OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	A Generalization of the Duality and the Sum formula on the Multiple Zeta Values
Author(s)	Ohno, Yasuo
Citation	大阪大学, 1998, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3143728
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

氏名	大野泰生（おおのやすお）
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記番号	第 13614 号
学位授与年月日	平成10年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	A Generalization of the Duality and the Sum formula on the Multiple Zeta Values （多重ゼータ値の双対公式と和公式の一般化）
論文審査委員	（主査） 教授 伊吹山知義 （副査） 教授 山本 芳彦　教授 川中 宣明　助教授 宇野 勝博 助教授 渡部 隆夫

論文内容の要旨

多重ゼータ値とは、古典的なリーマンゼータ関数を多重化した関数の特殊値を扱う分野である。本論分において、学位申請者は多重ゼータ値同士が満たす関係式を同時に大量に作り証明した。この定理は、D.ZagierやA.Granville、M.Hoffman,M.Kontsevich達によって既に知られていた双対公式や和公式などと呼ばれる3つの異なった定理を統合し、さらに拡張したものとなっている。そして、この定理の応用のひとつとして、多重ベルヌーイ数を非正整数点での値に持つゼータ関数の、正整数点での値の新しい一般的表記を与えた。

以下、少し詳しく述べることにする。多重ゼータ値の間には、多くの関係式が存在すると予想されており、既にいくつかの場合に、関係式の系列が知られているが、全ての関係式の把握は未解決の問題である。実際この問題は、リーマンゼータ関数の6での値と3での値の二乗が、有理数体上独立かという大問題まで含んでいるわけである。双対公式と呼ばれる定理は、多重ゼータ値の添え字集合に対して定義されている双対変換の下で、多重ゼータ値が不変であるという主張の、関係式の系列を与えた既知の定理である、和公式と呼ばれる定理は、重さと深さが一定の多重ゼータ値をすべて足し合わせると、その重さのリーマンゼータ関数の値になるという主張で、これも関係式の系列を与えた既知の定理となっている。さらに、M.Hoffmanによって得られた定理は、多重ゼータ値の一次結合で深さを1増したものとの間の関係式の系列を与えた定理である。これらの定理は、各々の系列の作られ方からして、統一できない、相異なった関係式の解釈だと思われていたようであるが、この博士論文の主定理においてこれら3つの定理は統一され、さらに拡張された。主定理は、任意の添え字集合に対して、ある一定の手法で添え字集合の重さを任意非負整数分増した添え字集合を持つ多重ゼータ値達の和が、最初に取った添え字集合に対する双対変換の下で、不変であるという主張である。証明には、D.ZagierによるSum formulaの証明の手法を拡張し、多重ゼータ値のDrinfel'd積分表示と、母関数の議論を用いている。

一方、多重ベルヌーイ数は数年前に多重対数関数を用いてM.Kanekoによって定義された、古典的なベルヌーイ数の拡張である。1996年にT.ArakawaとM.Kanekoが、多重ベルヌーイ数を非正整数点での値として持つ、新しいゼータ関数を定義した。彼等の研究により、この新しいゼータ関数の正整数点での値が多重ゼータ値たちの一次結合で書けることが知られている。この表記に学位申請者が得た先の定理を適用すると、このゼータ関数の正整数点での値が、ある単一の多重級数の値と一致することが証明され、多重ゼータ値による既知のものと異なった表記が得られる。このことによって、例えば、このゼータ関数の2での値が、常にリーマンゼータ関数の特殊値で書けることがわ

かる。

論文審査の結果の要旨

多重ゼータ値については、従来2つの別種の関係式、すなわち和公式および双対定理がよく知られていた。本論文はこの2つの定理をその一部として含む一連の新しい関係式を発見し、証明したものである。これは専門家の意表をつく新発見であり、この分野に新たな知見をもたらした。よって本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。