The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	船体構造部材の圧壊強度に関する研究
Author(s)	矢尾, 哲也
Citation	大阪大学, 1980, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/24549
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

船体構造部材の圧壊強度に関する研究

昭和55年5月

矢　尾　哲　也

船体構造部材の圧壊強度に関する研究

昭和55年5月

矢　尾　哲　也

目　　次

第1章　緒　論 …… 1

1・1節　緒　言 …… 1

1・2節　従来の研究の沿革 …… 3

1・2・1 平板の弾性座屈解析 …… 3

1・2・2 平板の後座屈挙動の解析 …… 4

1・2・3 平板の塑性座屈解析 …… 4

1・2・4 補強板の座屈および後座屈解析 …… 5

1・2・5 溶接に起因する初期不整の影響 …… 6

1・2・6 電子計算機の適用 …… 6

1・2・7 板および補強板の圧壊強度に関する研究 …… 7

第2章　解析の理論 …… 9

2・1節　緒　言 …… 9

2・2節　板の解析理論の基礎 …… 9

2・2・1 応力－ひずみ関係 …… 9

(1) 弾性域における応力－ひずみ関係 …… 9

(2) 降伏条件 …… 10

(3) 塑性域における応力－ひずみ関係 …… 10

2・2・2 ひずみ－変位関係 …… 12

2・2・3 弾塑性座屈解析の基礎式 …… 13

2・2・4 大たわみ解析の基礎式 …… 15

2・3節　補強板の解析理論 …… 17

2・3・1 補強材の応力－ひずみ関係 …… 17

2・3・2 補強材のひずみ－変位関係 …… 17

2・3・3 補強材の座屈解析および大たわみ解析の基礎式 …… 18

2・3・4 補強板の解析理論 …… 20

2・4節　有限要素法による定式化 …… 22

2・4・1 マトリックス表示された応力－ひずみ関係 …… 22

2・4・2 マトリックス表示されたひずみ－変位関係 …… 23

2・4・3 平衡方程式 …… 24
2・5節 総 括 …… 27

第3章 板の圧縮強度 …… 29
3・1節 緒 言 …… 29
3・2節 板の境界条件 …… 29
3・2・1 面外変形に対する境界条件 …… 29
3・2・2 面内変形に対する境界条件 …… 31
3・2・3 結 論 …… 33
3・3節 正方形板の圧縮強度 …… 34
3・3・1 正方形板の圧壊試験 …… 34
(1) 試験体概要 …… 34
(2) 溶接残留応力の計測 …… 36
(3) 試験方法 …… 37
(4) 試験結果 …… 37
3・3・2 試験結果と解析結果の比較 …… 40
3・3・3 溶接に起因する初期不整 …… 41
3・3・4 初期たわみが板の圧壊強度に及ぼす影響 …… 42
(1) 初期たわみ波形の影響 …… 42
(2) 初期たわみ量の影響 …… 44
(3) 局部曲げ応力の影響 …… 47
3・3・5 溶接残留応力が板の圧壊強度に及ぼす影響 …… 48
3・3・6 溶接初期不整を有する正方形板の圧壊強度 …… 49
(1) 試験結果と解析結果の比較 …… 49
(2) 圧壊強度の簡易推定式 …… 49
3・3・7 結 論 …… 53
3・4節 矩形板の圧縮強度 …… 54
3・4・1 矩形板の座屈強度 …… 54
(1) 解析の手順 …… 54
(2) 溶接残留応力が座屈強度に及ぼす影響 …… 57
3・4・2 矩形板の後座屈挙動 …… 58

(1) 解析の手順 …… 58
(2) 矩形板の後座屈挙動 …… 60
(3) 弾性大たわみ解析 …… 60
(4) 限界初期たわみ比 …… 61
3・4・3 矩形板の圧壊強度 …… 62
(1) 初期たわみを有する矩形板の圧壊強度 …… 62
(2) 溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度 …… 68
3・4・4 結　論 …… 75
3・5節　総　括 …… 76

第4章　補強板の圧縮強度 …… 77
4・1節　緒　言 …… 77
4・2節　解析の手順 …… 77
4・2・1 補強板の近似弾塑性大たわみ解析 …… 78
4・2・2 補強板の座屈強度解析 …… 79
4・3節　両面対称補強板の圧縮強度 …… 82
4・3・1 正方形補強板の圧壊試験 …… 82
(1) 試験体概要 …… 82
(2) 試験方法および試験結果 …… 83
4・3・2 正方形補強板の座屈強度の理論解析 …… 84
4・3・3 正方形補強板の圧壊強度の理論解析 …… 87
(1) 正方形補強板の圧壊強度 …… 87
(2) 圧壊強度に対する補強材の限界剛比 …… 91
4・3・4 正方形補強板の圧壊強度と補強材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ の近似推定法 …… 91
(1) 圧壊強度の近似推定法 …… 91
(2) 限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ の近似計算法 …… 95
4・3・5 一般の両面対称補強材の限界剛比 …… 95
4・3・6 結　論 …… 99
4・4節　片面補強板の圧縮強度 …… 99
4・4・1 正方形補強板の圧壊試験 …… 100
(1) 試験体概要 …… 100

(2) 試験方法および試験結果 …… 100
4・4・2 正方形補強板の座屈強度の理論解析 …… 102
4・4・3 正方形補強板の圧壊強度の理論解析 …… 104
(1) 補強板の近似弾塑性大たわみ解析 …… 104
(2) 圧壊強度の近似推定法 …… 105
(3) 溶接残留応力が圧壊強度に及ぼす影響 …… 106
(4) 初期たわみが圧壊強度に及ぼす影響 …… 108
4・4・4 圧壊強度に対する片面補強材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ …… 109
(1) 片面補強材の $\gamma_{\min}^{U}$ の定義 …… 109
(2) 片面補強材の $\gamma_{\min}^{U}$ の近似計算法 …… 109
(3) 初期たわみおよび荷重の偏心が $\gamma_{\min}^{U}$ に及ぼす影響 …… 111
(4) 補強材の断面形状が $\gamma_{\min}^{U}$ に及ぼす影響 …… 111
(5) 補強材の降伏応力が $\gamma_{\min}^{U}$ に及ぼす影響 …… 113
4・4・5 一般の片面補強板の圧壊強度および $\gamma_{\min}^{U}$ …… 113
(1) 圧壊強度および $\gamma_{\min}^{U}$ の解析例 …… 113
(2) $\gamma_{\min}^{U}$ の近似計算法 …… 115
4・4・6 結　論 …… 117
4・5節　総　括 …… 117

第5章　船体上甲板の圧壊強度 …… 119
5・1節　緒　言 …… 119
5・2節　船体上甲板パネルに生じる溶接初期不整 …… 119
5・2・1 船体上甲板寸法 …… 119
5・2・2 甲板縦材の溶接条件 …… 121
5・2・3 船体上甲板パネルに発生する溶接残留応力 …… 122
(1) 有限要素法による熱弾塑性応力解析 …… 122
(2) 残留応力分布の簡易推定式 …… 123
(3) 船体上甲板パネルの溶接残留応力分布 …… 126
5・2・4 船体上甲板パネルに発生する溶接変形 …… 128
(1) 上甲板パネルの溶接変形の計測例 …… 128
(2) 有効初期たわみ係数 …… 128

5・2・5 結　論 …… 130
5・3節　船体上甲板パネルの局部圧壊強度 …… 131
5・3・1 解析の手順 …… 131
5・3・2 船体上甲板パネルの局部圧壊強度 …… 131
5・3・3 結　論 …… 134
5・4節　船体上甲板の圧壊強度 …… 134
5・4・1 船体上甲板の限界圧壊強度および甲板縦材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ …… 135
5・4・2 溶接初期不整が限界圧壊強度および $\gamma_{\min}^{U}$ に及ぼす影響 …… 139
5・4・3 船体上甲板の最適補強法 …… 139
5・4・4 結　論 …… 141
5・5節　総　　括 …… 142

第6章　総　　括 …… 143

付録 1　有限要素の変位関数 …… 147

付録 2　補強板の近似弾塑性大たわみ解析の手順 …… 151

謝　辞 …… 161

参考文献 …… 163

第1章　緒　論

1・1　緒　言

船体構造は本質的には補強材で補強された板構造要素で構成されたBox Girderであり、その基本的強度は船体をHull Girderと見なした場合の梁としての曲げ強度である。

この場合の曲げ荷重を縦曲げ荷重と称し、これは船体の長さ方向の重量分布、波浪外力分布および積載物重量分布等によって定まるものであり、船の一生（２０年）を通じて常に変化している。

これらの荷重に対する船体の強度上の応答としては、疲労破壊、脆性破壊、座屈、圧壊、塑性崩壊等があるが、本論文では、船体構造部材の圧縮座屈および圧壊の問題を取り扱う。この場合、最も問題となるのは船底外板および甲板の圧縮強度であるが、一般に船底部は甲板部に比べて船の安全上強く設計されており、従来から、座礁等の事故を除くと、単なる波浪荷重で船底板が座屈あるいは圧壊するような損傷例はほとんど報告されていない。これに対して、甲板の圧縮強度の方は常に問題とされている。そこで、本論文では主として甲板を対象として、その圧縮座屈および圧壊の問題を取り扱う。

ところで、甲板には船体に作用する縦曲げモーメントのために、面内圧縮（または引張）応力が生じているが、甲板は船体の重要な強度部材であり、その強度は船全体の縦強度を大きく支配する。そこで、甲板の座屈を防止し、船全体の安全性を保持するために、一般に甲板は桁および梁で縦横補強されている。したがって、船体構造の強度を検討するためには、補強材で囲まれた１パネル、あるいは補強板としての甲板の強度上の挙動を究明する必要がある。

そのために、まず基本的な場合として、面内圧縮荷重を受ける平板の挙動を考える。荷重がある大きさに達すると、平板は座屈し、その後、パネルのたわみ変形によりその剛性は低下するが、板厚が薄い弾性座屈の場合にはまだ材料の塑性化による剛性低下はないので、さらに荷重増加に耐える。すなわち、大たわみ変形挙動を示すが、やがて材料の塑性化が始まって剛性がさらに低下し、最終強度に達する。

これに対して、前述のような補強板の場合には、圧縮荷重を増加させてゆくと、パネルと補強材の寸法比によって種々の座屈現象が生じる。たとえば、補強材寸法が小さい場合には、パネルと補強材とは一体となって共に座屈してたわむ。通常は補強材寸法をある大きさ以上とし、補強材で仕切られたパネルがまず局部座屈を生じ、それまでは補強材は座屈しないように設計されている。パネルが局部座屈した後、さらに荷重の増加があると補強材も座屈する。これに対して、さらに補強材の剛性を高くすると、パネルが局部座屈し、弾塑性大たわみ挙動を示して最終強度に達するまで補強材は座屈せず、補強板として高い圧壊強度を示す。

以上述べたことは、初期不整が存在しない理想的な板および補強板の場合についてである。しかしながら、実際の船体建造は溶接によって行なわれており、船体構造部材には至るところに溶接残留応力および溶接変形等の溶接初期不整が発生している。このような溶接に起因する初期不整を伴う構造部材に荷重が作用すると、その変形挙動は荷重の初期段階から、平板あるいは補強板の後座屈挙動のように弾塑性あるいは大たわみという非線形性を示すので、線形理論に基づく結果をもとに、その強度を推定することは不正確であるばかりでなく、危険な場合さえある[1)]。さらに、遭遇する確率は低くても、その構造物の寿命を支配するような大きな外力のもとでは、圧壊強度が致命的となる。このような考えに基づく研究は、いまようやく緒についたところである。

補強板のパネルあるいは補強板全体の圧壊強度を理論的に求めるためには、試験体による強度実験も必要であるが、系統的に種々の因子の影響を究明するためには不十分であるので、材料非線形および幾何学的非線形を考慮した弾塑性大たわみ解析が必要となる。この解析法は現在では既に確立されているが、理論は複雑で、解析に当って計算に手数を要し、煩雑である。そのために、圧壊強度に関する情報が十分に得られていないのが現状である。

したがって、実際の船体構造物では避け難い溶接残留応力および溶接変形等の溶接初期不整を伴う板および補強板の、十分な安全性を保証し、かつ合理的な強度設計を実行するためには、総合的な研究を行なう必要がある。このような現状に鑑み、本論文では、溶接初期不整を伴う板および補強板の圧縮座屈強度および圧壊強度を究明した。さらに、補強板の圧壊強度に立脚した合理的な補強材寸法についても、明確な基準を与えた。

