Title	トンネルの合理的設計・施工に関する基礎的研究
Author(s)	久武, 勝保
Citation	大阪大学, 1983, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/24533
rights	
Note	

トンネルの合理的設計・施工に関する

基礎的研究

1982年11月

久 武 勝 保

トンネルの合理的設計・施工に関する

基 礎 的 研 究

1982年11月

久 武 勝 保

目　次

第１章　緒　論

従来，道路・鉄道などの建設にさいしては，経済的・技術的な理由から，トンネルの掘削を避ける傾向が強かったが，近年，都市及びその近郊においては，用地の取得困難のため，トンネルによらざるを得なかったり，あるいは，高速輸送時代を迎えた結果，輸送時間短縮のため，トンネルを掘削するのが得策となる場合が多くなって来た。したがって，非常に苛酷な地質条件・施工条件の下においても，トンネルの建設を余儀なくされるすう勢にある。

トンネルが建設される地山の力学特性は，個々のトンネルだけでなく，同一のトンネルにおいても位置により異なり，また，それは時間とともに変化する。一方，トンネル覆工に作用する地圧は，地山の力学特性によって著しく変化し，さらにそれは，覆工の形状・施工時期・施工方法などにより相違する。このように，覆工地圧は数多くの因子によって変化し，これを理論的に予測するのは困難であったため，覆工の巻厚は，現在においても，過去の経験・実績に基いて決定されるのが通例である。また，軟質な地山中に土かぶりの薄いトンネルを掘削すれば，地表面が沈下し，その沈下により既設構造物が被害を受けることはよく知られているが，しかし，その予測とか対策については，いまなお経験的な手法が採用されているにすぎない。すなわち，従来のトンネル工学は，いわば経験工学であって，そこでは，現場の実績と経験が重視されて来たのである。

しかしながら，複雑多様なトンネルというものの工事に当たって，過去の経験とか実績のみをより所とするのは，もちろん好ましいことではなく，そのうえ，コンピュータの発達と解析手法の開発に伴い，覆工地圧とか地表面沈下などの理論的解析が可能になって来た。本論文は，このような認識のもとに，トンネルの設計・施工を合理的に行うため，トンネル工学に理論的・解析的な手段を与えることを主目的とし，トンネル覆工の静的・動的挙動，ならびにトンネルの掘削に起因する地表面沈下等について，それらを二次元的・三次元的に究明する基礎理論を提供しようとするものである。その内容は概略，次に示す通りである。

第２章においては，トンネル覆工に作用する地圧の基礎的な考察を行うために，任意のクリープ関数を有する粘弾性地山内に，任意形状の覆工を設置した場合について，その覆工地圧を積分方程式法により理論的に究明する。すなわち，覆工地圧がトンネル形状の影響を顕著に受けることは，経験的によく知られているが，しかし，その影響の理論的解明はまだなされていない。そこで，トンネルの掘削に起因する地表面沈下量から，地山のクリープ関数を逆算して求め，この関数を用いて，トンネル形状，地山と覆工との間の間隙，覆工施工時期及びクリープ関数に含まれる定数が，覆工地圧に与える影響を理論的に明らかにする。

第３章においては，新設トンネルがそれに平行な既設トンネルの覆工応力に与える影響を，融合解析により解明する。すなわち，トンネル掘削に起因する地山の応力変化が無限遠方で０に収束する，という境界条件を満足する積分方程式法と，材料の不均質性，複雑な境界条件などを容易に取り扱える有限要素法とを融合して，いわゆる融合解析法を定式化し，この解析法の精度をまず検討する。次に，両トンネルの施工手順を考慮して，弾性及び粘弾性地山における新設トンネルが，既設トンネルの覆工応力に与える影響を融合解析により解明し，さらに既設覆工に被害が生じないための両トンネルの安全離隔距離及び施工管理について，それらの指針を示す。

第４章においては，既設トンネルに近接して施工される新設トンネルの覆工地圧を，積分方程式法により理論的に究明する。このような新設覆工に作用する地圧は，従来解明されていないので，任意形状の新設トンネルを，任意形状の既設トンネルに近接して施工する場合について，トンネルの掘削から覆工の施工に至るまでの時間，地山の時間依存性，新設トンネルの掘削以前における既設トンネルの覆工地圧を考慮し，新設覆工の経時地圧を理論的に解明する。また，両トンネルが円形の場合について，新設覆工の応力解析を行い，新設覆工に被害を生じない安全離隔距離を示す。

第５章においては，ＮＡＴＭ（新オーストリア式

トンネル工法）を軟質な地山に適用する場合，ロックボルトが早期に引抜かれることを考慮して，吹付コンクリートと鋼製支保工から成る１次覆工を対象とし，その三次元弾塑性解析手法を提案する。近年，ＮＡＴＭが合理的なトンネル施工法として，しばしば採用されるようになったが，この工法は，経験を主として発展してきたため，その理論的な裏付けはほとんどなされていない。そこで，本章では各種の施工条件が，1次覆工の地圧・応力・変位に与える影響を解明するために，地山の三次元変位特性・時間依存性，吹付コンクリートの圧縮強度と弾性定数の経時変化，覆工の弾塑性特性を考慮した新しい解析手法を開発する。ついで，ＮＡＴＭを採用した現場の実測結果と本解析結果とを対比して，本手法の妥当性を検証する。

第６章においては，トンネル掘削によって生じる地表面沈下量を算定するために，境界要素法による三次元の弾性解析及び粘弾性解析を行う。トンネル掘削によって生じる地表面沈下については，従来，実測によって沈下特性を調べ，その結果に基いて沈下の予測を行うという経験的手法が採用されており，また，最近では二次元解析が行われるようになった。しかし，上記の現象論的な手法では，沈下領域の予測結果にかなりの相違を生じ，また，沈下の絶対量は予測できない。一方，二次元解析では，切端が通過する以前に生じる先行沈下の算定が不可能であり，また，沈下に影響を与えるトンネル掘進速度など，施工条件を考慮することもできない。そこで，上記の三次元解析を行うことによって，施工条件，地質特性及びトンネルと地表面との幾何学的関係が，地表面沈下に与える影響を明らかにする。

第７章においては，第６章で得られた解析手法をさらに発展させ，双設シールドトンネルを施工する場合について，地表面沈下量を定量的に算定する三次元解析の手法を示す。双設シールドトンネルによる地表面沈下量を算定する場合，各種の施工条件，すなわち，先行・後続両トンネルの施工手順，圧気圧の作用，地山とセグメントの間に生じる間隙など，種々の因子を考慮する必要がある。また，地山は一般に均質でなく，種々の力学特性を有する地盤によって形成されている。そこで，本章では，上記の施工条件と力学特性を考慮して，沈下を三次元的に算定する手法を示し，また，現場実測結果により，本手法の妥当性を検証する。

第８章においては，近接発破に起因する既設トンネル覆工の動的挙動を究明するために，現実には三次元的に行われる発破を，二次的に解析する手法を提案する。

既設トンネルの近傍で発破作業を行う場合，従来は，既設トンネルの覆工内壁で振動速度を測定し，この値が許容値以下となるよう，発破方法及び火薬量を調節している。しかし，この方法によれば，設計の段階で十分に施工計画を立てることができず，また，トンネル内に計器を設置できない場合には，上記の方法は使用できない。一方，トンネルの挙動を解析的に明らかにしようとする試みもあるが，しかし，発破が三次元的に行われること，火薬量により既設トンネルの挙動が異なることなどを考慮した解析はなされていない。そこで，本章においては，入力データとして的確に使用されていなかった各種の施工条件を，解析に使用可能なパラメータに置きかえ，近接発破による既設トンネルの動的挙動を有限要素法により解析する手法を示す。また，現場実測結果によって本手法の妥当性を検証したのち，パラメトリックスタディを行い，各種因子が既設トンネル覆工の動的挙動に与える影響を明らかにする。

第９章は本論文の結論であって，その成果を総括したものである。

第２章　粘弾性地山内の任意形状トンネル覆工に作用する地圧[1]

2.1　緒　　言

地山構成材料の力学特性のうち，時間依存性の小なる地山では，トンネル地圧は時間的変化が少なく，それほど大きな値にならないが，時間依存性が大であれば，地圧は長期にわたって増加し，また，その値も大となる[2]ので，時間依存性は地圧を支配する重要な因子である。

近年，トンネル掘削後における地山の挙動に着目し，時間を考慮した地圧の解析が行われるようになった[3),4]。たとえば，村山・藤本[5]は J.H. Mitchell の導いた重調和方程式の一般解を用いて円形覆工の地圧を求め，桜井・吉村[6),7]は，複素変数法により，等方性および異方性地山内の円形覆工の最大地圧を求めている。

しかし，従来の研究では，地山のクリープ関数は，時間が十分経過したのちある終極値に漸近するものとしている。ところが，この終極値を求めるのは多くの場合困難である。すなわち，地山のクリープ関数は発散型の対数関数によって表わされることが多いが[8]，この場合の終極値は一般に判定が困難である。したがって，発散型のクリープ関数を有する地山での経時地圧はまだ求められていない。また覆工は円形に限らず，馬蹄形など種々の形状を呈するが，覆工の形状による地圧の変化も明らかでなく，さらに覆工の施工直後には，一般に地山と覆工の間に間隙が存在するが，これが地圧に与える影響も解明されてはいない。

そこで，本章では，任意のクリープ関数をもつ粘弾性地山内に任意形状の覆工を設置した場合を対象とし，それに作用する地圧を積分方程式法により求め，ついで模型実験および現場実測の結果によってその解析結果を検証し，クリープ関数，トンネル形状，覆工施工時期および地山と覆工の間の間隙が地圧に与える影響を明らかにしようとするものである。

2.2　積分方程式法による地圧の解析

地中構造物に作用する地圧の解析のように，施工過程によって境界条件が変化する問題では，現象の微視的なつり合い条件から導かれる微分方程式の一般解を用いるよりも，長期間にわたる変化や全体的なつり合いを巨視的に表現できる積分方程式を利用するのが便利である。

そこで，以下本節では，粘弾性体に対して積分方程式を定式化したのち，施工過程を考慮しつつ地圧を求める。

なお，トンネル表面は，なめらかな曲線で表わされるものとする。

2.2.1　粘弾性体に対する積分方程式の定式化

弾性体に対する境界値問題の積分方程式による定式化はすでになされており，外部境界値問題での境界上の変位u，表面力pは次式で表わされる[9),10]。

$$\left.\begin{aligned} u_j(P) &= \int_S U_{jk}(P,Q)\varphi_k(Q)\,dS_Q \\ p_j(P) &= -\frac{1}{2}\varphi_j(P) \\ &\quad + \int_S T_{jk}(P,Q)\varphi_k(Q)\,dS_Q \end{aligned}\right\}\cdots(2.1)$$

ここに，φ，Sはそれぞれ密度および境界，P，Qは座標点，U，Tは次式で示される変位と応力の基本特異解である。

$$U_{jk}=\frac{1}{8\pi(1-\nu)G}\left\{(3-4\nu)\delta_{jk}\ln r-r_{,j}r_{,k}\right\},$$

$$T_{jk}=\frac{1}{4\pi(1-\nu)r}\left\{(1-2\nu)\left(r_{,j}n_k+\frac{\partial r}{\partial n}\delta_{jk}-n_jr_{,k}\right)+2r_{,j}r_{,k}\frac{\partial r}{\partial n}\right\},$$

$$r=\sqrt{(P_j-Q_j)(P_j-Q_j)}\;,\quad r_{,j}=\partial r/\partial P_j$$

また，ν，G，δ_{jk}およびnはそれぞれポアソン比，せん断弾性定数，クロネッカーのデルタおよび境界での外向単位法線ベクトルであり，$\partial r/\partial n$はPに関して行う。

次に，Leeの示した弾性体と粘弾性体との間に成立する対応原理[11]を積分方程式に適用する。この原理によれば，まず弾性解にラプラス変換を施したの

ち，解に含まれる弾性定数に対して，それに対応する粘弾性定数にラプラス変換をしたものを代入し，ついでその結果にラプラス逆変換を行えば，粘弾性問題に対する解を得ることができる。ところで，ν の時間的変化が地圧に与える影響は小であるから[6]，以後 ν は時間的に一定と仮定する。この仮定のもとで式 (2.1) に対応原理を適用すれば，次式のように，粘弾性体に対する積分方程式が定式化される。

$$u_j(P,t)=\int_S\int_{-\infty}^{t}\phi(t-\tau)R_{jk}(P,Q)\frac{\partial}{\partial\tau}\cdot\varphi_k(Q,\tau)\,d\tau\,dS_Q \quad\cdots\cdots (2.2)$$

$$p_j(P,t)=-\frac{1}{2}\varphi_j(P,t)+\int_S T_{jk}(P,Q)\varphi_k(Q,t)\,dS_Q \quad\cdots\cdots (2.3)$$

ここに，$R_{jk}=U_{jk}G$，かつ $\phi(t)$ はせん断変形に対するクリープ関数である。

2.2.2 覆工地圧の解析[12)~15)]

いま，無限地山内に任意形状の単一トンネルを掘削する場合を考える。この場合，掘削によって生じる変位は，掘削以前に仮想トンネル境界上に存在していた応力 $p_{0j}=\sigma^0{}_{kj}n_k$（$\sigma^0{}_{kj}$ は境界上の初期応力）を解放することによって求められる。すなわち，トンネルを瞬間的に掘削した場合の境界条件は式 (2.3) より，

$$-p_{0j}(P)=-\frac{1}{2}\varphi_{0j}(P)+\int_S T_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)\,dS_Q \quad\cdots\cdots (2.4)$$

となり，トンネル掘削後のトンネル境界 S の変位は式 (2.2) から次のように表わされる。

$$u_j(P,t)=\phi(t)\int_S R_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)\,dS_Q$$

次に，トンネルの掘削後，時間 t_0 だけ経過してトンネル内面に覆工を施工するものとし，覆工と地山の間に間隙はないとする。もし，時間 t_0 経過後に覆工を施工しなければ，t_0 以後にトンネル境界に生じる変位 Δu は上式から，

$$\Delta u_j(P,t_i)=\{\phi(t_0+t_i)-\phi(t_0)\}\cdot\int_S R_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)\,dS_Q$$

ここに，t_i は t_0 を基準にした時間である。しかし，実際には覆工が施工され，上式の変位は覆工によって拘束される。そこで，覆工はその施工後，外面に接する地山の変位を完全に拘束し，かつ地山と覆工の間にすべりを生じないと仮定すれば，次の境界条件式が得られる。

$$\{\phi(t_0+t_i)-\phi(t_0)\}\int_S R_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)\cdot dS_Q+\int_S\int_0^{t_i}\phi(t_i-\tau)R_{jk}(P,Q)\frac{\partial}{\partial\tau}\cdot\varphi_k(Q,\tau)\,d\tau\,dS_Q=0$$

また上式は次のように変形できる。

$$\int_S R_{jk}(P,Q)\Big[\{\phi(t_0+t_i)-\phi(t_0)\}\varphi_{0k}(Q)+\int_0^{t_i}\phi(t_i-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\varphi_k(Q,\tau)\,d\tau\Big]dS_Q=0$$

上式が任意形状のトンネルに対して常に成立するためには，密度 φ は

$$\{\phi(t_0+t_i)-\phi(t_0)\}\varphi_{0k}(Q)+\int_0^{t_i}\phi(t_i-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\varphi_k(Q,\tau)\,d\tau=0\cdots (2.5)$$

を満足しなければならず，このボルテラ型の積分方程式を解けば次式が得られる。

$$\varphi_k(Q,t_i)=-W(t_i)\varphi_{0k}(Q) \quad\cdots\cdots (2.6)$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned}W(t_i)&=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\Delta\phi^*(q)}{q\,\phi^*(q)}\right\}\\ \Delta\phi(t_i)&=\phi(t_0+t_i)-\phi(t_0)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots (2.7)$$

であり，かつ $*$ はラプラス変換

$$Y^*(q)=\int_0^{\infty}Y(t_i)e^{-qt_i}\,dt_i$$

を意味し，$\mathcal{L}^{-1}$ はラプラス逆変換を示す。

一方，応力と密度との関係式 (2.3) に式 (2.6) を代入し，式 (2.4) を考慮すれば，次式を得る。

$$p_j(P,t_i)=-W(t_i)\left\{-\frac{1}{2}\varphi_{0j}(P)+\int_S T_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)\,dS_Q\right\}=W(t_i)p_{0j}(P) \quad\cdots\cdots (2.8)$$

上式は，覆工に作用する応力 p が，クリープ関数と覆工施工時期より決まる時間パラメーター $W(t_i)$，

およびトンネル掘削時に解放される応力 p_0 によって表わされることを示す。

2.2.3　パラメーター $W(t_i)$ の算定

クリープ関数 $\phi(t)$ およびそれに対応する緩和関数 $C(t)$ は，収束関数の級数和の形として次式で表わすことができる[16)]。

$$\phi(t)=\alpha+\sum_{n=1}^{N}\alpha_n\left\{1-\exp(-t/\tau_n)\right\}$$

$$C(t)=\beta+\sum_{n=1}^{N}\beta_n\left\{1-\exp(-t/\tau_n')\right\}$$

そこで，上式から $\varDelta\phi(t_i)$ を求めてラプラス変換を行い，それを式 (2.7) の第1式に代入すれば，

$$W(t_i)=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\sum_{n=1}^{N}\alpha_n\exp(-t_0/\tau_n)}{q^2\phi^*(q)\tau_n(q+1/\tau_n)}\right]$$

ところが，$\phi(t)$ と $C(t)$ をラプラス変換したものの間には

$$q^2\phi^*(q)C^*(q)=1$$

なる関係があり，また，たたみ込み積分

$$Y_1(t)=\int_0^t Y_2(t-\tau)Y_3(\tau)d\tau$$

のラプラス変換は，

$$Y_1^*(q)=Y_2^*(q)Y_3^*(q)$$

となる。したがって，これらの関係を利用して $W(t_i)$ を積分表示すれば，

$$W(t_i)=\int_0^{t_i}C(t_i-\tau)\sum_{n=1}^{N}\alpha_n e^{-t_0/\tau_n}e^{-\tau/\tau_n}/\tau_n d\tau$$

ここで，C に所定の関数を入れて積分すれば，$W(t_i)$ が次のように得られる。

$$W(t_i)=\left(\beta+\sum_{m=1}^{N}\beta_m\right)\sum_{n=1}^{N}\alpha_n e^{-t_0/\tau_n}(1-e^{-t_i/\tau_n})$$
$$-\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N}\alpha_n\beta_m\frac{\tau_m'}{\tau_n-\tau_m'}e^{-t_0/\tau_n}$$
$$\cdot(e^{-t_i/\tau_n}-e^{-t_i/\tau_m'})$$

しかし，クリープ関数を収束関数の級数和の形で表現することが困難であるとか，クリープ試験の結果を関数表示せず，それを直接利用するような場合には，$W(t_i)$ を数値的に求める必要がある。そのときは，式 (2.6) を式 (2.5) に代入し，$\varphi_0\fallingdotseq 0$ であることを考慮して，

$$\phi(t_0+t_i)-\phi(t_0)-\int_0^{t_i}\phi(t_i-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}W(\tau)d\tau=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2.9)$$

を求め，t_i を n 個に区分すれば[17)]，第3項は

$$\int_0^{t_i}\phi(t_i-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}W(\tau)d\tau=\int_{t_1=0}^{t_{n+1}=t_i}\phi(t_{n+1}-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}W(\tau)d\tau$$
$$\fallingdotseq\phi(0)W(t_{n+1})-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\left\{W(t_{j+1})+W(t_j)\right\}\left\{\phi(t_{n+1}-t_{j+1})-\phi(t_{n+1}-t_j)\right\}$$

となり，これを式 (2.9) に代入すれば，次式が得られる。

$$W(t_{n+1})=\frac{\left[\begin{array}{l}\phi(t_0+t_{n+1})-\phi(t_0)+\frac{1}{2}\left\{\phi(0)-\phi(t_{n+1}-t_n)\right\}W(t_n)\\ \quad+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n-1}\left\{\phi(t_{n+1}-t_{j+1})-\phi(t_{n+1}-t_j)\right\}\left\{W(t_{j+1})+W(t_j)\right\}\end{array}\right]}{\frac{1}{2}\left\{\phi(0)+\phi(t_{n+1}-t_n)\right\}}\quad\cdots\cdots\cdots (2.10)$$

上式を用いれば，任意のクリープ関数，またはクリープ試験の結果そのものを用いて，$W(t_i)$を求めることができる。

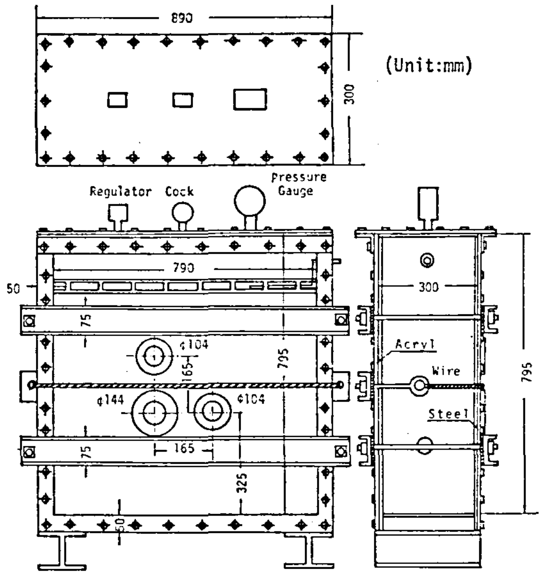
2.3　模型実験

2.3.1　実験装置

実験装置は次の各部分からなる。

a）装置本体

これは図－2.1 に示す縦横約80cm，奥行30cmの土槽と掘削台，および載荷装置からなる。土槽の後面には，面摩擦低減のために鋼板にテフロン加工を施し，前面にはアクリル板を用い，それらの内面に



図－2.1　模型実験用土槽

はシリコンオイルを塗布する。また，土槽は平面ひずみ状態を保つため溝型鋼で補強されており，掘削台はトンネルの掘削と覆工の挿入を所定の位置に行うための装置である。載荷装置は供試体粘土の圧密と実験中の載荷を行うもので，ゴム袋を介して空気圧により粘土の上面に加圧するようになっている。

b）掘削装置

トンネルを掘削する鋼板製の装置で，長さ50cm，辺長10cmの正方形断面を有する。

c）地圧測定用覆工

長さ30cm，断面寸法及び材料は掘削装置と同一で，上下面にそれぞれ2つ土圧計が取り付けてある。

2.3.2　実験方法

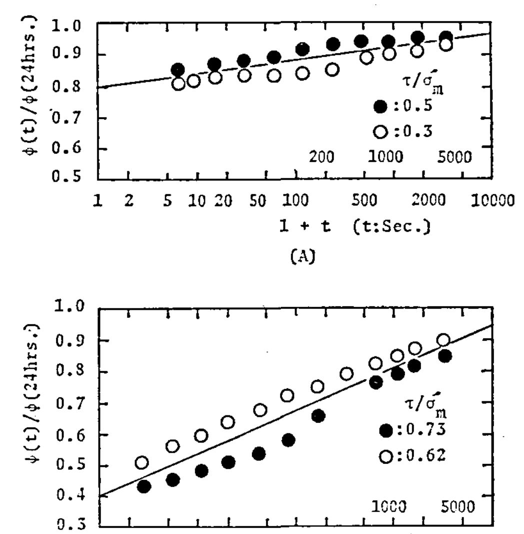
土槽上に高さ40cmの型枠を取り付け，液性限界以上の含水比で十分攪拌した粘土を土槽内に打設したのち，載荷装置で圧密して供試地盤を作成する。ついで，載荷重を解放し，土槽を倒して前面のアクリル板および側板を取り除き，すべての拘束応力を解放して地盤を膨張させる。その後，土槽を再度組み立てて平面ひずみ状態とし，これをもとの状態に立てたのち，地盤の圧密圧力以下の載荷重を加える。

次に，掘削台上に掘削装置を取り付け，できるだけ地盤を乱さないようにして，正方形断面のトンネルを掘削する。実際の工事では，トンネルの内空方向に変位した地盤も掘削され，覆工が施工されるので，このことを模型実験で再現するため，上記の掘削後，再び掘削装置を挿入し，内空方向に変位した地盤を削り取り，地圧測定用覆工を挿入して経時地圧を測定する。

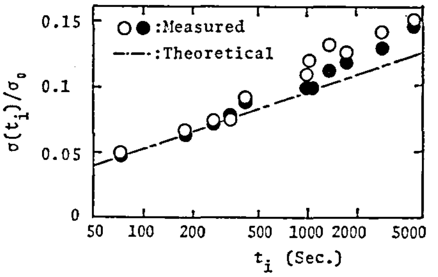
2.3.3　実験結果

理論解析に必要なパラメーターは地盤の初期応力とパラメーター$W(t_i)$であるが，初期応力は上載空気圧と土かぶり圧から求める。$W(t_i)$を知るには，地盤のクリープ関数を求める必要があるので，実験終了後，掘削の影響を受けていない箇所から供試体を採取し，NGI型3軸圧縮試験機でクリープ試験を行う。その手順としては，トンネル掘削前の地盤の平均有効主応力σ_m'で圧密したのち，非排水状態で試験を行う。その結果は図－2.2に示すとおりで，クリープ関数は図示の直線で近似することができる。

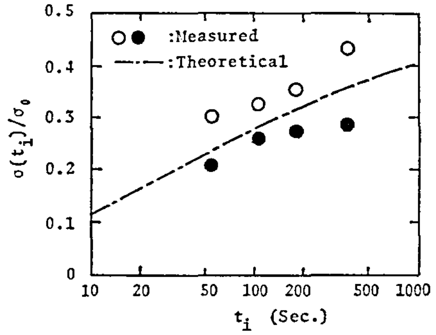
図－2.3に実験結果および式(2.8)，(2.10)による解析の結果を示す。ここに，$\sigma(t_i)$は経時地圧，σ_0はトンネル掘削時に解放される応力であり，ともに同一断面の上下面における値の平均値である。図



図－2.2　模型地盤のクリープ関数



(A)



(B)

図—2.3　実験結果と解析結果の比較

—2.3の(A)，(B)に対するクリープ関数は，それぞれ図—2.2の(A)，(B)に対応し，t_0は約10秒である。これらの図—2.2，2.3からわかるように，地盤のクリープ特性の相違によって地圧が異なり，時間依存性を顕著に示す(B)の方が地圧が大となる。また，解析結果は実験結果とほぼ一致し，本解析法は妥当であると思われる。

2.4 考　　察

式(2.8)で与えられる覆工地圧が，その式に含まれる個々のパラメーターによりいかなる影響を受けるかについて，現場の実測結果を引用しつつ，次に考察を加える。

2.4.1　地山のクリープ特性とそれが地圧に与える影響

式(2.8)に含まれる時間パラメーター$W(t_i)$を計算するには，地山のクリープ関数が必要になるので，現実の地山のクリープ特性がどのような関数によって表わされるか，あらかじめ求めておかなければならない。

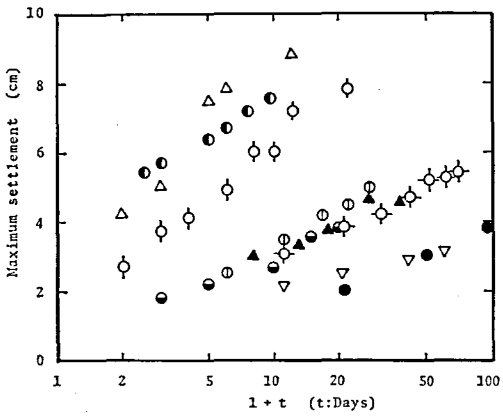


図2.4　トンネルの掘削による地表面の実測経時沈下

図—2.4は，トンネル掘削による地表面の最大沈下量$u_{v,\max}(t)$について，その経時変化の実測値を示したものである[13]が，これらは次の対数関数で近似することができる。

$$u_{v,\max}(t)=a_1+b_1\ln(1+t),\ (t:\text{日})\cdots(2.11)$$

一方，水平な地表面を有し，重力によって初期応力が生じる粘弾性地山内に円形トンネルを掘削した場合，地表面の最大沈下量は次式で表わされる[8]。

$$u_{v,\max}(t)=H(h/r,\nu)r^2\gamma\phi(t)\cdots\cdots(2.12)$$

ここに，Hはh/r（hはトンネル中心から地表面までの距離，rはトンネル半径）およびνに依存する影響係数，γは地山の単位重量である。そこで，式(2.11)の実測結果と式(2.12)の解析結果より，$u_{v,\max}(t)$を消去すれば，地山のクリープ関数は次の対数関数で表わされる。

$$\left.\begin{aligned}&\phi(t)=a+b\ln(1+t)\\&\text{ここに，}\\&a=a_1/\{H(h/r,\nu)r^2\gamma\}\\&b=b_1/\{H(h/r,\nu)r^2\gamma\}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2.13)$$

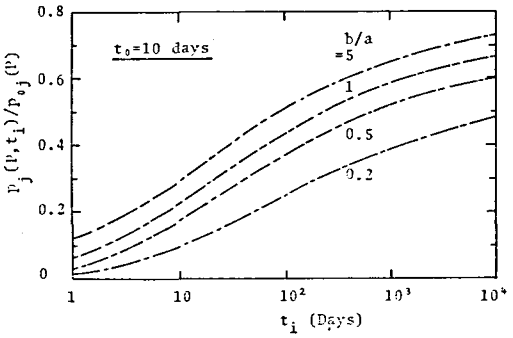
したがって，以下クリープ関数は式(2.13)のような形で表わされるものとする。

さて，$1/a$，$1/b$はそれぞれせん断弾性定数，遅延せん断弾性定数であるが，式(2.13)を式(2.7)の第1式に代入すれば，無次元量b/aの値が$W(t_i)$に影響を与えることがわかる。そこで，b/aによる

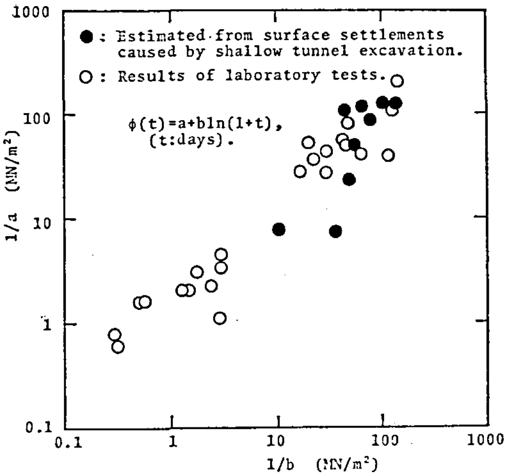
地圧の変化を示すと図ー2.5のようになり，これから，t_0が同一であっても，b/aの大なる地山ほど，地圧が大になるといえる。また，地山材料の降伏荷重以下でのクリープ試験の結果は，対数関数で近似できる場合が多い[2]。そこで，種々の地山材料のクリープ試験の結果から求めた$1/a$，$1/b$と，地表面の実測沈下量から求めた$1/a$，$1/b$を示せば図ー2.6となる。これからして，$1/a$，$1/b$の値は非常に広範囲に分布するが，それらの間には両対数紙上で直線的な関係が認められ，地圧の推定に必要なb/aの値はほぼ0.2から3の範囲にあることがわかる。

2.4.2 覆工施工時期が地圧に与える影響

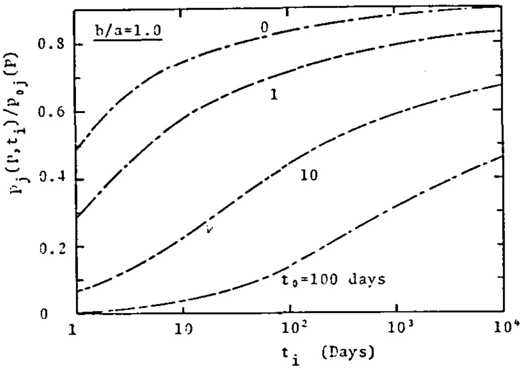
覆工施工時期t_0が地圧に与える影響を式(2.8)，



図ー2.5　b/aが地圧に与える影響



図ー2.6　クリープ関数に含まれる力学定数の関係



図ー2.7　覆工施工時期t_0が地圧に与える影響

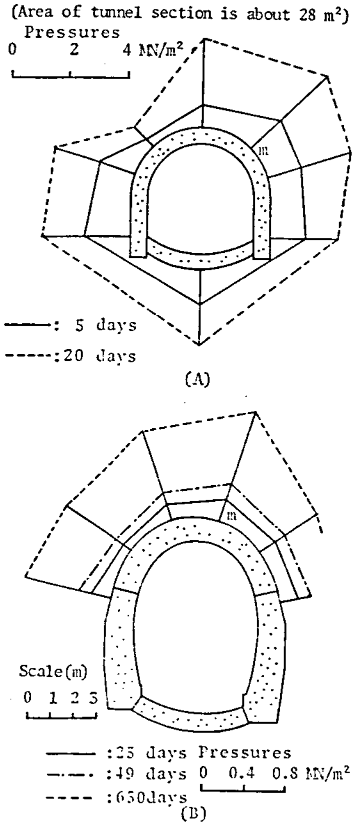
(2.10)から求め，その結果を図ー2.7に示す。これから，地山のb/aが同一であっても，覆工の施工が遅いほど，地圧が小であることがわかる。

また，図ー2.5および2.7をみると，トンネル掘削時に解放した応力で無次元化した経時地圧は，常に1以下であり，かつ時間依存性が大であるといえる。このことは単一トンネルにおいて，土かぶり圧以上の地圧が覆工に作用することはまれであり，また，粘土地盤中では地圧が長期にわたって増加する，という現場の経験[18]とも一致する。

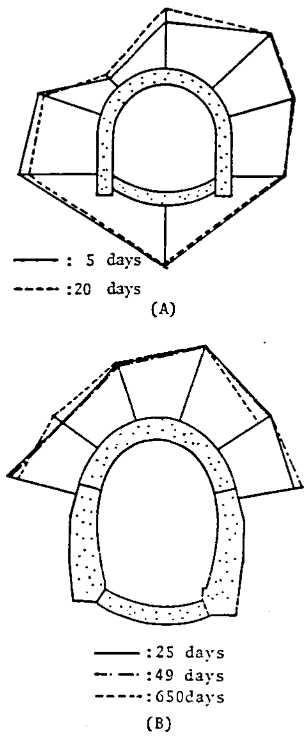
2.4.3 トンネルの形状が地圧に与える影響

トンネルの形状が異なれば，トンネル掘削時に解放される応力p_{0j}が変化するため，式(2.8)より明らかなように，覆工地圧も変化する。すなわち，トンネルの境界で解放される応力は$p_{0j}=\sigma^0{}_{kj}n_k$で表わされ，$n_k$はトンネルの境界に立てた単位法線ベクトルと座標軸との間の方向余弦であるから，境界上の初期応力$\sigma^0{}_{kj}$が同一であっても，境界の方向が変わればn_kは変わり，したがってp_{0j}も変化するわけである。

次に，形状が異なるトンネルの地圧分布の経時変化を調べるため，まず，粘土および堆積岩の地山において，実測から求めた経時地圧を図ー2.8の(A)[19]，(B)[20]にそれぞれ示し，次に，その図の覆工上のm点の地圧で同時刻の地圧を無次元化し，その結果を示すと図ー2.9のようになる。この図からして，トンネルの形状はどのようであっても，地圧の分布は経時的に変化しないということができる。



図－2.8 実測覆工地圧の経時分布



図－2.9 無次元化した地圧の分布形

一方，式(2.8)において，覆工上の任意点$P=P_m$の地圧で同時刻における地圧を無次元化すれば，次式が得られる。

$$p_j(P, t_i)/p_j(P_m, t_i)=p_{0j}(P)/p_{0j}(P_m)$$

この式は，地圧の分布はトンネル掘削時に解放される応力にのみ依存し，経時的に変化しないことを示しており，前記の結果によく一致する。

2.4.4 覆工と地山の間の間隙が地圧に与える影響

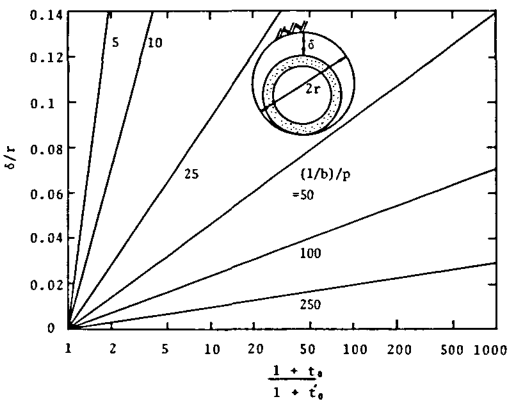
2.2では，覆工施工時に，覆工と地山の間に間隙が存在しないとして地圧を求めた。しかし，覆工施工直後には，一般に間隙が存在し，地山が変位してその間隙を埋める時間t_1'の間は，覆工に地圧は作用しない。すなわち，間隙のある場合の覆工施工時期をt_0'とすれば，トンネルを掘削してから時間($t_0'+t_1'$)が経過して始めて地圧が作用するわけである。したがって，この場合には，$t_0=t_0'+t_1'$とおくことによって，前に求めた間隙のない場合の理論式を利用することができる。ただし，上記t_0以後は，覆工と地山の間に間隙はもちろんすべりもなく，地山内面の変位が覆工によって完全に拘束されなければならない。

たとえば，等方初期応力pが作用する地山に円形トンネルを掘削すれば，直径変位$\Delta D(t)$は式$\Delta D(t)=\phi(t)rp$で表わされる[21]。したがって，間隙の存在する状態で$t=t_0'$において覆工を施工すれば，トンネルを掘削してから覆工に地圧が作用し始めるまでの時間$t_0(=t_0'+t_1')$と天端の間隙δとの間には，次の関係がある。

$$\delta=\Delta D(t_0)-\Delta D(t_0')$$

$$=prb\ln\left\{\frac{1+t_0}{1+t_0'}\right\}$$

上式の関係を図－2.10に示す。この図からして，$(1/b)/p$およびδ/rが大なるほど同一のt_0'に対するt_0の値が大となるので，図－2.7



図－2.10 地山と覆工の間の間隙と時間パラメーター t_0 の関係

からして地圧は小になるといえる。すなわち，覆工施工時における間隙 δ や初期応力 p が同じであっても，トンネルの半径 r が小なるほど，$1/b$ の値が大きいほど，そして，素掘期間 t_0' が長いほど，地圧は小になるわけである。

2.5 結　言

本章では，任意のクリープ関数を有する粘弾性地山内に，任意形状のトンネル覆工を設置した場合について，その覆工地圧を積分方程式法により求め，ついで，模型実験および現場実測の結果により，上記解析結果の妥当性を立証し，地圧に及ぼす種々の因子について考察を加えたものである。また，これによって大要以下に示すような成果が得られた。

（1） トンネルの掘削から覆工に地圧が作用するまでの時間が長いほど，地圧は小である。

（2） 地山のクリープ関数は対数関数 $\phi(t)=a+b\ln(1+t)$ によって近似できる。

（3） 上記のクリープ関数の定数 b/a の値は，一般の地山では0.2から3の範囲にあり，b/a が大なるほど地圧は大になる（ただし，t：日）。

（4） 地圧が長期にわたって増加しても，トンネルの掘削時に解放された応力以上にはならない。

（5） 地圧が経時的に増大しても，その分布は時間的に変化しない。

参　考　文　献

1) 伊藤冨雄・久武勝保：粘弾性地山内の任意形状トンネル覆工に作用する地圧，土木学会論文報告集，第307号，pp.51～57，1981.
2) 村山朔郎：トンネル土圧，第3回トンネル工学シンポジウム，pp.1～16，1966.
3) 村山朔郎・松岡　元：粘性土の応力緩和によるトンネル土圧，土木学会論文報告集，第168号，pp.37～43，1969.
4) 桜井春輔：粘弾塑性地山内の円形トンネル覆工について，土木学会論文報告集，第181号，pp.77～89，1970.
5) 村山朔郎・藤本　徹：粘弾性地山の応力緩和による円形トンネルの覆工土圧，土木学会論文報告集，第205号，pp.93～106，1972.
6) 桜井春輔・吉村佳映：粘弾性地盤内の構造物に作用する圧力の一計算法，土木学会論文報告集，第218号，pp.75～85，1973.
7) 桜井春輔・吉村佳映：直交異方性粘弾性地山内の円形トンネル覆工に作用する最大圧力について，材料，第23巻，第248号，pp.37～42，1974.
8) Ito, T. and M. Hisatake : Surface Displacements Caused by Tunnel Driving in Anisotropic Viscoelastic Ground, Proc. 4th Int. Cong. on Rock Mech., ISRM, Vol.1, pp.677～684, Switzerland, 1979.
9) Kupradze, V.D. : Potential Methods in the Theory of Elasticity, transl. H. Gutfreund, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965.
10) 丹羽義次・小林昭一・横田和男：積分方程式による任意形状，多数空洞周辺応力の解析，土木学会論文報告集，第195号，pp.27～34，1971.
11) Lee, E.H. : Stress Analysis in Viscoelastic Bodies, Quart, Appl. Math., Vol.13, №2, pp.183～190, 1955.
12) Ito, T. and M. Hisatake : Analytical and Experimental Studies of External Pressures Acting on Tunnel Lining, 9th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Selected Paper for Specialty Session 1, Tokyo, 1977.
13) 伊藤冨雄・久武勝保：トンネル覆工に作用する土圧について，第22回土質工学シンポジウム論文集，pp.37～44，1977.
14) Ito, T. and M. Hisatake : Analytical Study of NATM, Proc. 10th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Vol.1, Session 2, pp.311～314, Stockholm, 1981.
15) Ito, T. and M. Hisatake : Effects of an Existing Tunnel on the Stress Distribution of New Tunnel Lining, Proc. Int. Symp. on Weak Rock, ISRM, Vol.2, pp.801～806, Tokyo, 1981.

