



Title	異方性媒質を含む光線路に関する研究
Author(s)	里村, 裕
Citation	大阪大学, 1976, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2436
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

異方性媒質を含む光線路 に関する研究

里 村 裕

昭和50年12月

内 容 梗 概

本論文は、著者が大阪大学大学院工学研究科（通信工学専攻）に在学中に行なった異方性媒質を含む光線路に関する研究の成果をまとめたもので、つぎの6章からなっている。

第1章は序論であって、レーザの発明以来、世界的な関心を集めている光通信技術の開発・実用化研究に関連して、各種の機能を有する光集積回路素子の開発をめざした異方性媒質を含む光線路の研究が、この方面の重要な工学的研究課題となってきた背景について述べるとともに、本研究がこの分野において占める地位を明らかにしたものである。

第2章では、異方性媒質を含む光線路における波動伝搬について詳しく論じている。すなわち、2次元の構造のスラブ線路において異方性媒質が含まれている場合を考え、この異方性媒質中における電磁波を平面波を合成するという手法により求め、マクスウェルの方程式より分散関係式を導いている。さらに、この異方性媒質中を電磁波が導波されるための媒質定数に関する条件式を明らかにし、誘電率テンソルおよび透磁率テンソルが満足すべき条件を示している。

第3章では、3次元の構造の方形線路に異方性媒質が含まれている場合を考えて、この異方性媒質中における波動伝搬を第2章と同様に考察し、分散関係式、およびこの線路に沿って電磁波が導波されるための媒質定数に関する条件式を導出している。

第4章では、第2章で明らかにされた異方性媒質の媒質定数に関する条件式を考慮しながら、異方性誘電体を用いたスラブ線路における電磁波モードを詳しく解析している。すなわち、異方性誘電体結晶が等方性誘電体基板上に被覆された線路を例にとり、各領域における電磁界表示式を導出し、つづいて境界条件を適用することによりこの線路における特性方程式を求めている。さらに誘電体結晶を用いたいくつかの具体例について数値計算を行ない、伝搬定数および電磁界分布の様子を明らかにしている。つぎに誘電体スラブ線路において基板が異方性誘電体の場合、およびスラブと基板がともに異方性誘電体の場合のそれぞれにおける電磁波モードを解析し、伝搬定数および電磁界分布の具体的な数値計算例を示し、異方性媒質を用いることによって得られる新しいモー

ト特性を明らかにしている。

第5章では、実際の光集積回路素子を考慮して、3次元の構造を有する線路の典型である方形線路に異方性誘電体を用いた場合の電磁波モードについて解析している。まず、基板が一軸性結晶の場合について電磁界表示式および特性方程式を導出して、解析的近似解が得られることを示している。そして具体例について数値計算を行ない、伝搬定数の様子を明らかにしている。つぎに、方形部が一軸性結晶の場合について同様の考察を行ない、数値計算例によって伝搬モード特性を示している。

第6章は結論であって、本研究の成果を総括して述べている。

以上の各章を構成する研究内容はすべて IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 電子通信学会論文誌, 電子通信学会マイクロ波研究会, 輻射科学研究会等においてすでに発表されたものである。

目 次

内 容 梗 概	1
第 1 章 序 論	1
第 2 章 異方性媒質中における波動伝搬 —— 2 次元線路の場合 ——	5
2 . 1 緒 言	5
2 . 2 分散関係式	5
2 . 3 媒質定数に関する条件式	8
2 . 4 結 言	10
第 3 章 異方性媒質中における波動伝搬 —— 3 次元線路の場合 ——	11
3 . 1 緒 言	11
3 . 2 分散関係式	11
3 . 3 媒質定数に関する条件式	15
3 . 4 結 言	17
第 4 章 異方性誘電体スラブ線路における電磁波モードの解析	19
4 . 1 緒 言	19
4 . 2 スラブが異方性誘電体の場合	20
4 . 2 . 1 電磁界表示式	20
4 . 2 . 2 特性方程式	24
4 . 2 . 3 数値計算例および検討	24
4 . 3 基板が異方性誘電体の場合	29
4 . 3 . 1 電磁界表示式	29
4 . 3 . 2 特性方程式	32
4 . 3 . 3 数値計算例および検討	33

4.4	スラブと基板がともに異方性誘電体の場合	36
4.4.1	電磁界表示式	36
4.4.2	特性方程式	39
4.4.3	数値計算例および検討	41
4.5	結 言	47
第5章	異方性誘電体方形線路における電磁波モードの解析	49
5.1	緒 言	49
5.2	基板が一軸性結晶の場合	49
5.3	方形部が一軸性結晶の場合	58
5.4	結 言	63
第6章	結 論	65
	謝 辞	67
	文 献	69
	付 録 1	75
	2	77
	3	79

第 1 章 序 論

レーザーによって時間的にも空間的にもすぐれたコヒーレンシーをもつ光波を発生させることができて以来、この光波を通信工学、情報工学、計測工学など、数多くの応用装置に適用することが考えられるようになった。したがって、これら応用技術の実用化のためには、光波を目的に応じて誘導したり、制御したりするための各種の光回路素子を開発することが必要となってきた。そのために、目的にかなった適当な光導波路（または光線路）や、種々の光回路素子を考案・開発することが将来の伝送技術において重要な課題となってきた^{(1)~(8)}。これら光導波路や光回路素子に関する研究は現在、急速に進められている。

光波を伝送する光導波路として、大きく分けて光ビーム導波路と誘電体線路の 2 種類がある。光ビーム導波路は、回折孔 (iris)、固体レンズ、ガスレンズ、反射鏡などの適当な集束素子を適当な間隔ごとに周期的に配置して、回折効果による光ビームの発散を補正・集束しながら伝送する方式である⁽⁹⁾。この方式は、導波路の大部分が自由空間中、または気体中であるため伝送損失が極めて小さく、また分散による信号の伝送歪も少ない反面、伝送軸の曲り、集束素子の傾きや軸ずれ変位による光路の不安定さという欠点を持っている。一方、誘電体線路は、光エネルギーを適当な誘電体の内部、またはその表面近傍に捕捉しながら伝送する方式である。誘電体線路をさらに大きく 2 つに分けると、断面の屈折率分布が不連続に変化した step-index 型（またはコア・クラッド型）誘電体線路と、屈折率分布が連続的に変化した graded-index 型（または集束型）誘電体線路とがある。また、step-index 型誘電体線路には、横断面の形状が円形の光ファイバー、2 次元的構造の誘電体薄膜（またはスラブ）線路、3 次元的構造の誘電体方形線路があり、graded-index 型誘電体線路においては selfoc⁽¹⁰⁾ が代表される。

ところで特に最近、レーザーおよびその関連回路において小型化、安定化による能率向上をはかり、応用の可能性をひろげ、さらに量産性ももたせるという目的で光回路を集積化しようという研究が進み、いわゆる光集積回路（光 IC, Optical Integrated Circuits, Integrated Optics）の考えが広まってきた⁽¹¹⁾。それにつれてガラス材料、半導体など材料面の豊富さから、誘

電体薄膜線路がにわかに脚光を浴びるようになってきた。この誘電体薄膜線路は、ガラスなどの基板の上に厚さ $1\mu\text{m}$ 程度の、基板より少し屈折率の高い薄膜を被覆して、この薄膜の中を光波が全反射をくり返しながらかつて伝搬する導波路である。この導波路は製作が容易であるばかりでなく、光のエネルギーが薄膜中に集中していることを利用して外部回路との有効な結合が行なえ、単に受動回路素子のみならず、変調、偏向など能動回路素子としても期待されている。

ところで、誘電体薄膜線路の研究において従来、主として取り扱われてきたのは誘電体が等方性の場合であり、これは電磁波論の典型的な境界値問題としてかなり数多く行なわれている^{(12)~(15)}。しかしながら、誘電体が異方性の場合には伝搬モード特性に数々の興味深い現象が見られ、将来の光回路の構成要素として重要な役割を果たすものと期待されているにもかかわらず、異方性媒質を含む導波路に関する研究例は数少ない^{(16)~(22)}。

一方、最近の光集積回路の開発に関連して、アイソレータ、サーキュレータなどの非相反回路素子を目的とした、異方性誘電率をもつ媒質からなる光回路素子もいくつか検討されはじめている^{(23)~(28)}。しかしながら、異方性誘電率をもつ媒質を含む線路について電磁波論的に一般的な解析がなされた例は、前述のようにまだないようである。したがって、このような線路における電磁波モードを詳しく解析することは、guided waveの電磁波論的な研究課題としてそれ自体、理論的に充分興味があるだけでなく、前述のように、このような線路は光回路素子の構成要素として広く適用される可能性もあり、実用上、応用上の見地からも重要な課題と思われる。

本論文は、以上に述べたように波動論的にも、また光集積回路素子への適用といった応用上においても重要な問題であると考えられる、異方性媒質を含む誘電体線路の問題を論じたものであり、光集積回路素子の開発にいささかかなりの寄与することを目的としている。

異方性媒質内の電磁波の波動伝搬については、プラズマ層や結晶材料などにおける無限または半無限領域内での伝搬の様子は多く検討されている^{(29),(30)}。また境界をもつ導波路に異方性媒質が含まれた例としては、テンソル透磁率をもつ媒質、たとえばフェライトに直流磁界を印加した場合などの解析がかなりなされている⁽¹⁷⁾。また最近では、フェライトを用いたマイクロ波回路素子⁽³¹⁾

や、非相反回路素子を目的とするため磁気光学効果を適用した例⁽³²⁾ などがあ
るが、一般的な異方性媒質を含む導波路における電磁波の伝搬について解析し
た例はまだない。したがって、境界がある導波路に一般の異方性媒質が含まれ
た場合の電磁波の伝搬を詳しく調べることは意義があると思われる。

そこで、第2章および第3章では異方性媒質中の電磁波の伝搬について論じ
る。まず、第2章においては、2次元構造の線路、たとえばスラブ線路に異
方性媒質が含まれた場合の電磁波の伝搬について考察する^{(33),(34)}。ここでは
異方性媒質中の Maxwell の方程式を、平面波の合成という手法を用いて厳密
に解き、分散関係式を導出する。つぎに、この線路に沿って電磁波が導波され
るための異方性の媒質定数に関する条件式を明らかにし、誘電率テンソルおよ
び透磁率テンソルが満足すべき条件について論じる。ついで第3章においては、
方形線路などの3次元構造の線路に異方性の媒質が含まれている場合の電磁
波の伝搬について、第2章と同様に考察して、一般的な異方性媒質中の分散関
係式を導出し、この3次元構造の線路に沿って電磁波が導波されるための媒
質定数に関する条件式を明らかにする⁽³⁵⁾。

第4章では、異方性誘電体スラブ線路における電磁波モードを詳しく解析す
る^{(33)~(35)}。さきにも述べたように、光集積回路素子の開発に関連して異方性
媒質を用いた線路がいくつか提案されているが、波動論的に厳密な解析はまだ
充分になされていない。そこで、2次元構造の線路の代表例である誘電体ス
ラブ線路を例にとり、スラブが異方性誘電体の場合、基板が異方性誘電体の場
合、およびスラブと基板がともに異方性誘電体の場合のそれぞれについて、伝
送電磁波モードを波動論にしたがって厳密に解析を行ない、伝搬モード特性を
明らかにする。まず、各領域における電磁界表示式を求め、境界条件を適用す
ることによりこの線路の特性方程式を導出する。さらに、伝搬定数および電磁
界分布の具体的な数値計算例を示し、等方性誘電体スラブ線路とは異なった新
しいモード特性を明らかにする。また、異方性誘電体を用いることによって得
られる伝搬モード特性を利用した、簡単なモードフィルタへの適用例を示す^{(36),(37)}。

最近、光集積回路素子への適用という意味から、誘電体方形線路における電
磁波モードの解析が活発に行なわれている。これは元来、光集積回路に適用さ
れる場合には方形線路のような3次元構造の線路であろうと予測された⁽¹¹⁾

にもかかわらず，製作上および解析上の困難さのため，もっぱら2次元の構造の線路に関心が注がれていた．ところが，半導体製作技術が進歩し，大型計算機の発達に伴い高速度・高密度の数値計算が行なえるようになったことから，3次元の構造の線路が顧みられ，伝搬モードについていくつかの数値解析例が報告されはじめている^{(38)~(44)}．そこで第5章では，3次元の構造を有する線路の典型である方形線路に異方性誘電体を用いた場合の電磁波モードを解析する⁽⁴⁵⁾．まず，誘電体方形線路において基板が一軸性結晶の場合、つづいて方形部が一軸性結晶の場合について，電磁界表示式および特性方程式を導出して解析的近似解が得られることを示す．さらに具体的な数値計算例によって伝搬定数の様子を明らかにする．

第 2 章 異方性媒質中における波動伝搬

— 2 次元線路の場合 —

2.1 緒 言

異方性媒質中における電磁波の波動伝搬については、プラズマ層および結晶材料などにおいて無限あるいは半無限領域内の伝搬の様子は数多く報告されている。また、導波路に異方性の媒質が含まれた場合の解析例として、テンソル透磁率をもつ媒質についての解析がいくつかなされている。例えば、フェライトに直流磁界を印加した場合の解析⁽¹⁷⁾などがその例である。また最近では、フェライトを用いたマイクロ波回路素子⁽³¹⁾や、磁気光学効果を用いた非相反回路素子についての検討⁽³²⁾もなされている。しかしながら、一般的な異方性媒質を含む導波路における電磁波の伝搬についての解析は、充分にはなされていない。

そこで本章では、スラブ線路のような 2 次元構造の線路に異方性媒質が含まれた場合の電磁波の伝搬について考察する^{(33), (34)}。まず、異方性媒質内の Maxwell の方程式を、平面波の合成により厳密に解き、分散関係式を導出する。つぎに、この線路に沿って電磁波が導波されるための異方性の媒質定数に関する条件式を明らかにし、誘電率テンソルおよび透磁率テンソルが満足すべき条件を示す。

2.2 分散関係式

線路の形状が横断面内の一方向に一様であるような 2 次元構造の線路に、異方性媒質が含まれた場合の電磁波モードを考える。例えば、図 2.1 に示すように、線路の形状が y 方向に一様であり、電磁波が z 方向に伝送される 3 層構造のスラブ線路がその例である。いま、簡単のため、異方性媒質中の誘電率および透磁率のうちのどちらか一方、例えば透磁率 μ が等方性の場合を考え、また誘電率はテンソルの $\hat{\epsilon}$ であるとする。Maxwell の方程式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \text{rot } \mathbf{H} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \text{rot } \mathbf{E} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

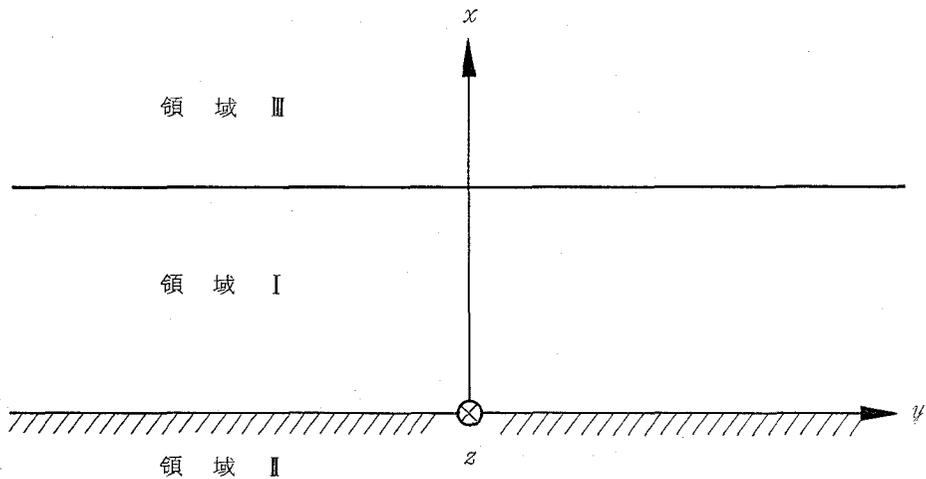


図 2. 1 2 次元の構造の線路

である。ここで、ベクトル \mathbf{D} 、 \mathbf{H} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{E} はそれぞれ電束密度、磁界、磁束密度、電界である。また、テンソル誘電率をもつ異方性誘電体であるから、次の構成関係式がなりたつ。

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.3)$$

式 (2.1) は定数係数の線形微分方程式であるので、電磁波モードの電磁界は次式に示すように平面波の和で表わされる⁽⁴⁶⁾。

$$field \propto \left[\sum_{\beta_x} A e^{-j\beta_x x} \right] e^{-j\beta_z z} e^{j\omega t} \quad (2.4)$$

ここで、線路は y 方向には一様であるので、電磁界は y には依存しないとしている。また、 β_x および β_z はそれぞれ x および z 方向の伝搬定数であり、 ω と

t は角周波数と時間である。したがって、伝送電磁波モードを構成するそれぞれの平面波成分 $e^{-j\beta_x x} e^{-j\beta_z z} e^{j\omega t}$ については、

$$\frac{\partial}{\partial x} = -j\beta_x, \quad \frac{\partial}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z} = -j\beta_z, \quad \frac{\partial}{\partial t} = j\omega \quad (2.5)$$

とおくことができる。以下の解析では、電磁波モードを構成する平面波成分について考えることにする。式(2.5)および式(2.2), (2.3)を Maxwell の方程式(2.1)に適用すると次式のようなになる。

$$\begin{bmatrix} \omega \varepsilon_{xx} & \omega \varepsilon_{xy} & \omega \varepsilon_{xz} & 0 & -\beta_z & 0 \\ \omega \varepsilon_{yx} & \omega \varepsilon_{yy} & \omega \varepsilon_{yz} & \beta_z & 0 & -\beta_x \\ \omega \varepsilon_{zx} & \omega \varepsilon_{zy} & \omega \varepsilon_{zz} & 0 & \beta_x & 0 \\ 0 & \beta_z & 0 & \omega \mu & 0 & 0 \\ -\beta_z & 0 & \beta_x & 0 & \omega \mu & 0 \\ 0 & -\beta_x & 0 & 0 & 0 & \omega \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2.6)$$

上式は同次連立一次方程式であり、非自明な解をもつための条件は、左辺の正行列の行列式が0になることである。この条件より、次式で示される分散関係式が得られる。

$$\begin{aligned} & \{ k_{xx}^2 k_{yy}^2 k_{zz}^2 + k_{xy}^2 k_{yz}^2 k_{zx}^2 + k_{yx}^2 k_{zy}^2 k_{xz}^2 \\ & - k_{xx}^2 k_{yz}^2 k_{zy}^2 - k_{yy}^2 k_{zx}^2 k_{xz}^2 - k_{zz}^2 k_{xy}^2 k_{yx}^2 \} \\ & - \{ (k_{xx}^2 k_{yy}^2 + k_{xx}^2 k_{zz}^2 - k_{xy}^2 k_{yx}^2 - k_{xz}^2 k_{zx}^2) \beta_x^2 \\ & + (k_{zz}^2 k_{xx}^2 + k_{zz}^2 k_{yy}^2 - k_{zx}^2 k_{xz}^2 - k_{xy}^2 k_{yz}^2) \beta_z^2 \\ & + (k_{yy}^2 k_{zx}^2 + k_{yy}^2 k_{xz}^2 - k_{xy}^2 k_{yz}^2 - k_{yx}^2 k_{zy}^2) \beta_x \beta_z \} \\ & + \{ k_{xx}^2 \beta_x^4 + k_{zz}^2 \beta_z^4 + (k_{xx}^2 + k_{zz}^2) \beta_x^2 \beta_z^2 \\ & + (k_{xz}^2 + k_{zx}^2) (\beta_x^2 + \beta_z^2) \beta_x \beta_z \} = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

ここで、 $k_{xx}^2 = \omega^2 \epsilon_{xx} \mu$ 、 $k_{xy}^2 = \omega^2 \epsilon_{xy} \mu$ などである。

2.3 媒質定数に関する条件式

分散関係式(2.7)は β_x に関する4次方程式であるので、 β_z を1つ定めることにより β_x は4根求められる。いま、それらの根を β_{x_i} ($i=1, 2, 3, 4$)と表わすことにすれば、式(2.4)で表わされる異方性媒質中の電磁界は次のようになる。

$$field \propto \left[\sum_{i=1}^4 A_i e^{-j\beta_{x_i} x} \right] e^{-j\beta_z z} e^{j\omega t} \quad (2.8)$$

ここで電磁界がこの線路に沿って z 方向に導波されるためには、式(2.8)において、[]内が実関数でなければならない。ただし、ここでいう z 方向へ導波される波とは、その位相速度が z 方向を向いており、かつ z 方向に減衰のない波のことである。そのためには、 β_x が分散関係式(2.7)の解であれば、 $-\beta_x^*$ もまた式(2.7)の解でなければならない。ここで*印は複素共役をあらわす。以上のことから、式(2.7)が実係数の4次方程式であることを考慮して、式(2.7)の奇数次項が0であるという条件が得られる。つまり、

$$k_{xz}^2 + k_{zx}^2 = 0 \quad (2.9)$$

$$\text{かつ} \quad k_{xy}^2 k_{yz}^2 + k_{yx}^2 k_{zy}^2 = 0 \quad (2.10)$$

となる。いま、線路が無損失であり、また、誘電率テンソルが実数であるとすれば対称テンソルとなり、式(2.9)、(2.10)はそれぞれ

$$\epsilon_{xz} = \epsilon_{zx} = 0$$

$$\text{かつ} \quad \epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = 0 \quad \text{または} \quad \epsilon_{yz} = \epsilon_{zy} = 0$$

となる。すなわち、異方性誘電体中を電磁波モードが導波されるためには、誘電率テンソルは次の形でなければならない。

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

または

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ 0 & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

このうち、式(2.11)の場合、ポインティングベクトルは位相速度と同じ方向、つまり z 軸方向を向いているが、式(2.12)の場合には $y z$ 方向を向いている。

次に媒質定数のうちの1つ、例えば透磁率 $\hat{\mu}$ において、その非対角成分が純虚数の場合を考える。このとき、条件式(2.9)はつねに満足されており、したがって μ_{xz} についての制限がなくなり、透磁率テンソルのとり得る形として

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & -j\kappa_{xz} \\ 0 & \mu_{yy} & j\kappa_{yz} \\ j\kappa_{xz} & -j\kappa_{yz} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

または

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & j\kappa_{xy} & -j\kappa_{xz} \\ -j\kappa_{xy} & \mu_{yy} & 0 \\ j\kappa_{xz} & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

が得られる。また、式(2.13)および式(2.14)において、 $\kappa_{xz} = 0$ とした場合にはそれぞれ次のようになる。

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & j\kappa_{yz} \\ 0 & -j\kappa_{yz} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & j\kappa_{xy} & 0 \\ -j\kappa_{xy} & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

