



Title	物体まわりの電離気体流の研究
Author(s)	北村, 正治
Citation	大阪大学, 1976, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2443
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

物体まわりの電離気体流の研究

昭和 51 年 10 月

北 村 正 治

目 次

総 論

1

第1章 プラズマジェット風洞と測定装置

§ 1.1 まえがき	8
§ 1.2 プラズマジェット風洞	8
§ 1.3 静電探針	12
§ 1.4 ファブリ・ペロ干涉計	17

第2章 一部電離した気体中の衝撃波の実験

§ 2.1 まえがき	26
§ 2.2 理論的背景	27
§ 2.3 実験装置	30
§ 2.4 自由流場	32
§ 2.5 衝撃波実験の結果	36
§ 2.6 密度の跳び	38
§ 2.7 衝撃波の厚さ	41
§ 2.8 中性粒子温度	43
§ 2.9 暗い領域	44
§ 2.10 まとめ	47

第3章 くさびまわりの流れ

§ 3.1 まえがき	49
§ 3.2 実験的背景	50
§ 3.3 基礎式とフーリエ変換	52

§ 3.4	遠方の流れに対する漸近表式	55
§ 3.5	数値計算結果と議論	57
§ 3.6	まとめ	63

第4章 平板境界層の実験

§ 4.1	まえがき	65
§ 4.2	実験装置	66
§ 4.3	実験結果	68
§ 4.4	理論解析	74
§ 4.5	まとめ	84

結 論	85
-----	----

参考文献	89
------	----

謝 辞	92
-----	----

本論文に関係する著者の業績目録	93
-----------------	----

総 論

本論文は著者が本学大学院に在学中に行った物体まわりの電離気体流に関する研究成果の大略をまとめたものである。

電離気体は一般に電子、イオン および中性粒子から成る多成分系であり、荷電粒子の存在のため電気伝導性をもつ。本研究はこのような電離気体の物体まわりの流れが通常の気体力学的な流れとどのように異なるかを明らかにしようとするものである。

物体まわりの流れとして、(i)衝撃波保持器(shock holder)の前方に形成された部分電離気体中の垂直衝撃波、(ii)平板上に形成された部分電離気体流中の境界層、および(iii)ホール効果を考慮したくさびまわりの電磁流体の流れ、の三つを扱う。(i)と(ii)はプラズマジェット風洞を使用した磁場がないときの流れの実験的研究であり、電離気体が多成分系であるという点に主眼をおいた。(iii)は磁場の存在下での流れを理論的に扱ったものであり、電離気体が電気伝導性をもち、磁場と相互作用するという点に着目した。

電離気体流の研究は人工衛星やロケットの再突入の問題、MHD発電、気体力学的レーザなどの応用面に関連して重要であるのみならず、通常の気体力学の一般化または拡張としても興味深いものがある⁽¹⁾。しかし電離気体流がもつ複雑さのゆえに、それを統一的に扱うことは困難である。本研究が対象とすることく、電離気体流を連続体媒質として扱える場合に限っても、実際には何らかの簡単化が必要となる。比較的電離度が小さい場合には、いわゆる弱電離近似による扱いがしばしば用いられる。この近似では荷電粒子の存在は中性粒子の流れに影響を与えないと考えられ、電離気体の流体力学的特性と電気的特性は分離できる⁽²⁾。す

なわち気体の流速，密度および温度は通常の流体力学から求め，それらを既知として荷電粒子数密度，電場および電子温度が決定される。

プラズマジェット風洞を使用する電離気体流の実験においては弱電離近似に対応するものが比較的多い。⁽³⁾⁻⁽⁶⁾たとえば，地球大気への再突入の問題では弱電離気体が重要な対象である。再突入のシミュレーションのために重要な実験装置であるプラズマジェット風洞としては，ジェットの出口に単にノズルを付けた型ではなく，ジェットとノズルの間に一種の貯気そうである高圧室を付け，ジェットで生み出された電離気体を一度ここに貯めてから噴出させる型の風洞が使用されている。高圧室では熱平衡，電離平衡が成り立つと考えられるので，そこでの物理量は分光学的な測定などから比較的容易に求められる。これを貯気そう条件として，気体力学でしばしば使われるノズル流または準一次元流の考え方を弱電離気体に拡張すれば，ノズル内とノズル出口での流れの状態が計算できる。電離気体流中のイオン数密度と電子温度はラングミュア(Langmuir)静電探針を用いて比較的容易に測定できるけれども，中性粒子に関する測定は容易ではない。このことから上述のように流れ場をあらかじめ計算しておくことが必要になる。プラズマジェットで生み出された電離気体をいったん高圧室に貯えると電離度と温度の低下が避けられないので，この場合可能な実験条件は限られてくる。

以上に述べたように比較的低温の弱電離気体に対象を制限している限り，高圧室付きのプラズマジェット風洞における実験で静電探針を用い，中性粒子の物理量は通常の気体力学に基づいて計算し，弱電離近似理論を適用すれば，電子温度，荷電粒子密度，プラズマ電位などの分布の実験と理論との比較検討が可能となる。

より高温、高電離の条件での実験は研究対象を拡大するという意味において興味あるだけでなく、磁場の存在下での物体まわりの電離気体流の研究をめざすためにも欠くことができない。電離度に関して言えば、その値の上昇につれて気体の輸送係数は中性気体に対する値とは異った値をもつようになる。また温度に関しては、磁場と流れが強く相互作用をするためには、大きい電気伝導度が要求され、このため高温の流れ場を作る必要がある。

このため著者の属する研究室では通常のプラズマジェットの陽極の外側にさらに環状の陽極を取り付けたプラズマジェットが製作され、これによって高温高電離気体流を生み出すことができた。⁽⁷⁾ しかしこのプラズマジェットの生み出す流れ場には電流が流れており、加熱気流場となっているため、これを利用した物体まわりの流れの実験は、十分な解釈を行うには複雑すぎるという欠点がある。そこで本研究では高圧室のないプラズマジェットにおいてノズルののど部の径を比較的小さくし、のど部の長さを長くし、大きいアーク電流を流して得られる流れ場を採用している。

かかるプラズマジェット風洞では比較的高温高電離の流れが得られる反面、貯気そう条件が明らかでないこと、ノズルののど部までアーク電流が流れて加熱が行われる可能性があることなどのため、ノズル流として扱うことによって流れの状態を計算することが困難になる。しかもピトー管などの通常の気体力学的な測定手段は信頼性を失う。

これらの問題点を克服する一手段としてファブリ・ペロ (Fabry-Perot) 干渉計を用いることは有効である。⁽⁸⁾⁽⁹⁾ この装置は、他の方法では困難な重粒子温度測定が可能なこと、測定対象にじょう乱を与えないことなど種々の長所をもっている。

かくして上に述べた流れ場について、従来多く用いられ

て信頼度の高いラングミュア静電探針と新たに導入されたファブリ・パロ干涉計を使用して、垂直衝撃波並びに平板境界層の実験的研究を行った。これらは理論との比較を行う上でも比較的容易であり、また物体まわりの超音速流における本質的な現象を扱うことにもなる。

以上の立場から、前述の(i)と(ii)の研究を行った。特にこれらの問題において荷電粒子を含むことによる輸送係数の変化を通して、巨視的な衝撃波や境界層がどのように変化するかを明らかにすることを第一の目的とした。

電離気体が磁場とどのように相互作用するかを調べる場合には、多成分系として電離気体を扱うと方程式系が非常に複雑になる。従つてここでは電磁流体近似を採用する。この立場から物体まわりの電離気体流を見通し良く調べる一つの方法として、薄い物体まわりの流れを考え、問題を線形化して取り扱うことにする。電気伝導度が無限大または無限小の極限では取り扱いが簡単である。たとえば電気伝導度が無限大の極限において、ある条件下で前向きに伝わる波が見出されている。⁽¹⁰⁾

しかし実験との比較を行うためにも、また電気伝導度の両極限間での流れのようすの結びつきを見る上でも、有限の電気伝導度をもつ流れを調べることは重要である。有限であるが非常に大きい電気伝導度をもつ流れに対しては漸近的な解が得られているが、⁽¹¹⁾ 任意の電気伝導度をもつ流れに対しては数値計算に訴える方法しかない。このように線形化されたくさびまわりの有限の電気伝導度をもつ流れについて、印加磁場が流れに平行な場合および垂直な場合について数値計算が行われた。その結果、磁気流体力学的境界層、前向き波および二重の波などに対する有限電気伝導度の効果が順次明らかにされた。⁽¹²⁾⁽¹³⁾

一方、磁場の存在下での物体まわりの流れの実験的研究はこれまでプラズマガン、環状陽極付きプラズマジェット風洞、⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾ 衝撃波管などを使用して行われた。そして種種の興味ある現

象が見出されているけれども、それらを電磁流体力学などに基いて解釈することはかなり不十分であり、逆に従来の電磁流体力学が予測する特徴的な流れである前向きな波や二重の波などの実験的観察はまだ行われていない。

これは実験的な面からは高い電気伝導性をもつ安定した一様流が得にくく、しかも測定手段が限定されていることに原因がある。一方理論的な面からも、もう少し実際に近い状況に対応する問題を扱う必要がある。前者に関しては本研究で行った電離気体流の測定のためのファブリ・ペロ干涉計の導入は一つの有力な測定手段を与えるだろう。後者に関連して本研究では、通常の電磁流体力学において無視されているホール効果を考慮した物体まわりの流れを調べた。特に電離気体が希薄になればホールパラメタが増大し、ホール効果は無視できなくなる。

前述 (iii) の研究はこのような立場から行われたものである。問題の扱い方は、任意の電気伝導度をもつ流れにおけると同様、線形化した基礎式のフーリエ変換によって常微分方程式に導き、その解を求めて、それを含む逆フーリエ変換を数値的に評価するという手法によるが、基礎方程式の階数が高くなり、それだけむずかしさが増すことになる。物体として薄い有限長さのくさび部分とそれに続く一定厚さの部分から成る絶縁物体を採用し、磁場は流れと同一方向にあるとした。

ホール効果は電離気体中の電子が磁力線にまきつくため、電流の方向が実効的な電場の方向からずれることによって生じ、その効果の大きさはホールパラメタで表わされる。それは具体的にはオームの法則の一般化として導入され、流れに分散性を与える。本研究の (iii) では一定の電気伝導度をもつ流れにおいて、ホールパラメタの増大が流れ場にどのような変化を引き起こすかに特に注意を払う。

以下、本論文の各章の内要を要約して述べる。本論文は4章から成り、第1章では電離気体中の衝撃波と境界層の

実験に使用する装置のうち、プラズマジェット風洞、ラングミュア静電探針 およびファブリ・ペロ干涉計について述べる。まずプラズマジェット風洞の構造、機能、特長を記し、続いて静電探針の原理と、電子温度とイオン数密度の決定法、およびそれを流れているプラズマに適用する際の注意を述べる。最後に、ファブリ・ペロ干涉計の原理を説明し、温度と流速の決定法を述べ、温度決定の際に必要な修正法、および実際の装置と使用上の注意を記す。

第2章では前述(i)の部分電離気体中の衝撃波について述べる。まずこれまで理論的に明らかにされてきた点に触れ、次に本実験で使用した装置の説明を行う。自由流についてその一様性などを検討してから、衝撃波の形成された流れにおける測定結果について述べる。これらの測定結果を基にして、衝撃波でのイオン数密度の跳びが流れの径方向への面極性拡散の影響を受けていることを明らかにし、さらに衝撃波の厚さがイオンの存在のため薄くなっている点を現在ある理論との比較を通して明らかにする。また中性粒子温度の測定結果を垂直衝撃波関係が予測する値と比較してみる。暗い領域に関しては特に高い電子温度がどのように影響しているか調べる。最後に本章で得られた結果を要約する。

第3章では前述(iii)のくさびまわりの電離気体の流れを扱う。始めに物体まわりの電離気体の流れに関するこれまでの実験によって明らかになっている点 およびそれらの問題点について述べる。次に基礎式をフーリエ変換し、フーリエ変換面での解を導出する。物体から遠方の流れに対してはラプラスの方法に従って漸近表式が得られる。そしてこの表式から磁気流体力学的な波や伴流が現れる条件 およびそれらを拡散する因子が明らかにされる。物体近くの流れ場は特性方程式の根を含むフーリエ逆変換の数値的な評価によって得られる。数値計算は電気伝導度が無限大の極限での基礎方程式の型と特性線の向きに

よって分類される領域のうちから代表的な三つの流れを選んで行われる。そして三つの代表流れのそれぞれでいくつかの電気伝導度を考慮し、それらの各条件下でホールパラメタの三つの値に対して計算を行う。その結果特に一定の電気伝導度をもつ流れにおけるホールパラメタの増大による流れ場の移り変りのようすが明らかにされる。

第4章において前述(ii)の部分電離気体流中の平板境界層の実験と、対応する理論計算について述べる。まず本章で注意を払った点を記し、使用した装置について述べる。次に測定結果を検討と共に示し、境界層の構造を実験的に明らかにする。これとの比較のため理論的な解析を行う。二次元、定常、電離凍結流に対する境界層近似された基礎方程式に境界層変換を適用し、局所相似の仮定の下に境界層を記述する常微分方程式を得る。温度と電離度による輸送係数の変化をくり返し計算によって考慮し、この微分方程式を数値的に解いて境界層の構造を理論的に明らかにし、実験との比較を行う。さらに電離していない気体の境界層の計算との比較を通して荷電粒子の存在が境界層厚さに与える効果を調べる。

以上の第1章から第4章までの各論で得られた結果をまとめて結論とする。

第1章 プラズマジェット風洞と測定装置

§1.1 まえがき

本章では本研究で用いた実験装置について述べる。実験装置はプラズマジェット風洞、測定装置、衝撃波保持器 (shock holder) および水冷平板から成る。衝撃波保持器と水冷平板とはそれぞれ衝撃波実験と境界層実験で用いるもので、§2.3 および §4.2 で述べる。主要な測定装置は Langmuir 静電探針とファブリ・パロ干涉計であり、それぞれイオン数密度と電子温度、および中性粒子の温度と流速の測定に使用する。図1.1は実験装置のうちプラズマジェット風洞とファブリ・パロ干涉計の概略を示す。

§1.2 プラズマジェット風洞

プラズマジェット風洞は、直流アーク放電を利用したプラズマジェットで生み出された部分電離気体を、真空ポンプ系によって減圧された測定室タンク中へと噴出させ、定常で安定した高温、高電離、超音速の部分電離気体の流れ場を作り出し、その中で種種の実験を行う目的で製作されたものである。本研究で行った衝撃波の実験、境界層の実験以外にも、磁気ノズルを過ぎるプラズマ流の研究や、静電探針のイオン電流に対する探針の迎角および流速の効果を調べる研究など⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾にも使用されてきた。

プラズマジェット風洞の構成のうち中心となるのはプラズマジェットであり、その作動気体としてアルゴンを使用する。

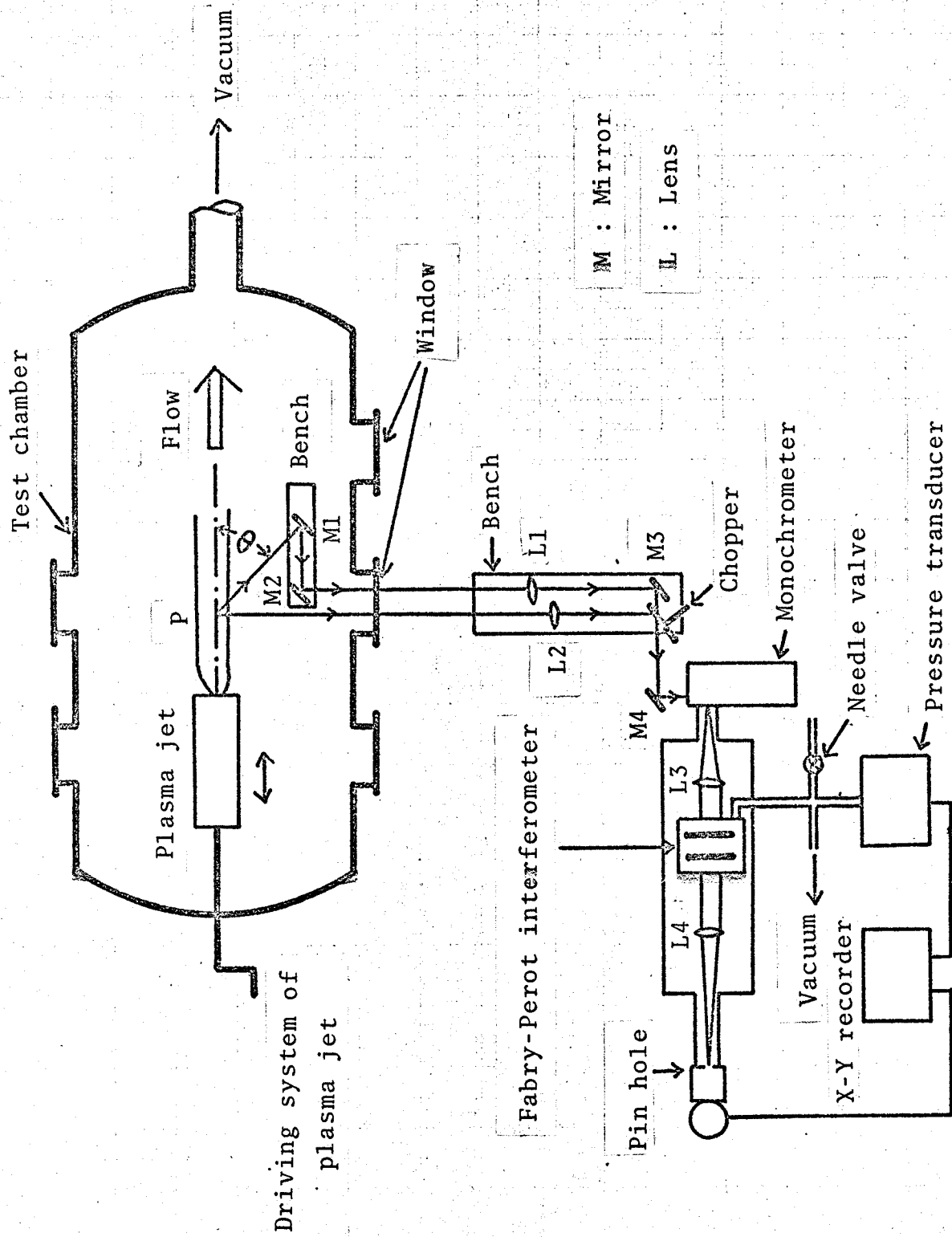


図1.1 フラズマジェット風洞とファブリ・ペロ干涉計

アルゴンガスはポンプから供給され、減圧弁で降圧と流量の調節を行い、流量計を通したのちタンク内のプラズマジェットへ送られ、ここで直流アーク放電によって加熱、電離され、測定室内へ噴出されたのち、真空ポンプ系によって大気中へ排气される。一方加熱と電離のためのエネルギーは、三相交流電源を整流し、平滑化して得られた直流電源からプラズマジェットに供給され、ここでアルゴンガスの加熱、電離に使用されたのち冷却水によって持ち去られる。

図1.2はプラズマジェットの主要部を示す。ジェットの陰極は、放電がうまく行われ溶融しないように先端を丸くした直径10mmのトリウム入りタングステン棒で作られる。陰極と向い合せにして同軸的に銅製の陽極を置く。陰極と陽極の間の空間をアーク室と呼ぶ。アルゴンガスは陰極の付け根部分に接線方向に流しアークの安定化をはかる。銅製の広がりノズルを

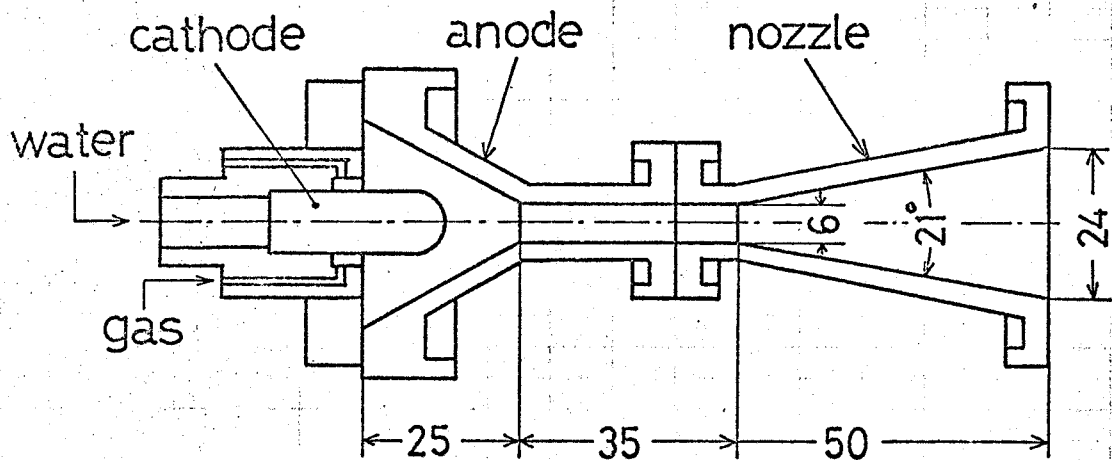


図1.2 プラズマジェット主要部(単位 mm)

陽極と一体的に取り付け、陽極と広がりノズルとでラバルノズルが形成される。ノズルは種種の形状のものが使用できるが、ここで採用した広がりノズルは比較的一様性の良い流れ場を生み出せる。その開き角は 21° 、のど部の直径は6mm、出口の直径は24mmである。

測定室となるタンクはステンレス・スチール製で、ほぼ円筒形状であり、長さは150cm、直径は90cmである。軸を水平にして設置されており、4箇所につけられた窓はプラズマ流の観測、写真撮影、光学的測定などに利用される。タンク内下面に付けたレールに台車を乗せ、この台車の上にプラズマジェットを噴流の軸がタンクの軸と平行になるように取り付ける。タンク外部からの操作によって台車とプラズマジェットはタンク内を軸方向に移動させることができる。従って種種の測定に際し測定器を流束の軸に対し直角方向に動かせば、台車の移動と組合せてプラズマ流中の任意の軸方向、径方向位置を測定点に選べる。衝撃波実験での衝撃波保持器や境界層実験での水冷平板もこの台車上に取り付けられる。

真空ポンプ系は油回転ポンプとメカニカル・ブースターから成り、排気速度は6400 l/minである。アーク電流は3相220Vの交流をセレン整流器で整流し、さらに直列に入れられたインダクタンスと並列に入れられたキャパシタンスの組合せであるる波器で平滑化される。

プラズマジェットの陰極部、陽極および広がりノズルはポンプによって強制的に水冷される。測定室タンク内のタンクから排気系につながる部分のすぐ前に市水で冷却された冷却板を取り付けて、高温プラズマ流がタンク内壁に直接当ることおよび真空ポンプ系へ高温気体が流れて行くことを防ぐ。

本プラズマジェット風洞はかなりの範囲の作動気体流量、アーク電流、測定室内圧力の下で使えるけれども、本研究では作動気体流量0.178/sec、アーク電流500A~1000A、アーク電圧

24 V, 測定室内圧力 0.2 Torr ~ 0.25 Torr の条件で運転した。なおそのときアーク室内の圧力は 300 Torr ~ 350 Torr となる。この運転条件はなるべく一様性の良い大きい流れ場が得られ、測定具として無衝突静電探針とファブリ・ペロ干涉計の使用が可能であることなどを考慮して採用された。無衝突静電探針では理論的には平均自由行程が問題になるが、実際の使用ではプラズマ流からの熱障害の問題も生じる。ファブリ・ペロ干涉計の使用には、プラズマから放出されるスペクトル線の強度が十分強いことが必要であると同時に、測定に時間がかかるため、比較的長時間の安定なプラズマジェットの連続運転が行えることも重要である。

§ 1.3 静電探針

電子温度とイオン数密度の測定には Langmuir 静電探針を用いた。この測定法はプラズマ中にそう入した小電極に電圧を印加し、印加電圧を変えるとききのプラズマから電極に流れ込む電流の変化、つまり電流電圧特性を求め、この特性からプラズマに関する種種の情報を得ようとするものであり、プラズマの実験では広く用いられている。これは局所的な測定が可能であること、装置が比較的簡単なことなどの長所をもつ一方、プラズマの境界という困難な問題と直接関連しているので、適用条件や特性の解釈など注意すべき点も多い。

本研究で用いたような最も一般的な静電探針の電流電圧特性の典型的なものは図 1.3 のようになる。⁽¹⁸⁾ 横軸 V_p は探針に加えられる電位、すなわち探針電位を、そして縦軸 I_p はプラズマから探針に流れ込む電流、すなわち探針電流を示す。探針特性のうち A の部分を電子電流飽和領域、B の部

分を遷移領域, Cの部分をイオン電流飽和領域と呼ぶ。また $I_p = 0$ となるときの電位を浮動電位 V_f と呼ぶ。

電子温度を求めるには遷移領域を使う。プラズマの電位は図1.3のAの部分とBの部分のつなぎ目にあるので、遷移領域Bでは電子は速い熱運動のため負の電位に逆らって探針に流入する。同時にイオンも探針に引かれて流入するが、流入するイオン電流はイオン飽和領域Cからの外そう(図1.3の破線)で与えられるので、電子電流は図1.3の I_e で与えられる。この電子電流 I_e の測定から次のようにして電子温度が決定できる。