本論文は6章より構成されている。1章では、緒言に続いて1・2節で、本論文の研究内容に関連した従来の研究の沿革を示した。

2章では、板および補強板の座屈強度解析、弾性大たわみ解析および弾塑性大たわみ解析のための基礎理論を示した。さらに、これらの理論の有限要素法による定式化を示した。

3章では、板の圧縮強度に関する基礎的研究を行なった。すなわち、3・2節では、板の面内および面外の境界条件が板の座屈強度および圧壊強度に及ぼす影響について検討し、理論解析に当っての境界条件を設定した。3・3節では、周辺単純支持の正方形板を用いて実験を行ない、面内圧縮荷重を受ける板の弾塑性大たわみ変形挙動の基本的な性質を調べた。そして、有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行ない、実験結果と比較して解析結果の再現性を確かめた。さらに、実験結果および解析結果をもとに、溶接初期不整が板の圧壊強度に及ぼす影響について検討した。3・4節では、長辺方向に面内圧縮荷重を受ける矩形板を対象として、解析的な手法による弾塑性座屈解析および弾性大たわみ解析、有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行なった。これらの結果に基づ

いて、矩形板の圧縮強度および溶接初期不整が圧縮強度に及ぼす影響について究明した。

4章では、補強板の圧縮強度および補強材の限界剛比に関する基礎的研究を行なった。すなわち、4・2節では、補強板の近似弾塑性大たわみ解析の手順を示した。4・3節では、種々の力学現象が明確に現われる両面対称補強板を対象として、圧縮荷重下での補強板の弾塑性大たわみ変形挙動の基本的な性質について調べた。そして、圧壊強度に対する補強材の限界剛比について検討した。さらに、溶接初期不整が補強板の圧壊強度および補強材の限界剛比に及ぼす影響についても検討した。4・4節では、船体構造等で一般に用いられている片面補強板を対象として、その圧壊強度、補強材の限界剛比および溶接初期不整がこれらに及ぼす影響について究明した。

5章では、船体圧縮部材として船体上甲板を対象とし、前章までの研究成果をもとに、その圧壊強度について検討した。すなわち、5・2節では、船体上甲板パネルに生じている溶接残留応力分布および溶接変形について明らかにした。この結果をもとに、5・3節では、甲板縦材および横ビームで囲まれた1パネルの局部圧壊強度について検討した。5・4節では船体上甲板を補強板として考え、その圧壊強度と甲板縦材の限界剛比について検討した。さらに、これらの結果をもとに、圧壊強度に立脚した最適補強法について検討した。

6章では本論文における研究結果をまとめて総括した。

1・2節　従来の研究の沿革

本節では、本論文の研究内容に関連した従来の研究の沿革について調査した結果を示す。すなわち、面内圧縮荷重を受ける板および補強板の座屈強度と最終強度、およびこれらの解析法に関して、これまでに行なわれてきた研究について述べる。

2・2・1　平板の弾性座屈解析

平板の座屈現象は、1891年G．H．Bryan[2]によって始めて理論的に解明された。彼は面内圧縮荷重を受ける周辺単純支持の矩形板を対象として、微小変形の平衡方程式をもとに、座屈荷重を求めている。これに対して、周辺固定の矩形板についてはS．P．Timoshenko[3),4)]がエネルギー法を用いて、また妹沢[5)]は振動法を用いて座屈荷重を求めている。さらに、G．I．Taylor[6)]、S．Iguchi[7)]等はたわみを無限級数に展開して平衡方程式に代入し、同じく周辺固定の矩形板の座屈荷重を求めている。この他に、載荷辺が単純支持、非載荷辺が固定の場合についてはL.H.Cox[8)]、S．P．Timoshenko[4)]等の解が、また逆の周辺条件に対してはK．Schleicher[9)]の解がある。

1・2・2　平板の後座屈挙動の解析

板の座屈後の弾性大たわみ挙動を解析するための基礎式は、T．von Kármán[10]により初めて導かれたが、圧縮荷重を受ける平板の座屈後の圧縮面内剛性低下の現象を理論的に明らかにしたのは、G．Shnadel[11]である。彼は、弾性的に座屈した板にさらに圧縮荷重を加えると、板の縁の部分の応力のみが増大し、板の中央部での応力増加はほとんど見られず、その結果座屈後の面内剛性が低下することを明らかにした。これより、面内の有効剛性の減少を表わす有効幅の概念が提案された。以後、この有効幅および平板が座屈後に達し得る最終強度に関する研究が行なわれるようになった。

すなわち、L．Schumann およびG．Back[12]は周辺単純支持の矩形板に面内圧縮荷重を加える実験を行ない、座屈後の有効剛性の低下および耐荷力に関して明らかにした。また、T．von Kármán、E．E．Sechler およびL．D．Donnell[13]は座屈後の有効幅の概念より薄板の耐荷力の算定式を導いている。さらにL．H．Cox[8]は、種々の周辺条件の矩形板の有効幅および耐荷力に関する実験的および理論的研究を行なっている。

この有効幅の問題はK．Marguerre[14]、K．Marguerre およびE．Trefftz[15] 等によっても研究されている。彼等は、適合条件式より境界条件を満足する応力関数を求め、これより求まるエネルギーを変分して解を導いている。さらにMarguerre[16]は、初期たわみの項を導入した平衡方程式および適合条件式を導いた。S．Levy[17]は、T．von Kármán および K．Marguerre 等によって導かれた基礎式に2重フーリエ級数を用いて曲げの問題を解き、厳密解を得ている。またJ．M．Coan[18]は、S．Levy の解をもとに、支持辺の面内応力の境界条件をいくつか設定した板の圧縮座屈後の変形挙動を精度よく求めている。さらにN．Yamaki[19]は、数種の支持条件のもとにたわみ関数を仮定し、適合条件式に級数展開法を用いて応力関数を定め、平衡方程式に代入してガラーキン法を適用し、圧縮荷重のもとでの板の後座屈挙動の精度よい解を得ている。

平板の最終強度の算定法に関しても種々の提案が行なわれ、山本および近藤[20] は最大主応力が限界値に達した時を、またS．P．Timoshenko および J．M．Gere[21] は最大剪断応力が限界値に達した時を最終強度することを提案している。

1・2・3　平板の塑性座屈解析

板の強度を明らかにするために、弾性安定問題から始まり、座屈後の有効剛性の問題、最終強度の問題等、数多くの研究が行なわれてきたが、これとは別に、塑性状態での安定問題に関する研究も行なわれている。

F．Bleich[22),23)] はこの問題を解くに当って、座屈応力が降伏応力を越える場合には、荷重方向のヤング率Eのみを接線係数 E_t に変えた異方性を有する板を考えて、座屈の平衡方程式を導いている。これに対してE．Chwalla[24)]、M．Ros および A．Eichinger[25)] 等は、塑性域でも材料は等方性とし、ヤング率の代りに切線係数 E_s を用いて座屈の平衡方程式を導いている。ところで、数理塑性学はH．Hencky[26)] 等に始まる塑性変形理論と、L．Prandtl[27)] および E．Reuss[28)] に始まる塑性流れ理論の2つに大別できる。1940年以後、数理塑性学が発展するに伴って塑性座屈に関する研究も発展してきた。

すなわち、P．P．Bijlaard[29)] およびA．A．Ilyushin[30)] 等は、塑性変形理論を適用して塑性座屈の問題を解いた。また、E．Z．Stowell[31)]、E．Z．Stowell および R.A. Pride[32)] は柱に対する Shanley モデル[33)] を板の場合に拡張して、塑性変形理論を適用して座屈値を求めた。彼等による理論値は、実験結果とよく一致することが確かめられている。これに対して、G．H．Handelman および W．Prager[34)] は塑性流れ理論を適用して座屈解析を行なった。

ところで、物理的見地より見れば塑性流れ理論の方がより完全な理論であるにもかゝわらず、この理論に従って求めた座屈値は実験値よりもかなり高くなる[35),36)]。この問題は、E．T．Onat および D．C．Drucker[37)] によって解決された。彼等は、実験に於いてはさけることのできない初期不整の影響を考慮に入れると、塑性流れ理論に従う座屈値は実験結果と良い相関を示すことを明らかにした。しかしながら彼等の研究は十字断面柱の捩り座屈に関するものであったため、一般の板の座屈問題へは適用できなかった。これに対して山本[38),39)] は、初期たわみの影響を考慮して塑性流れ理論を適用した Shanley モデルを考えて板の塑性座屈強度を求め、実験値とよい一致を得た。その後、塑性流れ理論に基く板の塑性座屈理論は、G．Haaijer および B．Thürlimann[40)] 等によりさらに発展した。

1・2・4　補強板の座屈および後座屈解析

補強材が荷重方向に取り付けられた補強板の圧縮座屈強度は、S．P．Timoshenko[41)] によりエネルギー法を適用して初めて解かれた。その後この問題は、R．Barbré[42)]、H. Fröhlich[43)] 等によっても研究が行なわれている。また、補強材が荷重と直角方向に取り付けられている場合については、S.P.Timoshenko[41)]、R.Barbré[44)] 等によって座屈強度が求められている。さらに、補強材が縦横に取り付けられている場合についても、H.Fröhlich[43)] および奥田、有馬[45)] 等の研究がある。

補強材と板の曲げ剛性の比 γ がある限界値 γ_{min}^{B} 以上であると、板が補強材で仕切られて局部

座屈する。座屈後、板の有効剛性は低下するが、薄板の場合にはさらに荷重増加に耐える。このような補強板の耐荷力に関しても研究が行なわれている。すなわち、G.F.Wallace[46]、E.E.Sechler[47]およびH.L.Cox[48]等は、局部座屈後の板の有効幅の部分と補強材で形成される柱のEuler座屈として、補強板の最終強度をとらえている。局部座屈後の板の有効幅の問題に関しては、H.B.Dickson およびJ.R.Fischel[49]、J.R.Fischel[50]等によっても論じられている。

吉識[51]は数多くの実験を行ない、局部座屈後の有効幅を伴った柱としての全体座屈強度をもって、補強板の圧壊強度を比較的精度よく推定できることを示している。さらに、吉識および藤田[52]、楠田[53]等は、同様の手法で補強板の圧壊強度を求め、実験結果と比較している。

1・2・5　溶接に起因する初期不整の影響

構造物の組み立てには、当初鋲接が採用されていた。しかしながら、溶接技術の発展に伴って溶接による組み立ても多くなり、特に１９４０年代を境として、溶接は構造物の建造に飛躍的に用いられるようになった。そして、現在ではほとんどすべての主要な構造物は溶接により組み立てられている。ところで、溶接は局部的に熱を与えていったん材料を溶かして接合する治金的接合法であるので、溶接された構造部材には溶接残留応力および溶接変形等の初期不整が生じる。これらの初期不整は、構造部材の剛性、強度を低下させることが多い。このような溶接初期不整の影響に関しても、数多くの研究が行なわれている。

すなわち、Y.Fujita[54),55)]、L.Tall[56]等は、溶接により組み立てられた柱の塑性座屈強度に及ぼす残留応力の影響を調べている。溶接残留応力が板の弾性座屈強度に及ぼす影響に関しては吉識、藤田および川井[57]が初めて理論的研究を、また N.O.Okerblom[58]が実験的研究を行なっている。溶接残留応力を伴う板の弾塑性座屈、塑性座屈に関しては、Lehigh 大学の研究グループにより膨大な理論的、実験的研究が行なわれ、Y.Ueda[59]、F.Nishino[60]、Y.Ueda およびL.Tall[61]、F.Nishiho，Y.Ueda およびL.Tall[62]等の研究成果が発表されている。また、Cambridge 大学の研究グループによっても同様の研究が行なわれている[63),64)]。この他に、上田、安川、植西および川上[65]、藤田、吉田[66),67)]等によっても組み立て柱の局部座屈強度に対する溶接残留応力の影響に関する研究が行なわれている。

1・2・6　電子計算機の適用

以上述べてきた数多くの研究では、解析的な手法が用いられている。したがって、解かれている問題は、比較的境界条件の限られた規模の小さいものがほとんどである。しかしながら、１９５０

年代に入って電子計算機が出現してから、研究の形態と進展の様相は一変した。

すなわち、一方においては、基礎方程式を電子計算機を利用して数値的に解くことにより、解析可能な問題の規模が一桁大きくなった。上田、山川および森[68]は増分形の平衡方程式を導いて平板の微小弾塑性曲げおよび弾性大たわみ解析を、藤田および吉田[69]は帯板の弾塑性大たわみ解析を、また奥村、西野、長谷川および長浜[70]等は差分法で補剛板の弾塑性座屈解析を行なっている。さらに、岡村および吉田[71]は選点法を併用した級数展開法で平板の弾塑性大たわみ解析を行ない、圧縮荷重のもとでの矩形板の最終強度を求めている。

