

Title	Totally real parallel submanifolds in $p^n(C)$
Author(s)	Naito, Hiroo
Citation	大阪大学, 1981, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/24346
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	内 ^{ない} 藤 ^{とう} 博 ^{ひろ} 夫 ^お
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 5 3 7 5 号
学位授与の日付	昭和 56 年 6 月 22 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学位論文題目	複素射影空間の全実な平行部分多様体
論文審査委員	(主査) 教授 村上 信吾 教授 松嶋 与三 教授 尾関 英樹 教授 竹内 勝

論 文 内 容 の 要 旨

リーマン多様体 (M, g) からリーマン多様体 (\bar{M}, \bar{g}) への等長はめ込み f が平行であるとは、第二基本形式 σ_f を共変接束 T^*M と法束 NM のテンソル束 $T^*M \otimes T^*M \otimes NM$ の断面とみなした時、そのテンソル束に自然に導入された共変微分 ∇^* に関して $\nabla^* \sigma_f = 0$ となる時に言う。特に f が等長埋め込みの時、その像を平行部分多様体と呼ぶ。

(\bar{M}, \bar{g}) を正則断面曲率一定のケーラー計量を持った n 次元複素射影空間とする。この時、等長はめ込み f が全実であるとは、 M の各接空間の f の微分による像が、 \bar{M} の複素構造による変換で、法空間に含まれる時を言う。さて、複素射影空間 (\bar{M}, \bar{g}) への等長はめ込み f が平行である時、 (M, g) は局所対称空間であり、次の 2 つの場合に大別される。1 つは (M, g) がケーラー多様体で f が正則になる場合で、もう 1 つは f が全実な場合である。前者の場合、中川・高木両氏によって、完備な (M, g) と f が全て分類されている。

この論文では後者の場合について論じられる。 (M, g) を単連結な n 次元対称空間とする。この時、 (M, g) から (\bar{M}, \bar{g}) への全実で平行な等長はめ込みのなす集合、さらに (\bar{M}, \bar{g}) の全実な完備平行部分多様体で (M, g) をリーマン普遍被覆空間として持つもののなす集合の研究が、 M の 1 つの接空間上の或る条件を満たす 3 次斉次多項式のなす集合の研究に帰着する事を示した。さらに、 (M, g) のド・ラム分解の成分にユークリッド空間があらわれない時、その 3 次斉次多項式の集合を調べる事により、 (\bar{M}, \bar{g}) への全実で平行な等長はめ込みを許す (M, g) とそれ上の f を完全に決定した。

(M, g) のド・ラム分解の成分にユークリッド空間があらわれる時にも、その 3 次斉次多項式のなす構造を調べた。最後に、 (M, g) が 2 次元ユークリッド空間の場合に、特殊な 2 次元の全実な完備極

小平行部分多様体の存在を示し、その応用を2つの例をあげて示した。

論文の審査結果の要旨

内藤君の研究は、正則断面曲率が一定のエルミート計量の与えられた複素射影空間の中への単連結で完備なリーマン多様体の等長はめ込みについて、はめ込みが全実でかつ（その第2基本形式が）平行という条件のもとに状況を明らかにしたものである。

正則断面曲率一定のエルミート空間の部分多様体であって平行なものについては、最近多くの研究がなされて、とくに部分多様体がケーラー被素多様体となる場合にはその分類を含めて詳しく調べられている。しかし、これを対称的な条件である全実な場合については、ほとんど知られていなかった。

内藤君は本論文において、正則断面曲率が一定の複素 n 次元射影空間 (\mathbb{M}, g) への n 次元単連結完備リーマン空間 (M, g) の全実で平行な等長はめ込み f を考察する。 (M, g) が対称リーマン空間であることを用いて、 n 次元実ベクトル空間上のある種の不変3重線型形式 $\tilde{\sigma}$ を f に対応させてまず対応 $f \rightarrow \tilde{\sigma}$ が同値を除いて全単射であることを証明した。この結果 f の同値を除いた分類問題は、代数的問題に帰着し、内藤君は後者を解明し、さらに (M, g) のド・ラム分解がユークリッド成分を含まないときには、具体的実現を含めて f の完全な分類を与えた。

これらの結果は近年の部分多様体の幾何学に対して顕著な貢献を与えたものと考えられ、本論文中に開発された多くの独自の手法と共に、たいへん興味深い。

これらの成果に鑑み、本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。