これらは例えばフェライトなどにおいて，式(2.15)は x 方向に，式(2.16)は z 方向にそれぞれ磁界を印加した場合にあたり，どちらも伝搬モードはハイブリッドモードである．一方，式(2.13)において $\kappa_{yz} = 0$ とおくか，または式(2.14)において $\kappa_{xy} = 0$ とした場合，つまり y 方向に磁界を印加した

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & -j\kappa_{xz} \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ j\kappa_{xz} & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

の場合と，さらに $\kappa_{xz} = 0$ とおいた場合

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

の2つの場合にかぎり， TE モードと TM モードの2つの伝搬モードをもつ線路となる⁽¹⁷⁾．このことは誘電率テンソルの場合についても同様に言える．

このように，テンソルの非対角成分が実数であるか，あるいは純虚数であるかによって，媒質定数に関する条件が異なってくるのがわかる．

2.4 結 言

本章では，スラブ線路のような2次元の構造を有する線路に異方性媒質が含まれた場合の電磁波の伝搬について考察した．まず，異方性媒質内のMaxwellの方程式を平面波の合成により厳密に解き，分散関係式を導出した．つぎに，この線路に沿って電磁波が導波されるための，異方性の媒質定数に関する条件式を明らかにし，誘電率テンソルおよび透磁率テンソルが満足すべき条件を示した．

第 3 章 異方性媒質中における波動伝搬

— 3 次元線路の場合 —

3.1 緒 言

最近の半導体製作技術の進歩により，光集積回路に適した方形線路のような 3 次元的構造の線路が種々製作されつつあり，また，電磁波モードについても，いくつかの数値解法がなされている^{(38)~(44)}。本章では，3 次元的構造を有する線路に異方性媒質が含まれた場合の電磁波の伝搬について，第 2 章と同様に考察し，一般的な異方性媒質中での分散関係式を導出する。さらに，この線路に沿って電磁波が導波されるための異方性の媒質定数に関する条件式を明らかにする。

3.2 分散関係式

形状が 3 次元的構造であるような線路において，異方性の媒質が含まれている場合の電磁波モードを考える。例えば，図 3.1 に示すように，伝搬方向が z 軸方向であり，形状が x および y 方向に境界をもつ方形線路がその例である。

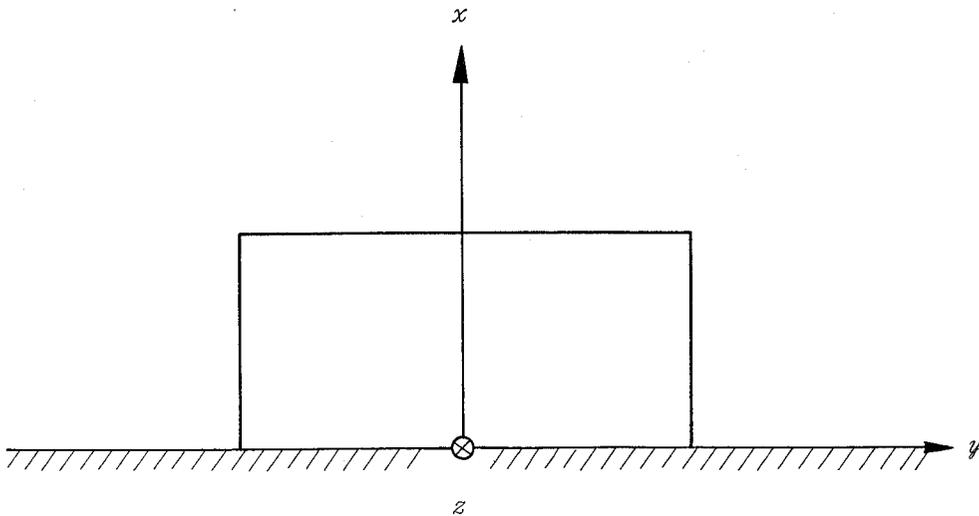


図 3.1 3 次元的構造の線路

いま，異方性媒質中において，誘電率および透磁率がそれぞれテンソルの誘電率 $\hat{\epsilon}$ およびテンソルの透磁率 $\hat{\mu}$ で表わされるような一般的な場合を考える．ここで，異方性媒質は無損失であるとすれば， $\hat{\epsilon}$ および $\hat{\mu}$ はともにエルミートのである．したがって，一般的な異方性媒質中では次式で表わされる構成関係式がなりたつ．

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz}^* \\ \epsilon_{xy}^* & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz}^* & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz}^* \\ \mu_{xy}^* & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{xz} & \mu_{yz}^* & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

ただし，*印は複素共役をあらわしている．また，Maxwellの方程式(2.1)は定数係数の線形微分方程式であるので，電磁波モードの電磁界は次式に示すように平面波の和で表わされる(46)．

$$field \propto \left[\sum_{\beta_x} \sum_{\beta_y} A(\beta_x, \beta_y) e^{-j(\beta_x x + \beta_y y)} \right] e^{-j\beta_z z} e^{j\omega t} \quad (3.3)$$

ここで β_x ， β_y ， β_z はそれぞれ x ， y ， z 方向の伝搬定数であり， ω と t は角周波数と時間である．また， A は β_x と β_y の関数であり，振幅をあらわす．したがって，伝送電磁波モードを構成するそれぞれの平面波成分

$$e^{-j(\beta_x x + \beta_y y + \beta_z z - \omega t)}$$

については，

$$\frac{\partial}{\partial x} = -j\beta_x, \quad \frac{\partial}{\partial y} = -j\beta_y, \quad \frac{\partial}{\partial z} = -j\beta_z, \quad \frac{\partial}{\partial t} = j\omega \quad (3.4)$$

とおくことができる．以下の解析においては，電磁波モードを構成する平面波成分について考えることにする．式(3.4)および式(3.1)，(3.2)を

Maxwell の方程式 (2.1) に適用すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \omega \epsilon_{xx} & \omega \epsilon_{xy} & \omega \epsilon_{xz}^* & 0 & -\beta_z & \beta_y \\ \omega \epsilon_{xy}^* & \omega \epsilon_{yy} & \omega \epsilon_{yz} & \beta_z & 0 & -\beta_x \\ \omega \epsilon_{xz} & \omega \epsilon_{yz}^* & \omega \epsilon_{zz} & -\beta_y & \beta_x & 0 \\ 0 & \beta_z & -\beta_y & \omega \mu_{xx} & \omega \mu_{xy} & \omega \mu_{xz}^* \\ -\beta_z & 0 & \beta_x & \omega \mu_{xy}^* & \omega \mu_{yy} & \omega \mu_{yz} \\ \beta_y & -\beta_x & 0 & \omega \mu_{xz} & \omega \mu_{yz}^* & \omega \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = 0 \quad (3.5)$$

上式は同次連立一次方程式であり，非自明な解をもつための条件は，左辺の正
 方形列の行列式が 0 になることである。この条件より，次式で示される β_x, β_y
 に関する分散関係式が得られる。

$$\begin{aligned} & \{ (a_1 \beta_x^4 + a_2 \beta_x^3 \beta_y + a_3 \beta_x^2 \beta_y^2 + a_4 \beta_x \beta_y^3 + a_5 \beta_y^4) \\ & \quad + (a_6 \beta_x^2 + a_7 \beta_x \beta_y + a_8 \beta_y^2) + a_9 \} \\ & + \{ (b_1 \beta_x^3 + b_2 \beta_x^2 \beta_y + b_3 \beta_x \beta_y^2 + b_4 \beta_y^3) \\ & \quad + (b_5 \beta_x + b_6 \beta_y) \} = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで，係数 a_i, b_i は媒質定数 $\hat{\epsilon}, \hat{\mu}$ と β_z, ω とで表わされる定数であり，
 それぞれ次のようになる。

$$\begin{aligned} a_1 &= \omega^2 \epsilon_{xx} \mu_{xx} \\ a_2 &= \omega^2 \{ \epsilon_{xx} (\mu_{xy} + \mu_{xy}^*) + \mu_{xx} (\epsilon_{xy} + \epsilon_{xy}^*) \} \\ a_3 &= \omega^2 \{ (\epsilon_{xx} \mu_{yy} + \epsilon_{yy} \mu_{xx}) + (\epsilon_{xy} + \epsilon_{xy}^*) (\mu_{xy} + \mu_{xy}^*) \} \\ a_4 &= \omega^2 \{ \epsilon_{yy} (\mu_{xy} + \mu_{xy}^*) + \mu_{yy} (\epsilon_{xy} + \epsilon_{xy}^*) \} \\ a_5 &= \omega^2 \epsilon_{yy} \mu_{yy} \\ a_6 &= \beta_z^2 \omega^2 \{ (\epsilon_{xx} \mu_{zz} + \epsilon_{zz} \mu_{xx}) + (\epsilon_{xz} + \epsilon_{xz}^*) (\mu_{xz} + \mu_{xz}^*) \} \\ & + \omega^4 \{ -\epsilon_{xx} \mu_{xx} (\epsilon_{yy} \mu_{zz} + \epsilon_{zz} \mu_{yy}) + \epsilon_{xx} \mu_{xx} (\epsilon_{yz} \mu_{yz} + \epsilon_{yz}^* \mu_{yz}^*) \\ & \quad + \epsilon_{xx} (\epsilon_{yy} \mu_{xz} \mu_{xz}^* + \epsilon_{zz} \mu_{xy} \mu_{xy}^*) + \mu_{xx} (\mu_{yy} \epsilon_{xz} \epsilon_{xz}^* + \mu_{zz} \epsilon_{xy} \epsilon_{xy}^*) \\ & \quad - \epsilon_{xx} (\epsilon_{yz}^* \mu_{xz} \mu_{xy} + \epsilon_{yz} \mu_{xz}^* \mu_{xy}^*) - \mu_{xx} (\epsilon_{xz} \epsilon_{xy} \mu_{yz}^* + \epsilon_{xz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{yz}) \\ & \quad + (\epsilon_{xz} \epsilon_{xy} \mu_{xz} \mu_{xy} + \epsilon_{xz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{xz}^* \mu_{xy}^*) - (\epsilon_{xy} \epsilon_{xy}^* \mu_{xz} \mu_{xz}^* + \epsilon_{xz} \epsilon_{xz}^* \mu_{xy} \mu_{xy}^*) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_7 = & \beta_z^2 \omega^2 \{ \epsilon_{zz} (\mu_{xy} + \mu_{xy}^*) + \mu_{zz} (\epsilon_{xy} + \epsilon_{xy}^*) \\
& + (\epsilon_{yz} + \epsilon_{yz}^*) (\mu_{xz} + \mu_{xz}^*) + (\epsilon_{xz} + \epsilon_{xz}^*) (\mu_{yz} + \mu_{yz}^*) \} \\
& + \omega^4 \{ -\epsilon_{xx} \epsilon_{yy} \mu_{zz} (\mu_{xy} + \mu_{xy}^*) - \epsilon_{zz} \mu_{xx} \mu_{yy} (\epsilon_{xy} + \epsilon_{xy}^*) \\
& + \epsilon_{xx} \epsilon_{yy} (\mu_{yz} \mu_{xz} + \mu_{yz}^* \mu_{xz}^*) + \mu_{xx} \mu_{yy} (\epsilon_{yz} \epsilon_{xz} + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xz}^*) \\
& - \epsilon_{xx} \mu_{yy} (\epsilon_{yz} \mu_{xz}^* + \epsilon_{yz}^* \mu_{xz}) - \epsilon_{yy} \mu_{xx} (\epsilon_{xz} \mu_{yz}^* + \epsilon_{xz}^* \mu_{yz}) \\
& + \epsilon_{zz} \mu_{xy} \mu_{xy}^* (\epsilon_{xy} + \epsilon_{xy}^*) + \epsilon_{xy} \epsilon_{xy}^* \mu_{zz} (\mu_{xy} + \mu_{xy}^*) \\
& + \epsilon_{xx} (\epsilon_{yz} \mu_{yz} \mu_{xy} + \epsilon_{yz}^* \mu_{yz}^* \mu_{xy}^*) + \mu_{xx} (\epsilon_{yz} \epsilon_{xy} \mu_{yz} + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{yz}^*) \\
& + \epsilon_{yy} (\epsilon_{xz} \mu_{xz} \mu_{xy} + \epsilon_{xz}^* \mu_{xz}^* \mu_{xy}^*) + \mu_{yy} (\epsilon_{xz} \epsilon_{xy} \mu_{xz} + \epsilon_{xz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{xz}^*) \\
& - \epsilon_{xy} \epsilon_{xy}^* (\mu_{yz} \mu_{xz} + \mu_{yz}^* \mu_{xz}^*) - \mu_{xy} \mu_{xy}^* (\epsilon_{yz} \epsilon_{xz} + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xz}^*) \\
& - (\epsilon_{yz} \epsilon_{xy} \mu_{xz}^* \mu_{xy}^* + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{xz} \mu_{xy}) - (\epsilon_{xz} \epsilon_{xy} \mu_{yz}^* \mu_{xy}^* + \epsilon_{xz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{yz} \mu_{xy}) \} \\
a_8 = & \beta_z^2 \omega^2 \{ (\epsilon_{yy} \mu_{zz} + \epsilon_{zz} \mu_{yy}) + (\epsilon_{yz} + \epsilon_{yz}^*) (\mu_{yz} + \mu_{yz}^*) \} \\
& + \omega^4 \{ -\epsilon_{yy} \mu_{yy} (\epsilon_{xx} \mu_{zz} + \epsilon_{zz} \mu_{xx}) + \epsilon_{yy} \mu_{yy} (\epsilon_{xz} \mu_{xz} + \epsilon_{xz}^* \mu_{xz}^*) \\
& + \epsilon_{yy} (\epsilon_{xx} \mu_{yz} \mu_{yz}^* + \epsilon_{zz} \mu_{xy} \mu_{xy}^*) + \mu_{yy} (\mu_{xx} \epsilon_{yz} \epsilon_{yz}^* + \mu_{zz} \epsilon_{xy} \epsilon_{xy}^*) \\
& - \epsilon_{yy} (\epsilon_{xz}^* \mu_{yz} \mu_{xy} + \epsilon_{xz} \mu_{yz}^* \mu_{xy}^*) - \mu_{yy} (\epsilon_{yz} \epsilon_{xy} \mu_{xz}^* + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{xz}) \\
& + (\epsilon_{yz} \epsilon_{xy} \mu_{yz}^* \mu_{xy} + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{yz} \mu_{xy}^*) - (\epsilon_{xy} \epsilon_{xy}^* \mu_{yz} \mu_{yz}^* + \epsilon_{yz} \epsilon_{yz}^* \mu_{xy} \mu_{xy}^*) \} \\
a_9 = & \beta_z^4 \omega^2 \epsilon_{zz} \mu_{zz} \\
& + \beta_z^2 \omega^4 \{ -\epsilon_{zz} \mu_{zz} (\epsilon_{xx} \mu_{yy} + \epsilon_{yy} \mu_{xx}) + \epsilon_{zz} \mu_{zz} (\epsilon_{xy} \mu_{xy} + \epsilon_{xy}^* \mu_{xy}^*) \\
& + \epsilon_{zz} (\epsilon_{xx} \mu_{yz} \mu_{yz}^* + \epsilon_{yy} \mu_{xz} \mu_{xz}^*) + \mu_{zz} (\mu_{xx} \epsilon_{yz} \epsilon_{yz}^* + \mu_{yy} \epsilon_{xz} \epsilon_{xz}^*) \\
& - \epsilon_{zz} (\epsilon_{xy}^* \mu_{yz} \mu_{xz} + \epsilon_{xy} \mu_{yz}^* \mu_{xz}^*) - \mu_{zz} (\epsilon_{yz} \epsilon_{xz} \mu_{xy}^* + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xz}^* \mu_{xy}) \\
& - (\epsilon_{xz} \epsilon_{xz}^* \mu_{yz} \mu_{yz}^* + \epsilon_{yz} \epsilon_{yz}^* \mu_{xz} \mu_{xz}^*) + (\epsilon_{yz} \epsilon_{xz} \mu_{yz}^* \mu_{xz} + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xz}^* \mu_{yz} \mu_{xz}^*) \} \\
& + \omega^6 \{ \det(\hat{\epsilon}) \cdot \det(\hat{\mu}) \} \\
b_1 = & \beta_z \omega^2 \{ \epsilon_{xx} (\mu_{xz} + \mu_{xz}^*) + \mu_{xx} (\epsilon_{xz} + \epsilon_{xz}^*) \} \\
b_2 = & \beta_z \omega^2 \{ \epsilon_{xx} (\mu_{yz} + \mu_{yz}^*) + \mu_{xx} (\epsilon_{yz} + \epsilon_{yz}^*) \\
& + (\epsilon_{xy} + \epsilon_{xy}^*) (\mu_{xz} + \mu_{xz}^*) + (\epsilon_{xz} + \epsilon_{xz}^*) (\mu_{xy} + \mu_{xy}^*) \} \\
b_3 = & \beta_z \omega^2 \{ \epsilon_{yy} (\mu_{xz} + \mu_{xz}^*) + \mu_{yy} (\epsilon_{xz} + \epsilon_{xz}^*) \\
& + (\epsilon_{xy} + \epsilon_{xy}^*) (\mu_{yz} + \mu_{yz}^*) + (\epsilon_{yz} + \epsilon_{yz}^*) (\mu_{xy} + \mu_{xy}^*) \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_4 &= \beta_z \omega^2 \{ \epsilon_{yy} (\mu_{yz} + \mu_{yz}^*) + \mu_{yy} (\epsilon_{yz} + \epsilon_{yz}^*) \} \\
b_5 &= \beta_z^3 \omega^2 \{ \epsilon_{zz} (\mu_{xz} + \mu_{xz}^*) + \mu_{zz} (\epsilon_{xz} + \epsilon_{xz}^*) \} \\
&+ \beta_z \omega^4 \{ -\epsilon_{xx} \epsilon_{zz} \mu_{yy} (\mu_{xz} + \mu_{xz}^*) - \epsilon_{yy} \mu_{xx} \mu_{zz} (\epsilon_{xz} + \epsilon_{xz}^*) \\
&\quad + \epsilon_{xx} \epsilon_{zz} (\mu_{yz} \mu_{xy} + \mu_{yz}^* \mu_{xy}^*) + \mu_{xx} \mu_{zz} (\epsilon_{yz} \epsilon_{xy} + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xy}^*) \\
&\quad - \epsilon_{xx} \mu_{zz} (\epsilon_{yz} \mu_{xy}^* + \epsilon_{yz}^* \mu_{xy}) - \epsilon_{zz} \mu_{xx} (\epsilon_{xy} \mu_{yz}^* + \epsilon_{xy}^* \mu_{yz}) \\
&\quad + \epsilon_{yy} (\epsilon_{xz} + \epsilon_{xz}^*) \mu_{xz} \mu_{xz}^* + \mu_{yy} (\mu_{xz} + \mu_{xz}^*) \epsilon_{xz} \epsilon_{xz}^* \\
&\quad + \epsilon_{xx} (\epsilon_{yz} \mu_{yz} \mu_{xz} + \epsilon_{yz}^* \mu_{yz}^* \mu_{xz}^*) + \epsilon_{zz} (\epsilon_{xy} \mu_{xz} \mu_{xy} + \epsilon_{xy}^* \mu_{xz}^* \mu_{xy}^*) \\
&\quad + \mu_{xx} (\epsilon_{yz} \epsilon_{xz} \mu_{yz} + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xz}^* \mu_{yz}^*) + \mu_{zz} (\epsilon_{xz} \epsilon_{xy} \mu_{xy} + \epsilon_{xz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{xy}^*) \\
&\quad - (\epsilon_{yz} \epsilon_{xy} + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xy}^*) \mu_{xz} \mu_{xz}^* - (\mu_{yz} \mu_{xy} + \mu_{yz}^* \mu_{xy}^*) \epsilon_{xz} \epsilon_{xz}^* \\
&\quad - (\epsilon_{xz} \epsilon_{xy} \mu_{yz}^* \mu_{xz}^* + \epsilon_{xz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{yz} \mu_{xz}) \\
&\quad - (\epsilon_{yz} \epsilon_{xz} \mu_{xz}^* \mu_{xy}^* + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xz} \mu_{xz} \mu_{xy}) \} \\
b_6 &= \beta_z^3 \omega^2 \{ \epsilon_{zz} (\mu_{yz} + \mu_{yz}^*) + \mu_{zz} (\epsilon_{yz} + \epsilon_{yz}^*) \} \\
&+ \beta_z \omega^4 \{ -\epsilon_{yy} \epsilon_{zz} \mu_{xx} (\mu_{yz} + \mu_{yz}^*) - \epsilon_{xx} \mu_{yy} \mu_{zz} (\epsilon_{yz} + \epsilon_{yz}^*) \\
&\quad + \epsilon_{yy} \epsilon_{zz} (\mu_{xz} \mu_{xy} + \mu_{xz}^* \mu_{xy}^*) + \mu_{yy} \mu_{zz} (\epsilon_{xz} \epsilon_{xy} + \epsilon_{xz}^* \epsilon_{xy}^*) \\
&\quad - \epsilon_{yy} \mu_{zz} (\epsilon_{xz} \mu_{xy}^* + \epsilon_{xz}^* \mu_{xy}) - \epsilon_{zz} \mu_{yy} (\epsilon_{xy} \mu_{xz}^* + \epsilon_{xy}^* \mu_{xz}) \\
&\quad + \epsilon_{xx} (\epsilon_{yz} + \epsilon_{yz}^*) \mu_{yz} \mu_{yz}^* + \mu_{xx} (\mu_{yz} + \mu_{yz}^*) \epsilon_{yz} \epsilon_{yz}^* \\
&\quad + \epsilon_{yy} (\epsilon_{xz} \mu_{yz} \mu_{xz} + \epsilon_{xz}^* \mu_{yz}^* \mu_{xz}^*) + \epsilon_{zz} (\epsilon_{xy} \mu_{yz} \mu_{xy} + \epsilon_{xy}^* \mu_{yz}^* \mu_{xy}^*) \\
&\quad + \mu_{yy} (\epsilon_{yz} \epsilon_{xz} \mu_{xz} + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xz}^* \mu_{xz}^*) + \mu_{zz} (\epsilon_{yz} \epsilon_{xy} \mu_{xy} + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{xy}^*) \\
&\quad - (\epsilon_{xz} \epsilon_{xy} + \epsilon_{xz}^* \epsilon_{xy}^*) \mu_{yz} \mu_{yz}^* - (\mu_{xz} \mu_{xy} + \mu_{xz}^* \mu_{xy}^*) \epsilon_{yz} \epsilon_{yz}^* \\
&\quad - (\epsilon_{yz} \epsilon_{xy} \mu_{yz}^* \mu_{xz}^* + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xy}^* \mu_{yz} \mu_{xz}) \\
&\quad - (\epsilon_{yz} \epsilon_{xz} \mu_{yz}^* \mu_{xy}^* + \epsilon_{yz}^* \epsilon_{xz} \mu_{yz} \mu_{xy}) \}
\end{aligned}$$