いまひとつの電子計算機出現の影響は、マトリックス法あるいは有限要素法と呼ばれる新しい解析法が生み出されたことである。従来の骨組み構造解析法に基礎を置くこの方法は、M. Turner、R. Clough 、H. Martin および L.Topp[72]によって初めて導かれたもので、その統一理論は J. H. Agyris および S.Kelsey[73]によって与えられた。その後、電子計算機の急速な発達と共に、有限要素法で解析可能な問題の範囲も急速に拡がった。R.H.Gallagher および J.Padlog[74]、H.C.Martin[75]、K.K.Kapur および B. J.Hartz[76]等は、この有限要素法を弾性座屈解析に適用している。さらに、寺沢、上田および松石[77]は弾塑性座屈解析に有限要素法を適用する一般的手法を導いた。そして、この方法に従って補強板の座屈解析が行なわれている[78]。また、吉識、川井および大坪[79]は、平板問題の Rayleigh － Ritz 法による一般解と平面応力場問題の有限要素法による数値解を組み合せて弾性座屈値を求める方法を導いている。さらに、藤田、吉田および荒井[80]も同様の手法を用いて補強材付有孔板の座屈解析を、Y.K.Cheung[81]、吉田[82]等は有限帯板法による平板の弾性座屈解析を行なっている。吉田および岡[83),84]等は有限帯板法による平板構造物の微小曲げ解析を、また長谷川、大田および西野[85]は有限帯板法による弾塑性座屈解析を行なっている。

ところで、構造部材の最終強度を求めるためには、弾塑性大たわみ解析が必要となる。弾性大たわみ問題への有限要素法の適用は、M. J.Turner 、E.H.Din 、H.C.Mortin および R. J. Melosh[86]により初めて試みられた。これに材料非線形を組み合せた板の弾塑性大たわみ解析法は、P.G.Bergan[87]、大坪[88]、上田、山川および藤原[89]、荒井[90]、小松、北田および宮崎[91]等によって導かれている。また、上田、松石、山内および田中[92]は、有限帯板法を弾塑性大たわみ解析に適用している。

1・2・7　板および補強板の圧壊強度に関する研究

このように、有限要素法あるいは有限帯板法を用いた解析法が発展するに従って、最終強度解析も数多く行なわれるようになり、小松、北田および宮崎[91]、藤田、吉田および高沢[93]、上田、松

石、森および村川[94]、小松および北田[95]等は、溶接残留応力あるいは溶接変形等の初期不整が板構造部材の最終強度に及ぼす影響について論じている。また、藤田、野本および仁保[96),97)]、大坪、山本および李[98)〜100)]等は簡易弾塑性大たわみ解析法を提案して、板および補強板の圧壊強度について論じている。

一方、これらの研究の流れとは別に、1・2・2項で述べた有効幅の概念に基づいて板の圧縮最終強度を求める実験的研究もG.Shnadel[11)]以後数多く行なわれており、J.B.Dwight およびK.E.Moxham[101)]、H.Becker 等[102〜104)]によって研究成果が発表されている。さらに、D.Faulkner[105)]はこれらの有効幅の概念に基づく数多くの最終強度算定式をまとめている。

このように、圧縮荷重のもとでの板構造部材の最終強度および溶接残留応力、溶接変形が最終強度に及ぼす影響に関しては数多くの研究が行なわれているが、いまだに理論的な裏付けを有する実用的なデータが十分に集まっているとは云い難い。著者も、溶接残留応力および溶接変形を伴う板および補強板の圧壊強度に関する一連の実験的および理論的研究を行なっている[106)〜119)]。本論文は、これらの研究結果をまとめたものである。

第2章　解析の理論

2・1節　緒　言

本論文では、船体構造物中の板および補強板が面内圧縮荷重のもとで示す座屈および大たわみ変形等の挙動を種々の方法を適用して解析を行なう。本章では、これらの解析方法のもとになる基礎理論を示し、最後に有限要素法による解析法の定式化を行なう。

板および補強板の座屈解析および大たわみ解析に用いる理論は下記の仮定をもとにしている。

(1) 板はKirchhoff－Loveの仮設に従って変形するものとする。すなわち、板の断面は変形後も平面を保持すると仮定する。

(2) 板は平面応力状態にある。

(3) 材料は等方均質体で、von Misesの降伏条件に従うものとする。

2・2節　板の解析理論の基礎

構造部材に外力が作用すると変形し、部材内部にひずみおよび応力が生じる。この場合、部材内部の変位、ひずみおよび応力は互に独立ではない。ここでは、板の応力－ひずみ関係およびひずみ－変位関係を示し、これらをもとにした座屈解析および大たわみ解析の基礎式を示す。

2・2・1　応力－ひずみ関係

一般の構造用鋼はひずみ硬化体の性質を有しており、その応力－ひずみ関係はFig.2.2.1(a)に示すようになる。しかしながら、本研究で対象とする変形は主として低ひずみ領域であるので、応力－ひずみ関係はFig.2.2.1(b)に示すような完全弾塑性体のものを考える。

(1) 弾性域における応力－ひずみ関係

材料が弾性状態にある場合の応力－ひずみ関係は、平面応力状態に対しては次式で表わされる。

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\nu\varepsilon_x + \varepsilon_y) \qquad (2\cdot2\cdot1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy}$$

ここで

σ_x , σ_y , τ_{xy} ; 応力成分

ε_x , ε_y , γ_{xy} ; ひずみ成分

E ; ヤング率 , ν ; ポアソン比

(2) 降 伏 条 件

応力成分がある値に達すると材料は塑性化する。塑性化のための条件の代表的なものに von Mises の降伏条件および Tresca の降伏条件があるが[120]、ここでは、下記の von Misesの降伏条件を用いる。すなわち、降伏関数をFとすると

$$F = f - f_0 = 0 \qquad (2\cdot2\cdot2)$$

ここで仮定している平面応力の場合、上式のfは

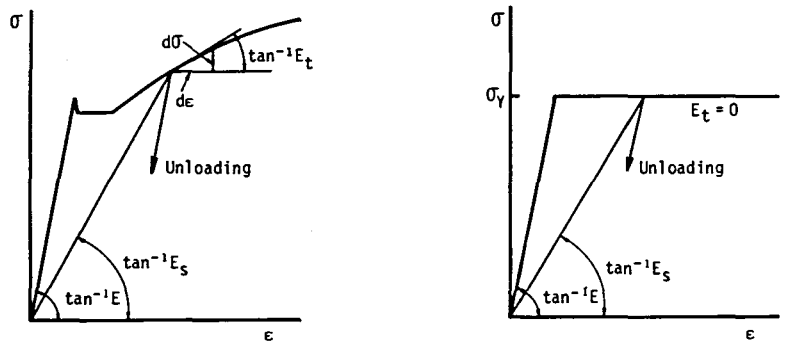
$$f = \sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\,\tau_{xy}^2 \qquad (2\cdot2\cdot3)$$

また、単純引張での降伏応力をσ_Yとするとf_0はつぎのようになる。

$$f_0 = \sigma_Y^2 \qquad (2\cdot2\cdot4)$$

(3) 塑性域における応力－ひずみ関係

塑性域における応力－ひずみ関係を表わす代表的な理論に、塑性変形理論[26]および塑性流れ理



(a) General stress-strain relationship for steel

(b) Idealized stress-strain relationship for steel

Fig. 2.2.1 Stress-strain relationship for steel

論[27),28)] の２つがある。[120)]

塑性変形理論に従う応力－ひずみ関係は次式で表わせる。

$$\sigma_x = \frac{E_s}{1-\nu_p^2}(\varepsilon_x + \nu_p \varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E_s}{1-\nu_p^2}(\nu_p \varepsilon_x + \varepsilon_y) \qquad (2\cdot2\cdot5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E_s}{2(1+\nu_p)}\gamma_{xy}$$

ここで

$$E_s = \sigma_i / \varepsilon_i$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

$$\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y^2 + \gamma_{xy}^2/4}$$

また、ν_p は塑性域におけるポアソン比で、通常の構造用鋼では非圧縮性の条件より 0.5 となる。

これに対して、塑性流れ理論に従う応力－ひずみ関係は上記のものとは異なり、増分形で表わされる。すなわち、前出の降伏関数Ｆを塑性ポテンシャルとみなすと、塑性ひずみ増分 $d\varepsilon^p$ は正のスカラー量 λ を用いて

$$d\varepsilon_x^p = \lambda\frac{\partial F}{\partial \sigma_x}, \quad d\varepsilon_y^p = \lambda\frac{\partial F}{\partial \sigma_y}, \quad d\gamma_{xy}^p = \lambda\frac{\partial F}{\partial \tau_{xy}} \qquad (2\cdot2\cdot6)$$

また、材料が常に降伏条件を満足するための条件は

$$dF = df - df_0 = 0 \qquad (2\cdot2\cdot7)$$

となる。これらの関係式より、応力とひずみの増分間の関係として、次式が導出される。

$$d\sigma_x = \frac{E}{Q}\left[(\sigma_y'^2 + 2P)d\varepsilon_x + (-\sigma_x'\sigma_y' + 2\nu P)d\varepsilon_y - \frac{\sigma_x' + \nu\sigma_y'}{1+\nu}\tau_{xy}d\gamma_{xy}\right]$$

$$d\sigma_y = \frac{E}{Q}\left[(-\sigma_x'\sigma_y' + 2\nu P)d\varepsilon_x + (\sigma_x'^2 + 2P)d\varepsilon_y - \frac{\sigma_y' + \nu\sigma_x'}{1+\nu}\tau_{xy}d\gamma_{xy}\right]$$

$$d\tau_{xy} = \frac{E}{Q}\left[-\frac{\sigma_x' + \nu\sigma_y'}{1+\nu}\tau_{xy}d\varepsilon_x - \frac{\sigma_y' + \nu\sigma_x'}{1+\nu}\tau_{xy}d\varepsilon_y + \frac{R}{2(1+\nu)}d\gamma_{xy}\right]$$

$$(2\cdot2\cdot8)$$

ここで

$$\sigma_x' = \frac{1}{3}(2\sigma_x - \sigma_y), \quad \sigma_y' = \frac{1}{3}(2\sigma_y - \sigma_x)$$

$$P = \frac{\tau_{xy}^2}{1+\nu}, \quad R = \sigma_x'^2 + 2\nu\sigma_x'\sigma_y' + \sigma_y'^2 \qquad (2\cdot2\cdot9)$$

$$Q = R + 2(1-\nu^2)P$$

また

$d\sigma_x$, $d\sigma_y$, $d\tau_{xy}$; 応力増分

$d\varepsilon_x$, $d\varepsilon_y$, $d\gamma_{xy}$; ひずみ増分

いずれの理論を用いる場合も、除荷時は弾性挙動をするので、応力－ひずみ関係は式（2・2・1）に従う。

2・2・2　ひずみ－変位関係

いま、平板の座標系を Fig. 2.2.2 に示すように定める。初期変形のない平板に面内変位（u, v）および面外変位（w）を生じた状態で、大たわみの影響を考慮したひずみ－変位関係は次式で表わせる。

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \qquad (2\cdot2\cdot10)$$

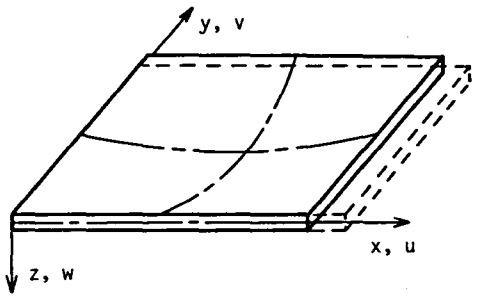


Fig. 2.2.2 Coordinate system and displacements of a plate

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) - 2z\frac{\partial w^2}{\partial x \partial y}$$

上式の第1項は面内変位による微小面内ひずみを、第2項は面外大たわみによる面内膜ひずみを、また第3項は面外変位による曲げひずみを表わす。

2・2・3　弾塑性座屈解析の基礎式

初期応力成分 σ_{xr}, σ_{yr} および τ_{xyr} を有する平板に面内荷重を作用させた場合、その大きさによっては塑性になる部分がある。いま、面内荷重によって板に σ_x, σ_y および τ_{xy} なる応力成分が生じ、板が弾塑性座屈する状態を考える。この時の板の全ポテンシャルエネルギー$V(=V_e+V_p)$は次式で表わされる。すなわち、

(a)　板の弾性部分

$$V_e = \iint \frac{D}{2}\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + 2(1-\nu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2 + 2\nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2\right] dx\,dy$$
$$-\iint \frac{t}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_{xr})\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + 2(\tau_{xy} + \tau_{xyr})\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right.$$
$$\left. + (\sigma_y + \sigma_{yr})\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] dx\,dy \qquad (2\cdot2\cdot11)$$