電子が温度 T_e , 電位 V_p において平衡にあるならば、電子数密度 n_e は

$$n_e = n_{e0} \exp(-\eta), \quad (1.1)$$

$$\eta = \frac{eV_p}{kT_e} \quad (1.2)$$

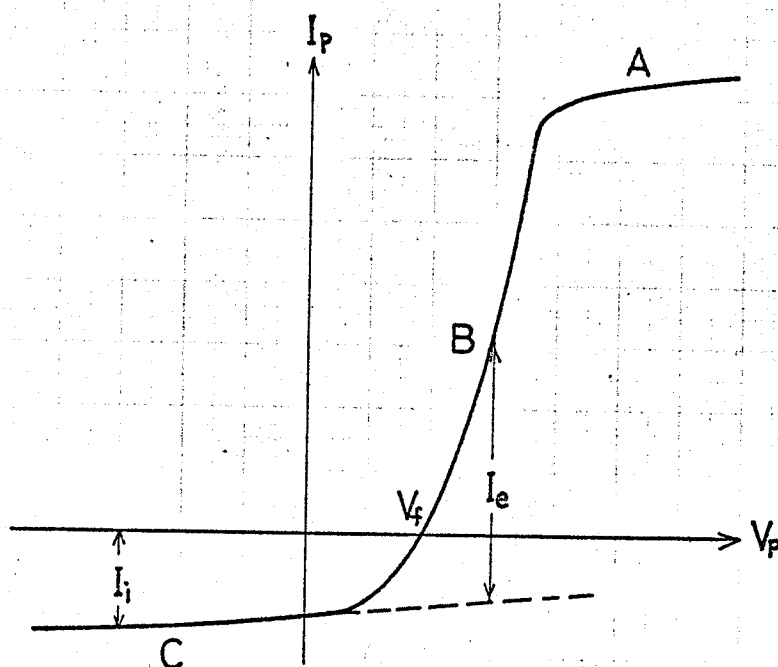


図1.3 静電探針の典型的な電流電圧特性

となる。ただし e は電子の電荷の絶対値、 k はボルツマン定数、 n_{e0} は $V_p = 0$ での電子数密度である。探針の面積を A_p とすれば、探針を打つ電子電流は

$$I_e = e A_p n_e \left(\frac{k T_e}{2\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.3)$$

となる。ただし m_e は電子の質量である。(1.1) と (1.3) から

$$I_e = e A_p n_{e0} \left(\frac{k T_e}{2\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \exp(-\eta) \quad (1.4)$$

となるから、 $\ln I_e$ と V_p との関係は直線的になる。そしてその直線の傾きから電子温度 T_e が求まる。

イオン数密度を求めるにはイオン電流飽和領域 C を使う。探針のまわりには周囲のプラズマとは異った層が形成される。これをさや (sheath) と呼ぶ。イオンは負に電位をかけられた探針に引かれるが、その速度はさやにおいてボーム速度

$$a = \left(\frac{k T_e}{2\pi m_i} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.5)$$

で制限される。ただし m_i はイオンの質量である。従って、さやの面積を A_D 、イオン数密度を n_i とすれば、イオン電流は

$$I_i = e A_D n_i a \quad (1.6)$$

で飽和する。さやの厚さはデバイ長 λ_D の程度であるから、デバイ長が探針半径 r_p に比較して十分小さいとき、 $A_D \simeq A_p$ となる。そのとき

$$I_i = e A_p n_i a \quad (1.7)$$

となる。イオン飽和電流の測定値 I_i 、電子温度でさきまるボーム速度 a および探針面積 A_p を使ってイオン数密度 n_i が求められる。

る。

Laframboise は 探針半径とデバイ長の比 r_p/λ_D の任意の値に対するイオン飽和流をイオンと電子とに対する無衝突 Boltzmann 方程式と Poisson 式から計算した。⁽¹⁹⁾ 結果は

$$I_i = e n_i A_p \left(\frac{k T_e}{2 \pi m_i} \right)^{\frac{1}{2}} \bar{I}_i \quad (1.8)$$

という形において、 $\bar{I}_i$ を r_p/λ_D の関数として与えている。ただし電子温度とイオン温度の比 T_i/T_e と無次元探針電位 $e\phi/kT_e$ がパラメタとして含まれる。デバイ長 λ_D はイオン数密度 n_i に依存するため、(1.8) の形のままで実験で n_i を求める計算ではくり返しが必要となる。Sonin は $\beta = (r_p/\lambda_D)^2 \bar{I}_i$ が測定で直接求められる量であることを利用して、(1.8) をくり返しを使わなくてもよい形に表現した。⁽²⁰⁾ 本実験でのイオン数密度の決定にはこの Sonin の方法を使った。

以上の探針理論およびそれに基づく電子温度とイオン数密度の実験からの決定法は静止しているプラズマに対し適用される。これを流れているプラズマに適用するには次のような注意を要する。普通、電子の熱速度に比較して流速は小さいので、電子温度の決定のとき流れの影響は無視できる。イオン数密度の決定のとき、一般には流れの影響が現れる。⁽¹⁷⁾ しかし円柱形の探針を使う場合、円柱の軸を流れの方向に一致させ、円柱探針の長さ⁽¹⁷⁾と直径の比 $l_p/2r_p$ を十分大きくすれば、流れの影響は無視でき、静止プラズマに対する探針理論が適用できる。

本研究で使用した静電探針の形状を図1.4に示す。探針は、直径 $2r_p = 0.1 \text{ mm}$ のタングステン線を、プラズマにさらされる長さ $l_p = 2 \text{ mm} \sim 5 \text{ mm}$ の部分を残して、石英ガラス管で被った円柱型探針である。本実験での探針電流は比較的大きく、数 mA から 10 数 mA ほどある。だから探針電流は探針に直

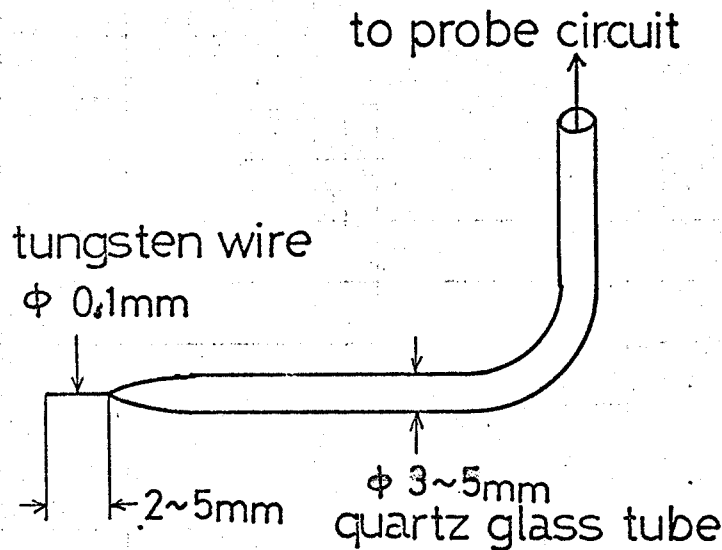


図1.4 本実験で使した静電探針

列に抵抗を入れ、その抵抗の両端の電位差から簡単に求まる。定常プラズマ流での実験であるので、探針に加える電圧源には通常の直流電源が、特性の記録には X-Y 記録計が使われる。基準の電位は接地されているプラズマジェットの陽極の電位にとった。

第4章で述べる境界層の実験には上のような探針を使った。これは複探針との対比からは単探針と呼ばれる。第2章で述べる衝撃波の実験では探針2本から成る複探針を使った。これは探針2本をプラズマにそう入し、この2本の探針間にかかる電位差を変化させ、そのときの電流の変化をみるものである。これは原理的には先の単探針と同様であるが、探針と測定回路全体が電氣的に浮いている。このため複探針による測定はプラズマの電位の変動によって影響を受けないという長所をもつ。⁽¹⁸⁾電離気体中の衝撃波においてプラズマ電位が必ずしも一定でない⁽¹⁸⁾と予想されるため、衝撃波の実験では複探針を使った。

§ 1.4 ファブリ・ペロ(Fabry-Perot)干渉計

ここではプラズマ流中の中性粒子の温度と流速の測定に用いたファブリ・ペロ干渉計⁽⁸⁾⁽⁹⁾について述べる。本実験に使ったものは圧力掃引型である。これは入射光の波長分布を微細に分解できるという特長をもつ。この特長は、入射光を2枚のエタロン板の間でくり返し反射させ、反射回数の異なる光の間の干渉を利用することに基づく。

プラズマ流中の粒子が放出するスペクトル線は二種類のドップラ(Doppler)効果を受ける。一つは流速によるドップラ・シフト(Doppler shift)であり、もう一つは粒子の熱運動によるドップラ広がりである。ファブリ・ペロ干渉計がもつ波長分布の微細な測定能力を使つてドップラ・シフトとドップラ広がりを測定すれば、粒子の流速と温度が決定できる。

(a) ファブリ・ペロ干渉計の原理

図1.5に示すように、内側を薄く銀づけしたエタロンと呼ぶ2枚の平面ガラスを距離 t だけ離し、極めて正確な平行度

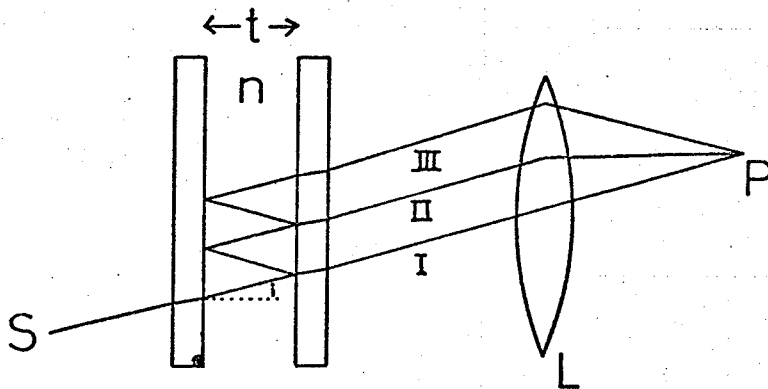


図1.5 ファブリ・ペロ干渉計の原理図

で配置する。光源から入射した光は2枚の板間で何回も反射され、反射のたびにその一部が逃げて行く。光源と反対側へ進む光束を集光レンズしてその焦点面上に集めれば、そこでの光の強度は単色光に対し

$$I = \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\phi}{2}} \quad (1.9)$$

となる。⁽²¹⁾ ここで ϕ は反射の回数が2回異なる2つの光の間の位相差、たとえば光ⅠとⅡ、ⅡとⅢなどの位相差である。 F は反射率を R とすれば

$$F = 4R / (1 - R)^2 \quad (1.10)$$

となる。図1.5のように角 i をとり、板間の屈折率を n 、光の波長を λ とすると、位相差は

$$\phi = \phi(\lambda, n) = 4\pi n t \cos i / \lambda \quad (1.11)$$

である。(1.9)の強度分布は図1.6のようになり、 m を整数と

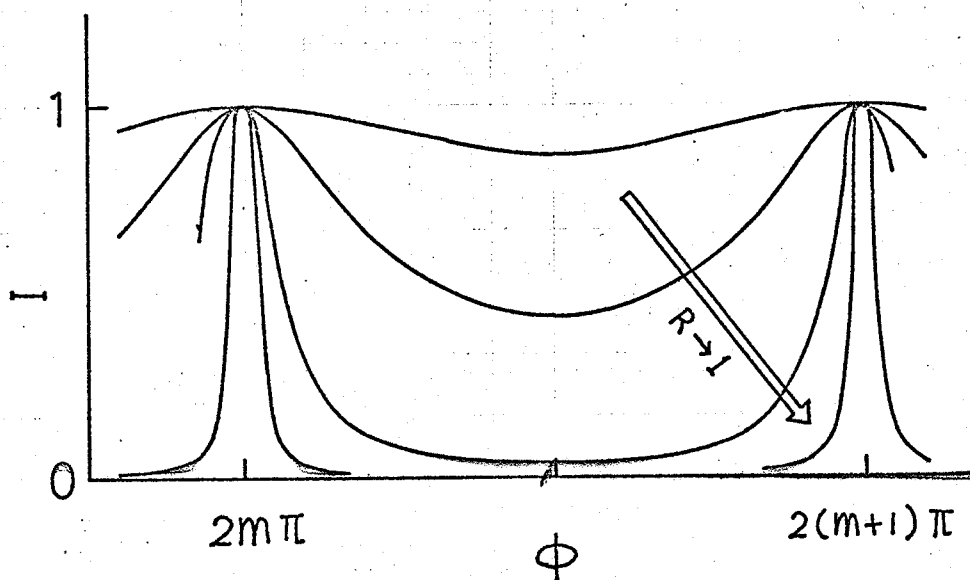


図1.6 反射率 R をパラメータとした位相差 ϕ と強度分布 I の関係

すれば、 $\phi = 2\pi m$ のとき I は極大値をもつ。反射率 R が 1 に近いならば、 F は非常に大きい値となり、強度分布 I の極大は非常に鋭くなる。従って、 I は近似的に $\phi = 2\pi m$ にピークをもつデルタ関数の和とみなせる。すなわち

$$I = I(n, \lambda) = \sum_m \delta(\phi - 2\pi m) \quad (1.12)$$

と書ける。ただし δ はデルタ関数を示す。圧力掃引型のファブリ・ペロ干渉計の場合、集光レンズ L の焦点の位置 P におかれたピンホールで光を受け、角 i と板間距離 t を固定しておいて、板間の屈折率 n を変えることによって掃引する。そこで位相差 ϕ と強度分布 I を屈折率 n と波長 λ の関数とみなした。また $i = 0$, $\cos i = 1$ とおける。

入射光が波長 λ の関数として $I_0(\lambda)$ なる分布をもつとき、ピンホールでの光強度の屈折率 n に関する分布 $I_2(n)$ は

$$I_2(n) = \int I(n, \lambda) I_0(\lambda) d\lambda = \sum_m I_0(\lambda_m) \quad (1.13)$$

となる。ただし λ_m は $\phi(\lambda_m, n) = 2\pi m$ (m は整数) を満たす。いま $n = n_0 + \Delta n$, $\lambda = \lambda_0 + \Delta \lambda$ と書き、 Δn と $\Delta \lambda$ がそれぞれ n_0 と λ_0 に比較して十分小さいならば、

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 \Delta n - \phi_2 \Delta \lambda, \quad (1.14)$$

$$\phi_1 = \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_0 = 4\pi t / \lambda_0, \quad (1.15)$$

$$\phi_2 = - \left(\frac{\partial \phi}{\partial \lambda} \right)_0 = 4\pi t n_0 / \lambda_0^2 \quad (1.16)$$

と書け、これらの記号を使って

$$\lambda_m = \lambda_0 + (\phi_1 \Delta n - 2\pi m + \phi_0) / \phi_2 \quad (1.17)$$

となる。(1.17) から

$$\lambda_m - \lambda_{m+1} = \frac{\lambda_0^2}{2\pi n_0} \quad (1.18)$$

(1.18) の右辺 $\lambda_0^2 / 2\pi n_0$ を $\Delta\lambda_F$ と書き、分散域と呼ぶ。

(1.18) から、(1.13) は入射光分布 $I_0(\lambda)$ が $\Delta\lambda_F$ だけずれてくり返し現れるという意味をもっているということがわかる。入射光分布 $I_0(\lambda)$ における波長 λ の広がり $\Delta\lambda_F$ 以下であれば、 $I_2(\eta)$ から $I_0(\lambda)$ が求められる。このためにプラズマからの光をモノクロメータに通して特定のスペクトル線を選び、さらに選ばれたスペクトル線は隣り合うスペクトル線とは十分波長が離れているようにする。これを予備分散と呼ぶ。

(b) 温度と流速の決定法

温度と速度の測定は、プラズマ流中の粒子から放出されるスペクトル線が熱運動 および 流速のためドップラ効果を受けるということを利用して行われる。⁽⁸⁾

流速の測定には、 U なる流速に対し直角方向からおよび θ なる角度をもった方向からプラズマのスペクトル線を観察する。すると、 θ 方向から観察したスペクトル線は流速によるドップラ効果を受けるけれども、直角方向から観察したスペクトル線は流速によるドップラ効果を受けない。従ってこれら2方向から受けた2つの光には波長差 $\Delta\lambda_D$ が生じる。この値は

$$\Delta\lambda_D = \left(\frac{U}{c} \cos \theta \right) \lambda_0 \quad (1.19)$$

で与えられ、 $\Delta\lambda_D$ の測定は流速 U を与える。ただし c は光速である。

一方プラズマ中の粒子の熱運動によるスペクトル線の広がり
りは、半値幅 $\Delta\lambda_d$ で表わせば

$$\Delta\lambda_d = \left(\frac{8kT \ln 2}{m_a c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \lambda_0 \quad (1.20)$$

となる。ただし m_a はスペクトル線を放出する粒子（本実験ではアルゴン中性粒子）の質量である。その粒子は温度 T をもつマックスウェルの速度分布をしているとした。

(c) 装置幅 と スタルク(Stark)幅

実際には、スペクトル線の広がり測定するとき、ドップラ効果による線の広がり以外にも二つの原因による線の広がりが生じる。そのため温度測定においてこれらの線の広がりを考慮した修正を行う必要がある。これらの線の広がりには、ファブリ・ペロ干渉計の装置自体に固有な装置幅と、干渉計への入射光自体がもつ広がりとは分けられる。

後者のうち スタルク効果による線の広がり $\Delta\lambda_s$ が最も大きい。⁽⁸⁾ スタルク効果とは、プラズマの荷電粒子の電場がスペクトル線を放射する粒子に影響を与え、スペクトル線幅を広げる効果である。広がりの分布はローレンツ型であり、広がり幅は荷電粒子数密度に比例する。

装置幅は、(1.9)の強度分布 I が必ずしも正確なデルタ関数型ではなく、ピークがある程度の幅をもつために生じる。この幅をもつピークの半値幅を波長で表わしたものが装置幅 $\Delta\lambda_e$ である。 $\Delta\lambda_e$ は入射光の波長に依存するので、装置自体のパラメタとして適切なフィネス予についても説明しておく。(1.9)において F が十分大きいとき、極大点から十分離れた点では実質的に $I=0$ であり、極大点付近では、たとえば $\phi=0$ の近

くでは

$$I = \frac{1}{1 + F\left(\frac{\phi}{2}\right)^2} \quad (1.21)$$

となる。(1.21)はローレンツ分布である。位相差中で表現した半値幅 ϕ_H と極大間の位相差 2π との比をフィネスと呼ぶ。すなわち

$$F = \frac{\phi_H}{2\pi} = \frac{\pi \sqrt{R}}{1 - R} \quad (1.22)$$

また(1.21)を波長 $\Delta\lambda$ で表現すれば、

$$I = \frac{1}{1 + \left(\frac{2\Delta\lambda}{\Delta\lambda_T}\right)^2} \quad (1.23)$$

となる。ここで $\Delta\lambda_T = \Delta\lambda_F / F$ を装置幅と呼ぶ。

以上のように、プラズマからのスペクトル線は、熱運動、装置幅およびスタルク効果のため広がる。それら三つの広がりはいたみ込み積分の形で組合わされる。たとえば(1.21)を $L(\phi)$ と書けば、引数は(1.14)の形をもつので、入射光分布 $I_0(\Delta\lambda)$ に対し掃引された分布 I_2 は

$$I_2(\Delta\lambda) = \int L(\phi_1 \Delta\lambda - \phi_2 \Delta\lambda) I_0(\Delta\lambda) d(\Delta\lambda) \quad (1.24)$$

という形になる。

マックスウェル分布とローレンツ分布の(1.24)のようなたたみ込み積分はボイト(Voigt)分布と呼ばれる。ボイト分布は、二つのボイト分布のたたみ込み積分がまたボイト分布になり、その際構成する分布の半値幅に関する加法性が成り立つという性質をもつ。⁽²²⁾ 従って二つのローレンツ分布の半値幅 $\Delta\lambda_T$ と $\Delta\lambda_S$ の和を $\Delta\lambda_L = \Delta\lambda_T + \Delta\lambda_S$ と書けば、 $\Delta\lambda_L$ なる半値幅をもつロー

レンツ分布と熱運動による半値幅 $\Delta\lambda_d$ をもつマックスウェル分布から構成されるボイト分布を考えれば良い。

ボイト分布について数表や半値幅に関する近似式が与えられている。⁽²²⁾⁽²³⁾ それらを利用して装置幅とスタルク幅を考慮した修正を行った。 $\Delta\lambda$ をボイト分布の半値幅、すなわちマブリ・ペロ干涉計で直接に得られた分布の半値幅とすると、

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta\lambda_L}{2} + \sqrt{\frac{\Delta\lambda_L^2}{4} + \Delta\lambda_d^2} \quad (1.25)$$

なる近似式を用いてマックスウェル分布の半値幅 $\Delta\lambda_d$ を求め、これを(1.20)に使って温度 T を決定した。

なおスパーサセと使用スペクトルの波長 λ_0 から決まる分散域 $\Delta\lambda_F$ 、およびエタロンの反射率 R からきまるフネス予の比 $\Delta\lambda_F/\text{予}$ として装置幅 $\Delta\lambda_E$ を求めた。スタルク幅 $\Delta\lambda_s$ は文献(24)-(26)から推定した。実際 $\lambda_0 = 4159 \text{ \AA}$ 、 $t = 5 \text{ mm}$ のとき、 $\Delta\lambda_E = \Delta\lambda_F/\text{予} = 7.36 \times 10^{-3} \text{ \AA}$ となる。スタルク幅は電子数密度が 10^{13} cm^{-3} のとき、 $\Delta\lambda_s = 1.3 \times 10^{-3} \text{ \AA}$ 程度となる。

(d) 装置と測定法の実際

使用した装置の配置を図1.1に示した。プラズマ流中の点Pからの光を流れに直角方向からレンズ L_2 で受ける。斜め方向からの光は鏡 M_1 と M_2 を使ってレンズ L_1 で受ける。チョッパ C はこれら二方向から受けた光を交互に干涉計本体に送るために使われる。モノクロメータ M_0 で予備分散された光はコリメータレンズ L_3 で平行光線にされ、エタロン部へ入る。集光レンズ L_4 の焦点においたピンホールの後で光を光電管で受ける。その出力が増幅されたのち、X-Y記録計のY軸で記録される。

掃引は、エタロン板間の圧力を真空ポンプ V とニードル弁 N

を使って変化させることにより行う。圧力変化は、温度一定のとき、密度変化および屈折率変化に比例しており、圧力変換器Tの出力としてXY記録計のX軸に記録される。図1.7は測定結果の一例を示す。2本の掃引線のうち高いピークをもつ方が、流速に対し直角方向からスペクトル線を受けた場合のものである。他方が斜め方向から受けた場合のものである。 $\Delta\lambda_F$ は分散域、 $\Delta\lambda_D$ は流速によるドップラ・シフト、 $\Delta\lambda_t$ は熱運動によるドップラ広がりを示す。

測定を行う上で非常に重要なことは、光軸合せとエタロンの平行度の調整である。プラズマからの光が作る干渉リングは肉眼で観察できないので、装置を事前に正確に調整しておく必要がある。最初に、エタロン部のみを取り出して、レーザ光による干渉環を見ながら平行度を十分合せておく。第二に、レーザ光を使って点Pからピンホールまでの2本の光軸を合せる。第三に、エタロン部を元に戻し、ピンホール部に形成されるレーザ光による干渉環を見ながら、光軸とエタロンの平行度を微調整する。この段階で掃引を行い、フィネスを測定して、フィネスが理論値と良く一致することを確認する。最後に、点Pに水銀燈を置き、2本

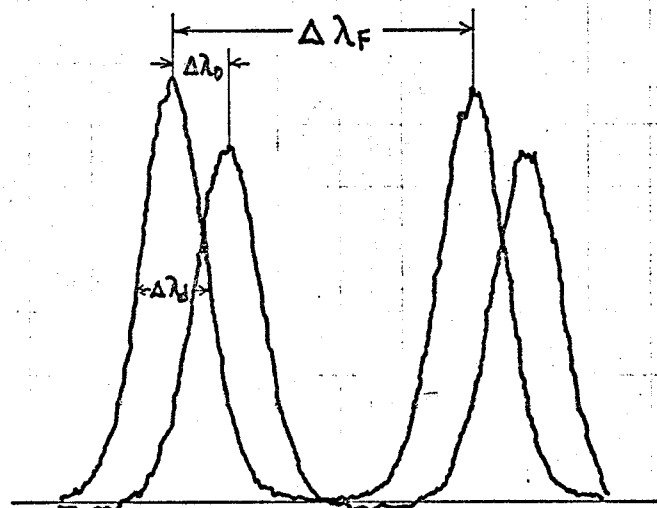


図1.7 ファブリ・ペロ干渉計の掃引図

の光軸のそれぞれを通る光による干渉強度分布が一致することを掃引によって確認する。以上の事前の調整ののち、プラズマからのスペクトル線の観測を行う。

2枚のエタロン間の間隔は、スパーサを変えて適当に選べる。本実験はすべて5mmのスパーサを使用して行った。プラズマからのスペクトル線として、アルゴン中性粒子が放出する波長 $4159\text{\AA}$ のものを使った。この波長に対しエタロンの反射率は $R = 0.88$ 、フィネスは $F = 24.5$ である。流速測定のための斜めの光軸は流速に対し角 $\theta = 28.4$ 度にとった。主要な諸元を表1.1に示す。

表1.1 ファブリ・ペロ干渉計の諸元

エタロン板材質	石英
エタロン蒸着	銀
エタロン間隔(スパーサ)	5mm, 10mm, 15mm, 25mm
平面度	$\lambda/1000$ より良
使用可能波長範囲	$4000\text{\AA} \sim 8000\text{\AA}$
分解能 $\lambda/\Delta\lambda$	10^6 以上