3.3 媒質定数に関する条件式

式(3.3)で表わされる電磁界が z 方向に導波されるためには、式(3.8)における x と y に関する項〔 〕が実関数でなければならない。ただし、ここでいう z 方向へ導波される波とは、その位相速度が z 方向を向いており、かつ z 方向に減衰のない波のことである。そのためには、一つの平面波成分

$A e^{-j(\beta_x x + \beta_y y)}$ の項について、この複素共役項 $\{A e^{-j(\beta_x x + \beta_y y)}\}^*$ が存在すればよい。したがって、 (β_x, β_y) が分散関係式 (3.6) の解であれば、 $(-\beta_x^*, -\beta_y^*)$ もまた式 (3.6) の解でなければならない。さらに、式 (3.6) が実係数の 4 次方程式であるから、上記の 2 つの根の共役複素根もそれぞれ式 (3.6) の解でなければならない。以上のことより、 $a_1 = \omega^2 \epsilon_{xx} \mu_{xx} \neq 0$ を考慮して、式 (3.6) の奇数次項 b_i ($i = 1 \sim 6$) が 0 であるという条件が得られ、これより電磁界が z 方向に導波されるための媒質定数 $\hat{\epsilon}$, $\hat{\mu}$ に関する次の条件式が得られる。

$$\epsilon_{yz} = \epsilon_{xz} = \mu_{yz} = \mu_{xz} = 0 \quad (3.7)$$

または

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\epsilon_{yz}) &= \operatorname{Re}(\epsilon_{xz}) = \operatorname{Im}(\epsilon_{xy}) \\ &= \operatorname{Re}(\mu_{yz}) = \operatorname{Re}(\mu_{xz}) = \operatorname{Im}(\mu_{xy}) = 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

すなわち、式 (3.7) または式 (3.8) が満足されるときにのみ、 z 方向に導波される電磁波が存在することになる。

例えば、誘電率 $\hat{\epsilon}$ および透磁率 $\hat{\mu}$ がともに実数の場合には、

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & 0 \\ \mu_{xy} & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

となり、誘電率 $\hat{\epsilon}$ が実数であり、かつ透磁率 $\hat{\mu}$ の非対角成分が純虚数の場合には、

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & -j\kappa_{xz} \\ 0 & \mu_{yy} & j\kappa_{yz} \\ j\kappa_{xz} & -j\kappa_{yz} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

または

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & j\kappa_{xy} & 0 \\ -j\kappa_{xy} & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

となる。このように，3次元の構造の線路における媒質定数に関する条件式 (3.7)，(3.8) を満足するテンソル形は，非対角成分が実数であるか，あるいは純虚数であるかによって異なるのがわかる。

3.4 結 言

本章では，方形線路のように3次元の構造を有する線路に，異方性媒質が含まれた場合の電磁波の伝搬について考察した。まず，一般的な異方性媒質内の Maxwell の方程式を，第2章と同様に平面波の合成により厳密に解き，分散関係式を導出した。つぎに，この線路に沿って電磁波が導波されるための，異方性の媒質定数に関する条件式を明らかにした。その結果，テンソルの非対角成分が実数であるか，あるいは純虚数であるかによって，媒質定数のテンソル形が異なることが明らかとなった。

第 4 章 異方性誘電体スラブ線路における 電磁波モードの解析

4.1 緒 言

誘電体薄膜線路は小型で安定な光導波路として、光集積回路に不可欠なものと考えられており、また材料面の豊富さなどからも注目をあびている⁽¹⁵⁾。ところで、誘電体薄膜線路の研究⁽⁴⁷⁾において、従来から主として取り扱われてきたのは誘電体が等方性の場合であり、これは境界値問題としてすでに数多く解析されている^{(12),(13)}。しかし、誘電体が異方性の場合には、等方性の場合と比べて伝搬モードの特性に数々の興味深い現象が見られる。このことは光回路に適用される可能性を示しており、変調器および非相反回路素子を目的とした異方性媒質を含んだ光回路素子もいくつか検討されはじめている。例えば、 TE モード- TM モード間のモード変換器に異方性媒質を応用する提案^{(23)~(25),(48)}、変分法の手法を用いたモード結合に関する考察⁽²⁶⁾、電気光学効果を適用した光 IC 用変調器の設計⁽⁴⁹⁾、アイソレータ、サーキュレータなどの非相反回路素子を目的とするため磁気光学効果を適用した例⁽³²⁾、非相反回路素子の設計のための回路論的取り扱い^{(27),(28)}などが報告されている。しかしながら、このような異方性媒質を含んだ線路における伝搬モードの波動論的な解析は、充分には行なわれていない。

そこで本章では、3層構造からなる2次元線路の典型である誘電体スラブ線路に異方性誘電体を用いた場合の電磁波モードを、第2章で明らかにされた異方性媒質の媒質定数に関する条件式を考慮しながら、波動論的に詳しく解析する^{(33)~(37)}。まず、スラブが異方性誘電体の場合における電磁波モードを波動論にしたがって厳密に解析を行ない、各領域における電磁界表示式を求める。そして、境界条件を適用することによりその線路における特性方程式を導出する。さらに、誘電体結晶を用いたいくつかの具体例について数値計算を行ない、伝搬定数および電磁界分布の様子を明らかにする。つぎに誘電体スラブ線路において、基板が異方性誘電体の場合、およびスラブと基板がともに異方性誘電体の場合のそれぞれにおける電磁波モードを解析し、電磁界表示式および特性方程式を導出する。さらに、伝搬定数および電磁界分布の具体的な数値計算例

を示し、異方性誘電体を用いることによって得られる新しいモード特性を明らかにする。つぎに、異方性誘電体スラブ線路における伝搬モード特性を利用した、簡単なモードフィルタへの適用例を示す。

4.2 スラブが異方性誘電体の場合^{(33),(34),(35)}

4.2.1 電磁界表示式

図4.1に示すように、厚さ d の異方性誘電体スラブと、その両側に接する等方性誘電体Iおよび等方性誘電体IIからなる3層構造の線路を考える。等方性誘電体IおよびIIの誘電率および透磁率はスカラーであり、それぞれ ϵ_1, μ ,

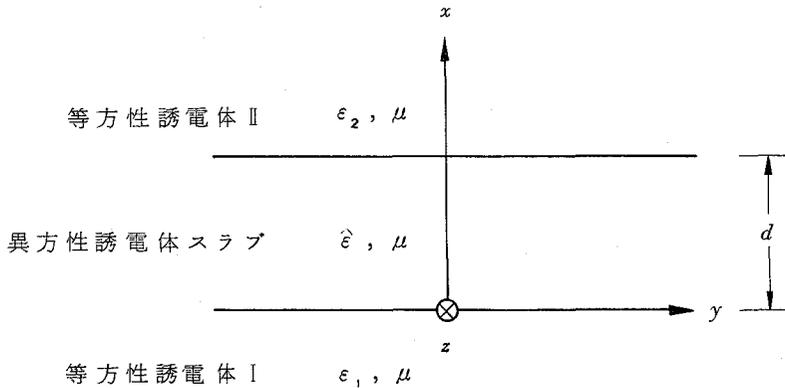


図4.1 異方性誘電体スラブ線路

および ϵ_2, μ で与えられている。また、異方性誘電体スラブにおいては、誘電率テンソルの各成分が実数であり、透磁率は等方性誘電体IおよびIIと同じスカラーの透磁率 μ であるとする。このとき、誘電率テンソル $\hat{\epsilon}$ が

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

であるとすれば、このテンソル形は第2章で明らかにされたように、 z 方向に

導波されるための条件を満たしている*。また、図4.1において線路はy方向には一様であり、したがって電磁界はyには依存しないので $\beta_y = 0$ である。そこで、Maxwellの方程式(2.1)は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \omega \epsilon_{xx} & \omega \epsilon_{xy} & 0 & 0 & -\beta_z & 0 \\ \omega \epsilon_{xy} & \omega \epsilon_{yy} & 0 & \beta_z & 0 & -\beta_x \\ 0 & 0 & \omega \epsilon_{zz} & 0 & \beta_x & 0 \\ 0 & \beta_z & 0 & \omega \mu & 0 & 0 \\ -\beta_z & 0 & \beta_x & 0 & \omega \mu & 0 \\ 0 & -\beta_x & 0 & 0 & 0 & \omega \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = 0 \quad (4.2)$$

また、分散関係式は次のようになる。

$$(k_{xx}^2 k_{zz}^2 - k_{xx}^2 \beta_x^2 - k_{zz}^2 \beta_z^2)(k_{yy}^2 - \beta_x^2 - \beta_z^2) - k_{xy}^4 (k_{zz}^2 - \beta_x^2) = 0 \quad (4.3)$$

式(4.2)を構成する6個の同次連立一次方程式は、式(4.3)の条件を付加しているので1個は冗長である。そこで任意の1個を省いて、 E_x, E_y, E_z, H_x, H_y を H_z であらわすと、たとえば次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \omega \epsilon_{xx} & \omega \epsilon_{xy} & 0 & 0 & -\beta_z \\ \omega \epsilon_{xy} & \omega \epsilon_{yy} & 0 & \beta_z & 0 \\ 0 & 0 & \omega \epsilon_{zz} & 0 & \beta_x \\ 0 & \beta_z & 0 & \omega \mu & 0 \\ -\beta_z & 0 & \beta_x & 0 & \omega \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} H_z \quad (4.4)$$

式(4.3)から得られる β_x の4根、つまり $\beta_{x_1}, -\beta_{x_1}, \beta_{x_2}, -\beta_{x_2}$ のそれぞれに対応する平面波成分の一次結合より、 H_z を次のように表わすことができる。ただし、 $e^{-j\beta_z z} e^{j\omega t}$ は簡単化のため以下省略する。

* 式(4.1)の特別な形として、対角成分のみからなる誘電率テンソルがあるが、この場合については付録1で述べる。

$$H_z = \sum_{n=1}^2 [P_n e^{-j\beta_{x_n} x} + Q_n e^{j\beta_{x_n} x}] \quad (4.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで,} \quad A_n &= P_n + Q_n \\ B_n &= j(-P_n + Q_n) \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

なる A_n, B_n を導入すれば, 上式の H_z は次のようになる.

$$H_z = \sum_{n=1}^2 [A_n \cos \beta_{x_n} x + B_n \sin \beta_{x_n} x] \quad (4.7)$$

ただし, 係数 A_n, B_n は境界条件により求まる定数である. 式(4.5)を式(4.4)に代入し, 式(4.6)を考慮して他の電磁界成分を求めると次式のようになる.

$$\left. \begin{aligned} H_z &= \sum_{n=1}^2 [A_n \cos \beta_{x_n} x + B_n \sin \beta_{x_n} x] \\ E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} \sum_{n=1}^2 a_n [A_n \cos \beta_{x_n} x + B_n \sin \beta_{x_n} x] \\ H_y &= \sum_{n=1}^2 b_n [j A_n \sin \beta_{x_n} x - j B_n \cos \beta_{x_n} x] \\ E_y &= -\frac{\omega \mu}{\beta_z} \sum_{n=1}^2 c_n [j A_n \sin \beta_{x_n} x - j B_n \cos \beta_{x_n} x] \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

ただし

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{k_{xy}^2 \beta_z^2}{k_{xx}^2 k_{zz}^2 - k_{xx}^2 \beta_{x_n}^2 - k_{zz}^2 \beta_z^2} \\ b_n &= \frac{k_{xy}^2 k_{zz}^2}{k_{xx}^2 k_{zz}^2 - k_{xx}^2 \beta_{x_n}^2 - k_{zz}^2 \beta_z^2} \cdot \frac{\beta_z}{\beta_{x_n}} \\ c_n &= \frac{\beta_z}{\beta_{x_n}} \end{aligned}$$

上式からわかるように, 一般には $H_z \neq 0, E_z \neq 0$ であり, 電磁波モードはハ

イブリッドモードになっている。

さて、等方性誘電体 I 中の電磁界は周知のとおり、次式で与えられる⁽⁵⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned} H_z &= C e^{\alpha_1 x} \\ E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} D e^{\alpha_1 x} \\ H_y &= -j p D e^{\alpha_1 x} \\ E_y &= j \frac{\omega \mu}{\beta_z} q C e^{\alpha_1 x} \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

ただし、

$$p = -\frac{k_1^2}{\alpha_1 \beta_z}, \quad q = -\frac{\beta_z}{\alpha_1}$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\beta_z^2 - k_1^2} > 0, \quad k_1^2 = \omega^2 \epsilon_1 \mu$$

ここで、係数 C 、 D は境界条件によって決定される定数である。

また、等方性誘電体 II 中の電磁界は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} H_z &= E e^{-\alpha_2 x} \\ E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} F e^{-\alpha_2 x} \\ H_y &= -j r F e^{-\alpha_2 x} \\ E_y &= j \frac{\omega \mu}{\beta_z} s E e^{-\alpha_2 x} \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

ただし、

$$r = \frac{k_2^2}{\alpha_2 \beta_z}, \quad s = \frac{\beta_z}{\alpha_2}$$

$$\alpha_2 = \sqrt{\beta_z^2 - k_2^2} > 0, \quad k_2^2 = \omega^2 \epsilon_2 \mu$$

ここで、係数 E 、 F は境界条件によって決定される定数である。

このようにして、各媒質中における電磁界表示式が得られた。なお、電磁界の x 方向成分は、いずれの媒質中においても電磁界の y 方向成分から、次式に

よって求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} D_x &= \frac{\beta_z}{\omega} H_y \\ B_x &= -\frac{\beta_z}{\omega} E_y \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

4.2.2 特性方程式

境界面 $x=0$, および $x=d$ において, 電磁界の接線成分が連続であるという境界条件を前述の電磁界表示式に適用すると, 特性方程式, および係数 A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C , D , E , F が決定される。

特性方程式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} & \sin\beta_{x_1} d \cdot \sin\beta_{x_2} d \left\{ (b_1 c_2 - b_2 c_1)^2 + (a_1 - a_2)^2 p q r s - (a_1 b_2 c_2 + a_2 b_1 c_1)(ps+qr) \right. \\ & \quad \left. + (b_1^2 + b_2^2) q s + (a_1^2 c_2^2 + a_2^2 c_1^2) p r \right\} \\ & + \cos\beta_{x_1} d \cdot \cos\beta_{x_2} d \left\{ (a_1 - a_2)(b_1 c_2 - b_2 c_1)(pq+rs) - (a_1 b_1 c_2 + a_2 b_2 c_1)(ps+qr) \right. \\ & \quad \left. + 2(a_1 a_2 c_1 c_2 p r + b_1 b_2 q s) \right\} \\ & + \cos\beta_{x_1} d \cdot \sin\beta_{x_2} d \left[(b_1 c_2 - b_2 c_1) \{ a_1 c_2 (r-p) + b_2 (q-s) \} \right. \\ & \quad \left. + (a_1 - a_2) \{ a_2 c_1 p r (q-s) + b_1 q s (r-p) \} \right] \\ & + \sin\beta_{x_1} d \cdot \cos\beta_{x_2} d \left[(b_1 c_2 - b_2 c_1) \{ -a_2 c_1 (r-p) - b_1 (q-s) \} \right. \\ & \quad \left. + (a_1 - a_2) \{ -a_1 c_2 p r (q-s) - b_2 q s (r-p) \} \right] \\ & + (a_1 b_2 c_1 + a_2 b_1 c_2)(ps+qr) - 2(a_1 a_2 c_1 c_2 p r + b_1 b_2 q s) = 0 \quad (4.12) \end{aligned}$$

4.2.3 数値計算例および検討

ここでは, 4.2.1 および 4.2.2 で得られた電磁界表示式および特性方程式をもとに, スラブが式(4.1)で表わされる誘電率テンソルをもつ誘電体スラブ線路の場合について, 数値計算例によって電磁波モードの伝搬定数および電磁界分布を求める。

まず, 電気的主軸が ξ , η , ζ であり, 式(4.13)で表現される誘電率をもつ誘電体を考える。

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{\xi\xi} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\eta\eta} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\zeta\zeta} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

いま、図4.2のように、 ζ 軸を中心に ξ 軸および η 軸が角度 θ だけ回転した $x y z$ 座標系から見ると、この誘電体の誘電率は次式のようになる。

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

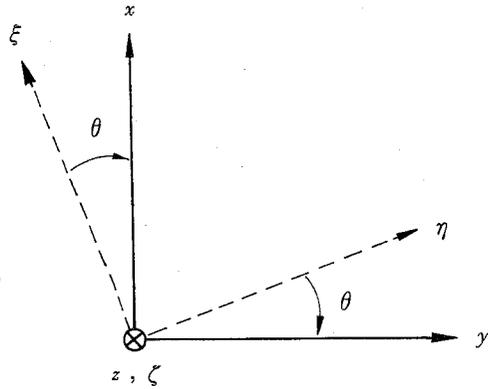


図4.2 座標系

ただし、

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_{\xi\xi} \cdot \cos^2 \theta + \epsilon_{\eta\eta} \cdot \sin^2 \theta \\ \epsilon_{xy} &= (\epsilon_{\xi\xi} - \epsilon_{\eta\eta}) \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \epsilon_{yy} &= \epsilon_{\eta\eta} \cdot \cos^2 \theta + \epsilon_{\xi\xi} \cdot \sin^2 \theta \\ \epsilon_{zz} &= \epsilon_{\zeta\zeta} \end{aligned}$$

具体的な伝送線路として、誘電率 ϵ_1 なる等方性誘電体基板上に、 d なる厚さの異方性誘電体スラブが被覆された線路を例にとり、次のような数値例の場合について数値計算を行なう。

$$\begin{aligned} \epsilon_{\xi\xi} / \epsilon_0 &= (2.5)^2, & \epsilon_{\eta\eta} / \epsilon_0 &= (2.0)^2, \\ \epsilon_{\zeta\zeta} / \epsilon_0 &= (2.25)^2, & \epsilon_1 / \epsilon_0 &= (1.5)^2, \\ \epsilon_2 / \epsilon_0 &= 1, & \mu &= \mu_0 \end{aligned}$$

ここで、 ϵ_0 および μ_0 はそれぞれ真空の誘電率および透磁率である。このとき、 $\theta = 0^\circ$ 、および $\theta = 45^\circ$ における自由空間伝搬定数 $k_0 (= \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 2\pi/\lambda_0)$ で規格化した伝搬定数 β_z の値をそれぞれ図4.3、および図4.4に示す。これらの図において、横軸は誘電体スラブの厚さ d を自由空間波長 λ_0 で割った値 d/λ_0 である。

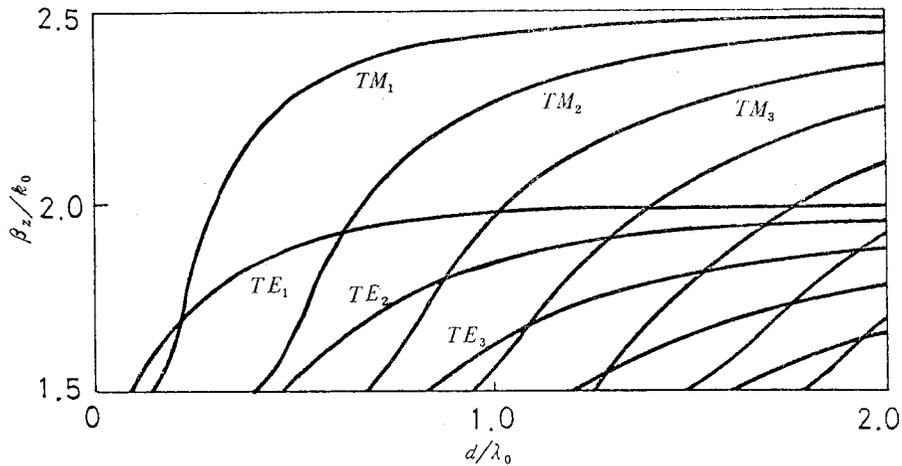


図4.3 $\theta = 0^\circ$ における規格化伝搬定数 β_z/k_0

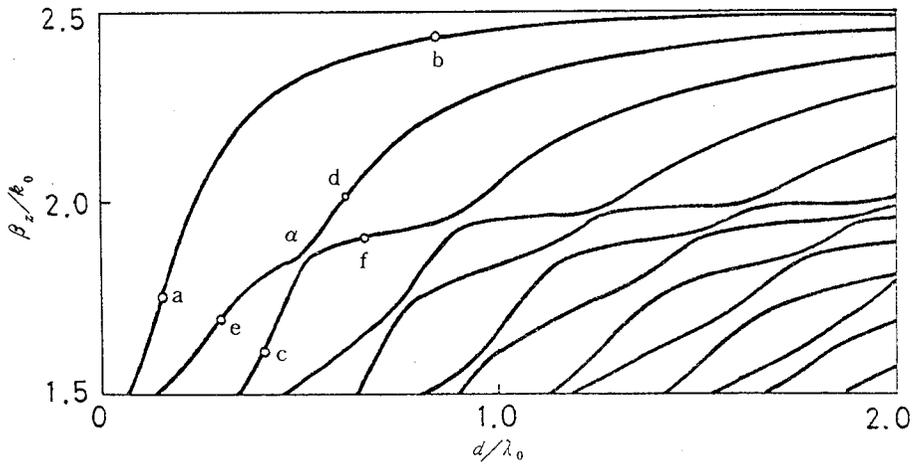


図4.4 $\theta = 45^\circ$ における規格化伝搬定数 β_z/k_0

ここで、図 4.3 の $\theta = 0^\circ$ の場合は、誘電率テンソルは対角成分しかもたず、規格化周波数 d/λ_0 が大きくなるにしたがって β_z/k_0 が 2.0 に近づく TE モード群と、2.5 に近づく TM モード群とが存在する*。

β_z/k_0 の上限値は誘電体スラブの屈折率の値によって、また、下限値は基板と空気（上部層）との大きい方の屈折率の値によってそれぞれ決まる。この例の場合については、基板の屈折率の値によって決まり、下限値は 1.5 となっている。また、誘電体スラブが異方性であることより、等方性の場合と異なり、上限値が 2.5 と 2.0 の 2 つに分離している。