ここで、$D = E\,t^3/12(1-\nu^2)$

(b)　板の塑性部分

塑性域における応力－ひずみ関係が塑性変形理論に従い、座屈によって除荷が生じない場合[59]、

$$V_p = \iint \frac{D_d}{2}\left[C_1\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 - C_2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) + C_3'\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2\right.$$
$$\left. + C_3''\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) - C_4\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) + C_5\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2\right] dx\,dy$$
$$-\iint \frac{t}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_{xr})\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + 2(\tau_{xy} + \tau_{xyr})\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right.$$
$$\left. + (\sigma_y + \sigma_{yr})\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] dx\,dy \qquad (2\cdot2\cdot12)$$

ここで

$$C_1 = 1 - \frac{(\sigma_x + \sigma_{xr})^2}{\sigma_i^{\,2}}(1-\nu_p^2)\,\kappa$$

$$C_2 = \frac{4(\sigma_x + \sigma_{xr})(\tau_{xy} + \tau_{xyr})}{\sigma_i{}^2}(1-\nu_p{}^2)\kappa$$

$$C_3' = 2\left[(1-\nu_p) - \frac{(\tau_{xy} + \tau_{xyr})^2}{\sigma_i{}^2}(1-\nu_p{}^2)\kappa\right]$$

$$C_3'' = 2\left[\nu_p - \frac{(\sigma_x + \sigma_{xr})(\sigma_y + \sigma_{yr})}{\sigma_i{}^2}(1-\nu_p{}^2)\kappa\right]$$

$$C_4 = \frac{4(\sigma_y + \sigma_{yr})(\tau_{xy} + \tau_{xyr})}{\sigma_i{}^2}(1-\nu_p{}^2)\kappa \qquad (2\cdot2\cdot13)$$

$$C_5 = 1 - \frac{(\sigma_y + \sigma_{yr})^2}{\sigma_i{}^2}(1-\nu_p{}^2)\kappa$$

$$\kappa = 1 - E_t / E_s$$

$$D_d = \frac{E_s t^3}{12(1-\nu_p{}^2)}$$

塑性域における応力－ひずみ関係が塑性流れ理論に従い、座屈によって除荷が生じない場合[59]、

$$V_p = \iint \frac{D_f}{2}\left[C_1\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + C_3'\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2 + C_3''\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + C_5\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2\right] dx\,dy$$

$$- \iint \frac{t}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_{xr})\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + 2(\tau_{xy} + \tau_{xyr})\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) + (\sigma_y + \sigma_{yr})\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right] dx\,dy \qquad (2\cdot2\cdot14)$$

ここで

$$C_1 = \frac{(1-\nu^2)(\lambda+3)}{(5-4\nu)\lambda - (1-2\nu)^2}$$

$$C_3' = 2(1-\nu)$$

$$C_3'' = \frac{4(1-\nu^2)(2\nu+\lambda-1)}{(5-4\nu)\lambda - (1-2\nu)^2} \qquad (2\cdot2\cdot15)$$

$$C_5 = \frac{4\lambda(1-\nu^2)}{(5-4\nu)\lambda - (1-2\nu)^2}$$

$$D_f = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

いま、座屈に際して除荷の生じる部分が無いと考えているので、弾塑性座屈の問題にも最小ポテンシャルエネルギーの原理が適用できる。板の弾性部分に対しては式（2・2・11）、また塑性部分に対しては式（2・2・12）、あるいは式（2・2・14）のポテンシャルエネルギーを用いて最小ポテンシャルエネルギーの原理を適用すると、それぞれに対応した座屈の平衡方程式が得られる。しかしながら、これらの平衡方程式を直接解くことは困難な場合が多い。本研究では、後述の有限要素法の他に、Ritz の方法を用いて板の弾塑性座屈解析を行なっている。

この方法では、板の横たわみ w を級数に展開し、ポテンシャルエネルギーの式に代入する。ポテンシャルエネルギーの極小値を得るための条件は級数の係数を A_{ij} とすると

$$\frac{\partial V}{\partial A_{ij}} = 0 \qquad (i=1\sim m\ ,\ j=1\sim n) \qquad (2\cdot2\cdot16)$$

で表わされる（m × n）個の連立方程式で表わされる。上式を固有値方程式として解けば、座屈応力が求まる。

2・2・4　大たわみ解析の基礎式

いま、初期応力 σ_{xr} , σ_{yr} および τ_{xyr} が存在する板に面内荷重が作用し、変位 u, v, w および応力 σ_x, σ_y , τ_{xy} が生じているとする。この場合、大たわみを考慮した平衡方程式は次式で表わせる。

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \qquad (2\cdot2\cdot17)$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \qquad (2\cdot2\cdot18)$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + N_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} + N_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \qquad (2\cdot3\cdot19)$$

ここで

$$N_x = \int(\sigma_x + \sigma_{xy})dz,\quad N_y = \int(\sigma_y + \sigma_{yr})dz,\quad N_{xy} = \int(\tau_{xy} + \tau_{xyr})dz \qquad (2\cdot2\cdot20)$$

$$M_x = \int z(\sigma_x + \sigma_{xr})dz,\ M_y = \int z(\sigma_y + \sigma_{yr})dz,\ M_{xy} = \int z(\tau_{xy} + \tau_{xyr})dz \qquad (2\cdot2\cdot21)$$

式（2・2・17）および式（2・2・18）は面内の平衡方程式をまた式（2・2・19）は面外の平衡方程式を表わす。

いま、板が弾性であると仮定し、Airy の応力関数 ϕ を導入する。初期変形が無いと考えると、

応力成分は Airy の応力関数を用いて次式で表わされる。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} - \frac{Ez}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} - \frac{Ez}{1-\nu^2}\left(\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \qquad (2\cdot2\cdot22)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} - \frac{Ez}{2(1+\nu)}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}$$

式(2・2・22)を式(2・2・20)に代入して N_x, N_y および N_{xy} を求めると、面内の平衡条件を表わす式(2・2・17)および式(2・2・18)は自動的に満足される。これに対して、面外の平衡方程式は式(2・2・22)を用いると次式となる。

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)$$

$$= t\left[\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right] \qquad (2\cdot2\cdot23)$$

上式は von Kármán[10]によって初めて導かれた式で、次に示す適合条件式と併せて板の大たわみ問題の解析に広く用いられている。

$$\frac{\partial^4\phi}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4\phi}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4\phi}{\partial y^4} = E\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\right] \qquad (2\cdot2\cdot24)$$

なお、板に初期たわみ w_0 が存在する場合には、式(2・2・23)および式(2・2・24)はそれぞれ次式となる[16]。

$$D\left[\frac{\partial^4(w-w_0)}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4(w-w_0)}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4(w-w_0)}{\partial y^4}\right]$$

$$= t\left[\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right] \qquad (2\cdot2\cdot25)$$

$$\frac{\partial^4\phi}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4\phi}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4\phi}{\partial y^4}$$

$$= E\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\right)\right]$$

$$(2\cdot2\cdot26)$$

ところで、横たわみwが生じている板の塑性化は、一般に板の表裏面より始まり、塑性域は板の面内方向と共に板厚方向にも拡がってゆく。この場合、弾性部分に対しては式（2・2・1）で表わされる応力－ひずみ関係を、また、塑性部分に対しては式（2・2・5）あるいは式（2・2・8）で表わされる応力－ひずみ関係を用いると、弾性の場合の式（2・2・23）あるいは式（2・2・25）に相当する平衡方程式が得られる。しかしながら、この式を導くことは一般に非常に煩雑であり、手数を要する。そこで、本研究ではこのような弾塑性大たわみ問題の解析には、後述の増分形で表わされた有限要素法を用いる。

2・3 節　補強板の解析理論

2・3・1　補強材の応力－ひずみ関係

本研究では、矩形断面の補強材のみを対象とする。この場合、補強材の捩り剛性は無視できるので、補強材は曲げ剛性および軸剛性のみを有する。補強材に生じる軸方向の応力を σ_s、ひずみを ε_s とすると、弾性域における応力－ひずみ関係は

$$\sigma_s = E\,\varepsilon_s \qquad (2\cdot3\cdot1)$$

また、塑性域では

$$\sigma_s = E_s\,\varepsilon_s = \sigma_Y \qquad (2\cdot3\cdot2)$$

2・3・2　補強材のひずみ－変位関係

Fig.2.3.1に示すように補強材の座標系を定める。この場合、大たわみを生じている補強材のひずみ－変位関係は次式で表わせる。

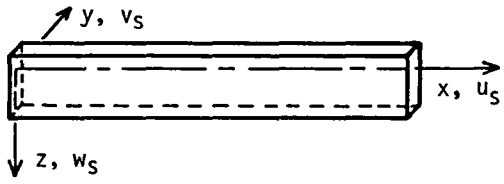


Fig. 2.3.1 Coordinate system and displacements of a stiffener

$$\varepsilon_s = \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_s}{\partial x}\right)^2 - z \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \qquad (2\cdot3\cdot3)$$

上式の第１項は軸方向変位による軸ひずみ、第２項は大たわみに起因する軸方向ひずみ、また、第３項は曲げひずみを表わす。

2・3・3　補強材の座屈解析および大たわみ解析の基礎式

補強材の断面積を A_s とし、軸方向の平均応力 σ_{sc} で座屈が生じたとする。この場合の平衡方程式は次式で与えられる。

$$\sigma_{sc} A_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_s}{\partial x^2} = 0 \qquad (2\cdot3\cdot4)$$

いま、補強材が弾性状態にあるとする。補強材の曲げ剛性を EI とすると、

$$M_s = EI \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \qquad (2\cdot3\cdot5)$$

となり、式(２・３・４)はよく知られている Euler 座屈の平衡方程式となる。すなわち

$$\sigma_{sc} A_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + EI \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} = 0 \qquad (2\cdot3\cdot6)$$

もし、柱が比例限を越えて圧縮されている場合には、式(２・３・４)は次式となる。

$$\sigma_{sc} A_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + E_R I \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} = 0 \qquad (2\cdot3\cdot7)$$

ここで

$$E_R I = \iint_{z>z_0} dy\,dz\; E_t(\sigma_{sc})(z-z_0)^2 + \iint_{z<z_0} dy\,dz\; E(z-z_0)^2 \qquad (2\cdot3\cdot8)$$

$$\iint_{z>z_0} dy\,dz\; E_t(\sigma_{sc})(z_0-z) + \iint_{z<z_0} dy\,dz\, E(z_0-z) = 0 \qquad (2\cdot3\cdot9)$$

大たわみを伴う補強材の平衡方程式は次式で表わせる。

$$\frac{\partial N_s}{\partial x} = 0 \qquad (2\cdot3\cdot10)$$

$$N_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_s}{\partial x^2} = 0 \qquad (2\cdot3\cdot11)$$

ここで

$$N_s = \int \sigma_s \, dz \ , \quad M_s = \int z \sigma_s \, dz \qquad (2\cdot3\cdot12)$$

式（2・3・10）は軸方向の平衡方程式を、また式（2・3・11）は曲げに対する平衡方程式を表わす。

補強材が弾性応力状態にある場合、平均軸応力を σ_{sa} とすると、式（2・3・11）は次式となる。

$$EI \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} + \sigma_{sa} A \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} = 0 \qquad (2\cdot3\cdot13)$$

Fig. 2.3.2 に示すように補強材の一部が塑性化している場合には、式（2・3・12）は次式となる。

$$N_s = (h_1 - h_2) t_s \sigma_Y \qquad (2\cdot3\cdot14)$$

$$M_s = \frac{1}{2}\left[h_1^2 + h_2^2 - h(h_1 + h_2) \right] t_s \sigma_Y + \frac{E}{3}\left[\left(\frac{h}{2} - h_1\right)^3 + \left(\frac{h}{2} - h_2\right)^3 \right] t_s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} \qquad (2\cdot3\cdot15)$$

式（2・3・14）および式（2・3・15）を式（2・3・11）に代入すれば、局部的に塑性化した補強材の曲げに対する平衡方程式が得られる。

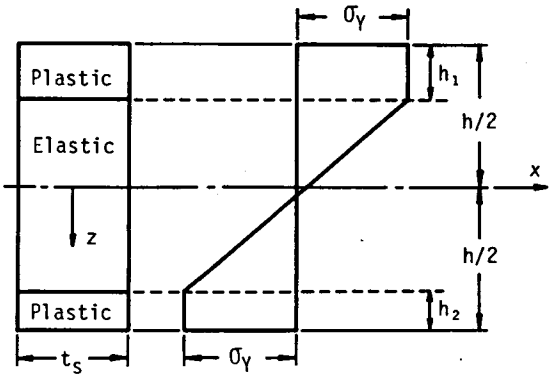


Fig. 2.3.2 Locally yielded section of a stiffener

2・3・4　補強板の解析理論

いま、Fig.2.3.3に示す補強板を考える。板の変位をu，vおよびw，i番目の補強材の変位をu_{si}およびw_{si}とすると、板と補強材の連続条件は次式で与えられる。

$$
\begin{aligned}
w|_{y=y_i} &= w_{si} \\
\frac{\partial w}{\partial x}\Big|_{y=y_i} &= \frac{\partial w_{si}}{\partial x} \\
u|_{y=y_i} &= u_{si} \\
\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{y=y_i} &= \frac{\partial u_{si}}{\partial x}
\end{aligned}
\qquad (2\cdot3\cdot16)
$$

