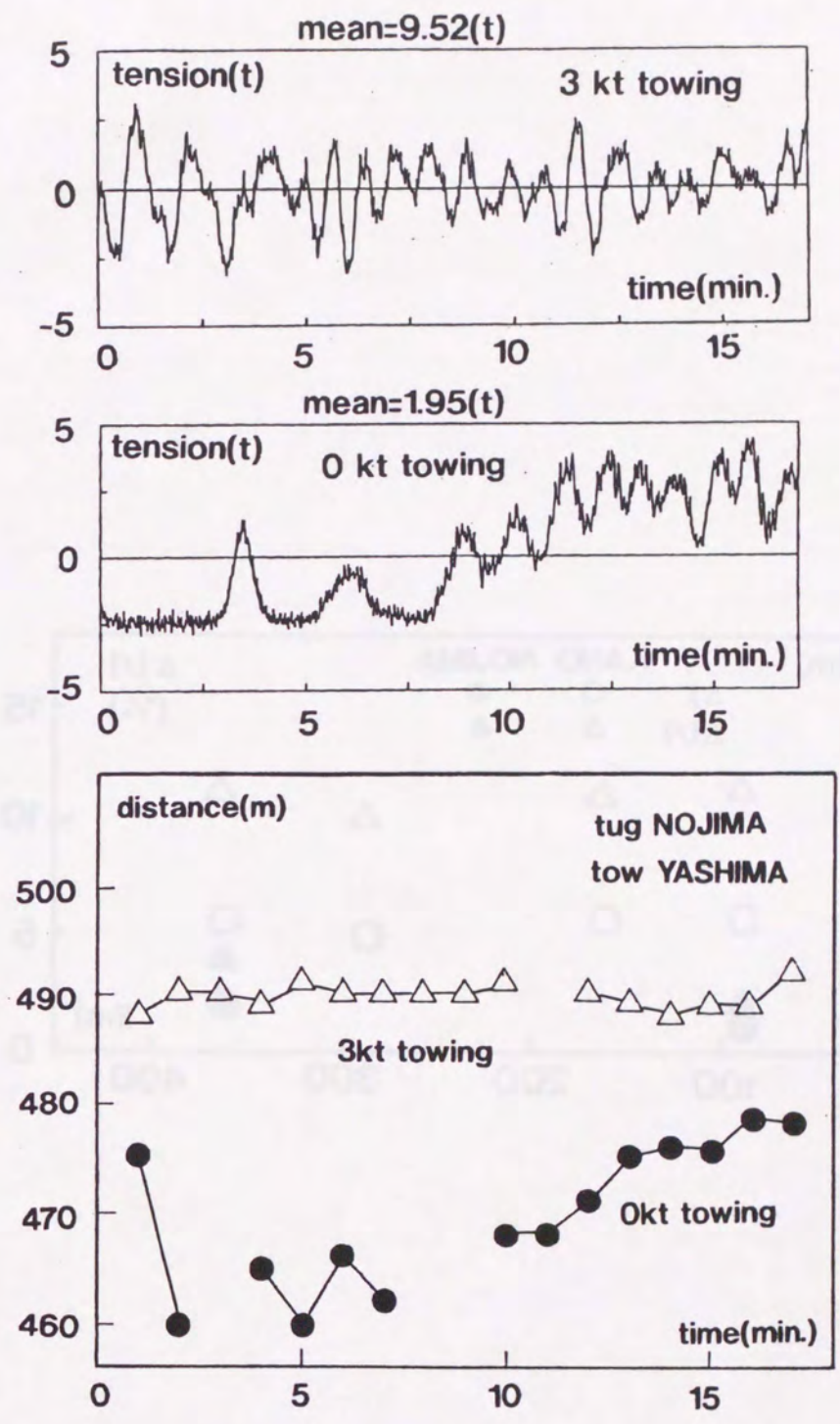


Fig. 125: Towline tension and the distance between tug and tow



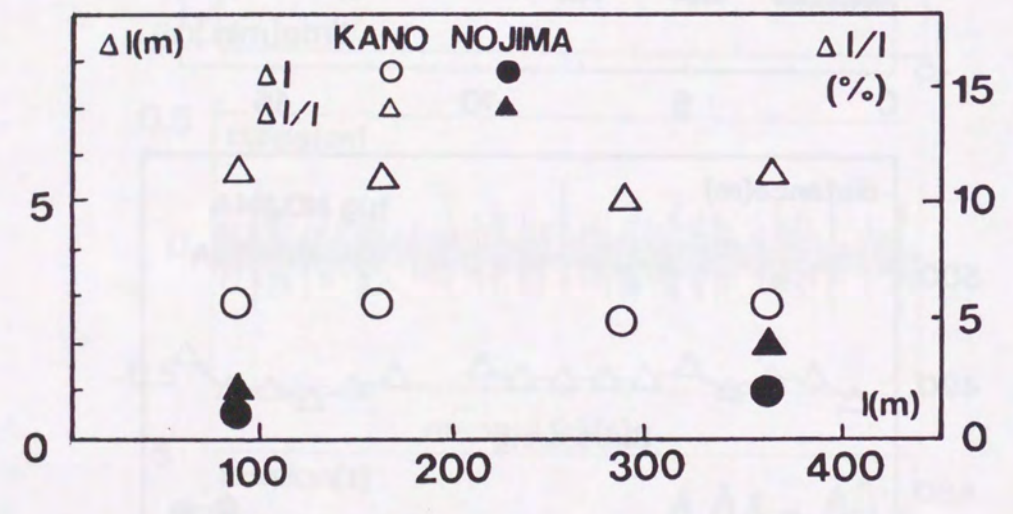


Fig. 126: Elongation of fiber ropes after the loading experiment