16) 後藤廉平・平井西夫・花井哲也：レオロジーとその応用，共立出版，pp. 89〜91.

17) Lee, E.H. and T.G. Rogers : Solution of Viscoelastic Stress Analysis Problems Using Measured Creep or Relaxation Function, Jour. Appl. Mech., pp. 127〜133, 1963.

18) たとえば，Peck, R.B. : Deep Excavation and Tunneling in Soft Ground, Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., State of the Art Volume, pp. 225〜290, Mexico, 1969.

19) Baldvin, G. and D. Santovito : Tunnel Construction in High Swelling Clays, Proc. 8th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Vol. 2.2, pp. 13〜16, 1973.

20) Krsmanović, D. and Dž. Buturović : Contribution to the Study of External Pressures on Tunnel Linings, Proc. 6th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Vol. Ⅱ, pp. 391〜395, 1965.

21) 伊藤富雄・久武勝保：切端の存在及び掘進速度を考慮したトンネル支保工土圧，第14回土質工学研究発表会講演集，pp. 1501〜1504，1979.

第3章　新設トンネルがそれに平行な既設トンネルの覆工応力に与える影響[1)]

3.1　緒　　言

既設トンネルに近接して新設トンネルを施工すれば，既設の覆工に作用していた地圧や応力が変化するので，その覆工に被害を生じないように，両トンネルを適当に隔離しなければならない。

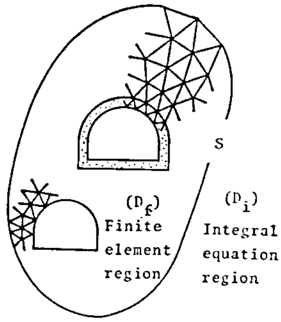
従来，双設トンネルの安全な中心間隔は，地山が完全弾性体の場合には掘削幅の2倍，粘性土等の軟弱な地山では5倍以上にすればよいといわれている[2),3)]。しかし，これらの値は，両トンネルが素掘の状態にあるとして導かれたもので[4)]，トンネルが覆工を有する場合には，これらと異なった結果が得られると予想される。また，この中心間隔は，地山の初期応力とその方向，両トンネルの大きさによっても変化し，さらに，覆工応力は，地山が時間依存性を有する場合には，経時的に変化すると思われる。ところが，これらの点を考慮に入れ双設トンネルの安全な中心間隔を求めた研究は，まだ見当たらないようである。

そこで以下本章では，上記の諸点を考慮し，弾性および粘弾性地山において，新設トンネルが既設トンネルの覆工応力に与える影響を明らかにすることとし，その場合，トンネルの掘削に起因する地山の応力変化が無限遠で0に収束する，という境界条件を満足させるために，積分方程式法と有限要素法を融合した新しい解析手法（以下，融合解析法という）を開発し，それを採用する。また，解析手順がトンネルの施工過程を満足すること，および粘弾性解析手法の適否を模型実験により検証したのち，地山のクリープ特性，初期応力，トンネルの幾何学的関係，および地山と覆工の材料特性が覆工応力に与える影響について考察を加え，新設トンネルが既設覆工に被害を与えない安全な中心間隔を提案する。

3.2　積分方程式法と有限要素法の融合

有限要素法では，材料の非線形性，不均質性および複雑な境界条件の取り扱いが容易であるが，地山が無限に広がっている場合でも，通常それを有限な領域に置換して解析するので，解析領域の広さが結果に影響を与えることが知られている。一方，積分方程式法では，不連続な隅角部で解析の精度が低下するが，一般に，有限要素法に比べて精度がよく，無限遠での境界条件を満足するという長所を有する。

ところで，新設トンネルによる既設トンネルの覆工応力を求める場合には，材料の不均質性や複雑な境界条件を考慮する必要があり，またトンネルが掘削される地山の領域は，トンネルの大きさに比べて非常に広いのが普通である。したがって，図－3.1のように，両トンネルの周辺領域 D_f を有限要素法，その外部の領域 D_i を積分方程式法で取り扱い，これら両解析法の長所を生かした融合解析法を定式化することとし，その解析精度を検討する[5)]。



図－3.1　有限要素領域 D_f，積分方程式領域 D_i およびそれらの境界 S

3.2.1　積分方程式法による合力と変位の関係

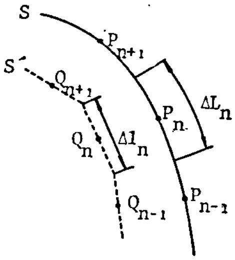
弾性体に対する外部境界値問題では，境界上の変位 u と表面力 p は，カルテシアン座標において次式で表わされる[6),7)]。

$$\left.\begin{aligned} u_j(P) &= \int_S U_{jk}(P,Q)\varphi_k(Q)\,dS_Q \\ p_j(P) &= -\frac{1}{2}\varphi_j(P) \\ &\quad + \int_S T_{jk}(P,Q)\varphi_k(Q)\,dS_Q \end{aligned}\right\} \cdots(3.1)$$

ここに，φ および S はそれぞれ密度と境界を表わし，P，Q は座標点，U と T は第2章で示した変位と応

力の基本特異解である。

いま，図−3.2のごとく，実境界Sに対応して補助境界S'を設け，この上で密度φを分布させ，またS'上の各区間Δl_nで密度は一定であると仮定すれば，式(3.1)を連立1次方程式に近似して次式を得る。



図−3.2　実境界Sと補助境界S'

$$\left.\begin{aligned} u_j(P_n)&=\sum_{k=1}^{M}U_{j1}(P_n,Q_k)\varphi_1(Q_k)\Delta l_k\\ &+\sum_{k=1}^{M}U_{j2}(P_n,Q_k)\varphi_2(Q_k)\Delta l_k\\ p_j(P_n)&=\sum_{k=1}^{M}T_{j1}(P_n,Q_k)\varphi_1(Q_k)\Delta l_k\\ &+\sum_{k=1}^{M}T_{j2}(P_n,Q_k)\varphi_2(Q_k)\Delta l_k \end{aligned}\right\}\cdots(3.2)$$

一方，実境界上の区間ΔL_nの合力$\bar{f}_j(n)$は式

$$\bar{f}_j(n)=\int_{\Delta L_n}p_j(P)dS$$

で表わされるが，ΔL_nでの応力ベクトルをΔL_nの中点P_nでの値$p_j(P_n)$で代表させれば，$\bar{f}_j(n)$は次式で表わされる。

$$\bar{f}_j(n)=p_j(P_n)\Delta L_n$$

上式の$p_j(P_n)$に式(3.2)の$p_j(P_n)$を代入したのち，u，$\bar{f}$を次式のようにマトリックス表示し，

$$\left.\begin{aligned} &\{u\}=[A]\{\psi\},\quad \{\bar{f}\}=[B]\{\psi\}\\ &\left.\begin{aligned} A_{jk}&=U_{j1}(P_n,Q_k)\Delta l_k,\quad \psi_k=\varphi_1(Q_k)\\ B_{jk}&=T_{j1}(P_n,Q_k)\Delta l_k\Delta L_n \end{aligned}\right\}\\ &\qquad(1\leqq k\leqq M)\\ &\left.\begin{aligned} A_{jk}&=U_{j2}(P_n,Q_{k-M})\Delta l_{k-M},\quad \psi_k=\varphi_2(Q_{k-M})\\ B_{jk}&=T_{j2}(P_n,Q_{k-M})\Delta l_{k-M}\Delta L_n \end{aligned}\right\}\\ &\qquad(1+M\leqq k\leqq 2M) \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(3.3)$$

これらの式から$\{\psi\}$を消去すれば，$\{u\}$と$\{\bar{f}\}$の関係が次のように求められる。

$$\left.\begin{aligned} &\{\bar{f}\}=[K_i]\{u\}\\ &\text{ここに，}\\ &[K_i]=[B][A]^{-1} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(3.4)$$

3.2.2　剛性マトリックスの融合

有限要素法で取り扱う全節点において，節点力f_fと変位の間には次式が成立する[8]。

$$\{f_f\}=[K_f]\{u\}\quad\cdots\cdots(3.5)$$

ここに，$[K_f]$は有限要素領域の全体剛性マトリックスであり，$\{f_f\}$は，トンネルの境界に作用する既知の外力ベクトル$\{f_e\}$と，境界S上の節点でD_iからD_fに作用する未知の節点力ベクトル$\{f_0\}$，との2つに分けることができる。すなわち，

$$\{f_f\}=\{f_e\}+\{f_0\}\quad\cdots\cdots(3.6)$$

ただし，$\{f_0\}$はS上の節点以外ですべて0である。

一方，積分方程式領域D_iに関しては，S上の節点において，D_fから$-\{f_0\}$なる力が作用する。そこで，式(3.4)におけるマトリックス，ベクトルの次元および配列を，有限要素法で取り扱うそれらに一致させると，領域D_iに関して次式が成立する。

$$-\{f_0\}=[K_i]\{u\}\cdots\cdots(3.7)$$

上式の$\{f_0\}$を式(3.6)に代入したのち，$\{f_f\}$を式(3.5)に代入すれば，

$$\{f_e\}-[K_i]\{u\}=[K_f]\{u\}$$

となり，これから次のように変位が求められる。

$$\{u\}=[K]^{-1}\{f_e\}\quad\cdots\cdots(3.8)$$

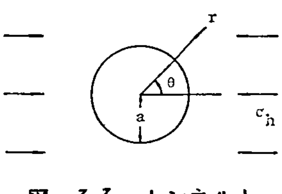
ここに，

$$[K]=[K_f]+[K_i]\cdots\cdots(3.9)$$

このようにして変位が求まれば，有限要素領域の応力は，通常の有限要素解析の手法により容易に求められる。また，S上の変位も既知となるので，式(3.3)の第1式から密度φが得られ，それを用いれば，積分方程式領域の応力，変位も通常の積分方程式法によって計算される。

3.2.3　融合解析法の精度

図−3.3のように，初期応力σ_hが作用する地山に，半径$r=a$なる円形トンネルを掘削した場合について，まず，積分方程式法（IEM）と弾性理論で求めたトンネル内面の半径方向変位U_rを表−3.1に示



図−3.3　トンネルと初期応力

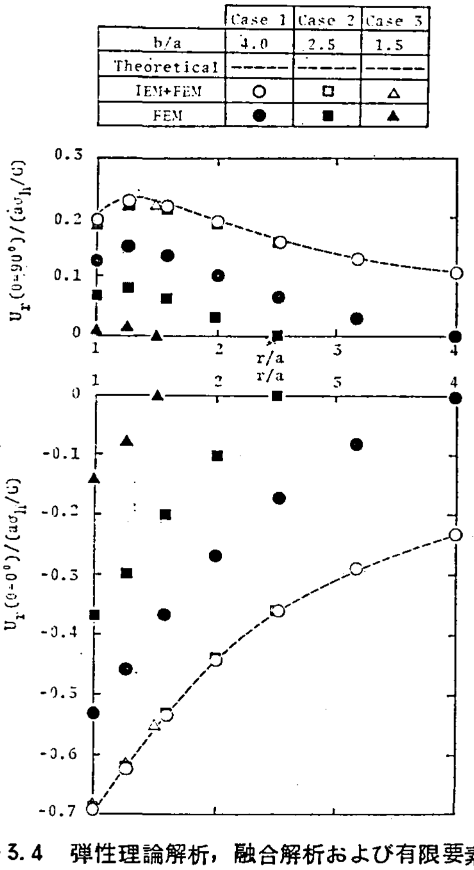
す。この場合，IEMの節点はトンネル境界上に等間隔（$\Delta\theta = 15°$）に24点とり，補助境界は $r = 0.6a$ の位置に設けている。この結果から，IEMでは少ない計算量で高精度の結果の得られることがわかる。

表—3.1 積分方程式法と弾性理論解析による結果の比較

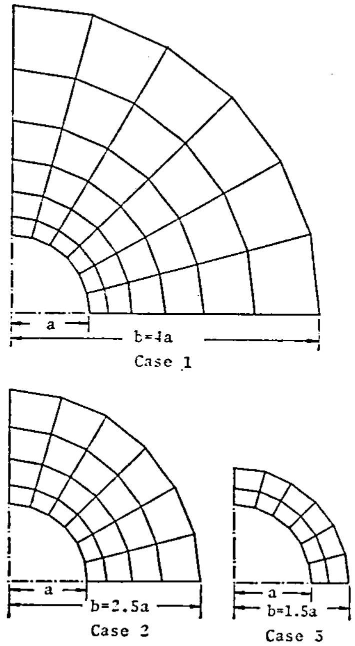
θ°	Theoretical	IEM
0	−0.7	−0.699
15	−0.640	−0.638
30	−0.475	−0.474
45	−0.25	−0.249
60	−0.025	−0.025
75	0.140	0.140
90	0.2	0.200

$U_r(r=a, \theta)/(a\sigma_h/G)$ （$\nu=0.3$）

次に，同じく図—3.3の場合について，有限要素法（FEM），融合解析法（IEM+FEM），および弾性理論解析によって，トンネル周辺の地山の変位を求め，その結果を図—3.4に示す。ただし，有限要素法と融合解析法の精度を比較するために，両解析法に共通な領域 D_f の要素と節点数は同一とし，また，この領域の広さ b を図—3.5のごとく3種類に変化させ，有限要素法では，最も外側の節点は固定としている。図—3.4に示す結果から，有限要素法による結果は解析領域の広さによって非常な影響を受け，十分な精度を得るには相当広い解析領域を必要とするが，融合解析法では，計算結果が有限要素領域の広さに関係なく，非常に精度のよい結果の得られることがわかる。



図—3.4 弾性理論解析，融合解析および有限要素解析による結果の比較（$\nu = 0.3$）



図—3.5 有限要素領域 D_f の要素図

3.3 粘弾性解析の手法および解析手順

地山が粘弾性体である場合の解析では，Leeの示した弾性体と粘弾性体との間に成立する対応原理[9),10)]を利用するが，対応原理におけるラプラス逆変換については，次式で示されるShaperyのDirect Method[11)]を適用する。

$$Y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y^*(q)] \fallingdotseq [qY^*(q)]_{q=0.5/t}$$

ここに，$*$および$\mathcal{L}^{-1}$はそれぞれラプラス変換，ラプラス逆変換を示す。また，地山のポアソン比νは経時的にほぼ一定である[12)]という報告もあるので，以後νは時間的に変化しないと仮定する。

ところで,既設トンネルの覆工応力を求めるには,新旧

両トンネルの施工過程を考慮して，下記の手順で解析を行うこととする。すなわち，まず，既設トンネルを掘削する前の地山の初期応力を計算したのち，そのトンネル境界上の初期応力を解放して，既設トンネルを掘削した場合を想定する。そのとき，地山各点の応力はトンネルの掘削により変化するが，その応力は，掘削に起因する応力を初期応力に加えることより求められる。また，掘削により既設トンネルの周辺は変位するが，その変位が終了したのち，覆工の施工を行うものと考える。ただし，覆工は弾性体とし，覆工と地山の間に間隙やすべりは生じないとする。次に，既設トンネルに平行して新設トンネルを掘削することになるが，この場合の解析手順も，前記既設トンネルのときと同様とし，新設トンネルの掘削のみによって生じる既設覆工の応力を求める。

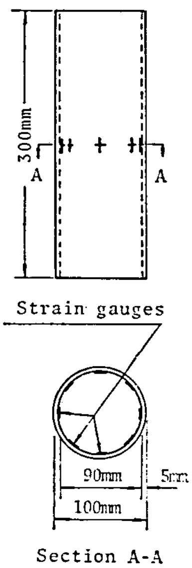
3.4 模型実験

前記粘弾性解析の手法，および解析手順の適合性を検証するために，次のような実験を行った。

3.4.1 実験方法

実験装置，および供試地盤の作成方法は，すでに前章で示したのでここでは省略する。

トンネルの掘削は，長さ50cm，外径10cmの鋼製円筒で行い，掘削による変位が終了したのち，図－3.6 に示す円形覆工をトンネル内に挿入する。次に，この既設トンネルから中心間隔16.5cm離して，それと平行に外径の等しい新設トンネルを掘削し，それを素掘状態にして，既設覆工内面のひずみを測定し応力を求める。なお，以上の実験を 3 回繰り返す。



図－3.6 模型実験用の覆工

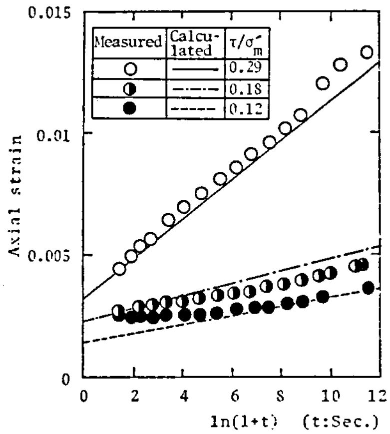
3.4.2 実験結果と解析結果の比較

実験で用いた覆工の弾性係数 E_l とポアソン比 ν_l は，それぞれ 3,750 MN/㎡ と 0.38，実験中の上載荷重は 25 kN/㎡，供試地盤の単位重量は 16 kN/㎥ であり，せん断変形に関する地盤のクリープ関数 $\phi(t)$ は，実験終了後，掘削の影響を受けていない箇所から供試体を採取し，NGI 型 3 軸圧縮試験機でクリープ試験を行って求める。その手順としては，トンネル掘削前の地盤の平均有効主応力 σ_m' で圧密したのち，非排水状態で試験を行う。その結果は図－3.7 に示すとおりで，これらのせん断応力 τ を異にする実測結果から，クリープ関数を次式のように推定する。

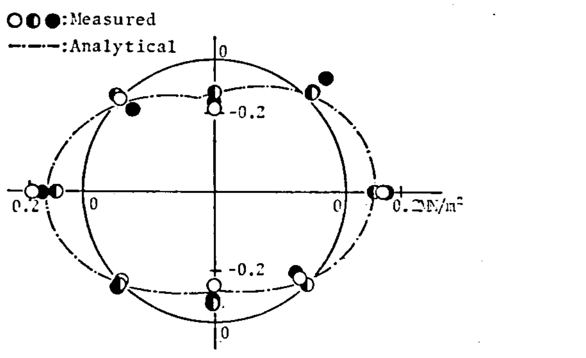
$$\phi(t) = 0.50 + 0.12\, l_n(1+t),\ \mathrm{m^2/MN}\quad (t: 秒)$$

この式から求められる経時ひずみも図－3.7 に示してあるが，これをみると，上記のクリープ関数は供試地盤のクリープ特性をよく表わしていると思われる。

図－3.8 は，新設トンネル掘削後30秒経過した時

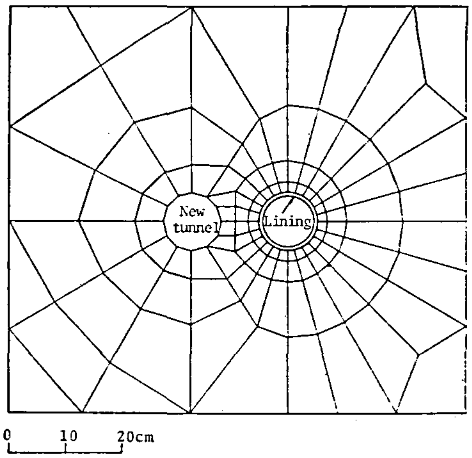


図－3.7 供試地盤のクリープ特性

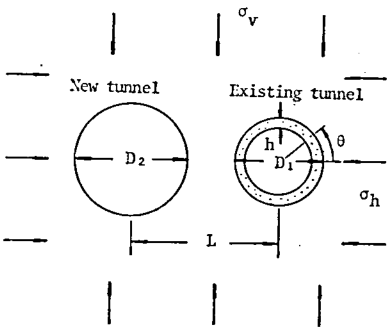


図－3.8 実験結果と解析結果の比較

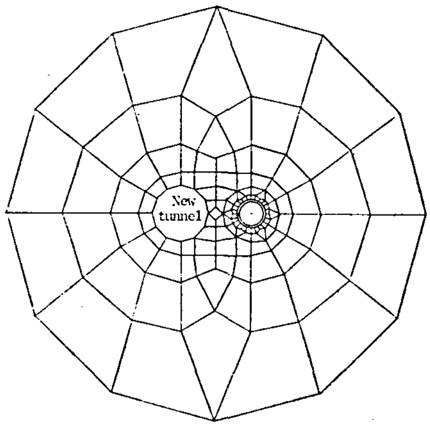
点について，既設覆工内面の接線方向応力 σ_θ の実測結果と，本粘弾性解析による結果とを対比して示したものである。ただし，実験が有限領域で行われたので，解析は有限要素法で行い，そのとき用いた地盤の要素図は図－3.9に示すとおりである。また，供試地盤のポアソン比 ν は，それが飽和状態であることから，0.49と仮定する。図－3.8からわかるように，実験の結果はばらつきが少なく，解析結果とよく合致している。したがって，3.に述べた解析手順および粘弾性解析手法の妥当性が実験的に立証されたと考えられる。



図－3.9　模型地盤の要素図



図－3.10　初期応力およびトンネルの幾何学的関係



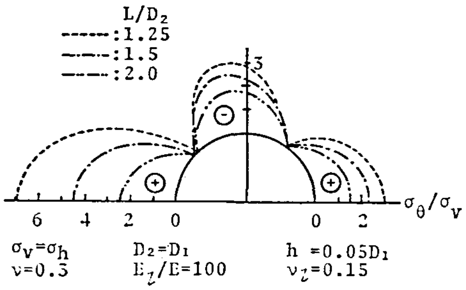
図－3.11　地山の要素図の一例

3.5 考　　察

前記融合解析法を用いて，無限地山における既設覆工の応力解析を行い[13),14)]，種々考察を加えることとする。そのときに用いる地山の初期応力とトンネルの幾何学的関係は，図－3.10に示すとおりであり，また，図－3.11に有限要素領域における地山の要素図の一例を示す。

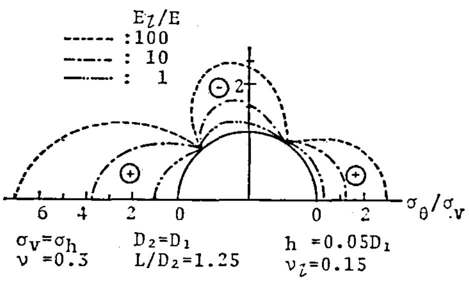
3.5.1 弾性地山における覆工応力

a）トンネル中心間隔の影響

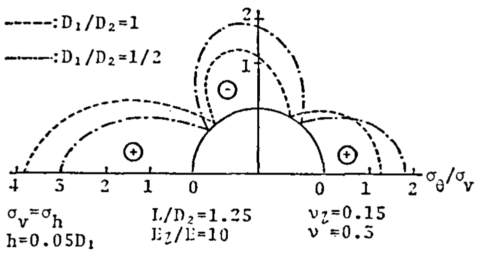


図－3.12　トンネル中心間隔 L が覆工内縁応力 σ_θ に与える影響

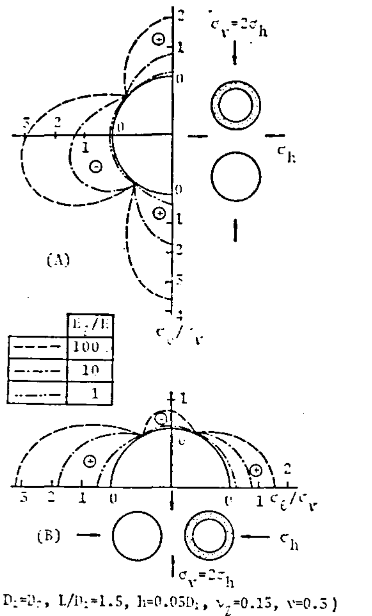
図－3.12は，等方初期応力 $\sigma_v=\sigma_h$ が作用する場合について，トンネルの中心間隔 L が覆工内縁円周方向の応力 σ_θ に与える影響を示したものである。同図からわかるように，当然のことながら，側壁部に圧縮応力，上下部に引張応力が生じ，側壁部の圧縮応力は新設トンネル側で大なる影響を受け，上部の引張応力はトンネルの直上から新設トンネル側に寄ったところで最大値を示す。また，覆工応力は初期応力で無次元化できるので，トンネルの幾何学的関係や材料定数が同じならば，初期応力に比例して



図―3.13　覆工と地山の弾性定数の比 E_l/E が覆工内縁応力 σ_θ に与える影響



図―3.14　トンネル直径比 D_1/D_2 が覆工内縁応力 σ_θ に与える影響



図―3.15　トンネルを最大主応力方向（A）および最小主応力方向（B）に配置した場合の覆工内縁応力 σ_θ の分布

覆工応力が大になるといえる。

b）材料定数およびトンネル直径比の影響

図―3.13は，覆工と地山の弾性係数の比 E_l/E が σ_θ に与える影響を示したもので，これから，E_l/E が大なるほど σ_θ は大となるが，応力分布の形は E_l/E の影響をあまり受けないことがわかる。

次に，図―3.14は，既設トンネルと新設トンネルの直径 D_1 と D_2 の比が1および1／2の場合について，σ_θ の分布を示すものである。この図から明らかなように，D_1/D_2 が1/2の場合には，それが1の場合に比べて，最大圧縮応力は小であるが，最大引張応力が大になり，また，引張応力の生じる範囲が広くなる。

c）トンネルの相互位置の影響

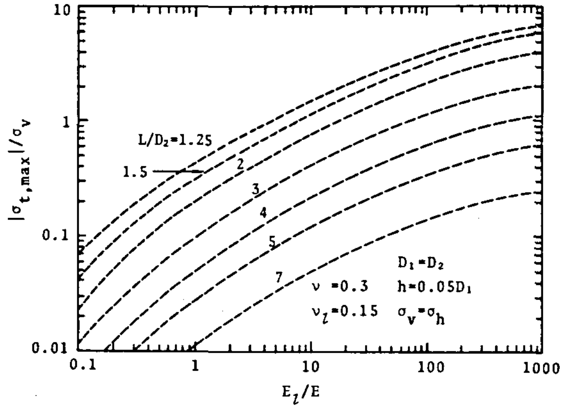
図―3.15は，$\sigma_v=2\sigma_h$ なる初期応力状態において，トンネルを最大主応力方向に配置した場合（A）と，最小主応力方向に配置した場合（B）とについて，σ_θ の分布を比較したものである。この結果から，最大圧縮応力は両者であまり差はないが，最大引張応力の方は（B）に比べて（A）の場合が相当大きいことがわかり，また，覆工外縁応力についても同様の結果が得られた。したがって，覆工は多くの場合コンクリート製であるから，引張応力が卓越する（A）の場合は不都合であるといえる。

d）既設覆工に被害を与えないトンネル中心間隔

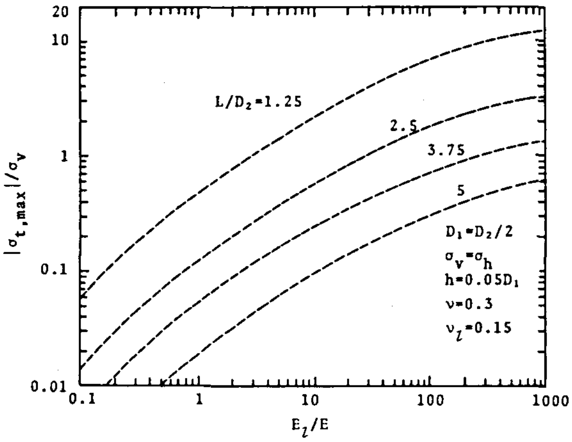
図―3.16，3.17は，等方初期応力下のコンクリート製既設覆工について，その内縁・外縁に生じる引張応力の最大値 $\sigma_{t,\max}$ を，一定限度以下に押えることを目的として作製したものである。すなわち，それらの図は，$D_1=D_2$ および $D_1=D_2/2$ の場合について，L/D_2 をパラメーターとし，$|\sigma_{t,\max}|/\sigma_v$ と E_l/E の関係を示している。したがって，覆工の許容引張応力と地山の初期応力の比，および覆工と地山の弾性係数の比が既知であれば，既設覆工に被害を与えないトンネル中心間隔と新設トンネルの直径の比を，それらの図から求めることができる。

3.5.2　粘弾性地山における覆工応力

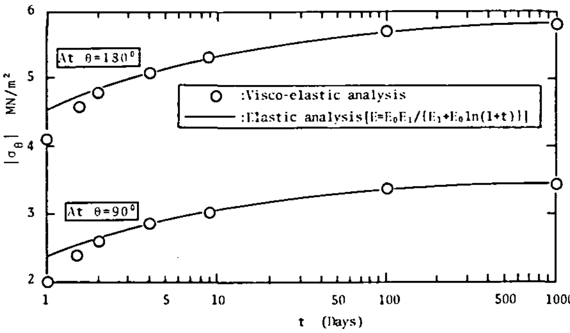
地山のクリープ関数は，多くの場合，対数関数で表わされる[10),15),16)]。そこで，クリープ関数が対数関数で表わされる地山について，σ_θ の経時変化を粘弾性解析により求め，その結果を図―3.18に示す。



図－3.16　最大引張応力 $\sigma_{t,\max}$ に及ぼす L/D_2, E_l/E の影響（$D_1=D_2$ の場合）



図－3.17　最大引張応力 $\sigma_{t,\max}$ に及ぼす L/D_2, E_l/E の影響（$D_1=D_2/2$ の場合）



$\phi_e(t)=1/E_0+1/E_1\ln(1+t)$, t:days, E_0=338MN/m², E_1=260MN/m², ν=0.3, $\sigma_v=\sigma_h$=1MN/m², E_l=20,000MN/m², h=40cm, $D_1=D_2$=8m, L=12m, ν_l=0.15.

図－3.18　粘弾性地山における覆工内縁応力 σ_θ の経時変化

ただし，時間 t は新設トンネル掘削後の時間であり，クリープ関数 $\phi_e(t)$ は縦ひずみに対するもので次式で与え，定数 E_0, E_1 としては，著者らがすでに求めた値[15]を採用する。

$$\phi_e(t)=\frac{1}{E_0}+\frac{1}{E_1}l_n(1+t), \quad (t:日)$$

図－3.18 から，粘弾性地山では当然のことながら，σ_θ の絶対値は経時的に増大することがわかる。また，同図の実線は，地山を弾性体と仮定し，その弾性係数 E を次式によってクリープ関数 $\phi_e(t)$ に対応させ，経時的に変化させて求めた弾性解析の結果である。

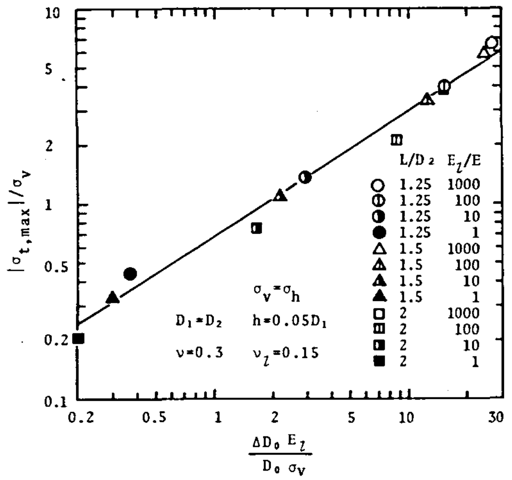
$$E=\frac{1}{\phi_e(t)}=\frac{E_0E_1}{E_1+E_0\,l_n(1+t)} \quad \cdots(3.10)$$

これより，新設トンネル掘削当初は，粘弾性解析と弾性解析の結果にやや差を生じるが，時日の経過とともに両者の差が小になり，$t=4$ 日以後においては，両者はほぼ一致することがわかる。

ところで，既設覆工に被害を与えない安全なトンネル中心間隔を求めるという工学的な立場からすれば，覆工応力の経時的な変化を知るよりも，それらの終極的な最大値を求めることが重要である。しかるに，図－3.18 に示すように，その最大応力は長期間経過後に生じ，しかも，時日の経過とともに，上記弾性解析と粘弾性解析の結果は一致してくるのであるから，たとえ地山が粘弾性体であっても，多大の計算時間と経費のかかる粘弾性解析を行う必要はなく，上記のような弾性解析により，覆工の最大応力と安全な中心間隔を求めればよい。換言すれば，粘弾性地山での安全なトンネル中心間隔は，式（3.10）を考慮して，3.5.1 で求めた弾性地山での結果を利用すればよいわけである。

3.5.3　現場計測による覆工の安全性の検討

図－3.19 は，$\sigma_v=\sigma_h$，$D_1=D_2$ なる場合について，既設トンネルの内径 D_0 の $\theta=0°$ における変化量 ΔD_0 と，覆工の最大引張応力 $\sigma_{t,\max}$ との関係を示したものである。これから明らかなように，図示の範囲内では，L/D_2 と E_l/E の値いかんにかかわらず，$|\sigma_{t,\max}|/\sigma_v$ と $\Delta D_0 E_l/(D_0\sigma_v)$ の間には，両対数紙上でほぼ直線的な関係が認められる。したがって，同図を利用すれば，新設トンネルの工事中



図－3.19　最大引張応力 $\sigma_{t,\max}$ とトンネル内径変化量 ΔD_0 の関係

および工事完了後における ΔD_0 の測定値から，$\sigma_{t,\max}$ を推定して覆工の安全性を検討したり，覆工の危険を予知して安全対策をとることができる。

3.6　結　　言

本研究は，弾性または粘弾性地山内にある既設トンネルの覆工応力に対して，それに平行な新設トンネルがいかなる影響を与えるかを明らかにしたもので，解析にあたっては，積分方程式法と有限要素法を融合した新しい手法，すなわち融合解析法ともいうべき手法が開発されている。次に，この融合解析法の結果を弾性理論解析の結果と対比し，また，解析手順と粘弾性解析手法の適合性を模型実験によって検証し，いずれも良好な結果を得ている。さらに，上記の解析手法をトンネルに関する種々の問題に適用し，大要下記のような結論が得られている。

まず，弾性地山の場合には，

（1）既設覆工の応力は，他の条件が同一ならば，地山の初期応力に比例する。

（2）既設覆工の弾性定数と地山の弾性定数の比が大なるほど，既設覆工の応力は大となる。

（3）トンネルを最大主応力方向に2つ配置するよりも，最小主応力方向に配置する方が，既設覆工内外縁の最大引張応力は小になる。

（4）等方初期応力下のコンクリート製既設覆工について，覆工の許容引張応力と地山の初期応力の比，および覆工と地山の弾性定数の比が既知であれば，既設覆工に被害を与えないトンネル中心間隔を，本研究で得られた図－3.16，3.17から求めることができる。

次に，粘弾性地山の場合には，

（5）既設覆工の応力は，当然のことながら，新設トンネルの掘削後経時的に増大する。

（6）粘弾性地山内の既設覆工の最大応力および安全な中心間隔は，地山を弾性体と仮定し，その弾性定数を経時的に変化させて行う弾性解析により求めてもよい。

（7）新設トンネルの工事中または工事完了後に，既設覆工の内径変化量を実測し，その値から既設覆工の最大引張応力，ひいてはその安全性を推定する方法が確立された。

参　考　文　献

1）伊藤冨雄・久武勝保：新設トンネルがそれに平行な既設トンネルの覆工応力に与える影響，土木学会論文報告集，第308号，pp.77～84，1981.

2）日本鉄道技術協会：双設トンネルの離隔距離に関する研究報告書，1960，1961.

3）土木学会：トンネル標準示方書（山岳編）・同解説（昭和52年版），pp.30～31.

4）田島利男：近接トンネルの経済性，トンネルと地下，Vol.9，No.12，pp.45～52，1978.

5）伊藤冨雄・久武勝保・長山喜則：積分方程式法と有限要素法の融合解析法の地盤工学への適用，土木学会第33回年次学術講演会講演概要集，第3部，pp.384～385，1978.

6）Kupradze，V.D.：Potential Methods in the Theory of Elasticity，transl. Gutfreund，Israel Program for Scientific Translations，Jerusalem，1965.

7）丹羽義次・小林昭一・横田和男：積分方程式による任意形状，多数空洞周辺応力の解析，土木学会論文報告集，第195号，pp.27～35，1971.

8）たとえば，Segerlind，L.J.：応用有限要素

法，川井忠彦，築地恒夫，風間悦夫，川端康洋訳，丸善㈱，1978.

9) Lee, E.H. : Stress Analysis in Viscoelastic Bodies, Quarterly of Appl.Mech., pp. 183～190, July, 1955.

10) 伊藤冨雄・久武勝保：粘弾性地山内の任意形状トンネル覆工に作用する地圧，土木学会論文報告集，第307号，pp. 51～58，1981.

11) Shapery, R.A. : Approximate Methods of Transform Inversion for Viscoelastic Stress Analysis, Proc. 4th U.S. National Cong. Appl. Mech., Vol.2, pp. 1075～1085, 1962.

12) 桜井春輔：地中構造物の力学的挙動に関する基礎的研究，名古屋大学学位請求論文，1975.