これらの連続条件を考慮して補強材および板の平衡方程式を解けば、補強板の座屈強度あるいは大たわみ挙動が明らかとなる。

本研究では補強板の近似弾塑性大たわみ解析法として、補強材にのみ塑性化を考慮した解析法を適用している。以下にこの方法を示す。

いま、Fig2.3.3に示したように、N本の補強材の中心線上で、板の中央面からsだけ離れた位置にそれぞれP_1～P_Nの荷重が作用し、板にσ_x，σ_yおよびτ_{xy}の応力成分が、またi番目の補強材にはσ_{si}の応力が生じて平衡状態にあるとする。ここで外力がdP_1～dP_Nだけ増加し、応力増分$d\sigma_x$，$d\sigma_y$，$d\tau_{xy}$および$d\sigma_{si}$が生じたとする。この状態における補強板の平衡方程式

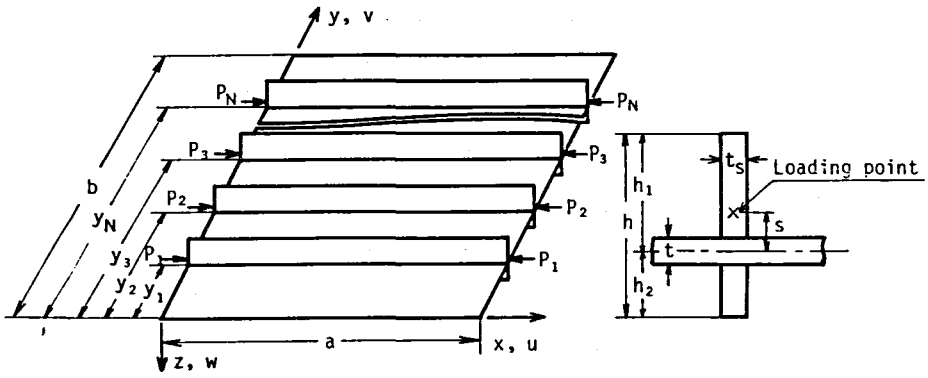


Fig. 2.3.3 Coordinate system and displacements of a stiffened plate

を仮想仕事の原理を適用して導く。いま、仮想変位 $\delta du_1 \sim \delta du_N$ を与えると、この間に外力のなす仮想仕事 δW_e は

$$\delta W_e = \sum_{i=1}^{N} (P_i + dP_i)\,\delta du_i \qquad (2\cdot3\cdot17)$$

ここで

$$\delta du_i = \Big[\int_0^a \Big\{\frac{1}{E}\Big(\frac{\partial^2 d\phi}{\partial y^2} - \nu\frac{\partial^2 d\phi}{\partial x^2}\Big) - \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial dw}{\partial x}\Big)^2 - \frac{\partial w}{\partial x}\,\frac{\partial dw}{\partial x}\Big\} + 2s\,\frac{\partial dw}{\partial x}\Big|_{x=0}\Big]_{y=y_i} \qquad (2\cdot3\cdot18)$$

上式の $d\phi$ は式（2・2・22）で定義される Airy の応力関数の増分を表わす。

これに対して、板および補強材の内力がなす仮想仕事 δW_p および δW_s は それぞれ次式となる。

$$\delta W_p = \int_{V_p} \big[(\sigma_{xr} + \sigma_x + d\sigma_x)\,\delta d\varepsilon_x + (\sigma_{yr} + \sigma_y + d\sigma_y)\,\delta d\varepsilon_y + (\tau_{xyr} + \tau_{xy} + d\tau_{xy})\,\delta d\gamma_{xy}\big]\,dV \qquad (2\cdot3\cdot19)$$

$$\delta W_s = \sum_{i=1}^{N} \int_{V_{si}} (\sigma_{si} + d\sigma_{si})\,\delta d\varepsilon_{si}\,dV_{si} \qquad (2\cdot3\cdot20)$$

ここで仮想仕事の原理を適用すると

$$\delta W_e = \delta W_p + \delta W_s \qquad (2\cdot3\cdot21)$$

いま、板のたわみ w および初期たわみ w_0 を、それぞれ係数 A_{ij} および A_{0ij} を有する級数に展開し、式（2・2・26）で表わされる適合条件式に代入して応力関数 ϕ を決め、応力成分を求めて式（2・3・21）に代入すると、次式で表わされる平衡方程式が得られる。

$$\{Q\}\,d\sigma + \{L\} + \{R_w\} = [K]\,\{dA_{ij}\} \qquad (2\cdot3\cdot22)$$

$$[K] = [K_B] + [K_I] + [K_G] \qquad (2\cdot3\cdot23)$$

ここで、$d\sigma$ および dA_{ij} はそれぞれ平均圧縮応力およびたわみの係数の増分を表わす。 また、

$\{Q\}\,d\sigma$ ； 外力増分を表わす項で $\{Q\}$ は A_{ij}，A_{0ij} および荷重の偏心量の関数。

$\{L\}$ ； 荷重修正項で、A_{ij}，A_{0ij}，σ、偏心量および初期応力の関数。（増分

間を線型近似したために生じる不平衡を修正する項で、$\{L\}=0$ の時、完全に平衡状態にある。）

$\{R_w\}$ ； 初期応力による項で、A_{ij}, A_{0ij} および初期応力の関数。

$[K_B]$ ； 板および補強材の曲げ剛性が関係する項。

$[K_I]$ ； 初期応力と大たわみの連成項。

$[K_G]$ ； 初期たわみの影響を表わす項で、A_{ij}, A_{0ij} の関数。

平均圧縮応力 σ が零、たわみの係数 A_{ij} が初期をたわみの係数 A_{0ij} に等しい状態を初期状態として、応力増分 $d\sigma$ を与え、式（2・3・22）を順次解いて得られた結果をたし合わせてゆくと、補強板の大たわみ挙動が追跡できる。この時に、降伏応力を越えた部分の補強材の応力を降伏応力に等しく置いて解析を続けると、補強材の塑性化を考慮した補強板の近似弾塑性大たわみ解析を行なうことができる。

2・4節　有限要素法による定式化

薄板構造の最終強度状態までの挙動を理論計算で再現するためには、幾何学的非線形および材料非線形を考慮した解析が必要となる。一般に、非線形問題の解析手法には、

(a) 荷重増分法

(b) 反復法

(c) (a)および(b)の混合法

の3つがあるが、ここでは荷重増分法に基づく定式化を行なう。この方法では、変形の全過程をいくつかの荷重段階に分け、全過程を通しては非線形な種々の関係式も、各荷重段階内では高次の微小項を省略して線形の関係式とする。これをもとに、荷重が零の状態から最終強度状態まで順次荷重を増やしながら計算し、得られた結果をたし合わせる。

2・4・1　マトリックス表示された応力－ひずみ関係

2・2・1項で示した応力－ひずみ関係を有限要素法解析のためにマトリックス表示する。弾性域では式（2・2・1）より

$$\{d\sigma\} = [D^e]\{d\varepsilon\} \qquad (2\cdot4\cdot1)$$

ここで

$$\{d\sigma\} = \{d\sigma_x \ \ d\sigma_y \ \ d\tau_{xy}\}^T$$
$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon_x \ \ d\varepsilon_y \ \ d\gamma_{xy}\}^T \qquad (2\cdot4\cdot2)$$

$$[D^e] = \frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \qquad (2\cdot4\cdot3)$$

また、塑性域の応力－ひずみ関係は塑性流れ理論に従うものとすると式（2・2・8）より

$$\{d\sigma\} = [D^p]\{d\varepsilon\} \qquad (2\cdot4\cdot4)$$

ここで

$$[D^p] = \frac{E}{Q}\begin{bmatrix} \sigma_y'^2 + 2P & & \text{SYM} \\ -\sigma_x'\sigma_y' + 2\nu P & \sigma_x'^2 + 2P & \\ -\dfrac{\sigma_x' + \nu\sigma_y'}{1+\nu}\tau_{xy} & -\dfrac{\sigma_y' + \nu\sigma_x'}{1+\nu}\tau_{xy} & \dfrac{R}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \qquad (2\cdot4\cdot5)$$

上式の σ_x'，σ_y'，P、Q および R は式（2・2・9）で与えられる。

2・4・2　マトリックス表示されたひずみ－変位関係

要素内の面内変位 $\{s\}$ および面外変位 $\{w\}$ は、それぞれの節点変位 $\{s_n\}$ および $\{w_n\}$ で次のように表わすことができる。すなわち

$$\{s\} = [A_p]\{s_n\} \qquad (2\cdot4\cdot6)$$

$$\{w\} = [A_b]\{w_n\} \qquad (2\cdot4\cdot7)$$

ここで、$[A_p]$ および $[A_b]$ は仮定した要素内の変位場より決まるが、一般に x、y および節点の座標の関数となっている。

式（2・2・10）で表わされるひずみ－変位関係をマトリックス表示すると

$$\{\varepsilon\} = [B_p]\{s_n\} + \frac{1}{2}[C_0][B_{b1}]\{w_n\} - z[B_{b2}]\{w_n\} \qquad (2\cdot4\cdot8)$$

ここで、$[B_p]$ は $[A_p]$ を、また、$[B_{b1}]$ および $[B_{b2}]$ は $[A_b]$ をそれぞれ x、y で適宜偏微分したもので、詳しくは付録1に示す。さらに、

$$[C_0] = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial w}{\partial x} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial w}{\partial y} \\ \dfrac{\partial w}{\partial y} & \dfrac{\partial w}{\partial x} \end{pmatrix} \qquad (2\cdot4\cdot9)$$

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \ \ \varepsilon_y \ \ \gamma_{xy}\}^T \qquad (2\cdot4\cdot10)$$

いま、ある荷重状態で、ひずみが式（2・4・8）で表わされているとする。この状態で次の荷重増分が与えられ、変形が増加した状態での全ひずみは

$$\{\varepsilon + d\varepsilon\} = [B_p]\{s_n + ds_n\} + \frac{1}{2}[C_0 + dC_0][B_{b1}]\{w_n + dw_n\}$$
$$- z[B_{b2}]\{w_n + dw_n\} \qquad (2\cdot4\cdot11)$$

となる。したがって、この間のひずみ増分 $\{d\varepsilon\}$ は式（2・4・11）と式（2・4・8）の差として、次式で与えられる。

$$\{d\varepsilon\} = [B_p]\{ds_n\} + [C_0][B_{b1}]\{dw_n\}$$
$$+\frac{1}{2}[dC_0][B_{b1}]\{w_n\} - z[B_{b2}]\{w_n\}$$
$$(2\cdot4\cdot12)$$

2・4・3　平衡方程式

ある荷重段階の終了時に、要素に作用する外力が $\{F\}$、要素の応力が $\{\sigma\}$ で平衡状態にあるとする。この状態で外力増分 $\{dF\}$ を与え、応力増分 $\{d\sigma\}$ が生じたとする。この状態での平衡方程式を導くために、仮想節点変位増分 $\{\delta ds_n\}$ および $\{\delta dw_n\}$ を与え、仮想仕事の原理を適用すると次式が得られる。

$$\int_V \{\delta d\varepsilon\}^T \{\sigma + d\sigma\} \, dV = \{\delta du_n\}^T \{F + dF\} \qquad (2\cdot4\cdot13)$$

ここで、$\{u_n\} = \{s_n \ w_n\}^T$ は要素の全節点変位を表わす。上式の仮想ひずみ増分は、式（2・4・12）より次式となる。

$$\{\delta d\varepsilon\} = [B_p]\{\delta d s_n\} + [C_0 + dC_0][B_{b1}]\{\delta dw_n\} - z[B_{b2}]\{\delta dw_n\} \tag{2・4・14}$$

式（2・4・1）または式（2・4・4）、および式（2・4・14）を式（2・4・13）に代入し、増分の2次以上の項を微小量として無視すると次式が得られる。

$$\{F\} + \{dF\} = [K]\{du\} + \{R\} \tag{2・4・15}$$

ここで

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{pp} & K_{pb} \\ K_{bp} & K_{bb} \end{bmatrix} \tag{2・4・16}$$