第2章 一部電離した気体中の衝撃波の実験

§ 2.1 まえがき

直流アーク加熱式プラズマジェット風洞を使って、一部電離した気体中の衝撃波の実験が行われた。衝撃波はプラズマジェットから噴出したプラズマ流中に衝撃波保持器 (Shock Holder) を置いて、その前面に形成させたもので、垂直衝撃波に近い。主要な測定器は静電複探針であり、それによって電子温度とイオン数密度の分布が測定される。また探針は浮動電位の測定にも使われる。その他、光電子増倍管を使って、プラズマが発する光の放射強度が測られる。

本実験では特にイオンの衝撃波前後の密度の跳び、厚さ、に注目する。電離していない気体中の衝撃波の構造は気体運動論的にまたはナビエ・ストークス方程式を使って理論的に調べられており、衝撃波の厚さは上流における平均自由行程の数倍となる⁽²⁷⁾。本実験ではイオン間の平均自由行程は中性粒子間の平均自由行程に比較して数オーダー短く、そのような状況でどの程度の厚さの衝撃波が形成されるか興味がある。

また衝撃波の少し上流に予想される暗い領域 (Dark Region) についても調べられる。

現在までのプラズマジェット風洞を用いた電離気体流中の衝撃波に関する実験的研究は、重い粒子 (すなわちイオンと中性粒子) の衝撃波のすぐ上流に他の部分より暗い領域が見出されること、高い電子温度の上流への張出しが電子とイオンの再結合率を下げるためこの暗い領域が生じること、場合により再結合や拡散の効果がイオン密度や電子温度の空間的分布に影響を与えることなどを報告している⁽²⁸⁾⁻⁽³¹⁾。しかしながら本プラズマジェット風洞が生み出すような比較的高い温度や

電離度での実験はまだ行われていないようである。

§ 2.2 理論的背景

外部電場と外部磁場がない時の電離気体中の衝撃波に関するこれまでの理論的研究がどのような衝撃波の構造を予測しているか見ておく。理論的研究には連続体的な取り扱いに基くものと運動論的な取り扱いに基くものがあるが、中程度以下の強さ（例えば上流のマッハ数が10以下）の衝撃波において、定性的な範囲では、両アプローチとも類似した結果を与えている。

電離気体中の衝撃波の構造は、一般に単一ではなく、電子と重い粒子間の非常に大きい質量比のため、電子温度が上昇する熱的な層（Thermal layer）とその他の量が大きく変化する衝撃波層（Shock layer）から成る。そして衝撃波層は熱的な層の中に埋め込まれている。⁽³²⁾⁽³³⁾

衝撃波を上流と下流の二つの一様流をつなぐものと考える場合、電子と重粒子との間にエネルギー移送があれば、上流および下流の一様流においてそれぞれ電子、イオン、中性粒子という三種の温度は等しくなければならない。しかし衝撃波の実験においては三種の温度は必ずしも等しくなり場合が多い。特に電子温度 T_e が重粒子温度 T より高いという状況はしばしばある。この状況での衝撃波を理解するには上流での電子温度 T_e の重粒子温度 T に対する比 $\tau = T_e/T$ がパラメータとして導入される。温度比 τ が大きいとき、上流の温度非平衡領域が衝撃波における熱的な層と一体化し、電子温度の衝撃波を通過しての変化は小さくなる。⁽²⁸⁾

電離気体はそれを構成している電子、イオンおよび中性

粒子の密度、温度に依存して決まる平均自由行程 $\lambda_{\alpha\beta}$ と電離度 α に従って次の三領域に分類できる。⁽³³⁾ ただし $\lambda_{\alpha\beta}$ で α は試験粒子を、 β は試験気体を意味し、 $\alpha, \beta = i, a$ はイオンと中性粒子を示す。

(a) 弱電離 : $\lambda_{ia} \ll \lambda_{ii}, \lambda_{aa} \ll \lambda_{ai}, \alpha \ll 1$

(b) 準完全電離 : $\lambda_{ia} \gg \lambda_{ii}, \lambda_{aa} \gg \lambda_{ai}$

(c) 部分電離 : (a), (b) 以外の場合

弱電離 および 部分電離領域において、温度比 T_a/T_i が 1 に近いときイオンスリップは非常に小さく、イオン密度と中性粒子密度は衝撃波を横切ってほぼ同一の分布をもつ。

弱電離領域においては、中性粒子の流れは荷電粒子の存在によって影響を受けないと仮定する弱電離近似が成立つ。この弱電離近似に基く計算によれば、温度比 T_a/T_i が大きいとき両極性拡散のためイオンと中性粒子の分離が起り、イオン密度は中性粒子密度が上昇するよりも上流から増加し始め、しかもイオン衝撃波の厚さは中性粒子衝撃波の厚さよりも大きくなる。⁽²⁶⁾⁽³⁴⁾

完全電離気体において上流のマッハ数 M_i が 1 に非常に近いとき、例えば $M_i = 1.1$ のとき、衝撃波は一流体的な構造をもつ。すなわち衝撃波における変化は単一の厚さ内で起る。上流のマッハ数が大きくなると、先程述べたように、熱的な層の中に埋め込まれた衝撃波層という構造が生じる。この衝撃波層は次の特徴をもつ。イオン温度はイオン密度が増加する位置より上流から上昇し、衝撃波層の下流部分において下流の一樣状態の温度をオーバーシュートする。⁽³²⁾⁽³⁵⁾

部分電離領域において衝撃波は完全電離気体におけると同様の特徴をもつが、それらの特徴は一般に弱まる。

以上がこれまでの理論的研究が予測している衝撃波の構造の特徴である。一成分の気体中での衝撃波において

は普通 その厚さは平均自由行程とマッハ数を使ってまとめられるけれども、電離気体においてはいくつかの平均自由行程があるため一般的にまとめるのは困難である。特に部分電離領域においてはそうである。

理論的研究結果と実験結果との比較は弱電離領域を除いて不十分である。本実験条件においては

$$\lambda_{ii} / \lambda_{ia} = 2 \times 10^{-2}$$

$$\lambda_{ai} / \lambda_{aa} = 0.4$$

程度であり、部分電離領域に相当する。

部分電離領域における理論的研究で比較的新しいもの

のは Lu と Huang によるものである。⁽³⁶⁾ 彼らはボルツ

マン方程式の衝突項に

BGK型のモデルを用いて

運動論的に問題を扱っ

ている。彼らの研究は

それ以前のナビエ・ストーク

ス方程式に基く連続体

的扱いとの比較も行っ

ている。

彼らが扱った条件の

うち著者の実験条件に近

いものとして上流のマッ

ハ数 $M_1 = 2.0$ 、電離度

$\alpha = 0.1$ と 0.5 がある。

§2.7で本実験結果と彼

らの計算結果を、衝撃

波厚さに注目して、比

較することにする。そこで、

ここでは彼らの結果を引

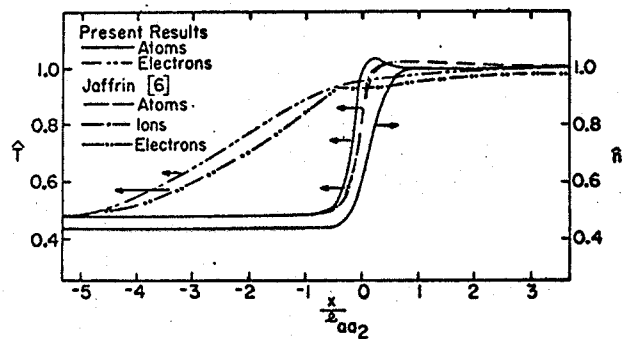


図 2.1. $M_1 = 2.0$, $\alpha = 0.1$ に対する
温度と密度の分布

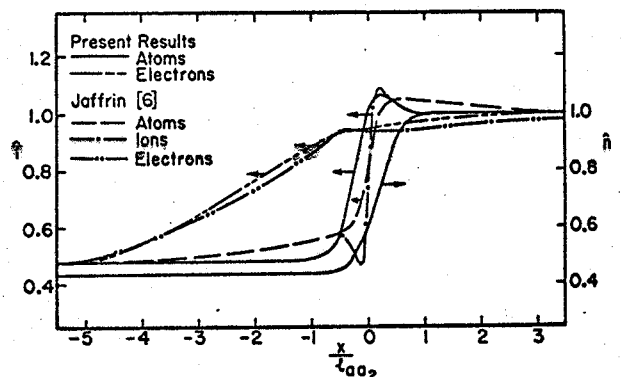


図 2.2. $M_1 = 2.0$, $\alpha = 0.5$ に対す
る温度と密度の分布

用しておく。

電離度 0.1 のときの温度分布と密度分布を図 2.1 に、電離度 0.5 のときのそれらを図 2.2 に示す。ただし上流の条件は共に マッハ数 $M_1 = 2.0$ 、イオン数密度と中性粒子数密度の和 10^{15} cm^{-3} 、温度 10^4 K であり、長さは下流での中性粒子間平均自由行程 λ_{a2} を単位とし、温度と密度は下流の値で無次元化されている。なお図中の Jaffrin [6] は本論文では参考文献 (33) として参照されている。図中の矢印は、矢印の向きに従って、矢印をつけた線がそれぞれ右と左の縦軸の値を示すことを意味する。図 2.1 と図 2.2 で、単一でない衝撃波構造、上流への高温電子の張り出し、密度増加に先立つ温度上昇、下流部での温度のオーバーシュートが見られることを注意しておく。

§ 2.3 実験装置

衝撃波の実験の装置は、プラズマジェット風洞、測定器および衝撃波保持器 (Shock Holder) から成る。プラズマジェット風洞および測定器については第 1 章で述べた。図 2.3 は

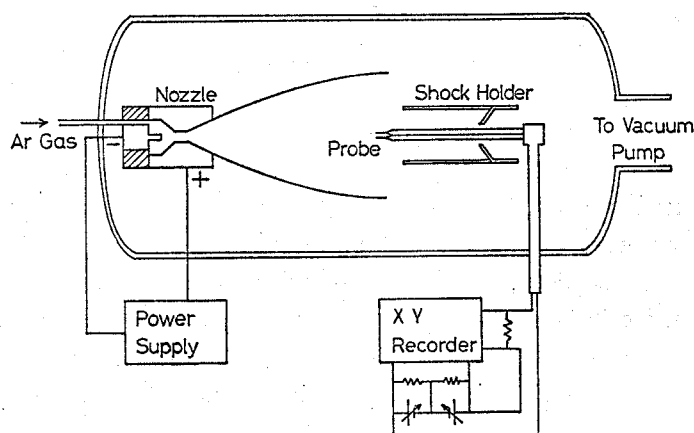


図 2.3. 衝撃波実験装置の概略図

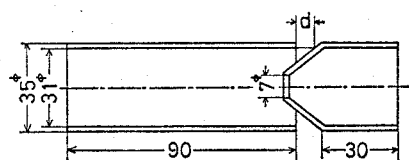


図 2.4 衝撃波保持器 (単位 mm)

衝撃波実験装置の概略を示す。図 2.4 は衝撃波保持器を示す。衝撃波保持器は円筒の後端に円錐型の詰め(choker)を取付けたもので、この詰めの中には穴があけられており、静電探針はその穴を通して前方へと突き出される。衝撃波保持器は高温に耐え、プラズマに対する電氣的な影響を小さくするため石英ガラスで作られた。

衝撃波保持器はノズル出口から下流 18 cm に前端がくるように置かれ、前端面に衝撃波が形成される。円筒の後端と詰めとの間の隙間 d を変化させることにより詰め(choking)の程度の調節、または、後方への漏れの程度の調節を試みた。もし隙間 d を非常に大きくすれば、後方への漏れの量が非常に大きくなり、円筒の前端に付着した斜め衝撃波が生じるだろう。またもし円筒の後端を完全に閉じれば、円筒前端面から離れた衝撃波が生じるだろう。そしてもし後方への漏れの量を適当に調節すれば、形成される衝撃波はほぼ垂直になるだろう。

実際には隙間 d を零にし、さらにその隙間をテフロンテープで目張りした状態で実験を行った。このとき後方への漏れは詰めの中にあけた穴を通してのみとなる。イオン飽和電流分布の測定および写真撮影による観察はこの状態でほぼ垂直な衝撃波が形成されていることを示した。

なおプラズマジェットはアーク電流 500 A、アーク電圧 24 V、入力 12 kW で使った。

§ 2.4 自由流場

ここでは自由流における測定結果をもとにして、流れの
一様性、代表的な条件、無衝突静電探針理論の適用可能
性について述べる。

流れの中心軸に沿って測定したイオン数密度 n_i の分布を
図 2.5 に示す。ただし z はプラズマジェットのスズル出口から
下流方向に計った軸方向の距離である。イオン数密度は、
 z が 12 cm から 20 cm まで増加するとき、約 30% 減少する。
Hinnov と Hirschberg⁽³⁷⁾ によって与えられた再結合率を用いれば、
三体再結合の特性長は約 4 m であると推定される。この
特性長は問題にしている長さに比較して十分長いので、再結

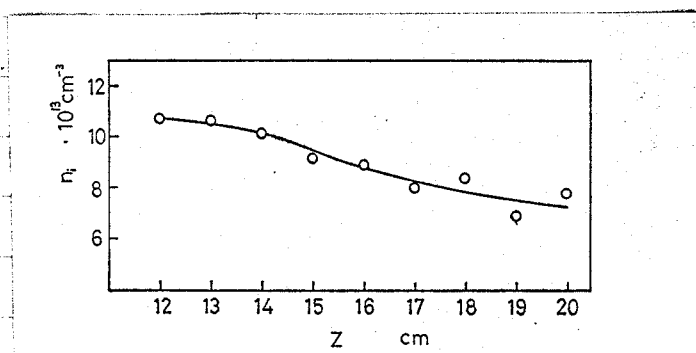


図 2.5 自由流中心軸に沿うイオン数密度分布

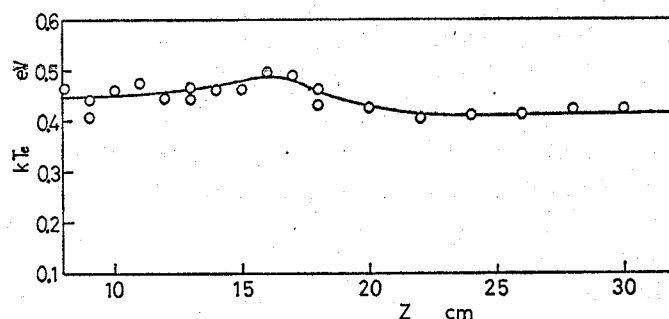


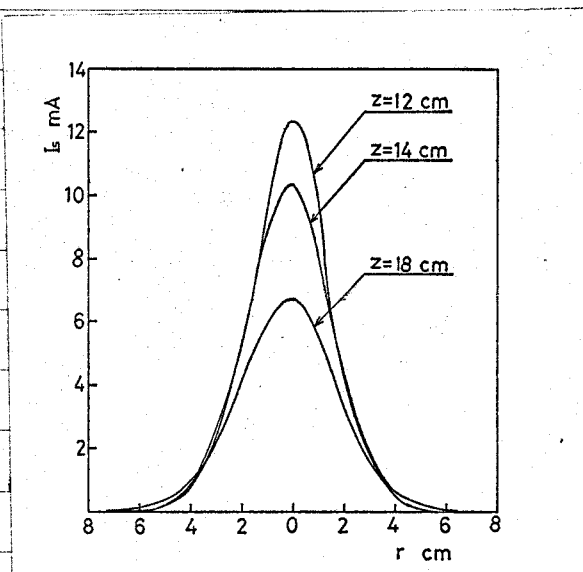
図 2.6 自由流中心軸に沿う電子温度分布

合はイオン数密度のこの減少には寄与してはいない。

図2.6は電子温度 T_e の軸方向の分布を示す。電子温度は流れの軸に沿ってかなり一定であり、 $z=32\text{ cm}$ に至るもほとんど低下してはいない。

イオン数密度の径方向の分布の測定によれば、イオン数密度の半値幅は $z=15\text{ cm}$ において 3.5 cm であり、衝撃波保持器の直径にほぼ等しい。

図2.7は軸方向の位置 z をパラメータとしたイオン飽和電流 I_s の径方向分布である。ただ



しとは径方向の距離を、図2.7. 自由流におけるイオン飽和電流示す。イオン飽和電流の測定はイオン数密度の相対的变化のようすを簡便に見るのに有効である。軸方向距離 z の増加と共にイオン飽和電流の半値幅は広がって行く。そして各 z における径方向分布は拡散に特徴的なガウス分布型である。

イオン温度と中性粒子温度は等しいと仮定し、それを重い粒子の温度と呼ぶ。本実験でファブリ・パロチ干涉計による温度測定は中性粒子を対象としているが、上の仮定の下では得られた温度は重粒子温度であるとみなす。

重粒子温度 T に基づくマッハ数 M は流速 U を使って

$$M = \frac{U}{\sqrt{\gamma k T / m_a}} \quad (2.1)$$

と書ける。ここで $\gamma = 5/3$ は比熱比、 k はボルツマン定数、 m_a

表 2.1. 自由流場の代表値

圧力	P	0.2 Torr
重粒子温度	T	$5.3 \times 10^3 \text{ K}$
電子温度	T_e	$5.3 \times 10^3 \text{ K}$
中性粒子数密度	n_a	$2.4 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
イオン数密度	n_i	$8.0 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$
マッハ数	M	2.0
流速	U	$2.7 \times 10^3 \text{ m/s}$
電離度	α	0.2

は重粒子の質量である。(2.1)に温度 T と流速 U の測定値を使ってマッハ数を求める。電離度 α は

$$\alpha = n_i / (n_i + n_a) \quad (2.2)$$

で定義される。ここで n_i はイオン数密度, n_a は中性粒子数密度である。1) の場合理想気体の状態方程式は

$$P = n_e k T_e + n_i k T + n_a k T \quad (2.3)$$

である。ただし P は圧力, n_e は電子数密度である。さらに準中性

$$n_e = n_i \quad (2.4)$$

が成立つ。(2.2)-(2.4)に n_i , P , T_e , T の測定値を使えば電離度と中性粒子密度が求まる。表 2.1 に自由流の中心軸上での代表値を記す。

試験粒子 α の試験気体 β 中での平均自由行程は

$$\lambda_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{2} n_{\beta} Q_{\alpha\beta}} \quad (2.5)$$

で与えられる。ただし n_{β} は β 粒子の数密度, $Q_{\alpha\beta}$ は α 粒子

α, β 粒子間の運動量伝達衝突断面積であり, $\alpha, \beta = i, e, a$ はそれぞれイオン, 電子, 中性粒子を意味する. 衝突断面積 $Q_{\alpha\beta}$ とし

$$Q_{ei} = \frac{e^4 \ln \Lambda}{36 \pi \epsilon_0^2 (k T_e)^2}, \quad (2.6)$$

$$Q_{aa} = 170 \times 10^{-16} / T^{\frac{1}{4}} \quad (\text{cm}^2), \quad (2.7)$$

$$Q_{ia} = 140 \times 10^{-16} \quad (\text{cm}^2), \quad (2.8)$$

$$Q_{ea} = (3.9 - 5.51 \times 10^{-4} T_e + 5.95 \times 10^{-8} T_e^2) \times 10^{-17} (\text{cm}^2) \quad (2.9)$$

を用いる. ⁽³³⁾⁽³⁸⁾ ただし e は電気素量, ϵ_0 は真空の誘電率, $\Lambda \equiv \lambda_D / r_c$,
 そして $\lambda_D = [\epsilon_0 k T_e / (n_e e)^2]^{\frac{1}{2}}$ はデバイ長, r_c は軌道面
 内で $\pi/2$ の偏向を生じるようなインパクト・パラメタである.

関係

$$\lambda_{ee} = \lambda_{ei} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right), \quad (2.10)$$

$$\lambda_{ie} = \lambda_{ei} \left(\frac{T_e}{T_i} \cdot \frac{m_i}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.11)$$

$$\lambda_{ii} = \lambda_{ei} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{T_e}{T_i} \right)^2 \quad (2.12)$$

などを用いる. ⁽³⁹⁾ その結果, 平均自由行程, デバイ長は表 2.2 のようになる.

表 2.2. 自由流での平均自由行程 $\lambda_{\alpha\beta}$ とデバイ長 λ_D (単位 cm)

λ_{ee}	3.6×10^{-3}	λ_{ia}	0.21
λ_{ei}	1.0×10^{-2}	λ_{ae}	3.3×10^2
λ_{ea}	1.1×10^2	λ_{ai}	0.63
λ_{ie}	2.7	λ_{aa}	1.5
λ_{ii}	3.6×10^{-3}	λ_D	5.6×10^{-5}

$\lambda_{ea} \gg \lambda_{ei}$ が成り立っているから、電子はイオンのみと相互作用すると考えてよい。従って電子の輸送係数は完全電離気体に対するものを使うことができる。

荷電粒子間衝突以外については、探針半径 $r_p = 5 \times 10^{-3} \text{ cm}$ に対して $\lambda_{dp} / r_p \gg 1$ が成立つ。イオン間衝突については Sonin は 0.03 までの $\lambda_{ii} / 2r_p$ の値に対して Laframboise の理論が実験と一致することを示している。⁽²⁰⁾ 著者の実験条件において $\lambda_{ii} / 2r_p \cong 0.4$ であるので、イオン数密度の決定に際し Laframboise の理論を使うのは正当である。また電子の衝突は探針特性の遷移領域のうちイオン飽和電流から離れた部分に影響を与えるので、電子温度を求める際イオン飽和電流部分に近い遷移領域を使用した。

§ 2.5 衝撃波実験の結果

図 2.8 は衝撃波が形成された流れの中心軸に沿ったイオン数密度 n_i の分布図である。横軸 x は衝撃波保持器の前端を原点とした

軸方向距離、すなわち

$x = z - 18 \text{ cm}$ である。

縦軸は衝撃波前方の

極小値 $n_{i1} = 6.4 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$

によって無次元化されて

いる。なお図 2.8 および

本章の以下の図中で

S. H. は衝撃波保持

器 (Shock Holder) を示

す。

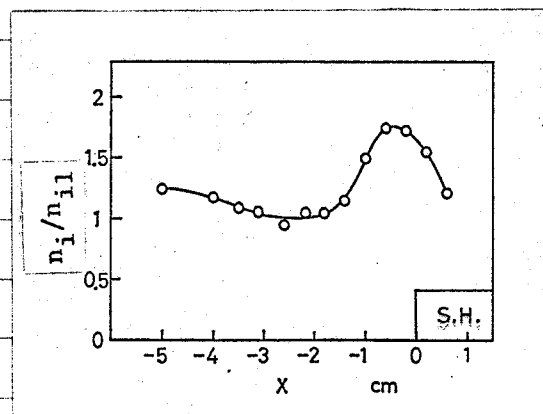


図 2.8. 衝撃波が形成された流れにおけるイオン数密度分布

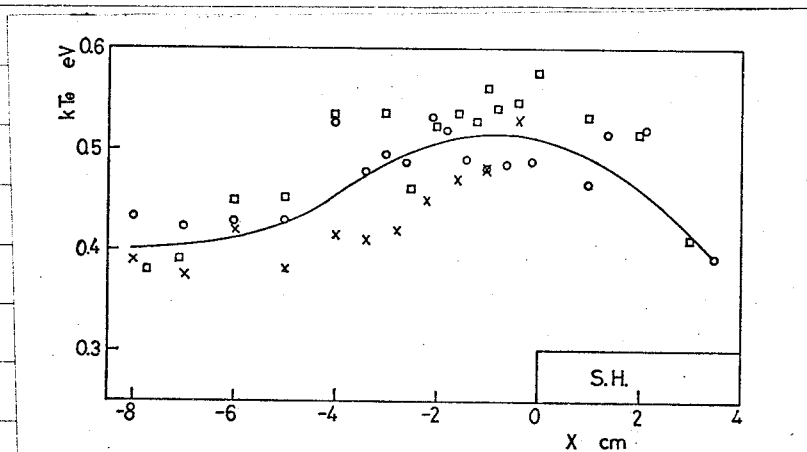


図2.9. 衝撃波が形成された流れでの電子温度の軸方向分布

下流へ向ってイオン数密度がわずかに減少しつつある流れの中に形成された衝撃波は $X = -2 \text{ cm}$ においてイオン数密度の極小値を与えた後、 $X = 0 \text{ cm}$ における極大値 n_{i2} へとイオン数密度を増加させる。極大値から下流でのイオン数密度の減少は衝撃波保持器の円筒管壁への拡散によって引起される。

測定結果はイオン数密度の跳び $n_{i2}/n_{i1} = 1.7$ を与える。イオンの衝撃波の厚さとしてイオン数密度の最大傾斜厚さ

$$\Delta_i = \frac{n_{i2} - n_{i1}}{\max \{dn_i/dx\}} \quad (2.13)$$

を使う。ここで $\max \{dn_i/dx\}$

は衝撃波層内でのイオン数密度の傾きの最大値である。

図2.8から $\Delta_i = 1 \text{ cm}$ が得られる。

図2.9と図2.10は、それぞれ、電子温度の軸方向分布と半径方向分布を示す。

図2.9で電子温度は非常にばらついてはいるけれども、

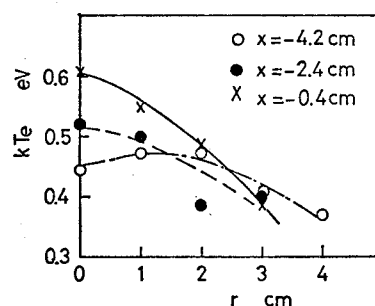


図2.10. 衝撃波が形成された流れでの電子温度の径方向分布

イオン数密度が増加するよりも上流から電子温度が上昇しているのが見られる。これは電子の熱伝導度が大きいことから予想されるとおりである。電子が加熱される尺度は電子の熱伝導度に基づく熱拡散長

$$L_{th} = \frac{K_e}{\frac{3}{2} n_e u_e k} \quad (2.14)$$

によって与えられる。⁽²⁹⁾ ただし K_e は電子の熱伝導度であり、電子の速度 u_e は流速 U に等しいとする。本実験条件で熱拡散長 L_{th} は 2 cm と計算される。この熱拡散長 L_{th} の値は観測された電子加熱の尺度に相当であることがわかる。