13) 伊藤冨雄・久武勝保・長山喜則：既設トンネルの覆工応力に及ぼす新トンネルの影響，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，pp. Ⅲ－34－1～Ⅲ－34－2，1979.

14) 伊藤冨雄・久武勝保：新設トンネルによる既設トンネルの覆工応力，土木学会第34回年次学術講演会講演概要集，第3部，pp. 499～500，1979.

15) Ito, T. and M. Hisatake : Surface Displacements Caused by Tunnel Driving in Anisotropic Viscoelastic Ground, Proc. 4th Int. Cong. on Rock Mech., ISRM, Switzerland, Vol.1, pp. 677～684, 1979.

16) Ito, T. and M. Hisatake : Analytical Study of NATM, Proc. 10th Int.Conf. on Soil Mech.and Found.Engg., Vol.1, Session 2, ISSMFE, pp. 311～314, Stockholm, 1981.

第４章　既設トンネルがそれに平行な新設トンネルの覆工応力に与える影響[1]

4.1　緒　　言

新トンネルを既設トンネルに近接して施工すれば，すでに安定していた既設覆工の地圧が変化するだけでなく，新設覆工の地圧も単一トンネルの場合と異なるため，新設覆工の安全性についても十分考慮して，両トンネルの離隔距離を決定しなければならない。しかし，新設覆工の地圧に関する研究は，従来，ほとんど行われておらず，したがって，新設覆工の地圧の算定方法さえ提案されていない[2]のが現状である。

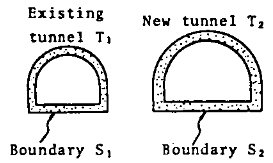
そこで，以下本章では，粘弾性地山において，任意形状の新トンネルを任意形状の既設トンネルに近接して施工する場合について，まず，新設覆工の地圧を積分方程式法により理論的に求め，この結果を模型実験によって検証するとともに，上記で得られた地圧が円形覆工に作用する場合について，この覆工応力を解析して種々考察を加え，新設覆工に被害を生じない両トンネルの安全な離隔距離を示すこととする。

4.2　積分方程式法による新設覆工地圧の解析

トンネル覆工の地圧は，地山の時間依存性，及びトンネルの掘削から覆工に地圧が作用するまでの時間によっても変化する[3]。また，新設覆工の地圧の解析では，新旧両トンネルの施工過程を考慮する必要がある。以下本節では，第２章で用いた積分方程式法により地圧を求めることにする。なお，本解析において，覆工は地山に比べて十分剛で，トンネルの変形を完全に阻止するものとし，また，地山と覆工の間に間げきやすべりは生じないとする。

4.2.1　新トンネルの掘削時に解放する応力

図－4.1のごとく，任意形状の既設トンネル T_1 の覆工地圧が安定したのち，これに近接して任意形状の新トンネル T_2 の掘削と覆工の施工を行う場合を考えると，このとき，新トンネルの掘削時に解放される応力は，新トンネルの掘削以前における既設覆工の地圧（以後，これを初期地圧と言う。）の影響を受けるので，まず，この関係を明らかにする必要がある。



図－4.1　既設トンネル T_1 と新設トンネル T_2，及びそれらの境界 S_1，S_2

さて，T_1 を掘削後，時間 t_0 だけ経過して覆工を行った場合，その覆工地圧 p は，第２章において次式のごとく求められている。

$$p_j(P, t_i) = W(t_i)\, p_{0j}(P) = W(t_i)\, \sigma^0_{kj}(P)\, n_k \quad \cdots\cdots\cdots (4.1)$$

ここに，$\sigma^0_{kj}(P)$ は，既設トンネルの境界 S_1 における地山の初期応力，$W(t_i)$ は式(2.7)に示す時間パラメータ，n は境界の外向に立てた単位法線ベクトルである。しかし，T_1 の掘削後，それに覆工を施工しなければ，仮想新トンネル境界 S_2 上の応力は，T_1 を掘削する以前の S_2 上の応力 σ^0_{kj} と，T_1 を掘削したことによる S_2 上の応力変化 σ^1_{kj} との和として表わされるが，T_1 に覆工を施工した後は，式(4.1)に示す応力が S_1 の内面に経時的に作用するため，S_2 上の応力は $-W(t_i)\sigma^1_{kj}(P)$ だけ経時的に変化する。したがって，T_1 に覆工を施工したのち，時間 t_i だけ経過して T_2 を掘削するものとすれば，この時に境界 S_2 で解放される応力 $\bar{p}_0$ は次のようになる。

$$\bar{p}_{0j}(P) = \left[\sigma^0_{kj}(P) + \sigma^1_{kj}(P)\{1-W(t_i)\}\right] n_k \quad \cdots\cdots\cdots (4.2)$$

4.2.2 新トンネルの覆工地圧

新トンネルを掘削する場合，T_1 の境界 S_1 ではトンネルの変形が覆工により阻止され，T_2 の境界 S_2 では式 (4.2) に示す応力が解放されることから，式 (2.2)，(2.3) により次の境界条件が得られる。

S_1 において ；

$$\phi(\bar{t})\int_S R_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)dS_Q = c_{1j}(\bar{t}) \quad \cdots\cdots (4.3)$$

S_2 において ；

$$-\frac{1}{2}\varphi_{0j}(P)+\int_S T_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)dS_Q = -\bar{p}_{0j} \quad \cdots\cdots (4.4)$$

ここに，$\bar{t}$ は，新トンネルの掘削時を基準にした時間である。ところで，式 (4.3) の定数 c_1 は，既設覆工の剛体変位を表わす未知の定数であるため，上記境界条件だけでは問題は解けず，新トンネルの掘削に起因する既設覆工の地圧変化を，既設覆工の外面に沿って1周積分して求めた合力 F_j の値が0であるという，次の条件を加える必要がある。

S_1 において ；

$$F_j = \int_{S_1}\Big\{-\frac{1}{2}\varphi_{0j}(P) + \int_S T_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)dS_Q\Big\}dS_1 = 0 \quad \cdots\cdots (4.5)$$

次に，新トンネルの掘削後，この境界 S_2 の変位は，

$$u_j(P,\bar{t}) = \phi(\bar{t})\int_S R_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)dS_Q \quad \cdots\cdots (4.6)$$

となるが，時間 $\bar{t}$ が $\bar{t}_0$ だけ経過したのち，新トンネル内に覆工を施工するものと考える。この場合，もし時間 $\bar{t}_0$経過後に覆工を施工しなければ，$\bar{t}_0$以後に新トンネルの境界 S_2 で生じる変位 $\varDelta u$ は，上式から

$$\varDelta u_j(P,\bar{t}_i) = \{\phi(\bar{t}_0+\bar{t}_i) - \phi(\bar{t}_0)\}\int_S R_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)dS_Q$$

ここに，$\bar{t}_i$ は $\bar{t}_0$ を基準にした時間である。しかし，実際には覆工が施工され，上式の変位は覆工によって拘束される。したがって，新トンネルに覆工を施工したのち，境界 S_1，S_2 では，次の境界条件が成立しなければならない。

S_1 において ；

$$\{\phi(\bar{t}_0+\bar{t}_i)-\phi(\bar{t}_0)\}\int_S R_{jk}(P,Q)\cdot\varphi_{0k}(Q)dS_Q + \int_S\int_0^{\bar{t}_i}\phi(\bar{t}_i-\tau)\cdot R_{jk}(P,Q)\frac{\partial}{\partial\tau}\varphi_k(Q,\tau)d\tau\, dS_Q = c_{2j}(\bar{t}_i) \quad \cdots\cdots (4.7)$$

$$\int_{S_1}\Big\{-\frac{1}{2}\varphi_j(P) + \int_S T_{jk}(P,Q)\cdot\varphi_k(Q)dS_Q\Big\}dS_1 = 0 \quad \cdots\cdots (4.8)$$

S_2 において ；

$$\{\phi(\bar{t}_0+\bar{t}_i)-\phi(\bar{t}_0)\}\int_S R_{jk}(P,Q)\cdot\varphi_{0k}(Q)dS_Q + \int_S\int_0^{\bar{t}_i}\phi(\bar{t}_i-\tau)\cdot R_{jk}(P,Q)\frac{\partial}{\partial\tau}\varphi_k(Q,\tau)d\tau\, dS_Q = 0 \quad \cdots\cdots (4.9)$$

さらに，式 (4.9) は次のように変形でき，

$$\int_S R_{jk}(P,Q)\Big[\{\phi(\bar{t}_0+\bar{t}_i)-\phi(\bar{t}_0)\}\varphi_{0k}(Q) + \int_0^{\bar{t}_i}\phi(\bar{t}_i-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\varphi_k(Q,\tau)d\tau\Big]dS_Q = 0$$

上式が任意形状のトンネルに対して常に成立するためには，密度 φ は，

$$\{\phi(\bar{t}_0+\bar{t}_i)-\phi(\bar{t}_0)\}\varphi_{0k}(Q) + \int_0^{\bar{t}_i}\phi(\bar{t}_i-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\varphi_k(Q,\tau)d\tau = 0 \quad \cdots\cdots (4.10)$$

を満足しなければならず，このボルテラ型の積分方程式を解けば，次式が得られる。

$$\varphi_k(Q,\bar{t}_i) = -\overline{W}(\bar{t}_i)\varphi_{0k}(Q) \quad \cdots\cdots (4.11)$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned}\overline{W}(\bar{t}_i) &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\varDelta\bar{\phi}_1^*(q)}{q\phi^*(q)}\right\}, \\ \varDelta\bar{\phi}_1(\bar{t}_i) &= \phi(\bar{t}_0+\bar{t}_i)-\phi(\bar{t}_0)\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (4.12)$$

ここで，式 (4.11) が S_1 における合力に関する条件を満足することは，式 (4.11) を式 (4.8) の左辺に代入し，式 (4.5) を考慮して，次のように示される。

式(4.8)の左辺$=-\overline{W}(\overline{t}_i)\int_{S_1}\{-\frac{1}{2}\varphi_{0j}(P)$

$$+\int_S T_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)\,dS_Q\}\,dS_1=0$$

次に，式(4.11)を式(4.7)の左辺に代入すれば，

$$式(4.7)の左辺=\left[\{\phi(\overline{t}_0+\overline{t}_i)-\phi(\overline{t}_0)\}-\int_0^{\overline{t}_i}\phi(\overline{t}_i-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\overline{W}(\tau)\,d\tau\right]\cdot\int_S R_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)\,dS_Q \quad\cdots\cdots\cdots(4.13)$$

となり，式(4.11)を式(4.10)に代入し，$\varphi_0 \fallingdotseq 0$ を考慮して得られる式

$$\{\phi(\overline{t}_0+\overline{t}_i)-\phi(\overline{t}_0)\}-\int_0^{\overline{t}_i}\phi(\overline{t}_i-\tau)\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}\overline{W}(\tau)\,d\tau=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4.14)$$

を式(4.13)に代入すれば，式(4.7)の左辺は0になることが示される。すなわち，c_2の値は0になるため，新トンネルに覆工を施工したのち，既設覆工に剛体変位は生じなくなる。

ここで，新設覆工に作用する地圧$\overline{p}$を求めるために，式(4.11)を式(2.3)に代入し，式(4.4)を考慮すれば，次式が得られる。

$$\overline{p}_j(P,\overline{t}_i)=-\overline{W}(\overline{t}_i)\{-\frac{1}{2}\varphi_{0j}(P)+\int_S T_{jk}(P,Q)\varphi_{0k}(Q)\,dS_Q\}=\overline{W}(\overline{t}_i)\,\overline{p}_{0j}(P) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4.15)$$

上式は，新設覆工に作用する地圧$\overline{p}$が，新トンネルを掘削しこれに覆工を施工するまでの時間の長さ$\overline{t}_0$と地山のクリープ関数$\phi(t)$とから決まるパラメータ$\overline{W}(\overline{t}_i)$，及び新トンネルの掘削時に境界$S_2$で解放される応力$\overline{p}_0$によって表わされることを示している。また，式(4.15)は，単一トンネルの覆工地圧を表わす式(2.8)と同じ形になっている。したがって，既設トンネルの存在は，$\overline{W}(\overline{t}_i)$には影響を与えないが，$\overline{p}_0$の値に変化をもたらすことになる。また，式(4.15)では密度φ_0が消去されているので，地圧を求める場合には，式(4.3)〜(4.5)からφ_0を具体的に求める必要はない。

既設トンネルが素掘の状態にある場合についても，新設覆工の地圧が式(4.15)で表わされることは，上記と同様にして示すことができる[4]。ただし，この場合には，式(4.2)の$W(t_i)$は0となるので，$\overline{p}_0$は次のようになる。

$$\overline{p}_{0j}(P)=\{\sigma^0_{kj}(P)+\sigma^1_{kj}\}\,n_k \quad\cdots\cdots\cdots(4.16)$$

また，新トンネルに覆工を施工した時に，覆工と地山の間に間隙が存在すれば，地山が変位してその間隙を埋める時間$\overline{t}_1'$の間，覆工に地圧は作用しない。この場合には，第2章で示したと同様に，間隙のある場合の覆工施工時期を$\overline{t}_0'$とし，$\overline{t}_0=\overline{t}_0'+\overline{t}_1'$とおくことによって，以上で求めた間隙のない場合の理論式を適用することができる。

4.3 模型実験

4.3.1 実験装置及び地盤の作成

実験装置及び地盤の作成については，既に第2章で示したので以下省略する。

4.3.2 実験方法

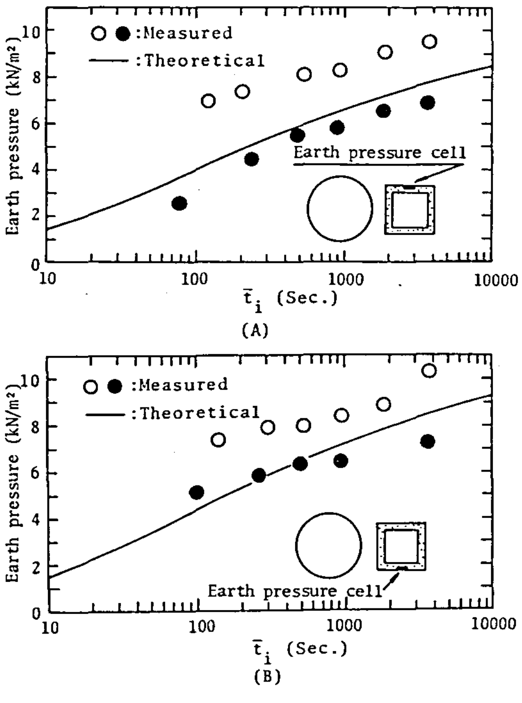
平面歪状態の下で，供試地盤の圧密圧力を越えない載荷重を地盤上部に作用させた後，直径15㎝の円形断面の既設トンネルを掘削する。この場合，既設トンネルが新設トンネルの覆工地圧に与える影響は，既設トンネルの地圧が0の場合，あるいは既設トンネルが素掘の状態の場合に最大となる（式(4.2)と(4.16)）ので，実験においては，既設トンネルは素掘の状態とした。ついで，掘削に起因する変位の出現が終了したのち，既設トンネルの右側にトンネル中心距離を14.5㎝にして，1辺10㎝の正方形トンネルを掘削し，第2章と同様の方法で各面に2つの土圧計を有する覆工を挿入して経時地圧を測定する。

4.3.3 実験結果

理論解析に必要なパラメータは，地盤の初期応力と式(4.12)のパラメータ$\overline{W}(\overline{t}_i)$である。鉛直方向の初期応力は上載圧(16 KN/㎡)と土かぶり圧(覆工の上，下面でそれぞれ2.2 KN/㎡，3.8 KN/㎡)から求め，水平方向の初期応力は，土槽の側面に取り付けた土圧計によって求め，新トンネルが設置される位置では13.4 KN/㎡である。また，パラメータ$\overline{W}(\overline{t}_i)$を知るには，地盤のクリープ関数を求める必要があるので，実験終了後，掘削の影響を受けていない箇所から供試体を採取し，第2章と同様の手法

でクリープ試験を行う。クリープ試験の結果より，クリープ関数は対数関数 $\phi(t)=a+b\cdot l_n(1+t)$，（$t$：秒）で近似でき，地圧の推定に必要な定数 b/a の値は 0.116 である[5]。

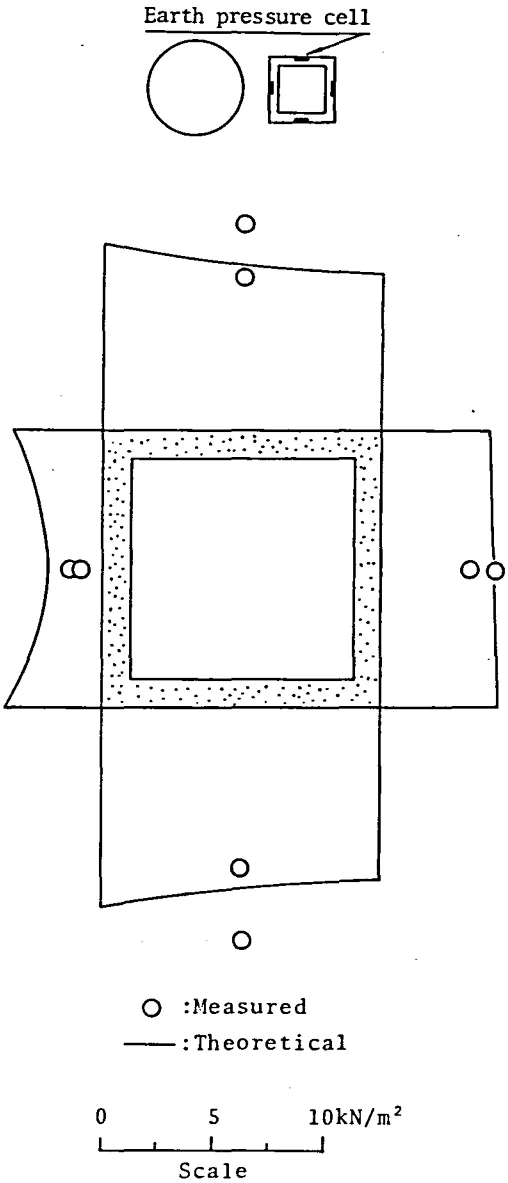
図－4.2の(A)，(B)には，それぞれ覆工の上部と下部における経時地圧，図－4.3には，覆工設置後1時間経過した時の地圧について，実測と解析の結果を対比して示す。ただし，解析における $\overline{W}(\overline{t_i})$ の値は，式(2.10)のように数値的に求めた。以上の結果から，実測地圧は経時的に増大し，既設トンネルに面した側の側方地圧が非常に小さいことがわかる。また，解析結果は実測結果とよく一致しているので，本解析結果は妥当であると思われる。



図－4.2　覆工の上部(A)及び下部(B)における経時地圧

4.4　覆工応力の解析

任意形状の新設覆工の地圧は，式(4.15)から求められるが，さらにそれによって覆工に生じる応力を求めなければ，両トンネルの適切な離隔距離や覆工施工時期を決定することはできない。そこで，本節



図－4.3　覆工設置1時間経過後の地圧

では，円形の新設覆工に式(4.15)で示される地圧が作用する場合について，覆工を弾性体と仮定し，その応力を求める方法を示す。

さて，式(4.15)で示される地圧を，トンネルの半径方向の直応力 $\sigma_r(\theta)$ と接線方向のせん断応力 $\tau_{r\theta}(\theta)$ とに分解し，次式のようにフーリェ級数に展開する[6]。

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r(\theta)&=c_0+\sum_{k=1}^{M}\big(c_k\cdot\cos(k\theta)\\&\quad+d_k\cdot\sin(k\theta)\big)\\\tau_{r\theta}(\theta)&=e_0+\sum_{k=1}^{M}\big(e_k\cdot\cos(k\theta)\\&\quad+f_k\cdot\sin(k\theta)\big)\end{aligned}\right\}\cdots(4.17)$$

ここに，c_0，e_0，c_k，d_k，e_k 及び f_k はフーリェ係数，θ は座標軸 x_j のうちの x_1 軸から反時針方向に測った角度である。

一方，覆工応力は複素関数

$$\left.\begin{aligned}\psi(z)&=K_1\cdot l_n z+\sum_{m=-\infty}^{\infty}A_m\cdot z^m\\\chi(z)&=K_2\cdot z\cdot l_n z+K_3\cdot l_n z\\&\quad+\sum_{m=-\infty}^{\infty}B_m\cdot z^m\end{aligned}\right\}\cdots(4.18)$$

を，次式に適用すれば求められる[7]。

$$\sigma_r(\theta)-i\cdot\tau_{r\theta}(\theta)=2R_e[\psi'(z)]-[z\cdot\psi''(z)+e^{2i\theta}\cdot\chi''(z)]$$

ここに，$K_1\sim K_3$，A_m 及び B_m は，今のところ未知の複素定数，$z(=re^{i\theta})$ は複素変数，r は座標原点からの距離，$i=\sqrt{-1}$，R_e は〔　〕内の実部を表わす。

上式より得られる覆工外面での応力が，式(4.17)に示す地圧に一致し，かつ，覆工内面で外力が作用しないという境界条件を用いれば，式(4.18)に含まれるすべての複素定数が決定される。したがって，覆工内の任意点の応力 σ_{jk} は，式(4.18)を次式に適用して求められる。

$$\sigma_{11}=2R_e[\psi'(z)]-R_e[\bar{z}\psi''(z)+\chi''(z)]$$

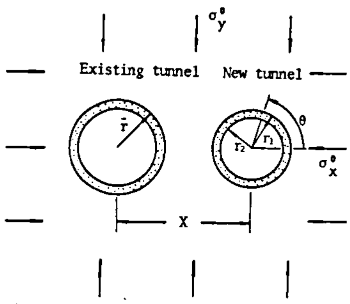
$$\sigma_{22}=2R_e[\psi'(z)]+R_e[\bar{z}\psi''(z)+\chi''(z)]$$

$$\sigma_{12}=I_m[\bar{z}\psi''(z)+\chi''(z)]$$

ここに，$\bar{z}$ は z と共役であり，I_m は〔　〕内の虚部を表わす。

4.5　考　　察

既設の円形覆工の地圧が安定したのち，円形の新トンネルを施工する場合について，4.2及び4.4で示した手法により，新設覆工の応力を求め，種々考察を加えることにする。なお，本計算における初期応力及びトンネルの幾何学的関係を図－4.4に示し，r_2/r_1 は0.9，覆工のポアソン比は0.15とし，地山の初期応力は，4.5.3の場合を除き，等方状態であるとする。また，式(4.17)に示したフーリェ級数の係数は，覆工外面を $\Delta\theta=2.5°$ 間隔に等分割して求め，フーリェ級数の項数は30項まで取る。

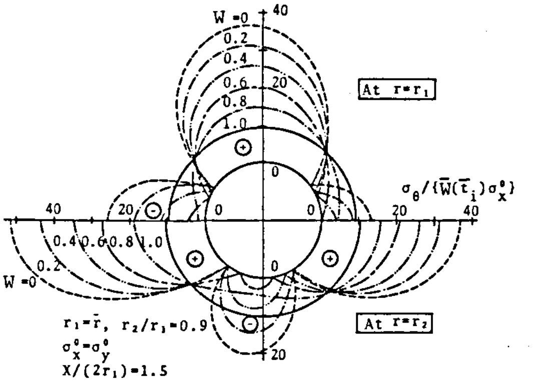


図－4.4　地山の初期応力及びトンネルの幾何学的関係

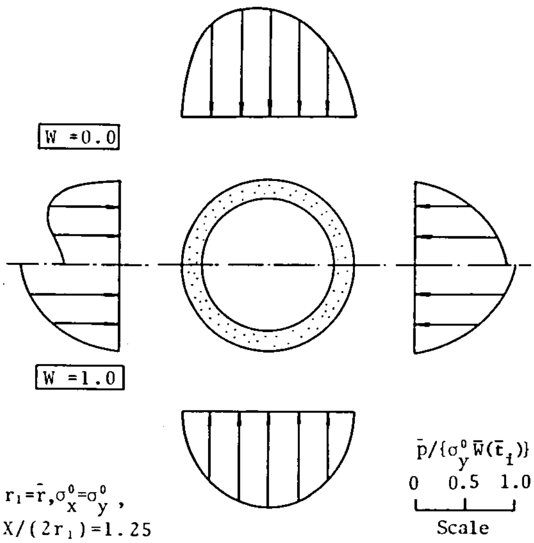
4.5.1　既設覆工の初期地圧の影響

新設トンネルの覆工地圧 $\bar{p}$ は，パラメータ $\overline{W}(\bar{t}_i)$（式(4.12)）と，新トンネル掘削時に解放される応力 $\bar{p}_0$（式(4.2)）との積として，式(4.15)で示されるが，この $\bar{p}_0$ の値は既設覆工の初期地圧の影響（$-W(t_i)\,\sigma^1_{jk}(P)\,n_k$）を受けるので，まず，新設覆工内の応力分布に与える既設覆工の初期地圧の影響を明らかにしておく必要がある。

まず，既設覆工の初期地圧を表わす式(4.1)を変形して，$W(t_i)=p_j(P,t_i)/p_{0j}(P)$ とすれば，W は p と p_0 の比となり，0ないし1の範囲内の値をとる（2.4.2参照）。すなわち，W は既設覆工の初期地圧の指標となるわけである。そこで，W が変化した場合の新設覆工の内縁及び外縁における接線方向の垂直応力 σ_θ を算出し，その分布を示せば図－4.5のようになる。ここに，$W=0$ というのは，既設覆工に初期地圧が作用していない場合，または，既設トンネルが素掘の場合に相当する。また，$W=1$ の場合は，既設トンネル掘削時に解放された応力



図－4.5　覆工の応力分布に及ぼすパラメータWの影響



図－4.6　覆工地圧に及ぼすパラメータWの影響

と同じ応力が既設覆工に初期地圧として作用する場合をいう。この場合には，新トンネル掘削時に解放される応力は既設トンネルの影響を受けず，したがって，$W=1$ の場合の計算結果は，単一トンネルの場合のそれに一致する。図－4.5から，Wの値が小さいほど σ_θ の最大値は大となることがわかる。これは，新設覆工の地圧を表わす図－4.6から明らかなように，Wは地圧の分布形状に影響を与えるので，Wの値が小さくなると側壁の地圧が小となり，上部および下部の地圧が大となることから，曲げによって覆工応力が増加したことによると思われる。

Wの値は，式(2.7)から明らかなように，既設トンネルの覆工施工時期 t_0 の値が大なるほど，また，クリープ関数が対数関数 $\phi(t)=a+b\cdot l_n(1+t)$ で表わされる場合には，b/a の値が小なるほど，小さくなる（第2章参照）。

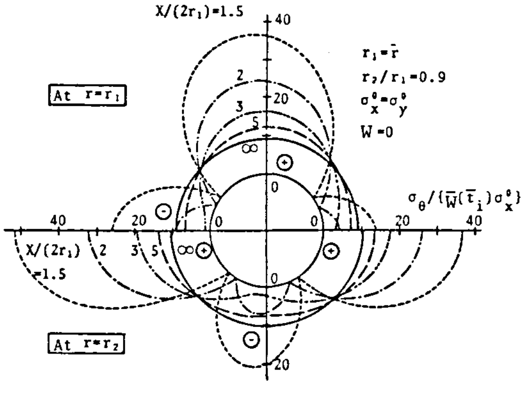
4.5.2. 両トンネルの離隔距離及び半径の比の影響

図－4.7は，既設覆工に地圧が作用していない場合について，新設覆工の応力分布に与える離隔距離の影響を示したものである。この図によれば，両トンネルが接近するにしたがって，上部および下部の外縁及び側壁内縁の圧縮応力が卓越し，後者は，既設トンネルに近い側壁の内縁で著しい。また，ある程度両トンネルが接近すると，上部および下部の内縁及び側壁外縁に引張応力を生じる。

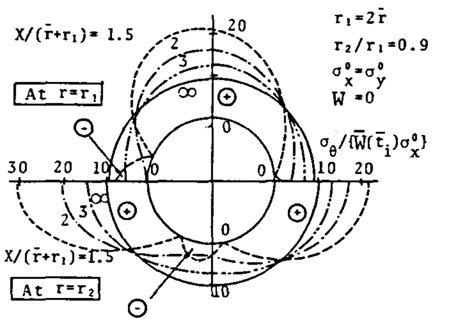
図－4.8の(A)，(B)は，新設及び既設トンネルの半径の比 $r_1/\bar{r}$ が，それぞれ2.0と0.5の場合について，覆工応力を示したものである。これから，両トンネルの中心間距離Xをトンネル半径の和（$\bar{r}+r_1$）で除した値 $X/(\bar{r}+r_1)$ が同一であっても，既設トンネルに比べて新設トンネルの半径が小さい場合(B)において，最大応力が大となることがわかる。

4.5.3 トンネルの相互位置の影響

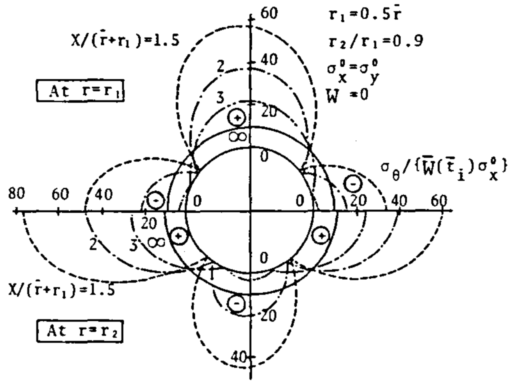
図－4.9は，$\sigma_y^0=2\sigma_x^0$ なる初期応力状態の地山内に，二つのトンネルを図(A)のように最大主応力



図－4.7　覆工の応力分布に及ぼすトンネル中心間隔の影響



(A)



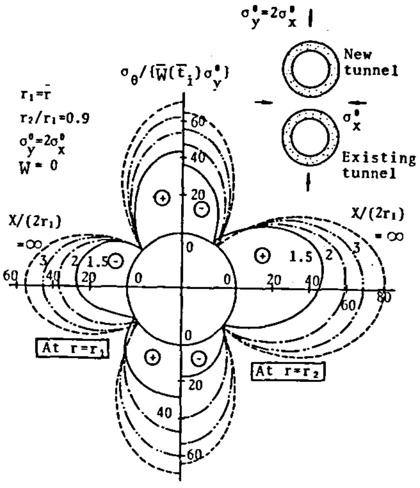
(B)

図－4.8　新設トンネルと既設トンネルの半径の比 $r_1/\bar{r}$ が 2.0 (A) と 0.5 (B) において，覆工の応力分布に及ぼすトンネル中心間隔の影響

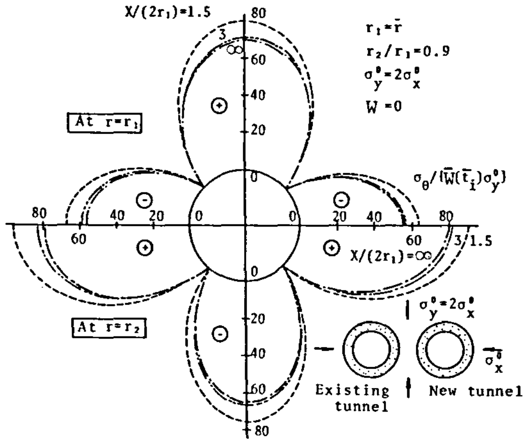
方向，及び図(B)のように最小主応力方向に配置した場合について，覆工応力を示したものである。これらから，(A)の場合には，両トンネルが接近するにしたがって，覆工応力が減少するが，(B)の場合には，逆に増大するという興味ある結果が得られる。このことより，トンネルを最大主応力方向に配置するのが，新設覆工にとっては有利となることがわかる。しかし，この場合，既設覆工は不利となる（5.5.1 (c)）ので新トンネルの位置は両トンネルの覆工の安全性を考慮して決定しなければならない。

4.5.4　新設覆工に被害を生じない安全な離隔距離

図－4.10 は，等大円形トンネルにおいて，新設覆



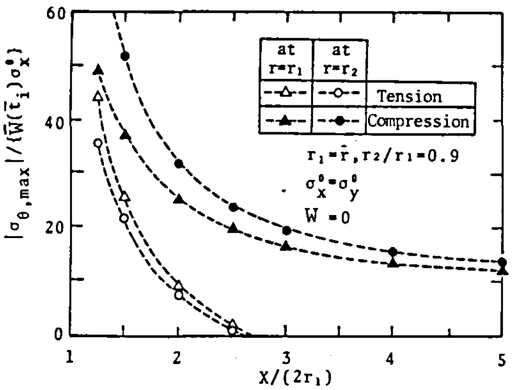
(A)



(B)

図－4.9　トンネルを最大主応力方向(A)及び最小主応力方向(B)に配置した場合において，覆工の応力分布に及ぼすトンネル中心間隔の影響

工の内・外縁に生じる最大圧縮応力及び最大引張応力に，離隔距離が与える影響を示したものである。これから，トンネル中心間隔とトンネル直径の比 $X/(2r_1)$ が 3 以下となると，圧縮応力が急増し，また 2.6 以下となると引張応力の生じることがわかる。また，図－4.11 は，$r_1/\bar{r}$ が 2.0 (A) 及び 0.5 (B)の場合について，覆工の最大圧縮応力及び最大引張応力に与える離隔距離の影響を示したものである。



図－4.10　等大トンネルにおいて，覆工に生じる最大応力とトンネル中心間隔の関係

以上より，新設覆工の強度，地山の初期応力，クリープ関数，及び両トンネルの覆工施工時期がわかれば，新設覆工に被害が生じない安全な離隔距離を，図－4.10及び図－4.11のような図から求めることができる。

4.6　結　　言

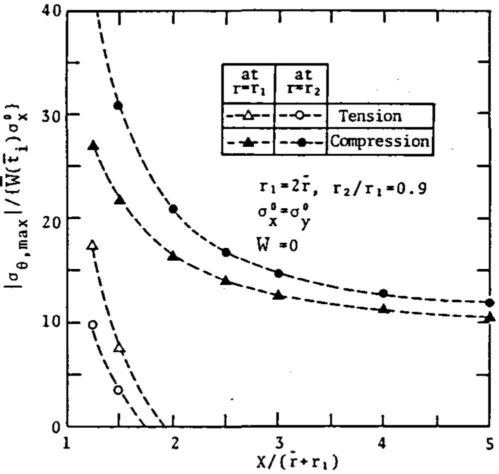
本章は，任意形状の既設トンネルに近接して任意形状の新トンネルを施工する場合について，両トンネルの施工過程を考慮し，新設覆工の地圧を積分方程式法により理論的に求めたものである。また，この結果を模型実験により検証したのち，地圧をフーリェ級数に展開することより，新設覆工の応力を求め，種々考察を加えた。以上より得られた成果の大要は，以下のごとくである。

（1）　新設覆工の地圧は，新トンネルの掘削時に解放される応力 $\overline{p}_0$ と時間パラメータ $\overline{W}$ の積として，式(4.15)で与えられる。

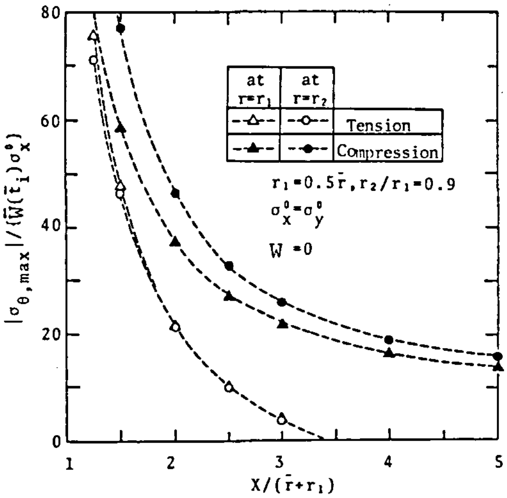
（2）　新トンネルの掘削以前における既設覆工の地圧が，既設トンネルの掘削時に解放された応力より小なるほど，新設覆工の地圧は既設トンネルの影響を強く受ける。

（3）　覆工地圧は，他の条件が同一ならば，地山の初期応力に比例する。

（4）　等方初期応力状態の地山に，等大の円形トンネルを施工する場合，覆工の厚さとポアソン比が，それぞれトンネル直径の5％と0.15の場合を例に



(A)



(B)

図－4.11　新設トンネルと既設トンネルの半径の比 $r_1/\bar{r}$ が2.0(A)と0.5(B)の場合において，覆工に生じる最大応力とトンネル中心間隔の関係

とれば，a)両トンネルが接近するにしたがって，また，既設覆工地圧が小なるほど，新設覆工の最大応力は大となる。b)トンネル中心間隔とトンネル直径の比が3以下となると，覆工の圧縮応力が急増し，2.6以下となると，引張応力が生じる。

（5）　等大の円形トンネルを最小主応力の方向に

配置するよりも，最大主応力の方向に配置する方が新設覆工にとって有利となる。しかし，最大主応力の方向に配置する場合，既設覆工は不利となる。

（6） トンネル中心間隔が一定の円形トンネルにおいて，既設トンネルの半径が新設トンネルの半径に比べて大なるほど，新設覆工応力は既設トンネルの影響を強く受ける。

（7） 新設の円形覆工に被害が生じない安全な離隔距離は，本章で得られた図－4.10及び図－4.11のような図により，容易に求めることができる。

参考文献

1) Ito, T. and M. Hisatake : Effects of Existing Tunnel on the Stress Distribution of New Tunnel Lining, Proc. Int. Symp. on Weak Rock, ISRM, Theme 3, Vol. 2, pp. 801～806, Tokyo, 1981.

2) 土木学会：トンネル標準示方書（シールド編）・同解説，pp. 45，1977.

3) 伊藤冨雄・久武勝保：粘弾性地山内の任意形状トンネル覆工に作用する地圧，土木学会論文報告集，第307号，pp. 51～57，1981.

4) 伊藤冨雄・久武勝保：既設トンネルに近接して建設される新トンネルの覆工土圧について，土木学会第31回年次学術講演会講演概要集，第3部，pp. 338～339，1976.

5) 伊藤冨雄・久武勝保：トンネル覆工に作用する土圧について，第22回土質工学シンポジウム論文集，pp. 37～44，1977.

6) Ralston, A. and H.S. Wilf : Mathematical Methods for Digital Computers, John Wiley & Sons，久武雅夫監訳，電子計算機のための数学的手法，鹿島出版会，pp. 241～244，1972.

7) 森口繁一：2次元弾性論，岩波書店，pp. 41～46，1957.

