【23】

氏名・(本籍)	横川賢二（よこがわ けんじ）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 5089 号
学位授与の日付	昭和55年9月30日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**可換環上のホップガロア拡大のコホモロジー的な面について**
論文審査委員	(主査) 教授 永尾 汎 (副査) 教授 中井 喜和　助教授 山本 芳彦

論文内容の要旨

可換環Rと群Gを与えた時Gをガロア群にもつ拡大環Aを構成するという問題は色々な人達によって調べられてきたがいわゆるnormal basis theoremに影響され特殊な条件下でなければ十分な結果は得られなかった。しかしn ormal basis theoremは群環特有のRG-加群としての同型$\mathrm{Hom}_R(RG,R)\cong RG$が重要な働きをしていることに注目し，dual normal basis theoremの立場から参考論文Non--commutative Hopf Galois extensionsで定義された多元環Aがホップ多元環Hを作用環として持つRのホップガロア拡大である場合をこの論文では扱っている。具体的には，まず§1で若干の条件のもとで$A=H^*\otimes_H P$なる分解が得られ，さらにこのときPはPic-valued Harrison 1-cocyle となることを示した。§2 ではdual normal basisをもつホップガロア拡大の同型類全体がUnit-valued Harrison 2-cohomology gronpと同型であることを示した。§3ではPic-valued Harrison 1-cocycle Pからunit-valued Harrsion 3-cocycle u(P)を作り，$A=H^*\otimes_H P$がホップガロア拡大となる必要十分条件はu(P)がcoboundaryであることを証明した。§4ではHが可換のときホップガロア拡大の同型類全体Gal(H,R)にabel群の構造が自然に入ることを示した。以上を完全系列の形で述べると

$$0\to \underset{\substack{\rotatebox{90}{$\cong$}\\ H^2(H,U)}}{DN(H,R)}\to Gal(H,R)\to H^1(H,Pic)\to H^3(H,U)\quad(\text{完全})$$

但し，DN(H,R)はdual normal basisをもつホップガロア拡大の同型類全体。

なおAppendixでは最近服部昭氏によって導入されたコホモロジーをHarrisonコホモロジーの場合に再構成し，その2次元のコホモロジー群としてGal(H,R)が表わされることを証明した。

参考論文は非可換なホップガロア拡大の定義を与え，その基本的な性質を調べ，この定義の場合に

も制限をつけた形ではあるが，ガロア対応が成立することを証明した。

論文の審査結果の要旨

可換体の古典的なガロア拡大の理論は，可換環上で作用域として群やホップ多元環をとっていろいろな拡張が試みられてきている。横川君は参考論文においてCo-commutativeなホップ多元環Hに対して，H-ホップガロア拡大の概念を定義し，Chase-Sweedlerや神崎等によるガロア理論の拡張を与えた。本論文では，まずAが可換環RのH-ホップガロア拡大であるとき，ある条件のもとでAのH-加群としての構造を考察し，次の分解が成り立つことを示している：${}_HA \simeq H^* \otimes_H P$. ここで $H^* = \mathrm{Hom}_R(H, R)$ はHのdualで，Pは有限生成なH-射影加群で$H \otimes_R H$-加群として$P \otimes_R P \simeq (H \otimes_R H) \otimes_H P$となるものである。特にHが群環や可換なホップ多元環のときは最初の条件がみたされていて，この結果が適用できる。またHが群Gの群環RGで$(|G|, \mathrm{Char}\, R) = 1$のときは${}_HA \simeq {}^*H \simeq H$となり，所謂正規底定理をうるが，ガロア拡大の理論の拡張を考えるとき，正規底定理よりもそのdualを考察する方がより自然であることを上の結果は示している。

本論文では更に，上のようなPに対して逆に$A = H^* \otimes_H P$がH-ホップガロア拡大になるための条件を考察し，特にHが可換なとき，H-ホップガロア拡大の同型類全体$\mathrm{Gal}(H, R)$にアーベル群としての構造が自然に入って，次の完全系列がえられることを示している：

$$0 \to DN(H, R) \to \mathrm{Gal}(H, R) \to H^1(H, \mathrm{Pic}) \to H^3(H, U)$$

ここで$DN(H, R)$は$A \simeq H^*$となるH-ホップガロア拡大Aの同型類全体を表し，$H^1(H, \mathrm{Pic})$はPic valued Harrison 1-cohomology groupを，$H^3(H, U)$はunit valued Harrison 3-cohomology groupを表している。

以上のように，本論文は一般化されたガロア拡大の理論における重要な結果を含むものであり，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。