図 2.10 によれば電子温度の上昇は流れの中心軸に沿って最も強く起っており、衝撃波保持器の半径より大なる半径位置においては起っていない。

§ 2.6 密度の跳び

ここではイオン数密度の衝撃波前後の跳び n_{i2}/n_{i1} に関して述べる。理想気体に対する垂直衝撃波関係式⁽⁴⁰⁾

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1) M_1^2}{(\gamma-1) M_1^2 + 2} \quad (2.15)$$

において $M_1 = 2.0$ とすれば、 $\rho_2/\rho_1 = 2.3$ となる。ただし ρ は密度であり、添え字 1 は衝撃波上流での値、添え字 2 は下流での値を示す。一方測定結果は $n_{i2}/n_{i1} = 1.7$ を与えている。これら二つの値の不一致は半径方向へのイオンの拡散を考慮することによって以下のように説明できる。

§ 2.3 で述べたように、自由流でのイオン数密度は下流

へ行くに従って減少し、この減少は半径方向へのイオンの両極性拡散によって引起されたものである。これによるイオン濃度 C の変化を次のように近似する。

$$\frac{C_0}{C} = 1 + \frac{X}{L_d} \quad (2.16)$$

ここで $C = s_i / s$, s_i はイオンの密度, X は基準点 $X = 14 \text{ cm}$ を原点とする軸方向座標であり, 添え字 0 は基準点における値を示す。図 2.5 に示した自由流でのイオン数密度の測定結果から $L_d = 15 \text{ cm}$ が得られる。速度 u を用いて流体に乗って計った時刻 τ は一般に $\tau = \int dx / u$ と書ける。自由流において速度 u は一定であり, $u = u_0$ と書けば (2.16) は

$$\frac{C_0}{C} = 1 + \frac{u_0 \tau}{L_d} \quad (2.17)$$

となる。イオン濃度 C の τ に関する変化は, いくつかの仮定の下で, 衝撃波の有る場合も無い場合も同一であることが次のようにしてわかる。

半径方向への拡散のみを考慮した拡散式は

$$s u \frac{\partial C}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial r} \left(s D_a \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (2.18)$$

となる。ここで D_a は両極性拡散係数である。全体の流れは一次元的であると仮定する。すなわち $s = s(X)$, $u = u(X)$, $s u = s_0 u_0 = \text{一定}$ とすると (2.18) は

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r} \left(D_a \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (2.19)$$

と書ける。さらに両極性拡散係数 D_a が一定であるとすれば, 十分に流での τ と r の関数としてのイオン濃度 $C(\tau, r)$ は衝撃波の有無にかかわらず同一と考えてよいから, (2.19) は $C(\tau, r)$ は衝撃波の有無にかかわらず一般に同一であることを意味する。

従って

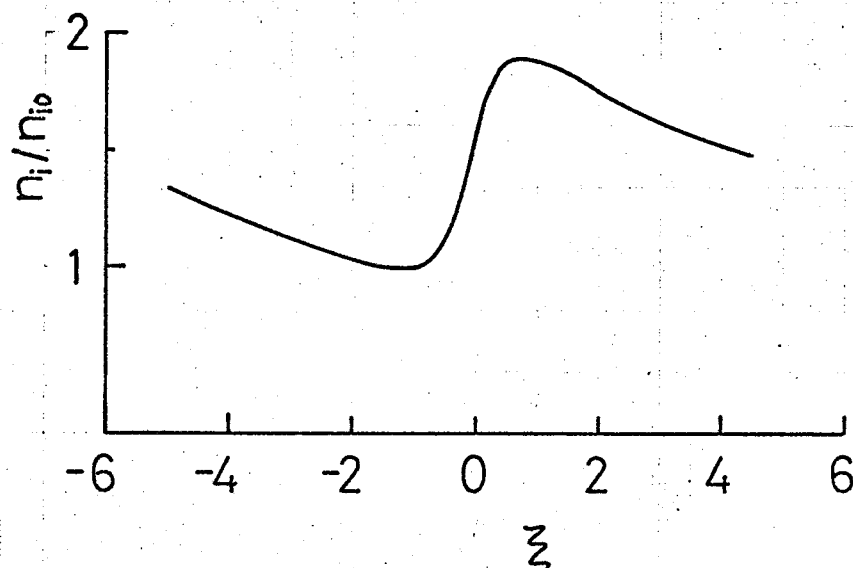


図2.11. 拡散を考慮したイオン数密度の衝撃波を横切る分布. z は最大傾斜厚を単位とした座標

$$\tau = \int \frac{dx}{u} = \frac{1}{s_0 u_0} \int s dx$$

と (2.17) とを組み合わせて

$$\frac{s_i}{s_0} = \frac{s}{s_0 + \frac{1}{L_d} \int_{x_0}^x s dx} \quad (2.20)$$

が得られる. (2.20) の右辺の密度分布 s として 次で与えられるモット・スミス⁽²⁷⁾ の解を使う.

$$\frac{s}{s_0} = 1 + \frac{3\beta}{1 + e^{-4z}} \quad (2.21)$$

ただし $\beta = (M^2 - 1) / (M^2 + 3)$, z は最大傾斜厚さを単位とした座標である.

以上から求めた $s_i/s_0 = n_i/n_{i0}$ の分布を 図2.11 に示す. これによれば イオン数密度の跳びは $n_{i2}/n_{i1} = 1.86$ となり,

実験的に得られた $n_{i2}/n_{i1} = 1.7$ にほぼ一致することがわかる。

以上のように、衝撃波のある流れにおけるイオン数密度は、衝撃波での圧縮が引き起す全体の密度増加による増加の効果および半径方向へのイオンの拡散による減少の効果によって支配されていることがわかった。

§2.7 衝撃波の厚さ

ここでは §2.5 の実験結果の衝撃波を横切るイオン数密度分布から得られる衝撃波厚さ Δ_i をこれまでの理論値と比較してみる。その際衝撃波厚さ Δ_i は中性粒子密度分布の測定を行えば得られるであろう衝撃波厚さ Δ_a に等しいとみなす。というのは、軸方向および半径方向へのイオンの拡散は衝撃波厚さに影響を与える程大きくはないからである。軸方向の拡散は電子と重い粒子の温度比が 1 に近いとき無視できるということが理論的に示されている。また図 2.11 に示した半径方向の拡散を考慮したイオン数密度分布での衝撃波の厚さが、モット・スミス解 (2.19) の衝撃波厚さ $\xi = 1$ とほぼ等しいことから、半径方向の拡散は衝撃波の厚さにほとんど影響を与えていないことがわかる。

普通衝撃波の厚さは平均自由行程に対する比を問題にするので、イオン数密度分布から得た衝撃波厚さ Δ_i と上流での平均自由行程との比をとってみると

$$\Delta_i / \lambda_{aa_i} = 0.67$$

$$\Delta_i / \lambda_{ii_i} = 2.8 \times 10^2$$

$$\Delta_i / \lambda_{ai_i} = 1.6$$

となる。中性粒子の平均自由行程として、 $\lambda_a = (\lambda_{aa}^{-1} + \lambda_{ai}^{-1})^{-1}$

を使うと $\Delta_i / \lambda_{ai} = 2.7$ となる。一方中性気体の衝撃波に対しモット・スミス解は密度勾配で定められる衝撃波の厚さ Δ と上流での平均自由行程 λ_i との比 $\Delta / \lambda_i = 4.8$ を、ナビエ・ストークス解は $\Delta / \lambda_i = 3.6$ を与えている。ただしこれらは上流のマッハ数 $M_i = 2$ の時の値である。

従って本実験での衝撃波は上の二つの理論値よりも薄い厚さをもつ。この理由は運動論的に言えばイオン間衝突の頻繁さのためイオンは中性気体よりも薄い衝撃波を形成しようとするが、イオンと中性粒子間の衝突も多いため両気体は分離した衝撃波を形成することはできず、中性気体のみの場合の衝撃波より薄くなるということである。連続体的に言えば、イオンの存在のため粘性係数が小さくなるためである。実際本実験条件での粘性係数は同一温度のアルゴン中性気体の粘性係数の $1/3$ 程度である。

次に §2.2 で述べた Lu と Huang の理論⁽³⁵⁾との比較を行ってみよう。彼らは衝撃波上流でのマッハ数 2, 温度 10^4 K, イオン数密度 n_i と中性粒子数密度 n_a の和 $n_i + n_a = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ という条件下で電離度 α が 0.1 と 0.5 の場合の計算を行っている。そこでは下流での平均自由行程が長さの基準になっており、衝撃波厚さ Δ に対し

$$\frac{\Delta}{\lambda_{aa2}} = \begin{cases} 0.68 & (\alpha = 0.1) \\ 0.89 & (\alpha = 0.5) \end{cases}$$

$$\frac{\Delta}{\lambda_{ii2}} = \begin{cases} 3.8 & (\alpha = 0.1) \\ 36 & (\alpha = 0.5) \end{cases}$$

なることがわかる。これによれば Δ は $\alpha = 0.1$ のときも 0.5 のときもほぼ λ_{aa2} の程度である。また Δ は λ_{ii2} の数倍から数 10 倍の程度となり、 λ_{ii2} に比較してかなり大きくなっている。

本実験においては $\alpha = 0.2$ であり

$$\Delta_i / \lambda_{aa2} = 1.1$$

$$\Delta_i / \lambda_{ii2} = 1.1 \times 10^2$$

となる。本実験においても Δ_i は λ_{a2} の程度であり、 λ_{iiz} に較べかなり大きい。この点は彼らの理論と同一傾向である。本実験と彼らの理論は、イオンの存在により衝撃波が薄くなるのは λ_{a2} の程度であることを示している。

中性粒子は重粒子の 90% から 50% を占めており、この中性粒子が衝撃波を通って散逸されるには、イオンとの衝突を介してのみでは不十分で、なお λ_{a2} 程度の厚さを要する、すなわち衝撃波層内で中性粒子は他の中性粒子と 1 回程度衝突することを要するものと考えられる。

仮に中性粒子がイオンと分離して衝撃波を形成するとすれば、 $\alpha=0.1$ ですでに λ_{a2} に較べ λ_{i2} は十分小さく、中性粒子衝撃波に較べイオン衝撃波は十分薄くなるだろう。 α の上昇はこの状況を大きくは変えない。それゆえ、実際両衝撃波が作用し合っただけの衝撃波が形成される場合、電離度 α の 0.1 から 0.5 までの上昇は衝撃波厚さを λ_{a2} 程度以上には薄くしないと考えられる。

§ 2.8 中性粒子温度

ファブリ・パロ干渉計を用いた衝撃波での中性粒子温度分布の測定結果を図 2.12 に示す。ただし縦軸は上流温度 T_{a1} で無次元化されている。これによれば中性粒子温度の上流と下流における比 T_{a2}/T_{a1} は 2.0 となる。温度に対する理想気体の垂直衝撃波関係式⁽⁴⁰⁾

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2} \cdot \frac{\gamma M_1^2 + 1}{M_1^2} \cdot (M_1^2 - 1) \quad (2.22)$$

からは、上流のマッハ数 M_1 が 2 のとき、温度比 $T_2/T_1 = 2.07$ となる。従って温度比の実験値と理論値は良く一致している。

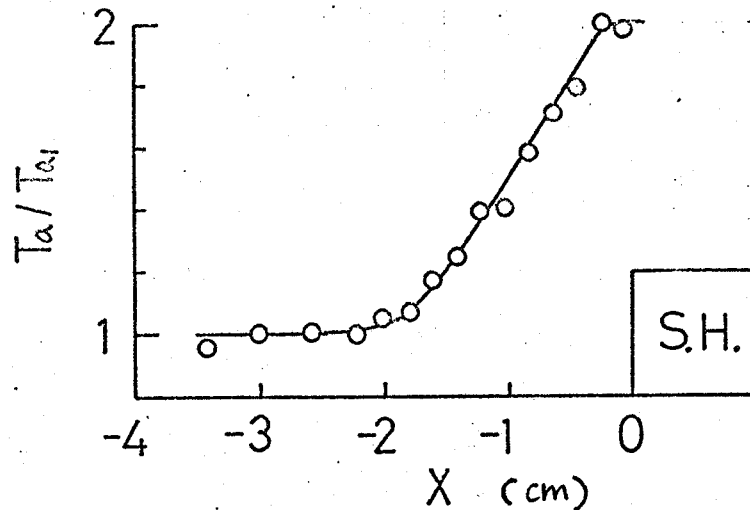


図2.12. 衝撃波での中性粒子温度分布

中性粒子温度の上昇は $X = -2\text{ cm}$ より下流で起っており、図2.8に示したイオン数密度分布が増加し始める位置にほぼ一致している。

§2.9 暗い領域

これまで行われてきた部分電離気体中の衝撃波の実験において、重粒子の衝撃波層のすぐ上流に上流の一樣流および衝撃波層内よりも暗い部分が観察されている。そしてこの部分は暗い領域 (dark region) または暗い空間 (dark space) と呼ばれている。これに関して、重粒子の衝撃波層の上流に高い温度の電子が張り出しているのが測定されること、そしてこの高い温度の電子の張り出しは理論的予測つまり§2.2で述べた熱的な層とよく一致することから、暗い領域が生ずる原因は、電子温度に逆依存する再結合率が高温電子のため低下し、再

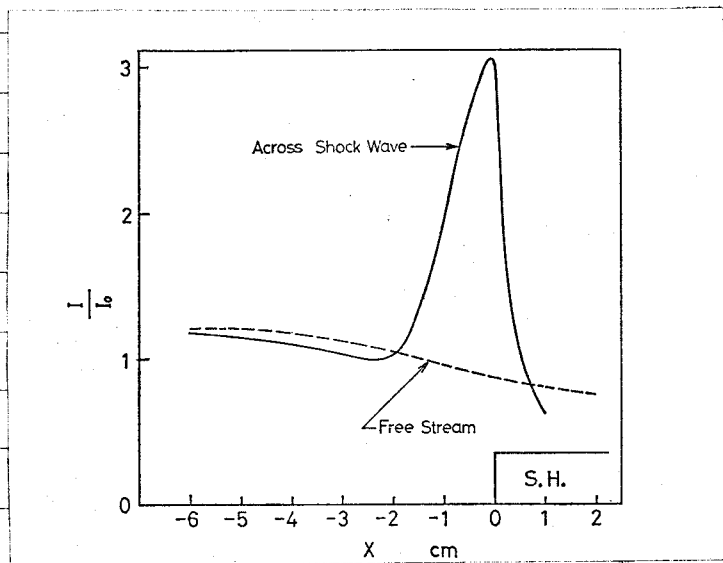


図 2.13. 光の放射強度分布

結合に伴う光放射の強度が減少することにあると言われている。⁽²⁸⁾⁽²⁹⁾

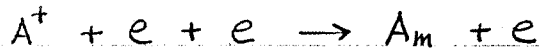
しかし、暗い領域の定量的測定が行われていないこと、衝撃波の上流と下流を通して電子温度がほぼ一定であるにもかかわらず暗い領域が観察されたとの報告があること、⁽³⁰⁾さらに、今までの実験は電子温度がかなり低い場合に限られていることなどから、暗い領域についての理解は十分であるとは言えない。

著者は電離気体流から放射される光の強度を光電子増倍管を用いて測定した。その結果を図 2.13 に示す。図 2.13 において実線は衝撃波のある流れの強度分布を、破線は自由流の強度分布を表わす。ただし図 2.13 の縦軸は衝撃波前方での光強度の極小値で無次元化されている。

衝撃波のある流れで光強度はノズル出口からの距離と共に減少して行き、極小値に達した後衝撃波層内で著しく増加する。極小の光強度の存在は暗い領域の定性的な特徴である。しかし極小点での光強度は自由流における同一位置での光強度と比較してわずかに暗いだけである。すなわち本実験での暗い領域は明確でない、あるいは弱いと言える。

次に本実験ではなぜ暗い領域が弱くなるのか検討してみよう。本実験条件における再結合過程は衝突-放射三体再

結合が主要であり、次のように表わせる。⁽²⁸⁾



つまり、イオン A^+ と二つの電子 e が衝突し、励起状態の中性粒子 A_m と再結合エネルギーの一部を得た電子となる。これに引き続き



または

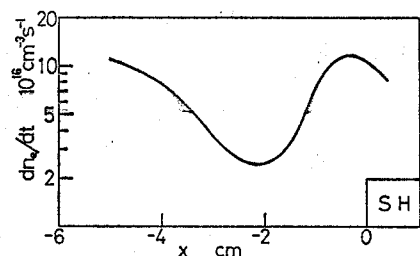


つまり励起状態の中性粒子内の電子がより低い準位に落ち、その際のエネルギーが自由電子または光子に与えられる。この三体再結合の再結合率に対して Hinnov と Hirschberg が導出した公式⁽³⁷⁾

$$\left(\frac{dne}{dt}\right)_{\text{rec}} = -5.6 \times 10^{-27} n_e^3 T_e^{-\frac{9}{2}} \quad (\text{cm}^{-3} \text{sec}^{-1}) \quad (2.23)$$

を使って再結合率を求めた結果を図2.14に示す。ただし n_e は電子数密度でありイオン数密度 n_i に等しく、 n_e の単位は cm^{-3} 、 T_e の単位は eV である。

再結合エネルギーのうちの一定の割合が放射に寄与するものと考えれば、再結合率は再結合に引き続く光の放射強度の相対的な値を表現する。図2.14から再結合率は $X = -2\text{cm}$ において最小値を持っており、ゆえに $X = -2\text{cm}$ 付近に暗い領域が見出されると予想される。実際光の放射強度と再結合率とは定性的に似た分布をもつ。しかし再結合率が $X = -5\text{cm}$ と $X = 0\text{cm}$ においてほぼ同一の値をもつ一方、光の放射強度は $X = 0$ において $X = -5\text{cm}$ におけるよりもはるかに強くなっている。



両者の分布のこのような違い

のいくぶんかは三体再結合に対する公式(2.23)が本実験条件での電子温度では誤差をもつことに

図2.14. 再結合率の衝撃波での分布

よると考える。

Hinnov と Hirschberg は比較的高い電子温度に対しても再結合係数 α を導出して⁽³⁷⁾いる。

それを図 2.15 に先の公式(2.23)からの値と共に示す。図 2.15 から、再結合係数は、電子温度 T_e が高くなるにつれて飽和する傾向をもつことがわかる。

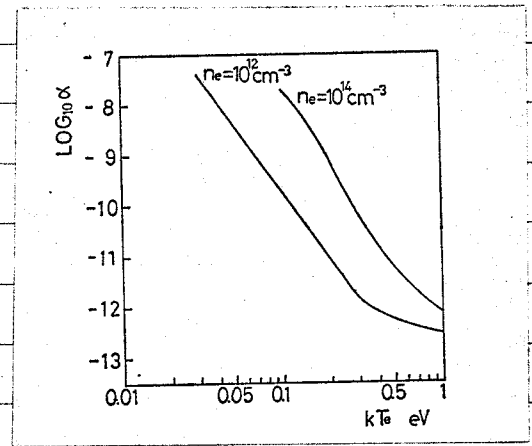


図 2.15 再結合率 α

従って、本実験の場合これまで

での実験におけるより電子温度

が高くなっているため、再結合率の電子温度依存性が小さくなると考えられる。再結合率の電子温度依存性が小さくなれば、光の放射強度の分布は電子数密度の分布に近づく。図 2.13 はこのような傾向を示している。

§ 2.10 まとめ

プラズマジェット風洞、静電探針およびファブリ・ペロ干涉計を用いて、部分電離気体中の衝撃波について実験的に調べ、次の結果が得られた。

- 1) イオン数密度の衝撃波前後の比 n_{i2}/n_{i1} の実験値は 1.7 であり、垂直衝撃波関係式から予測される密度比 $\rho_2/\rho_1 = 2.3$ とは異なる。この違いは流れの半径方向へのイオンの拡散を考慮することによって説明できる。すなわち、流れに乗って計った時刻 t に関するイオン濃度の変化は、いくつかの仮定の下で、自由流においても、衝撃波のある流れに

においても同一であるということが、半径方向への拡散を考慮した拡散式からわかる。そこでてに関するイオン濃度の変化を自由流における測定値から求め、衝撃波における密度変化をモット・スミス解で与えて、衝撃波のある流れにおけるイオン数密度分布を計算した。その結果、イオン数密度の衝撃波前後の比 n_{i2}/n_{i1} の計算値は 1.86 となり、実験値とかなり良い一致を示す。

2) イオン数密度分布の測定から求めた衝撃波の厚さは、イオン間の頻繁な衝突のため、またはイオンの存在による粘性係数の減少のため、中性気体に対するモット・スミス解またはナビエ・ストークス解が予想する衝撃波厚さより薄くなる。また実験的に得られた衝撃波厚さは、衝撃波後の中性粒子間平均自由行程の程度であり、Lu と Huang の理論値に近い。

3) 衝撃波前後での重粒子温度の測定値の比は、上流のマッハ数を使って垂直衝撃波関係式から求められる値と良く一致する。

4) 従来、暗い領域は、衝撃波上流への高温電子の張り出しが再結合率を低下させ、従って再結合に伴う光の放射強度を弱めることによって生じると考えられている。しかし本実験では、衝撃波層のすぐ上流に見出される暗い領域は明確さを欠く。これは、本実験における電子温度が、暗い領域を明確に見出していた従来の実験に比較して高いため、再結合率の電子温度に対する逆依存性が弱まり、衝撃波上流への高温電子の張り出しにもかかわらず、そこでの再結合率の大きい低下を引き起こさなためであると考えられる。

第 3 章 くさびまわりの流れ

§ 3.1 まえがき

有限の電気伝導度とホール効果を含む磁気流体力学的流れは、磁場の存在下での電離気体の振舞を理解するための有用なモデルである。このような流れを支配する式は一般に複雑であるけれども、磁気レイノルズ数とホールパラメタの無限小または無限大の極限において比較的簡単になる。特に薄い物体を過ぎる流れは通常的气体力学における微小擾動理論の拡張として研究されてきた。⁽¹⁰⁾⁽⁴¹⁾⁽⁴²⁾ それらの結果によれば、それぞれの極限における流れの場が主流のマッハ数、アルフベンマッハ数、磁場の方向によって異なるだけでなく、それぞれの極限の間で流れの場の性質が非常に違っている。それゆえに極限での流れの間の結びつきを理解するため任意の磁気レイノルズ数とホールパラメタに対する流れの場を知ることは非常に興味がある。また実験に関連して、磁気流体力学における特徴的な流れを実現するには、流れのパラメタがどの程度の大きさであることが必要かを予想しておくことは重要である。

線型化の取扱いが許される限り流れの場は主流条件に依存する係数をもった高階の偏微分方程式によって記述される。そしてフーリエ変換などの方法を用いて都合よく取扱える。特に、物体と磁力線とが主流に関して対称ならば、解は複高次代数方程式の根を含む定積分の形で得られ、漸近展開の方法を使って物体から遠方での流れの場が推定できる。実際的に興味のある物体近くの流れ場を求めるには、漸近的表現を得る適当な方法がないため、計算機による数値計算に訴える。特に複高次方程式が 4 次以下ならば、計算は根の公式を使って比較的容易に行える。

本章では半無限くさびまわりの二次元、定常流を調べる。くさびの対称軸、流れおよび磁場の方向は同一であるとし、任意の

磁気レイノルズ数とホールパラメタを考慮する。特に一定の有限な磁気レイノルズ数の流れでホールパラメタが増加して行くときの流れの場の変化に注意する。

以下 §3.2 では物体まわりの電離気体流に関してこれまで行われて来た実験的研究について関連する事項を述べる。§3.3 では基礎式とフーリエ変換の型式での解を記し、§3.4 ではフーリエ変積分からラプラスの方法によって求めた物体から遠方の流れに対する漸近表式について述べる。§3.5 では数値計算によって求めた結果とそれに関する議論について述べ、§3.6 では本章で得られた結果を要約する。

§3.2 実験的背景

磁場の存在下での物体まわりの電離気体流に関する実験的研究がこれまでにいくつか行われてきている。

N. Kawashima と S. Mori は同軸プラズマガンを用いて流れと平行な磁場中におけるくさび型導体まわりの流れを写真撮影による衝撃波形状の観察に主たる注目を置いて調べた。⁽¹⁴⁾ そしてプラズマ流速がアルフバン速度以下であるときのみ磁力線に沿って上流に伝播するじょう乱を観察している。また斜め衝撃波の波面が主流と成す角とくさび先端角との関係が、気体力学的なランキン・ユゴニオ式から導かれる関係とは一致しないということ、二つの斜め衝撃波がぶつかる際それらは交さずに磁力線に沿う一つの伴流になるということなど通常の気体力学では説明できない現象を見出している。しかしこれらの現象を磁気流体力学に基いて説明することは行われていない。

T. Yoshikawa と T. Murasaki は環状陽極付きプラズマジェットが発生する加熱気流場において流れに平行な磁場中で流れに平行な軸をもつモデル円柱まわりの流れを主に静電探針を使う電子温度とイオン数

密度の測定によって調べた。⁽⁷⁾ そして加熱気流場において情況は等温的であること、磁場が0から100 Gauss (アルバンマッハ数が無限大から0.5) までのときモデル円柱前面の流れに衝撃波が立つけれども磁場が1000 Gauss (アルバンマッハ数が約0.25) のときには強く圧縮された領域がモデル円柱を取り巻くことなどを見出している。