第5章　NATMの合理的設計・施工に関する研究[1)]

5.1　緒　言

近年，トンネルで用いられる鋼製支保工は，地山を一時的に支える仮設構造物としてよりも，永久構造物として考えられるようになってきた[2),3)]。また，膨張性の著しいトンネルでは，新オーストリア式トンネル工法（NATM）に見られるように，トンネル掘削後早期に吹付コンクリートが施工されることが多く，その効果は多くの工事現場で確認されている[4)]。このように，1次覆工の役割や施工法が従来と相当異なって来たことから，その地山支持効果を定量的に把握することは，1次覆工の適切な施工，ならびに2次覆工の巻厚を合理的に決定する上で，非常に重要である。

しかし，支保工や吹付コンクリートは一般に切端に近接して施工されるため，これらに作用する地圧の解析では，切端周辺の三次元的な変位特性やトンネル掘進速度を考慮する必要があり[5),6)]，また，吹付コンクリートの力学特性が時間的に変化するという複雑な解析条件に起因して，これらの条件を考慮した覆工の解析は，現在行われていない。

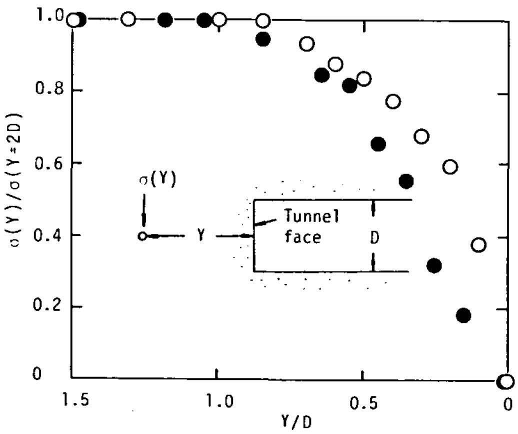
そこで，本章では，粘弾性地山内のトンネルに吹付コンクリートと鋼製支保工から成る1次覆工を施工する場合について，この地圧・応力・変位を上記諸条件を考慮して解析し，また，現場実測結果と本解析結果とを比較することより，本解析手法の妥当性を検証する。ついで，掘進速度，支保工の建込間隔その他，NATMに関する重要な施工条件に対して，理論的に指針を与えることにした。

5.2　掘進速度を考慮した素掘トンネルの内面変位

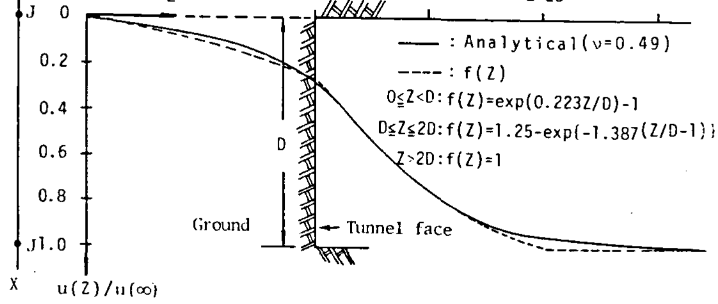
1次覆工に作用する地圧を求めるには，まず素掘トンネルの内面変位を明らかにしておく必要がある。そこで，以下本節では，切端の位置及び掘進速度を考慮して，粘弾性地山での上記変位を求める。

5.2.1　切端周辺の変位特性

図－5.1は模型実験において，トンネル中心前方の地山内に設置した土圧計と切端との距離Y，トンネルの直径D及び上記土圧計の鉛直土圧σの関係を2回求め，その結果を図示したものである[7)]。また，図－5.2の実線は，等方初期応力pの作用する弾性的地山内に円形トンネルを掘削した場合について，解析的に求めたトンネル境界及び仮想トンネル境界の半径方向変位uを，平面歪状態の成立するトンネル境界の半径方向変位で無次元化し，その結果を示し



図－5.1　切端の接近による地圧の変化



図－5.2　切端周辺の変位特性

たものである[8]。これらの結果より，切端の前後トンネルの直径Dにほぼ等しい区間を3次元変形領域とみなすことができ，また，無次元化された変位がポアソン比νによってあまり変化しない[5),8)]ことから，その変位を図－5.2に示す関数$f(z)$によって近似的に表わすことができる。ここに，zは，切端の前方距離Dの位置に原点を有し，坑口に向かう座標とする。

この$f(z)$を用いれば，粘弾性地山内に円形トンネルを瞬間的に掘削した後の変位uは，次式で与えられる。

$$u(z)=\alpha_0\,\phi(t)\,f(z) \quad\cdots\cdots(5.1)$$

ここに，$\alpha_0=Dp/4$である。

5.2.2 掘進速度を考慮した変位

トンネルは速度V_1で掘進され，図－5.2に示すz座標の原点が切端とともに移動する場合を想定し，図－5.2における$X-X$断面の仮想トンネル境界上の点Jの変位に注目する。$X-X$断面にz座標の原点が到達するまではJ点に変位は生じないが，原点が$X-X$断面に達したのち，微小距離Δzだけ切端が前進したとすれば，その直後のJ点の変位は式(5.1)から次のように表わされる。

$$u(z=\Delta z,\ t=0)=\alpha_0\phi(0)\{f(\Delta z)-f(0)\}$$

ここに，tは座標原点が$X-X$断面を離れた瞬間からの時間である。このような状態が時間Δt続くと，変位は

$$u(\Delta z,\ \Delta t)=\alpha_0\phi(\Delta t)\{f(\Delta z)-f(0)\}$$

となり，さらに切端がΔz前進すれば，その直後の変位は次のようになる。

$$u(2\Delta z,\ \Delta t)=\alpha_0\left[\phi(\Delta t)\{f(\Delta z)-f(0)\}+\phi(0)\{f(2\Delta z)-f(\Delta z)\}\right]$$

このようにして，切端が$n\Delta z$だけ前進し，時間が$(n-1)\Delta t$経過した時の変位は，次式のように表わすことができる。

$$\begin{aligned}u\{n\Delta z,(n-1)\Delta t\}&=\alpha_0\left[\phi\{(n-1)\Delta t\}\{f(\Delta z)-f(0)\}\right.\\&+\phi\{(n-2)\Delta t\}\{f(2\Delta z)-f(\Delta z)\}+\cdots\\&\left.+\phi(0)\{f(n\Delta z)-f((n-1)\Delta z)\}\right]\end{aligned}$$

ところが，掘進速度V_1は$V_1=\Delta z/\Delta t$であるから，$\Delta z=V_1\Delta t$を上式に代入し$\Delta t\to 0$とすれば，上式は次のように積分表示される。

$$u(t)=\alpha_0\int_0^t\phi(t-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}f(V_1\tau)\,d\tau \cdots(5.2)$$

要するに，地山のクリープ関数，初期応力，トンネルの直径及び掘進速度がわかれば，素掘トンネル内面の経時変位は，式(5.2)によって求められるのである。

5.3 1次覆工の解析

本節では，等方初期応力pの作用する粘弾性地山内に円形トンネルを速度V_1で掘削し，支保工と吹付コンクリートを切端から距離$\overline{L}$だけ離れて施工する場合について，それらに作用する地圧，軸応力及び変位の経時変化を求める。なお，支保工や吹付コンクリートの厚さは，トンネルの直径に比較して一般に十分小であるから，それらは軸力のみで地圧に抵抗するものとし，また，トンネル軸方向の地山の変位は無視する[6]。

5.3.1 支保工降伏以前の解析

支保工と吹付コンクリートをほぼ同時に施工すれば，地圧によるこれらのトンネル半径方向の変位u^s，u^cは近似的に等しいと考えられるので，

$$u^s(t_i)=u^c(t_i) \quad\cdots\cdots(5.3)$$

ここに，t_iは1次覆工施工後の時間である。また，p_s，p_cをそれぞれ支保工，吹付コンクリートの分担する地圧とすれば，t_iをm個に分割することより，変位u^s，u^cは次式のように表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned}&u^s(t_{m+1})=B_1p_s(t_{m+1}),\\&B_1=a_0^2L/(AE_e)\\&u^c(t_{m+1})=\frac{a_0^2}{h_0}\sum_{j=1}^{m}\frac{p_c(t_{j+1})-p_c(t_j)}{E_c(t_j)}\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots(5.4)$$

ここに，a_0，L，A，E_e，h_0，E_cはそれぞれトンネル半径，支保工の建込間隔，支保工の断面積，支保工の弾性係数，吹付コンクリートの厚さ及び吹付コンクリートの接線弾性係数である。支保工と吹付

コンクリートから地山に作用する応力$\widetilde{p}$は，これらの地圧の和であることより，

$$\widetilde{p}(t_{m+1})=p_s(t_{m+1})+p_c(t_{m+1}) \cdots\cdots (5.5)$$

そこで，式(5.4)を式(5.3)に代入し，$p_c(t_{m+1})$について解いたのち，それを式(5.5)に代入すれば，

$$p_s(t_{m+1})=Z_1(t_m)\widetilde{p}(t_{m+1})+Z_2(t_m) \cdots (5.6)$$

ここに，

$$Z_1(t_m)=\frac{1}{1+h_0LE_c(t_m)/(AE_e)},$$

$$Z_2(t_m)=Z_1(t_m)\Big\{E_c(t_m)\sum_{j=1}^{m-1}\cdot\frac{p_c(t_{j+1})-p_c(t_j)}{E_c(t_j)}-p_c(t_m)\Big\}$$

一方，支保工の変位に関する境界条件は，次のように表わすことができる[9]。

$$u^s(t_{m+1})=\Delta u(t_{m+1})-\frac{a_0}{2}\int_{t_1=0}^{t_{m+1}}\cdot\phi(t_{m+1}-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\widetilde{p}(\tau)\,d\tau \cdots\cdots (5.7)$$

ここに，Δuは，もし1次覆工を施工しなければ，$t_0=(D+\overline{L})/V_1$以後に生じる変位であり，式(5.2)より次式のごとく求められる。

$$\Delta u(t_{m+1})=\alpha_0\int_0^{t_0+t_{m+1}}\phi(t_0+t_{m+1}-\tau)\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}f(V_1\tau)\,d\tau-\alpha_0\int_0^{t_0}\phi(t_0-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}f(V_1\tau)\,d\tau$$

そこで，式(5.6)のp_sを式(5.4)の第1式に代入してu^sを求め，それを式(5.7)に代入すれば，次のように$\widetilde{p}(t_{m+1})$のみを未知関数とするボルテラ型の積分方程式が得られる。

$$B_1\{Z_1(t_{m+1})\widetilde{p}(t_{m+1})+Z_2(t_m)\}=\Delta u(t_{m+1})-\frac{a_0}{2}\int_{t_1}^{t_{m+1}}\phi(t_{m+1}-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\widetilde{p}(\tau)\,d\tau \cdots\cdots (5.8)$$

ところが，上式の積分は，時間間隔$\Delta t_j=t_j-t_{j-1}$が十分小ならば，次のように表わすことができる[9]。

$$\int_{t_1}^{t_{m+1}}\phi(t_{m+1}-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\widetilde{p}(\tau)\,d\tau$$
$$=\phi(0)\widetilde{p}(t_{m+1})-\phi(t_{m+1})\widetilde{p}(0)-\int_{t_1}^{t_{m+1}}\widetilde{p}(\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\phi(t_{m+1}-\tau)\,d\tau$$
$$\fallingdotseq\phi(0)\widetilde{p}(t_{m+1})-\phi(t_{m+1})\widetilde{p}(0)-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\{\widetilde{p}(t_{j+1})+\widetilde{p}(t_j)\}\cdot\{\phi(t_{m+1}-t_{j+1})-\phi(t_{m+1}-t_j)\}$$

したがって，これを式(5.8)に代入すれば，$\widetilde{p}$を次式のように順次求めることができる。

$$\widetilde{p}(t_{m+1})=\frac{\Delta u(t_{m+1})+M_1(t_m)+K_1(t_{m+1})}{M_2(t_m)+K_2(t_{m+1})} \cdots\cdots (5.9)$$

ここに，

$$M_1(t_m)=-B_1Z_2(t_m),$$

$$M_2(t_m)=B_1Z_1(t_m),$$

$$K_1(t_{m+1})=0.25\,a_0\Big[\{\phi(0)-\phi(t_{m+1}-t_m)\}\cdot\widetilde{p}(t_m)+\sum_{j=1}^{m-1}\{\widetilde{p}(t_{j+1})+\widetilde{p}(t_j)\}\cdot\{\phi(t_{m+1}-t_{j+1})-\phi(t_{m+1}-t_j)\}\Big],$$

$$K_2(t_{m+1})=0.25\,a_0\{\phi(0)+\phi(t_{m+1}-t_m)\}.$$

上のようにして$\widetilde{p}(t_{m+1})$が求められれば，これを式(5.6)に代入することより$p_s(t_{m+1})$が得られ，また，$p_s(t_{m+1})$と$\widetilde{p}(t_{m+1})$を式(5.5)に代入すれば$p_c(t_{m+1})$が求められる。さらに，変位も式(5.4)から求めることができる。

つぎに，$p_s(t_{m+1})$，$p_c(t_{m+1})$が求められると，支保工と吹付コンクリートの軸応力σ_{ns}，σ_{nc}は，地圧と軸力との釣り合い関係から，次のように求められる。

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{ns}(t_{m+1})&=\frac{a_0L}{A}\,p_s(t_{m+1}),\\ \sigma_{nc}(t_{m+1})&=\frac{a_0}{h_0}\,p_c(t_{m+1})\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (5.10)$$

5.3.2 支保工降伏後の解析

支保工は弾塑性体とし，その降伏応力，降伏時の地圧，降伏後の弾性係数をそれぞれσ_{ys}，$\overline{p}_s$，E_pとすれば，支保工の降伏後の変位は，式(5.4)と式

(5.10) の第1式を考慮すれば，次のように計算される。

$$
\left.\begin{aligned}
&u^s(t_{m+1})=\frac{a_0^2L}{AE_e}\overline{p}_s+\frac{a_0^2L}{AE_p}\{p_s(t_{m+1})\\
&\quad-\overline{p}_s\}=B_2\,p_s(t_{m+1})+B_3\\
&\text{ここに,}\\
&B_2=a_0^2L/(AE_p),\\
&B_3=a_0\sigma_{ys}(E_p-E_e)/(E_eE_p)
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(5.11)
$$

また，この場合にも，5.3.1 のときと同様にして，次式のように $\widetilde{p}$ を求めることができる。

$$
\left.\begin{aligned}
&\widetilde{p}(t_{m+1})=\frac{\Delta u(t_{m+1})+M_4(t_m)+K_1(t_{m+1})}{M_3(t_m)+K_2(t_{m+1})}\\
&\text{ここに,}\\
&M_3(t_m)=\frac{B_2}{1+h_0B_2E_c(t_m)/a_0^2},\\
&M_4(t_m)=-B_3+M_3(t_m)\Big[E_c(t_m)\Big\{h_0B_3/a_0^2\\
&\quad-\sum_{j=1}^{m-1}\frac{p_c(t_{j+1})+p_c(t_j)}{E_c(t_j)}\Big\}+p_c(t_m)\Big]
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(5.12)
$$

さらに，支保工と吹付コンクリートの分担する地圧，及び支保工の変位は

$$
\begin{aligned}
&p_s(t_{m+1})=\big[M_3(t_m)\,\widetilde{p}(t_{m+1})\\
&\quad-\{M_4(t_m)+B_3\}\big]/B_2,\\
&p_c(t_{m+1})=\widetilde{p}(t_{m+1})-p_s(t_{m+1}),\\
&u^s(t_{m+1})=B_2\,p_s(t_{m+1})+B_3
\end{aligned}
$$

となり，軸応力は式 (5.10) から計算される。

5.4 吹付コンクリートの圧縮強度と弾性係数

従来の経験によると，トンネル内で用いられる吹付コンクリートの 28日圧縮強度は，多くの場合，次の範囲内にある[10]。

$$\sigma_c(t=28\text{日})=15\sim20\ \text{MN/m}^2\ \cdots\cdots(5.13)$$

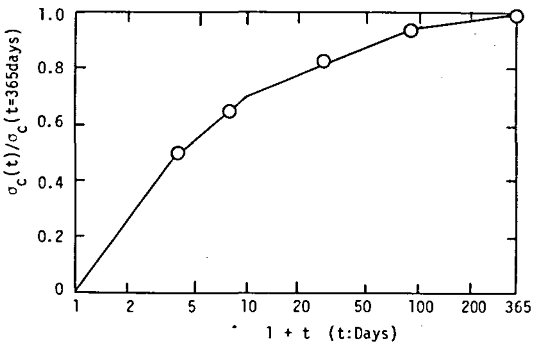
しかし，後述の計算のためには，吹付コンクリートの施工直後からの経時的な圧縮強度を求めておかなければならない。そこで，早強ポルトランドセメントの経時圧縮強度比を調べると，それは図－5.3 に示すとおりであると認められる[11]。したがって，これを採用し，かつ式 (5.13) を参考にして $\sigma_c(t=28\text{日})=18\ \text{MN/m}^2$ とすれば，吹付コンクリートの経時圧縮強度は次式で与えられる。

$$\sigma_c(t)=18\{C_1+C_2\,l_n(1+t)\}\ \text{MN/m}^2,\quad (t:\text{日})\ \cdots\cdots(5.14)$$

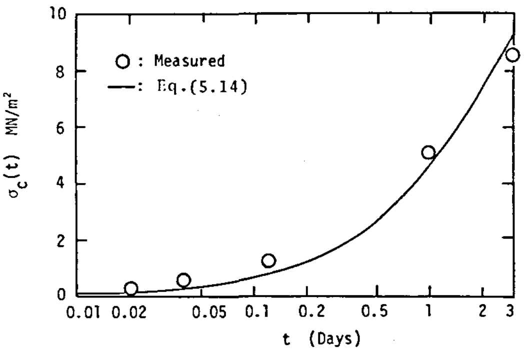
ただし，上式の係数 C_1，C_2 は表－5.1 に示すとおりである。なお，図－5.4 は，液状の早強剤を混入した吹付コンクリートの経時圧縮強度の実測値[4]と，式 (5.14) の曲線とを対比したものであるが，これから，式 (5.14) は十分使用に耐えるものと思われる。

表－5.1 式 (5.14) の係数

t:Days	C_1	C_2
0≦1+t≦4	0	0.442
4<1+t≦10	0.245	0.266
10<1+t≦100	0.552	0.133
100<1+t	0.947	0.047



図－5.3 早強ポルトランドセメントの経時圧縮強度比



図－5.4 吹付コンクリートの経時圧縮強度の実測値と式 (5.14) の比較

次に，吹付コンクリートの接線弾性係数 E_c も強度とともに変化する。これについては，坂の求めた次の式[12]を採用する。

$$E_c=\left\{1-0.0384\frac{\sigma_{nc}}{\sqrt{\sigma_c}}\right\}^2\frac{\sqrt{\sigma_c}}{\beta_0}\quad(\mathrm{kg\,f/cm^2})$$
$$\beta_0=7.44\times10^{-5}\times0.402^x\ ,$$
x：水セメント比

$$\cdots\cdots(5.15)$$

また，本解析では，吹付コンクリートの軸応力が式(5.14)の圧縮強度に達すれば，それは降伏するものとみなすこととし，それ以後の E_c は式(5.15)の1%と考える。

5.5 本解析手法の工事現場への適用

以下本節では，膨張性の著しい新登川トンネルでの実測結果[13]と，上記の手法による解析結果を比較しつつ，1次覆工の効果について考察を加える[14]。

5.5.1 地山の力学定数の推定

本トンネルは蛇紋岩地帯に建設されたが，当初から非常に大なる地圧が予想されたので，トンネルの建設に先立って，その上部に土かぶり $h=70$ m の試験坑が掘削された。この試験坑は直径3mの真円で，その中で深度別の地山変位が測定され，その経時変化は図―5.5に示すとおりであった。図において，r は試験坑の中心から測点までの距離を示す。

さて，地山の初期応力は一般に等方的ではないが，地中の深い所ではその状態に近づき，かつ，鉛直応力は土かぶり圧 γh（γ は地山の単位重量である。）にほぼ等しい[15]と考えられるので，当トンネルの初期応力は等方圧力状態であり，かつ，その圧力は γh であると仮定する。そうすれば，トンネルの掘削によって生じる半径方向の変位は，トンネルの円周方向の位置に関係せず，次式で与えられる[16]。

$$u(t)=a_0^2\gamma h\phi(t)/(2r)$$

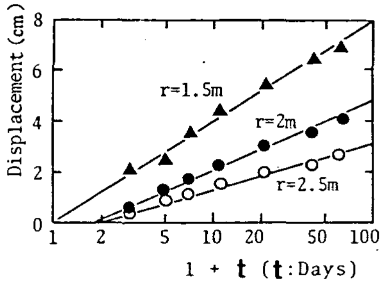
上式中のクリープ関数 $\phi(t)$ は，図―5.5で示される変位が対数関数で近似されるので，$\phi(t)=a+b\,l_n(1+t)$，(t：日）で与えられることがわかる[17]。また，図―5.5に示す変位には，試験坑の掘削から変位測定開始時刻 t_A までの変位が含まれていないので，これは次式のように t_A までの変位を差し引いたものとして取り扱うことにする。

$$\Delta u(t)=u(t)-u(t_A)$$
$$=a_0^2b\gamma h\{l_n(1+t)-l_n(1+t_A)\}/(2r)$$

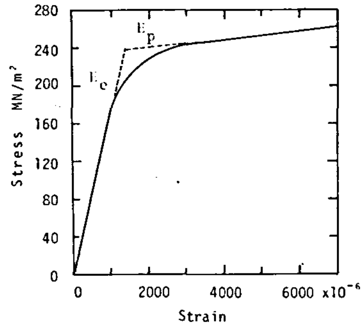
次に，図―5.5に示す直線の勾配 m は，上式の $a_0^2b\gamma h/(2r)$ に対応するので，$r=150$ cm，200 cm，250 cm とおき，定数 $1/b$ の平均値を求めると，$1/b=80$ MN/m² となる。しかし，弾性的特性にかかわる定数 a については，図―5.5から何の情報も得られない。しかし，定数 $1/a$ と $1/b$ の間には，図―2.6に示すように，相関関係が認められるので，この新登川トンネルの地山の $1/a$ の値を80 MN/m² と推定した。

5.5.2 施工及び解析条件

本トンネルの直径は7.6m，測定断面 $\overline{S}_1$ と $\overline{S}_2$ で用いられた支保工はそれぞれモルタル入8インチ鋼管とH型鋼であり，これら支保工の間隔はそれぞれ0.7m，0.5mである。支保工の応力～ひずみ関係は図―5.6のように曲線をなすが，これを図中の



図―5.5 深度別経時変位



図―5.6 支保工の応力～ひずみ関係

2本の直線で近似し，弾塑性体と仮定する。支保工の降伏ひずみ ε_y は，鋼管とH型鋼でそれぞれ0.0013，0.0012，吹付コンクリートの水セメント比 x と吹付厚 h_0 はそれぞれ0.4，25cm，掘進速度 V_1 は約1.5m／日である。

本トンネルではベンチ式が採用され，上半掘削後ただちに上半支保工が建込まれ，下半掘削後に全断面が閉合される。しかし，下半掘削と同時に上半の地圧が解放されるので，本解析における支保工施工時期は全断面閉合時と考える。切端と全断面閉合位置との距離 $\bar{L}$ は 10～15 m であるから，解析ではこの平均値 12.5 m を採用する。

なお，表－5.2は断面 $\bar{S}_1$，$\bar{S}_2$ で用いられた1次覆工の材料定数及び施工条件をまとめて示したものである。

表－5.2　測定断面 $\bar{S}_1$，$\bar{S}_2$ で用いられた1次覆工の材料定数，施工条件及び地山定数

	$\bar{S}_1$	$\bar{S}_2$
A　cm^2	105.94	40.14
$E_e/10^3 MN/m^2$	206	206
$E_p/10^3 MN/m^2$	3.04	1.86
ε_y	0.0013	0.0012
$\bar{L}$　m	12.5	12.5
L　m	0.7	0.5
V_1　m/day	1.5	1.5
D　m	7.6	7.6
h　m	350	300
γ　kN/m^3	22.54	22.54
P　MN/m^2	7.88	6.76
1/a　MN/m^2	80	80
1/b　MN/m^2	80	80
h_0　m	0.25	0.25
x	0.4	0.4

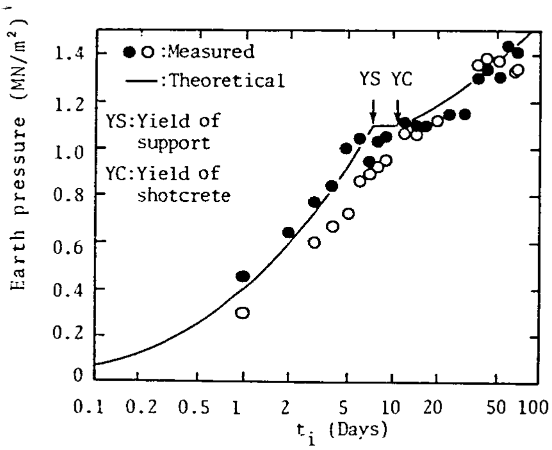
5.5.3　解析結果と考察

a）地圧の経時変化

図－5.7は，断面 $\bar{S}_1$ における実測地圧と解析地圧の経時変化を対比して示したものであり，実測地圧の急折点と解析より求めた支保工降伏点とはよく一致していることがわかる。支保工が降伏する時のこれの地圧 $\bar{p}_s$ は，式(5.10)の第1式から

$$\bar{p}_s = A\,\sigma_{ys}/(a_0 L) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5.16)$$

と表わされるので，$\bar{p}_s$ は支保工の降伏応力 σ_{ys}，断面積 A，建込間隔 L 及びトンネル半径 a_0 により決定されることがわかる。次に，支保工が降伏すると，実測及び解析の地圧はしばらくの間ほとんど増加しないが，吹付コンクリートが降伏したのち，再び増加している。この現象を，解析による支保工と吹付コンクリートの軸応力の挙動から見たものが図－5.8である。これから，支保工が降伏すると，これの軸応力は増加しないが，吹付コンクリートの軸応力は急増し，次に，吹付コンクリートが降伏すると，これの軸応力の増加率は急に減少するが，他方，支保工の軸応力が再び増加することがわかる。すなわち，支保工と吹付コンクリートは，互いに影響を与えながら地圧に抵抗するといえる。



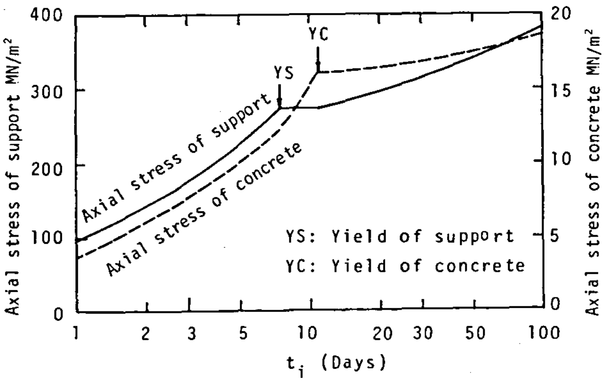
図－5.7　鋼管支保工の実測地圧と解析地圧の比較

図－5.9は，断面 $\bar{S}_2$ で用いられたH型支保工の実測及び解析の地圧を示したものである。これから，H型支保工の降伏地圧 $\bar{p}_s$ は，鋼管支保工に比べて，実測，解析ともにかなり小となっていることがわかる。これは，H型支保工では鋼管支保工に比べて，支保工の間隔 L は狭いが断面積 A と降伏応力 $\sigma_{ys} = E_e \times \varepsilon_y$ が小であるので，式(5.16)にこれらの値を入れることから $\bar{p}_s$ の値が小となることが容易に理解できる。

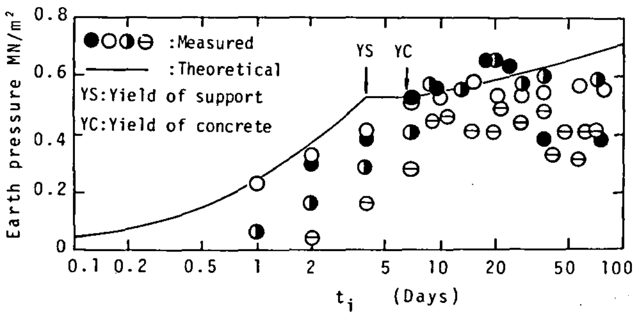
b）トンネル内面の変位特性

図－5.10は，断面 $\bar{S}_1$ において，掘進速度 V_1 のみを変化させた場合について，素掘トンネル内面の経時変位を示したものである。ただし，時間 t は切端通過後の時間である。これから，V_1 が早いほど同時刻でのトンネル内面変位は多く生じ，また，これは t の初期において著しいことがわかる。したがって，他の条件を同一にして1次覆工を施工しても，掘進速度によって1次覆工の変位が異なることが容易に理解できる。

図－5.11は，絶対値の比較はできないが，鋼管支保工閉合後の天端及びアーチ脚部の実測沈下の和と解析変位 u^s とを対比して示したものである。解析変位が支保工と吹付コンクリートの両方の降伏後に急増し，実測の変位急増時期と一致していることか



図－5.8　断面 $\overline{S}_1$ における吹付コンクリートと支保工の軸応力の解析結果



図－5.9　H型支保工の実測地圧と解析地圧の比較

ら，支保工の変位が急増する現象は，支保材料の降伏特性を考慮して説明することができると思われる。そして，支保工降伏時のこれの変位 $\overline{u}^s$ は，式(5.4)の第1式から

$$\overline{u}^s = a_0^2 L \overline{p}_s / (A E_e)$$

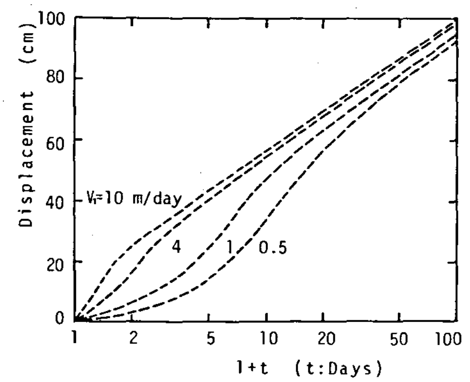
となるが，これの $\overline{p}_s$ に式(5.16)を代入すれば，

$$\overline{u}^s = a_0 \sigma_{ys} / E_e = a_0 \varepsilon_y$$

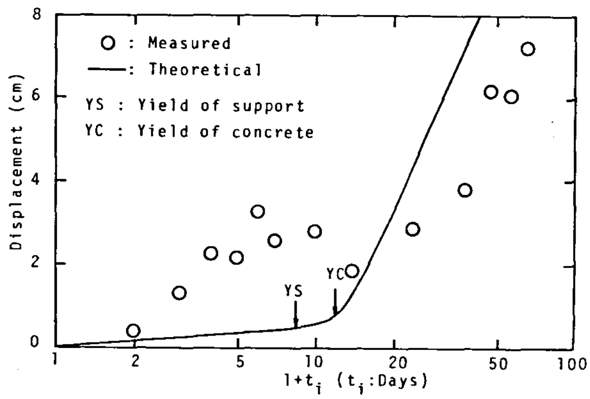
すなわち，同一材料の支保工では，トンネル半径 a_0 が大なるほど降伏時の変位も大となることがわかる。また，上式を利用すれば，現場計測変位から，支保工の降伏時期を推定したり，善後策をとることが可能である。

c) 吹付コンクリートの効果

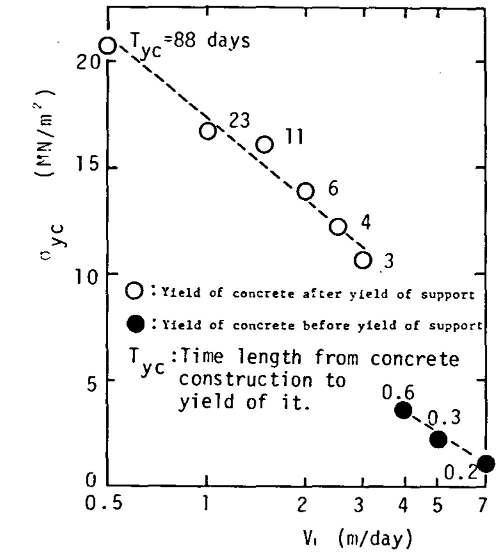
図－5.12は，$\overline{S}_1$断面のパラメータのうち，掘進速度 V_1 のみを変化させた場合について，解析的に求めた吹付コンクリートの降伏時の応力 σ_{yc} と降伏時期 T_{yc} を示したものである。これから，V_1 が小であれば降伏時期が遅くなるだけでなく，σ_{yc} も大となり，したがって吹付コンクリートの効果は大となるが，逆に，V_1 が非常に大であれば，吹付コンクリートは支保工よりも先に降伏し，この場合には，吹付コンクリートの効果はほとんど期待できないこ



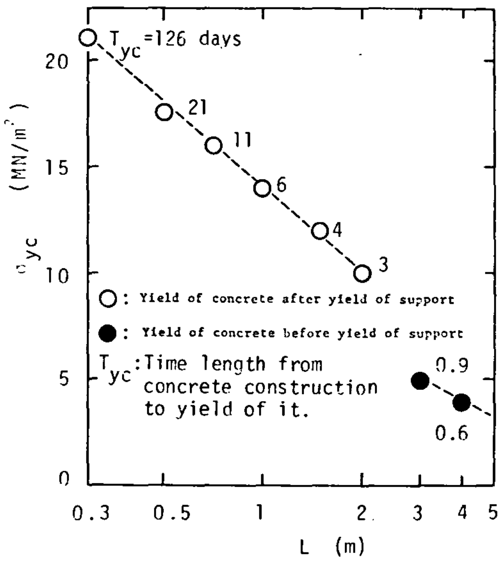
図－5.10　素掘トンネルの内面変位に及ぼすトンネル掘進速度 V_1 の影響



図－5.11　鋼管支保工の経時変位



図－5.12　吹付コンクリートの降伏応力 σ_{yc}，降伏時期 T_{yc} に及ぼすトンネル掘進速度 V_1 の影響



図－5.13　吹付コンクリートの降伏応力 σ_{yc}，降伏時期 T_{yc}に及ぼす支保工間隔 L の影響

とがわかる。さらに，図－5.13からわかるように，上記と類似の関係が支保工間隔Lに関しても見られることから，吹付コンクリートの効果は，その力学特性だけでなく，施工条件に大いに依存するといえる。

5.6　結　　言

本研究は，等方初期応力下の粘弾性地山内に円形トンネルを掘削した場合について，まず，切端の位置及び掘進速度を考慮して，鋼製支保工と吹付コンクリートからなる1次覆工の地圧・応力・変位を解析し，ついで，膨張性の著しいトンネルでの現場実測結果と本解析結果とを比較することより，本解析手法の妥当性を検証しつつ考察を加えたものである。

以上より，次のような成果が得られた。

（1） 素掘トンネルの経時変位から，地山のクリープ関数を推定することができる。

（2） 支保工の降伏時の地圧は，支保工の降伏応力，断面積，建込間隔及びトンネル半径により決定される。

（3） 素掘トンネルの内面変位は，掘進速度が早いほど多く生じ，また，これは切端通過後の初期において著しい。したがって，1次覆工の変位や地圧は，掘進速度の影響を受けると言える。

（4） 1次覆工施工後のある時期に変位が急増する現象は，覆工材料の降伏特性を考慮して説明することができ，また，変位の現場計測結果から，覆工の降伏時期を推定できる。

（5） 吹付コンクリートの効果は，その力学特性だけでなく，施工条件に依存する。

参考文献

1) Ito, T. and M. Hisatake : Analytical Study of NATM, Proc. 10 th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Vol.1, Section 2, pp.311～314, Stockholm, 1981.

2) 土木学会：トンネル標準示方書（山岳編）・同解説，pp.81～83，1977.

3) 山本　元・高木　薫：トンネルの支保工と覆工に関する研究，土木学会論文報告集，第114号，pp.34～55，1965.

4) 藤田圭一・松吉謙雄・加藤太重：膨張性地山のトンネル支保について，間組技術局研究年報，pp.29～32，1969.

5) Panet M. and P. Guellec : Contribution to the Problems of the Design of Tunnel Support Behind the Face, Proc. 3rd. Int. Cong. on Rock Mech., ISRM, Denver, Ⅱ−B, pp. 1163〜1168, 1974.
6) 桜井春輔：トンネル支保工に作用する土圧の経時的変化，第22回土質工学シンポジウム論文集，pp. 29〜36, 1977.
7) 伊藤冨雄・久武勝保：既設トンネルの覆工土圧に及ぼす新トンネルの影響，第13回土質工学研究発表会講演集，pp. 1317〜1320, 1978.
8) Ronken R.E. and J. Ghaboussi : Technical Report of Federal Railroad Administration, № FRA OR & D 7584, 1975.
9) 伊藤冨雄・久武勝保：粘弾性地山内の任意形状トンネル覆工に作用する地圧，土木学会論文報告集，第307号，pp. 51〜57, 1981.
10) 土木学会：コンクリート標準示方書解説，pp. 276, 1974.
11) 土木学会：土木工学ハンドブック，pp. 621, 1964.
12) 坂　静雄：鉄筋コンクリート学教程，産業図書，1952.
13) 足立貞彦・重松　治・水出康雄：紅葉山線・新登川トンネルの蛇紋岩区間の施工法と膨張土圧の測定結果について，第5回トンネル工学シンポジウム，pp. 51〜67, 1969.
14) 伊藤冨雄・久武勝保：切端の存在および掘進速度を考慮したトンネル支保工土圧，第14回土質工学研究発表会講演集，pp. 1501〜1504, 1979.
15) 鈴木　光・西松裕一・石嶋洋二：一次地圧の測定値とその粘弾性論的考察（第1報），日本鉱業会誌，Vol. 83, № 950, pp. 793〜799, 1967.
16) 桜井春輔：粘弾塑性地山内の円形トンネル覆工について，土木学会論文報告集，第181号，pp. 77〜90, 1970.
17) Ito T. and M. Hisatake : Surface Displacements Caused by Tunnel Driving in Anisotropic Viscoelastic Ground, Proc. 4th. Int. Cong. on Rock Mech., ISRM, Switzerland, Vol. 1, pp. 677〜684, 1979.