一方、図 4.4 は $\theta = \frac{\pi}{2} \cdot n$ (n は任意の整数) の場合における伝搬定数の値の例である。この場合には、誘電率テンソルの非対角成分が 0 ではなくなり、電磁波モードはハイブリッドモードとなる。そして、2 つのハイブリッドモードが等しい伝搬定数をもつような周波数（または誘電体スラブの厚さ）においては、それらのモードは結合をおこす。このような結合は、例えば図 4.4 に示す α 付近などにおいて顕著に見られる。

つぎに電磁界分布の様子を知るために、例えば図 4.4 の a, b, c, d, e, f の各点における電磁界分布をそれぞれ図 4.5 (a)~(f) に示す。これらの図において、横軸には誘電体スラブの厚さの方向、つまり x 軸をとっている。 $x = 0$ のところで誘電体スラブが基板と接しており、 $x = d$ のところで空気と接している。縦軸は、任意目盛で表わした電磁界の大きさを示している。

これらの図より、電磁波モードはハイブリッドモードであることが確められる。また、 d/λ_0 が大きくなるにしたがって、空気中と基板中の電磁界は急速に弱くなり、その電磁界は誘電体スラブのごく近傍に限られ、伝送エネルギーの大部分が誘電体スラブに集中することがわかる。

* 付録 1 参照

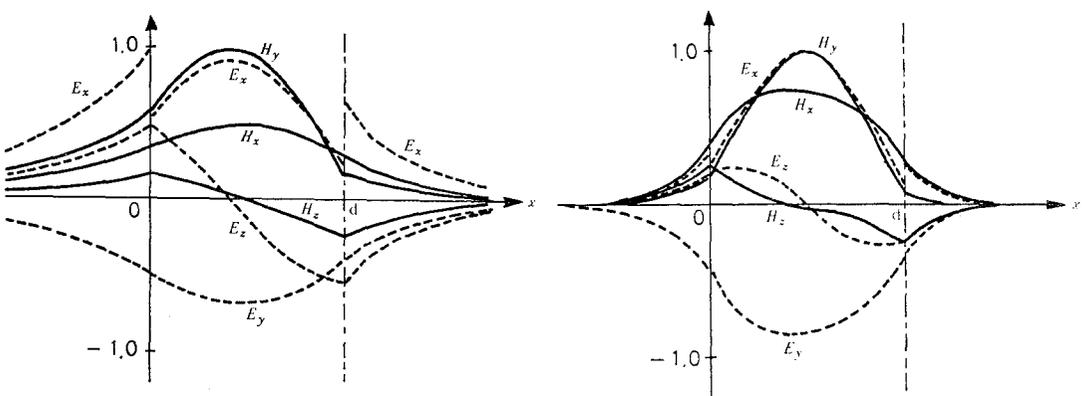
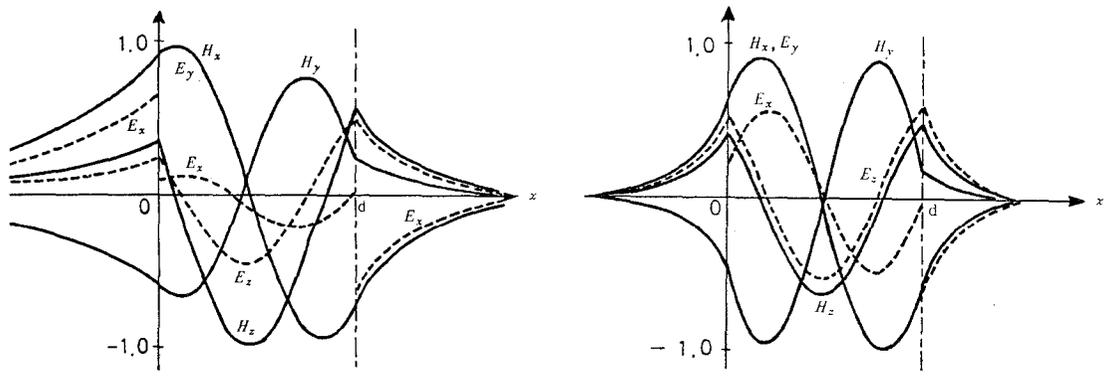
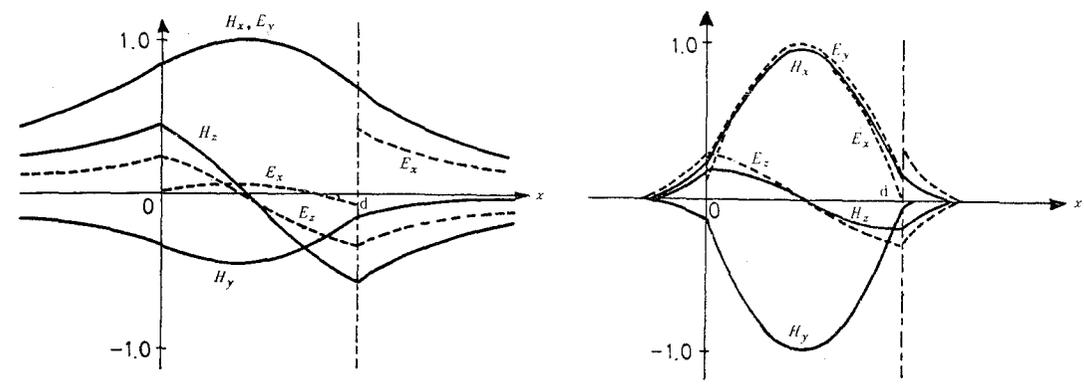


图 4.5 電磁界分布

4.3 基板が異方性誘電体の場合^{(36),(37)}

4.3.1 電磁界表示式

この節では図4.6に示すように、基板に異方性誘電体を用いたスラブ線路における電磁波モードを解析する。異方性誘電体基板Ⅱの誘電率はテンソルの誘電率 $\hat{\epsilon}_{\text{II}}$ で表わされ、等方性誘電体スラブⅠおよび等方性誘電体上部層Ⅲの誘電率はそれぞれスカラーの誘電率 ϵ_{I} および ϵ_{III} であるとする。また、スラブⅠの厚さを d とし、透磁率はすべての領域で同じスカラーの μ とする。そして、上記の媒質定数はすべて実数であるとし、線路は無損失とする。

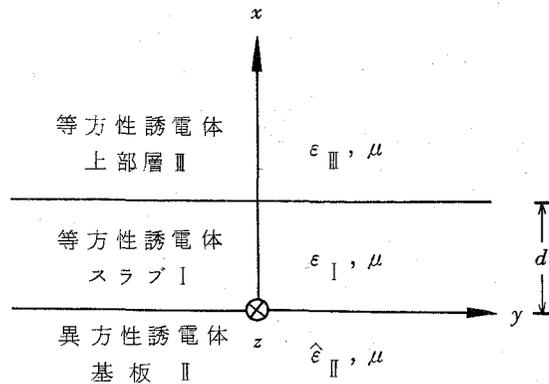


図4.6 異方性誘電体スラブ線路

いま、基板の誘電率 $\hat{\epsilon}_{\text{II}}$ が次式で表わされている場合の電磁界表示式を求める*。

$$\hat{\epsilon}_{\text{II}} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx\text{II}} & \epsilon_{xy\text{II}} & 0 \\ \epsilon_{xy\text{II}} & \epsilon_{yy\text{II}} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz\text{II}} \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

このとき、Maxwellの方程式は、式(4.2)と同様に次のように表わすことができる。

* 式(4.15)の特別な形として、対角成分のみからなる誘電率テンソルがあるが、この場合については付録2で述べる。

$$\begin{pmatrix} \omega \varepsilon_{xx\Pi} & \omega \varepsilon_{xy\Pi} & 0 & 0 & -\beta_z & 0 \\ \omega \varepsilon_{xy\Pi} & \omega \varepsilon_{yy\Pi} & 0 & \beta_z & 0 & -\beta_x \\ 0 & 0 & \omega \varepsilon_{zz\Pi} & 0 & \beta_x & 0 \\ 0 & \beta_z & 0 & \omega \mu & 0 & 0 \\ -\beta_z & 0 & \beta_x & 0 & \omega \mu & 0 \\ 0 & -\beta_x & 0 & 0 & 0 & \omega \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = 0 \quad (4.16)$$

また，分散関係式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} & (k_{xx\Pi}^2 k_{zz\Pi}^2 - k_{xx\Pi}^2 \beta_x^2 - k_{zz\Pi}^2 \beta_z^2) (k_{yy\Pi}^2 - \beta_x^2 - \beta_z^2) \\ & - k_{xy\Pi}^4 (k_{zz\Pi}^2 - \beta_x^2) = 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

式(4.16)は，分散関係式(4.17)の条件を付加しているのので，1個は冗長である。したがって，任意の1個を省き， H_z を用いて他の5つの電磁界成分を表わすことにする。

$$\begin{pmatrix} \omega \varepsilon_{xx\Pi} & \omega \varepsilon_{xy\Pi} & 0 & 0 & -\beta_z \\ \omega \varepsilon_{xy\Pi} & \omega \varepsilon_{yy\Pi} & 0 & \beta_z & 0 \\ 0 & 0 & \omega \varepsilon_{zz\Pi} & 0 & \beta_x \\ 0 & \beta_z & 0 & \omega \mu & 0 \\ -\beta_z & 0 & \beta_x & 0 & \omega \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \beta_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} H_z \quad (4.18)$$

さて，式(4.17)から得られる β_x の4根， β_{x_1} ， $-\beta_{x_1}$ ， β_{x_2} ， $-\beta_{x_2}$ のそれぞれに対応する平面波成分の一次結合により，電磁界は次のように表わすことができる。

$$field \propto \left[\sum_{i=1}^2 (A_i e^{-j\beta_{x_i} x} + B_i e^{j\beta_{x_i} x}) \right] e^{-j\beta_z z} e^{j\omega t}$$

ところで，基板中においては電磁界が $x = -\infty$ で0にならねばならないので， β_x は純虚数でなければならない。つまり，

$$\beta_{x_i} = j \alpha_{x_i} \quad (\alpha_{x_i} > 0)$$

である。そこで、 H_z は式(4.19)のように表わすことができる。ただし、 $e^{-j\beta_z z} e^{j\omega t}$ は以下省略する。

$$H_z = \sum_{n=1}^2 A_n e^{\alpha_{x_n} x} \quad (4.19)$$

ここで、係数 A_n は境界条件によって決定される定数である。この H_z を式(4.18)に適用することにより、他の電磁界成分を求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} H_z &= \sum_{n=1}^2 A_n e^{\alpha_{x_n} x} \\ E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} \sum_{n=1}^2 a_n A_n e^{\alpha_{x_n} x} \\ H_y &= j \sum_{n=1}^2 b_n A_n e^{\alpha_{x_n} x} \\ E_y &= -j \frac{\omega \mu}{\beta_z} \sum_{n=1}^2 c_n A_n e^{\alpha_{x_n} x} \end{aligned} \right\} (4.20)$$

ただし、

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{k_{xy\Pi}^2 \cdot \beta_z^2}{k_{xx\Pi}^2 \cdot k_{zz\Pi}^2 + k_{xx\Pi}^2 \cdot \alpha_{x_n}^2 - k_{zz\Pi}^2 \cdot \beta_z^2} \\ b_n &= \frac{k_{xy\Pi}^2 \cdot k_{zz\Pi}^2}{k_{xx\Pi}^2 \cdot k_{zz\Pi}^2 + k_{xx\Pi}^2 \cdot \alpha_{x_n}^2 - k_{zz\Pi}^2 \cdot \beta_z^2} \cdot \frac{\beta_z}{\alpha_{x_n}} \\ c_n &= \frac{\beta_z}{\alpha_{x_n}} \end{aligned}$$

上式からわかるように、一般には $H_z \neq 0$ 、 $E_z \neq 0$ であり、電磁波モードはハイブリッドモードであることがわかる。

次に、等方性誘電体上部層Ⅲおよび等方性誘電体スラブⅠにおける電磁界を求める。等方性誘電体上部層Ⅲ中の電磁界は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} H_z &= B e^{-\alpha x} \\ E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} C e^{-\alpha x} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} H_y &= -j r C e^{-\alpha x} \\ E_y &= j \frac{\omega \mu}{\beta_z} s B e^{-\alpha x} \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

ただし,

$$r = \frac{k_{\text{III}}^2}{\alpha \cdot \beta_z}, \quad s = \frac{\beta_z}{\alpha},$$

$$\alpha = \sqrt{\beta_z^2 - k_{\text{III}}^2} > 0, \quad k_{\text{III}}^2 = \omega^2 \epsilon_{\text{III}} \mu$$

また, 等方性誘電体スラブ I 中での電磁界は, 周知のように次式で与えられる。(50)

$$\left. \begin{aligned} H_z &= D \cos \beta_x x + E \sin \beta_x x \\ E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} (F \cos \beta_x x + G \sin \beta_x x) \\ H_y &= j p (F \sin \beta_x x - G \cos \beta_x x) \\ E_y &= -j \frac{\omega \mu}{\beta_z} q (D \sin \beta_x x - E \cos \beta_x x) \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

ただし,

$$p = \frac{k_{\text{I}}^2}{\beta_x \cdot \beta_z}, \quad q = \frac{\beta_z}{\beta_x},$$

$$\beta_x = \sqrt{k_{\text{I}}^2 - \beta_z^2} > 0, \quad k_{\text{I}}^2 = \omega^2 \epsilon_{\text{I}} \mu$$

ここで, 係数 B, C, D, E, F, G は境界条件によって決定される定数である。また, 電磁界の x 方向成分は, いずれの領域においても式 (4.11) により求められる。このようにして, 各領域における電磁界表示式が得られた。

4.3.2 特性方程式

境界面 $x = 0$ および $x = d$ において, 電磁界の接線成分が連続であるという境界条件を前述の電磁界表示式に適用すれば, 特性方程式および電磁界表示式における各係数が求まる。

特性方程式は次のようになる。

$$\left[p(pq - rs)(a_1 c_2 - a_2 c_1) - (ps + rq)(b_1 c_2 - b_2 c_1) \right. \\ \left. + q \{ p(ps + rq)(a_1 - a_2) + (pq - rs)(b_1 - b_2) \} \right] \sin \beta_x d \cdot \cos \beta_x d$$

$$\begin{aligned}
& + \left[q^2 \{ p^2 (a_1 - a_2) - r (b_1 - b_2) \} \right. \\
& \quad \left. - s \{ p^2 (a_1 c_2 - a_2 c_1) - r (b_1 c_2 - b_2 c_1) \} \right] \sin^2 \beta_x d \\
& + \left[p q \{ r (a_1 c_2 - a_2 c_1) + (b_1 c_2 - b_2 c_1) \} \right. \\
& \quad \left. + p q s \{ r (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2) \} \right] \cos^2 \beta_x d = 0 \tag{4.23}
\end{aligned}$$

4.3.3 数値計算例および検討

ここでは、4.3.1 および 4.3.2 で得られた電磁界表示式および特性方程式をもとに、基板が式(4.1)で表わされる誘電率テンソルをもつ誘電体スラブ線路の場合について、数値計算例によって伝搬定数および電磁界分布を求める。

具体的な伝送線路として、異方性誘電体基板上に、誘電率が ϵ_I であらわされる厚さ d の等方性誘電体スラブが被覆された線路を例にとり、次のような数値例の場合について数値計算を行なう。

$$\begin{aligned}
\epsilon_{\xi\xi}/\epsilon_0 &= (2.0)^2, & \epsilon_{\eta\eta}/\epsilon_0 &= (1.5)^2, \\
\epsilon_{\zeta\zeta}/\epsilon_0 &= (1.75)^2, & \epsilon_I/\epsilon_0 &= (2.5)^2, \\
\epsilon_{III}/\epsilon_0 &= 1, & \mu &= \mu_0
\end{aligned}$$

ここで、 ϵ_0 および μ_0 はそれぞれ真空の誘電率および透磁率である。

このとき、 $\theta = 0^\circ$ 、および $\theta = 45^\circ$ における規格化伝搬定数 β_z/k_0 の値をそれぞれ図4.7、および図4.8に示す。 $\theta = 0^\circ$ の場合には誘電率テンソルは対角成分のみからなり、 β_z/k_0 の上限値は2.5であるが、1.5の下限値をもつ TE モード群と、2.0の下限値をもつ TM モード群とに分離している。一方、図4.8は $\theta = \frac{\pi}{2} \cdot n$ (n は任意の整数) の場合における伝搬定数の値の例である。この場合、誘電率テンソルの非対角成分は0ではなくなり、電磁波モードはハイブリッドモードとなる。そして、 β_z/k_0 の下限値は2.0であり、 d/λ_0 の増加につれて2.5に漸近してゆくのがわかる。

次に $\theta = 45^\circ$ の図4.8における a, b, c の各点での電磁界分布を、それ

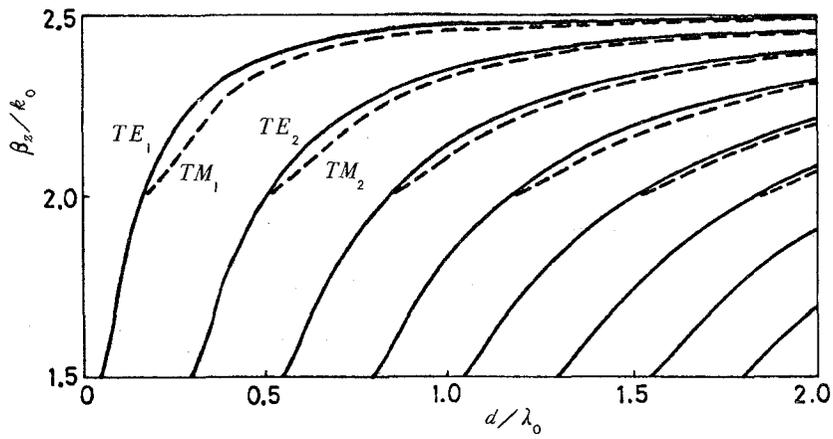


図 4 . 7 $\theta = 0^\circ$ における規格化伝搬定数 β_z/k_0

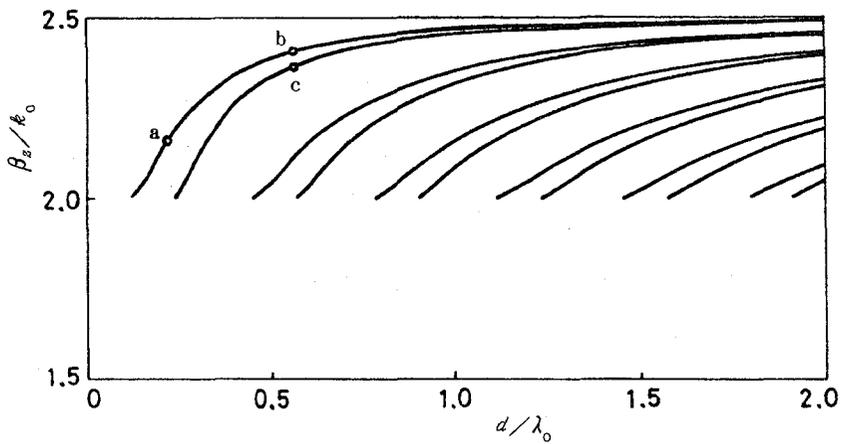
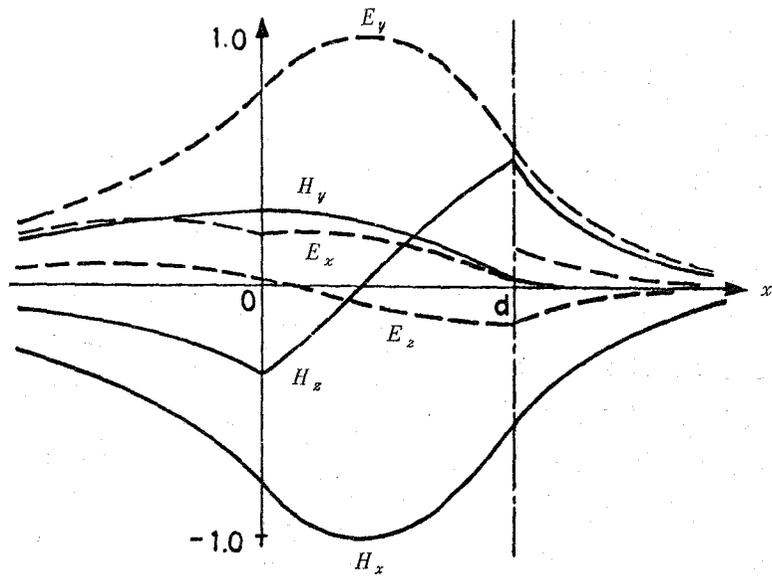
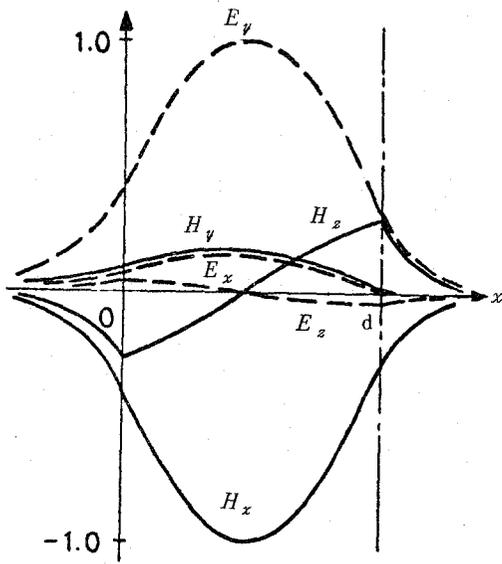


図 4 . 8 $\theta = 45^\circ$ における規格化伝搬定数 β_z/k_0

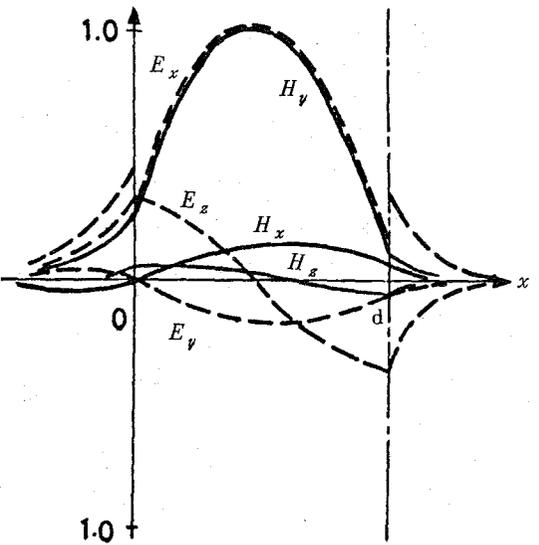
それ図 4 . 9 (a)~(c)に示す。これらの図からわかるように、 $E_z \neq 0$ 、 $H_z \neq 0$ のハイブリッドモードであることが確められ、 d/λ_0 の増加につれて伝送エネルギーの大部分がスラブに集中することがわかる。