P. A. Pincosy と H. G. Ahlstrom は衝撃波管を用いて流れと磁場の向きに平行な軸をもつ円錐を過ぎる電気伝導性気体の流れを主にコイルを使う磁場の測定によって実験的に研究した。⁽¹⁵⁾ 彼らは速い磁気音波と遅い磁気音波の伝播における拡散の役割を例示し、さらに、速い磁気音波の直接的観察を行った。しかし気体力学的な流れの変化は観察されなかった。

以上に述べた実験において磁気レイノルズ数はYoshikawaらの場合約1, Pincosyらの場合0.25である。従って流体と磁場との強い相互作用は期待できない。Kawashimaらは磁気レイノルズ数には言及していないけれども彼らのデータからそれは数10程度であると思われる。しかしホールパラメタも100程度と推定されるので、§3.5で述べるように通常の磁気流体力学的特徴を見出すのは困難になると考えられる。モデルとして使われた物体は、Kawashimaらの実験のうちの一部を除き、うすい物体ではない。これは物体まわりの流れと磁場の間のより強い相互作用を生じさせるためにはより厚い物体が必要になるためであるが、統一的处理が可能な線形理論との比較は困難になる。

§1.2で述べたプラスマジェットでアーク電流が1000 Aの場合、代表長を5 cmとし0.02 Wb/m²の磁場をかけるとすればマッハ数1.7, 磁気レイノルズ数0.2, アルバンマッハ数0.6, ホールパラメタ2.7, インタクションパラメタ0.5程度の流れが得られると予想できる。しかしこの流れの磁気レイノルズ数はPincosyらのものとはほぼ同程度なので気体力学的な物体まわりの流れが磁場との相互作用によって変化するので見出すのは難しいだろう。§3.5では得られた数値計算結果に関連してこのことに触れる。

このように現在磁場の存在下での物体まわりの実験的研究

は十分大きい磁気レイノルズ数をもつ一様な流れを得ることの困難さなどのためさらに前進するにはかなり難しい段階にあると考えられる。

§ 3.3 基礎式とフーリエ変換

ホール効果を考慮した磁気流体力学の定常流を支配する基礎方程式は次の形に書ける。⁽⁴¹⁾

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (3.1)$$

$$\rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad (3.2)$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) p - \frac{\gamma p}{\rho} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho = \frac{\gamma - 1}{\sigma} \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{J} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{\sigma}{ne} (\mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p_e), \quad (3.4)$$

$$\nabla \times \frac{\mathbf{B}}{\mu} = \mathbf{J}, \quad (3.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad (3.7)$$

ここで ρ は密度, $\mathbf{v}$ は速度, p は圧力, $\mathbf{J}$ は電流, $\mathbf{B}$ は磁場, γ は比熱比, σ は電気伝導度, $\mathbf{E}$ は電場, n は電子数密度, e は素電荷, p_e は電子の圧力である。くさびは電氣的絶縁体から成るとし, 図 3.1 に示すように座標系の原点をくさびの先端にとり, 主流方向に x 軸を, これと直

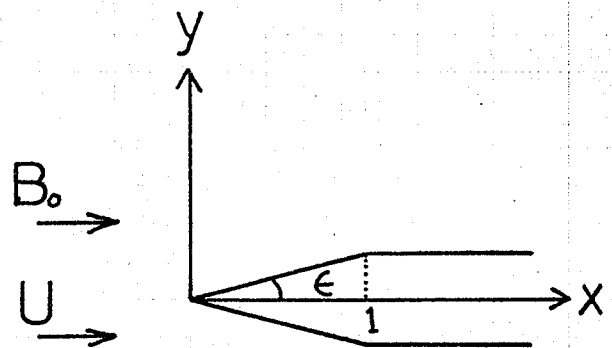


図 3.1 流れとくさび

角にY軸とZ軸をとる。くさび先端の半頂角を ϵ で示し、 ϵ は小さいとする。長さの尺度として先端から肩までの距離 L を単位長にとる。XとYだけに依存する二次元的な流れを考えて、

$$V = U_0 [1 + \epsilon u, \epsilon v, \epsilon w], \quad (3.8)$$

$$B = B_0 [1 + \epsilon b_x, \epsilon b_y, \epsilon b_z], \quad (3.9)$$

などのように置き、このような表式を基礎式に代入して ϵ に関して二次以上の項を無視したのち、 v 以外の従属変数を消去すれば、

$$\left[\left\{ \Delta - \gamma \frac{\partial}{\partial x} \right\} \left\{ \Delta \left(m \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right\} + \Omega^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Delta \left(m \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right] v = 0 \quad (3.10)$$

が得られる。ここで $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $m = M^2 - 1$, $\alpha = N(M^2 - 1)(A^2 - 1)$, $\beta = N(M^2 + A^2 - 1)$, $\gamma = N(A^2 - 1)$, $N = R_m / A^2$ であり, $M = (\rho_0 U^2 / \gamma P_0)^{\frac{1}{2}}$, $A = (\mu_0 U^2 / B_0^2)^{\frac{1}{2}}$, $R_m = \mu \sigma L$, $\Omega = \sigma B_0 / \epsilon n_0$, N はそれぞれ主流のマッハ数, アルファマッハ数, 磁気レイノルズ数, ホールパラメタ, インタクションパラメタである。添え字0は主流値を示す。 u, w, b_x, b_y, b_z は v と次式によって関連づけられる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{m} \frac{\partial v}{\partial y}, \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{A^2} \Delta b_y = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{1}{m} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}, \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial b_x}{\partial x} = -\frac{\partial b_y}{\partial y}, \quad (3.13)$$

$$(\Delta - \gamma \frac{\partial}{\partial x}) b_z = \Omega \Delta b_y, \quad (3.14)$$

$$w = \frac{1}{A^2} b_z. \quad (3.15)$$

境界条件は無限遠方ですべてのじょう乱が消えること、流体が物

体表面に沿って流れること、磁場の対称性、物体を横切る電流がなりことから次のように与えられる。

$$y \rightarrow \infty \quad \text{で} \quad u = v = w = b_x = b_y = b_z = 0, \quad (3.16)$$

$$y = 0 \quad \text{で} \quad v = \frac{1}{2} \{ \operatorname{sgn}(x) - \operatorname{sgn}(x-1) \}, \quad (3.17a)$$

$$b_y = 0, \quad (3.17b)$$

$$\frac{\partial b_z}{\partial x} = 0. \quad (3.17c)$$

(3.10) - (3.17) のフーリエ変換をとる。たとえば $\bar{v} = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} v e^{-izx} dx$ とすると (3.10) は $\bar{v}$ をパラメータとする y に関する常微分方程式となり、その解は

$$\bar{v} = \sum_{n=1}^3 \bar{v}^{(n)} \exp(\lambda_n y) \quad (3.18)$$

の形に与えられる。 λ_n は (3.10) を変換した常微分方程式の特性方程式

$$\lambda_n^6 + a \lambda_n^4 + b \lambda_n^2 + c = 0, \quad (3.19)$$

ここで

$$a = (m-2-\Omega^2) \bar{z}^2 - (\beta+\gamma) i \bar{z},$$

$$b = -\{2m-1+\Omega^2(m-1)\} \bar{z}^4 - \{d+\beta+\gamma(m-1)\} i \bar{z}^3 - \beta\gamma \bar{z}^2,$$

$$c = m(1+\Omega^2) \bar{z}^6 + (d+\gamma m) i \bar{z}^5 - d\gamma \bar{z}^4,$$

から得られる。(3.18) においては、無限遠方での境界条件 (3.16) を考慮して、特性根のうち正の実部をもつものに対応する項は落されていく。 u, w, b_x, b_y, b_z のフーリエ変換はそれぞれ

$$\bar{u} = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^3 \frac{\lambda_n}{i \bar{z}} \bar{v}^{(n)} \exp(\lambda_n y), \quad (3.20)$$

$$\bar{w} = -\frac{\Omega}{m} \sum_{n=1}^3 \frac{\lambda_n^2 + m \bar{z}^2}{\lambda_n^2 - \bar{z}^2 - \gamma i \bar{z}} \bar{v}^{(n)} \exp(\lambda_n y), \quad (3.21)$$

$$\bar{b}_x = \frac{A^2}{m} \sum_{n=1}^3 \frac{\lambda_n}{i \bar{z}} \frac{\lambda_n^2 + m \bar{z}^2}{\lambda_n^2 - \bar{z}^2} \bar{v}^{(n)} \exp(\lambda_n y), \quad (3.22)$$

$$\bar{b}_y = -\frac{A^2}{m} \sum_{n=1}^3 \frac{\lambda_n^2 + m\bar{z}^2}{\lambda_n^2 - \bar{z}^2} V^{(n)} \exp(\lambda_n y), \quad (3.23)$$

$$\bar{b}_z = A^2 \bar{w} \quad (3.24)$$

となる。 $V^{(n)}$ は $y=0$ での境界条件 (3.17) から得られる連立方程式

$$\sum_{n=1}^3 V^{(n)} = \frac{1 - e^{-i\bar{z}}}{\sqrt{2\pi} i \bar{z}}, \quad (3.25)$$

$$\sum_{n=1}^3 \frac{\lambda_n^2 + m\bar{z}^2}{\lambda_n^2 - \bar{z}^2} V^{(n)} = 0, \quad (3.26)$$

$$\sum_{n=1}^3 \frac{\lambda_n^2 + m\bar{z}^2}{\lambda_n^2 - \bar{z}^2 - 8i\bar{z}} V^{(n)} = 0 \quad (3.27)$$

から決定される。対応する物理量は (3.18) と (3.20) - (3.24) の逆変換 (たとえば $V = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{v} e^{i\bar{z}x} d\bar{z}$) から見出される。

§ 3.4 遠方の流れに対する漸近表式

特性方程式 (3.19) の根は一般に零でない実部をもつから、逆フーリエ積分の漸近表式が y の大きな値に対しラプラスの方法に従って見出される。⁽⁴³⁾ 積分値に対する主要な寄与は λ_n の実部が最大値をとる区間 $0 < \bar{z} < \infty$ 内の点の近くから生じる。 λ_n の実部の最大値は $\bar{z}=0$ で生じるから、漸近表式は $\bar{z}=0$ の近傍で λ_n と $V^{(n)}$ を展開することによって与えられる。たとえば V の漸近表式が次のように得られる。

$$V \simeq \sum_{n=1}^3 \{V_n(x) - V_n(x-1)\} \quad (3.28)$$

ここで

$$V_1(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{n}{\beta}\right) \operatorname{erf} \left\{ \frac{x - \operatorname{sgn}(m) (\alpha/\beta)^{\frac{1}{2}} y}{2 \Gamma y^{\frac{1}{2}}} \right\} - \frac{\Lambda}{2 \Gamma (\pi y)^{\frac{1}{2}}} \exp \left\{ -\frac{(x - \operatorname{sgn}(m) (\alpha/\beta)^{\frac{1}{2}} y)^2}{4 \Gamma^2 y} \right\}, \quad \left(\frac{\alpha}{\beta} > 0\right) \quad (3.29a)$$

$$V_1(x) = \left(1 - \frac{n}{\beta}\right) \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{x}{|\alpha/\beta|^{\frac{1}{2}} y} \right) - \frac{\Lambda}{\pi} \frac{|\alpha/\beta|^{\frac{1}{2}} y}{(x^2 + |\alpha/\beta| y^2)}, \quad (\alpha/\beta < 0) \quad (3.29b)$$

$$V_2(x) = \left[\frac{n}{\beta} \operatorname{erfc} \left(\frac{|\beta| y^2}{4|x|} \right)^{\frac{1}{2}} + \left\{ \Lambda + \frac{n \Omega^2}{(\beta - \gamma)^2} \right\} \left(\frac{|\beta|}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{y}{|x|^{\frac{3}{2}}} \exp \left(-\frac{|\beta| y^2}{4|x|} \right) \right]$$

$$x H \{ \operatorname{sgn}(\beta) x \}, \quad (3.30)$$

$$V_3(x) = -\frac{n \Omega^2}{(\beta - \gamma)^2} \left(\frac{|\beta|}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{y}{|x|^{\frac{3}{2}}} \exp \left(-\frac{|\beta| y^2}{4|x|} \right) \cdot H \{ \operatorname{sgn}(\gamma) x \}, \quad (3.31)$$

ただし $H(x)$ は単位階段関数, $\operatorname{erf}(x)$ はガウスの誤差関数, $\operatorname{erfc}(x)$ はクランプの誤差関数を表わし,

$$\Gamma = \left| \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2\alpha} \cdot (m - \frac{\alpha}{\beta}) (1 + \frac{\alpha}{\beta}) \right|^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2} M^2 A^2 |M^2 - 1|^{\frac{1}{4}}}{R_m^{\frac{1}{2}} (M^2 + A^2 - 1)^{\frac{5}{4}} |A^2 - 1|^{\frac{1}{4}}},$$

$$\Lambda = \frac{2}{\beta} (m - \frac{\alpha}{\beta}) (1 - \frac{n}{\beta}), \quad n = N m$$

である。

(3.29a) は磁気流体力学的な波を表わし, (3.30) は磁気流体力学的伴流を表わす。(3.29a) における因数 Γ は磁気流体力学的な波の拡散の程度を示す。(3.30) で与えられる伴流は $(M^2 + A^2 - 1)$ の値の正または負に従って下流または上流に現れる。(3.31) で与えられる伴流は M^2 の任意な値に対し $(A^2 - 1)$ の正または負に従って上流または下流に現れる。これは Tang と Seebass が最初に見出した⁽¹¹⁾。

(3.29a) と (3.29b) の主項には因数 $(1 - n/\beta) = A^2 / (M^2 + A^2 - 1)$ が⁽¹⁾かかっているが, このことは外流がくさび先端近くに発達する磁気流体力学的境界層によって影響されることを示唆する。外流の山は $n/\beta = (M^2 - 1) / (M^2 + A^2 - 1)$ の正負に従って小さくまたは大きくなる。

§ 3.5 数値計算結果と議論

物体近くの流れの場はフーリエ逆積分の数値計算によって見出される。代表的な流れとして次の三つを考える。

(a) $M^2 = 2, A^2 = 0.5$

(b) $M^2 = 4, A^2 = 1.5$

(c) $M^2 = 0.6, A^2 = 0.6$

これらは普通の磁気流体力学では磁気レイノルズ数 R_m の無限大の極限で性質の異なる流れ場を与える。インタラクションパラメタ $N = R_m / A^2$ の値は (a) の場合に対して 1, 10, 100 が, (b) の場合に対して 10, 100 が, (c) の場合に対して 10 がとられる。それぞれの N の値に対してホールパラメタは $\Omega^2 = 1, 10, 100$ の場合が計算される。結果は適当な間隔で置かれた $y = \text{const.}$ の線に沿って u, v, w, b_x の分布として図的に示される。なお摂動密度は $\delta = -M^2 g_\infty (u/U)$ で与えられる。 g_∞ は主流での密度である。

数値計算は次の手順で行う。

最初に特性方程式 (3.19) の根 λ_n をそのおのおのの値に対しカルダノの公式に従って求め, (3.25) - (3.27) から $V^{(n)}$ を計算する。次に (3.18), (3.20) - (3.22) の右辺を計算し, $e^{i\lambda x}$ を掛

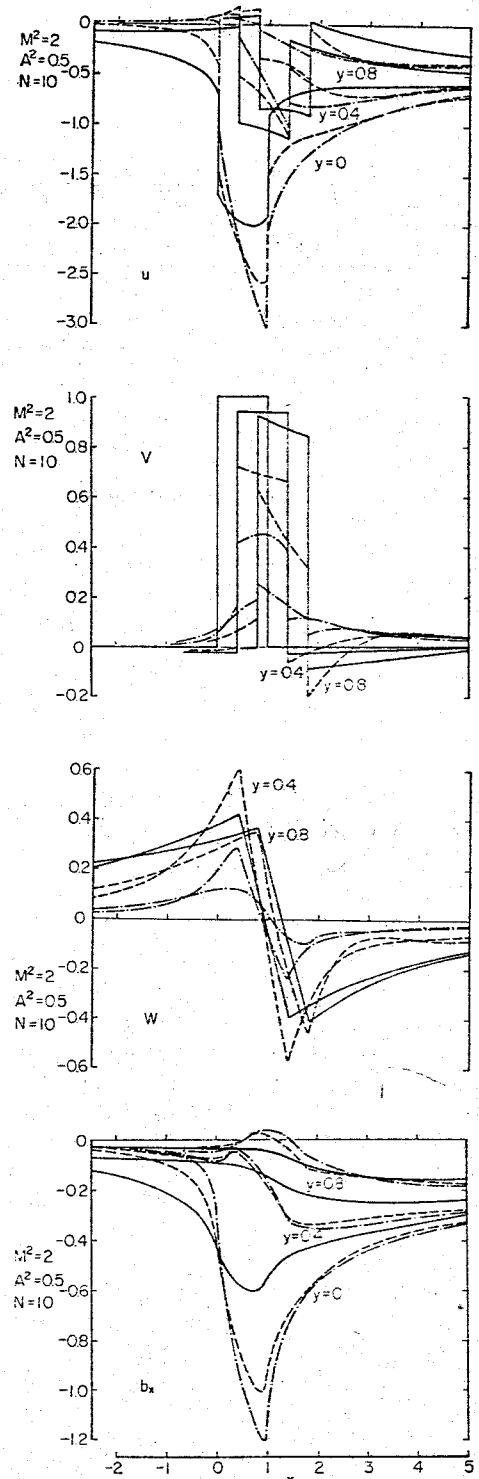


図 3.2. $M^2 = 2, A^2 = 0.5$

$N = 10$ に対する u, v, w, b_x の分布。ここに及び以下の図で一点鎖線, 破線, 実線はそれぞれ $\Omega^2 = 1, 10, 100$ を示す。

けてフーリエ逆積分の被積分関数が得られる。実際にはフーリエ逆積分は区間 $(0, \infty)$ にわたる実数の定積分で書かれ、数値積分が台形公式を使って実行される。その際被積分関数が ξ の大きい値に対し $\frac{1}{\xi} \sin(a\xi)$ または $\frac{1}{\xi} \sin(a\xi) \sin(b\xi)$ のような漸近形をもつ場合には、数値積分は被積分関数からその漸近関数を引いたものに対して行い、その結果に $\frac{\pi}{2} \operatorname{sgn}(a)$ または $\frac{1}{2} \ln |(a+b)/(a-b)|$ を加えてフーリエ逆積分の値を求める。被積分関数が $\xi=0$ で $\xi^{-\frac{1}{2}}$ のような特異性をもつ場合には、 $\xi=0$ のまわりの被積分関数の展開式から解析的に評価した値を最初の区間にたいして使う。台形公式での ξ の増分は $\Delta\xi = 0.01$ にとり、被積分関数が ξ の大きい値に対し指数関数的に零に近づく場合 $\xi=0$ から 10 の寄与を、それ以外の場合 $\xi=0$ から 30 の寄与を考慮する。

次に (a), (b), (c) の場合を個々に議論しよう。

(a) $M^2=2$, $A^2=0.5$ の場合

(図 3.2, 3.3, 3.4)

通常の磁気流体力学 ($\Omega^2=0$) において流れ場は $R_m \rightarrow 0$ の極限で双曲型、 $R_m \rightarrow \infty$ の極限で楕円型であ

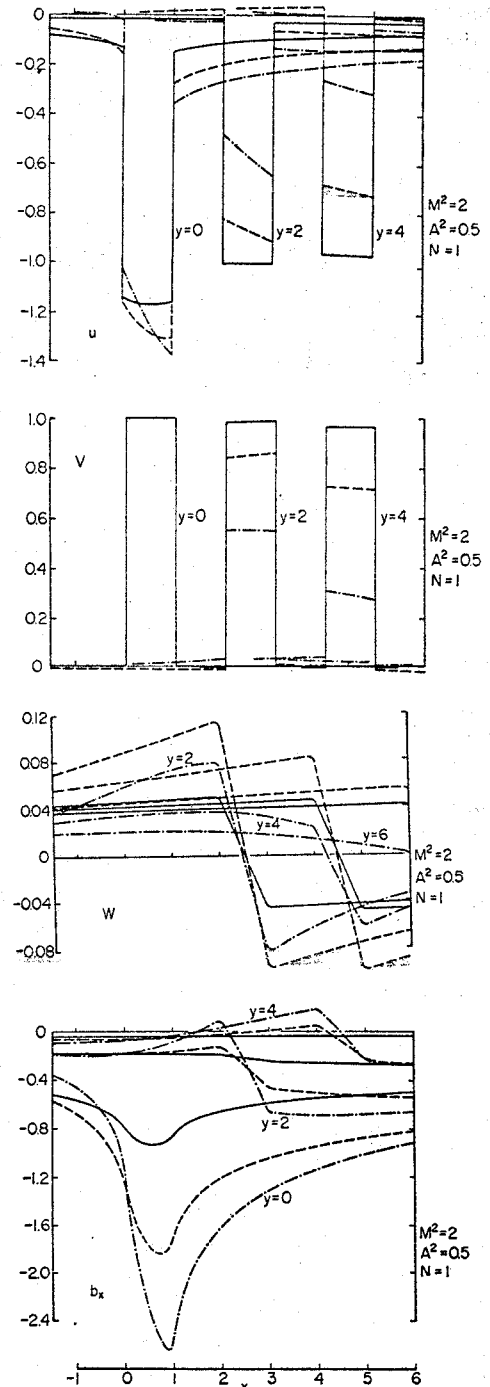


図 3.3. $M^2=2$, $A^2=0.5$ $N=1$ に対する u, v, w, b_x の分布。一点鎖線、破線、実線はそれぞれ $\Omega^2=1, 10, 100$ を示す。

る。

有限な磁気レイノルズ数をもつ典型的な流れとして $N=10$ の場合を採用する。 $\Omega^2=1$ の流れは通常の磁気流体力学の流れに近い。 $\Omega^2=0$ の流れは図の複雑さを避けるため示していないが、参考文献(12)に見られる。くさびの先端と肩からそれぞれ気体力学的な圧縮波と膨張波が生ずる。これらの波を横切ったの跳びはくさびから遠ざかるにつれて減少する。これらの圧縮波と膨張波のそれぞれの下流で流れの急速な減速とゆるやかな加速がみられる。この減速と加速はくさび表面に沿って最も著しく、 Y の増加と共に急速に小さくなる。この事実にくさび先端近くに発達する磁気流体力学的境界層の存在を意味する。§3.2 で述べた T. Yoshikawa が見出した物体に近接する強く圧縮された領域はこの磁気流体力学的境界層によって説明されるかもしれない。

Ω^2 が増加すると、 Y の増加に伴う気体力学的な波の減衰は小さくなる。そしてこれらの波は遠方まで及ぶ。一方磁気流体力学的境界層は分散される。 $N=10$, $\Omega^2=10$ の W の分布において下流で波状場が見出されることに注意しておく。

$N=1$ の場合諸量の分布と Ω^2 の

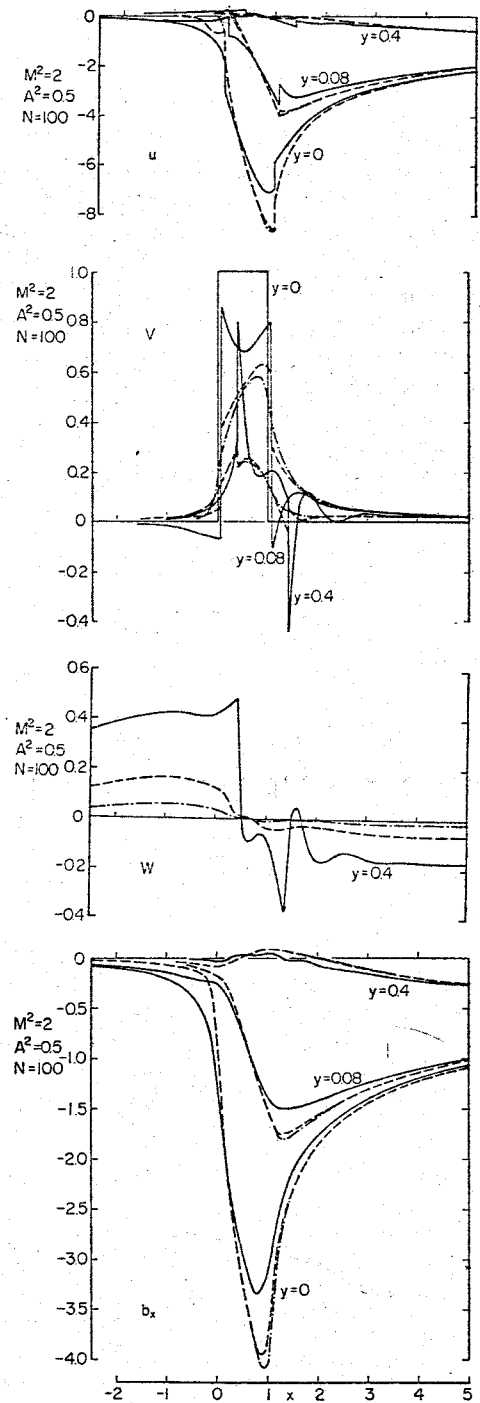


図3.4. $M^2=2$, $A^2=0.5$
 $N=100$ に対する u, v, w, b_x
の分布。一点鎖線, 破線, 実
線はそれぞれ $\Omega^2=1, 10,$
 100 を示す。

