【23】

氏名・(本籍)	沼田　稔（ぬまた　みのる）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第　4394　号
学位授与の日付	昭和53年9月30日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**Peter J. Cameronのある定理の一般化**
論文審査委員	(主査) 教授 永尾　汎
	教授 中井　喜和　講師 川中　宣明

論　文　内　容　の　要　旨

Ωを有限集合とし，GをΩ上の原始置換群とする。いま，Gを$\Omega\times\Omega$の上に自然に作用させたときのorbitで自明でないものを

$$\Gamma_1, \cdots \Gamma_s, \Delta_1, \cdots, \Delta_t$$

とし，Ωの一点αに対して，$G_\alpha=\{g\varepsilon G|\alpha^g=\alpha\}$は$\Gamma_i(\alpha)=\{\beta\varepsilon\Omega||(\alpha,\beta)\varepsilon\Gamma_i\}$上2重可移で，$\Delta_j(\alpha)=\{\beta\varepsilon\Omega|(\alpha,\beta)\in\Delta_j\}$上では2重可移でないと仮定する。この時，P. J. Cameronは

"Primitive groups with most suborbits doubly transitive," Geometriae Dedicata 1 (1973)

において，次の定理を得た。

定理（P. J. Cameron）上でt=1ならばs≦2である。

この定理は，G_αのorbitの間の関係を示す一つの際立った結果であるが，我々は，この定理を一般の場合に拡張して，次の結果を得た。

定理1．t>1，$|\Gamma_i(\alpha)|, |\Delta_j(\alpha)|>3$（$i=1,\cdots$, s，$j=1,\cdots,t$）の時

$$s\leqq 2t-r.$$

特に$r=1$の時，　$s\leqq 2t-2$.

（ただし　$r=\#\{\Delta_j|\Delta_j=\Gamma_i^*\cdot\Gamma_i,\ i=1,\cdots,s\}$）

定理2．定理1の仮定のもとで，$r=t$ならび，$t=s=2$で，GはJ_1（small Janko simple group）と同型であり，Ωの一点αに対し，G_αはPSL（2,11）に同型で$|\Omega|=266$となる。

定理1，定理2を証明するためには，グラフ（Ω, Γ_i）（$i=1,\cdots,s$）の間の関係を調べる。そのた

めにpermutation characterに関する簡単な結果と，グラフに対応するbasis matrixの積を計算し組合せ論的手法を使って，Γ_iとΓ_jの積$\Gamma_i \cdot \Gamma_j = \{ (\alpha, \beta) | {}^{\exists}\gamma \in \Omega, (\alpha, \gamma) \in \Gamma_i, (\gamma, \beta) \in \Gamma_j, \alpha \neq \beta \}$がどのようなorbitの和になっているかを調べて次の2つのLemmaを証明する。

Lemma 1. $\Gamma_i^* \cdot \Gamma_j$は高々2つのorbtの和であり，ある$\Delta_k$を必ず含む。(ただし$\Gamma_i^* = \{ (\alpha, \beta) | (\beta, \alpha) \in \Gamma_i \}$)

Lemma 2. $\Gamma_i, \Gamma_j, \Gamma_k (\neq)$に対し，$\Gamma_i^* \cdot \Gamma_j \cap \Gamma_i^* \cdot \Gamma_k \supset \Delta_l$とするならば，$\Gamma_m^* \cdot \Gamma_m = \Delta_l$となる$\Gamma_m$は存在しない。

定理1，定理2はLemma 2を使って証明される。今後，G_αがかなり多くのsuborbit上2重可移に作用する原始置換群を研究するのに，Lemma 1，Lemma 2は有力な武器となると思われる。

論文の審査結果の要旨

Gを有限集合Ω上の原始置換群とし，$\alpha \in \Omega$の安定化部分群をG_αとする。このとき，G_αの各軌道への作用の間には密接な関係があると思われるが，それについて十分な解明がなされているとはいいがたい。それに関連する一つの際立った結果として，1973年に発表されたCameronの結果が有名である。

いま，G_αの軌道を$\{\alpha\}$, $\Gamma_1(\alpha), \cdots, \Gamma_s(\alpha)$, $\Delta_1(\alpha), \cdots, \Delta_t(\alpha)$とし，$G_\alpha$は$\Gamma_i(\alpha)$ $(i=1, \cdots, s)$上2重可移に作用し，$\Delta_j(\alpha)$ $(j=1, \cdots, t)$上では2重可移でないとする。このとき，Cameronの結果は「$t=1$ならば$s \leqq 2$」，すなわち自明でない軌道のうち一つを除いて他の軌道の上にG_αが2重可移に作用しておれば，Gの（置換群としての）階数は4以下になることを主張している。

沼田君は本論文において，上のCameronの結果の最終的な拡張を与え，一般に$s \leqq 2t$が成立すること，更にこれを精密化した結果を得ている。またこの観点からJankoが最初に発見した「散在する単純群」の特徴づけを与えている。主定理の証明はG_αの各軌道によってきまるグラフを詳細に調べることによって得られるもので，それ自身興味深い。

以上のように，沼田君の論文は置換群論における重要な結果を含むもので，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。