(a) a 点



(b) b 点



(c) c 点

图 4.9 电磁界分布

4.4 スラブと基板がともに異方性誘電体の場合^{(36),(37)}

4.4.1 電磁界表示式

この節では、スラブと基板がともに異方性誘電体であるような誘電体スラブ線路における電磁波モードの解析を行なう。伝送線路の具体例として、図4.10に示すように、厚さ d の異方性誘電体スラブIとその両側に接する異方性誘電体基板IIおよび等方性誘電体上部層IIIの3層構造の線路を考える。等方性誘電体上部層IIIの誘電率はスカラー

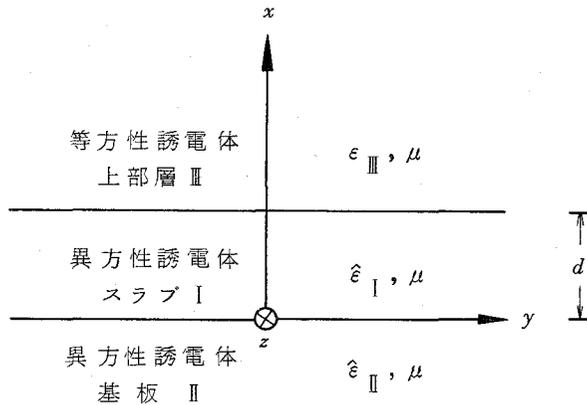


図4.10 異方性誘電体スラブ線路

の誘電率 ϵ_{III} とし、異方性誘電体スラブIと異方性誘電体基板IIの誘電率はそれぞれテンソルの誘電率 $\hat{\epsilon}_I$ および $\hat{\epsilon}_{II}$ で与えられているものとする。また、透磁率はすべての領域で同じスカラーの透磁率 μ とする。そして、上記の媒質定数はすべて実数であるとし、線路は無損失とする。

いま、異方性誘電体スラブIの誘電率 $\hat{\epsilon}_I$ が次式で表わされている場合を考える*。

$$\hat{\epsilon}_I = \begin{bmatrix} \epsilon_{xxI} & \epsilon_{xyI} & 0 \\ \epsilon_{xyI} & \epsilon_{yyI} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zzI} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

このとき、異方性誘電体スラブI中の電磁界表示式は、4.2節と同様に次式

* 式(4.24)の特別な形として、対角成分のみからなる誘電率テンソルがあるが、この場合については付録3で述べる。

のように表わすことができる。

$$\begin{aligned}
 H_z &= \sum_{n=1}^2 (A_{nI} \cos \beta_{x_n} x + B_{nI} \sin \beta_{x_n} x) \\
 E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} \sum_{n=1}^2 a_{nI} (A_{nI} \cos \beta_{x_n} x + B_{nI} \sin \beta_{x_n} x) \\
 H_y &= j \sum_{n=1}^2 b_{nI} (A_{nI} \sin \beta_{x_n} x - B_{nI} \cos \beta_{x_n} x) \\
 E_y &= -j \frac{\omega \mu}{\beta_z} \sum_{n=1}^2 c_{nI} (A_{nI} \sin \beta_{x_n} x - B_{nI} \cos \beta_{x_n} x)
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 a_{nI} &= \frac{k_{xyI}^2 \cdot \beta_z^2}{k_{xxI}^2 \cdot k_{zzI}^2 - k_{xxI}^2 \cdot \beta_{x_n}^2 - k_{zzI}^2 \cdot \beta_z^2} \\
 b_{nI} &= \frac{k_{xyI}^2 \cdot k_{zzI}^2}{k_{xxI}^2 \cdot k_{zzI}^2 - k_{xxI}^2 \cdot \beta_{x_n}^2 - k_{zzI}^2 \cdot \beta_z^2} \cdot \frac{\beta_z}{\beta_{x_n}} \\
 c_{nI} &= \frac{\beta_z}{\beta_{x_n}}
 \end{aligned}$$

ここで分散関係式は

$$\begin{aligned}
 (k_{xxI}^2 k_{zzI}^2 - k_{xxI}^2 \beta_x^2 - k_{zzI}^2 \beta_z^2) (k_{yyI}^2 - \beta_x^2 - \beta_z^2) \\
 - k_{xyI}^4 (k_{zzI}^2 - \beta_x^2) = 0
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

で表わされている。

また、異方性誘電体基板Ⅱおよび等方性誘電体上部層Ⅲにおける電磁界表示式は、それぞれ4.3節と同様に次式のように表わすことができる。

異方性誘電体基板Ⅱ中の電磁界

$$H_z = \sum_{n=1}^2 A_{nII} e^{a_{x_n} x}$$

$$\left. \begin{aligned}
 E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} \sum_{n=1}^2 a_{n\Pi} A_{n\Pi} e^{\alpha_{x_n} x} \\
 H_y &= j \sum_{n=1}^2 b_{n\Pi} A_{n\Pi} e^{\alpha_{x_n} x} \\
 E_y &= -j \frac{\omega \mu}{\beta_z} \sum_{n=1}^2 c_{n\Pi} A_{n\Pi} e^{\alpha_{x_n} x}
 \end{aligned} \right\} (4.27)$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 a_{n\Pi} &= \frac{k_{xy\Pi}^2 \cdot \beta_z^2}{k_{xx\Pi}^2 \cdot k_{zz\Pi}^2 + k_{xx\Pi}^2 \cdot \alpha_{x_n}^2 - k_{zz\Pi}^2 \cdot \beta_z^2} \\
 b_{n\Pi} &= \frac{k_{xy\Pi}^2 \cdot k_{zz\Pi}^2}{k_{xx\Pi}^2 \cdot k_{zz\Pi}^2 + k_{xx\Pi}^2 \cdot \alpha_{x_n}^2 - k_{zz\Pi}^2 \cdot \beta_z^2} \cdot \frac{\beta_z}{\alpha_{x_n}} \\
 c_{n\Pi} &= \frac{\beta_z}{\alpha_{x_n}}
 \end{aligned}$$

等方性誘電体上部層Ⅲ中の電磁界

$$\left. \begin{aligned}
 H_z &= C e^{-\alpha x} \\
 E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} D e^{-\alpha x} \\
 H_y &= -j r D e^{-\alpha x} \\
 E_y &= j \frac{\omega \mu}{\beta_z} s C e^{-\alpha x}
 \end{aligned} \right\} (4.28)$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{k_{\text{III}}^2}{\alpha \cdot \beta_z}, & s &= \frac{\beta_z}{\alpha}, \\
 \alpha &= \sqrt{\beta_z^2 - k_{\text{III}}^2} > 0, & k_{\text{III}}^2 &= \omega^2 \epsilon_{\text{III}} \mu.
 \end{aligned}$$

ここで、係数 $A_{1\text{I}}, A_{2\text{I}}, B_{1\text{I}}, B_{2\text{I}}, A_{1\Pi}, A_{2\Pi}, C, D$ は境界条件によって決定される定数である。

以上のように、各領域における電磁界表示式がすべて得られた。なお、電磁界の x 方向成分は、いずれの領域においても式 (4.11) により求めることができる。

4.4.2 特性方程式

境界面 $x = 0$ および $x = d$ において、電磁界の接線成分が連続であるという境界条件を前述の電磁界表示式に適用すれば、特性方程式および電磁界表示式における各係数が定められる。スラブ、基板の誘電率テンソルの型の組み合わせには、それぞれ非対角成分を含むときと含まないときの合計 4 つの場合があり、その各々の場合の特性方程式を以下に示す。

- (イ) スラブ I と基板 II がともに対角成分のみの場合。この場合、電磁界は TE モードと TM モードとに分離される。

TE モード

$$c_1(s + c_{11}) \cdot \cos \beta_{x_1} d + (c_1^2 - s \cdot c_{11}) \sin \beta_{x_1} d = 0 \quad (4.29)$$

TM モード

$$b_1(r + b_{11}) \cdot \cos \beta_{x_2} d + (b_1^2 - r \cdot b_{11}) \sin \beta_{x_2} d = 0 \quad (4.30)$$

- (ロ) スラブ I が対角成分のみで、基板 II が非対角成分 (ϵ_{xy}) を含む場合。

$$\begin{aligned} & b_1 \cdot c_1 \left[(s + c_{11})(r \cdot a_{21} + b_{21}) - (s + c_{21})(r \cdot a_{11} + b_{11}) \right] \cos \beta_{x_1} d \cdot \cos \beta_{x_2} d \\ & + c_1 \left[(s + c_{11})(b_1^2 \cdot a_{21} - r \cdot b_{21}) - (s + c_{21})(b_1^2 \cdot a_{11} - r \cdot b_{11}) \right] \cos \beta_{x_1} d \cdot \sin \beta_{x_2} d \\ & + b_1 \left[(c_1^2 - s \cdot c_{11})(r \cdot a_{21} + b_{21}) - (c_1^2 - s \cdot c_{21})(r \cdot a_{11} + b_{11}) \right] \sin \beta_{x_1} d \cdot \cos \beta_{x_2} d \\ & + \left[(c_1^2 - s \cdot c_{11})(b_1^2 \cdot a_{21} - r \cdot b_{21}) - (c_1^2 - s \cdot c_{21})(b_1^2 \cdot a_{11} - r \cdot b_{11}) \right] \sin \beta_{x_1} d \cdot \sin \beta_{x_2} d \\ & = 0 \end{aligned} \quad (4.31)$$

- (ハ) スラブ I が非対角成分 (ϵ_{xy}) を含み、基板 II が対角成分のみの場合。

$$\begin{aligned} & b(r \cdot c_{11} \cdot a_{11} - s \cdot b_{11}) + c(s \cdot b_{21} - r \cdot c_{21} \cdot a_{21}) \\ & + \left[-(b_{11} \cdot c_{21} - b_{21} \cdot c_{11})(a \cdot e - b \cdot c) - (r \cdot c_{11} \cdot a_{21} - s \cdot b_{11}) a \right. \\ & \quad \left. - (s \cdot b_{21} - r \cdot c_{21} \cdot a_{11}) e + r \cdot s (a_{21} - a_{11}) \right] \cos \beta_{x_1} d \cdot \cos \beta_{x_2} d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[(s \cdot b_{1I} - r \cdot c_{1I} \cdot a_{2I})(a \cdot e - b \cdot c) + (b_{1I} \cdot c_{2I} - b_{2I} \cdot c_{1I}) a \right. \\
& \quad \left. + r \cdot s (a_{2I} - a_{1I}) e + (s \cdot b_{2I} - r \cdot a_{1I} \cdot c_{2I}) \right] \cos \beta_{x_1} d \cdot \sin \beta_{x_2} d \\
& + \left[-(s \cdot b_{2I} - r \cdot c_{2I} \cdot a_{1I})(a \cdot e - b \cdot c) + r \cdot s (a_{2I} - a_{1I}) a \right. \\
& \quad \left. + (b_{1I} \cdot c_{2I} - b_{2I} \cdot c_{1I}) e + (r \cdot c_{1I} \cdot a_{2I} - s \cdot b_{1I}) \right] \sin \beta_{x_1} d \cdot \cos \beta_{x_2} d \\
& + \left[r \cdot s (a_{2I} - a_{1I})(a \cdot e - b \cdot c) + (s \cdot b_{2I} - r \cdot c_{2I} \cdot a_{1I}) a \right. \\
& \quad \left. + (r \cdot c_{1I} \cdot a_{2I} - s \cdot b_{1I}) e - (b_{1I} \cdot c_{2I} - b_{2I} \cdot c_{1I}) \right] \sin \beta_{x_1} d \cdot \sin \beta_{x_2} d \\
& = 0 \tag{4.32}
\end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
a &= \frac{c_{II} b_{2I} - b_{II} c_{2I} a_{1I}}{b_{1I} c_{2I} - b_{2I} c_{1I}} & b &= \frac{c_{II} b_{2I} - b_{II} c_{2I} a_{2I}}{b_{1I} c_{2I} - b_{2I} c_{1I}} \\
c &= \frac{b_{II} c_{1I} a_{1I} - c_{II} b_{1I}}{b_{1I} c_{2I} - b_{2I} c_{1I}} & e &= \frac{b_{II} c_{1I} a_{2I} - c_{II} b_{1I}}{b_{1I} c_{2I} - b_{2I} c_{1I}}
\end{aligned}$$

(=) スラブ I と基板 II がともに非対角成分 (ε_{xy}) を含む場合、

$$\begin{aligned}
& (r \cdot c_{1I} \cdot a_{1I} - s \cdot b_{1I})(a l - b k) + (r \cdot c_{2I} \cdot a_{2I} - s \cdot b_{2I})(c n - e m) \\
& + \left[r \cdot s (a_{2I} - a_{1I})(a e - b c) - (b_{1I} \cdot c_{2I} - b_{2I} \cdot c_{1I})(k n - l m) \right. \\
& \quad \left. + (r \cdot c_{2I} \cdot a_{1I} - s \cdot b_{2I})(a n - b m) + (r \cdot c_{1I} \cdot a_{2I} - s \cdot b_{1I})(c l - e k) \right] \cos \beta_{x_1} d \cdot \cos \beta_{x_2} d \\
& + \left[r \cdot s (a_{2I} - a_{1I})(a n - b m) - (b_{1I} \cdot c_{2I} - b_{2I} \cdot c_{1I})(c l - e k) \right. \\
& \quad \left. - (r \cdot c_{2I} \cdot a_{1I} - s \cdot b_{2I})(a e - b c) - (r \cdot c_{1I} \cdot a_{2I} - s \cdot b_{1I})(k n - l m) \right] \cos \beta_{x_1} d \cdot \sin \beta_{x_2} d \\
& + \left[-r \cdot s (a_{2I} - a_{1I})(c l - e k) + (b_{1I} \cdot c_{2I} - b_{2I} \cdot c_{1I})(a n - b m) \right. \\
& \quad \left. + (r \cdot c_{2I} \cdot a_{1I} - s \cdot b_{2I})(k n - l m) + (r \cdot c_{1I} \cdot a_{2I} - s \cdot b_{1I})(a e - b c) \right] \sin \beta_{x_1} d \cdot \cos \beta_{x_2} d \\
& + \left[r \cdot s (a_{2I} - a_{1I})(k n - l m) - (b_{1I} \cdot c_{2I} - b_{2I} \cdot c_{1I})(a e - b c) \right. \\
& \quad \left. + (r \cdot c_{2I} \cdot a_{1I} - s \cdot b_{2I})(c l - e k) + (r \cdot c_{1I} \cdot a_{2I} - s \cdot b_{1I})(a n - b m) \right] \sin \beta_{x_1} d \cdot \sin \beta_{x_2} d \\
& = 0 \tag{4.33}
\end{aligned}$$

ただし、

$$a = \frac{a_{2I} - a_{1II}}{a_{2I} - a_{1I}}, \quad b = \frac{a_{2I} - a_{2II}}{a_{2I} - a_{1I}}, \quad c = \frac{a_{1II} - a_{1I}}{a_{2I} - a_{1I}}, \quad e = \frac{a_{2II} - a_{1I}}{a_{2I} - a_{1I}}$$

$$k = \frac{b_{2I} c_{1II} - b_{1II} c_{2I}}{b_{1I} c_{2I} - b_{2I} c_{1I}}, \quad l = \frac{b_{2I} c_{2II} - b_{2II} c_{2I}}{b_{1I} c_{2I} - b_{2I} c_{1I}}$$

$$m = \frac{b_{1II} c_{1I} - b_{1I} c_{1II}}{b_{1I} c_{2I} - b_{2I} c_{1I}}, \quad n = \frac{b_{2II} c_{1I} - b_{1I} c_{2II}}{b_{1I} c_{2I} - b_{2I} c_{1I}}$$

4.4.3 数値計算例および検討

ここでは，4.4.1および4.4.2で得られた電磁界表示式および特性方程式をもとに数値計算を行ない，伝搬定数および電磁界分布を求める。

具体的な伝送線路の一例として，式(4.13)の誘電率テンソルが異方性誘電体スラブIでは，

$$\epsilon_{\xi\xi I} / \epsilon_0 = (2.5)^2, \quad \epsilon_{\eta\eta I} / \epsilon_0 = (2.25)^2,$$

$$\epsilon_{\zeta\zeta I} / \epsilon_0 = (1.75)^2, \quad \theta = \theta_I$$

異方性誘電体基板IIでは，

$$\epsilon_{\xi\xi II} / \epsilon_0 = (1.75)^2, \quad \epsilon_{\eta\eta II} / \epsilon_0 = (1.5)^2,$$

$$\epsilon_{\zeta\zeta II} / \epsilon_0 = (1.75)^2, \quad \theta = \theta_{II}$$

与えられる誘電体スラブ線路を考える。一方，等方性誘電体上部層IIIは空気とし，したがって誘電率は ϵ_0 である。また，各領域における透磁率はいずれも μ_0 とする。いま，誘電体結晶の電的主軸の回転角 θ として， 0° と 45° を選ぶと，

- (1) $\theta_I = 0^\circ$, $\theta_{II} = 0^\circ$
- (□) $\theta_I = 0^\circ$, $\theta_{II} = 45^\circ$
- (△) $\theta_I = 45^\circ$, $\theta_{II} = 0^\circ$
- (=) $\theta_I = 45^\circ$, $\theta_{II} = 45^\circ$

の4つの場合が考えられる。(1), (□), (△), (=)の各場合における規格化伝搬定数 β_z / k_0 の値を，それぞれ図4.11，図4.12，図4.13，図4.14に示す。図4.11はスラブ，基板ともに誘電率テンソルが非対角成分を含まない場合であるが， β_z / k_0 が1.5の下限値と2.25の上限値をもつTEモード

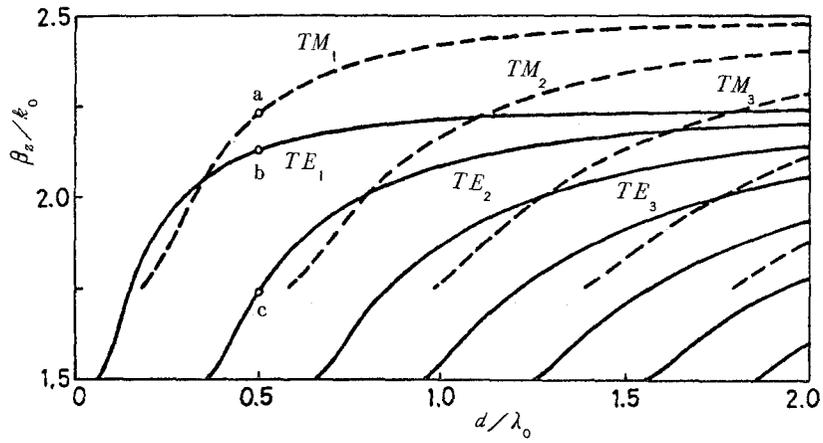


図 4.1.1 $\theta_I = 0^\circ, \theta_{II} = 0^\circ$ における規格化伝搬定数 β_z/k_0

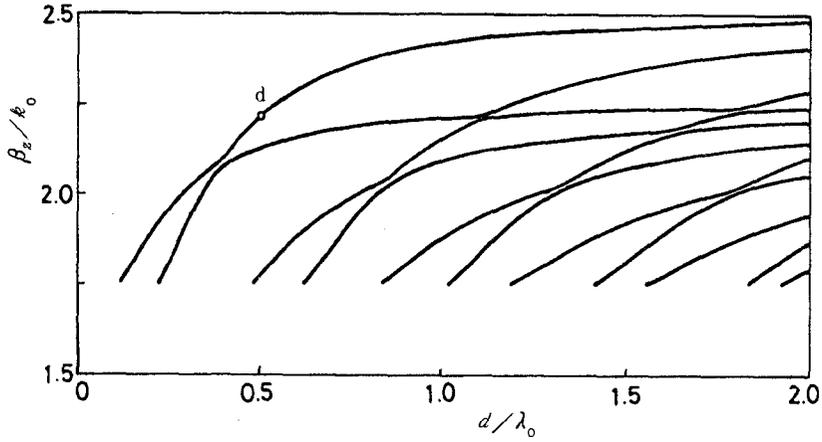


図 4.1.2 $\theta_I = 0^\circ, \theta_{II} = 45^\circ$ における規格化伝搬定数 β_z/k_0

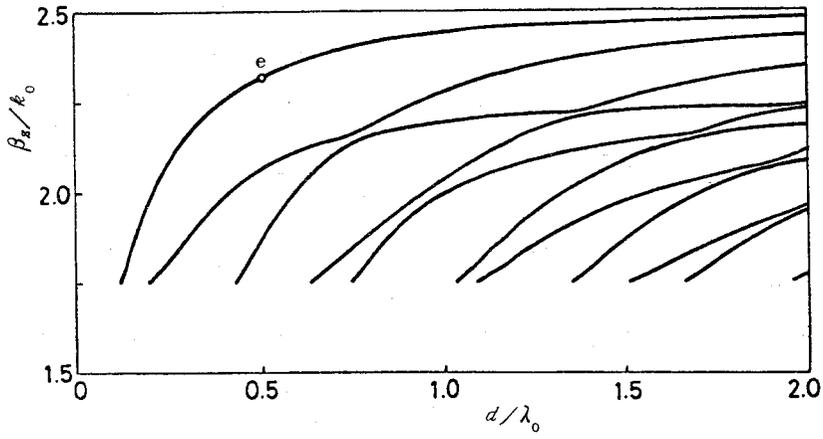


図 4.13 $\theta_I = 45^\circ, \theta_{II} = 0^\circ$ における規格化伝搬定数 β_z/k_0

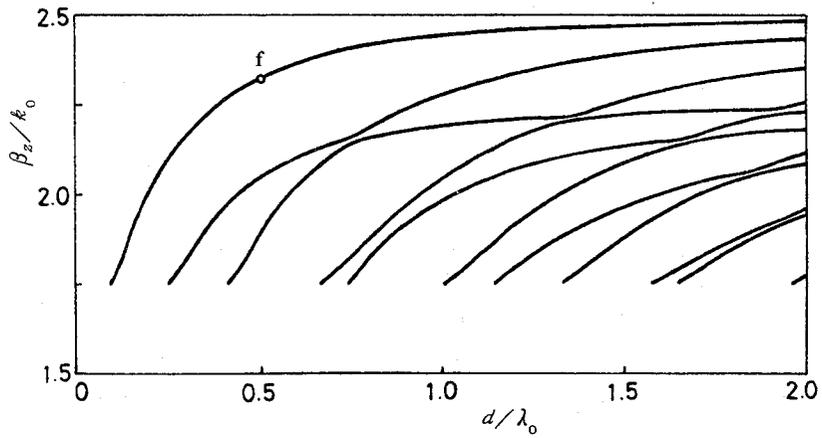


図 4.14 $\theta_I = 45^\circ, \theta_{II} = 45^\circ$ における規格化伝搬定数 β_z/k_0

群と、1.75 の下限値と 2.5 の上限値をもつ TM モード群に分離している。 TE モード群の β_z/k_0 の下限値は、基板の比誘電率の平方根、すなわち屈折率に対応する値 $\sqrt{\epsilon_{\eta\eta\Pi}/\epsilon_0}$ と上部層の屈折率との大きい方で決まり、上限値はスラブの屈折率 $\sqrt{\epsilon_{\eta\eta I}/\epsilon_0}$ で決まる。また、 TM モード群の下限値は、基板の屈折率 $\sqrt{\epsilon_{\xi\xi\Pi}/\epsilon_0}$ と上部層の屈折率との大きい方で決まり、上限値はスラブの屈折率 $\sqrt{\epsilon_{\xi\xi I}/\epsilon_0}$ で決まる。このように、 β_z/k_0 の範囲が TE モード群と TM モード群において独立に異なった値をとる特性は、従来の等方性誘電体を用いた線路には見られなかったものである。