増加に伴う流れ場のゆり変りは $N=10$ の場合と類似している。しかし全体として通常の気体力学的特徴が強い。くさびの先端と肩から出る圧縮波と膨張波は小さい減衰を受けるだけで遠方まで及ぶ。くさび部近くの磁気流体力学的境界層は拡散される。 Ω^2 の増加と共に V の分布は通常の気体力学的な流れにおける分布に近づく。

§ 1.2 で述べたプラズマジェット風洞を用いれば $M^2=3$, $A^2=0.4$, $N=0.5$, $\Omega^2=7$ 程度の主流パラメタが得られると期待できるから、図 3.3 の $\Omega^2=1$ または 10 のような流れでもう少し気体力学的特徴が強いものが得られるであろう。そこで特徴的なのは気体力学的な波の減衰と $y=0$ 付近での磁場の变化である。だから実験的観察の可能性としては物体内部の磁場を測定しその変化を見る⁽¹⁵⁾ことが考えられる。物体内部の磁場の測定は Pincosy らが行っており、印加磁場の 10^{-2} 程度の誘導磁場を測定している。気体力学的な波の減衰に関しては、不連続線自体のかたむきは不変なので密度変化の測定が必要である。これはイオン数密度の測定として T. Yoshikawa らによって行われたが、⁽¹⁶⁾明確な結論は得られていない。

$N=100$ の場合磁気流体力学的特徴が強くなる。くさびの先端と

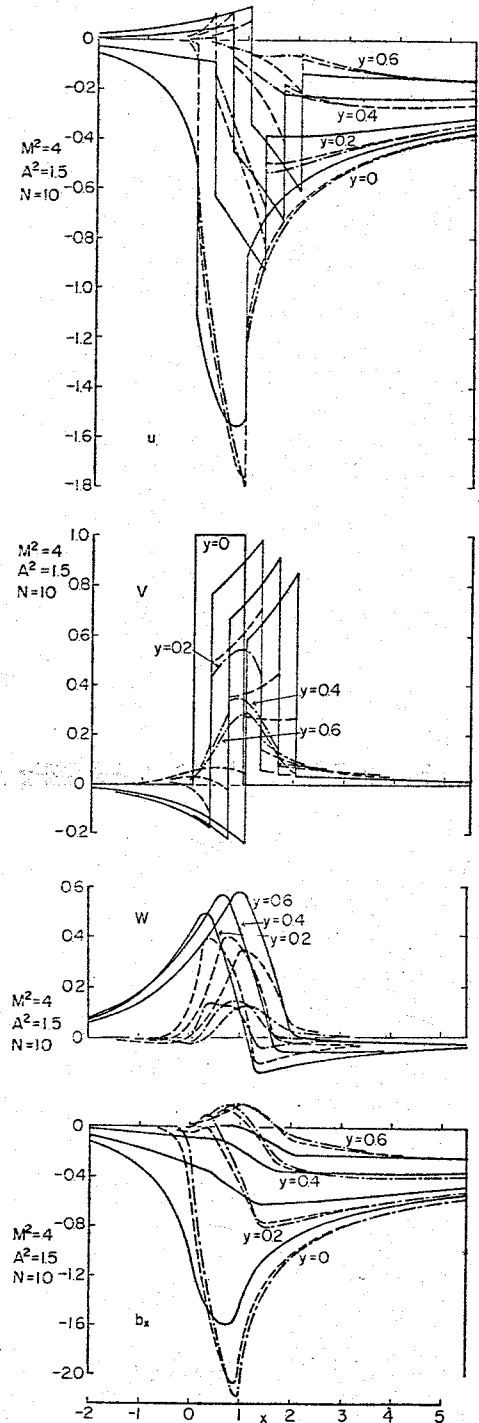


図 3.5. $M^2=4$, $A^2=1.5$, $N=10$ に対する u, v, w, b_x の分布。一点鎖線、破線、実線はそれぞれ $\Omega^2=1, 10, 100$ を示す。

と肩から出る圧縮波と膨張波は Y の増加と共に急速に減衰し、強い磁気流体力学的境界層がくさび部の近くに発達する。 $\Omega^2 = 10$ と 100 の分布には明確な波状場が現れている。

(b) $M^2 = 4$, $A^2 = 1.5$ の場合
(図 3.5, 3.6)

通常の磁気流体力学 ($\Omega^2 = 0$) において流れは両方の磁気レイノルズ数の極限で双曲型であるが、それらの特性線の方法は異っている。

くさびの先端および肩から出る気体力学的な圧縮波と膨張波の減衰、これらの波の下流での流れの減速と加速、そしてくさび部近くの磁気流体力学的境界層の発達はこの (a) の場合と同様である。

しかしこの場合には磁気流体力学的境界層の外側の流れにおいて後方へ向う磁気流体力学的な弱い衝撃波の存在が予想される。これは (3.29a) 中の因数 Γ が 1 に比較して十分小さいならば観察可能であると考えられる。実際 $N = 100$, $\Omega^2 = 1$ の V の分布はこのような波の存在を示している。しかし $N = 10$, $\Omega^2 = 1$ のときにはかなり強い拡散が生じている。さらにこの波での流れの流れは磁気流体力学的境界

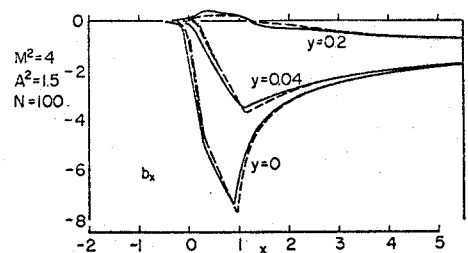
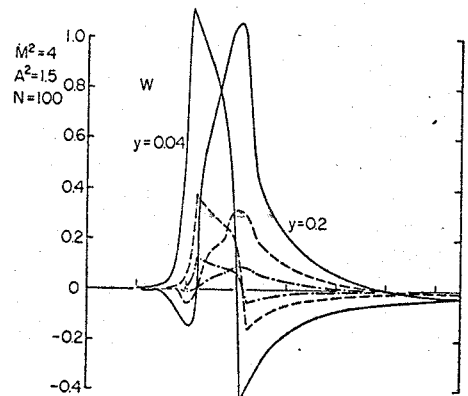
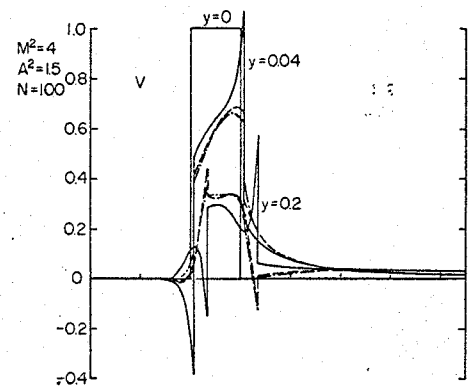
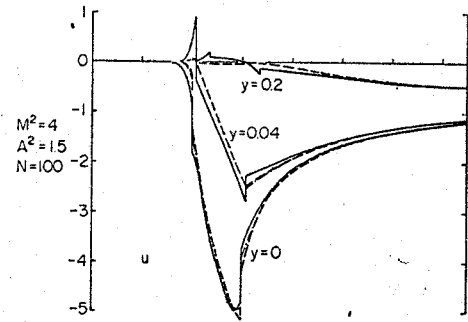


図 3.6. $M^2 = 4$, $A^2 = 1.5$, $N = 100$ に対する u, v, w, b_x の分布。一点鎖線、破線、実線は $\Omega^2 = 1, 10, 100$ を示す。

層のため因数 $A^2/(M^2 + A^2 - 1)$ だけ減少する。このことは § 3.4 で述べた。これらの結果は定常の磁気流体力学的衝撃波の実験を行うにはかなり高い磁気レイノルズ数と低いマッハ数、低いホールパラメタを要するということを示唆する。

(c) $M^2 = 0.6$, $A^2 = 0.6$ の場合
(図 3.7)

通常磁気流体力学 ($\Omega^2 = 0$) において流れ場は $R_m \rightarrow 0$ の極限で楕円型であり、 $R_m \rightarrow \infty$ の極限で双曲型である。そして高い磁気レイノルズ数では前方へ向う磁気流体力学的な弱い衝撃波の存在が予想される。

$\Omega^2 = 1$ の流れは参考文献 (12) の $\Omega^2 \rightarrow 0$ の流れに近い。明らかに前方へ向う磁気流体力学的な波が見出される。§ 3.4 の漸近理論に一致して $(1 - n/\beta) = 3 > 1$ の因数のため大きい流れのふれがあるけれども、因数 A の比較的大きい値のため前方へ向う波の拡散が生じている。

Ω^2 が増加するにつれて、前方へ向う磁気流体力学的な波は分散される。そして V の分布は通常的气体力学的な流れにおける分布に近づく。

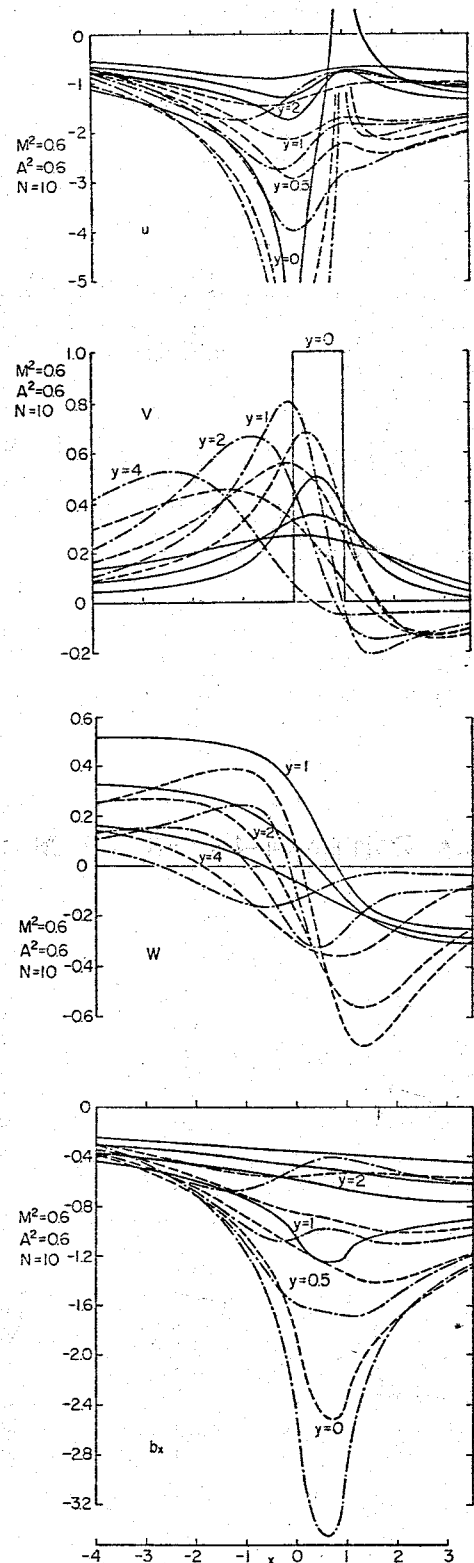


図 3.7. $M^2 = 0.6$, $A^2 = 0.6$
 $N = 10$ に対する u, v, w, b_x の分布。一点鎖線、破線、実線は $\Omega^2 = 1, 10, 100$ を示す。

以上の結果は、前向き衝撃波の実験は電離気体の定常流では困難であるということを示唆する。

§ 3.6 まとめ

流れに平行な磁場のかかった薄い有限くさびを過ぎる任意の磁気レイノルズ数とホールパラメタをもつ理想気体の定常流を、線形化理論の範囲で調べた。その結果、次の点が明らかにされた。

- 1) 有限な磁気レイノルズ数の流れでホールパラメタが増大していくとき、物体の先端近くに発達する磁気流体力学的境界層は、ホール効果のため分散されていく。
- 2) 後向き磁気流体力学的な波は気体力学的不連続線に移り、前向き磁気流体力学的な波は消えていく。
- 3) これらの移行の途中で、磁気レイノルズ数がある程度大きい場合、波状場が現れる。

また実験に関連して次のことが示唆された。

- 4) 定常の磁気流体力学的衝撃波の実験には、かなり高い磁気レイノルズ数と低いマッハ数、低いホールパラメタが要求される。
- 5) Yoshikawa³⁾は超音速、亜アルフバンの円柱まわりの流れの実験において、物体に近接する強く圧縮された領域を見出して

いる。これは、§3.5の(a)で明らかにしたくさび先端近くに発達する磁気流体力学的境界層によって説明されるかもしれない。

なお代表長 L と§3.3の記号を用いて $R_m = \mu \sigma U L$, $\Omega = \sigma B_0 / en_0$ である。従って、単に電気伝導度 σ を増大させて R_m を上げたとしても、 Ω^2 もまた増大し、必ずしも通常の磁気流体力学的な特徴のある流れは得られないことに注意する。

第4章 平板境界層の実験

§4.1 まえがき

アーク加熱式プラズマジェットによって作られた部分電離気体流中に水冷平板を流れと平行に置いて、その表面上に形成された境界層においてイオン数密度、電子温度、中性粒子温度および流速を測定した。そして理論的な解析との比較を行った。

電離気体流においては、通常の粘性境界層のほか、イオンの拡散境界層、イオンおよび中性粒子の温度境界層、電子の温度境界層などが考えられ、複雑な構造の境界層ができる。特に、平板境界層の研究は、フラッシュ・プローブ (flush probe) への応用においても、物体まわりの流れという基本的な問題の電離気体への一般化としても重要な意味をもつ。⁽³⁾⁽⁴⁵⁾⁽⁴⁶⁾

従来の電離気体流中の境界層の実験は主に低電離度で行われ、中性粒子の流れは荷電粒子の存在によって影響されないという仮定の下で荷電粒子の振舞いに注目し、静電探針を用いて測定が行われていた。⁽³⁾⁽⁴⁵⁾ 本実験においては静電探針による電子温度とイオン数密度の測定に加えて、従来ほとんど行われていない重粒子の温度と流速の測定をファブリ・ペロ干渉計を用いることによって可能にした。また電離気体流中に置かれた物体へのエネルギー移送を問題にする場合、イオン拡散流によって壁面へ流入する再結合エネルギー⁽³⁾ および重い粒子の熱伝達は重要なエネルギー移送機構であるが、本実験は荷電粒子密度と重粒子温度の分布測定を行ったという点でこれらの機構を解明する際の基礎となる。

本実験では特に速度境界層、重粒子温度境界層 およびイオン拡散境界層に注目を払う。重粒子のプラントル数と両極

性シュミット数は共に1の程度であるので、それら3つの境界層は同程度の厚さをもつ。電氣的な境界層、つまり電氣的準中性が成立しない領域は本実験条件においては非常に薄く、その測定は困難である。電子の温度境界層は電子の熱伝導度が非常に大きいので非常に厚くなる。そこで理論的な解析において電氣的境界層は平板壁面での境界条件として、電子の温度境界層は電子温度一定と仮定して考慮した。

自由流における代表的な値を表4.1に示す。

表4.1 自由流での代表値

重粒子温度	T	$6.5 \times 10^3 \text{ K}$
電子温度	T_e	$7.0 \times 10^3 \text{ K}$
イオン数密度	n_i	$6.0 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$
圧力	p	0.25 Torr
電離度	α	0.2
単位長当りのレイノルズ数 Re/L		$6.2 / \text{cm}$

§ 4.2 実験装置

平板境界層の実験に用いた装置は、プラズマジェット風洞、平板および測定器から成る。図4.1はそれの概略を示す。

図4.2に示す平板は銅製であり、水冷されており、電氣的に浮かすことによって両極性拡散流が流入するようにした。平板の長さは160 mm、幅は100 mm、先端角は30度、厚さは20 mmで、内部は中空になっている。平板、特にその先端部分が十分冷却されるように、中空になった内部に仕切板を入れて、冷却水を平板内部のすみずみまで行かせるようにした。この平板は、上面を

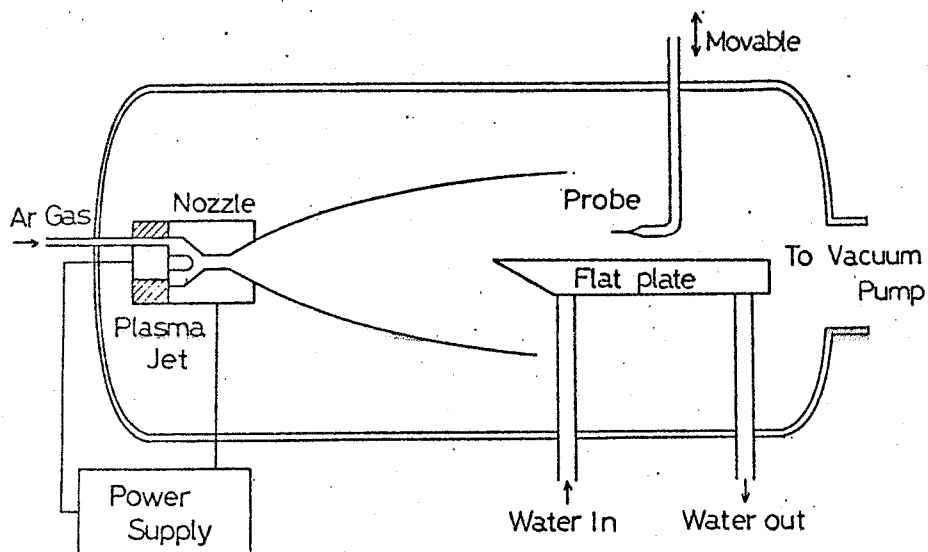


図 4.1 平板境界層流の実験装置の概略図

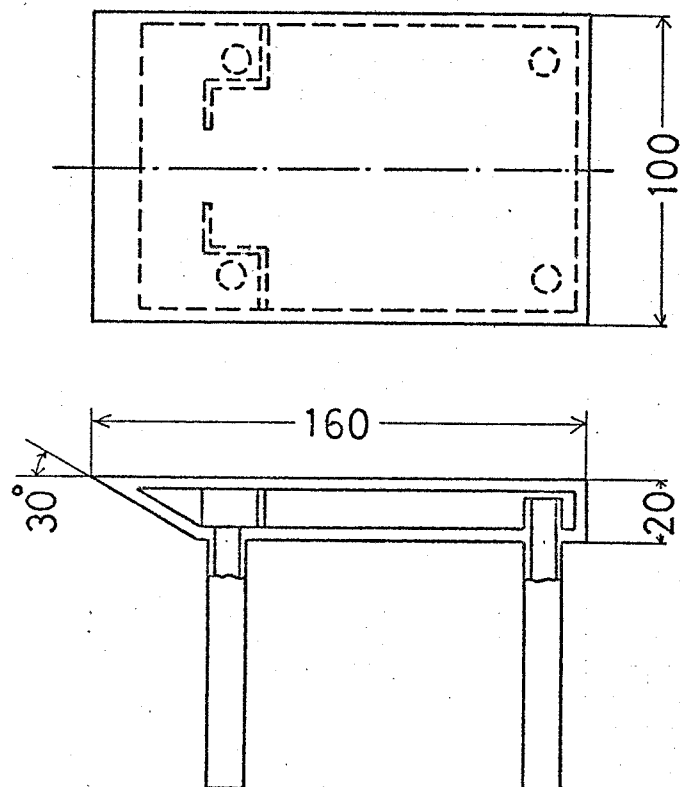


図 4.2 水冷平板 (単位 mm.)

流れの中心軸に一致させ、先端とノズル出口との間の距離を14cmにして、プラズマ流中に置かれる。そして平板上面に測定対象である境界層が形成される。

測定には静電探針とファブリ・パロ干涉計を用いた。それらに関してはそれぞれ§1.3と§1.4で述べた。流れの中での測定位置を変えるため、静電探針は上下動が可能な移動機構に取り付け、平板に垂直な方向に移動させて測った。ファブリ・パロ干涉計による測定に際し、中性粒子温度と流速とを同時に測定する場合には、プラズマジェットと水冷平板を載せた真空タンク内の台車を上下方向に動かすことによって測定位置を変えた。中性粒子温度のみを測定する場合には、ファブリ・パロ干涉計自体を上下方向に動かすことによって測定位置を変えた。

プラズマジェットはアーク電流1000A、アーク電圧24V、入力24KWで使った。

§4.3 実験結果

測定位置を示すため、平板先端に原点をとり、 X で平板に沿った下流方向距離を、 Y で平板からの垂直方向距離を示す。

図4.3は境界層流における電子温度の分布の測定結果を示す。電子温度 T_e は外流から平板近くまでほぼ一定のままであることがわかる。これは、電子の熱伝導度が中性粒子の熱伝導度の約20倍と大きいこと、および平板近傍の電場で大部分の電子は弾性的にはね返されることによると考えられる。

図4.4はイオン数密度分布の測定結果を示す。イオン数密度 n_i は面極性拡散のため平板に向って減少しており、 X の増加と共に拡散境界層の発達が見られ、境界層厚さが増加しているのがわかる。なお $X=20\text{mm}$ において平板から遠方では Y の増加

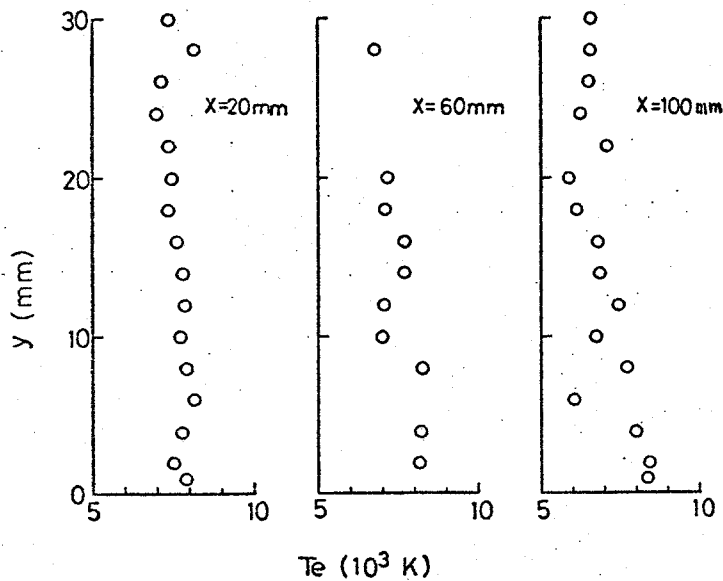


図4.3 境界層流における電子温度 T_e の分布

と共にイオン数密度 n_i が減少しているが、これは流れの大きさが有限であるためその外側へのイオンの拡散が生じていることによる。

図4.5(a)と4.5(b)は中性粒子温度分布の測定結果を示す。中性粒子温度 T_a は平板の冷却効果のため平板に向って低下している。一方、電子温度はほぼ一定であるので、平板の冷却効果は重粒子温度と電子温度の間の非平衡を引き起している