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} R_p \\ R_b \end{Bmatrix} \tag{2・4・17}$$

$$\begin{aligned}
[K_{pp}] &= \int_V [B_p]^T [D][B_p]\, dV \\
[K_{pb}] &= [K_{bp}]^T = \int_V [B_p]^T [D]([C_0][B_{b1}] - z[B_{b2}])\, dV \\
[K_{bb}] &= [K_B] + [K_I] + [K_G] + [K_{bb}]_0 \\
[K_B] &= \int_V z^2 [B_{b2}]^T [D][B_{b2}]\, dV \\
[K_I] &= \int_V [B_{b1}]^T [P][B_{b1}]\, dV \\
[K_G] &= \int_V [B_{b1}]^T [C_0]^T [D][C_0][B_{b1}]\, dV \\
[K_{bb}]_0 &= \int_V z([B_{b1}]^T [C_0][D][B_{b2}] + [B_{b2}]^T [D][C_0][B_{b1}])\, dV
\end{aligned} \tag{2・4・18}$$

$$\begin{aligned}
[P] &= \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \\
[D] &= \begin{cases} [D] & ;\ 弾\ 性\ 域 \\ [D^p] & ;\ 塑\ 性\ 域 \end{cases}
\end{aligned} \tag{2・4・19}$$

$$\{R_p\} = \int_V [B_p]^T \{\sigma\} dV$$
$$\{R_b\} = \int_V ([B_{b1}]^T [C_0]^T - z[B_{b2}]^T) \{\sigma\} dV \qquad (2\cdot4\cdot20)$$

ところで、式（2・4・15）は1つの要素の平衡方程式を表わしており、節点力および節点変位は要素に固定した局部座標系で表わされている。しかしながら、構造物全体の平衡方程式を導くためにはすべての要素の節点力および節点変位を同一の全体座標系で表わす必要がある。いま、全体座標系で表わした要素の節点変位を$\{u_g\}$とする。座標変換マトリックス$[\Lambda]$を用いると、局部座標系における節点変位$\{u_n\}$は

$$\{u_n\} = [\Lambda]\{u_g\} \qquad (2\cdot4\cdot21)$$

となる。

この座標変換マトリックスを用いると、構造物全体の平衡方程式は次式で表わせる。

$$\{dF_g\} + \{F_g\} - \{R_g\} = [K_g]\{du_g\} \qquad (2\cdot4\cdot22)$$

ここで

$$\{dF_g\} = \Sigma[\Lambda]^T\{dF\}, \quad \{F_g\} = \Sigma[\Lambda]^T\{F\} \qquad (2\cdot4\cdot23)$$

$$\{R_g\} = \Sigma[\Lambda]^T\{R\} \qquad (2\cdot4\cdot24)$$

$$[K_g] = \Sigma[\Lambda]^T[K][\Lambda] \qquad (2\cdot4\cdot25)$$

上式のΣは全要素についてたし合わせることを意味する。

式（2・2・22）は次のようにもかける。

$$\{dF_g\} + \{L_g\} = [K_g]\{du_g\} \qquad (2\cdot4\cdot26)$$

$$\{L_g\} = \{F_g\} - \{R_g\} \qquad (2\cdot4\cdot27)$$

ここで、$\{L_g\}$を荷重修正項と呼ぶ。すなわち、平衡方程式、式（2・4・22）は荷重増分による変形増分を線形予想しているために、新しい変形位置における平衡が保証されていない。$\{L_g\}$は、新しい変形位置における部材内力の合力と外力の不平衡量を表わしている。

与えられた境界条件のもとで、荷重が零の状態から式（2・4・26）を$\{du_g\}$について順次解き、得られた解をたし合わせてゆけば構造部材の弾塑性大たわみ変形挙動を追跡することができる。

次に式（2・4・26）をもとに、座屈解析の有限要素法による定式化を考える。通常、微小変形の問題では変形前の状態に対して平衡を考えるために、修正荷重$\{L_g\}$は生じない。また、変形

の釣り合いに及ぼす影響を考慮する必要はないために、$[C_0]$を含む項が不要となり、式(2・4・26)は次のようになる。

$$\{dF_g\} = [K_g]\{du_g\} \qquad (2\cdot4\cdot28)$$

ここで

$$[K_g] = \Sigma[\Lambda]^T[K][\Lambda] \qquad (2\cdot4\cdot29)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{pp} & 0 \\ 0 & K_B + K_I \end{bmatrix} \qquad (2\cdot4\cdot30)$$

いま、外力を増加させ、式(2・4・28)を用いて解析を進める。外力の状態によって、剛性行列の中の面内応力$[P]$を含む$[K_I]$は負号を持つことがある。これらは外力の増加と共にその絶対値が増大し、構造全体の剛性行列$[K_g]$の行列式が零となることがある。この状態は動的不安定となり、通常、座屈と呼ばれている。すなわち、座屈の条件は次式で与えられる。

$$|[K_g]| = 0 \qquad (2\cdot4\cdot31)$$

外力が式(2・4・31)より求まる座屈荷重を越えると横たわみが生じ始め、剛性行列の$[C_0]$を含む項も値を持ち始める。この状態で、構造部材がほとんど塑性化していないにもかゝわらず再び全体の剛性行列$[K_g]$の行列式が零になることがある。これは、座屈後安定であった変形状態から他の安定な変形状態への飛び移りを意味しており、いわゆる2次座屈と呼ばれる現象である。

2・5節　総　括

本章では、3章以降で板および補強板の座屈強度解析および最終強度解析を行なうに当って用いる解析法の基礎理論を示した。

すなわち、2・2節では板の解析のための基礎理論を、また、2・3節では補強板の解析のための基礎理論を示した。さらに、2・4節ではこれらの解析理論の有限要素法による定式化を示した。

個々の問題に対する具体的な解析手順については各章で述べる。

第３章　　板の圧縮強度

３・１節　緒　　言

本章では、溶接板構造物の補強材で囲まれた１パネルに相当する板要素を対象として、面内圧縮荷重下での座屈強度と最終強度、および溶接残留応力と溶接変形がこれらの強度に及ぼす影響について論じる。

まず、３・２節では、板の面外および面内の境界条件が板の圧縮座屈強度および圧壊強度に及ぼす影響について検討し、理論解析に当っての境界条件を設定する。

３・３節では、最も基本的な周辺単純支持の正方形板を用いて実験を行ない、面内圧縮荷重を受ける板の弾塑性大たわみ挙動の基本的な性質を調べる。そして、有限要素法を用いた弾塑性大たわみ解析の結果を実験結果と比較して、その再現性を確かめる。さらに、解析結果および実験結果をもとに、溶接残留応力および溶接変形が板の圧縮強度に及ぼす影響について検討する。

３・４節では、長辺方向に面内圧縮荷重を受ける矩形板を対象として、解析的な手法による弾塑性座屈解析と弾性大たわみ解析、および有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行なう。これらの解析結果に基づいて矩形板の圧縮座屈強度と圧壊強度、およびこれらに及ぼす溶接残留応力と溶接変形の影響について論じる。

３・２節　　板の境界条件

３・２・１　　面外変形に対する境界条件

通常、板の座屈強度は、板周辺の面外変形に対する境界条件によって異なる。Fig.３.２.１ に示す一方向に面内圧縮荷重を受ける矩形板の座屈応力は

$$\sigma_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \qquad (3\cdot2\cdot1)$$

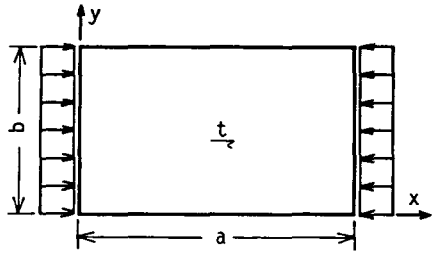


Fig. 3.2.1　Rectangular plate under thrust

で表わされる。上式のkは座屈係数と呼ばれ、周辺の境界条件および板のアスペクト比；$\alpha = a/b$によって変化する。いくつかの境界条件に対して求められた座屈係数kとアスペクト比αの関係をFig.3.2.2に示す[121]。

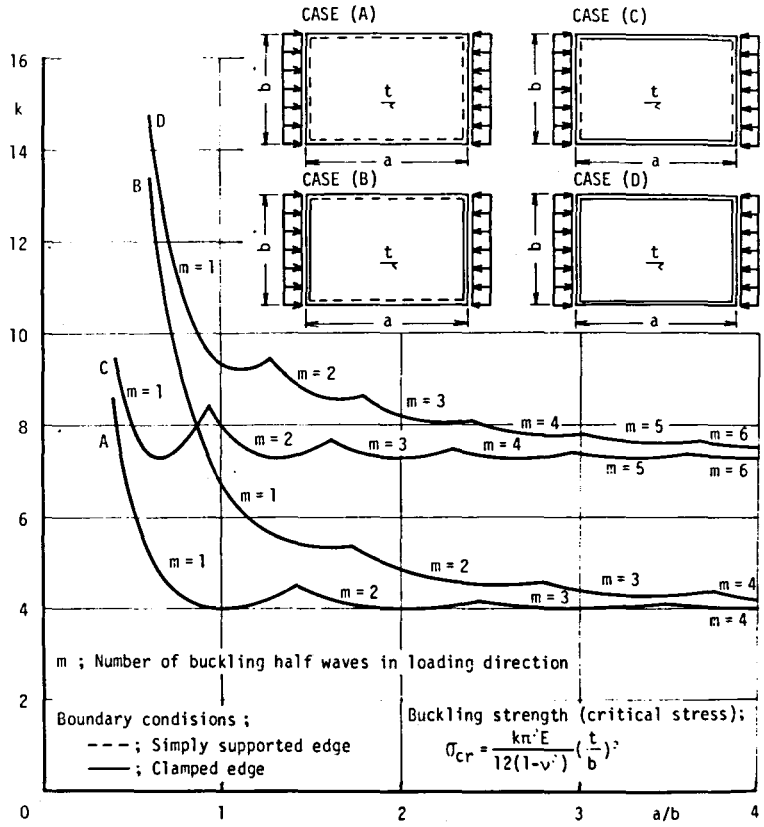


Fig. 3.2.2 Effect of boundary conditions on the buckling strength of a rectangular plate under thrust

ところで、船体上甲板のように縦横に補強されたパネルが面内圧縮力のもとで示す座屈後の変形挙動はFig.3・2・3に示す4種類に大別できる。それぞれのCASEはFig.3.2.2に示した4つのCASEに相当する。パネルの初期たわみが不均一である場合、あるいは小さい場合には、主としてCASE（A）の変形が生じ[122),123)]、補強材間の1パネルに注目すると周辺単純支持の境界条件となっている。これに対して、やせ馬現象として知られているような同じ方向に大きな初期たわみが在る場合にはCASE（D）の変形が生じ、補強材間の1パネルは周辺固定の境界条件となっている。矩形板の座屈応力はFig.3.2.2からも明らかなように、CASE（A）の

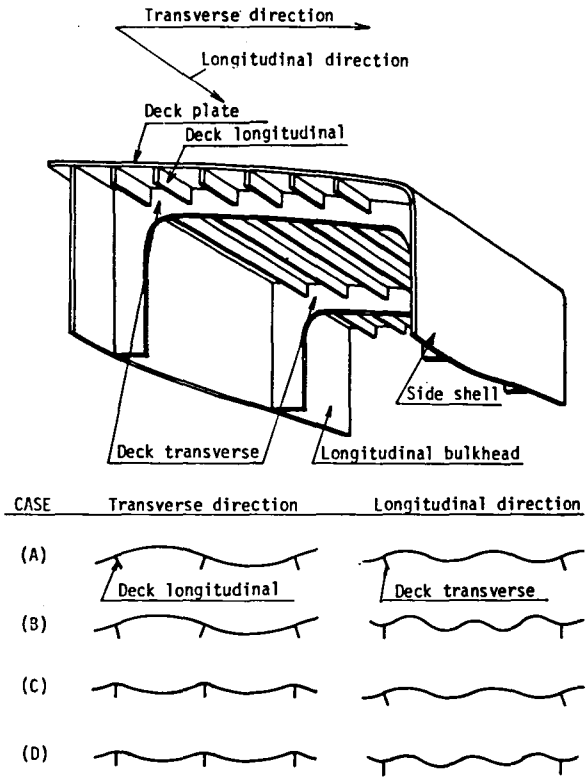


Fig. 3.2.3 Deflection patterns of a deck plate under thrust

単純支持の境界条件の時に最も低くなる。さらにこの場合、座屈1半波のアスペクト比が1の時に座屈応力は最も低く、$k=4$となる。

以上のことより、従来の座屈強度設計においては、周辺の境界条件として単純支持を、また、座屈係数は$k=4$を想定して、安全側の設計を行なっている。本論文でも、板の周辺の面外変形に対する境界条件として単純支持の条件を仮定する。