第6章　トンネル掘削によって生じる地表面沈下の境界要素法による三次元解析[1),2)]

6.1　緒　言

軟質な地山中にかぶりの浅いトンネルを掘削すれば，地表面が沈下するので，その沈下により既設構造物に被害を生じないように施工する必要がある。しかし，このような地表面の沈下は，施工条件，地質特性及びトンネルと地表面との幾何学的関係によって影響を受けるので，沈下の理論的予測は一般に困難であり，従来は，実験的に沈下特性を調べたり[3)]，実測沈下曲線が誤差曲線に似ていることから，沈下の生じる領域を誤差曲線から予測する[4)]，といった現象論的な手法が採用されている。しかし，こうした手法では，沈下領域の予測結果にかなりの相違を生じる[5)]のみでなく，沈下の絶対量は予測できない。

そこで，近年，二次元解析によって沈下を算定する試みが行われ[5)〜10)]，例えば，Barla と Ottaviani[8)]は，沈下に及ぼす地山の非線形性の影響を明らかにし，また，著者らは[9),10)]，地山の時間依存性及び地表面の傾斜がその沈下に与える影響を解明した。

しかし，トンネル切端の周辺は幾何学的に三次元の状態にある。したがって，切端が通過する以前に先行沈下を生じたり[11),12)]，切端のすぐ後方で吹付コンクリートなどを施工すれば，地表面沈下が減少し[12),13)]，さらに，その沈下はトンネル掘進速度の影響を受ける[4),5)]など，定性的にはよく知られた現象が発生する。これらの現象を定量的に解明するには，いうまでもなく，三次元解析が必要であるが，そのような解析は，現在まだ行われてはいない。

そこで，本章では，地山を弾性または粘弾性体とし，その中にトンネルを掘削した場合の地表面沈下について，境界要素法により三次元解析を行う手法を示し，かつ，沈下に及ぼす施工条件，地質特性及び幾何学的条件の影響について，考察を加えることにした。

6.2　境界要素法による三次元解析

境界要素法では，未知量が境界上にだけ存在するので，領域内部にも未知量が存在する有限要素法や差分法に比べ，未知数が非常に少なく，さらに，無限遠での境界条件を完全に満足できるという長所を有する。そこで，以下本章では，境界要素法により，地表面沈下の三次元解析を行うことにする。

6.2.1　弾性解析

三次元弾性体の領域 R 及び境界 S で連続して微分可能な二つの変位ベクトル u，U 及び応力テンソル σ_{js} に，Betti の定理を適用すれば，次式が得られる[14)]。

$$\int_R\left[U_{ij}(y,x)\frac{\partial\sigma_{js}(u)}{\partial x_s}-u_j(x)\frac{\partial\sigma_{js}(U)}{\partial x_s}\right]dR_x$$
$$=\int_S\left[U_{ij}(y,x)\,\sigma_{js}(u)\,n_s(x)-u_j(x)\,\sigma_{js}(U)\,n_s(x)\right]dS_x \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(6.1)$$

ここに，x，y は座標点，n は境界で外向きに立てた単位法線ベクトルである。さらに，U_{ij} に Kelvin の基本解を用いれば，y が境界上及び領域内部にある場合に対して，式(6.1)はそれぞれ次のように変形される[15)]。

$$\left.\begin{aligned}
&c_{ij}(y)\,u_j(y)+\int_S T_{ij}(y,x)\,u_j(x)\,dS_x=\int_S U_{ij}(y,x)\,p_j(x)\,dS_x,\quad (x,\ y\in S)\\
&u_i(y)=\int_S U_{ij}(y,x)\,p_j(x)\,dS_x-\int_S T_{ij}(y,x)\,u_j(x)\,dS_x,\quad (x\in S,\ y\in R)\\
&U_{ij}(y,x)=\frac{1}{16\pi G(1-\nu)}\left\{(3-4\nu)\,\delta_{ij}+\frac{(y_i-x_i)(y_j-x_j)}{r^2}\right\},\\
&T_{ij}(y,x)=\frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2}\left[(1-2\nu)\left\{n_i(x)\,\frac{y_j-x_j}{r}-n_j(x)\,\frac{y_i-x_i}{r}\right\}\right.
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(6.2)$$

$$+\left\{(1-2\nu)\delta_{ij}+3\frac{(y_i-x_i)(y_j-x_j)}{r^2}\right\}n_s(x)\frac{y_s-x_s}{r}\Bigg],$$

$$r=\sqrt{(y_i-x_i)(y_i-x_i)}$$

ここに，p，G，ν，δ_{ij} は，それぞれ応力ベクトル，せん断弾性定数，ポアソン比，クロネッカーのデルタである。また，c_{ij} は境界が滑らかな場合は $\delta_{ij}/2$，そうでない場合は，剛体運動を考慮することより決定される[16]。

次に，境界を N 個の要素に分割し，各要素上で p と u が一定であると仮定すれば，式(6.2)は次のように離散化することができ，

$$\left.\begin{aligned}
&c_{ij}(y_m)u_j(y_m)+\sum_{l=1}^{N}\Delta T_{ij}(y_m,x_l)u_j(x_l)\\
&\quad=\sum_{l=1}^{N}\Delta U_{ij}(y_m,x_l)p_j(x_l),\quad(y_m\in S)\\
&u_i(y_m)=\sum_{l=1}^{N}\Delta U_{ij}(y_m,x_l)p_j(x_l)\\
&\quad-\sum_{l=1}^{N}\Delta T_{ij}(y_m,x_l)u_j(x_l),\quad(y_m\in R)\\
&\Delta T_{ij}(y_m,x_l)=\int_{\Delta S_l}T_{ij}(y_m,x)\,dS_x,\\
&\Delta U_{ij}(y_m,x_l)=\int_{\Delta S_l}U_{ij}(y_m,x)\,dS_x\\
&\qquad\qquad(m=1\sim N)
\end{aligned}\right|\qquad\cdots\cdots(6.3)$$

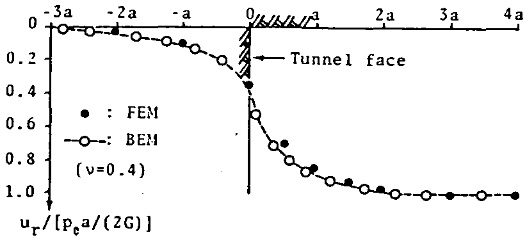
さらに，上式をマトリックス表示すれば，次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned}
&[\Delta T'(y,x)]\{u(x)\}\\
&\quad=[\Delta U(y,x)]\{p(x)\},\qquad(x,\ y\in S)\\
&\{u(y)\}=[\Delta U(y,x)]\{p(x)\}\\
&\quad-[\Delta T(y,x)]\{u(x)\},\ (x\in S,y\in R)
\end{aligned}\right|\qquad\cdots\cdots(6.4)$$

ここに，式(6.3)の x_l，ΔS_l は，要素 l の重心点の位置と面積を示す。

したがって，トンネルの境界で応力が解放され，地表面で外力が作用しないという境界条件を，式(6.4)の第1式に適用すれば，トンネルの掘削による地表面及びトンネル境界の変位が求められる。しかし，この場合，x と y が一致すると，式(6.3)の ΔT_{ij} と ΔU_{ij} は特異性を示し，これらは Cauchy の主値の意味において求められる必要がある。そこで，本論文では，それらを Cruse の手法[15]によって求める。また，地中変位は，以上で求めた境界変位と境界に作用する応力を式(6.4)の第2式に適用すれば求められる。

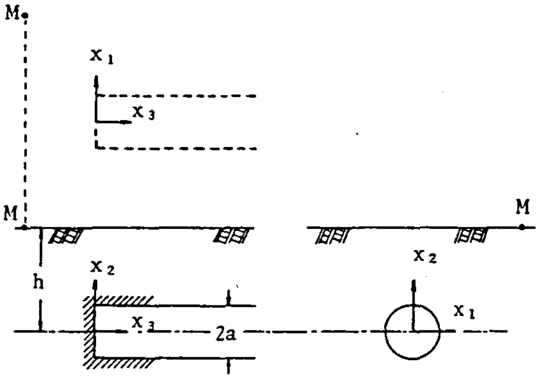
さて，図－6.1は，等方初期応力 p_0 の作用する無限弾性地山内に，半径 a なるトンネルを掘削した場合について，トンネル境界と仮想トンネル境界の半径方向変位 u_r を，本解析手法(BEM)で求め，参考のため，有限要素法(FEM)による結果[17]と対比したものである。この図からすれば，本解析手法は妥当なものと考えられる。



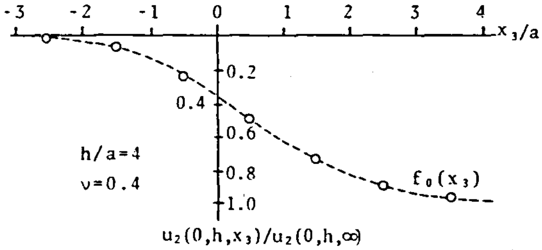
図－6.1　境界要素法(BEM)と有限要素法(FEM)によるトンネル境界及び仮想トンネル境界のトンネル半径方向変位

6.2.2　粘弾性解析

まず，地山を弾性体とし，その中に図－6.2のようなトンネルを掘削する場合について，トンネル軸を含む鉛直縦断面内の地表面沈下量 u_2 を三次元解析によって求め，それを切端から十分離れ平面歪状態にある位置での沈下量で無次元化し，その結果を図示すれば，図－6.3のようになる。ただし，地山の初期応力は重力によって生じるものとする。そこで，図－6.3の曲線を $f_0(x_3)$ で表わし，トンネル横断面での二次元弾性解析によるトンネル直上の地表面沈下量 $u_2^0(x_1=0,\ x_2=h)$ を計算しておけば，上記縦断面内の任意点の地表面沈下量 $u_2(x_1=0,$



図－6.2　トンネルの幾何学的関係



図－6.3　三次元弾性解析による
トンネル縦断沈下特性

$x_2=h$, x_3) が

$$u_2(0, h, x_3) = u_2^0(0, h) f_0(x_3)$$

で与えられることは容易に理解される。

次に，地山を粘弾性体とし，その中に図－6.2のようなトンネルを瞬間的に掘削したとすれば，当然のことながら，地表面は経時的に沈下する。この場合，ポアソン比νは経時的に変化しない[18]とする。そうすれば，粘弾性地山におけるトンネル縦断面内の地表面の経時沈下 $u_2(0, h, x_3; t)$ は，トンネル横断面についての二次元粘弾性解析による経時沈下 $u_2^0(0, h; t)$ と前式の $f_0(x_3)$ を用いて，次式によって求められることになる[19]。

$$u_2(0, h, x_3; t) = u_2^0(0, h; t) f_0(x_3) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.5)$$

また，面 x_2-x_3 に平行な任意の鉛直面内の地表面（以下これをトンネル平行地表面と言う。）の沈下量も，上と同様の手法で求めることができる。

次に，トンネルが一定の速度 V_1 で掘進され，図－6.2に示す座標原点が切端とともに移動する場合を想定する。このように，境界が時間的に移動する場合には，Leeの示した対応原理[20]は利用できないので，第5章で用いた手法を採用すれば，点Mの沈下量は次式によって算定できる。

$$u_2(x_1, h; t_i) = \int_0^{t_i} u_2^0(x_1, h; t_i - \tau) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} f_M\{V_1(\tau - t_{01})\} d\tau \quad \cdots\cdots (6.6)$$

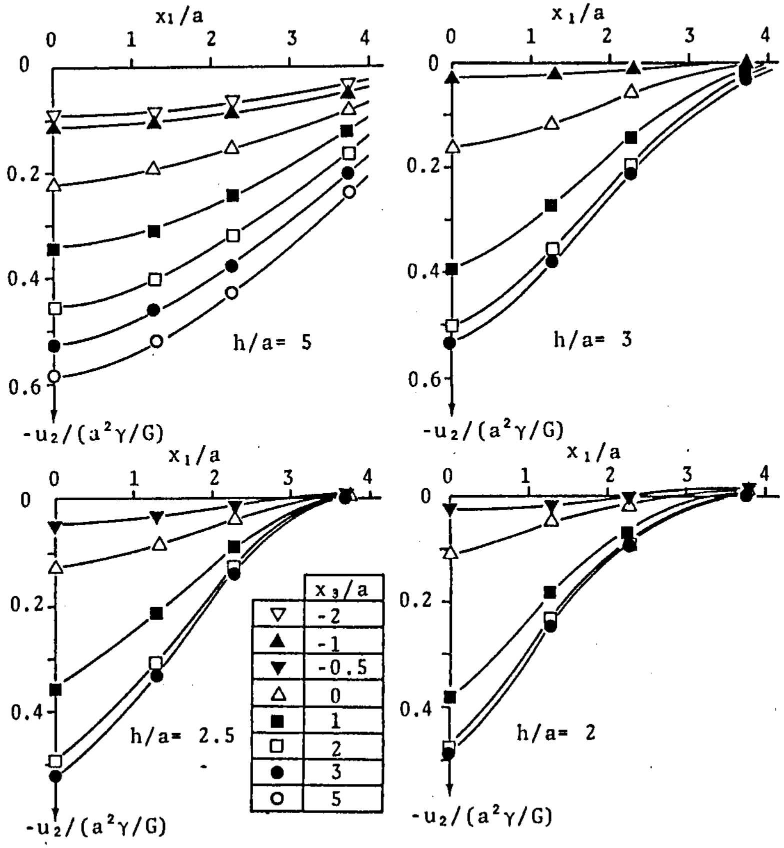
ここに，$t_{01}=l/V_1$ であるが，上式の計算は，t_i を n 個に区分（$t_1=0$, $t_{n+1}=t_i$）し，次のように差分近似[21),22)]して行うことにする。

$$\begin{aligned} u_2(x_1, h; t_i) &= u_2^0(x_1, h; 0) f_M\{V_1(t_{n+1} - t_{01})\} \\ &- \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\Big[f_M\{V_1(t_{j+1} - t_{01})\} \\ &+ f_M\{V_1(t_j - t_{01})\}\Big]\{u_2^0(x_1, h; t_{n+1} \\ &- t_{j+1}) - u_2^0(x_1, h; t_{n+1} - t_j)\} \quad \cdots\cdots (6.7) \end{aligned}$$

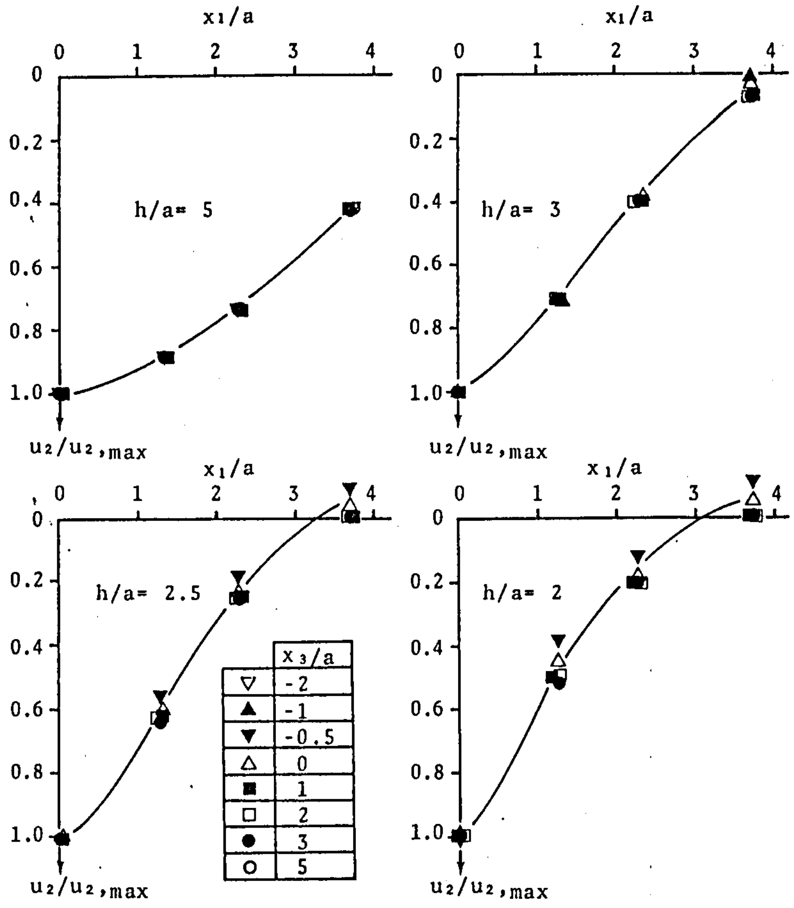
要するに，三次元弾性解析により，点Mを通るトンネル平行地表面沈下について，無次元曲線$f_M(x_3)$を求めておけば，これとトンネル横断面内の二次元粘弾性解析の結果$u_2^0(x_1, h; t)$から，切端の位置及び掘進速度を考慮した三次元粘弾性地山での経時沈下量が，式(6.7)によって求められるわけである。

ところで，弾性地山内に図－6.2のようなトンネルを掘削した場合について，切端からの距離 x_3 とトンネル横断面内の地表面沈下量との関係を式(6.4)によって求めると，図－6.4が得られ，この図の沈下曲線をそれぞれの最大沈下量で無次元化して示すと，図－6.5のようになる。ただし，γ は地山の単位重量を示す。これらの図から，切端の通過により，当然のことながら，沈下の絶対量は増加するが，沈下曲線の形状は，切端の位置にほとんど依存しないと言うことができ，このことは現場実測の結果[10)]と一致する。したがって，h/a が2以上の通常の場合には，式(6.7)の$f_M(x_3)$のかわりに，トンネル軸を通る鉛直縦断面内の無次元沈下曲線$f_0(x_3)$を代用できることがわかる。

6.3　沈下に及ぼすライニングの影響



図－6.4　切端からの距離によるトンネル横断面内地表面沈下曲線（$\nu = 0.45$）



図－6.5　無次元化されたトンネル横断面内地表面沈下曲線（$\nu = 0.45$）

これまでは，トンネルが素掘であると仮定しているので，次に，ライニングの影響について考える。

図－6.2のように，粘弾性地山内にトンネルを瞬間的に掘削した場合，そのときの地表面及びトンネル境界の変位は，式(6.4)の第1式に対応原理を適用すれば，次のように表わされる。

$$\{u_j(x;t)\} = \phi(t)\left[\Gamma_{jk}(y,x)\right]\{p_k(x)\} \qquad (x,\ y \in S)$$

ここに，$\phi(t)$ はせん断変形に関するクリープ関数，Γ は座標とポアソン比の関数である。

次に，トンネルの掘削後，時間 t_a 経過して切端を含むトンネル境界をライニングにより完全に拘束し，さらに，ライニングと地山の間に間隙やすべりは生じないと仮定する。この仮定は，現実のトンネル工事のさいに成立するとは思われないが，しかし，このような仮定の下で，ライニングに作用する地圧及びライニング施工後の沈下がどうなるかを明らかにすることは，やはり有意義であると考えられる。

そこで，応力，変位及びマトリックスに対して，地表面とトンネル境界に対応してそれぞれ添字G，Tを付ければ，トンネル境界では変位が0であり，地表面では外力が作用しないから，上式を適用すれば，ライニング施工後の変位増分 Δu が次のように得られる[21]。

$$\left.\begin{aligned}&\begin{Bmatrix}\Delta u_G(t_l)\\ \Delta u_T(t_l)=0\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}\Gamma_{G1} & \Gamma_{T1}\\ \Gamma_{G2} & \Gamma_{T2}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0\\ \int_0^{t_l}\phi(t_l-\tau)\dfrac{\partial}{\partial\tau}p_T(\tau)\,d\tau\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}\Gamma_{G1} & \Gamma_{T1}\\ \Gamma_{G2} & \Gamma_{T2}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0\\ \Delta\phi(t_l)\,p_{0T}\end{Bmatrix}\\ &\Delta\phi(t_l) = \phi(t_a+t_l)-\phi(t_a)\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (6.8)$$

ここに，p_Tはライニングに作用する地圧，p_{0T}はトンネル掘削時に解放された応力，t_lはライニングを施工した時刻を基準とした時間である。したがって，上式の右辺第1項は，地圧による変位を表わし，第2項は，もしライニングが施工されなければ，時間t_a以後に生じる変位を表わす。そこで，式(6.8)にラプラス変換を施せば，

$$\begin{Bmatrix}\Delta u_G^*(q)\\ 0\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}\Gamma_{G1} & \Gamma_{T1}\\ \Gamma_{G2} & \Gamma_{T2}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0\\ q\phi^*(q)\,p_T^*(q)\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}\Gamma_{G1} & \Gamma_{T1}\\ \Gamma_{G2} & \Gamma_{T2}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0\\ \Delta\phi^*(q)\,p_{0T}\end{Bmatrix}$$

となり，この式は，

$$\left.\begin{aligned}\{\Delta u_G^*(q)\} &= [\Gamma_{T1}]\{q\phi^*(q)\,p_T^*(q)\}\\ &\quad+[\Gamma_{T1}]\{\Delta\phi^*(q)\,p_{0T}^*\}\\ \{\ 0\ \} &= [\Gamma_{T2}]\{q\phi^*(q)\,p_T^*(q)\}\\ &\quad+[\Gamma_{T2}]\{\Delta\phi^*(q)\,p_{0T}\}\end{aligned}\right| \cdots (6.9)$$

とも書けるので，上式の第2式を解けば，ライニングに作用する経時地圧が次のように求められる。

$$\left.\begin{aligned}&\{p_T(t_l)\} = W(t_l)\{p_{0T}\}\ ,\\ &W(t_l) = -\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\Delta\phi^*(q)}{q\phi^*(q)}\right)\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (6.10)$$

ここに，$\mathcal{L}^{-1}$ はラプラス逆変換を示す。上式は，ライニングに作用する地圧が，ラプラス逆変換で表わされる時間パラメータWと，トンネル掘削時に解放された応力 p_{0T} との積で表わされることを示す。次に，式(6.10)を式(6.9)の第1式に代入すると，

$$\{\Delta u_G(t_l)\} = \{0\}$$

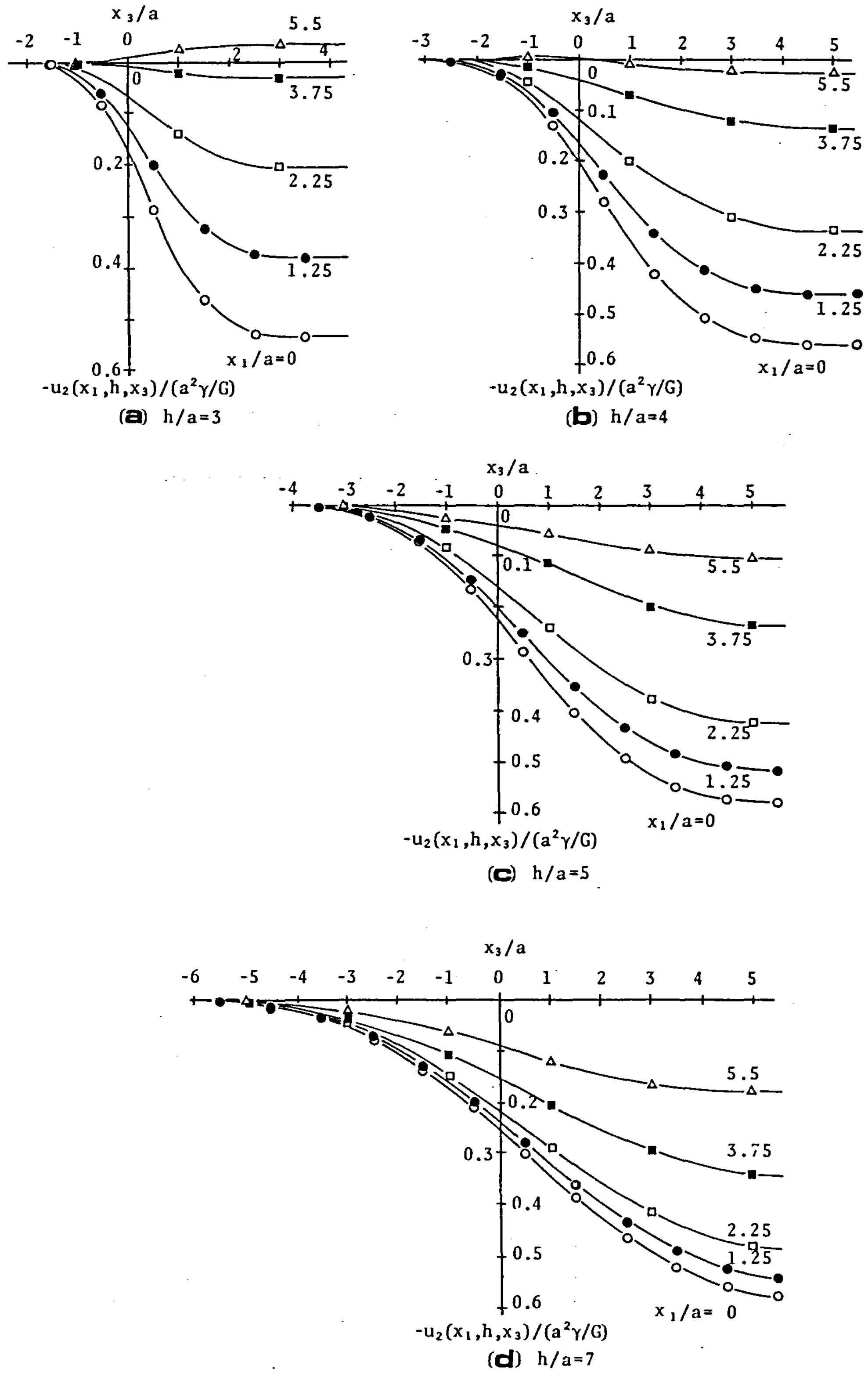
となる。この式は，トンネル掘削後，トンネル境界をライニングで完全に拘束すれば，その後地表面に変位が生じないことを示しており，この結果は，ライニングの施工後，沈下の増分が急激に減少する，という現場の経験[11]とよく符合している。

6.4 考　察

トンネルと地表面との幾何学的関係，地質特性及び施工条件が地表面の沈下にいかなる影響を与えるかについて，上記の解析手法を用い次に考察を加える[23]。

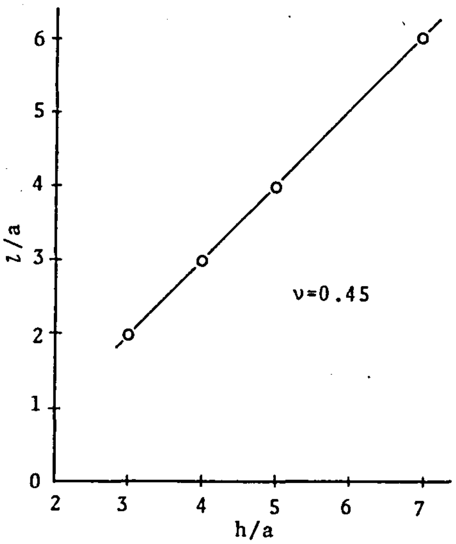
6.4.1 弾性地山の場合

図－6.6は，トンネルの中心から地表面までの距離 h とトンネル半径 a との比 h/a が，トンネル平行地表面沈下に及ぼす影響を示したもので，この図

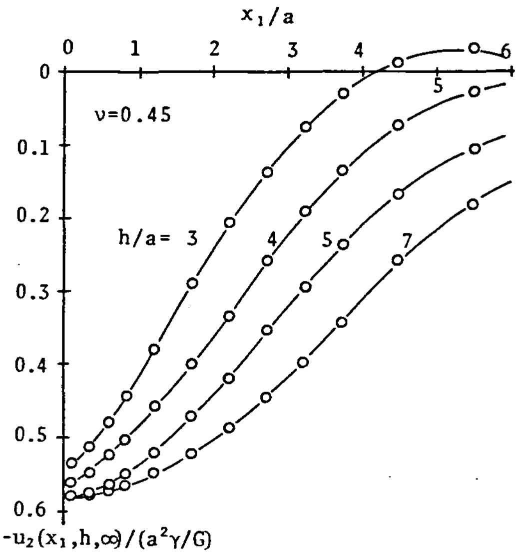


図－6.6　トンネル平行地表面沈下に及ぼす h/a の影響（$\nu=0.45$）

から明らかなように，トンネル縦断沈下曲線の勾配は，h/a が小なるほど大となり，また縦断沈下の開始点から切端中心上地表点までの距離 l は，著しく h/a の影響を受けることがわかる。そこで，l と h の関係を取り出して示すと，図－6.7のようになり，これから，それらの間にはほぼ線形関係が存在し，先行沈下の生じる領域 l は，ほぼ土かぶり高さ($h-a$)に一致することがわかる。この関係は，現場実測の結果[24),25)]ともよく一致する。



図－6.7　トンネル縦断沈下の沈下開始点から切端中心上地表点までの距離 l とトンネルの深さ h との関係



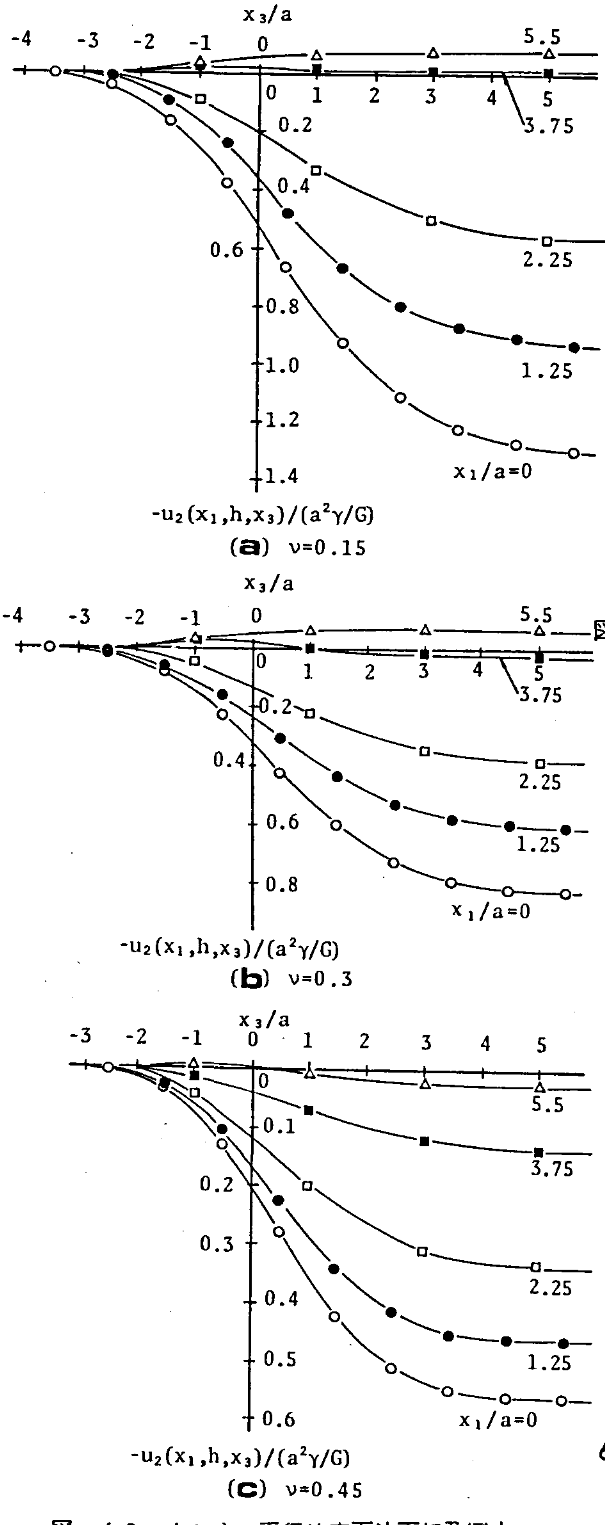
図－6.8　平面歪状態におけるトンネル横断沈下に及ぼす h/a の影響

図－6.8は，平面歪状態が成立する位置での横断沈下に h/a がいかなる影響を与えるかを示すもので，これによれば，最大沈下量はほとんど h/a の影響を受けないが，沈下の生じる領域は h/a が大なるほど広くなり，したがって，沈下曲線の勾配は h/a が小なるほど大である。沈下による被害の多くは不等沈下に起因するので，h/a が小なるほど，注意が必要となることがわかる。

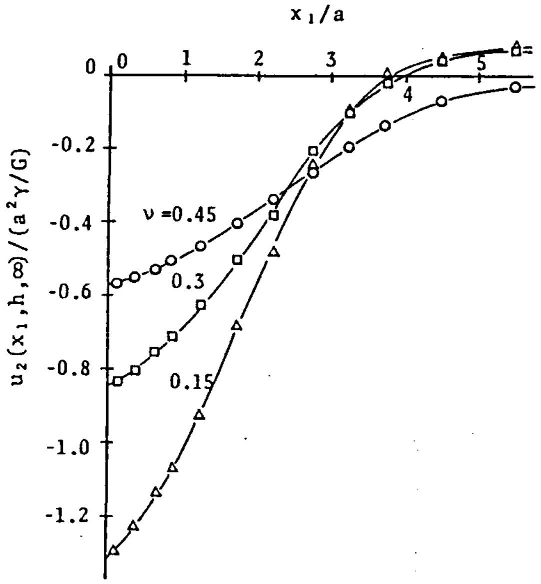
図－6.9と6.10は，それぞれトンネル平行地表面及び平面歪状態におけるトンネル横断地表面の沈下に及ぼすポアソン比 ν の影響を示す。これらの図から，ν が小なるほど，縦断及び横断沈下曲線の勾配が大であり，また最大沈下量も大となることがわかる。

6.4.2　粘弾性地山の場合

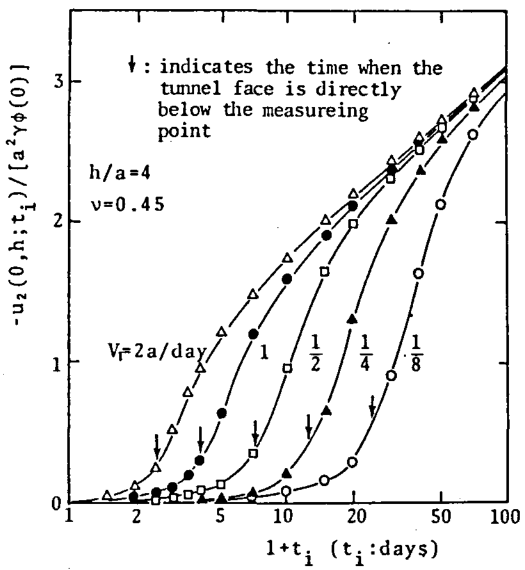
地山のクリープ関数は，多くの場合，対数関数 $\phi(t)=\alpha+\beta\cdot l_n(1+t)$，($t$：日）で表わされることが多く，かつ，定数の比 β/α は0.2から3の範囲にある[21)]ので，$\beta/\alpha=1$ として，トンネル縦断地表点の経時沈下とトンネル掘進速度 V_1 との関係を求め，その結果を示したのが図－6.11である。ここに，時間 t_i は，測点が沈下し始めた時点を基準にした時間であり，また図中の矢印は，測点直下に切端が達したことを示す。この図から，沈下開始後の同一時刻における沈下量は，V_1が大なるほど大であり，またこのことは，沈下開始の初期において著しい。しかし，切端が測点直下に達した時の沈下量と V_1 との関係を示すと，図－6.12のとおりであって，V_1が大なるほど沈下量は小になり，$V_1\to\infty$ の場合には，弾性解析で得られる切端中心上地表点での沈下量（図－6.6(b)参照）に一致することがわかる。したがって，沈下量を小にするには，掘進速度を大にし，早期にトンネル内面を拘束すべきである，という現場の経験[5),26)]にも，本解析結果は符号する。



図－6.9　トンネル平行地表面沈下に及ぼすポアソン比 ν の影響（$h/a=4$）



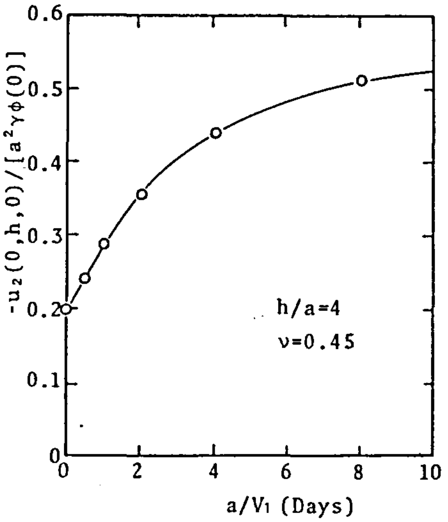
図－6.10　平面歪状態におけるトンネル横断沈下に及ぼすポアソン比 ν の影響（$h/a=4$）



図－6.11　トンネル縦断地表点の経時沈下とトンネル掘進速度 V_1 との関係

6.5　結　　言

本研究は，弾性及び粘弾性地山内にトンネルを掘削した場合の地表面沈下について，境界要素法によ



図－6.12　切端が測点直下に達した時の沈下量とトンネル掘進速度 V_1 との関係

る三次元解析の手法を示し，沈下に及ぼす施工条件，地質特性及び幾何学的条件の影響を明らかにしたものであり，得られた成果の大要は下記のごとくである。

まず，弾性地山の場合には，

（1） トンネルの中心から地表面までの距離 h と，トンネルの半径 a との比 h/a が，2またはそれ以上の場合には，最大沈下量は h/a の影響をあまり受けないが，トンネル縦断面内での沈下開始点から切端中心上地表点までの距離，及びトンネル横断面の沈下の生じる領域は，h/a が大なるほど大となる。したがって，トンネル縦断及び横断沈下曲線の勾配は，h/a が大なるほど小である。

（2） ポアソン比が小なるほど，最大沈下量は大となり，トンネルの縦断及び横断沈下曲線の勾配も大である。

（3） トンネル横断沈下曲線の形状は，h/a が2以上であれば，その横断面と切端との間の距離によってあまり変化しない。

次に，粘弾性地山の場合には，

（1） トンネルを一定の速度 V_1 で掘削する場合の地表任意点の経時沈下量を求めるには，三次元弾性解析によるトンネルの縦断面内の無次元沈下曲線と，トンネル横断面に対する二次元粘弾性解析による経時沈下の値，との二つを用いればよい。

（2） トンネルの掘削後，任意時間経過して切端を含むトンネル境界を完全に拘束すれば，その後地表面沈下は生じない。

（3） トンネル縦断地表測点の沈下開始後，同一時刻における沈下量は，V_1 が大なるほど大であるが，切端と測点との間の距離が同一の時の沈下量は，V_1 が大なるほど小である。したがって，沈下量を小にするには，掘進速度を大にし，早期にトンネル内面を拘束すればよい。

参　考　文　献

1) 久武勝保・伊藤冨雄：トンネル掘削によって生じる地表面沈下の境界要素法による三次元解析，土木学会論文報告集，Vol.327,1982.

2) Ito, T. and M. Hisatake : Three Dimensional Surface Subsidence Caused by Tunnel Driving, Proc. 4th Int. Conf. Numeri. Meth. Geomech., Edmonton, CANADA, 1982.

3) Atkinson, J.H. and D.M. Potts : Subsidence Above Shallow Tunnels in Soft Ground, ASCE, GT4, April, pp.307－325, 1977.

4) Peck, R.B. : Deep Excavation and Tunneling in Soft Ground, Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mech. and Founda. Eng., State of the Art Volume, ISSMFE, Mexico, pp.225－290, 1969.

5) Oteo, C.S. and J.F. Moya : Settlements Induced by a Tunnel in Miocenic Soft Rocks of Madrid, Proc. 4th Int. Cong. on Rock Mech., Switzerland, Vol.1, pp.715－722, 1979.

6) 新井　実・好井宏太郎・中村兵次：シールド外周地盤に対する有限要素法の活用例について，土と基礎，19－6，pp.13－20，1971.

7) 川本朓万・宮地克人・奥園　清・森本正孝：シールドトンネル掘削に伴なう地表沈下と振動特性について，土と基礎，20－3，pp.15－22，1972.

8) Barla, G. and M. Ottaviani : Stresses and Displacements Around Two Adjacent

Circular Openings Near to the Ground Surface, Proc. 3rd Int. Cong. on Rock Mech., ISRM, Denver, Vol.2, pp.975—980, 1974

9) 伊藤冨雄・久武勝保：トンネル掘削による地表面沈下の解析，第9回岩盤力学に関するシンポジウム，土木学会，pp.91—95，1975.

10) Ito, T. and M. Hisatake : Surface Displacements Caused by Tunnel Driving in Anisotropic Viscoelastic Ground, Proc. 4th Int. Cong. on Rock Mech., ISRM, Switzerland, Vol.1, pp.677—684, 1979.

11) 島田隆夫・飯塚　全・高木盛男：トンネル掘削に伴う地層沈下と坑内土圧現象について，鉄道技術研究報告，No.756，1971.

12) Hanya, T. : Ground Movements Due to Construction of Shield—Driven Tunnel, Proc. 9th Int. Conf. on Soil Mech. and Founda. Eng., Case History Volume, Tokyo, pp.759—790, 1977.

13) Attewell, P.B. and I.W. Farmer : Ground Settlement Above Shield Driven Tunnels in Clay, Tunnel and Tunnelling, London, Vol.7, No.1, Jan., pp.58—62, 1975.