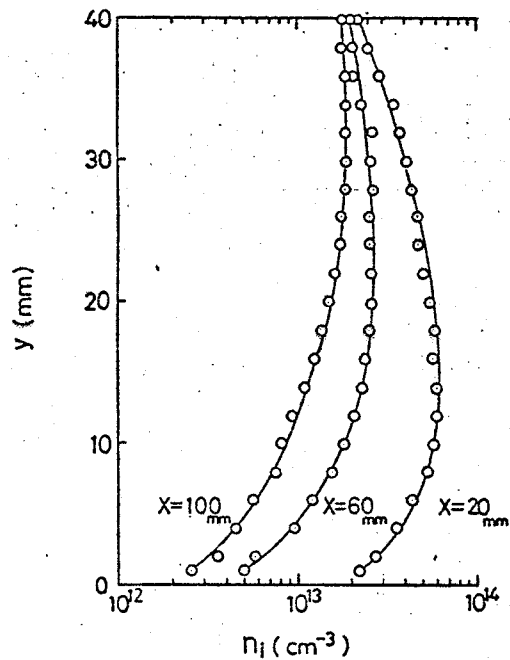


図4.4 境界層流におけるイオン数密度 n_i の分布

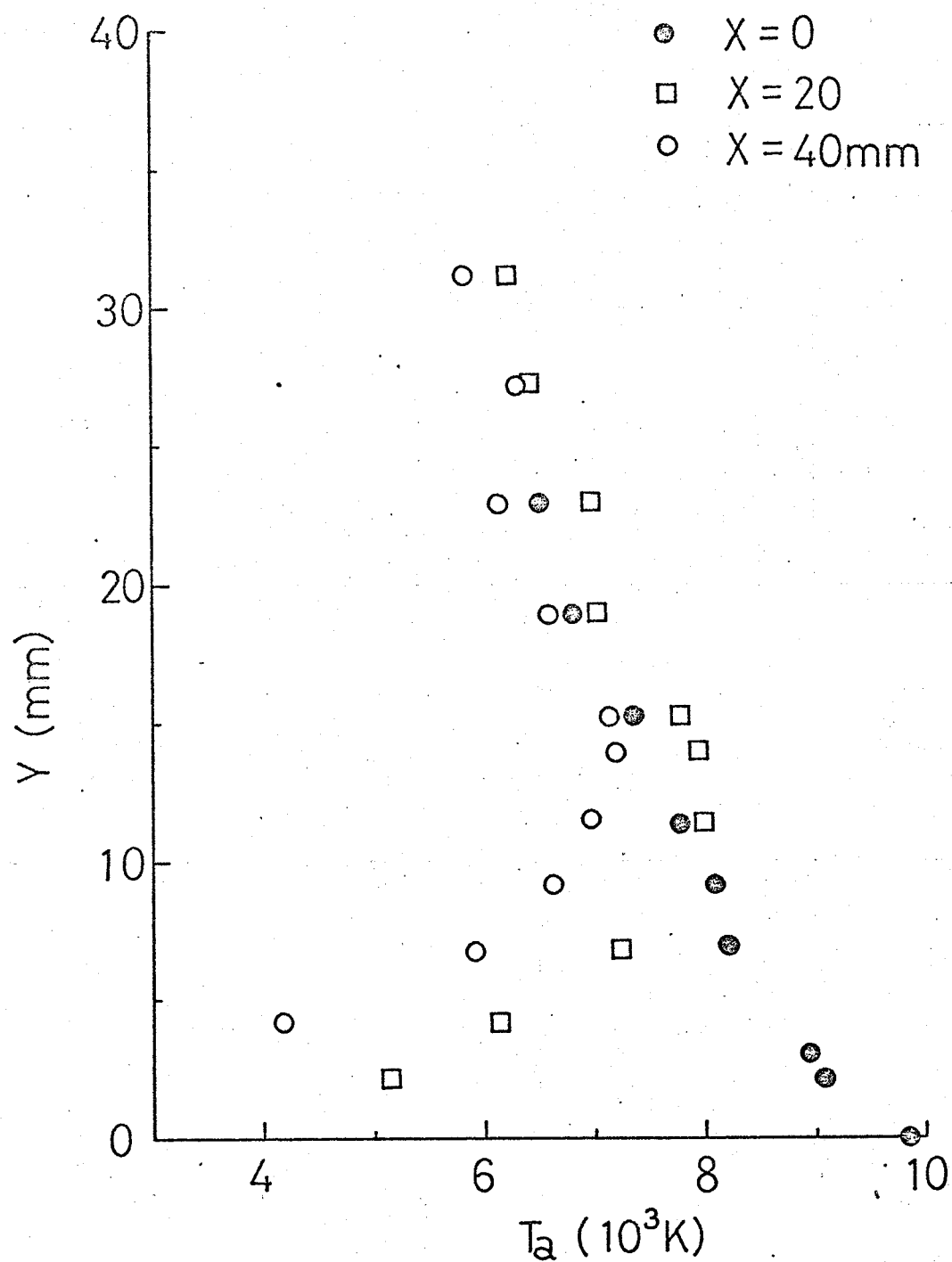


図 4.5 (a) 境界層流における中性粒子温度 T_a の分布

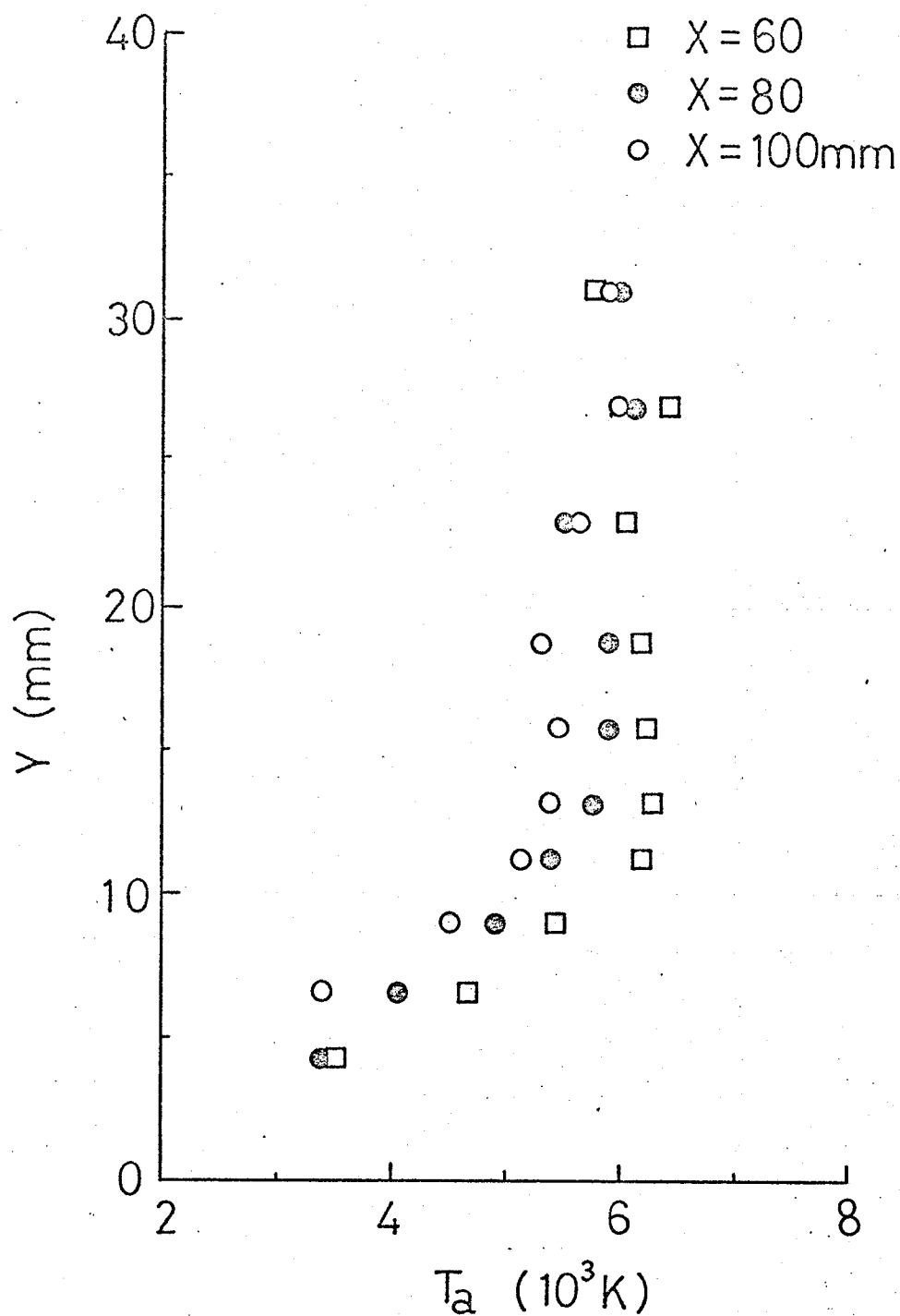


図 4.5 (b) 境界層流における中性粒子温度 T_a の分布

ことがわかる。なお $X = 0 \text{ mm}$ において、平板前端で流れが圧縮されるため、平板に近づくにつれて中性粒子温度は上昇している。この影響は $X = 20 \text{ mm}$, 40 mm においても残っている。しかし $X = 60 \text{ mm}$, 80 mm , 100 mm では中性粒子温度は外流においてほぼ一定で、 $6.0 \times 10^3 \text{ K}$ 程度になる。

図 4.6 は中性粒子の流速の平板に平行な成分の測定結果を示す。

平板からの距離が 10 mm 未満の位置ではプラズマからの光の強度不足のため測定できなかった。外流での流速は X の増加につれて減少している。また X の比較的小さいところで流速は平板へ向ってだけでなく、外側へ向っても減少している。このように外流は必ずしも一様でないようである。

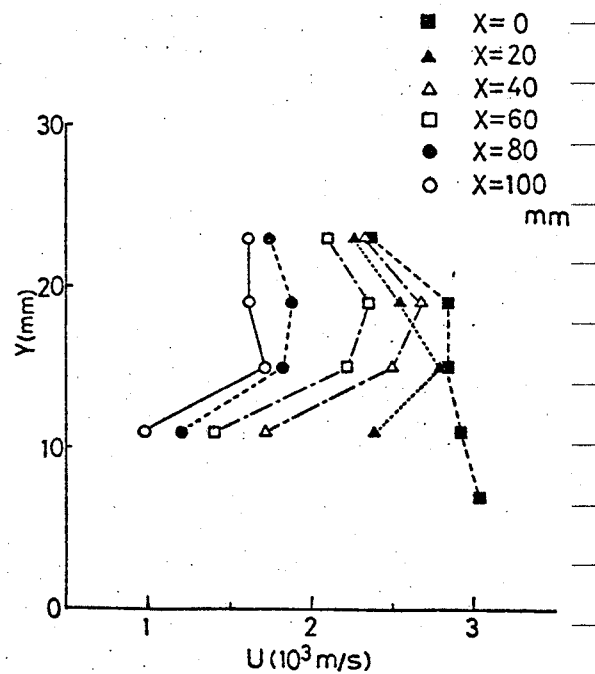


図 4.6 境界層流における中性粒子の流速

比較のため図 4.7 に自由流の流速の流れに直角方向の分布も境界層

流における同一位置での流速と共に示す。 $X = 20 \text{ mm}$, 60 mm では境界層流の外流はほぼ自由流での値と同一であるが、 $X = 100 \text{ mm}$ では境界層流の外流は自由流での流速よりおそくなっている。

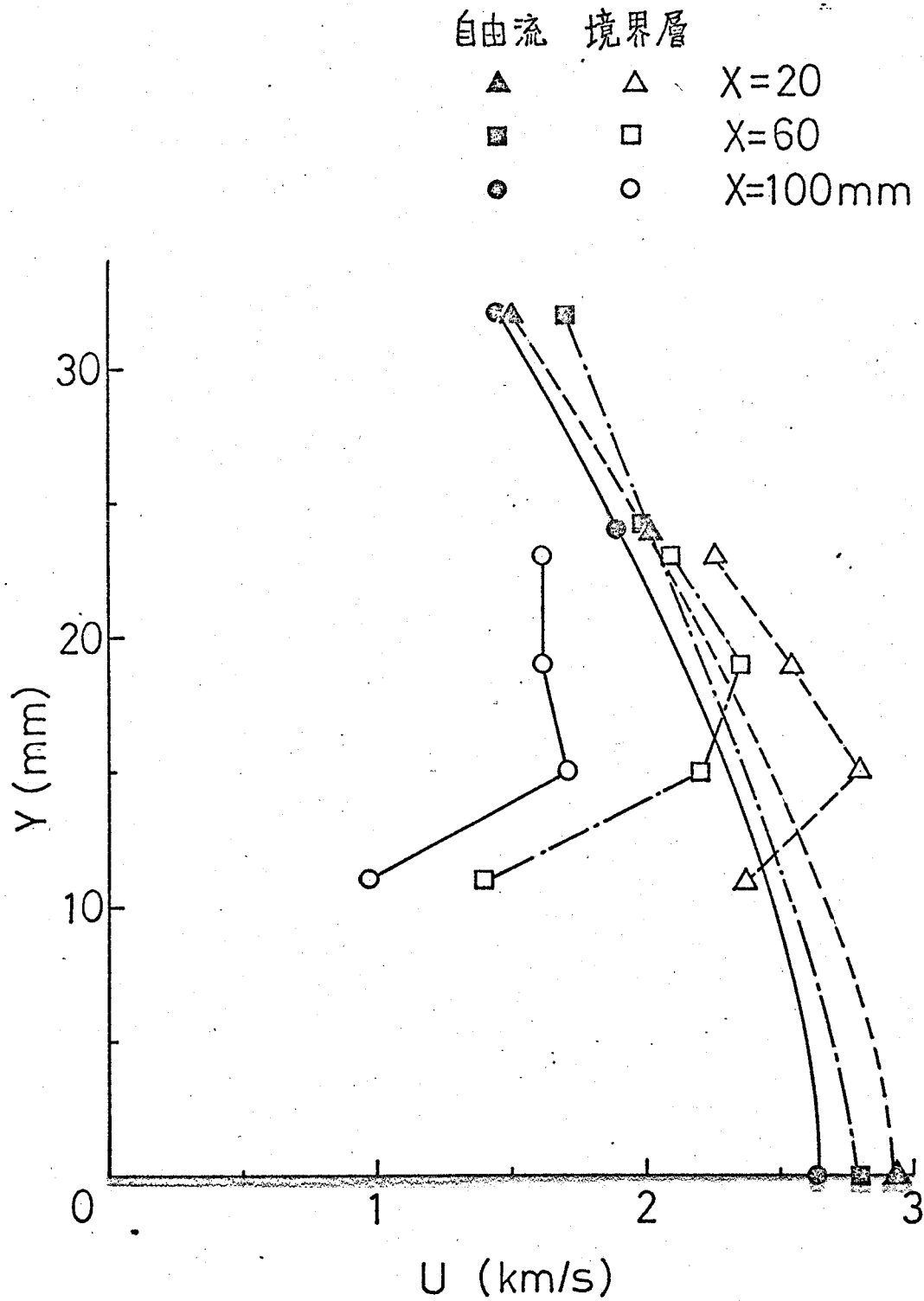


図4.7 自由流 および 境界層流における流速 U の分布

§ 4.4 理論解析

測定結果との比較のため理論解析を行った。次のような情況を考える。

- (i) 一部電離した気体の一様流中に半無限平板が流れと平行に置かれる。
- (ii) 二次元、定常、電離凍結流である。
- (iii) 平板は電氣的に浮いている。そして両極性拡散流が平板へ流入し、そこで電子とイオンは再結合する。
- (iv) 外流において重い粒子の温度と電子温度は等しい。

(a) 基礎式

座標は平板の先端に原点をとり、平板に沿って下流方向に x 軸を、平板に垂直上向きに y 軸をとる。外部電場と外部磁場がないとき境界層近似の行われた基礎方程式は次のようになる。⁽⁴⁷⁾⁽⁴⁸⁾

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{3}{2} \rho u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{3}{2} \rho v \right) + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \quad (4.3)$$

$$\rho u \frac{\partial c}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D_a \frac{\partial c}{\partial y} \right) \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{3}{2} \rho_e u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{3}{2} \rho_e v \right) + \rho_e \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial q_e}{\partial y} = \sum e_i \quad (4.5)$$

(4.1)は連続の式、(4.2)は運動量の式、(4.3)はエネルギーの式、(4.4)

は電子-イオン対の保存式, または拡散式, (4.5)は電子のエネルギー式である. これらにおいて S は密度, u と v はそれぞれ流速の x 成分と y 成分, μ は粘性係数, q は全熱流束, $c = S_i/S$ はイオン濃度, S_i はイオンの密度, D_a は両極性拡散係数, $p_e = n_e k T_e$ は電子の圧力, q_e は電子の熱流束であり, Σe_i は電子とイオン間のエネルギー移送を表わす. ただし電子と中性粒子間のエネルギー移送は無視する. 全圧カ P は外流での圧力に等しく一定である. つまり

$$P = n_e k T_e + n_i k T_i + n_a k T_a = \text{一定} \quad (4.6)$$

である. ここで k はボルツマン定数, n_e, n_i, n_a はそれぞれ電子, イオン, 中性粒子の数密度, T_e, T_i, T_a はそれぞれ電子, イオン, 中性粒子の温度である. ただし電気的中性が成立ち $n_i = n_e$, イオンと中性粒子間のエネルギー移送は十分大きく, $T_i = T_a$ と考える.

部分電離気体において粘性係数と熱流束は, 一般には, 中性粒子とイオンと電子に対するものの和で表わされる. しかし本実験条件では中性粒子の粘性係数 μ_a に比較して他の粘性係数は無視でき, 中性粒子の熱流束 q_a と電子の熱流束 q_e に比較してイオンの熱流束は無視できる. そこで $\mu = \mu_a$, $q = q_a + q_e$ とする.

さて (4.1) - (4.6) を閉じるには未知量 S, c, T_e, T_a を使って μ_a, q_a, q_e, D_a および Σe_i を表現せねばならない. この表現は次のようになる.⁽³³⁾

$$\mu_a = \frac{5}{16 Q_{aa}} (\pi m_a k T_a)^{\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{n_i}{n_a} \cdot \frac{Q_{ia}}{Q_{aa}} \right]^{-1} \quad (4.7)$$

$$q_a = -K_a \frac{\partial T_a}{\partial y} \quad (4.8)$$

$$q_e = -K_e \frac{\partial T_e}{\partial y} \quad (4.9)$$

ただし中性粒子の熱伝導度 K_a と電子の熱伝導度 K_e は次で与え

(33)(49)

られる。

$$K_a = \frac{75k}{64Q_{aa}} \left(\frac{\pi k T_a}{m_a} \right)^{\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{n_i}{n_a} \frac{Q_{ia}}{Q_{aa}} \right]^{-1}, \quad (4.10)$$

$$K_e = 4.4 \times 10^{-10} T_e^{5/2} / \ln \Lambda \quad (\text{J s}^{-1} \text{deg}^{-1} \text{m}^{-1}) \quad (4.11)$$

(48)

そして

$$D_a = \frac{4(1 + C T_e / T_a)(1 + T_e / T_a)}{3(n_i + n_a) Q_{ia}} \left(\frac{k T_a}{2 m_a} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.12)$$

$$\bar{z}_{ei} = -4 n_e \left(\frac{m_e}{m_i} \right) v_{ei} k (T_e - T_i). \quad (4.13)$$

ただし n_i と T_e の単位をそれぞれ cm^{-3} と K にすれば、電子とイオン間の衝突周波数 v_{ei} は

$$v_{ei} = 2.63 n_i \ln \Lambda / T_e^{\frac{3}{2}} \quad (\text{sec}^{-1}) \quad (4.14)$$

(50)

で与えられる。以上で m_e, m_i, m_a はそれぞれ電子、イオン、中性粒子の質量、 $\Lambda = \lambda_D / \rho_c$ 、 λ_D はデバイ長、 ρ_c は軌道面内で $\pi/2$ の偏向を生じるようなインパクトパラメタである。 Q_{aa} と Q_{ia} はそれぞれ中性粒子間 および イオン-中性粒子間の (運動量伝達) 衝突断面積であり、(2.7) と (2.8) で与えた。

(b) 基礎式の変換と境界条件

基礎方程式を次のように変換する。独立変数を X と Y から ξ と η へと

$$\xi = S_0 \rho_0 U_0 X, \quad (4.15)$$

$$\eta = \frac{U_0}{\sqrt{2\xi}} \int_0^Y s \, dy \quad (4.16)$$

(47)(51)

によって変換し、流れ関数 ψ と無次元イオン濃度 Z 、無次元重

粒子温度 Θ , Chapman-Rubensin 因子 N , 両極性 Schmidt 数 S_c を

$$f = \int_0^\eta \left(\frac{u}{u_s} \right) d\eta, \quad Z = \frac{c}{c_s}, \quad \Theta = \frac{T_a}{T_{as}}$$

$$N = \frac{8\mu}{8s\mu_s}, \quad S_c = \frac{\mu}{8D_a} \quad (4.17)$$

において定義する。添字 s は境界層端での値を示す。

簡単のため (4.5) の左辺で熱伝導項以外の項を無視し, (4.3) に含まれる電子の熱伝導項に代入する。基礎式を変換する際 (4.1) は自動的に満たされる。局所相似を仮定する。すなわち η に関する微分を無視する。さらに電子温度は一定であると仮定する。そのとき (4.2), (4.3), (4.4) を変換した式はそれぞれ

$$(Nf'')' + ff'' = 0 \quad (4.18)$$

$$\left(-\frac{N}{S_c} Z' \right)' + fZ' = 0 \quad (4.19)$$

$$\left(\frac{N}{Pr} \Theta' \right)' + f(\Theta' + c_s Z') + a_3 N (f'')^2 = \frac{a_4 \zeta Z^2}{\Theta + c_s Z} (\Theta - 1) \quad (4.20)$$

となる。ここで ζ は η に関する微分を示し, $Pr = 2/3$ は重い粒子のプラントル数である。定数 a_3 と a_4 は

$$a_3 = \frac{2m_a u_s^2}{5kT_{as}}, \quad a_4 = \frac{\mu_s k c_s}{m_a K a_s} \quad (4.21)$$

で与えられる。

境界条件は

$$f'(\infty) = \Theta(\infty) = Z(\infty) = 1 \quad (4.22)$$

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad \Theta(0) = \Theta_w \quad (4.23)$$

$$Z'(0) = \frac{a_5 Z(0)}{1 + a_6 Z(0)} \quad (4.24)$$

で与えられる。ここで Θ_w は無次元化した壁温であり、定数 α_5 と α_6 は

$$\alpha_5 = \frac{6k}{m_a^3} \sqrt{2k m_e T_{es}} \cdot \frac{C_s^2 Q_{ei} \delta}{U_s^2 K_{es}}, \quad \alpha_6 = C_s + 1 \quad (4.25)$$

である。境界条件のうちの最後の式 (4.24) は、壁面へ流入する面極性拡散流を、無衝突探針理論から得られる飽和イオン流と等しいと置くことにより導出される。⁽³⁾ 面極性拡散流は $S D_a^{2C/2Y}$ で与えられ、一方イオン飽和流は単位時間単位面積当りに流入するイオンの質量で表現すれば $m_i n_i a$ となる。ただし $a = (k T_e / 2\pi m_i)^{1/2}$ はボーム速度である。

(c) 数値計算

境界条件 (4.22) - (4.24) の下で、(4.18) と (4.20) をルンゲ・フッタ法によって数値的に解き、(4.19) を台形公式を用いた数値積分によって解いた。

その際 パラメタ N と S_c は Z と Θ の関数となるが、 Z と Θ による N と S_c の変化は、くり返し計算によって考慮した。すなわち、前の段階で求めた $Z(\eta)$ と $\Theta(\eta)$ を N と S_c に使えば、 N と S_c は η の関数とみなせる。そうすれば、次の段階では (4.18) は f のみを、(4.19) は f と Z を、(4.20) は f と Z と Θ とを未知関数として含むので、(4.18)、(4.19) および (4.20) を順順に解いていくことができる。こうして求めた解 $Z(\eta)$ と $\Theta(\eta)$ をまた N と S_c に使うという手順をくり返し、十分収束するまで続ける。

なお (4.18) と (4.20) はそれぞれ連立一階微分方程式系に変形したのちルンゲ・フッタ法を適用する。(4.19) は次のように積分される。

$$Z(\eta) = Z(0) + \frac{Z'(0)}{g(\eta)} \int_0^\eta g(\eta) e^{-h(\eta)} d\eta. \quad (4.26)$$

ただし

$$g(\eta) = \frac{S_c}{N}, \quad h(\eta) = \int_0^\eta g(\eta) f(\eta) d\eta. \quad (4.27)$$

数値計算の際、 η のきざみ幅は $\Delta\eta = 0.1$ とし、 $\eta = 10$ を無限遠方とみなして外流での境界条件を果した。

$X = 60\text{ mm}$ および 100 mm に対応する数値計算を行った。

境界層端 および 壁面での条件として使用した値を表 4.2 に示す。境界層端での値として温度は測定値を使った。イオン濃度、密度 および 粘性係数などの境界層端での値と定数 $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ の値は温度、イオン数密度、圧力の測定値をもとにして計算した。流速は $X = 0\text{ mm}$ における値を使った。壁面温度は平板の冷却水の入口での温度、出口での温度および流量をもとに推定した。

その結果、イオン濃度、中性粒子温度および流速の分布はそれぞれ、図 4.8, 図 4.9, 図 4.10 の実線のようになる。これ

表 4.2 境界層端 および 壁面での条件

	$X = 60\text{ mm}$	$X = 100\text{ mm}$
温度 T_{δ}	$6.2 \times 10^3\text{ K}$	$5.8 \times 10^3\text{ K}$
流速 U_{δ}	$2.9 \times 10^3\text{ m/s}$	$2.9 \times 10^3\text{ m/s}$
イオン濃度 C_{δ}	0.072	0.048
密度 ρ_{δ}	$2.4 \times 10^{-5}\text{ kg/m}^3$	$2.6 \times 10^{-5}\text{ kg/m}^3$
壁面温度 T_w	350 K	350 K

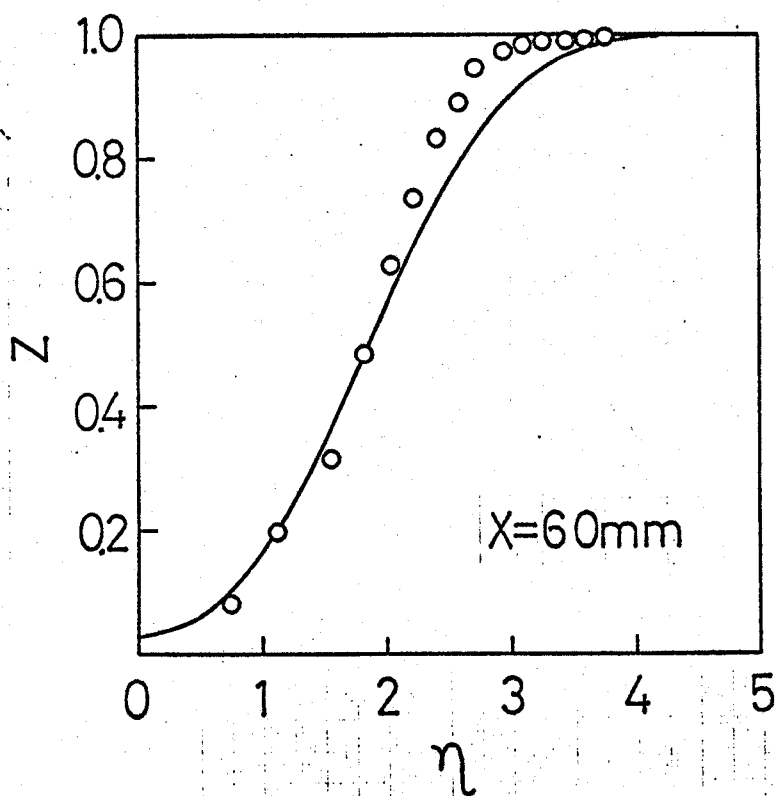


図 4.8 (a)