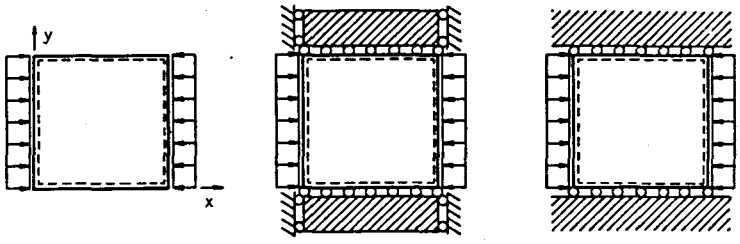
3・2・2　面内変形に対する境界条件

ところで、一方向に面内圧縮荷重を受ける矩形板の非載荷辺は座屈が生じるまでは直線を保ち、ポアソン比ぶんだけの面内変位が生じる。しかしながら、座屈後、横たわみが生じると辺の直線性はくずれ始める。逆に考えると、このことより、非載荷辺の面内変形に対する境界条件が座屈後の板の挙動に影響を及ぼすことが予想される。

そこで非載荷辺の面内の境界条件が板の後座屈挙動に及ぼす影響を調べる目的で、Fig3・2・4に示す3種類の境界条件を有する正方形板を考えて、薄板および厚板に対して有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行なった。いずれの場合も、板は最大値が板厚の0.01倍となる sin 半波形の初期たわみを有し、載荷辺は直線を保つと仮定して強制変位の形で荷重を加えた。非載荷辺の面内の境界条件は Fig.3.2.4 に示す3種類である。すなわち

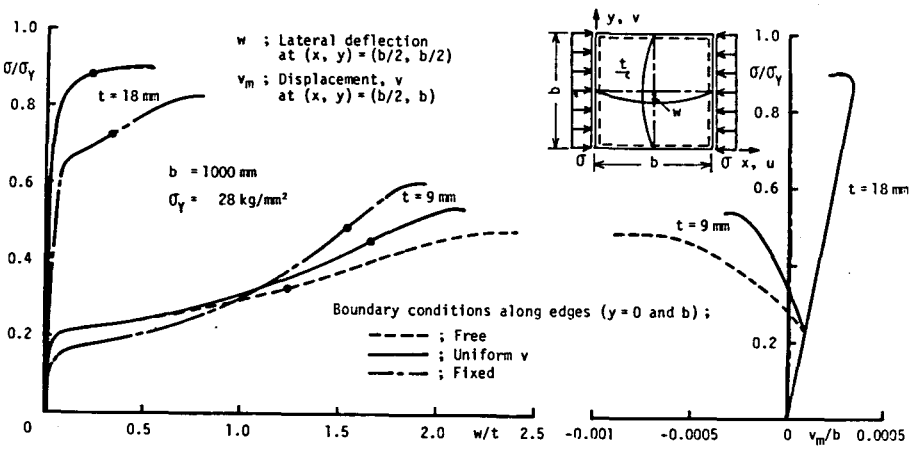
CASE(A)；x 方向、y 方向とも自由

CASE(B)；x 方向は自由、y 方向は一様(直線を保つ)



(a) Free edge (b) Straight edge (c) Fixed edge

Fig. 3.2.4 Probable edge boundary conditions against inplane displacement under thrust



(a) Mean stress - lateral deflection curves (b) Mean stress - transverse contraction curves

Fig. 3.2.5 Behavior of square plates with various edge conditions under thrust

ＣＡＳＥ（Ｃ）；x方向は自由、y方向は零

有限要素法解析によって得られた平均圧縮応力σと板中央部の横たわみwの関係をFig.3.2.5(a)に、また、平均圧縮応力σと非載荷辺中央部の荷重に直角方向の変位v_mをFig. 3.2.5(b)に示す。

薄板の場合、非載荷辺が面内に自由に変形できるＣＡＳＥ（Ａ）では、板の横たわみが大きくなるに従って非載荷辺の中央部が大きく引き込まれるのに対して、直線を保つＣＡＳＥ（Ｂ）ではその引き込まれ量は小さく、横たわみの増加に拘束を与える。その結果、ＣＡＳＥ（Ａ）よりもＣＡＳＥ（Ｂ）の方が圧壊強度は高くなる。ＣＡＳＥ（Ｃ）では、材料のポアソン比をνとすると、座屈が生じるまで板は荷重比１：νの２方向圧縮を受けることになり、座屈荷重は低下する。しかしながら、座屈荷重をすぎてたわみが増加し始めると板は非載荷辺に沿って荷重に直角方向に引張荷重を受けるようになり、圧壊強度はＣＡＳＥ（Ａ）およびＣＡＳＥ（Ｂ）よりも高くなる。

厚板の場合にもＣＡＳＥ（Ａ）およびＣＡＳＥ（Ｂ）に関しては同様の傾向が見られるが、座屈後から最終強度までの余剰耐力が小さくなるに従って非載荷辺の面内の境界条件の影響は小さくなる。

このように、面内圧縮荷重を受ける矩形板の非載荷辺の面内の境界条件は後座屈挙動および圧壊強度に影響を及ぼす。ところで、船体上甲板等の実構造物のパネルは通常補強材で仕切られた連続パネルとなっており、隣接パネルの非載荷辺に沿う面内変位は互に拘束し合う。そのために、非載荷辺が直線を保って動くとするＣＡＳＥ（Ｂ）の境界条件が最も現実的であると思われる。そこで、３・４節ではＣＡＳＥ（Ｂ）の面内の境界条件を仮定して矩形板の圧壊強度を論じる。しかしながら、次節では、板の圧縮強度をまず実験的に明らかにする目的で、ＣＡＳＥ（Ｂ）の境界条件と類似ではあるがこれよりも比較的取り扱いの簡単な非載荷辺が面内に自由に変形できるＣＡＳＥ（Ａ）の境界条件を有する正方形板を対象とする。

３・２・３　結　論

本節では、板の境界条件が座屈強度および最終強度に及ぼす影響について検討し、以下の知見を得た。

(1) 荷重に平行な辺の面内の境界条件は、板の圧壊強度に大きな影響を及ぼし、薄板では、この辺に沿っての面内変位が自由な場合に圧壊強度が最も低くなる。

(2) 荷重に平行な辺の面内の境界条件は、厚板になると板の圧壊強度にあまり影響を及ぼさない。

(3) 実構造物中の板要素の境界条件としては、パネルの連続性を考慮して、４辺が直線を保ち、かつ、面外変形に対しては周辺単純支持の条件を考えるのが最も妥当と思われる。

3・3節　正方形板の圧縮強度

初期たわみおよび初期応力が存在しない無限長の矩形平板に面内圧縮荷重を作用させると、1半波のアスペクト比が1.0のモードの座屈が生じ、そのまゝのモードで最終強度に達する。本節では、板の座屈および後座屈挙動の基本的な性質、および溶接残留応力と初期変形がこれらに及ぼす影響を明らかにする目的で、上記の座屈1半波に相当する周辺単純支持の正方形板を対象として、圧壊試験および理論解析を行なう。正方形板の境界条件は実験に際しての取り扱いの簡便さから、非載荷辺の面内変形を自由とする。このような面内の境界条件を有する板の理論解析において、解析的な取り扱いは複雑となる。そこで、本節の理論解析ではすべて有限要素法を用いる。

3・3・1　正方形板の圧壊試験

(1) 試験体概要

試験体はSM41鋼の500mm×500mmの正方形板である。その板厚は4.5mm, 9.0mmおよび12.7mmの3種類で、それぞれの座屈応力の降伏応力に対する比はおよそ0.21、0.75および1.00となっている。圧壊試験は、上記3種類の板厚に対して初期たわみを有するもの、また板厚が4.5mmおよび9.0mmの板に対しては初期たわみと溶接残留応力を有するものの2つのシリーズについて行なった。

Table 3.3.1 Welding conditions

Specimen	Welding Speed	Current	Welding Rod
C-4.5 Series	28.6 cm/min.	100 Amp.	D4303
C-9.0 Series	20.0 cm/min.	200 Amp.	D4313

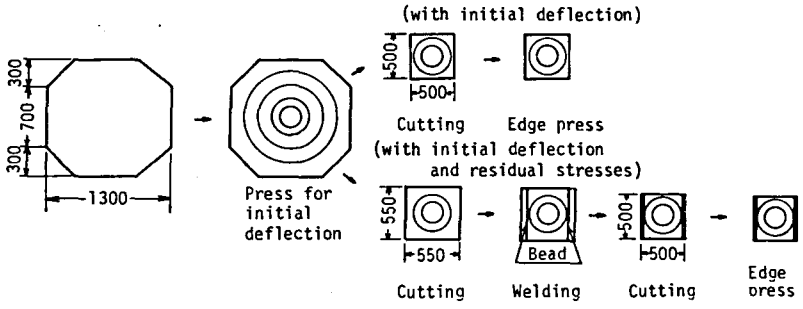


Fig. 3.3.1 Process for producing specimens

初期たわみは多点ユニヴァーサルプレス機[124]を用いて付加した。また、溶接残留応力は、板の端部に Table 3.3.1 に示す溶接条件で溶接ビードを置いて生ぜしめた。試験体の製作手順を Fig.3.3.1に示すが、初期たわみの影響を調べるシリーズでは板厚の0.0、0.25、0.50、

Table 3.3.2 Details of specimens and test results

Specimen	Details of Specimens				Test Results		
	t (mm)	σ_Y (kg/mm²)	b/t	w_0/t	P_m (tons)	σ_m (kg/mm²)	σ_m/σ_Y
C-4.5-0.00-1	4.50	28.49	111.11	0.00	25.00	11.11	0.39
C-4.5-0.00-2	4.50	26.59	111.11	0.00	26.90	11.96	0.45
C-4.5-0.09-1	4.50	26.66	111.11	0.09	24.60	10.93	0.41
C-4.5-0.09-2	4.50	26.00	111.11	0.09	26.90	11.96	0.46
C-4.5-0.09-3	4.50	25.87	111.11	0.09	26.20	11.64	0.45
C-4.5-0.24	4.50	26.27	111.11	0.24	26.00	11.56	0.44
C-4.5-0.27	4.50	28.07	111.11	0.27	25.90	11.51	0.41
C-4.5-0.31	4.50	26.45	111.11	0.31	25.00	11.11	0.42
C-4.5-0.36	4.50	26.88	111.11	0.36	25.40	11.29	0.42
C-4.5-0.38	4.50	26.66	111.11	0.38	24.60	10.93	0.41
C-4.5-0.89	4.50	28.03	111.11	0.89	24.60	10.93	0.39
C-4.5-1.02	4.50	25.16	111.11	1.02	21.50	9.56	0.38
C-4.5-0.33RS	4.34	22.01	115.21	0.33	15.15	6.98	0.32
C-4.5-0.52RS	4.34	22.01	115.21	0.52	15.45	7.12	0.32
C-4.5-1.07RS	4.34	23.42	115.21	1.07	15.30	7.05	0.30
C-4.5-1.28RS	4.34	23.08	115.21	1.28	16.95	7.81	0.34
C-4.5-1.31RS	4.34	21.05	115.21	1.31	15.80	7.28	0.35
C-4.5-1.74RS	4.34	22.87	115.21	1.74	16.63	7.66	0.33
C-9.0-0.00-1	8.80	31.03	56.82	0.00	118.80	27.00	0.87
C-9.0-0.00-2	8.80	31.20	56.82	0.00	116.70	26.52	0.85
C-9.0-0.00-3	8.80	31.06	56.82	0.00	127.10	28.89	0.93
C-9.0-0.00-4	9.00	28.71	55.56	0.00	109.75	24.40	0.85
C-9.0-0.26	8.80	31.96	56.82	0.26	95.60	21.73	0.68
C-9.0-0.31-1	8.80	31.27	56.82	0.31	101.80	23.14	0.74
C-9.0-0.31-2	8.80	30.91	56.82	0.31	102.00	23.18	0.75
C-9.0-0.38	8.80	30.21	56.82	0.38	97.00	20.05	0.73
C-9.0-0.61	8.80	32.11	56.82	0.61	86.20	19.59	0.61
C-9.0-0.68	9.00	28.63	55.56	0.68	81.20	18.04	0.63
C-9.0-0.72	9.00	25.07	55.56	0.72	75.60	16.80	0.67
C-9.0-0.73	8.80	30.53	56.82	0.73	80.60	18.32	0.60
C-9.0-0.75	8.80	30.30	56.82	0.75	80.00	18.18	0.60
C-9.0-0.82	8.80	30.52	56.82	0.82	77.92	17.70	0.58
C-9.0-0.84	9.00	25.39	55.56	0.84	67.40	14.98	0.59
C-9.0-0.02RS	8.85	25.60	56.50	0.02	79.80	18.03	0.70
C-9.0-0.06RS	8.95	26.81	55.87	0.06	84.60	18.91	0.70
C-9.0-0.48RS	8.83	25.28	56.63	0.48	59.80	13.55	0.54
C-9.0-0.49RS	8.70	25.55	57.47	0.49	62.60	14.34	0.56
C-9.0-0.71RS	8.80	25.55	56.82	0.71	61.80	14.05	0.55
C-9.0-0.77RS	8.70	25.55	57.47	0.77	50.00	11.49	0.45
C-12.7-0.00-1	12.80	25.20	39.06	0.00	154.80	24.19	0.96
C-12.7-0.00-2	12.80	25.09	39.06	0.00	159.00	24.84	0.99
C-12.7-0.00-3	12.80	25.09	39.06	0.00	157.40	24.59	0.98
C-12.7-0.00-4	12.80	25.03	39.06	0.00	160.20	25.03	1.00
C-12.7-0.00-5	12.90	30.16	38.76	0.00	192.60	29.86	0.99
C-12.7-0.20	13.30	29.52	37.59	0.20	159.00	23.91	0.81
C-12.7-0.25	13.30	29.51	37.59	0.25	162.96	24.50	0.83
C-12.7-0.26-1	12.90	30.46	38.76	0.26	159.12	24.67	0.81
C-12.7-0.26-2	13.30	29.34	37.59	0.26	160.00	24.06	0.82
C-12.7-0.36	12.91	30.32	38.76	0.36	158.40	24.56	0.81
C-12.7-0.42	13.30	29.47	37.59	0.42	145.00	21.80	0.74
C-12.7-0.43-1	12.90	30.49	38.76	0.43	153.40	23.78	0.78
C-12.7-0.43-2	13.30	29.32	37.59	0.43	140.40	21.11	0.72
C-12.7-0.52	12.90	30.15	38.76	0.52	143.90	22.31	0.74
C-12.7-0.53	12.90	30.29	38.76	0.53	148.50	23.02	0.76