図 4.12, 図 4.13, および図 4.14 より、少なくともスラブまたは基板のいずれかが非対角成分を含む場合には、 β_z/k_0 の下限値は θ_I および θ_{Π} に無関係に、基板の屈折率 $\sqrt{\epsilon_{\xi\xi\Pi}/\epsilon_0}$, $\sqrt{\epsilon_{\eta\eta\Pi}/\epsilon_0}$ および上部層の屈折率のうち最も大きい値によって決まる。また、電磁波モードはハイブリッドモードになっていて、2つのハイブリッドモードが等しい伝搬定数をもつような周波数またはスラブの厚さでは、それらのモードは結合をおこすことがわかる。

次に、図 4.11 ~ 図 4.14 において、a, b, c, d, e, f の記号で示した各点における電磁界分布を、それぞれ図 4.15 (a) ~ (f) に示した。図 4.15 (a) ~ (c) から、図 4.11 の破線で表わした β_z/k_0 曲線は TM モードを示し、実線で表わした β_z/k_0 曲線は TE モードを示すことが確認される。また、図 4.15 (d) ~ (f) により、少なくともスラブか基板のいずれかに誘電率テンソルの非対角成分を含む場合はハイブリッドモードになることがわかる。図 4.15 (a) では、 E_x, E_z, H_y 成分のみもつ TM モードの電磁界分布である。一方、図 4.15 (d) では図 4.15 (a) と比べて E_x, E_z, H_y の分布はほぼ同じであるが、その他に E_y, H_x, H_z 成分が現われてハイブリッドモードになっている。また、図 4.15 (e) と図 4.15 (f) より、スラブに非対角成分があるなしにかかわらず、電磁界は非常によく似た分布になっていることがわかる。

つぎに、誘電率が異方性であることを適用することによって、簡単なモードフィルタが可能であることを示す。式 (4.13) で表わされる誘電率テンソルにおいて、スラブおよび基板の誘電率の値を次の式 (4.34), または式 (4.35) のように選ぶことによって、 TM モードのみ、または TE モードのみを伝送させる

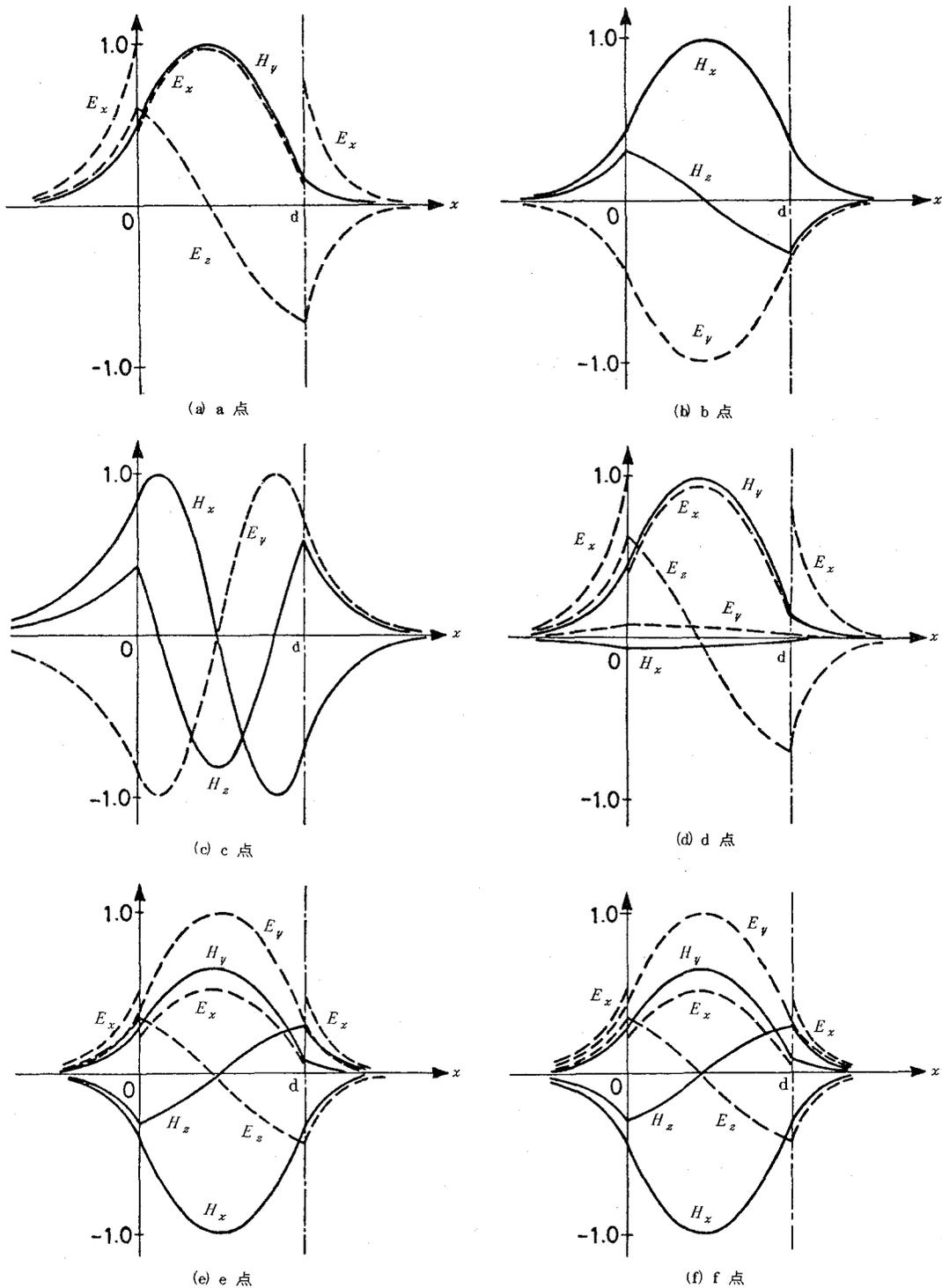


图 4.15 電磁界分布

ことができる。

TM モード

$$\epsilon_{\xi\xi I} > \epsilon_{\xi\xi II} \quad \text{かつ} \quad \epsilon_{\eta\eta I} < \epsilon_{\eta\eta II} \quad (4.34)$$

TE モード

$$\epsilon_{\xi\xi I} < \epsilon_{\xi\xi II} \quad \text{かつ} \quad \epsilon_{\eta\eta I} > \epsilon_{\eta\eta II} \quad (4.35)$$

数値計算例として、次に示す誘電率をもつ誘電体スラブ線路における伝搬定数を計算すると、図4.16のようになる。

$$\epsilon_I / \epsilon_0 = (2.0)^2 \quad \text{---- 等方性誘電体スラブ}$$

$$\epsilon_{\xi\xi II} / \epsilon_0 = (1.9)^2, \quad \epsilon_{\eta\eta II} / \epsilon_0 = (2.1)^2,$$

$$\epsilon_{\zeta\zeta II} / \epsilon_0 = (1.8)^2, \quad \theta_{II} = 0^\circ \quad \text{---- 異方性誘電体基板}$$

$$\epsilon_{III} / \epsilon_0 = 1 \quad \text{---- 空気}$$

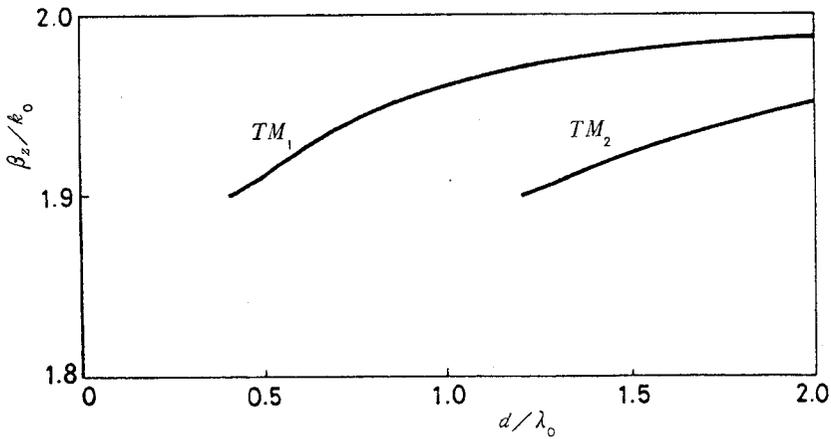


図4.16 TM モードのみが伝搬する線路における規格化伝搬定数 β_z/k_0

図 4.16 から, TM モードのみ存在することがわかる. 同様にして, TE モードのみを伝送させることも可能である. このようにスラブと基板の誘電率の値を適当に選ぶことによって, TE モードあるいは TM モードのいずれかだけを伝送させることが可能であり, モードフィルタの手段として有効であることがわかる.

4.5 結 言

本章では, 3層構造からなる2次元線路の典型である誘電体スラブ線路に異方性誘電体を用いた場合の電磁波モードを, 波動論に基づいて解析した. まずスラブが異方性誘電体の場合における電磁波モードを解析し, 各領域における電磁界表示式を求め, 境界条件を適用することにより特性方程式を導出した. さらに, 誘電体結晶を用いたいくつかの具体例について数値計算を行ない, 伝搬定数および電磁界分布の様子を明らかにした. つづいて, 誘電体スラブ線路において, 基板が異方性誘電体の場合, およびスラブと基板がともに異方性誘電体の場合のそれぞれにおける電磁波モードを解析し, 電磁界表示式および特性方程式を導出した. さらに, 伝搬定数および電磁界分布の具体的な数値計算例を示し, 異方性誘電体を用いることによって得られる新しいモード特性を明らかにした. また, 異方性誘電体を用いた線路における伝搬モード特性を, モードフィルタに適用した例を示した.

第 5 章 異方性誘電体方形線路における 電磁波モードの解析

5.1 緒 言

誘電体方形線路のような 3 次元的構造の線路は，光集積回路において方向性結合器，フィルタなど受動回路素子に適用されることが期待されており，現在，各種の検討がなされている^{(6),(11),(38),(49)}．ところが，このような 3 次元的構造の線路では境界面の仕上りの精度が損失に大きく影響することから，製作上要求される精度がたいへん厳しい．また，解析面においても，誘電体スラブ線路や光ファイバーなどの解析と比べて，その取り扱いが極めて困難となる．このような製作上および解析上の理由から，従来から 2 次元的構造の線路に重点がおかれていた．しかしながら，最近の半導体製作技術の急激な進歩と，大型コンピュータの発展にともない，3 次元的構造の線路における伝搬モードについて，数値解析例がいくつか報告されはじめている．例えば，計算機による数値解法^{(39),(51)}，解析的近似解法⁽³⁸⁾，変分法による解法⁽⁴³⁾，等価誘電率による解法^{(40)~(42)}，有限要素法による解法⁽⁴⁴⁾などがある．

ところで，第 4 章で論じたように，線路に異方性の媒質が含まれた場合には伝搬モードに種々の新しい特性が得られ，光回路素子として適用が期待される．したがって本章では，3 次元的構造を有する線路の典型である誘電体方形線路に異方性誘電体を用いた場合の電磁波モードについて解析する．まず，誘電体方形線路において基板が一軸性の誘電体結晶の場合，つづいて方形部が一軸性結晶の場合のそれぞれについて，電磁界表示式および特性方程式を導出して解析的近似解が得られることを示す．さらに，一軸性の誘電体結晶を用いた具体的な数値例によって数値計算を行ない，伝搬定数の様子を明らかにする．

5.2 基板が一軸性結晶の場合

x 方向および y 方向に境界をもち，電磁波が z 方向に伝搬する 3 次元的構造の線路の典型として，図 5.1 に示すような誘電体方形線路を考える．この線路において，幅 a ，厚さ b の断面をもつ誘電率 ϵ_1 の誘電体方形部が，誘電率が $\hat{\epsilon}_L$ で表わされる異方性誘電体基板上に被覆されている．透磁率はすべての領域

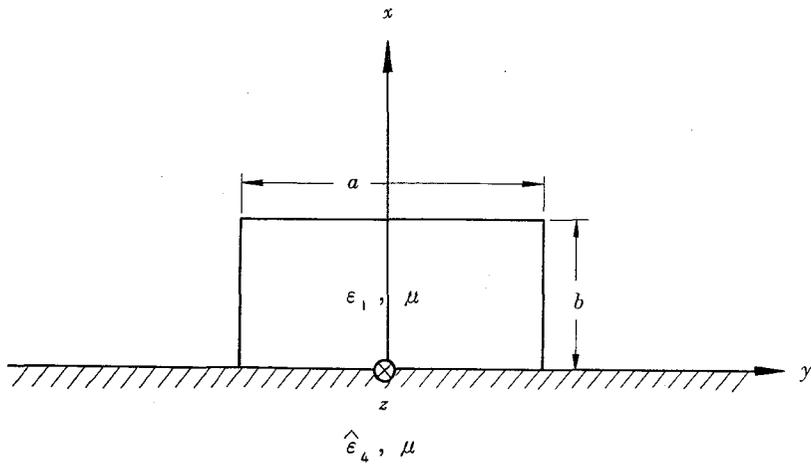


図 5 . 1 基板に異方性誘電体を用いた方形線路

で同じスカラーの透磁率 μ とし，線路は無損失であるとする．

まず，図 5 . 1 に示す線路を，図 5 . 2 に示すように，誘電率の値がそれぞれ

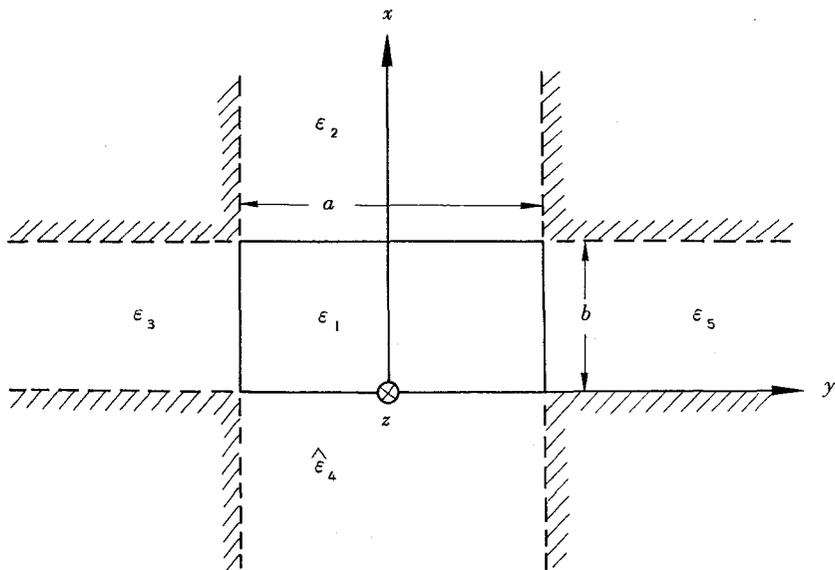


図 5 . 2 異方性誘電体方形線路

れ $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \hat{\epsilon}_4, \epsilon_5$ であるような5つの領域に分けて考える。電磁界の大きさは方形部の領域1に集中しており、領域2, 3, 4および5における電磁界は、方形部からはなれるにしたがってエバネッセントな減衰をしていて、電力はほとんど伝送されない。したがって、図5.2の斜線部分に沿った境界条件の適用を無視して解析しても、領域1における電磁界の計算には大きな影響を与えない。また、領域1の誘電率 ϵ_1 が他の領域の誘電率 $\epsilon_2, \epsilon_3, \hat{\epsilon}_4$ および ϵ_5 に比べてわずかに大きいという仮定を用いることにより、この方形断面をもつ線路に沿って伝搬可能なモードは、ほとんど TEM 波に近い E_{pq}^x モードと E_{pq}^y モードとに分けられる⁽³⁸⁾。ここで、添字 p および q はそれぞれ x および y 方向における界分布の変化の数を表わす。

さて、誘電率 $\hat{\epsilon}_4$ が次式で示されるような一軸性の誘電率テンソルで表わされるとき、この異方性誘電体を用いた基板中の電磁界を求める。

$$\hat{\epsilon}_4 = \begin{bmatrix} \epsilon_* & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_* \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

3.2節にしたがって、Maxwellの方程式は次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \omega \epsilon_* & 0 & 0 & 0 & -\beta_z & \beta_y \\ 0 & \omega \epsilon_{yy} & 0 & \beta_z & 0 & -\beta_x \\ 0 & 0 & \omega \epsilon_* & -\beta_y & \beta_x & 0 \\ 0 & \beta_z & -\beta_y & \omega \mu & 0 & 0 \\ -\beta_z & 0 & \beta_x & 0 & \omega \mu & 0 \\ \beta_y & -\beta_x & 0 & 0 & 0 & \omega \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = 0 \quad (5.2)$$

また、分散関係式は次の2式に分離される。

$$k_*^2 \beta_x^2 + k_{yy}^2 \beta_y^2 + k_*^2 \beta_z^2 = k_*^2 k_{yy}^2 \quad (5.3)$$

$$\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2 = k_*^2 \quad (5.4)$$

ただし、 $k_*^2 = \omega^2 \epsilon_* \mu$, $k_{yy}^2 = \omega^2 \epsilon_{yy} \mu$ である。

まず，式(5.3)を満たすモードについて考える．式(5.3)は β_z を1つ定めれば β_x, β_y に関する2次方程式であり，その解 $(\beta_x, \beta_y), (\beta_x, -\beta_y), (-\beta_x, \beta_y), (-\beta_x, -\beta_y)$ に対応する平面波成分により，電磁界は式(3.3)を用いて次式のように表わすことができる．

$$field = \left[A e^{-j\beta_x x - j\beta_y y} + B e^{-j\beta_x x + j\beta_y y} + C e^{j\beta_x x - j\beta_y y} + D e^{j\beta_x x + j\beta_y y} \right] \times e^{-j\beta_z z} e^{j\omega t} \quad (5.5)$$

ここで，異方性誘電体基板中において電磁界は $x = -\infty$ で0になることを考慮すれば，例えば H_x は次式のようになる．

$$H_x = \left[A e^{-j\beta_x x - j\beta_y y} + B e^{-j\beta_x x + j\beta_y y} \right] e^{-j\beta_z z} e^{j\omega t} \quad (5.6)$$

ただし， $\beta_x = j\alpha_x$ ， $\alpha_x > 0$ である．式(5.2)より H_x を用いて他の電磁界成分を表わすと次式のようになる．

$$\left. \begin{aligned} H_y &= 0 \\ H_z &= -\frac{\beta_x}{\beta_z} H_x \\ E_x &= \frac{\omega\mu\beta_x\beta_y}{k_*^2\beta_z} H_x \\ E_y &= -\frac{\omega\mu(k_*^2 - \beta_y^2)}{k_*^2\beta_z} H_x \\ E_z &= \frac{\omega\mu\beta_y}{k_*^2} H_x \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

したがって，分散関係式(5.3)を満足するモードは，電磁界の主要成分が H_x および E_y である E_{pq}^y モードであることがわかる．さて，式(5.6)で表わされる電磁波が z 方向へ導波されるための条件を考慮して，

$$\left. \begin{aligned} P &= A + B \\ Q &= j(-A + B) \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

なる P , Q を導入することにより, 式 (5.6) の H_x は次のようになる.

$$H_x = e^{\alpha_x x} \left[P \cos \beta_y y + Q \sin \beta_y y \right] \quad (5.9)$$

ただし, $e^{-j\beta_z z} e^{j\omega t}$ は以下省略する. したがって, 他の電磁界成分は同様に
して次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} H_y &= 0 \\ H_z &= -j \frac{\alpha_x}{\beta_z} e^{\alpha_x x} \left[P \cos \beta_y y + Q \sin \beta_y y \right] \\ E_x &= -\frac{\omega\mu \alpha_x \beta_y}{k_*^2 \beta_z} e^{\alpha_x x} \left[-P \sin \beta_y y + Q \cos \beta_y y \right] \\ E_y &= -\frac{\omega\mu (k_*^2 - \beta_y^2)}{k_*^2 \beta_z} e^{\alpha_x x} \left[P \cos \beta_y y + Q \sin \beta_y y \right] \\ E_z &= j \frac{\omega\mu \beta_y}{k_*^2} e^{\alpha_x x} \left[-P \sin \beta_y y + Q \cos \beta_y y \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

一方, 分散関係式 (5.4) が成り立つとき, 同様にして E_x をもとにして, 他
の電磁界表示式は次式のように表わすことができる.

$$\left. \begin{aligned} E_x &= e^{\alpha_x x} \left[P \cos \beta_y y + Q \sin \beta_y y \right] \\ E_y &= 0 \\ E_z &= -j \frac{\alpha_x}{\beta_z} e^{\alpha_x x} \left[P \cos \beta_y y + Q \sin \beta_y y \right] \\ H_x &= \frac{\alpha_x \beta_y}{\omega\mu \beta_z} e^{\alpha_x x} \left[-P \sin \beta_y y + Q \cos \beta_y y \right] \\ H_y &= \frac{k_*^2 - \beta_y^2}{\omega\mu \beta_z} e^{\alpha_x x} \left[P \cos \beta_y y + Q \sin \beta_y y \right] \\ H_z &= -j \frac{\beta_y}{\omega\mu} e^{\alpha_x x} \left[-P \sin \beta_y y + Q \cos \beta_y y \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

したがって、分散関係式(5.4)を満足するモードは、電磁界の主要成分が E_x および H_y である E_{pq}^x モードであることがわかる。

以上のようにして、異方性誘電体基板中における電磁界表示式が示されたが、他の等方性誘電体領域における電磁界表示式は、 E_{pq}^y モードについてはそれぞれ以下のように表わすことができる。