14) Lachat, J.C. and J.O. Watson : Effective Numerical Treatment of Boundary Integral Equations ; A Formulation for Three—Dimensional Elastostatics, Int. J. Numerical Methds in Eng., Vol.10, pp.991—1005, 1976.

15) Cruse, T.A. : Numerical Solutions in Three Dimensional Elastostatics, Int. J. Solids Structures, Vol.5, pp.1259—1274, 1969.

16) Watson, J.O. : Advanced Implementation of the Boundary Element Method for Two— and Three—Dimensional Elastostatics, Development in Boundary Element Method—1, Edited by Banerjee, P.K. and Butterfield, R., Applied Science Publishers, pp.31—63, 1979.

17) Ronken, R.E. and J. Ghaboussi : Tunnel Design Considerations ; Analysis of Stresses and Deformations Around Advancing Tunnels, Technical Reports of Federal Railroad Administration, No.FRA OR & D 1584, 1975.

18) 桜井春輔：地中構造物の力学的挙動に関する基礎的研究，名古屋大学学位請求論文，1975.

19) 伊藤冨雄・竹山　喬・久武勝保・中村雄二郎：シールドトンネル掘削による地表沈下の三次元解析，第16回土質工学研究発表会講演集，pp.1569—1572，1981.

20) Lee, E.H.: Stress Analysis in Viscoelastic Bodies, Quart. Appl. Math., Vol.13, No.2, pp.183—190, 1955.

21) 伊藤冨雄・久武勝保：粘弾性地山内の任意形状トンネル覆工に作用する地圧，土木学会論文報告集，第307号，pp.51—57，1981.

22) Lee, E.H. and T.G. Rogers : Solution of Viscoelastic Stress Analysis Problems Using Measured Creep or Relaxation Function, Jour. Appl. Mech., pp.127—133, 1963.

23) 伊藤冨雄・久武勝保・上田博之：トンネル掘削による地表沈下の境界要素法による三次元解析，土木学会第36回年次学術講演会講演概要集，第3部，pp.474—475，1981.

24) 石橋正穂・木村美知秋：トンネル掘削に伴う地山変位の測定法と実測例，土木技術資料，15—7，pp.32—36，1973.

25) 森　麟：シールド工事における地表面沈下の原因とその特徴，コンストラクション，第8巻8号，pp.1—7.

26) 宮下和夫：大都市周辺のアーストンネル掘削における諸問題に関する研究，鉄道技術研究報告，No.768，1971.

第7章　双設シールドトンネルによる地表面沈下の算定手法とその現場への適用[1),2)]

7.1. 緒　言

トンネルの掘削による地表面の沈下が，トンネルと地表面との幾何学的関係，地質特性及び施工条件の影響を顕著に受けることは，経験的によく知られている。[3)〜9)] そこで前章では，単線トンネルによる地表面沈下について，上記の諸要素を考慮した境界要素法による三次元解析の手法を既に示した。[10),11)]

一方，市街地では，2本のシールドトンネルが併設される場合もまれではなく，この場合の沈下の解析に当たっては，先行トンネルの施工及び後続トンネルの掘削とセグメントの施工，といった両トンネルの施工手順を考慮に入れる必要がある。しかし，先行トンネルの掘削時に解放された応力と，そのセグメントに作用している地圧とが，後続トンネル掘削時に解放される応力に影響を与えること，[12)] セグメントの外面と地山との間に生じる間隙の沈下に与える影響が大であること[4)]など，複雑な力学的条件を考慮せねばならないので，双設シールドトンネルによる地表面沈下量の合理的算定手法は，現在まだ確立されていない。

そこで，以下本章では，既に行った単線トンネルに対する沈下量算定の成果[2)]を踏まえ，双設シールドトンネルによる地表面沈下量を，上記の諸条件を考慮しつつ三次元的に算定する手法を提案し，ついで，本手法を実際の双設シールドトンネルに適用し，実測沈下量と解析結果とを比較することによって，本手法の妥当性を検証する。

7.2. 地表面沈下の解析

7.2.1. 概　説

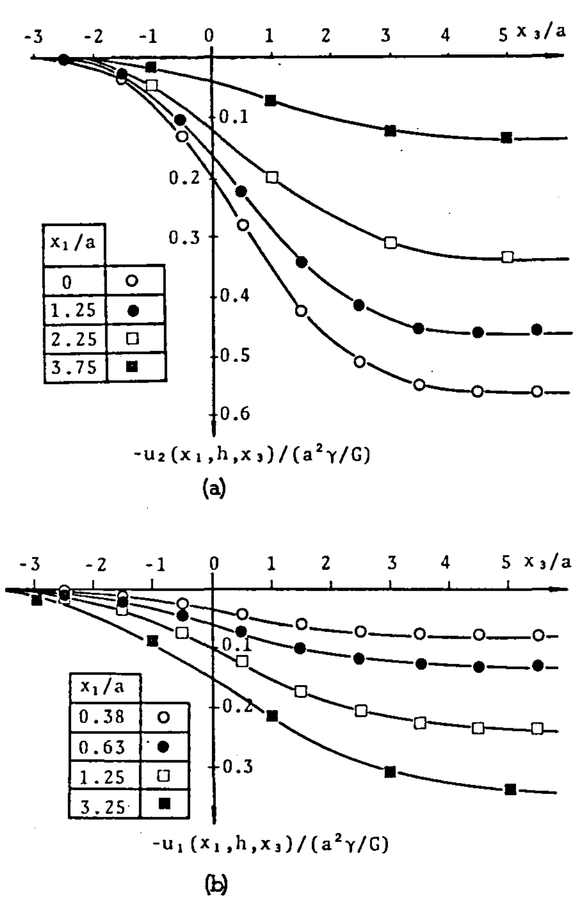
シールドトンネルでは，セグメントによって地山の変位が拘束される。すなわち，粘弾性地山内に図－6.2のようなトンネルを瞬間的に掘削し，ある時間経過後に切端を含むトンネル内面の変位を完全に拘束すれば，以後地表面には沈下を生じないことは前章で示した。しかし，通常，切端はその変位が拘束されずに，ある速度で前進し，セグメントもそれに伴なって順次施工される。また，セグメントの外面と地山との間に多少の間隙を生じることは避けがたく，地山が変位してその間隙を埋めるまで，トンネルは無支持状態にあると[14)]考えられる。したがって，そのような諸条件を考慮して沈下量を算定する必要があるが，しかし厳密な三次元解析によるのは容易なことではない。そこで本章では，切端の前進による地表面の沈下及びトンネル内面の変位は，三次元粘弾性解析によって求めるが，セグメントへの地圧の反力によって抑制される地山の変位は，トンネル横断面について，二次元的に取扱うこととする。また，本解析では，双設シールドトンネルの施工手順を考慮して地表面沈下量を算定するが，この場合，トンネル中心から地表面までの距離hとトンネル半径aとの比h/aは2以上とし，また，地山のポアソン比νは経時的に変化しないとする。[13)]

7.2.2. 先行シールドトンネルによる沈下

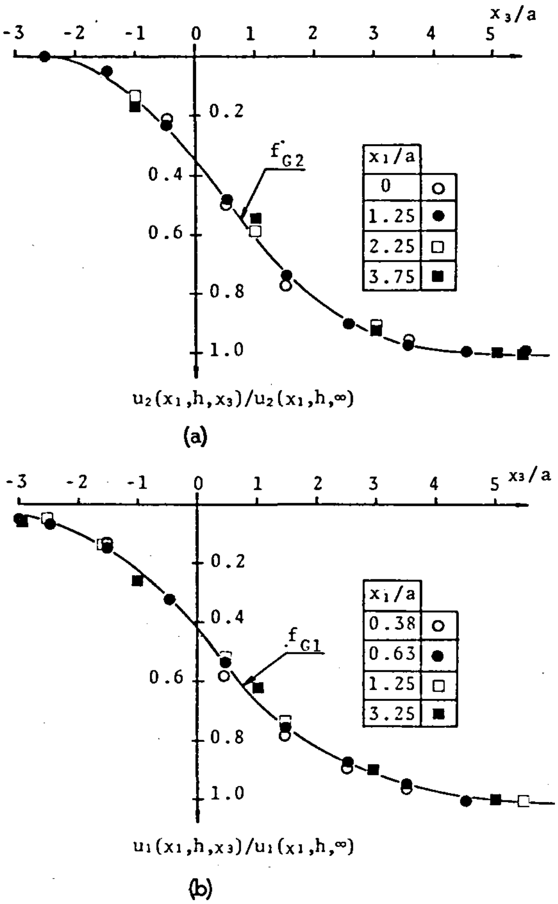
a) 素掘の状態における沈下

図－7.1は，三次元弾性地山内に図－6.2のようなトンネルを掘削した場合について，面x_2-x_3に平行な任意の鉛直面内における地表面の沈下u_2と水平方向変位u_1を示したものであるが，これらのu_1, u_2をそれぞれに対応する平面歪状態での値で除し，無次元曲線（以下，このような曲線を特性曲線という。）として示すと，図－7.2のようになる[2)]ので，上記u_1, u_2の特性曲線は，それぞれ1本の曲線f_{G1}, f_{G2}で近似できることがわかる。また，トンネル横断面内のトンネル内面半径方向変位のモードも，切端とその横断面との間の距離にあまり依存しない[10)]ので，このトンネル内面変位についても，やはり上記のような特性曲線f_Tが得られる。

次に，二次元粘弾性地山内にトンネルを瞬間的に掘削した場合を考えると，そのときの変位u^oは，トンネル境界と地表面における諸量にそれぞれ添字T, Gを付け，境界要素法におけるベクトル及びマトリ



図－7.1　面 x_2-x_3 に平行な鉛直面内地表面の沈下 (a) と水平方向変位 (b), ($h/a=4$, $\nu=0.45$)



図－7.2　図－7.1 に示す沈下と水平変位の特性曲線 ($h/a=4$, $\nu=0.45$)

ックスの配列をT, G に対応させれば，次式のように表わすことができる。[11),15)]

$$\begin{Bmatrix} u^o_{G1}(x_1, x_2\ ;\ t) \\ u^o_{G2}(x_1, x_2\ ;\ t) \\ u^o_{T1}(x_1, x_2\ ;\ t) \\ u^o_{T2}(x_1, x_2\ ;\ t) \end{Bmatrix} = \phi(t) \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \cdots\Gamma_{14} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \Gamma_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p^o_{T1}(x_1, x_2) \\ p^o_{T2}(x_1, x_2) \end{Bmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots (7.1)$$

ここに，p^o_{Tj} はトンネル掘削時にトンネル境界で解放される j 方向の応力ベクトル，$\phi(t)$はせん断変形に対するクリープ関数，Γ_{jk} は座標とポアソン比の関数である。ついで，図－6.2 のようなトンネルを，三次元粘弾性地山内に一定の速度V_1で掘削する場合を考えることにすれば，地表面とトンネル境界の変位u_G, u_Tは，三次元弾性解析による特性曲線 f と，二次元粘弾性解析から得られる経時変位 u^o を用いれば，次式のように求められる[11),16)]ので，

$$\left.\begin{aligned}
u_{Gk}(x_1, x_2\,;\,t_i) &= u_{Gk}(x_1, x_2, x_3 = V_1(t_i - T_{Gk})\,;\,t_i)\\
&= \int_o^{t_i} u^o_{Gk}(x_1, x_2\,;\,t_i - \tau)\frac{\partial}{\partial\tau} f_{Gk}\{V_1(\tau - T_{Gk})\}d\tau,\\
u_{Tk}(x_1, x_2\,;\,t_j) &= u_{Tk}(x_1, x_2, x_3 = V_1(t_j - T_T)\,;\,t_j)\\
&= \int_o^{t_j} u^o_{Tk}(x_1, x_2\,;\,t_j - \tau)\frac{\partial}{\partial\tau} f_T\{V_1(\tau - T_T)\}d\tau,\\
&\qquad (k = 1, 2)
\end{aligned}\right\} \quad (7.2)$$

これに式(7.1)を代入すれば次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned}
&\begin{Bmatrix} u_{G1}(x_1, x_2\,;\,t_i)\\ u_{G2}(x_1, x_2\,;\,t_i)\\ u_{T1}(x_1, x_2\,;\,t_j)\\ u_{T2}(x_1, x_2\,;\,t_j)\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{G1}(t_i) & 0 & 0 & 0\\ 0 & A_{G2}(t_i) & 0 & 0\\ 0 & 0 & A_T(t_j) & 0\\ 0 & 0 & 0 & A_T(t_j)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Gamma_{11} & \Gamma_{12}\cdots\cdots & \Gamma_{14}\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \Gamma_{44}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0\\0\\p^o_{T1}(x_1, x_2)\\p^o_{T2}(x_1, x_2)\end{Bmatrix}\\
&A_{Gk}(t_i) = \int_o^{t_i}\phi(t_i - \tau)\frac{\partial}{\partial\tau} f_{Gk}\{V_1(\tau - T_{Gk})\}d\tau, \quad (k = 1, 2)\\
&A_T(t_j) = \int_o^{t_j}\phi(t_j - \tau)\frac{\partial}{\partial\tau} f_T\{V_1(\tau - T_T)\}d\tau
\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7.3)$$

ここに，t_i, t_jはそれぞれトンネル縦断地表面，及び切端前方の仮想トンネル境界上の1点で，変位が生じ始める時刻を基準にした時間，T_Gはトンネル縦断地表面で変位が生じる位置と切端上方の地表点との間の距離を掘進速度V_1で除した時間，さらにT_Tは，仮想トンネル境界で変位が生じる位置と切端との間の距離をV_1で除した時間である。

b) セグメント施工後の沈下

解析を容易にするために，セグメントが切端のすぐ手前で施工されると考え，そのセグメントの外面と地山との間に間隙が存在する場合を取り上げると，地山が変位してその間隙を埋めるまでの時間T_cの間，セグメントに地圧は作用しないことになる。そこで，間隙がなくなったのち，セグメントがその外面に接する地山の変位を完全に拘束し，かつ地山とセグメントの間にすべりが起こらないと仮定すれば，式(7.3)を用いることによって，次の境界条件式が得られる。[14)]

$$\left.\begin{aligned}
&\begin{Bmatrix} \Delta u_{G1}(x_1, x_2\,;\,t_l)\\ \Delta u_{G2}(x_1, x_2\,;\,t_l)\\ \Delta u_{T1}(x_1, x_2\,;\,t_l) = 0\\ \Delta u_{T2}(x_1, x_2\,;\,t_l) = 0\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta A_{G1}(t_l) & 0 & 0 & 0\\ 0 & \Delta A_{G2}(t_l) & 0 & 0\\ 0 & 0 & \Delta A_T(t_l) & 0\\ 0 & 0 & 0 & \Delta A_T(t_l)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Gamma_{11} & \Gamma_{12}\cdots\cdots & \Gamma_{14}\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \Gamma_{44}\end{bmatrix}\\
&\cdot\begin{Bmatrix}0\\0\\p^o_{T1}(x_1, x_2)\\p^o_{T2}(x_1, x_2)\end{Bmatrix} + \begin{bmatrix}\Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \cdots\cdots & \Gamma_{14}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \vdots & \Gamma_{44}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0\\0\\ \int_o^{t_l}\phi(t_l - \tau)\frac{\partial}{\partial\tau}p_{T1}(x_1, x_2\,;\,\tau)d\tau\\ \int_o^{t_l}\phi(t_l - \tau)\frac{\partial}{\partial\tau}p_{T2}(x_1, x_2\,;\,\tau)d\tau\end{Bmatrix},\\
&\Delta A_{Gk}(t_l) = \int_o^{T_{Gk}+T_c+t_l}\phi(T_{Gk} + T_c + t_l - \tau)\frac{\partial}{\partial\tau} f_{Gk}\{V_1(\tau - T_{Gk})\}d\tau\\
&\qquad - \int_o^{T_{Gk}+T_c}\phi(T_{Gk} + T_c - \tau)\frac{\partial}{\partial\tau} f_{Gk}\{V_1(\tau - T_{Gk})\}d\tau, \quad (k = 1, 2)
\end{aligned}\right\} \quad (7.4)$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta A_T(t_l)=&\int_o^{T_T+T_c+t_l}\phi(T_T+T_c+t_l-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}f_T\{V_1(\tau-T_T)\}d\tau\\&-\int_o^{T_T+T_c}\phi(T_T+T_c-\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}f_T\{V_1(\tau-T_T)\}d\tau\end{aligned}\right\}$$

ここに，Δuは間隙が埋まった後の変位増分，t_lは間隙が埋まった時刻を基準にした時間，さらにp_Tはセグメントに作用する経時地圧である。したがって，式（7.4）の右辺第一項は，セグメントが施工されない場合に生じる変位増分を表わし，右辺第二項は，セグメントへの地圧の反力によって生じる変位を示している。

そこで，式（7.4）にラプラス変換を施せば，

$$\begin{Bmatrix}\Delta u^*_{G1}(x_1,x_2;q)\\\Delta u^*_{G2}(x_1,x_2;q)\\0\\0\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta A^*_{G1}(q)&0&0&0\\0&\Delta A^*_{G2}(q)&0&0\\0&0&\Delta A^*_T(q)&0\\0&0&0&\Delta A^*_T(q)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Gamma_{11}&\Gamma_{12}&\cdots&\Gamma_{14}\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\\vdots&\vdots&\vdots&\Gamma_{44}\end{bmatrix}$$

$$\cdot\begin{Bmatrix}0\\0\\p^o_{T1}(x_1,x_2)\\p^o_{T2}(x_1,x_2)\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}\Gamma_{11}&\Gamma_{12}&\cdots&\Gamma_{14}\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\\vdots&\vdots&\vdots&\Gamma_{44}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}0\\0\\q\phi^*(q)\cdot p^*_{T1}(x_1,x_2;q)\\q\phi^*(q)\cdot p^*_{T2}(x_1,x_2;q)\end{Bmatrix}.$$

となり，上式は次のように書くこともできる。

$$\left.\begin{aligned}\Delta u^*_{G1}(x_1,x_2;q)&=\Delta A^*_{G1}(q)\{\Gamma_{13}\cdot p^o_{T1}(x_1,x_2)+\Gamma_{14}\cdot p^o_{T2}(x_1,x_2)\}\\&\quad+q\phi^*(q)\{\Gamma_{13}\cdot p^*_{T1}(x_1,x_2;q)+\Gamma_{14}\cdot p^*_{T2}(x_1,x_2;q)\}\\\Delta u^*_{G2}(x_1,x_2;q)&=\Delta A^*_{G2}(q)\{\Gamma_{23}\cdot p^o_{T1}(x_1,x_2)+\Gamma_{24}\cdot p^o_{T2}(x_1,x_2)\}\\&\quad+q\phi^*(q)\{\Gamma_{23}\cdot p^*_{T1}(x_1,x_2;q)+\Gamma_{24}\cdot p^*_{T2}(x_1,x_2;q)\}\\O&=\Delta A^*_T(q)\{\Gamma_{33}\cdot p^o_{T1}(x_1,x_2)+\Gamma_{34}\cdot p^o_{T2}(x_1,x_2)\}\\&\quad+q\phi^*(q)\{\Gamma_{33}\cdot p^*_{T1}(x_1,x_2;q)+\Gamma_{34}\cdot p^*_{T2}(x_1,x_2;q)\}\\O&=\Delta A^*_T(q)\{\Gamma_{43}\cdot p^o_{T1}(x_1,x_2)+\Gamma_{44}\cdot p^o_{T2}(x_1,x_2)\}\\&\quad+q\phi^*(q)\{\Gamma_{43}\cdot p^*_{T1}(x_1,x_2;q)+\Gamma_{44}\cdot p^*_{T2}(x_1,x_2;q)\}\end{aligned}\right\}\quad(7.5)$$

したがって，上式の第三及び第四式を解けば，セグメントに作用する経時地圧が次のように求められる。

$$\left.\begin{aligned}&p_{Tk}(x_1,x_2;t_l)=-W(t_l)\\&\cdot p^o_{Tk}(x_1,x_2),\quad(k=1,2)\\&W(t_l)=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\Delta A^*_T(q)}{q\phi^*(q)}\right\}\end{aligned}\right\}\cdots(7.6)$$

ここに，$\mathcal{L}^{-1}$はラプラス逆変換を示す。

要するに，セグメントに作用する地圧は，式（7.6）によって求められ，それは，式（7.6）に含まれるパラメータ，すなわち，三次元弾性解析から求

められる特性曲線 f_T, クリープ関数 $\phi(t)$, 時間 T_T と T_c, 掘進速度 V_1, 及びトンネル掘削時に解放された応力 p_T^o により決定されることがわかる。また, 式(7.6)の形からして, 地圧のモードはトンネル掘削時に解放される応力のモードと同一になる。

次に, 地表面沈下を考えると, まず, 式(7.6)を式(7.5)の第一及び第二式に代入すれば, セグメントが地山の変位を拘束した後の地表面の変位増分は, 式

$$\Delta u_{Gk}(x_1, x_2; t_l) = \{\Delta A_{Gk}(t_l) - \Delta A_T(t_l)\} \cdot \{\Gamma_{k3} \cdot p_{T1}^o(x_1, x_2) + \Gamma_{k4} \cdot p_{T2}^o(x_1, x_2)\}, \quad (k=1,2)$$

によって求められ, さらに式(7.1)の関係を利用すれば, 上式は, 二次元解析から求められる変位 u^o を用いて, 次のように変形される。

$$\Delta u_{Gk}(x_1, x_2; t_l) = \{\Delta A_{Gk}(t_l) - \Delta A_T(t_l)\} \cdot u_{Gk}^o(x_1, x_2; O)/\phi(O), \quad (k=1,2) \qquad \cdots\cdots(7.7)$$

これが, セグメント背後の間隙がなくなった後の地表面沈下量を求める式であるが, すでに述べたように, 上式は, セグメントへの地圧の反力に基く地山の変位を二次元的に取り扱って導かれたものである。しかし, 時間 t_l が十分大であれば, セグメントへの地圧の増加速度も, トンネル横断面内における地圧のトンネル軸方向の変化も, ともに小になり, 状態が二次元問題に移行すると思われる。したがって, このような場合には, 地表面沈下量が式(7.7)で算定でき, 沈下を抑えるセグメントの効果を明らかにできると思われる。

なお, 表−7.1は, 切端のすぐ手前にセグメントを施工後, 時間 T_c が経過して地圧の作用する場合について, トンネル縦断地表面の測点直下のライニングに地圧が作用し始めてから, $t_l = 100$ 日経過するまでに測点で生じる沈下増分を取り上げ, それを式(7.7)で求めて, これと素掘トンネルにおいて上記と同一の期間に生じる沈下増分との比 R を示したものである。この結果から, 掘進速度 V_1 が早いほど, また, T_c が大であるほど, R の値が小になる。要するに, セグメントに地圧が作用した後の沈下の増分は, 素掘トンネルでのそれに比べて, 当然のことながら非常に小である。

表−7.1 沈下増分比

V_1 (a/day)	T_c (day)	R
2	2	0.021
2	4	0.012
2	8	0.011
4	1	0.013
4	2	0.008

[$h/a=4$, $\nu=0.4$, $\phi(t)=\alpha\{1+\ln(1+t)\}$]

7.2.3. 後続シールドトンネルによる沈下

通常, 後続トンネルは, 先行トンネルの通過後, それに平行して施工されるが, ここでは先行及び後続両トンネルの切端が十分離れ, いずれの切端周辺の応力も, 他の切端の前進によって影響を受けないものとする。

さて, まず応力について考え, 後続トンネルの掘削時に, その境界 S_2 で解放される応力ベクトル $\overline{p}_{oj}$ を求めると, それは, 後続トンネル掘削以前における S_2 上の応力[12], すなわち,

i) 先行トンネル通過以前の S_2 上の初期応力 σ_{kj}^o

ii) 先行トンネルが素掘状態になったときに, S_2 上に生じる応力増分 σ_{kj}^1

iii) 先行トンネルのセグメントに作用する地圧の反力により, S_2 上に生じる応力増分 $\Delta\overline{\sigma}_{kj}$

の三者を用いることによって, 次式で与えられる。

$$\overline{p}_{oj} = (\sigma_{kj}^o + \sigma_{kj}^1 + \Delta\overline{\sigma}_{kj})\, n_k \cdots\cdots(7.8)$$

ここに, n は境界 S_2 において, トンネル内空方向に立てた単位法線ベクトルである。ところが, 式

(7.8) において，応力増分 σ^1_{kj} は経時的には変化しないが，先行トンネルのセグメントに作用する地圧は経時的に増加するので，$\Delta\bar{\sigma}_{kj}$ は時間的に変化する。そこで，この $\Delta\bar{\sigma}_{kj}$ を求めることとし，それをトンネル横断面内で二次元的に取り扱うとすれば，式 (7.6) で示すように，先行トンネルの地圧のモードが，その掘削時に解放された応力のモードと同一であることから，上記 σ^1_{kj} と $\Delta\bar{\sigma}_{kj}$ との間には，次の関係が成立する。

$$\Delta\bar{\sigma}_{kj}\ (t_l) = -W\,(t_l)\cdot\ \sigma^1_{kj}$$

したがって，上式を式 (7.8) に代入すれば次式が得られる。

$$\bar{p}_{oj}\,(t_l) = \left[\sigma^o_{kj} + \sigma^1_{kj}\ \{1 - W(t_l)\}\right] n_k \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7.9)$$

要するに，後続トンネルの掘削時にその境界 S_2 で解放される応力は，両トンネル掘削前の初期応力 σ^o_{kj}，先行トンネルの掘削による応力増分 σ^1_{kj}，さらに，パラメータ W に含まれる特性曲線 f_T，クリープ関数 $\phi\,(t)$，時間 T_T と T_c，先行トンネルの掘進速度 V_1，後続トンネルの形状 (n_k)及び時間 t_l にによって決まることがわかる。

次に，地表面沈下の算定方法を示すと，まず，現場実測の結果によれば，後続トンネルの掘削時に，その縦断地表面で先行沈下の生じる位置と切端上方地表点との間の距離 d は，先行トンネルにおけるその距離とほぼ同じである。[17] そこで，後続トンネルによる沈下の特性曲線として，先行トンネルのそれを代用することにすれば，後続トンネルを速度 V_2 で掘削する場合の地表面沈下量 $\bar{u}_{G2}$ は，式 (7.2) を求めたときと同様にして，次式で与えられる。

$$\bar{u}_{G2}\,(x_1,\,x_2\,;\,\bar{t}_i) = \int_o^{\bar{t}_i} \bar{u}^o_{G2}\ (x_1,\,x_2\,;\,\bar{t}_i - \tau)\,\frac{\partial}{\partial\tau}\,f_{G2}\,\{V_2\,(\tau - \bar{T}_{G2}\,)\}\,d\tau$$

ここに，$\bar{u}^o_{G2}$ は，後続トンネルの境界 S_2 上で式 (7.9) の応力を瞬間的に解放した場合について，二次元粘弾性解析で求めた地表面の経時沈下量を示し，$\bar{t}_i$ は後続トンネルの縦断地表面上の 1 点で，後続トンネルによる先行沈下が生じ始める時刻を基準とした時間，$\bar{T}_{G2}$ は前記の距離 d を V_2 で除した時間である。

さらに，後続トンネル内に施工されるセグメントの影響を考えると，この場合にも，セグメントの外面と地山との間に存在する間隙だけトンネル内面が変位したのち，セグメントがトンネルの内面変位を完全に拘束し，また，地山とセグメント外面との間にすべりを生じないと仮定すれば，先行トンネルに対して導いた式 (7.7) と同様の式が得られる。したがって，後続トンネルのセグメントに地圧が作用した後の地表面沈下量の増分も，先行トンネルの場合と同様，素掘時の沈下量の増分に比べて非常に小なることがわかる。

7.3. 多層地盤における地表面沈下

以上の解析は，均質な粘弾性地山に対するものである。しかし，実際の地盤は一般に多数の地層によって構成されているので，さらに多層地盤についても解析をする必要が認められる。しかし，それを厳密に行うのは困難であるから，以下のようにして沈下量を求めることにする。

さて，図－7.3 は，多層弾性地山において，各層の弾性定数の比を種々に変化させ，三次元有限要素解析により，トンネル縦断地表面の無次元沈下特性を求めた結果[2]である。これを見ると，図示の範囲内では，多層弾性地山の無次元沈下特性は，単層弾性地山のそれとほとんど差のないことがわかる。

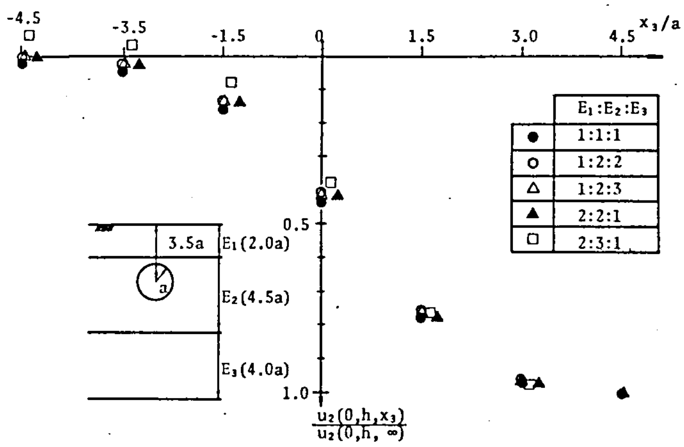
一方，地山のクリープ関数 $\phi\,(t)$ は，多くの場合，対数関数

$$\phi\ (t) = \alpha + \beta\cdot l_n\ (1 + t),\ \ (\ t\ :\text{日}\ ) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(7.10)$$

で近似でき，かつ，係数 β/α の平均値は，通常の地山ではほぼ 1 であること[14]が知られている。そこで，多層粘弾性地山の各層 k のクリープ関数 $\phi_k(t)$ についても，$\beta_k/\alpha_k = 1$ であると仮定すれば，式 (7.10) から，

$$\phi_k\,(t) = \alpha_k\,\{1 + l_n\ (1 + t\ )\} \cdots\cdots(7.11)$$

が得られ，α_k がくくり出されるので，図－6.2 のようなトンネルを瞬間的に掘削すれば，沈下のモードは経時的に変化せず，多層弾性地山の沈下のモー



図－7.3　多層弾性地山でのトンネル縦断地表面の無次元沈下特性（$\nu = 0.3$）

ドに一致する。[2),14)] さらに，図－7.3で示したように，多層弾性地山の沈下の特性曲線が単層弾性地山のそれで近似できることから，結局，多層粘弾性地山の沈下の特性曲線として，単層弾性地山のそれが利用できることになる。

次に，粘弾性体と弾性体とから成る混層地盤について考えると，その沈下の特性曲線は経時的に変化するが，その変化量は小さいと思われる。なぜならば，図－7.3に示すように，多層弾性地山の弾性定数の比が変化しても，特性曲線はほとんど変化しないので，粘弾性体の見掛けの弾性定数が経時的に低下しても，特性曲線は経時的にあまり変化しないと思われるからである。したがって，通常の混層地盤の地表面沈下量もまた，その地山でのトンネル横断面内の二次元粘弾性解析から得られる沈下量と，単層弾性地山での沈下の特性曲線とを用いて，7.2.で述べたと同様の手法で算定することができる。

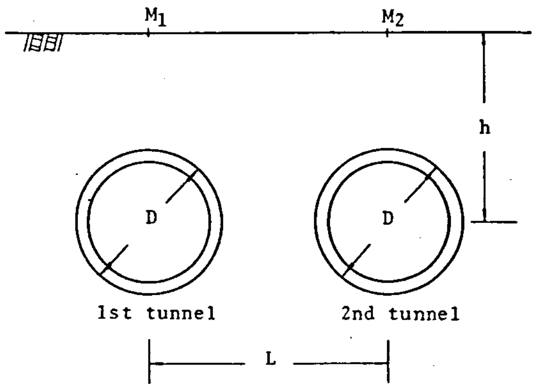
最後に，先行トンネルの覆工地圧について述べる。まず，式（7.11）に示すクリープ関数を有する多層粘弾性地山では，7.2.2.と同様の手法により，式（7.6）と同一の結果が得られるが，弾性体と粘弾性体から成る混層地盤での地圧は，数値解析によらなければならない。しかし，そのような地山においても，地山全体としては，粘弾性的な挙動を示し，そのクリープ関数が式（7.10）のような形で表わされること[14)]から，以下混層地盤についても，先行トンネルの覆工地圧は，式（7.6）で求めることとする。

7.4.　本手法の現場への適用及び考察

上述の地表面沈下の算定手法を，延長約5Kmの双設シールドトンネル施工現場に適用し，本手法の妥当性を検証するとともに，種々考察を加えることとする。

7.4.1.　地山の力学特性と施工条件

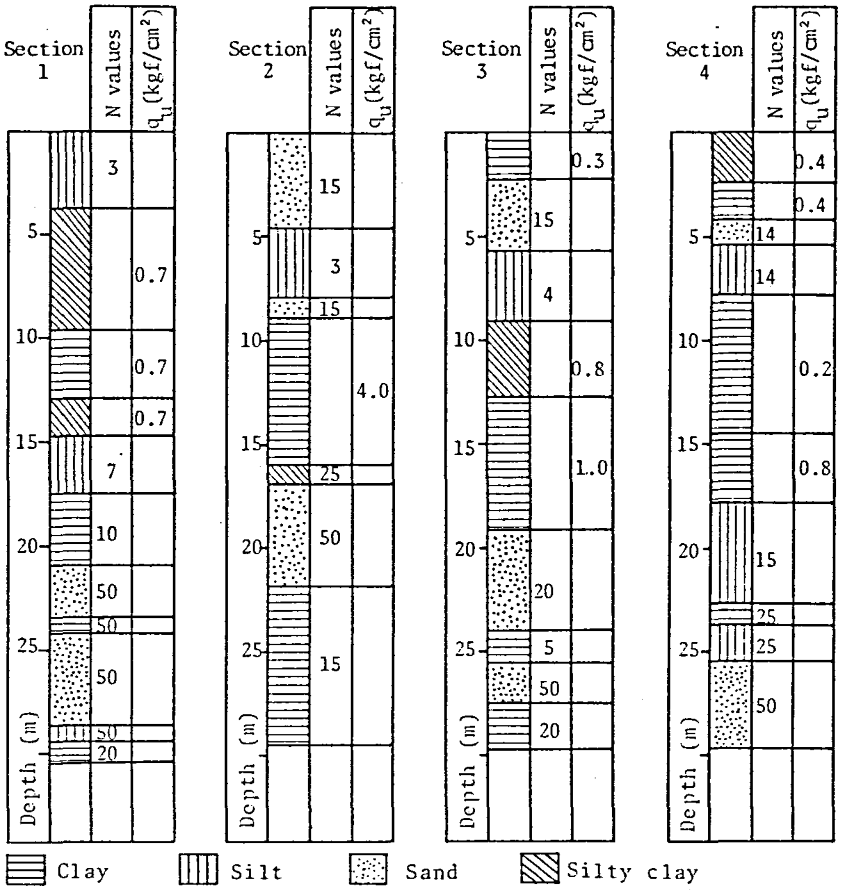
図－7.4と表－7.2に，それぞれトンネルの幾何学的関係と取り上げた七つの断面の施工条件を，図－7.5にはそれら7断面の土質特性を示す。また，当現場付近から採取した粘性土供試体の圧密非排水三軸クリープ試験結果は図－7.6のとおりで，図中の σ_1, σ_3 は軸圧と側圧，σ_f は破壊応力を意味する。この図から明らかなように，粘性土は粘弾性体であって，そのクリープ関数は対数関数で近似できるので，既述のように，軸ひずみに対するクリープ関数 ϕ_e は，弾性定数を E として，$\phi_e(t) = \{1 + l_n(1+t)\}/E$ となる。また，砂質土は弾性体とし，地盤のポア



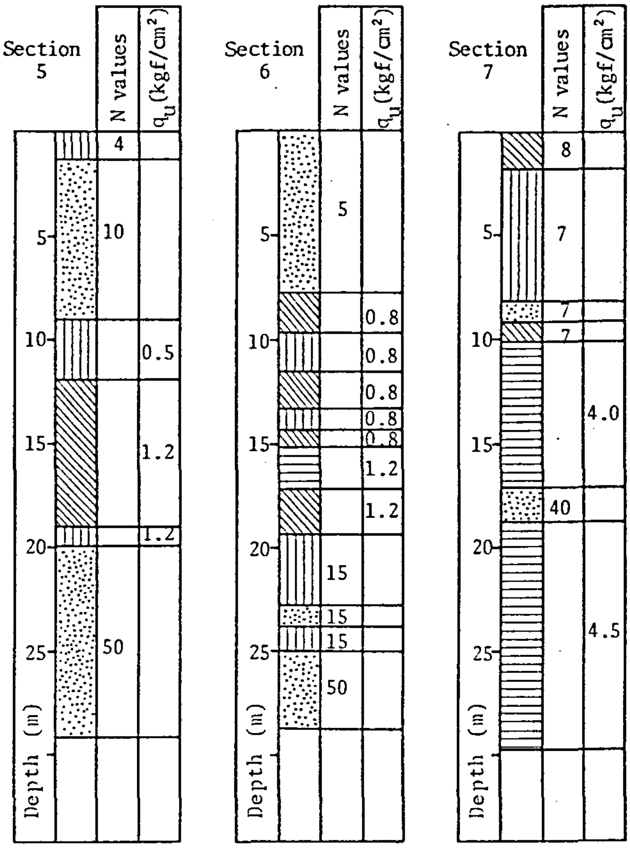
図－7.4　トンネルの幾何学的関係

表－7.2　施　工　条　件

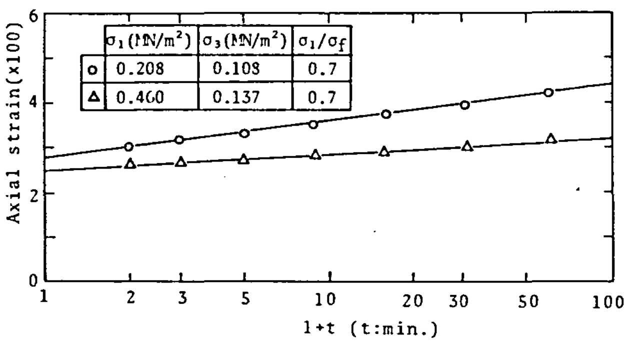
		Section 1	Section 2	Section 3	Section 4	Section 5	Section 6	Section 7
Depth to tunnel center h (m)		14.5	15.5	19.5	16.8	14.5	15.5	20.0
Tunnel diameter D (m)		6.9	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9	6.9
Distance between two tunnel centers L (m)		13.0	13.0	12.0	12.0	12.0	12.0	12.0
Average unit weight of the ground (kN/m^3)		17.15	16.66	17.15	16.66	17.15	16.66	16.66
Time length from 1st tunnel passage to 2nd one (days)		34	40	25	10	12	8	7
Excavation velocity (m/day)	1st tunnel	3.33	3.02	3.90	5.08	3.18	3.11	6.45
	2nd tunnel	2.63	3.46	4.50	4.00	4.83	5.60	5.88
Air pressure (kN/m^2)	1st tunnel	66.5	38.5	35.0	50.0	35.0	30.0	50.0
	2nd tunnel	73.5	31.0	30.0	50.0	35.0	30.0	50.0
Tail void (cm)		5.2	7.5	6.5	6.5	6.0	6.0	6.5
Shield type (H:Hand-mining, M:Mechanical)		H	H	H	H	H	H	M