$X=60\text{mm}$ におけるイオン濃度の分布

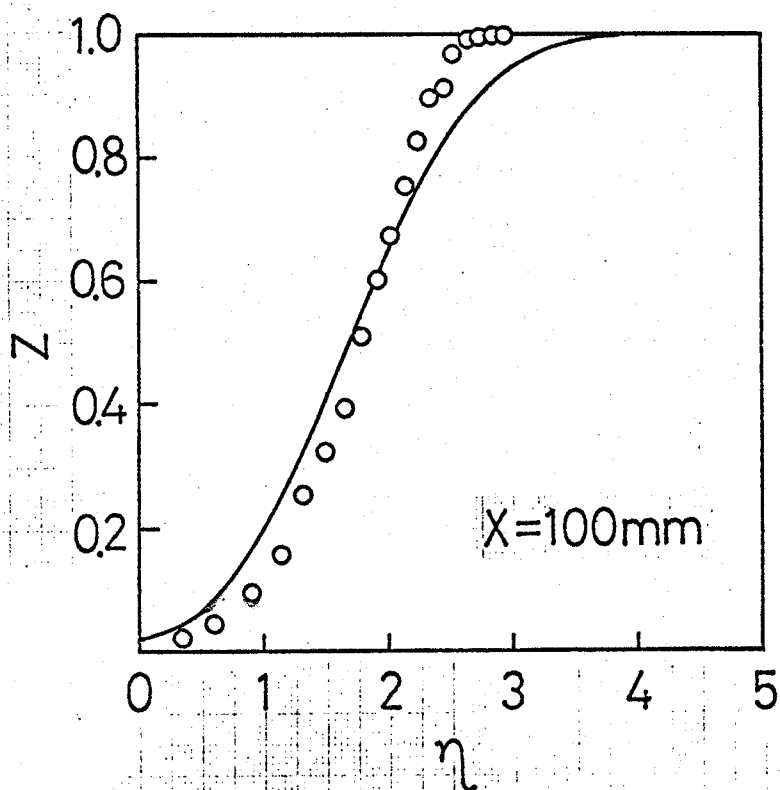


図 4.8 (b)

$X=100\text{mm}$ におけるイオン濃度の分布

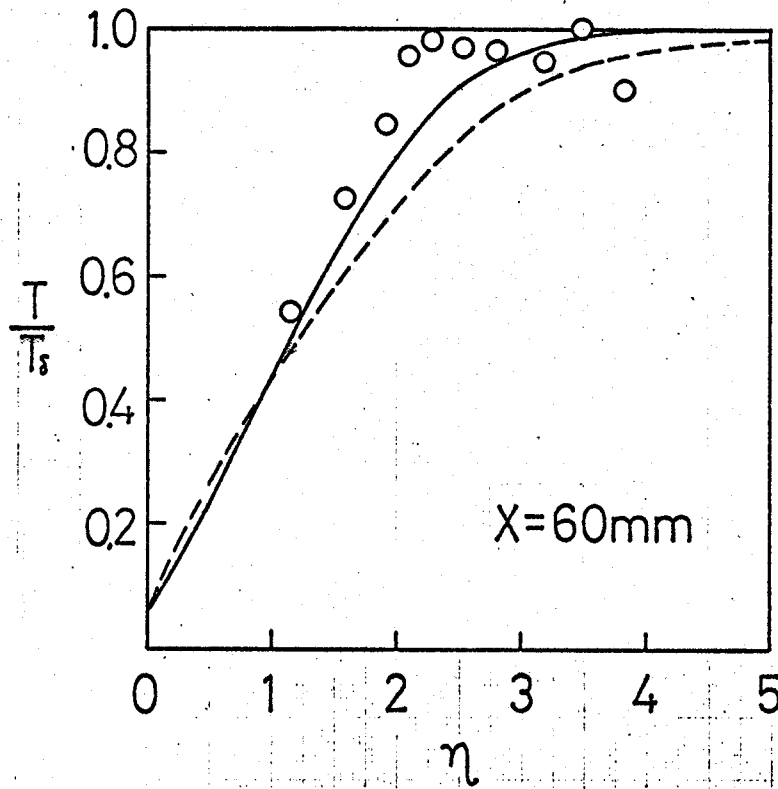


図 4.9 (a)

$X=60\text{mm}$ における
中性粒子温度の分
布。ただし実線は
境界層端のイオン
濃度として測定値
を用いた場合、
破線はそれを零
とした場合を示す。

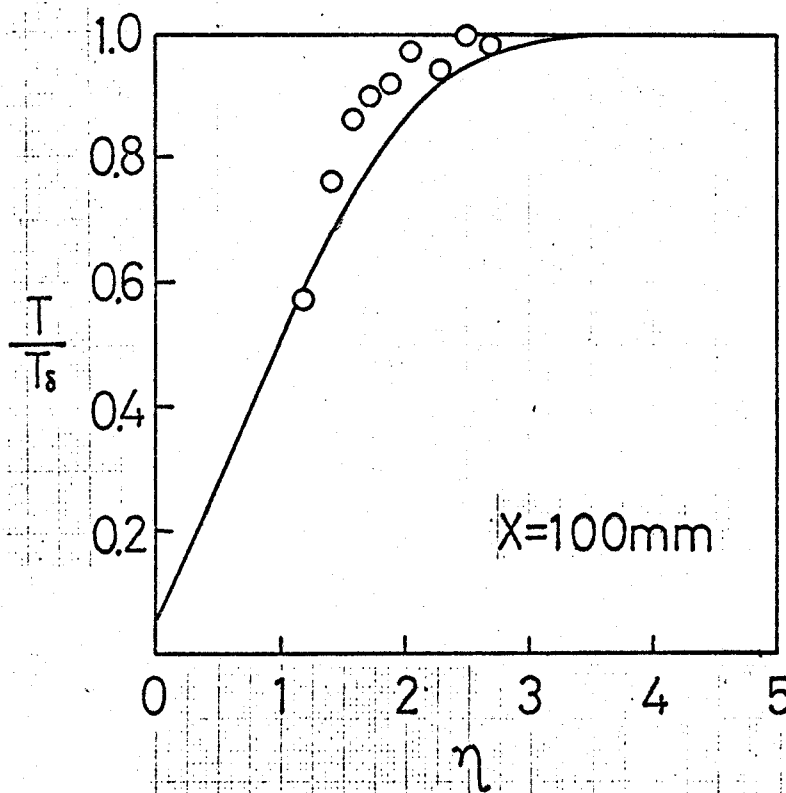


図 4.9 (b)

$X=100\text{mm}$ にお
ける中性粒子温度
の分布

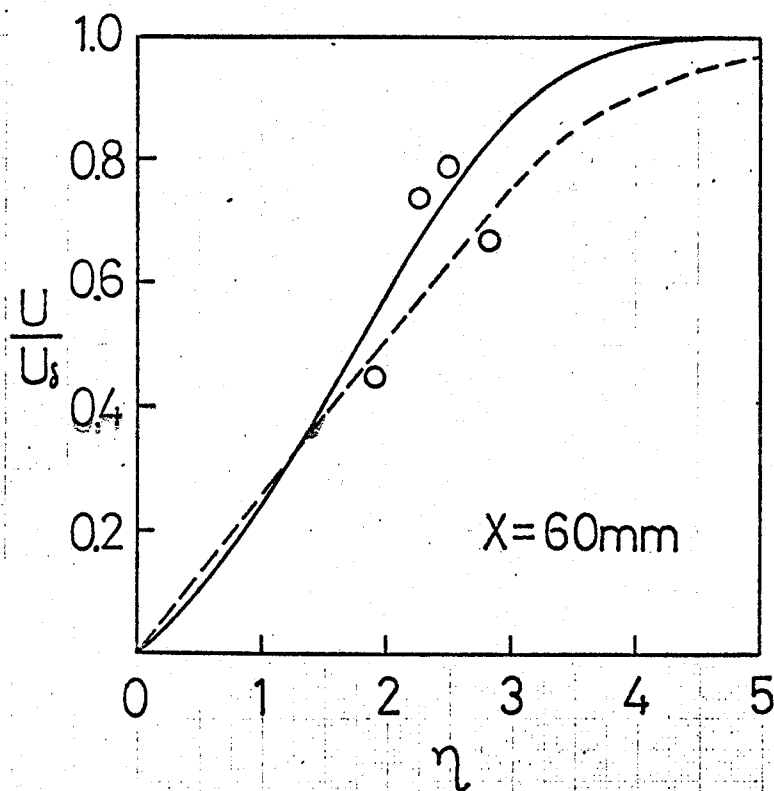


図 4.10 (a)

$X=60\text{mm}$ における
流速の分布
ただし実線は境界
層端のイオン濃度と
して測定値を用い
た場合、破線はそ
れを零とした場合を
示す。

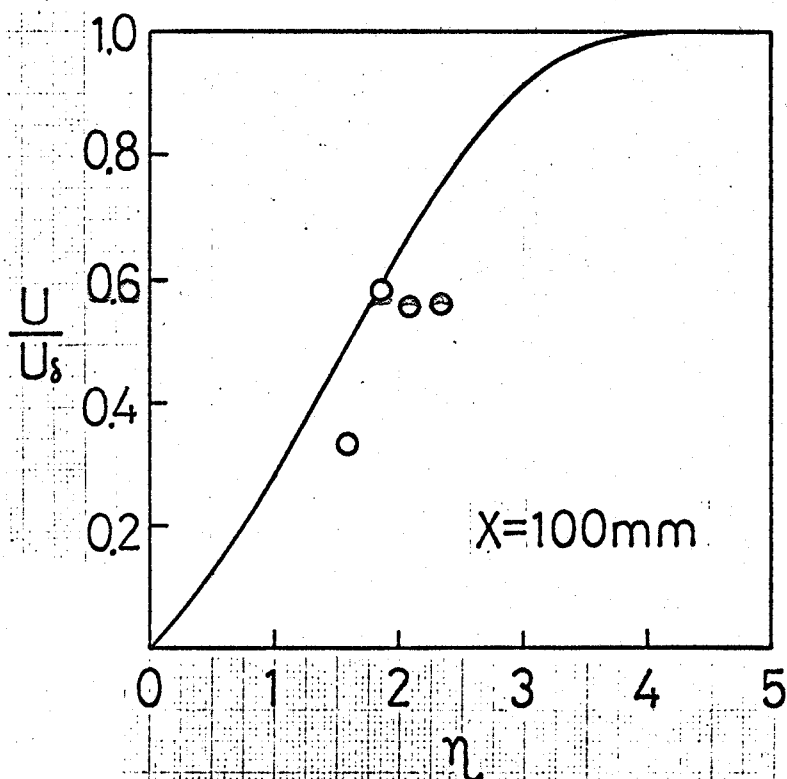


図 4.10 (b)

$X=100\text{mm}$ におけ
る流速の分布

らの図で丸印は実験値である。イオン濃度分布および中性粒子温度分布の計算値と実験値とは良い一致を示していることがわかる。

荷電粒子の存在が境界層にどのような影響を与えているかを見るため、電離度またはイオン濃度が零のときの計算を行った。この場合、基礎式は(4.1), (4.2) および (4.3) であり、境界条件は Σ を除いた (4.22) と (4.23) で与えられる。境界層端での条件は表 4.2 に与えたものと同一とする。ただしイオン濃度のみ $C_e = 0$ とする。 $X = 60 \text{ mm}$ に対応する結果を図 4.9(a) と図 4.10(a) に破線で示す。変換された座標 η と Y との関係は $C_e \neq 0$ の場合と $C_e = 0$ の場合とでは異なる。そこで両者の場合を同一図で比較するため、両者で物理空間での距離 Y が同一になるようにした。

(4.7) と (4.10) からわかるように、中性粒子の粘性係数と熱伝導度はイオンの存在のため小さくなる。それゆえ、荷電粒子の存在は粘性速度境界層および重粒子温度境界層の厚さを薄くすることが予想される。実際、図 4.9(a) と図 4.10(a) は、わずかではあるがこのことを示している。また速度分布の測定は不十分にしか行えなかったけれども、中性粒子の温度分布の測定結果は $C_e = 0$ の計算結果に比べ $C_e \neq 0$ の計算結果により近い傾向を示しており、荷電粒子の存在が境界層を薄くしているということがわかる。

§ 4.5 まとめ

プラズマジェット風洞、静電探針およびファブリ・ペロ干涉計を用いて、部分電離気体流中の平板境界層について実験的に調べ、理論的な解析との比較検討を行い、次の結果を得た。

- 1) 境界層における中性粒子または重粒子の温度と流速の測定は、境界層の構造を明らかにする上で重要であるにもかかわらず、従来ほとんど行われていない。本研究では、ファブリ・ペロ干涉計の使用によって、それらの測定を可能にした。そして図4.5と図4.6に示したような中性粒子温度分布と速度分布の測定結果を得た。
- 2) 電子温度と重粒子温度は外流においてほぼ等しい。平板に近づくにつれて、重粒子温度は平板の冷却効果のため低下する。電子温度は、電子の大きい熱伝導度と平板近傍の電場のためほぼ一定のままである。
- 3) 温度非平衡の電離気体に対する境界層方程式に基づいて、流速、イオン濃度および重粒子温度の分布を計算した。ただし荷電粒子の存在による輸送係数の変化は、くり返し計算によって考慮した。その結果、イオン濃度分布と重粒子温度分布の実験値と理論値はかなり良い一致を示す。
- 4) 電離していない気体における境界層の計算は、3)の理論値および実験値より厚い境界層厚さを与える。このことから本実験ではイオンの存在が境界層厚さを薄くしていることがわかる。

結 論

物体まわりの電離気体流に関連して、垂直衝撃波および平板境界層の実験的研究、ならびにくさびまわりの流れに関する理論的研究を行った。そして磁場がかかっている部分電離気体中の衝撃波と平板境界層の構造を明らかにし、また流れに平行な磁場の存在下での絶縁くさびまわりの流れにおけるホール効果の影響を明らかにした。

なお、実験は主に直流アーク加熱式プラズマジェット風洞、ラングミュア静電探針およびファブリ・ペロ干渉計を使用して行った。流れは、圧力 $0.20 \sim 0.25$ Torr, 重粒子温度 $5.3 \times 10^3 \sim 7.0 \times 10^3$ K, 電子温度 $5.3 \times 10^3 \sim 7.0 \times 10^3$ K, イオン数密度 $6.0 \times 10^{13} \sim 8.0 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, 流速 $2.7 \times 10^3 \sim 2.9 \times 10^3 \text{ m/s}$, 電離度 0.2 の条件をもつ。

またくさびまわりの流れにおけるホール効果の研究は、一流体の磁気流体力学においてホール効果を考慮したオームの法則を採用し、線形化理論の範囲内で行った。

得られた結果をまとめると次のようになる。

- 1) 衝撃波保持器の前面に形成された衝撃波をよぎって、イオン数密度分布を静電探針によって測定した(図2.8)。この測定から得られるイオン数密度の衝撃波前後の比 n_{i2}/n_{i1} は1.7であり、上流のマッハ数を使って垂直衝撃波関係式から求められる密度の比 $\rho_2/\rho_1 = 2.3$ とは異なる。この違いを説明するため、自由流でのイオン数密度分布と拡散式とに基づいて、衝撃波のある流れでのイオン数密度分布を計算した(図2.11)。その結果、 n_{i2}/n_{i1} の計算値は1.86となり、実験値にほぼ一致する。かくして、半径方向に有限の大きさをもつ流れに形成された衝撃波においては、イオンの径方向への拡散がイオン密度の跳びに影響を与えることを明らか

にした。

2) イオン数密度分布の測定(図2.8)から求めた衝撃波の厚さは、イオン間の頻繁な衝突のため、またはイオンの存在による粘性係数の減少のため、中性気体に対するモット・スミス解またはナビエ・ストークス解が予想する衝撃波厚さより薄くなる。また衝撃波厚さの実験値は、衝撃波後の中性粒子間平均自由行程の程度であり、LuとHuangの理論値に近い。

3) ファブリ・パロ干渉計を使って、衝撃波をよぎって中性粒子温度分布を測定した(図2.12)。この測定から得られる衝撃波前後での重粒子温度の比2.0は、上流のマッハ数を使って垂直衝撃波関係式から求められる値2.1と良く一致する。

4) 従来、暗い領域は、衝撃波上流への高温電子の張り出しが再結合率を低下させ、従って再結合に伴う光の放射強度を弱めることによって生じると考えられている。しかし本実験では、衝撃波層のすぐ上流に見出される暗い領域は明確さを欠く(図2.13)。これは、本実験における電子温度が暗い領域を明確に見出していた従来の実験に比較して高いため、再結合率の電子温度に対する逆依存性が弱まり、衝撃波上流への高温電子の張り出し(図2.9)にもかかわらず、そこでの再結合率の大きな低下を引き起こさないためであると考えられる。

5) 流れに平行な磁場のかかったくさびを過ぎる流れにおいて、有限な一定の磁気レイノルズ数の流れでホールパラメタが増大していくとき、くさびの先端近くに発達する磁気流体力学

的境界層はホール効果のため分散されていく(図3.2).

6) ホールパラメタが増大していくとき, 後向き磁気流体力学的な波は気体力学的な不連続線に移り(図3.5), 前向き磁気流体力学的な流は消えていく(図3.7).

7) 上記5), 6)の移行の途中で, 磁気レイノルズ数がある程度大きい場合, 波状場が現れる(図3.2のW, 図3.5のW).

8) 定常の物体まわりの磁気流体力学的衝撃波の実験には, かなり高い磁気レイノルズ数と低いマッハ数, 低いホールパラメタが要求されるということが示唆される. かなり高い磁気レイノルズ数は磁気流体力学的衝撃波が拡散されないため必要であり, 低いマッハ数は, 物体先端近くに発達する磁気流体力学的境界層が外流のふれ角を小さくしないため必要である. 低いホールパラメタの必要性は上記6)による.

9) Yoshikawaらは超音速, 亜アルフベンの円柱まわりの流れの実験において, 物体に近接する強く圧縮された領域を見出している. これは, §3.5(a)で明らかにした, くさび先端近くに発達する磁気流体力学的境界層によって説明されるかもしれない.

10) 境界層における中性粒子または重粒子の温度と流速の測定は, 境界層の構造を明らかにする上で重要であるにもかかわらず, 従来ほとんど行われていない. 本研究では, フリ・ペロ干渉計の使用によって, それらの測定を可能にした. そして図4.5と図4.6に示したような中性粒子温度分布と速度分布の測定結果を得ることができた.

11) 水冷平板上に形成された境界層において、電子温度と重粒子温度は外流ではほぼ等しいけれども、平板に近づくにつれて重粒子温度は低下する(図4.5)。一方、電子温度はほぼ一定のままであり(図4.3)、平板近くでは強い温度非平衡が生じていることが実験的に示された。

12) 平板境界層におけるイオン濃度分布と重粒子温度分布の測定結果は、温度非平衡と両極性拡散を取り入れ、イオン密度と重粒子温度の変化による輸送係数の変化を考慮した境界層方程式に基づいて計算した分布とかなり良一致を示す(図4.8と図4.9)

13) 境界層流においてイオンの存在は中性粒子の粘性係数と熱伝導度を減少させ、わずかながらあるが、境界層の厚さを薄くする(図4.9(a)と図4.10(a))。

以上、二三の面から物体まわりの電離気体の流れを調べ、衝撃波と境界層の構造、およびくさびまわりの磁気流体力学的流れなどについて研究した。特に、イオンの存在による輸送係数の減少が引き起す衝撃波厚さと境界層厚さの減少、およびホール効果による磁気流体力学的境界層や磁気流体波の分散と消失について明らかにした。また物体まわりの電離気体流に関する測定におけるファブリ・ペロ干渉計の有効性を示すことができた。

参考文献

- (1) M. Mitchner and C. H. Kruger : Partially Ionized Gases (John Wiley and Sons , 1973)
- (2) P. M. Chung, L. Talbot and K. J. Touryan : AIAA J., 12 (1974) 144
- (3) R. C. Tseng and L. Talbot : AIAA J. 9 (1971) 1365
- (4) 神元五郎, 西田迪雄, 松岡一起, 岸下晴亮 : 日本機械学会関西支部第231回講演会論文集 (昭48) 115
- (5) T. Ikui and M. Masuda : Memo. Facul. Engi. Kyshu Univ. 33 (1973) 23
- (6) 松崎利一, 平林則明 : 航技研報告 307号
- (7) T. Yoshikawa and T. Murasaki : Dynamics of Ionized Gases (Tokyo Univ. Press, 1971) 329
- (8) T. Yoshikawa and T. Murasaki : AIAA Paper No. 75-862 (1975)
- (9) 村田清 : 大阪大学大学院基礎工学研究科修士論文 (昭50)
- (10) 丹生慶四郎 : 流体物理学 (朝倉書店, 1971) 213
- (11) J. Y. T. Tang and R. Seebass : Quart. Appl. Math. 26 (1968) 131
- (12) S. Morioka and T. Miki : J. Fluid Mech. 58 (1973) 263
- (13) 北村正治 : 大阪大学大学院基礎工学研究科物理系研究A (昭49)
- (14) N. Kawamura and S. Mori : Phys. of Fluids 9 (1966) 700
- (15) P. A. Pincosy and H. G. Ahlstrom : Phys. of Fluids 17 (1974) 2187
- (16) 吉川孝雄, 小田五郎, 村崎寿満 : 日本機械学会論文集 40 (昭49) 3139
- (17) K. Kusumoto, T. Yoshikawa and T. Murasaki : AIAA J. 12 (1974) 726

- (18) R.H. Huddleston and S.L. Leonard : Plasma Diagnostic Techniques (Academic, 1965) 113
- (19) J. G. Laframboise : UTIAS Report No. 100, (1966)
- (20) A. A. Sonin : AIAA J. 4 (1966) 1588
- (21) R. Rossi : Optics (Addison-Wesley, 1967)
- (22) J. T. Davies and J.M. Vaughan : Astrophysical J. 137 (1963) 1302
- (23) E. E. Whitting : J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 8 (1968) 1379
- (24) H. R. Griem : Plasma Spectroscopy (McGraw-Hill, 1964)
- (25) H. R. Griem : Spectral Line Broadening by Plasmas (Academic, 1974)
- (26) Y. Tora : Opt. and Spectrosc. 20 (1966) 13
- (27) 文献 10) P.249
- (28) R.H. Kirchhoff and L. Talbot : AIAA J. 9 (1971) 1098
- (29) W. H. Christiansen : Phys. Fluids 10 (1967) 2586
- (30) M. Nishida : Doctor's Thesis, Kyoto Univ. (1968)
- (31) P.E. Cassady and L. Lees : AIAA J. 10 (1972) 855
- (32) M.Y. Jaffrin and R.F. Probstein : Phys. Fluids 7 (1963) 1658
- (33) M.Y. Jaffrin : Phys. Fluids : 8 (1964) 606
- (34) M. Sinclair, A. A. Sonin and J.H. de Leeuw : Phys. Fluids 10 (1967) 891
- (35) C.S. Lu and A.B. Huang : J. Plasma Phys. 10 (1973) 171
- (36) C.S. Lu and A.B. Huang : Phys. Fluids 17 (1974) 1527
- (37) E. Hinnov and J. G. Hirschberg : Phys. Rev. 125 (1962) 795
- (38) L.M. Chanin and M.A. Biond : Phys. Rev. 106 (1957) 473
- (39) K. A. Graf : UTIAS Report No. 108 (1965)
- (40) H.W. Liepmann and A. Roshiko : Elements of Gasdynamics (John Wiley and Sons, 1960) 57
- (41) W.R. Sears and E.L. Resler : Advances in Applied Mechanics

8 (Academic, 1964)

(42) C.K. Chu and Y.M. Lynn: AIAA J. (1963) 1062

(43) A. Erdélyi: Asymptotic Expansions (Dover, 1956) 36

(44) 茨中忠郎: 代数学 (朝倉書店, 1960) 64

(45) D.W. Boyer and K.J. Touryan: AIAA J. 10 (1972) 1667

(46) A.J. Russo and K.J. Touryan: AIAA J. 10 (1972) 1675

(47) W.D. Hayes and R.F. Probstein: Hypersonic Flow Theory (Academic, 1959)

(48) J.M. Burgers: Flow Equations for Composite Gases (Academic, 1969)

(49) L. Spitzer: Physics of Fully Ionized Gases

(50) E.H. Holt and R.E. Haskell: Foundations of Plasma Dynamics (Macmillan, 1965)

(51) R.T. Brown and M. Mitchner: Phys. Fluids 14 (1971) 933

謝 辞

この研究を行うにあたり、終始適切な御指導御鞭撻をいただいた村崎寿満教授に謹んで感謝の意を表します。なお本論文の作成に際し有益な御助言をいただいた今井功教授、角谷典彦教授に感謝の意を表します。あわせて本研究を進めるにあたり御指導御教示をいただいた森岡茂樹助教授、直接熱心に御指導いただいた吉川孝雄助手に深く感謝の意を表します。また本研究に関する実験を進めるにあたり御援助いただいた平野俊樹氏、春田雄治氏、佐山郁夫氏に厚く感謝いたします。

本論文に關係する著者の業績目録

(a) 論文

1. S. Kitamura, T. Yoshikawa and S. Morioka : Hall Effects in Magnetogasdynamic Flows of Finite Conductivity past a Wedge Profile, Journal of The Physical Society of Japan, Vol. 37, No. 1, P. 240~248, July, 1974
2. S. Kitamura, T. Yoshikawa and T. Murasaki : Experimental Study of Shock Wave in Partially Ionized Gas, Transactions of The Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 18, No. 39, P. 1~11, March, 1975

(b) 講演発表

1. 北村正治, 吉川孝雄, 村崎寿満, 春田雄治 : 部分電離気体中の衝撃波の研究, 日本機械学会関西支部第48期定時総会講演会, 講演論文集 P. 65~67, 1973年3月
2. 北村正治, 平野俊樹, 吉川孝雄, 村崎寿満 : 部分電離気体流における平板境界層の研究, 日本機械学会関西支部第51期定時総会講演会, 講演論文集 P. 54~56, 1976年3月