領域 1

$$\left. \begin{aligned}
 H_x &= (A \cos k_x x + B \sin k_x x) (\cos k_y y + C \sin k_y y) \\
 H_y &= 0 \\
 H_z &= -j \frac{k_x}{\beta_z} (-A \sin k_x x + B \cos k_x x) (\cos k_y y + C \sin k_y y) \\
 E_x &= -\frac{k_x k_y}{\omega \epsilon_1 \beta_z} (-A \sin k_x x + B \cos k_x x) (-\sin k_y y + C \cos k_y y) \\
 E_y &= -\frac{k_1^2 - k_y^2}{\omega \epsilon_1 \beta_z} (A \cos k_x x + B \sin k_x x) (\cos k_y y + C \sin k_y y) \\
 E_z &= j \frac{k_y}{\omega \epsilon_1} (A \cos k_x x + B \sin k_x x) (-\sin k_y y + C \cos k_y y)
 \end{aligned} \right\} (5.12)$$

$$\text{ただし, } k_x^2 + k_y^2 + \beta_z^2 = k_1^2 = \omega^2 \epsilon_1 \mu \quad (5.13)$$

領域 2

$$\left. \begin{aligned}
 H_x &= (D \cos k_y y + E \sin k_y y) e^{-j k_{x_2} x} \\
 H_y &= 0 \\
 H_z &= -\frac{k_{x_2}}{\beta_z} (D \cos k_y y + E \sin k_y y) e^{-j k_{x_2} x} \\
 E_x &= j \frac{k_{x_2} k_y}{\omega \epsilon_2 \beta_z} (-D \sin k_y y + E \cos k_y y) e^{-j k_{x_2} x} \\
 E_y &= -\frac{k_2^2 - k_y^2}{\omega \epsilon_2 \beta_z} (D \cos k_y y + E \sin k_y y) e^{-j k_{x_2} x}
 \end{aligned} \right\} (5.14)$$

$$E_z = j \frac{k_y}{\omega \epsilon_2} (-D \sin k_y y + E \cos k_y y) e^{-j k_{x_2} x}$$

ただし,

$$k_{x_2}^2 + k_y^2 + \beta_z^2 = k_2^2 = \omega^2 \epsilon_2 \mu,$$

$$k_{x_2} = -j \gamma_2, \quad \gamma_2 > 0$$

(5.15)

領域 3

$$H_x = (F \cos k_x x + G \sin k_x x) e^{-j k_{y_3} y}$$

$$H_y = 0$$

$$H_z = -j \frac{k_x}{\beta_z} (-F \sin k_x x + G \cos k_x x) e^{-j k_{y_3} y}$$

$$E_x = j \frac{k_x k_{y_3}}{\omega \epsilon_3 \beta_z} (-F \sin k_x x + G \cos k_x x) e^{-j k_{y_3} y}$$

$$E_y = -\frac{k_3^2 - k_{y_3}^2}{\omega \epsilon_3 \beta_z} (F \cos k_x x + G \sin k_x x) e^{-j k_{y_3} y}$$

$$E_z = \frac{k_{y_3}}{\omega \epsilon_3} (F \cos k_x x + G \sin k_x x) e^{-j k_{y_3} y}$$

(5.16)

ただし,

$$k_x^2 + k_{y_3}^2 + \beta_z^2 = k_3^2 = \omega^2 \epsilon_3 \mu,$$

$$k_{y_3} = j \gamma_3, \quad \gamma_3 > 0$$

(5.17)

領域 5

$$H_x = (H \cos k_x x + I \sin k_x x) e^{-j k_{y_5} y}$$

$$H_y = 0$$

$$H_z = -j \frac{k_x}{\beta_z} (-H \sin k_x x + I \cos k_x x) e^{-j k_{y_5} y}$$

$$\begin{aligned}
 E_x &= j \frac{k_x k_{y_5}}{\omega \epsilon_5 \beta_z} (-H \sin k_x x + I \cos k_x x) e^{-j k_{y_5} y} \\
 E_y &= - \frac{k_5^2 - k_{y_5}^2}{\omega \epsilon_5 \beta_z} (H \cos k_x x + I \sin k_x x) e^{-j k_{y_5} y} \\
 E_z &= \frac{k_{y_5}}{\omega \epsilon_5} (H \cos k_x x + I \sin k_x x) e^{-j k_{y_5} y}
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 k_x^2 + k_{y_5}^2 + \beta_z^2 &= k_5^2 = \omega^2 \epsilon_5 \mu, \\
 k_{y_5} &= -j \gamma_5, \quad \gamma_5 > 0
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

以上で領域 1, 2, 3, 4 および 5 における電磁界表示式が示された。ここで、電磁界の接線成分が連続であるという境界条件を領域 1 の周囲に沿った境界上で適用すれば特性方程式が得られる。

E_{pq}^y モードの特性方程式はつぎのように表わされる。

$$k_y a = \tan^{-1} \frac{\epsilon_1 \gamma_3}{\epsilon_3 k_y} + \tan^{-1} \frac{\epsilon_1 \gamma_5}{\epsilon_5 k_y} + (q-1) \pi \tag{5.20}$$

$$k_x b = \tan^{-1} \frac{\epsilon_2 \gamma_2 (k_1^2 - k_y^2)}{\epsilon_1 k_x (k_2^2 - k_y^2)} + \tan^{-1} \frac{\epsilon_* \alpha_x (k_1^2 - k_y^2)}{\epsilon_1 k_x (k_*^2 - k_y^2)} + (p-1) \pi \tag{5.21}$$

同様にして、 E_{pq}^x モードについても等方性誘電体領域内の電磁界表示式を E_x を用いて表わすことができ、さらに境界条件を適用することによって特性方程式も与えられる。 E_{pq}^x モードの特性方程式はつぎのように表わされる。

$$k_y a = \tan^{-1} \frac{\gamma_3}{k_y} + \tan^{-1} \frac{\gamma_5}{k_y} + (q-1) \pi \tag{5.22}$$

$$k_x b = \tan^{-1} \frac{\gamma_2 (k_1^2 - k_y^2)}{k_x (k_2^2 - k_y^2)} + \tan^{-1} \frac{\alpha_x (k_1^2 - k_y^2)}{k_x (k_*^2 - k_y^2)} + (p-1) \pi \tag{5.23}$$

次に、これら電磁界表示式および特性方程式をもとに、具体的な数値計算例によって伝搬モード特性を示す。数値例として、以下に示す誘電率をもつ異方性誘電体方形線路において、幅と厚さの関係を $a = 2b$ および $a = 4b$ としたときの規格化伝搬定数の値をそれぞれ図 5.3, および図 5.4 に示す。

$$\begin{aligned} \epsilon_1 / \epsilon_0 &= (1.1)^2, & \text{----- 方形部} \\ \left. \begin{aligned} \epsilon_{xx4} / \epsilon_0 &= \epsilon_{zz4} / \epsilon_0 = (1.07)^2 \\ \epsilon_{yy4} / \epsilon_0 &= (1.05)^2 \end{aligned} \right\} & \text{----- 基板} \\ \epsilon_2 / \epsilon_0 &= \epsilon_3 / \epsilon_0 = \epsilon_5 / \epsilon_0 = 1 & \text{----- 空気} \end{aligned}$$

これらの図において、縦軸は規格化伝搬定数 β_z / k_0 であり、横軸は規格化周波数 b / λ_0 である。図 5.3 において、異方性誘電体基板を用いることにより、スラブ線路のような 2 次元線路の場合と同様に、 β_z / k_0 の下限は E_{pq}^x モードと E_{pq}^y モードにおいてそれぞれ異なっているのがわかる。 E_{pq}^x モードの下限値は基板の屈折率 $\sqrt{\epsilon_{xx4} / \epsilon_0}$ によって、 E_{pq}^y モードの下限値は基板の屈折率

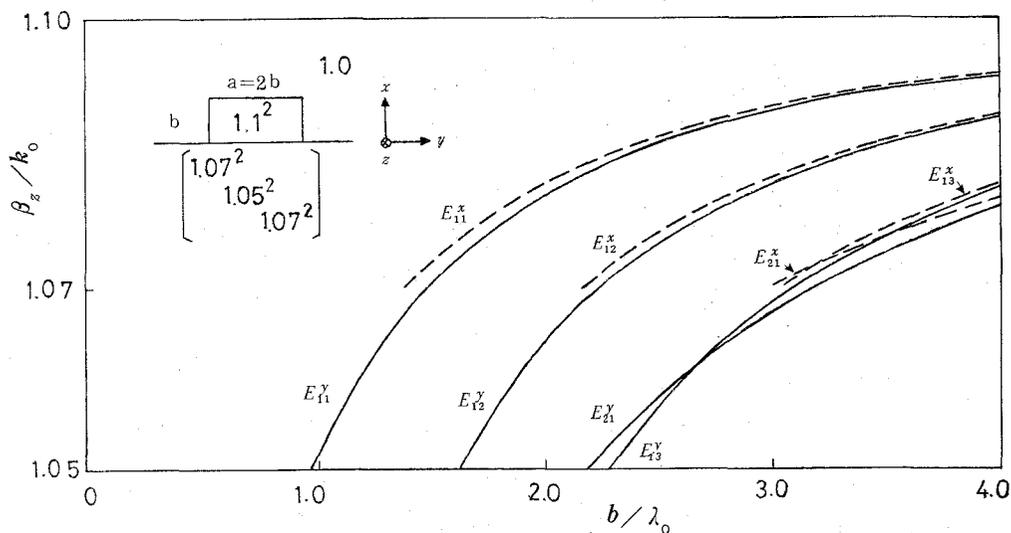


図 5.3 基板に異方性誘電体を用いた方形線路における伝搬定数

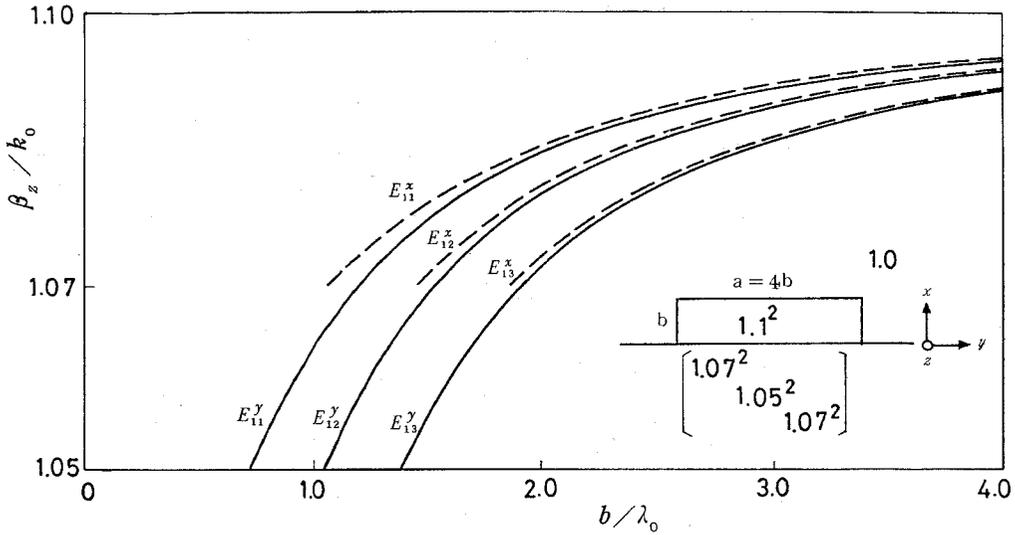


図 5 . 4 基板に異方性誘電体を用いた方形線路
における伝搬定数

$\sqrt{\epsilon_{yy4}/\epsilon_0}$ によってそれぞれ決まる。また、上限値は方形部の屈折率 $\sqrt{\epsilon_1/\epsilon_0}$ によって決まる。また、 E_{pq}^x モード群、あるいは E_{pq}^y モード群同士で縮退が起きているのがわかる。例えば、 E_{13}^x モードと E_{21}^x モード、あるいは E_{13}^y モードと E_{21}^y モードとの間に縮退が見られる。さらに、図 5 . 4 より方形部の幅と厚さの比 a/b が大きくなるにしたがって、ある周波数に対するモード間の伝搬定数の差が小さくなり、また、 y 方向に高次モードが多く現われている。したがって、 a/b が大きくなるにつれて、2 次元的構造の誘電体スラブ線路の場合の特性に近づくことがわかる。

5 . 3 方形部が一軸性結晶の場合

図 5 . 5 に示すように、方形部が異方性誘電体からなっている誘電体方形線路における電磁波モードを考える。ここで、誘電体方形部は幅 a 、厚さ b の断面を持ち、誘電率はテンソルの $\hat{\epsilon}_1$ で表わされているとする。透磁率はすべての領域で同じスカラーの透磁率 μ とし、また線路は無損失であるとする。前節と同様に、異方性誘電体方形線路を次に示す図 5 . 6 のように 5 つの領域に分

けて考える。このとき，電磁界は領域 1 の異方性誘電体方形部に集中しており，したがって図 5.6 の斜線部分に沿った境界条件の適用を無視して解析しても，

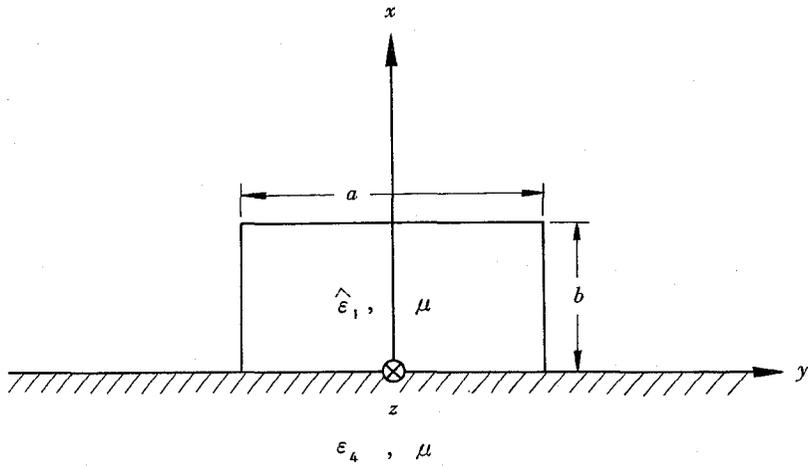


図 5.5 方形部に異方性誘電体を用いた方形線路

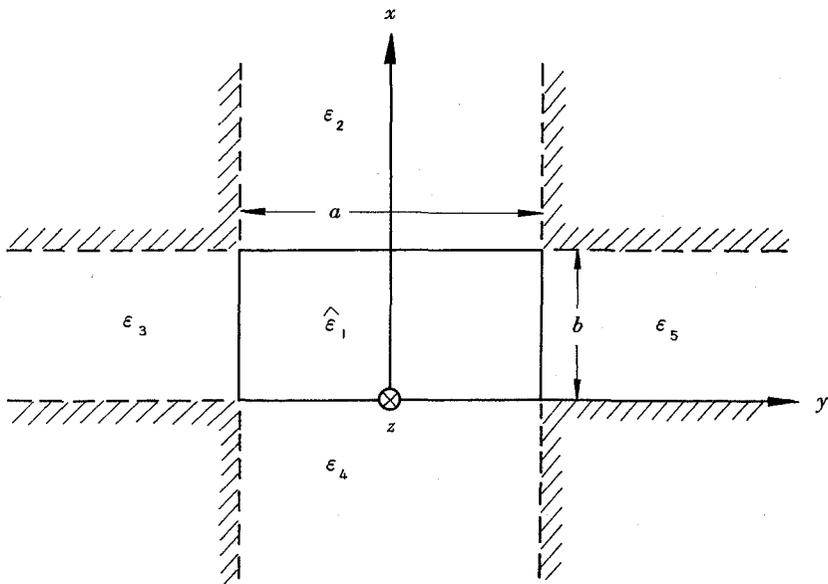


図 5.6 異方性誘電体方形線路

領域 1 における電磁界の計算にはあまり影響を与えない。

さて，異方性誘電体方形部の誘電率 $\hat{\epsilon}_1$ が，次式のように一軸性の誘電率である場合を考える。

$$\hat{\epsilon}_1 = \begin{bmatrix} \epsilon_* & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_* \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

このとき，領域 1 の異方性誘電体方形部における電磁波モードは，前節と同様に E_{pq}^y モードと E_{pq}^x モードの 2 種類存在する。まず， E_{pq}^y モードについて電磁界表示式は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} H_x &= P \cos \beta_x x \cdot \cos \beta_y y + Q \sin \beta_x x \cdot \sin \beta_y y + R \sin \beta_x x \cdot \cos \beta_y y + S \cos \beta_x x \cdot \sin \beta_y y \\ H_y &= 0 \\ H_z &= -j \frac{\beta_x}{\beta_z} \left\{ -P \sin \beta_x x \cdot \cos \beta_y y + Q \cos \beta_x x \cdot \sin \beta_y y + R \cos \beta_x x \cdot \cos \beta_y y - S \sin \beta_x x \cdot \sin \beta_y y \right\} \\ E_x &= \frac{\omega \mu \beta_x \beta_y}{k_*^2 \beta_z} \left\{ -P \sin \beta_x x \cdot \sin \beta_y y - Q \cos \beta_x x \cdot \cos \beta_y y + R \cos \beta_x x \cdot \sin \beta_y y + S \sin \beta_x x \cdot \cos \beta_y y \right\} \\ E_y &= -\frac{\omega \mu (k_*^2 - \beta_y^2)}{k_*^2 \beta_z} \left\{ P \cos \beta_x x \cdot \cos \beta_y y + Q \sin \beta_x x \cdot \sin \beta_y y + R \sin \beta_x x \cdot \cos \beta_y y \right. \\ &\quad \left. + S \cos \beta_x x \cdot \sin \beta_y y \right\} \\ E_z &= j \frac{\omega \mu \beta_y}{k_*^2} \left\{ -P \cos \beta_x x \cdot \sin \beta_y y + Q \sin \beta_x x \cdot \cos \beta_y y - R \sin \beta_x x \cdot \sin \beta_y y \right. \\ &\quad \left. + S \cos \beta_x x \cdot \cos \beta_y y \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

ただし，

$$k_*^2 \beta_x^2 + k_{yy}^2 \beta_y^2 + k_*^2 \beta_z^2 = k_*^2 k_{yy}^2 \quad (5.26)$$

式 (5.25) によって異方性誘電体方形部における電磁界表示式が得られたので，他の等方性誘電体領域における電磁界表示式とともに領域 1 の周囲に沿って境

界条件を適用すれば、次式の特性方程式が得られる。

$$\beta_y a = \tan^{-1} \frac{\epsilon_* \gamma_3}{\epsilon_3 \beta_y} + \tan^{-1} \frac{\epsilon_* \gamma_5}{\epsilon_5 \beta_y} + (q-1) \pi \quad (5.27)$$

$$\beta_x b = \tan^{-1} \frac{\epsilon_2 (k_*^2 - \beta_y^2) \gamma_2}{\epsilon_* (k_2^2 - \beta_y^2) \beta_x} + \tan^{-1} \frac{\epsilon_4 (k_*^2 - \beta_y^2) \gamma_4}{\epsilon_* (k_4^2 - \beta_y^2) \beta_x} + (p-1) \pi \quad (5.28)$$

一方、 E_{pq}^x モードにおいては、 E_{pq}^y モードと同様の手順により、次式で表わされる特性方程式が得られる。

$$\beta_y a = \tan^{-1} \frac{\gamma_3}{\beta_y} + \tan^{-1} \frac{\gamma_5}{\beta_y} + (q-1) \pi \quad (5.29)$$

$$\beta_x b = \tan^{-1} \frac{\gamma_2 (k_*^2 - \beta_y^2)}{\beta_x (k_2^2 - \beta_y^2)} + \tan^{-1} \frac{\gamma_4 (k_*^2 - \beta_y^2)}{\beta_x (k_4^2 - \beta_y^2)} + (p-1) \pi \quad (5.30)$$

ただし、分散関係式は次のとおりである。

$$\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2 = k_*^2 \quad (5.31)$$

次に、分散関係式および特性方程式をもとに、具体的な数値計算例によって伝搬モード特性を示す。数値例として、以下に示す誘電率をもつ異方性誘電体方形線路において、幅と厚さの関係を $a = 2b$ および $a = 4b$ としたときの規格化伝搬定数の値をそれぞれ図 5.7、および図 5.8 に示す。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{xx1}/\epsilon_0 &= \epsilon_{zz1}/\epsilon_0 = (1.07)^2, \\ \epsilon_{yy1}/\epsilon_0 &= (1.05)^2 \end{aligned} \right\} \text{----- 方形線路}$$

$$\epsilon_2/\epsilon_0 = \epsilon_3/\epsilon_0 = \epsilon_4/\epsilon_0 = \epsilon_5/\epsilon_0 = 1 \quad \text{----- 空気}$$

図 5.7 より、誘電体方形線路の方形部に異方性誘電体を用いた場合、 β_z/k_0 の上限が E_{pq}^x モードと E_{pq}^y モードにおいてそれぞれ異なっているのがわかる。 E_{pq}^x モードの上限値は方形部の屈折率 $\sqrt{\epsilon_{xx1}/\epsilon_0}$ によって、 E_{pq}^y モードの上限値は方形部の屈折率 $\sqrt{\epsilon_{yy1}/\epsilon_0}$ によってそれぞれ決まる。また、下限値は周囲