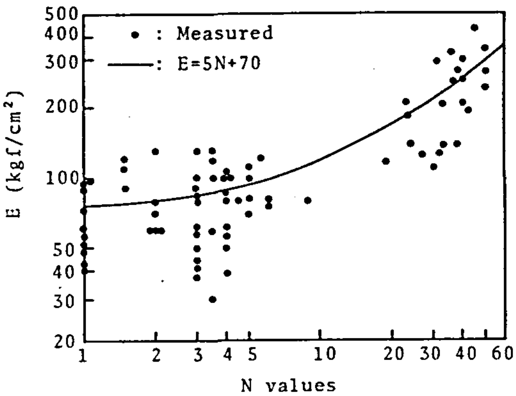
図－7.5　地質柱状図（その1）



図－7.5　地質柱状図（その2）



図－7.6　土質供試体のクリープ特性



図－7.7　弾性定数EとN値の関係

ソン比はすべて0.4と仮定する。次に，粘性土のEは，通常利用される式$E=105\ q_u$[18]（q_u；一軸圧縮強度）によって求めることとするが，当現場付近において，q_uを上式に適用して算出したEとN値との関係，及び砂質土に対する孔内水平載荷試験によるEとN値との関係が，ともに図−7.7のようになっており，それらの関係は，式$E=5N+70$[19),20)]と比較的良く合っている。したがって，N値が既知の砂質土及び粘性土のEは上式で決定する。

7.4.2. テールボイドと圧気圧の取り扱い

本手法で用いる三次元弾性地山の特性曲線は，三

次元境界要素法[11]によって求め，二次元粘弾性解析による変位は，対応原理[14),21)]を利用した有限要素法[2)]で算出する。この場合，坑内圧気圧は，トンネル掘削時に解放される応力のうち，トンネル壁面に垂直な応力から圧気圧を差し引いて考慮する。

次に，当現場では，テールボイドの裏込注入が早期に行われているが，その成果を定量的に把握するのは困難であるため，特徴的な下記の二つの場合を仮定して解析を行う[2)]。

ケースA：シールドの前進に伴って，テールボイドへの裏込注入が完全に行われ，トンネル内面変位がシールドとセグメントにより完全に拘束される場合。

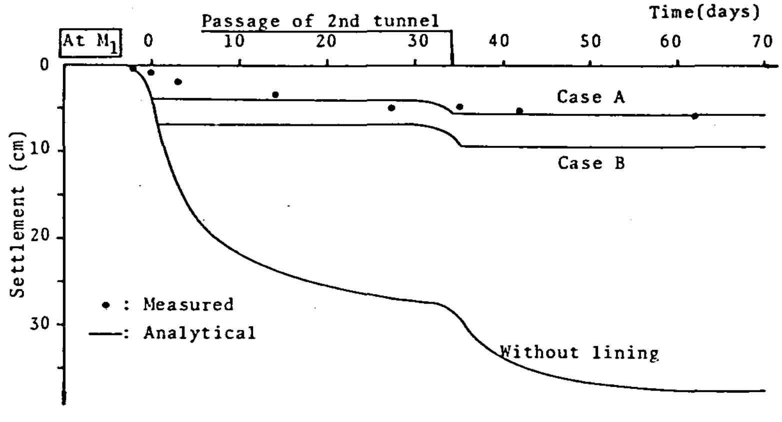
ケースB：裏込注入の効果を無視し，切端手前のトンネル内面がテールボイドの厚さだけ変位するまで，トンネルが素掘状態にあるとする場合。ただし，トンネル内面の横断面内における変位は，内面上の各点で異なるから，トンネル縦断面での直径の変化が，テールボイドの2倍に達するまで，トンネルは素掘状態にあり，その後は，トンネルの内面変位がセグメントにより完全に拘束されるとする。

なお，セグメントに地圧が作用した後の地表面の沈下増分は，7.2.で述べた様に非常に小なので，以下そのような沈下増分はないことにする。

7.4.3. 解析結果と実測結果の比較及びその考察

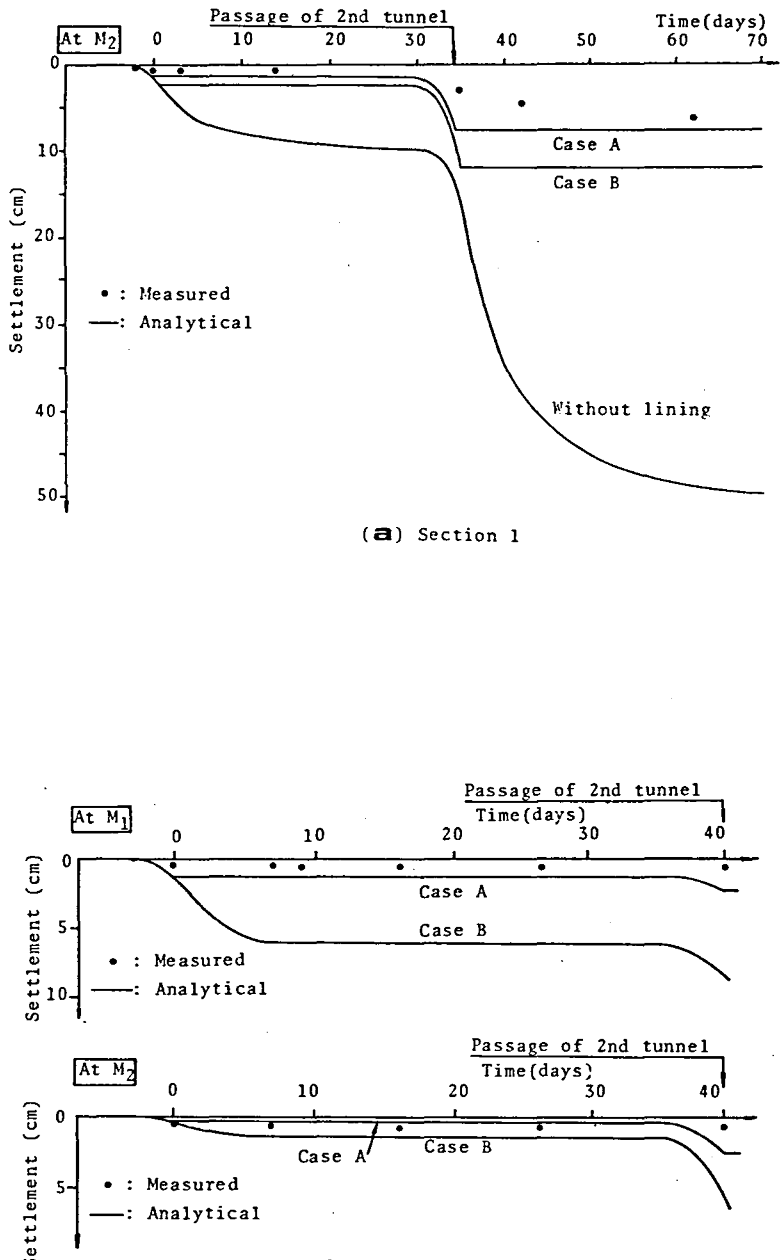
図－7.8は，図－7.4に示すトンネル縦断面内の測点M_1, M_2の経時沈下量について，先行トンネルの切端が測点M_1の直下に達した時刻を基準にし，解析と実測の結果を比較したものである。同図(a)には，前記ケースA，Bの解析結果とともに，両トンネルが素掘のまま放置されたときの解析結果も併記されているが，その場合の沈下量は，当然のことながら，ケースA，Bの解析及び実測の結果に比べて，非常に大となることがわかる。また，ケースAとBの解析結果を比較すると，それらの沈下量の差は決して無視できない。したがって，地表面の沈下量を抑制するには，テールボイドへの裏込注入を早急に行い，トンネル内面を拘束する必要があるという現場の教訓が，本解析によって，定量的に解明されたといえる。

さらに，図－7.8の経時沈下量について調べると，



(a) Section 1

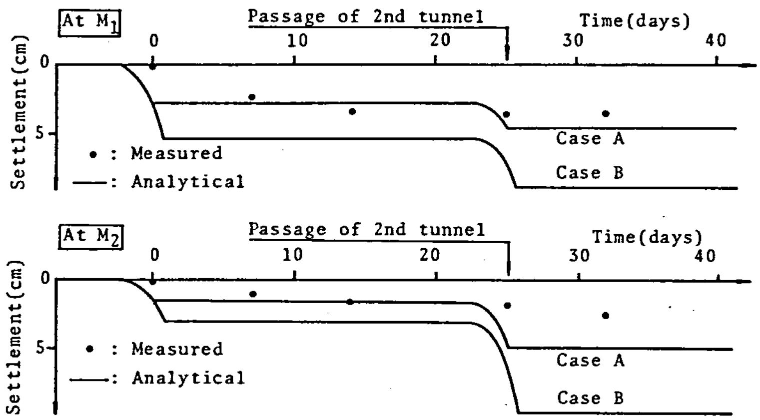
図－7.8　測点M_1, M_2における実測及び解析の経時沈下（その1）



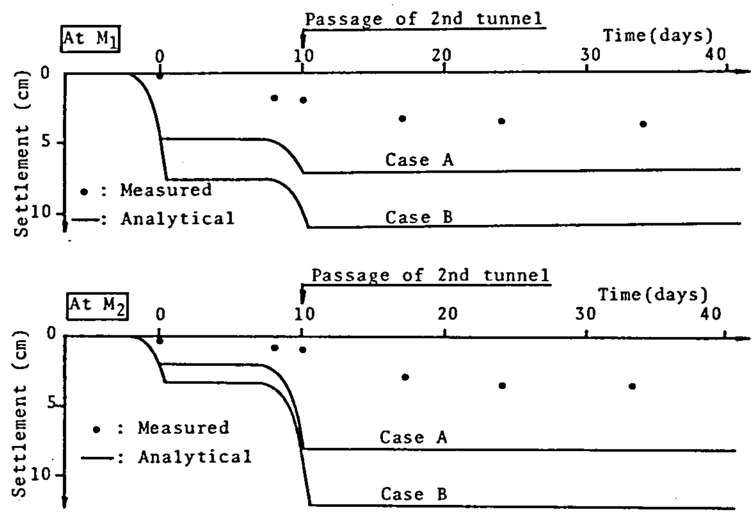
(a) Section 1

(b) Section 2

図－7.8　測点M_1、M_2における実測及び解析の経時沈下（その2）

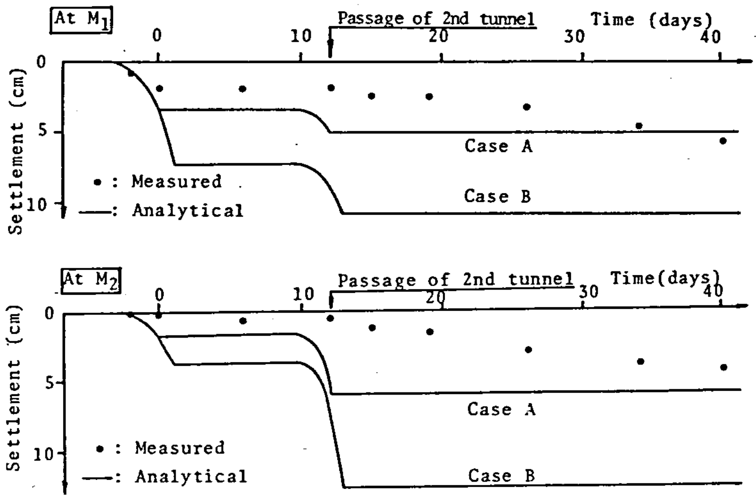


(c) Section 3

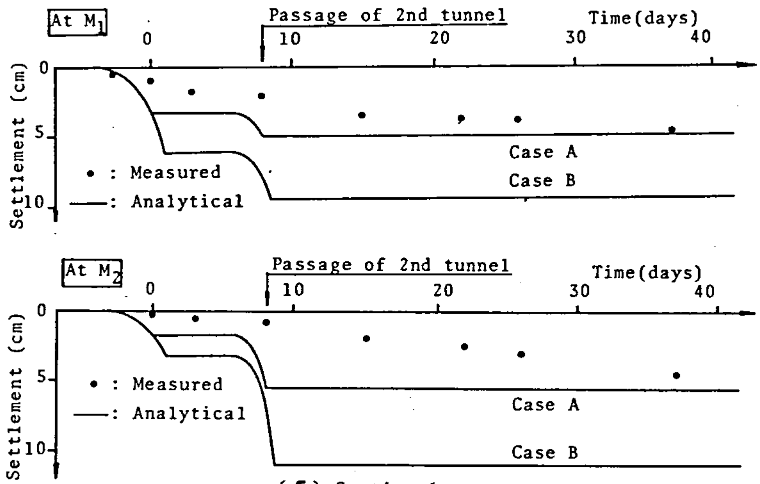


(d) Section 4

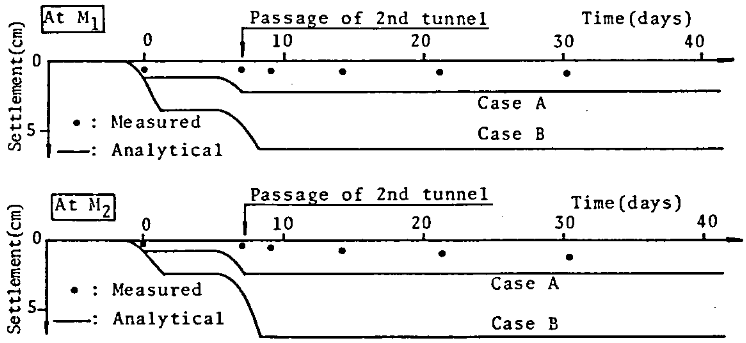
図－7.8　測点 M_1, M_2 における実測及び解析の経時沈下　（その3）



(e) Section 5



(f) Section 6



(g) Section 7

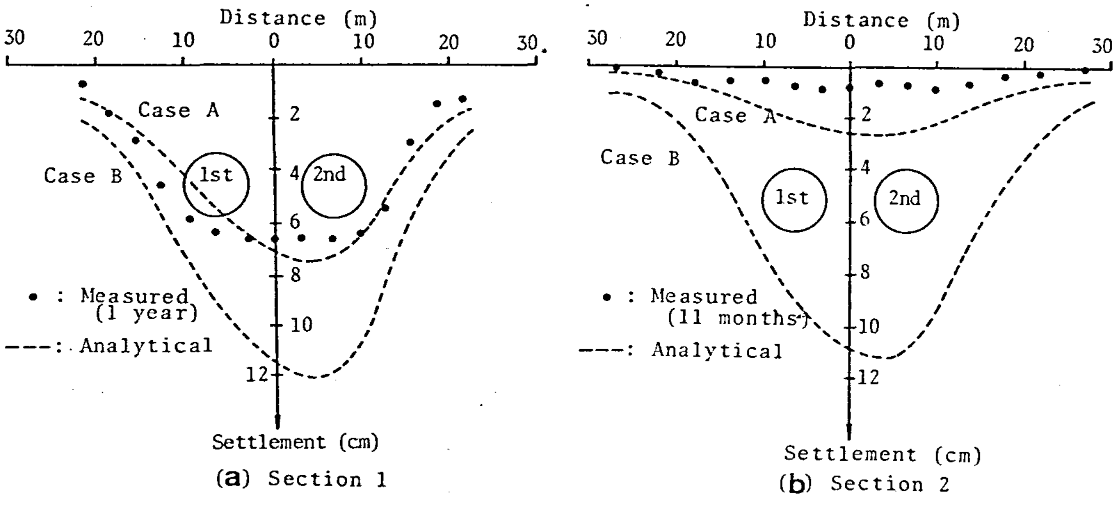
図－7.8　測点M_1, M_2における実測及び解析の経時沈下（その4）

切端通過時には，解析結果が実測結果よりも大であり，時間の経過とともに，実測結果がケースAの解析結果に近づいている。このことについては，以下のように説明することができよう。すなわち，本解析では，シールドとセグメントへの地圧の反力が地表面沈下に与える影響については，トンネル横断面内で二次元解析を行い，地圧の反力が先行沈下を抑制する効果を無視している。そのため，特に切端通過時に，解析結果が実測結果より大になったと思われる。一方，シールドの前進に伴って，直ちにテールボイドの裏込注入を施工したとしても，その効果が完全に発揮されるまでの間，シールドの受けていた地圧の反力は一時的に解放されると考えられ，このことは，それまで抑えられていた地表面沈下を増加させることを意味する。いいかえれば，ケースAの解析は，地圧の反力が先行沈下を抑制する効果を無視することによって，実測値よりも大なる沈下量を算出し，一方，テールボイドは存在しないとして，切端通過後の沈下について，実測値より小なる値を与えるものであるといえる。

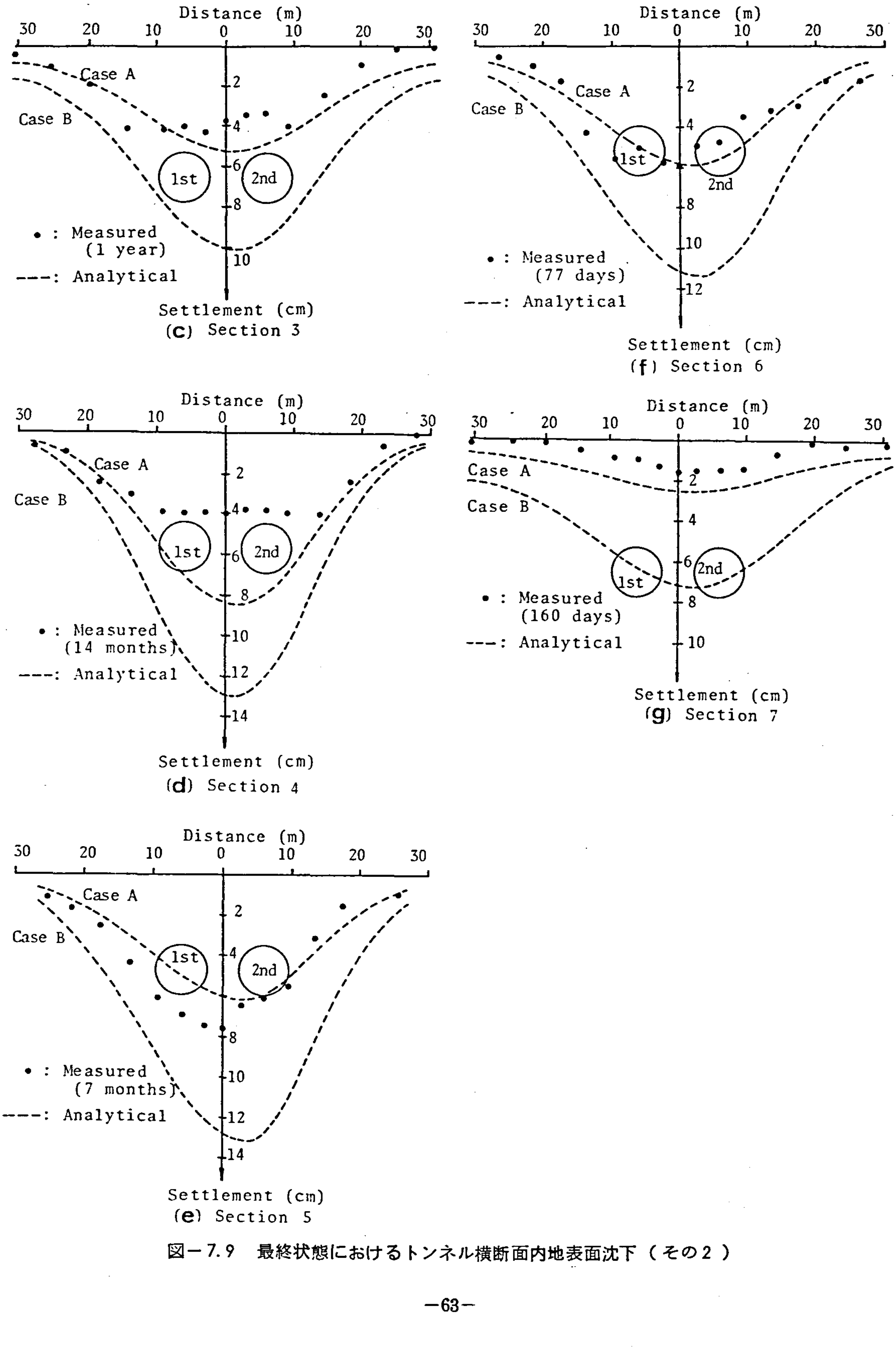
次に，切端が測点のはるか前方まで進行した最終測定時には，地表面沈下量が図－7.9 のようになる。この図を見ると，断面 2 と 4 では，実測沈下が異常な形を示しており，地盤条件に何か特別な事情があったと考えられるが，それらを除けば，ケースAの解析結果と実測結果とは比較的よく一致している。このことは，ケースAの解析法による前記のような過大と過小な計算値が相殺した結果によるものと思われる。なお，ケースBの解析結果が，図－7.8，7.9 のいずれにおいても，実測結果より大になっているのは，当然のことである。

7.5. 結　　言

双設シールドトンネルによる地表面沈下量を合理的に算定する手法は，まだ開発されていないので，本章では，両トンネルの施工手順，切端の位置，掘進速度，テールボイドの存在，圧気圧の作用及び地山の時間依存性を考慮して，地表面沈下量を三次元的に算定する手法を提案した。この手法では，すでに前章で求めた三次元弾性解析によるトンネル縦断地表面の無次元沈下曲線と，実際の地盤の力学特性を考慮したトンネル横断面での二次元粘弾性解析による経時沈下量，の二つを用いて地表面沈下量が算出される。したがって，本手法によれば，結局二次元解析を行うのみで解が得られるわけである。さらに，現場実測結果と本解析結果とを比較して，本手法の妥当性を検証し，双設シールドトンネルによる地表面沈下量が，本手法によって，ある程度定量的に予測できることを確認した。



図－7.9　最終状態におけるトンネル横断面内地表面沈下（その1）



図－7.9　最終状態におけるトンネル横断面内地表面沈下（その2）

参考文献

1) 久武勝保・竹山 喬・伊藤冨雄：双設シールドトンネルによる地表面沈下の算定手法とその現場への適用，土木学会論文報告集投稿中。

2) Ito, T., and M. Hisatake : Three Dimensional Surface Subsidence Caused by Tunnel Driving, Proc. 4th Int. Conf. on Numer. Meth. in Geomech., Edmonton, 1982.

3) Peck, R. B. : Deep Excation and Tunneling in Soft Ground, Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., State of the Art Volume, pp. 225−290, Mexico, 1969.

4) Attewell, P. B. and I. W. Farmer : Ground Deformations Resulting from Shield Tunnelling in London Clay, Can. Geotech. J., Vol. 11, pp. 380−395, 1974.

5) 島田隆夫：土被りの浅い山岳トンネルの地表沈下，土木学会論文報告集，No. 296，pp. 97〜109，1980.

6) 島田隆夫・飯塚 全：トンネル掘削に伴う地表沈下測定例について，第5回トンネル工学シンポジウム，pp. 15〜34，1969.

7) Oteo, C. S. and J. F. Moya : Settlements Induced by a Tunnel in Miocenic Soft Rocks of Madrid, Proc. 4th Int. Cong. on Rock Mech., Vol. 1, pp. 715−722, Switzerland, 1979.

8) 竹山 喬・浜田耕作：シールド工法と地盤沈下，施工技術，1−3，pp. 39〜47，1969.

9) 竹山 喬・小竹 繁・高野 稔：シールド工法と土質，土と基礎，26−4, pp. 67〜72，1978.

10) 伊藤冨雄・竹山 喬・久武勝保・中村雄二郎：シールドトンネル掘削による地表沈下の三次元解析，第16回土質工学研究発表会講演集，pp. 1569〜1572，1981.

11) 久武勝保・伊藤冨雄：トンネル掘削によって生じる地表面沈下の境界要素法による三次元解析，土木学会論文報告集，第327号，1982.

12) Ito, T. and M. Hisatake : Effects of Existing Tunnel on the Stress Distribution of New Tunnel Lining, Proc. Int. Sympo. on Weak Rock, Session 3, Tokyo, 1981.

13) 桜井春輔：地中構造物の力学的挙動に関する基礎的研究，名古屋大学学位請求論文，1975.

14) 伊藤冨雄・久武勝保：粘弾性地山内の任意形状トンネル覆工に作用する地圧，土木学会論文報告集，第307号，pp. 51〜57，1981.

15) 伊藤冨雄・久武勝保：新設トンネルがそれに平行な既設トンネルの覆工応力に与える影響，土木学会論文報告集，第308号，pp. 77〜84，1981.

16) Ito, T. and M. Hisatake : Analytical Study of NATM, Proc. 10th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Vol. 1, pp. 311−314, Stockholm, 1981.

17) Hanya, T. : Ground Movements Due to Construction of Shield-Driven Tunnel, Proc. 9th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Case History Volume, pp. 759−790, Tokyo, 1977.

18) 川本朓万・宮地克人・奥園 清・森本正孝：シールドトンネル掘削に伴なう地表沈下と振動特性について，土と基礎，20−3，pp. 15〜22，1972.

19) 土質工学会：土質調査試験結果の解釈と適用例，pp. 50，1968.

20) 斉藤二郎・藤原紀夫・吉岡尚也：有限要素法によるシールド外周地盤の挙動解析，土と基礎，25−3，pp. 21−26，1977.

21) Lee, E. H. : Stress Analysis in Viscoelastic Bodies, Quarterly of Appl. Mech., pp. 183−190, July, 1955.

第8章　近接発破が既設トンネルの振動挙動に与える影響[1),2)]

8.1.　緒　　言

既設トンネルの近傍で発破作業を行うときには，その安全を考慮して慎重に行う必要があり，そのため従来は，既設トンネル覆工の内壁で振動速度を測定し，それが許容値以下となるように発破方法を制御する[3),4)]という方法が採られている。しかし，トンネル覆工内壁での最大振動速度から覆工の最大応力を推定する従来の方法[3)]は，無限弾性体内を伝播する平面波の振動速度と応力との関係に基いており，トンネル及び覆工といったものの存在は無視されている。また，上記の方法では，現場の測定結果を用いるため，設計の段階で万全の施工計画を立てることができず[5),6)]，さらに，水路トンネルのようにトンネル内に測定機器を設置できない場合には，上記の手法は使用できない。

しかし近年，波動伝播によるトンネルの動的挙動を解析する試みが行われるようになった[7)〜15)]。たとえば，Jakub と Mow[12)]は，等方性弾性地山内の円形トンネルに，それと平行な線状振動源から調和疎密波が入射する場合の素掘トンネルの挙動を解析し，桜井・葛西[13)]は，上記の場合のトンネル覆工の挙動を弾性波動論により解析している。また，伊藤・佐々[14)]は，発破に起因する波動は衝撃的であることから，パルス的な縦波によって生じる弾性地山内の素掘トンネルの応力を，Tensor Code[16),17)]により解析し，丹羽・小林・松本[15)]は，階段進行波によって生じる弾性及び弾塑性地山内のトンネルと覆工の挙動を，Tensor Code と有限要素法により解析している。

しかし，発破は，通常，有限長の装薬により立体的に行われ，また，地盤が減衰特性を有する[18)]ことや，発破で用いられる火薬の種類や重量により，トンネルの振動挙動が異なる[3)]ことは，よく知られているにもかかわらず，上記の解析では，これらの条件が考慮されていない。したがって，上記の解析結果をそのまま現場に適用することはできない。

そこで，本章では，上記諸条件を考慮し，近接発破に起因する既設トンネル覆工の動的挙動を，解析的に算定する手法を提案する。その場合，まず，三次元的な広がりを有する地山及び発破圧力の分布を，二次元モデルに置換して解析する手法を示し，ついで，本手法による解析結果と現場実測結果とを比較し，本手法の妥当性を検証する。次に，従来使用されている覆工応力推定式による結果と本解析結果との比較を行い，既設トンネル覆工の動的特性について考察を加える。

8.2.　動的解析手法

8.2.1.　有限要素法による解析

本解析では，発破に起因するトンネル覆工の動的挙動を，平面歪状態の仮定の下に，有限要素法（FEM）により解析するが，この場合，質量マトリックスはConsistent mass matrixとし，減衰マトリックスはVariable damping[19)]とする。また，次式で示される運動方程式は，直接数値積分法であるWilsonのθ法[20)]により解析する。

$$M\ddot{u}+C\dot{u}+Ku=f \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8.1)$$

ここに，

M：質量マトリックス，C：減衰マトリックス，
K：剛性マトリックス，u：変位ベクトル，
f：外力ベクトル，　$\cdot$：時間に関する微分

なお，要素としては，3角形及び4辺形要素を使用する。

8.2.2.　解析結果の検証

本解析結果を検証するために，二次元無限弾性体内にある半径a_0＝3 m の円孔面に，調和的に変動する直応力$\sigma_r(t)=-\sigma_0\cdot\sin(2\pi f_t t)$（$f_t$：振動数）が一様に作用する場合の変位応答について，前記のFEMによる手法で求めた解析結果といわゆる理論解析結果[21)]との比較を行うことにする。この場合，弾性体の縦波速度，ポアソン比，単位重量，及び上式のf_t，σ_0は，それぞれ，100 m／s，0.25，1 grf／cm³，8.33 Hz，3.821×10⁻⁴ kgf／cm² とする。また，本解析で用いる解析領域の半径$\bar{r}$は40.8

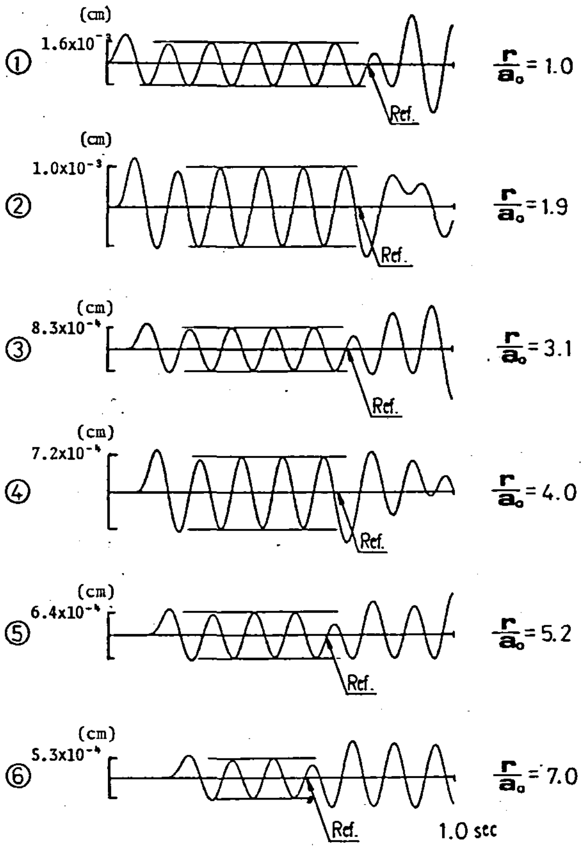
mとし，対称性を考慮して，全領域の$1/4$（252要素）について解析を行った。

図－8.1は，円孔中心からの距離rにおける半径方向の変位応答を，本解析により求めて示したものである。この場合，波動伝播方向の要素の最大長と波長の比 $\Delta l/\lambda$ が次の条件

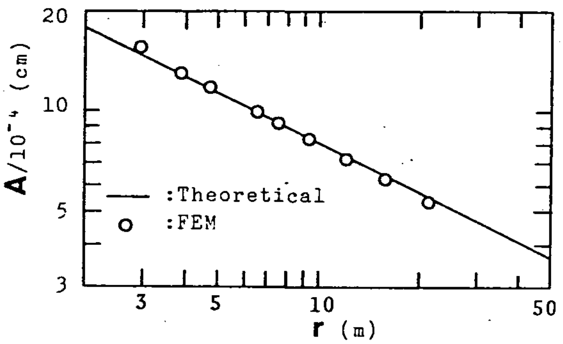
$$\Delta l/\lambda \leqq 1/12 \quad \cdots\cdots (8.2)$$

を満足しておれば，Consistent mass matrix を用いる際の一次元問題の解析誤差は1％程度である[22),23)]ことから，上記解析ではこの条件を満足させており，また，数値積分における時間ステップ Δt は，入力周期の$1/16$としている。図－8.1の結果から，応答波形は直接波が到達するとともに振動を開始し，短時間のうちに入力周波数に一致する定常振動状態に入るが，$r=\bar{r}$における固定境界からの理論的な反射波到達時刻（図中にRef.で示す。）以後，波形の乱れることがわかる。図－8.2は，反射波が到達する以前の定常振動時の変位振幅Aと距離rとの関係について，また，図－8.3は，応答波形の立上り時刻と加振位置からの距離（$r-a_0$）について，本解析結果と理論解析結果とを対比して示したものである。

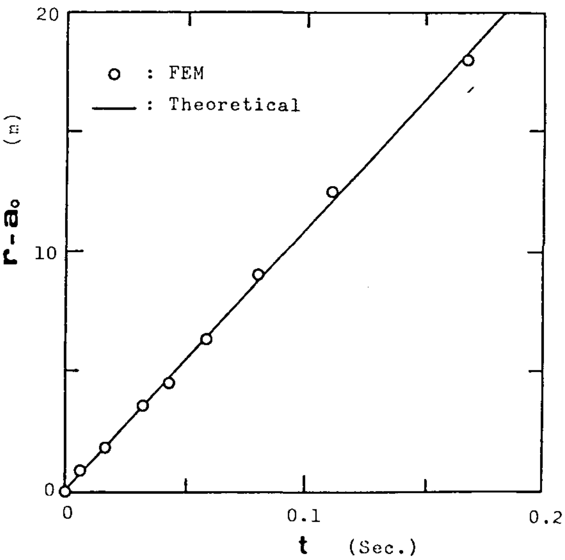
以上の結果から，反射波到達時刻までは，本解析結果は理論解析結果にほぼ一致するので，本解析手法は妥当なものであると思われる。



図－8.1　円孔の中心からの距離rにおける半径方向の変位応答



図－8.2　変位振幅Aと距離rの関係



図－8.3　応答波形の立ち上り時刻と加振位置からの距離（$r-a_0$）との関係

8.3. 入力データの決定

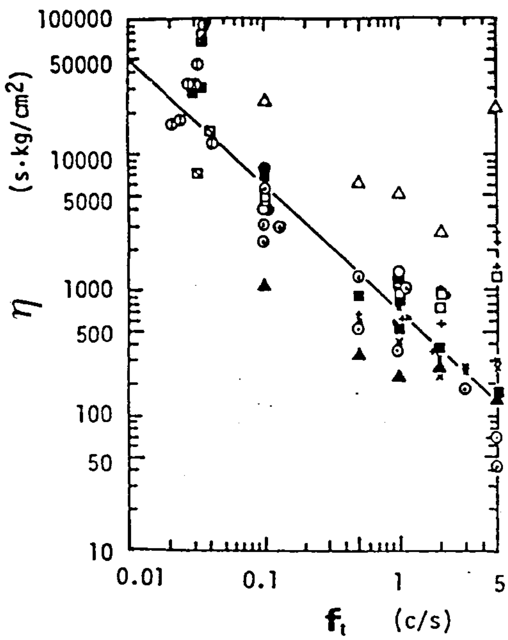
8.3.1. 地山と覆工の力学特性

供試体試験から求められる岩石の力学的性質は，岩盤の性質を評価する上で重要ではあるが，岩盤の力学特性をそのまま代表するとは考えられない。これは，岩石の力学特性が，岩石を構成する粒子の配列や粒子間の空げきなど微視的な材料特性に左右されるのに対し，岩盤の力学特性は，節理や断層など巨視的な構造特性の影響を顕著に受ける[24]ためと考えられる。したがって，岩盤の力学特性は，原位置において把握することが必要となる。また，岩盤の弾性定数は，静的に求めた値よりも動的に求めた値の方が一般に大である。[25]そこで，動的問題を取り扱う本解析では，原位置で求められる岩盤の縦波速度 c_p を用い，次式[25]により動的弾性定数 E を決定し，これを使用する。

$$E=\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}\rho c_p^2$$

ここに，ρ と ν は岩盤の密度とポアソン比である。

一方，岩盤の減衰特性については，以下のように考える。



図－8.4 荷重周波数 f_t と粘性係数 η の関係

図－8.4は，調和的に変化する動的応力を種々の岩盤に与えた場合について，岩盤をフォークト型粘弾性体と仮定し，その粘性係数 η と載荷した動的応力の周波数 f_t との関係を実測した結果[18]であるが，これを見ると，f_t が減少すると η が指数関数的に増大することがわかる。f_t と η の関係は，同じ岩質の岩盤でも風化の程度や節理の多少により異なるが，本解析では，図－8.4の結果を次式で示される図中の直線で近似して使用する。

$$\left.\begin{aligned}&\eta=a_o f_t^{-b_o},\\&a_o=6.75\times10^2\,(S\cdot\mathrm{kgf/cm^2}),\ b_o=0.93\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(8.3)$$

この場合，減衰定数 h は次式で求められ，[18]

$$h=\frac{\pi f_t \eta}{E}$$

有限要素法における各要素 q の減衰マトリックス $[c]_q$ は，円振動数を ω として，次式により算定される。

$$[c]_q=\alpha_q[m]_q+\beta_q[k]_q$$

$$\alpha_q=h\omega,\ \beta_q=h/\omega$$

$[m]_q$；要素質量マトリックス

$[k]_q$；要素剛性マトリックス

ところで，発破による地盤の振動は定常的でなく，また，岩盤表面で測定される振動周波数は一般に数10 Hzから数100 Hzの広範囲に分布する。[3]しかし，ダイナマイトが爆発する場合の岩盤の振動スペクトルは200 Hz 近傍で最大値を示すという報告[26]のあることから，式（8.3）の f_t を200 Hzとして η を決定する。また，発破に起因する振動は，地震のように地盤全体が振動する場合と異なり，非常に局部的な振動であることから，この場合に，ω として系の最低固有円振動数を採用[19]すれば，発破点から十分離れ，発破の影響を受けない地盤も ω の決定に寄与することになり，現実的でない。したがって，本解析では，ω の決定に際しても岩盤の振動数を200 Hzとする。また，コンクリート覆工については，コンクリートと岩石の力学特性が類似している[27]ことから，以上の条件をコンクリートにも適用することにする。

8.3.2. 発破圧力

水中衝撃波法を用いて実測された爆ごう圧の研究[28]によれば，爆速が4,000 m/s 以上の場合，爆薬が爆ごうする際の最大圧力 P_d は，Jones によって提案された次式により概算し得ると言われている。

$$\left.\begin{aligned} P_d &= 0.000424\ v^2\ \rho_o\ (1-0.543\ \rho_o \\ &\quad +0.193\ \rho_o^2\ ),(\text{C. G. S. 単位}) \\ v &: \text{爆速},\quad \rho_o : \text{装てん密度} \end{aligned}\right\} \quad (8.4)$$

しかし，爆薬中を伝播してきた爆ごう波が，爆薬と岩盤との境界面で岩盤に作用する最高圧力 P_{max} は，岩盤の特性に応じて P_d と異なる値をとり，次式で近似される。