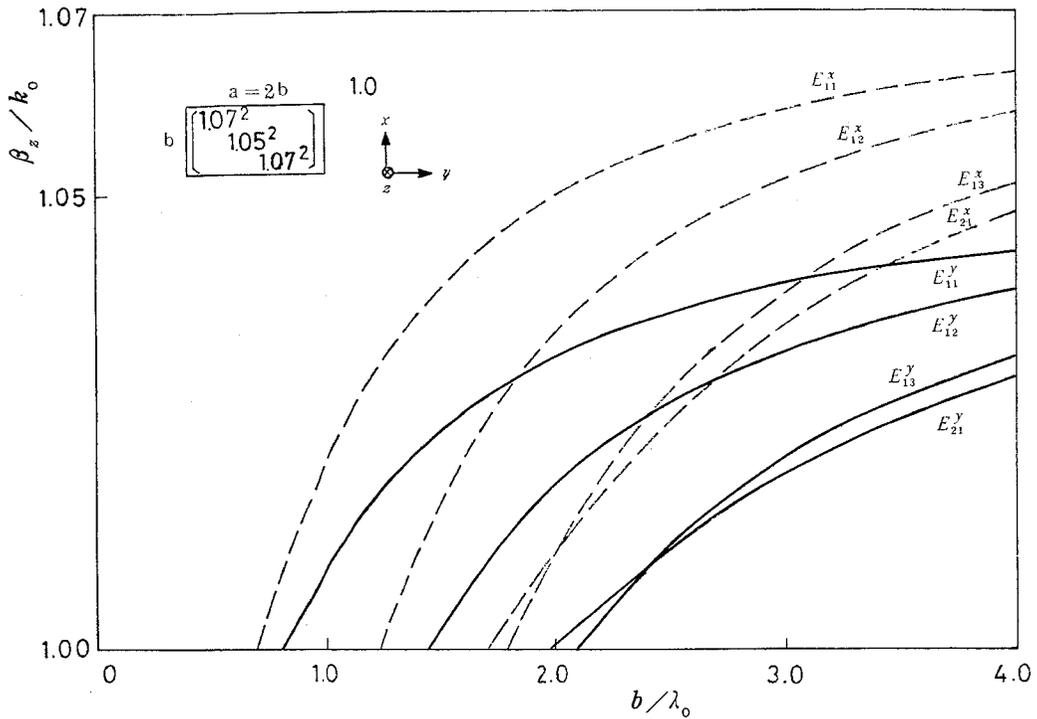


図 5. 7 異方性誘電体方形線路における伝搬定数

の屈折率によって決まるのがわかる．このように， E_{pq}^x モードと E_{pq}^y モードにおける規格化伝搬定数の上限と下限が，それぞれ独立に異なる値をとる特性は，従来の等方性誘電体を用いた線路において見られなかったものである．さらに，異方性誘電体方形線路においては，2次元構造の異方性誘電体スラブ線路においては見られなかった，同じモード群同士の縮退が現われる．例えば， E_{13}^x モードと E_{21}^x モード，あるいは E_{13}^y モードと E_{21}^y モードとの間に縮退が起きているのが見られる．つぎに，図 5. 8 より，方形部の幅と厚さの比 a/b が大きくなるにしたがって，ある周波数に対するモード間の伝搬定数の差が小さくなり，また， y 方向に高次モードが多く現われることがわかる．したがって，単一モード伝送，あるいは基本モードの伝送など少数のモードの伝送には a/b が小さい方が有効であると考えられる．以上のように，異方性誘電体を方形線路に用いることによって，異方性誘電体スラブ線路の場合と同様に種々

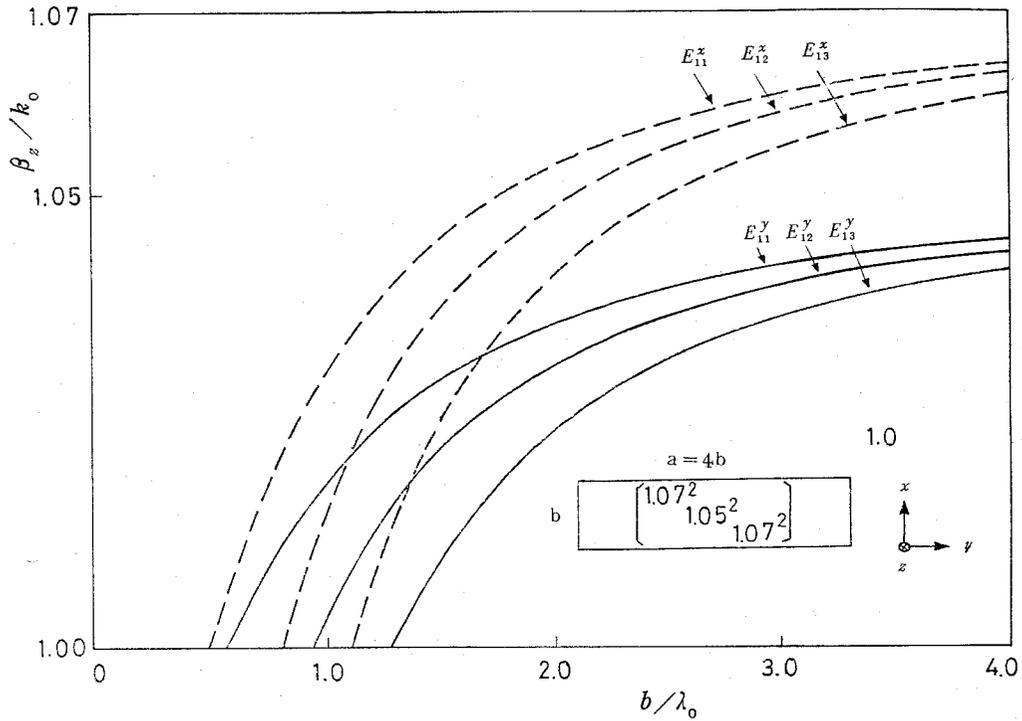


図 5 . 8 異方性誘電体方形線路における伝搬定数

の新しい伝搬モード特性が得られ、したがってこのような異方性誘電体方形線路は、光集積回路における構成要素としてその適用が期待される。

5 . 4 結 言

本章では、3次元構造の線路の典型である誘電体方形線路に異方性誘電体を用いた場合の電磁波モードを解析した。まず、誘電体方形線路において基板が一軸性の誘電体結晶の場合、つづいて方形部が一軸性結晶の場合のそれぞれについて、電磁界表示式および特性方程式を導出した。さらに、具体的な一軸性の誘電体結晶を用いた数値計算例によって、従来の等方性誘電体方形線路においては見られなかった種々の新しい伝搬モード特性を明らかにした。

第 6 章 結 論

本章では、本研究の成果を総括して述べる。著者は本論文において、異方性媒質を含む光線路の問題を解析的に取り扱い、その伝搬モード特性を明らかにした。すなわち、2次元線路および3次元線路における異方性媒質中の波動伝搬、異方性誘電体スラブ線路における電磁波モード、および異方性誘電体方形線路における電磁波モードについてそれぞれ考察し、従来知られていなかった種々の新しい伝搬モード特性が現われることを明らかにした。

第2章では、スラブ線路のような2次元構造の線路に異方性媒質が含まれた場合の電磁波の伝搬について波動論的に考察し、分散関係式を導出した。さらに、この線路に沿って電磁波が導波されるための、異方性の媒質定数に関する条件式を明らかにした。

第3章では、方形線路のような3次元構造の線路に異方性媒質が含まれた場合の電磁波の伝搬について第2章と同様に考察し、分散関係式、およびこの線路に沿って電磁波が導波されるための媒質定数に関する条件式を導出した。

第4章では、誘電体スラブ線路において異方性誘電体を用いた場合の電磁波モードを波動論に基づいて解析した。すなわち、スラブ、あるいは基板、さらにスラブと基板がともに異方性誘電体の場合のそれぞれにおける電磁波モードを解析し、各領域における電磁界表示式および特性方程式を導出した。さらに伝搬定数および電磁界分布の具体的な数値計算例を示し、異方性媒質を用いることによって得られる種々の伝搬モード特性を明らかにした。

第5章では、誘電体方形線路において異方性誘電体を用いた場合の電磁波モードを解析した。すなわち、基板、あるいは方形部が一軸性結晶の場合のそれぞれにおける電磁波モードを解析し、電磁界表示式および特性方程式を導出した。さらに、具体的な数値計算例によって、異方性誘電体を含む線路に現われる伝搬モード特性を明らかにした。

以上、総括的に述べた本研究の成果が、電磁界理論ならびに光通信技術の向上発展に多少なりとも貢献し得るならば、著者の最も幸いとすることである。

謝 辞

本研究を行なうに際し、終始御懇切な御指導、御激励を賜った大阪大学工学部熊谷信昭教授、ならびに種々有益な御教示、御助言をいただいた大阪大学工学部松原正則助教授に深甚なる謝恩の意を表わす。

大学院在学中、通信工学一般および本研究に関して、御指導、御教示をいただいた大阪大学工学部板倉清保教授、滑川敏彦教授、手塚慶一教授ならびに中西義郎教授に深く感謝する。

また、種々有益な御教示、御討論をいただいた大阪大学工学部倉蘭貞夫助教授ならびに堤 誠講師に深謝する。

本研究遂行にあたって御協力いただいた熊取賢治氏（現在、阪急電鉄株式会社）、ならびに田中正夫氏（現在、藤倉電線株式会社）に深謝するとともに、種々有益な御討論をいただいた大阪大学工学部森田長吉助手、桜井照男技官および近畿大学理工学部山口 孜助手に深謝する。

さらに、日頃御討論いただいた大阪大学大学院大高真人氏をはじめとする熊谷研究室の諸兄に厚く御礼を申し上げる。

文 献

- (1) D.Marcuse : "*Light transmission optics*", Van Nostrand Reinhold Co. (1972).
- (2) N.S.Kapany and J.J.Burke : "*Optical waveguides*", Academic Press (1972).
- (3) D.Marcuse, ed. : "*Integrated optics*", IEEE Press (1973).
- (4) D.Marcuse : "*Theory of dielectric optical waveguides*", Academic Press (1974).
- (5) M.K.Barnoski, ed. : "*Introduction to integrated optics*", Plenum Press (1974).
- (6) J.E.Goell and R.D.Standley : "Integrated optical circuits", Proc. IEEE, **58**, 10, P.1504 (Oct. 1970).
- (7) H.F.Taylor and A.Yariv : "Guided wave optics", Proc. IEEE, **62**, 8, P.1044 (Aug. 1974).
- (8) H.Kogelnik : "An introduction to integrated optics", IEEE Trans., **MTT-23**, 1, P.2 (Jan. 1975).
- (9) D.Gloge : "Optical waveguide transmission", Proc. IEEE, **58**, 10, P.1513 (Oct. 1970).
- (10) T.Uchida, et.al. : "Optical characteristics of a light-focusing fiber guide and its applications", IEEE J. of Quantum Electronics, **QE-6**, 10, P.606 (Oct. 1970).
- (11) S.E.Miller : "Integrated optics : An introduction", Bell Syst. tech. J., **48**, 7, P.2059 (Sept. 1969).
- (12) R.E.Collin : "*Field theory of guided waves*", McGraw-Hill (1960).
- (13) R.F.Harrington : "*Time-harmonic electromagnetic fields*", McGraw-Hill (1961).
- (14) R.Shubert and J.H.Harris : "Optical surface waves on

- thin films and their application to integrated data processors", IEEE Trans., **MTT-16**, 12, P.1048 (Dec. 1968).
- (15) P.K.Tien : "Light waves in thin films and integrated optics", Applied Optics, **10**, 11, P.2395 (Nov. 1971).
- (16) H.Seidel : "The character of waveguide modes in gyromagnetic media", Bell Syst. tech. J., **36**, 2, P.409 (March 1957).
- (17) H.Unz : "Propagation in arbitrarily magnetized ferrites between two conducting parallel planes", IEEE Trans., **MTT-11**, 3, P.204 (May 1963).
- (18) G.J.Gabriel and M.E.Brodwin : "The solution of guided waves in inhomogeneous anisotropic media by perturbation and variational methods", IEEE Trans., **MTT-13**, 3, P.364 (May 1965).
- (19) D.F.Nelson and J.McKenna : "Electromagnetic modes of anisotropic dielectric waveguides at p - n junctions", J.Appl. Phys., **38**, 10, p.4057 (Sept.1967).
- (20) F.E.Gardiol : "Anisotropic slabs in rectangular waveguides", IEEE Trans., **MTT-18**, 8, P.461 (Aug.1970).
- (21) R.A.Andrews : "Crystal symmetry effects on nonlinear optical processes in optical waveguides", IEEE J. of Quantum electronics, **QE-7**, 11, P.523 (Nov. 1971).
- (22) D.P.Gia Russo and J.H.Harris : "Wave propagation in anisotropic thin-film optical waveguides", J. Opt. Soc. Amer., **63**, 2, P.138 (Feb. 1973).
- (23) S.Wang, J.D.Crow and M.Shah : "Thin-film optical waveguide mode converters using gyrotropic and anisotropic substrates", Appl. Phys. Lett., **19**, 6, p.187 (15 Sept. 1971).

- (24) M. Shah, J.D. Crow and S. Wang : "Optical-waveguide mode-conversion experiments", Appl. Phys. Lett., **20**, 2, P.66 (15 Jan. 1972).
- (25) S. Wang, M. Shah and J.D. Crow : "Wave propagation in thin-film optical waveguides using gyrotropic and anisotropic materials as substrates", IEEE J. of Quantum Electronics, **QE-8**, 2, P.212 (Feb. 1972).
- (26) 山本錠彦, 小山田弥平, 牧本利夫 : "異方性薄膜光導波系の固有モード解析とその応用", 信学論(C), **55-C**, 10, P.550 (昭47-10).
- (27) 山本錠彦, 牧本利夫 : "異方性薄膜光導波系の回路論的取扱いと非相反素子設計への応用", 信学論(C), **56-C**, 3, P.187 (昭48-03).
- (28) 山本錠彦, 長沢隆士, 岡村康行, 牧本利夫 : "異方性薄膜光学回路素子の位相補償", 信学論(C), **57-C**, 5, P.151 (昭49-05).
- (29) K.G. Budden : "*Radio waves in the ionosphere*", Cambridge (1966).
- (30) M. Born and E. Wolf : "*Principles of optics*", Fourth edition, Pergamon Press (1970).
- (31) 小西良弘 : "フェライトを用いた最近のマイクロ波回路技術", 電子通信学会 (昭和47年).
- (32) J. Warner : "Nonreciprocal magneto optic waveguides", IEEE Trans., **MTT-23**, 1, P.70 (Jan. 1975).
- (33) 里村 裕, 松原正則, 熊谷信昭 : "異方性誘電体スラブにおける電磁波モードの解析", 輻射科学研究会資料 (昭47-04).
- (34) 里村 裕, 松原正則, 熊谷信昭 : "異方性誘電体スラブにおける電磁波モードの解析", 信学会マイクロ波研究会資料, **MW72-34** (昭47-06).
- (35) Y. Satomura, M. Matsuhara and N. Kumagai : "Analysis of electromagnetic-wave modes in anisotropic slab waveguide", IEEE Trans., **MTT-22**, 2, P.86 (Feb. 1974).
- (36) 里村 裕, 熊取賢治, 松原正則, 熊谷信昭 : "異方性媒質を含む誘電体

- スラブ線路における電磁波モードの解析”，輻射科学研究会資料（昭49-04）。
- (37) 里村 裕，熊取賢治，松原正則，熊谷信昭：“異方性媒質を含む誘電体スラブ線路における電磁波モードの解析”，信学論(B)，技術談話室，**58-B**，10，P.537（昭50-10）。
- (38) E.A.J.Marcatili：“Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics”，Bell Syst. tech. J.，**48**，7，P.2071（Sept. 1969）。
- (39) J.E.Goell：“A circular-harmonic computer analysis of rectangular dielectric waveguides”，Bell Syst. tech. J.，**48**，7，P.2133（Sept. 1969）。
- (40) 古田洋介，野田秀樹，井早 晃：“光ストリップ線路”，信学会光・量子エレクトロニクス研究会資料，**OQE** 73-24（昭48-07）。
- (41) E.A.J.Marcatili：“Slab-coupled waveguides”，Bell Syst. tech. J.，**53**，4，P.645（April 1974）。
- (42) V.Ramaswamy：“Strip-loaded film waveguide”，Bell Syst. tech. J.，**53**，4，P.697（April 1974）。
- (43) 大高真人，下代雅啓，松原正則，熊谷信昭：“Slab coupled waveguidesの導波モードの解析”，信学会マイクロ波研究会資料，**MW** 74-73（昭49-10）。
- (44) C.Yeh，S.B.Dong and W.Oliver：“Arbitrarily shaped inhomogeneous optical fiber or integrated optical waveguides”，J.Appl. Phys.，**46**，5，P.2125（May 1975）。
- (45) 里村 裕，松原正則，熊谷信昭：“異方性媒質を含む誘電体方形線路における電磁波モードの解析”，輻射科学研究会資料（発表予定）。
- (46) J.A.Stratton：“*Electromagnetic theory*”，P.362，McGraw-Hill（1941）。
- (47) 熊谷信昭：“光伝送”，電子通信学会関西支部オプトエレクトロニクス専門講習会講演論文集，第3章（昭48-11）。

- (48) S.Wang, J.D.Crow and M.Shah : "Studies of magneto-optic effects for thin-film optical waveguide applications", IEEE Trans., **MAG-7**, 3, P.385 (Sept. 1971).
- (49) 倉園貞夫, 岩崎敬一郎, 熊谷信昭 : "分布結合線路を用いた新しい光変調方式", 信学論(C), **55-C**, 1, P.61 (昭47-01).
- (50) 板倉清保 : "近代超高周波工学", 第6章, 電気書院(昭和44年).
- (51) W.Schlosser and H.G.Unger : "Partially filled waveguides and surface waveguides of rectangular cross-section", *Advances in Microwaves*, Academic Press (1966).

付 録 1

誘電率テンソルが対角成分だけのとき，すなわち

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.1})$$

で表わされる場合，異方性誘電体スラブ中の電磁波モードは，次に示すように TE モードと TM モードの2つに分離している。

(1) TE モード

$$\left. \begin{aligned} H_z &= A \cos \beta_x x + B \sin \beta_x x \\ E_z &= 0 \\ H_y &= 0 \\ E_y &= -\frac{\omega \mu}{\beta_z} c [jA \sin \beta_x x - jB \cos \beta_x x] \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1.2})$$

ただし，

$$c = \frac{\beta_z}{\beta_x}$$

また，分散関係式は次のとおりである。

$$\beta_x^2 = k_{yy}^2 - \beta_z^2 \quad (\text{A1.3})$$

(2) TM モード

$$\left. \begin{aligned} H_z &= 0 \\ E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} [A \cos \beta_x x + B \sin \beta_x x] \\ H_y &= b [jA \sin \beta_x x - jB \cos \beta_x x] \\ E_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1.4})$$

ただし，

$$b = \frac{k_{zz}^2}{\beta_x \cdot \beta_z}$$

分散関係式は次のとおりである。

$$\beta_x^2 = k_{zz}^2 - \frac{k_{zz}^2}{k_{xx}^2} \cdot \beta_z^2 \quad (\text{A1.5})$$

また、4.2節において境界条件を適用することによって得られる特性方程式は、 TE モード、 TM モードについてそれぞれ次式で表わされる。

TE モードの場合

$$(\alpha_1 \alpha_2 - \beta_x^2) \sin \beta_x d + (\alpha_1 + \alpha_2) \beta_x \cdot \cos \beta_x d = 0 \quad (A1.6)$$

TM モードの場合

$$\left(\alpha_1 \alpha_2 - \frac{k_1^2 k_2^2}{k_{zz}^4} \beta_x^2 \right) \sin \beta_x d + \left(\frac{k_2^2}{k_{zz}^2} \alpha_1 + \frac{k_1^2}{k_{zz}^2} \alpha_2 \right) \beta_x \cdot \cos \beta_x d = 0 \quad (A1.7)$$

付 録 2

誘電率テンソルが対角成分だけのとき、すなわち

$$\hat{\epsilon}_{\Pi} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx\Pi} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy\Pi} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz\Pi} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.1})$$

で表わされる場合、異方性誘電体基板 Π 中の電磁波モードは、次に示すように TE モードと TM モードの2つに分離している。

(1) TE モード

$$\left. \begin{aligned} H_z &= A_{1\Pi} e^{\alpha_{x_1} x} \\ E_z &= 0 \\ H_y &= 0 \\ E_y &= -j \frac{\omega \mu}{\beta_z} c_{\Pi} A_{1\Pi} e^{\alpha_{x_1} x} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.2})$$

ただし、

$$c_{\Pi} = \frac{\beta_z}{\alpha_{x_1}}, \quad \alpha_{x_1} = \sqrt{\beta_z^2 - k_{yy\Pi}^2} > 0 \quad (\text{A2.3})$$

(2) TM モード

$$\left. \begin{aligned} H_z &= 0 \\ E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} A_{2\Pi} e^{\alpha_{x_2} x} \\ H_y &= j b_{\Pi} A_{2\Pi} e^{\alpha_{x_2} x} \\ E_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.4})$$

ただし、

$$b_{\Pi} = \frac{k_{zz\Pi}^2}{\alpha_{x_2} \cdot \beta_z}, \quad \alpha_{x_2} = \sqrt{\frac{k_{zz\Pi}^2}{k_{xx\Pi}^2} \cdot \beta_z^2 - k_{zz\Pi}^2} > 0 \quad (\text{A2.5})$$

また、4.3節において境界条件を適用することによって得られる特性方程式は、 TE モード、 TM モードについてそれぞれ次式で表わされる。

TE モードの場合

$$(q^2 - s \cdot c_{\Pi}) \sin \beta_x d + q (c_{\Pi} + s) \cos \beta_x d = 0 \quad (\text{A2.6})$$

TM 系 - Γ の場合

$$(p^2 - r \cdot b_{\Pi}) \sin \beta_x d + p (b_{\Pi} + r) \cos \beta_x d = 0 \quad (\text{A2.7})$$

付 録 3

誘電率テンソルが対角成分だけのとき，すなわち

$$\hat{\epsilon}_I = \begin{bmatrix} \epsilon_{xxI} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yyI} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zzI} \end{bmatrix} \quad (\text{A3.1})$$

で表わされる場合，異方性誘電体スラブ I 中の電磁波モードは，次に示すように TE モードと TM モードの 2 つに分離している。

(1) TE モード

$$\left. \begin{aligned} H_z &= A_{1I} \cos \beta_{x_1} x + B_{1I} \sin \beta_{x_1} x \\ E_z &= 0 \\ H_y &= 0 \\ E_y &= -j \frac{\omega \mu}{\beta_z} c_I (A_{1I} \sin \beta_{x_1} x - B_{1I} \cos \beta_{x_1} x) \end{aligned} \right\} (\text{A3.2})$$

ただし，

$$c_I = \frac{\beta_z}{\beta_{x_1}}, \quad \beta_{x_1}^2 = k_{yyI}^2 - \beta_z^2 \quad (\text{A3.3})$$

(2) TM モード

$$\left. \begin{aligned} H_z &= 0 \\ E_z &= \frac{\omega \mu}{\beta_z} (A_{2I} \cos \beta_{x_2} x + B_{2I} \sin \beta_{x_2} x) \\ H_y &= j b_I (A_{2I} \sin \beta_{x_2} x - B_{2I} \cos \beta_{x_2} x) \\ E_y &= 0 \end{aligned} \right\} (\text{A3.4})$$

ただし，

$$b_I = \frac{k_{zzI}^2}{\beta_{x_2} \cdot \beta_z}, \quad \beta_{x_2}^2 = k_{zzI}^2 - \frac{k_{zzI}^2}{k_{xxI}^2} \cdot \beta_z^2 \quad (\text{A3.5})$$