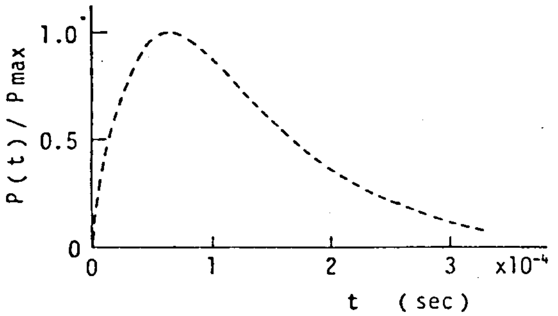
$$P_{max} = \frac{2\rho c_p}{\rho c_p + v\rho_o}\ P_d \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8.5)$$

一方，爆薬の爆ごうに伴なう衝撃作用の時間長さは，10^{-6} 秒からせいぜい 10^{-4} 秒程度であり，ガス圧力の作用時間は 10^{-3} 秒から 10^{-1} 秒程度である[29]と言われている。Starfield ら[30]は，数10 μ 秒において発破圧力が最大値に達すると仮定して爆破に対する数値解析を行い，これによる解析結果は実測結果と良い一致を示している。

そこで，本論文では，岩盤に与えられる最高圧力は式（8.4），（8.5）で算定し，発破圧力の経時変化は，60 μ秒において最大値を示す次式[31]を使用することにする。

$$P(t) = P_{max}\,(e^{-Bt/\sqrt{2}} - e^{-\sqrt{2}\,Bt})\,N,$$
$$B = 16338\ ,\ N = 4\ ,\quad t\ :\ \text{秒}$$

上式の与える発破圧力の経時変化を図－8.5 に示す。また，本解析での時間ステップ Δt は，発破圧力が最大値を示すまでの時間を入力周期の $1/4$ と考え，



図－8.5 発破圧力の経時変化

これを4等分した $\Delta t = 15\ \mu$ 秒を使用する。

8.3.3. 発破孔半径の決定

既設トンネルに及ぼす近接発破の影響は，発破点に近い所ほど大であるから，本解析では，発破点を通り既設トンネルの軸に直交する断面を解析対象断面と考え，また，既設トンネルと発破孔はたがいに平行で，平面歪状態にあると仮定する。しかし，実際の発破は，有限長の装薬により立体的に行われるため，実際の発破孔半径と同一の発破孔半径を解析に用いれば，実際に比べて多大のエネルギーを岩盤に与えることになる。

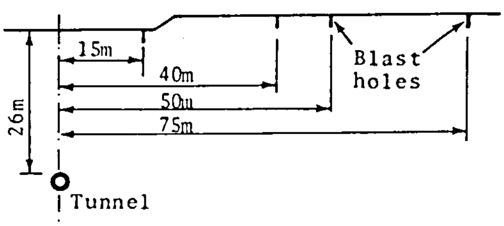
そこで，本論文では，解析で用いる発破孔半径（以下，これを仮想発破孔半径と言う。）を以下のようにして決定する。すなわち，まず，トンネルから十分離れ，かつトンネル周辺地盤とほぼ同一の地盤において，発破に起因する地盤の振動特性をあらかじめ現場実測しておき，ついで，その現場について，有限要素法により動的解析を行う。そして，この解析結果が上記現場実測結果に一致するよう，仮想発破孔半径 r_0 と使用火薬重量 W_0 との関係を求めておく。そうすれば，トンネルの近傍で発破を行う場合においても，上記の結果から，使用火薬重量に対応して仮想発破孔半径を決定することができ，また，トンネル周辺の幾何学的条件は，有限要素解析により考慮できるので，実際に近いトンネルの動的挙動の把握が可能になると思われる。しかし，この場合，発破パターンなど，発破の施工方法によって岩盤の振動挙動が異なる[33]ので，$r_0 \sim W_0$ 関係を求めた時の発破の施工方法と，トンネルに近接して行う実際の発破の施工方法とは，同一であることが必要である。また，$r_0 \sim W_0$ 関係を決定する際の測点と発破点との間の距離は，近接発破時のトンネルと発破点との間の距離と大きく異ならないものとする。

8.4. 本解析手法の現場への適用

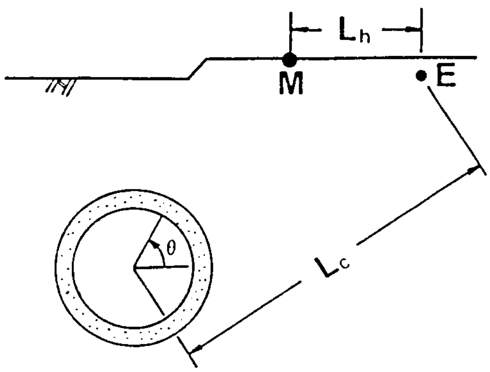
上に述べた本解析手法により，トンネル覆工の振動挙動を解析し，その結果と現場実測結果[32]とを比較することより，本解析手法の妥当性を検証する。

8.4.1. 現場の概要

対象としたトンネルは，比較的平担な地表面を有する風化花こう岩内にあり，土かぶり約26 m，トンネル直径2.3 m，コンクリート覆工厚は 25 cm である。当現場の概況は図－8.6に示す通りで，表層土はけずり取られており，走時曲線から求めた縦波速度 c_p は約 1.7Km／s である。発破は，地表面下約 2.7 mの深さに3号桐ダイナマイト（$v = 6{,}000$ m／s，$\rho_o = 1.43$ g／cm³）を一定重量$W_o = 400$ grf 装薬し，先の発破によって波動伝播経路にあたる岩盤が乱されぬよう，順次遠方から実施する。振動の測定は，地表面とトンネル覆工内壁で行い，発破点E，トンネル及び地表測点Mの幾何学的関係は，図－8.7に示すとおりである。また，表－8.1に地盤



図－8.6　測　定　現　場



図－8.7　発破点E，地表測点M及びトンネルの幾何学的関係

表－8.1　地盤と覆工の定数

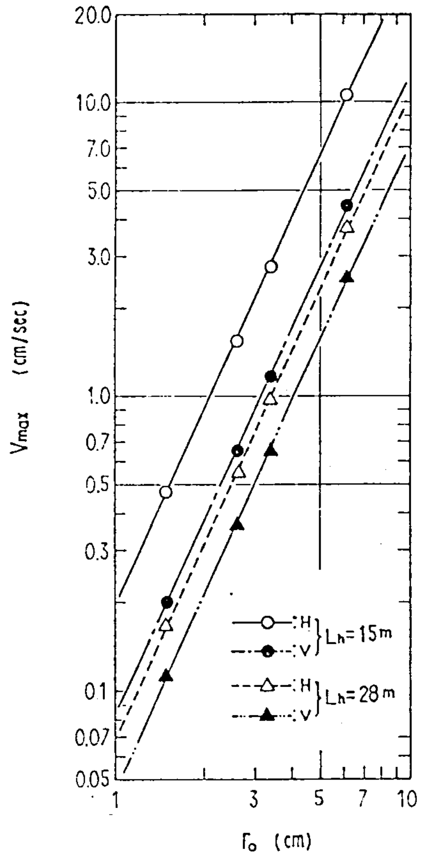
	ρ gr/cm³	ν	c_p km/s
Lining	2.30	0.16	4.5
Ground	2.67	0.21	1.7

と覆工の定数をまとめて示す。

8.4.2.　使用火薬量と仮想発破孔半径の関係

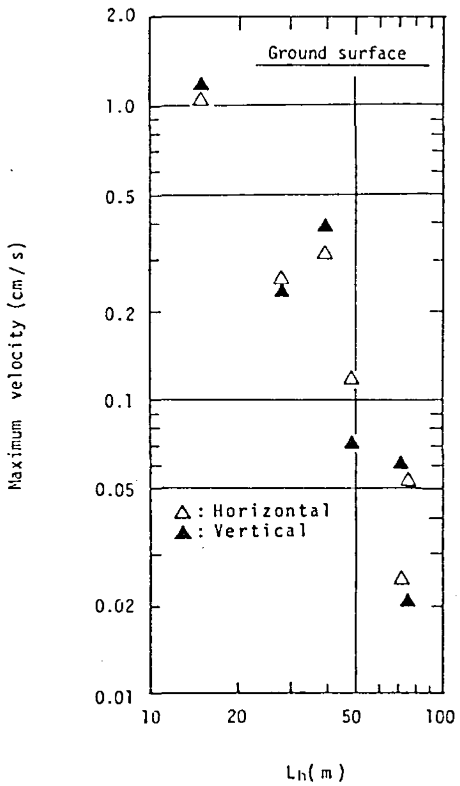
図－8.8は，仮想発破孔半径 r_o を変化させた場合について，発破点から 15 m及び 28 m離れた地表面での最大振動速度 V_{max} を解析的に求めた結果を示す。これらを図のように直線で近似すると，次のような指数関数で表わすことができる。

$$V_{max} = c_1\, r_o^{\,c_2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8.6)$$

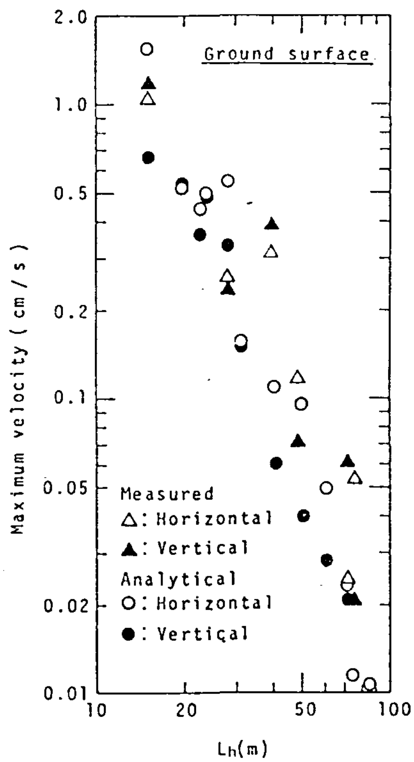


図－8.8　仮想発破孔半径r_oと地表面での最大振動速度V_{max}の解析結果の関係

ここで，c_1，c_2は図－8.8から求められる定数である。一方，図－8.9は，地表面で実測されたV_{max}と距離L_hとの関係であり，発破点から15m及び28m離れた位置でのV_{max}の実測結果を式（8.6）の左辺に代入することより，$W_o = 400$ grfに相当する



図－8.9　地表面で実測された最大振動速度と距離 L_h の関係



図－8.10　地表面における最大振動速度の実測結果と解析結果の比較

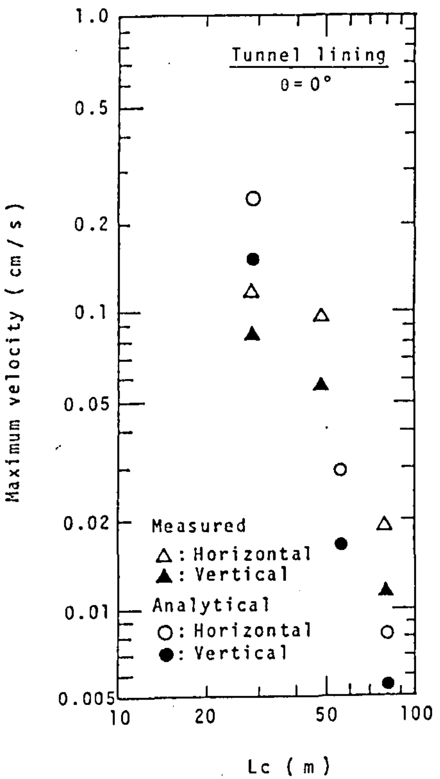
r_0 の平均値を 2.2 cmと決定することができる。

上記 r_0 の値は，発破点から15mと28m離れた位置で実測した V_{max} の値に基づいて決定されているが，この r_0 の値を使用した地盤の振動解析結果が，他の地表測点での V_{max} の実測結果と適合するか，あらかじめ調べておく必要がある。そこで発破点からの距離が L_h である地表面での V_{max} について，解析と実測の結果を対比すると，図－8.10 のようになる。これを見ると，両者の結果はほぼ対応しており，したがって，当現場の使用火薬量に対して求めた仮想発破孔半径は妥当であると考えられる。

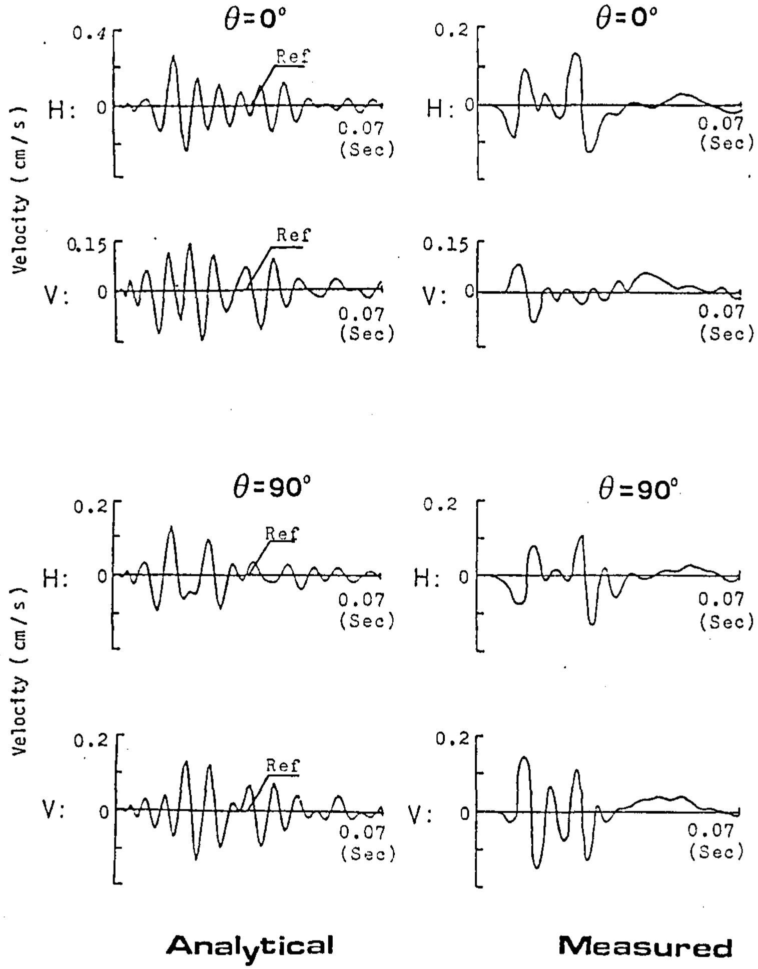
8.4.3.　トンネル覆工の振動挙動の比較

図－8.11 は，上記のようにして求めた仮想発破孔半径 r_0 を使用し，トンネル中心と発破点との間の距離 L_c を変化させて，トンネル覆工内壁の $\theta=0°$ 及び $\theta=90°$ における最大振動速度を解析的に求め，それと同じ場所における実測値とを比較したものであるが，両者はほぼ対応していると言えよう。また，図－8.12は，上記と同一場所における振動速度の経時変化について，実測と解析の結果を対比したものである。解析波形に比べて実測波形の方が早期に振動が終了しているが，解析における反射波到達時刻（Ref.で示す。）以前については，両者の周期は良く対応していると言える。また，他の二つのトンネル現場に本解析手法を適用したところ，上記と同様の結果が得られた[6]。

以上の結果から，解析で使用する仮想発破孔半径と実際に使用する火薬量との関係をあらかじめ決定しておけば，その関係を用いることより，トンネル覆工の振動挙動を解析によりある程度定量的に推定できると思われる。



図－8.11　覆工内壁の最大振動速度の実測結果と解析結果の比較



図－8.12　覆工内壁における振動速度の経時変化の解析結果と実測結果の比較
（L_c = 28 m,　H：水平方向,　V：鉛直方向）

8.5. 解析結果とその考察

近接発破における各種の因子が既設トンネル覆工の動的挙動に与える影響を，解析により明らかにし，また，次に示す従来の覆工応力推定式による結果と本解析結果とを比較して，種々考察を加えることにする。

$$\sigma_l = \rho c_p V \qquad (8.7)$$

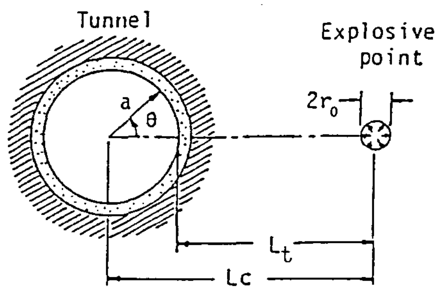
ここで，σ_l：覆工に生じる応力，　ρ：覆工の密度

c_p：覆工の縦波速度，V：覆工の振動速度

なお，トンネルと発破点との幾何学的関係は図－8.13のごとくであり，トンネル半径 a は3m，覆工厚50cm，火薬の爆速5,000m／s，装てん密度1.1g／cm³とし，その他のパラメータは表8.2及び表8.3に示すとおりである。

8.5.1. 振動特性

図－8.14は，トンネルと発破点との中心距離 L_c を変化させ，覆工内壁各点の最大振動速度 $V(\theta)_{\max}$ を，$\theta=0°$ における最大振動速度 $V(\theta=0°)_{\max}$ で無次元化し，それらの分布を示したものである。この図から，当然のことながら，発破点の遠近にかかわらず，$\theta=0°$ における振動速度がつねに最大となることがわかる。そこで，この最大値 $\overline{V}_{\max}$ （$=V(\theta=0°)_{\max}$）と距離 L_t との関係を示せば，図－8.15が得られ，この図からわかるように，$\overline{V}_{\max}$ の値は L_t のほぼ2乗に逆比例する。この結果は，現場実測による最大振動速度の距離減衰の結果[3),34)]と一致している。この事は，ここで用いた粘性係数の値が妥当であったため，振動速度の距離減衰について，本解析結果が実測結果に良く対応したものと思われる。



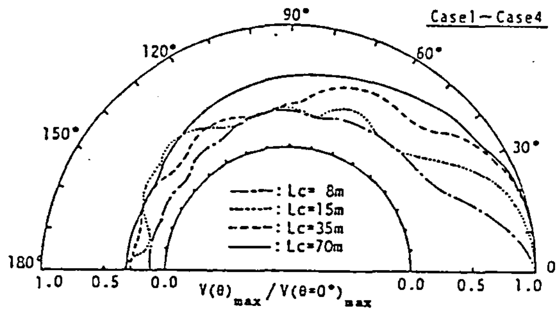
図－8.13　トンネルと発破点の幾何学的関係

表－8.2　地盤と覆工の定数

	ρ gr/cm³	ν	c_p km/s
Lining	2.4	0.20	3.4
Ground	2.6	0.21	Table 8.3

表－8.3　各Caseにおけるパラメータの値

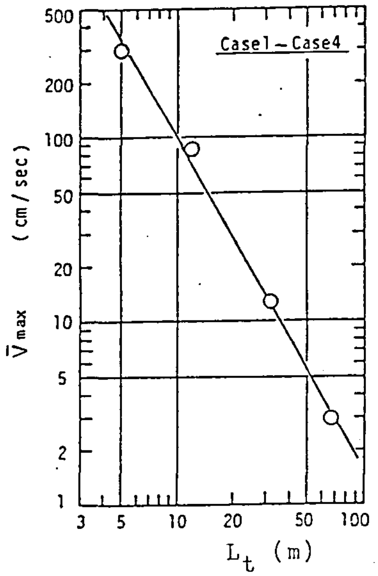
	r_0(cm)	Cp(km/s)	Lc(m)
Case 1	2.6	5.3	8
Case 2	2.6	5.3	15
Case 3	2.6	5.3	35
Case 4	2.6	5.3	70
Case 5	2.6	6.2	8
Case 6	2.6	6.2	35
Case 7	2.6	6.2	70
Case 8	2.6	4.1	8
Case 9	2.6	4.1	15
Case10	2.6	4.1	35
Case11	0.9	5.3	8
Case12	0.9	5.3	35
Case13	8.0	5.3	15
Case14	8.0	5.3	35



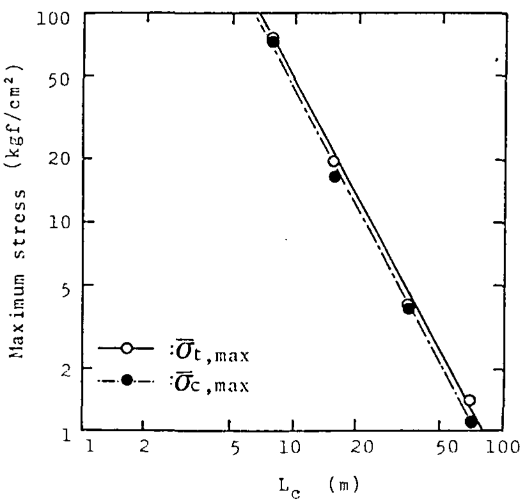
図－8.14　距離 L_c が変化した場合の覆工内壁の最大振動速度分布

8.5.2. 応力分布

図－8.16は，覆工に生じる最大引張応力 $\overline{\sigma}_{t,\max}$ 及び最大圧縮応力 $\overline{\sigma}_{c,\max}$ と L_c との関係を示した



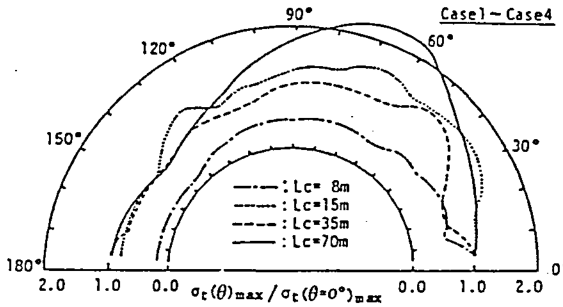
図－8.15　覆工内壁の最大振動速度$\overline{V}_{max}$と距離L_tの関係



図－8.16　覆工に生じる最大引張応力$\overline{\sigma}_{t,max}$及び最大圧縮応力$\overline{\sigma}_{c,max}$と距離$L_c$の関係（$c_p$=5.3 km/s, r_o=2.6 cm）

ものである。この図から，上記の二つの応力は，L_cが同一ならばほぼ同じであるから，通常のコンクリート覆工の安全性に対しては，最大引張応力についてのみ検討すれば良いことがわかる。

図－8.17は，覆工内に生じる最大引張応力σ_t

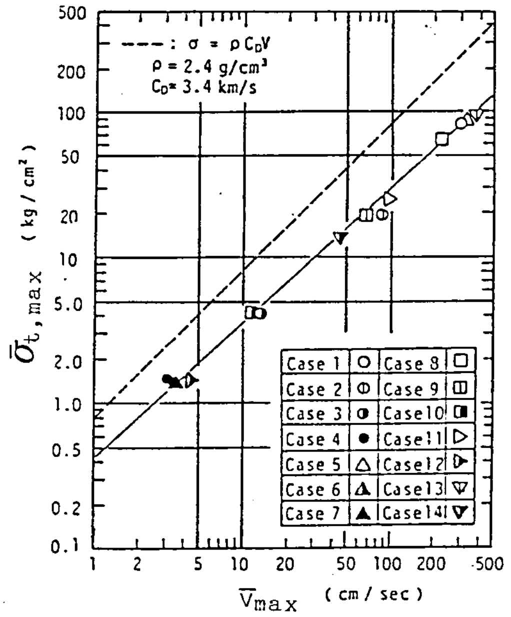


図－8.17　最大引張応力$\sigma_t(\theta)_{max}$の分布に及ぼす距離L_cの影響

$(\theta)_{max}$が距離L_cによってどのように変化するかを示したものである。この図から，発破点が遠ざかるにしたがって，$\sigma_t(\theta)_{max}$の最大値$\overline{\sigma}_{t,max}$の発生位置が，$\theta=0°$から$\theta=90°$の方に移行することがわかる。したがって，図－8.14の結果と考え合わせば，$\overline{V}_{max}$と$\overline{\sigma}_{t,max}$の生じる位置が距離$L_c$の値によって異なる場合のある[14]ことが，本解析結果からも指摘される。

8.5.3.　最大引張応力$\overline{\sigma}_{t,max}$と最大振動速度$\overline{V}_{max}$の関係

岩盤の縦波速度c_p, 距離L_c及び使用火薬量に直接関係する仮想発破孔半径r_oを，表－8.3のように種々変化させ，$\overline{\sigma}_{t,max}$と$\overline{V}_{max}$を求めてそれらの関係を示すと，図－8.18の実線のようになる。これを見ると，図示の範囲内では，上記パラメータの値にかかわらず，$\overline{\sigma}_{t,max}$と$\overline{V}_{max}$の間には両対数紙上でほぼ直線的関係が認められる。また，同図中の破線は，従来使用されている覆工応力推定式（8.7）から求めた結果を示し，この推定式による$\overline{\sigma}_{t,max}$の値は，同一の$\overline{V}_{max}$に対する本解析結果よりも大となる。ただし，上記推定式では，トンネルの存在を無視しているので，両者の差はこの影響によるとも考えられる。しかし，いずれにせよ，従来の推定式を利用すれば，実際に比べて大きな応力を算定することになる。



図－8.18 覆工に生じる最大引張応力 $\bar{\sigma}_{t,\max}$ と，覆工内壁の最大振動速度 $\bar{V}_{\max}$ の関係

8.6. 結　　言

本章においては，近接発破に起因する既設トンネル覆工の動的挙動を明らかにするために，まず，発破の施工条件，地質特性及び幾何学的条件を考慮した解析手法を示した。ついで，現場実測結果と本解析結果とを比較して，本解析手法の妥当性を検証し，さらに種々の検討を行った。その結果得られた成果の大要は下記のごとくである。

(1) 実際に使用する火薬量と，それに対応して解析で使用する仮想発破孔半径との関係を，現場実測と解析の結果によりあらかじめ決定しておけば，本解析手法により，近接発破を行う場合の既設トンネル覆工の動的挙動，ひいてはその安全性を解明することができる。

(2) トンネル覆工内壁の最大振動速度は，つねに発破点に最近の位置において生じる。

(3) 覆工に生じる最大引張応力と最大圧縮応力の値はほぼ同程度であり，したがって，コンクリート覆工の安全性は，通常最大引張応力のみについて検討すればよい。

(4) 上記最大引張応力の生じる位置は発破点とトンネル中心との間の距離によって変化する。したがって，その距離により，最大振動速度と最大引張応力の生じる位置が異なる場合がある。

(5) 最大振動速度と最大引張応力の関係は，火薬量，地盤の縦波速度及び発破点とトンネル中心との間の距離の値にかかわらず，両対数紙上でほぼ直線的な関係が認められる。また，最大振動速度の値を従来の推定式に適用し，その結果から推定される覆工応力の値は，本解析で求められた値より大である。

参　考　文　献

1) 久武勝保・桜井春輔・伊藤冨雄：既設トンネルの振動挙動に及ぼす近接発破の影響，土木学会論文報告集投稿中。

2) Hisatake, M., S.,Sakurai, T. Ito, and Y. Kobayashi : Analytical Contribution to Tunnel Behavior Caused by Blasting, Proc. 5th Int. Cong. Rock Mech., ISRM, Melbourne, 1983 (in press).

3) 日本トンネル技術協会：トンネル工事の発破振動および騒音対策に関する調査研究報告書，1977.

4) 柳場　武，他4名：トンネル掘削が既設トンネルに及ぼす影響とその対策，第4回岩の力学国内シンポジウム，pp. 169～174，1973.

5) 伊藤冨雄・久武勝保・小林洋一：近接発破によって生じる既設トンネルの覆工応力，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，Ⅲ－25，1980.

6) 伊藤冨雄・久武勝保・小林洋一：既設トンネルの振動挙動に及ぼす近接発破の影響，土木学会第34回年次学術講演会講演概要集，第3部，pp. 501～502，1979.

7) Pao, Y. H. : Dynamic Stress Concentration in an Elastic Plate, J. Appl. Mech., Vol. 29, No. 2, pp. 299～305, 1962.

8) Cheng, S. L. and A. Jahanshahi : On Dynamic Stress Concentration Around a

Discontinuity, J. Appl. Mech., Vol. 34, pp. 385～391, June, 1967.
9) Cheng, S. L.: Dynamic Stress in a Plate with Circular Holes, J. Appl. Mech., Vol. 39, pp. 129～132, March, 1972.
10) 丹羽義次・小林昭一・福井卓雄・東 憲昭：積分方程式法による埋設物周辺の過渡応力の解析，土木学会論文報告集，第248号，pp. 41～53，1976.
11) Garnet, H. and J. Crouzet－Pascal: Transient Response of a Circular Cylinder of Arbitrary Thickness, in an Elastic Medium, to a Plane Dilatational Wave, J. Appl. Mech., Vol. 33, pp. 521～531, Sept., 1966.
12) Jakub, M. and C. C. Mow: On the Effects of Source Proximity on the Dynamic Stresses Around a Cylindrical Cavity, J. Appl. Mech., Vol. 34, pp. 359～364, June, 1967.
13) 桜井春輔・葛西俊一郎：近接発破によるトンネル覆工の動的挙動に関する理論的考察，土木学会第29回年次学術講演会講演概要集，第3部，pp. 410～411，1974.
14) 伊藤一郎・佐々宏一：近接爆破に対する空洞の安全性の検討と設計・施工への応用，第2回岩の力学講演会，現場における岩盤計測と設計・施工への応用，pp. 45～62，1973.
15) 丹羽義次・小林昭一・松本忠章：進行波に伴なって発生するトンネル周辺の過渡応力状態，材料，第23巻，第248号，pp. 43～49，1974.
16) Maenchen, G. and S. Sack: Methods in Computational Physics, Academic Press, Vol. 3, pp. 181～210, 1964.
17) 勝山邦久・佐々宏一・伊藤一郎：空孔の存在による動的応力のじょう乱に関する数値解析，材料，第21巻，第228号，pp. 23～29，1972.
18) 林 正夫・北原義浩・藤原義一・駒田広也：動的粘性係数を考慮した三次元地盤と地山構造物の連成震動解析，土木学会論文報告集，第217号，pp. 11～23，1973.
19) Idriss, I.M. and H. B. Seed: Seismic Response by Variable Damping Finite Elements, ASCE, GT1, pp. 1～13, 1974.
20) たとえば，戸川隼人：有限要素法による振動解析，サイエンス社，1975.
21) 田村重四郎・中村 豊・加藤勝行：地中坑道に発振源がある場合の周辺地盤の震動の解析，土木学会論文報告集，第281号，pp. 41～53，1979.
22) Segol, G., Abel, J. F. and P. C. Y. Lee: Finite Element Mesh Gradation for Surface Waves, ASCE, GT11, pp. 1177～1181, 1975.
23) Kuhleymeyer, R. L. and J. Lysmer: Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems, ASCE, SM5, pp. 421～427, 1973.
24) 川本眺万：岩盤力学，朝倉書店，pp. 8～9，1975.
25) 土木学会：土木技術者のための岩盤力学，pp. 88～89，1970.
26) 伊藤一郎・佐々宏一・谷本親伯：爆破振動の軽減法に関する検討，土木学会第26回年次学術講演会講演概要集，第3部，pp. 117～120，1971.
27) 桜井春輔：静荷重下における岩石の破壊条件，材料，第17巻，第181号，pp. 30～35，1968.
28) 伊藤一郎・佐々宏一：爆ごう圧に関する研究，工業火薬協会誌，Vol. 32，No. 6，1971.
29) 日本材料学会編：岩石力学とその応用，丸善株式会社，pp. 364，1966.
30) Starfield, A. M. and J. M. Pugliese: Compression Waves Generated in Rock by Cylindrical Explosive Charge: A Comparison Between a Computer Model and Field Measurements, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 5, pp. 65～77, 1968.
31) 伊藤一郎・佐々宏一：爆破に伴なう岩盤内応力に及ぼすポアソン比の影響，水曜会誌，Vol. 16，No. 2，1964.
32) 桜井春輔・北村泰寿・吉田耕造：既設トンネ

ルに対する近接発破の発破管理法に関する一考察，建設工学研究所報告，No. 19， pp. 1～12，1977.

33) 工業火薬協会編：発破ハンドブック， pp. 35～38，山海堂， 1976.

34) 文献 31)， pp. 335～337.

第 9 章　結　論

本論文は，トンネル覆工の地圧・応力・変位，及びトンネル掘削に起因する地表面沈下について，それらを合理的に算定する新しい解析手法を示し，設計・施工上数々の指針を与えたもので，その結論を要約すれば，次の通りである。

第1章においては，まず，本研究の目的とトンネル工学における意義とを明らかにし，ついで，本論文の内容について略述した。

第2章においては，トンネル覆工の地圧発生機構を究明するために，まず，積分方程式法を粘弾性体に対して定式化したのち，この手法を用いて，任意のクリープ特性を有する地山内の任意形状トンネル覆工の地圧を，トンネルの施工手順を考慮して理論的に解明し，その結果を模型実験によって検証した。次に，現実の地山のクリープ関数が対数関数で近似できることを明らかにし，クリープ関数，トンネル形状，覆工施工時期及び地山と覆工との間の間隙が，覆工地圧に与える影響を明らかにした。

第3章においては，弾性及び粘弾性地山内の新設トンネルが，それに平行な既設トンネルの覆工応力に与える影響を，融合解析法により解明し，さらに，両トンネルの施工順序を考慮した解析手順及び粘弾性解析手法の適否を模型実験によって，また，融合解析法の精度を弾性理論解析結果によって検証した。その結果，弾性地山の場合には，両トンネルの相互位置・離隔距離・寸法の相違，及び地山と覆工の弾性定数の比が既設覆工の応力分布に与える影響が，明らかになり，また，粘弾性地山内の既設覆工の最大応力は，地山の弾性定数を経時的に変化させる弾性解析によって求めても良いことが判明した。さらに，既設トンネル覆工の最大応力，ひいてはその安全性を推定する施工管理の手法を提案した。

第4章においては，粘弾性地山内にある任意形状の既設トンネルが，それに平行に掘削される任意形状の新設トンネルの覆工地圧に，いかなる影響を与えるかを，積分方程式法によって，理論的に究明し，その解析結果の妥当性を模型実験により検証した。また，覆工の応力解析を行い，既設覆工の初期地圧，両トンネルの相互位置・離隔距離・寸法の相違・覆工施工時期が，新設覆工の応力分布に与える影響を明らかにし，新設覆工に被害を生じない両トンネルの安全離隔距離を示した。

第5章においては，軟質な地山にＮＡＴＭを適用する場合について，トンネル掘進速度，支保工の建込間隔，吹付コンクリートの厚さなど各種の施工条件，及び覆工の弾塑性特性などを考慮して，覆工の地圧・応力・変位を三次元的に解析する新しい手法を示した。ついで，膨張性の著しい地山にＮＡＴＭを適用した現場の実測結果と本解析結果とを対比することより，本手法の妥当性を検証し，ＮＡＴＭにおける吹付コンクリートと支保工が十分その機能を発揮できる施工条件を明らかにした。

第6章においては，弾性及び粘弾性地山内に土かぶりの薄いトンネルを掘削した場合の地表面沈下について，境界要素法による三次元解析の手法を示し，施工条件，地質特性及び幾何学的条件が地表面沈下量に与える影響を明らかにした。また，粘弾性地山内にトンネルを一定の速度で掘削した場合の地表任意点の経時沈下量は，三次元弾性解析から求められるトンネル縦断面内の無次元沈下曲線と，トンネル横断面に対する二次元粘弾性解析による経時沈下量，との二つを融合すれば算定できる，という結論を導いた。

第7章においては，双設シールドトンネルによる地表面沈下について，両トンネルの施工手順，各種の施工条件を考慮し，沈下量を三次元的に算定する手法を示した。また，七つの現場に本手法を適用し，実測結果と解析結果とを比較することより，本手法が妥当であることを検証した。従来，双設シールドトンネルによる地表面沈下量を合理的に算定する手法はなかったが，本手法により，初めてそれを定量的に算定できるようになったと思われる。

第8章においては，近接発破に起因する既設トンネル覆工の動的挙動を，解析的に明らかにする手法を提案した。本手法の特長は，入力データとして従来的確に使用されていなかった火薬量などの発破の施工条件を，解析に使用可能な仮想発破孔半径に置

き変えて考慮した点にある。本手法をトンネルの工事現場に適用したところ，解析結果が実測結果と良く一致したので，本手法が妥当であることが明らかになった。また，発破点とトンネルとの離隔距離，火薬量，地盤の弾性定数の変化によって，既設トンネル覆工の動的挙動がどのように変わるかを明らかにした。

謝　辞

本研究の遂行と本論文の取りまとめにあたり，終始懇切なご指導を賜わった，大阪大学工学部，伊藤冨雄教授に対し，衷心より感謝の意を表する。本論文をまとめるにあたり，極めて有益な御助言を賜わった，大阪大学工学部の小松定夫教授，前田幸雄教授に深く感謝の意を表する。また，トンネル工学を学ぶ機会を初めて与えて下さった，京都大学工学部，丹羽義次教授，著者の進路について御指導を賜わった，神戸大学工学部，谷本喜一教授，本研究に対して有益な助言を賜わった　神戸大学工学部　桜井春輔教授，大阪大学工学部　松井　保助教授，山梨大学工学部　平嶋健一助教授，貴重なデータを提供された大阪市交通局　竹山　喬計画部長に対しても，心から謝意を表する。

また，本論文の実験と解析に協力された大阪大学の工学部または大学院の元学生　高田悦久（鹿島建設），長山喜則（国鉄），小林洋一（住友金属工業）津田保之（森本組），井上清彦（大林組），山脇正啓（熊谷組），中村雄次郎（近畿日鉄），谷井淳志（防衛施設庁），西田昌弘（奥村組），中川淳一（鹿島建設），及び大学院学生　上田博之，仲久保忠伴の諸君に対しても，心から感謝の意を表する。

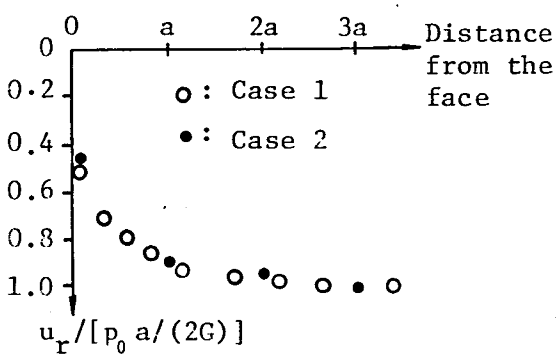
付　　録

第 4 章

新設覆工に作用する地圧を求めた式（4.15）は、第2章で述べたように、トンネル表面がなめらかな曲線で表わされる場合に対して適用できるものである。したがって、図－4.3に示す理論解は、それと実験結果との整合性に主眼を置いて描かれたものであり、覆工のコーナーでの理論地圧は、厳密には正しいものではなく、これはコーナーでの曲率半径に依存して変化するものである。

第 6 章

図－6.1は、一定要素を用いたＢＥＭによる結果が妥当であるかどうかを検証するため、この結果（以後Case 1）と、Ronkenなどが行ったアイソパラメトリック要素を用いたＦＥＭでの結果とを比較したものであるが、参考のため、図－6.1と同一荷重条件下の円形トンネルの半径方向変位について、2次のアイソパラメトリック要素を用いたＢＥＭでの結果（Case 2）と上記Case 1での結果とを比較して図－Aに示しておく。ただし、Case 2は、トンネル縦断面及び切端後方4 aでのトンネル横断面に対する2面対称問題として解析され、切端での隅角部は曲率半径0.1 aなる丸みを付け、要素数16、節点数49、ガウスの数値積分点は25である。



図－A