Notation of specimen number ; e.g. C-4.5-0.52RS
C ; Compression, 4.5 ; Plate thickness
0.52 ; w_0/t, RS ; Residual stress

t ; Plate thickness, σ_Y ; Yield stress
b ; Plate width, P_m ; Ultimate load
w_0 ; Initial deflection, $\sigma_m = P_m/tb$; Ultimate strength

0.75および1.0倍の初期たわみを、また溶接残留応力と初期たわみの重畳効果を調べるシリーズでは板厚の0.0、0.5および1.0倍の初期たわみを目標とした。しかし、製作後の初期たわみは必ずしも目標通りにはなっていない。また、初期たわみ加工後に応力焼鈍処理は行なっていない。試験体名称およびその細目を、圧壊試験の結果と併せて Table 3.3.2に示す。

(2) 溶接残留応力の計測

圧壊試験に先立ち、板厚4.5㎜および9.0㎜の試験体各1体について溶接残留応力の計測を行なった。ここでは、板厚4.5㎜の場合の計測結果を Fig.3.3.2 に示す。図に示す位置に抵抗線ひずみゲージを貼付し、ゲージのまわりを10㎜～20㎜の長方形に機械鋸で切断して、いわゆる応力解放法で残留ひずみを計測した。ひずみから応力への換算は弾性計算で行なった。図の破線の部分は1方向のひずみしか計測していない場所で、その値をもとに推定した応力値を表わす。ここに示した残留応力は板の表裏の平均値を表わすが、ビードの部分では引張りでほゞ降伏しており、そこから少し内側に入った部分では10kg／㎟ 程度の圧縮応力となっている。板幅の中央部になる

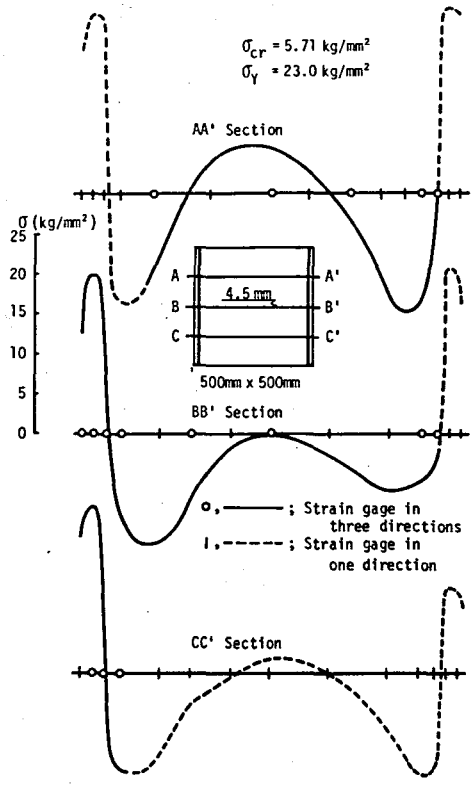


Fig. 3.3.2 Measured distribution of welding residual stresses

ほどこの圧縮応力は小さくなり、場所によっては引張りの応力場となっている。各試験体とも溶接ビードを置くことによって横たわみが増加しているが、これについては後出の３・３・３項で議論する。板厚9.0㎜の場合にもほゞ同様の結果が得られている。

(3) 試験方法

周辺支持の条件で面内圧縮荷重を作用させるために、Ｆｉｇ.３.３.３に示す載荷治具を製作した。圧壊試験は２００トン万能試験機を用いて行なった。 試験に当っては３方向ひずみゲージを用いてひずみを計測し、同時に電動式変位計を用いて横たわみを計測した。

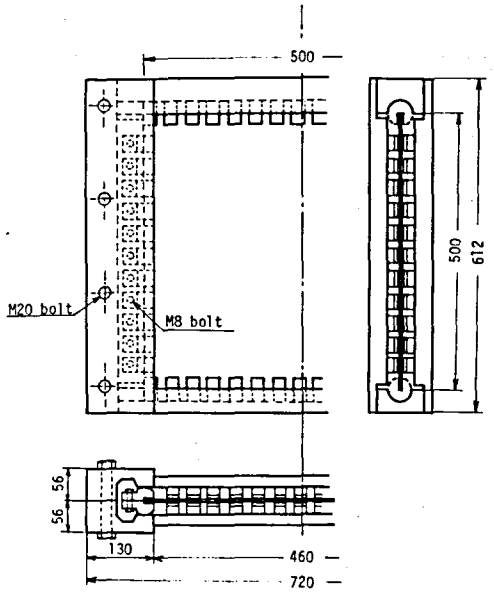


Fig. 3.3.3 Loading frame and end fixture for compression test

(4) 試験結果

Table 3.3.2 からわかるように、圧壊強度は初期たわみや残留応力により低下する。また、剛性についても同様の傾向が見られるが、これらについては後に議論することにして、ここでは主として変形挙動について述べる。

荷重と板中央部の横たわみの関係を Ｆｉｇ.３.３.４ に示す。図の実線は初期たわみのみを有する場合、また、破線は初期たわみと残留応力の両者を有する場合を表わす。初期たわみや残留応力の影響でたわみの増加率が大きくなっていることがわかる。

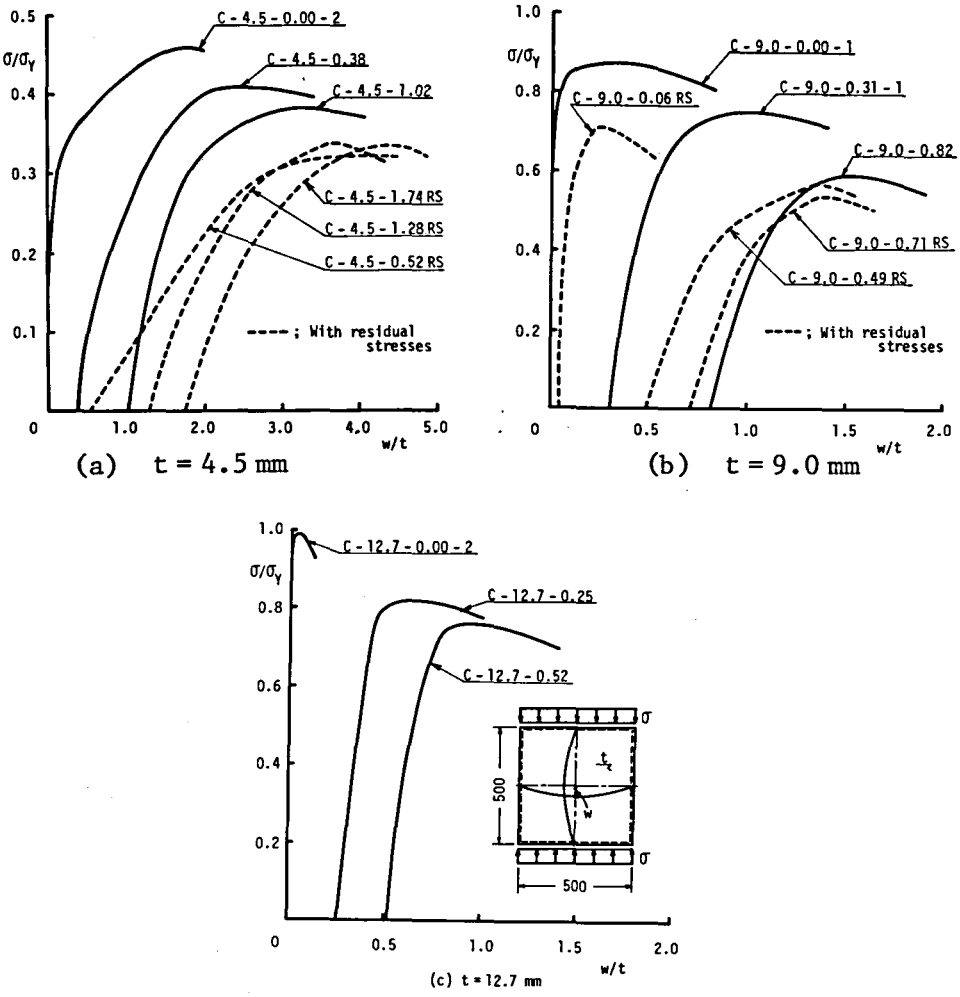
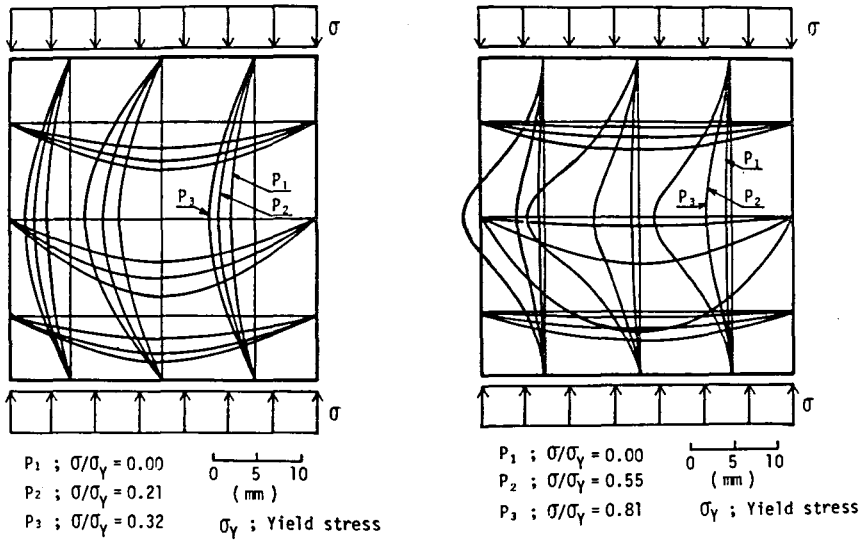


Fig. 3.3.4 Applied compressive stress - central deflection curves (Experiment)

Fig.3.3.5 は薄板および厚板の代表的な2体について、荷重の増加と共に横たわみ波形が変化する様子を示したものである。薄板の場合には Fig.3.3.5(a) に示すように、横たわみは波形が変わることなく全体的に増えている。これに対して Fig.3.3.5(b) に示す厚板の場合には、板中央部での横たわみの増加が著しくて屋根型の変形モードを示し、後出の3・4・1項で述べるように、塑性座屈では座屈波長が短くなる様子がよく現われている。

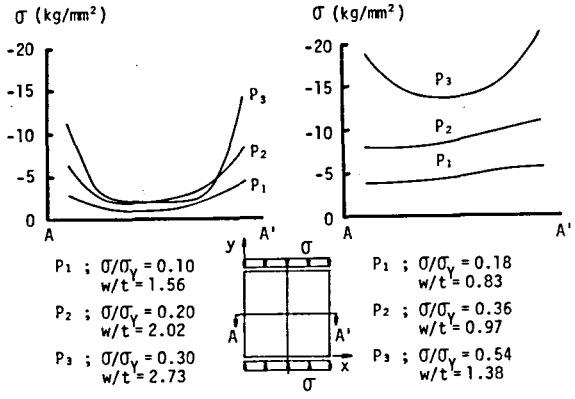
さらに、Fig.3.3.6は薄板および厚板の代表的なもの2体について、板中央断面上での圧縮応力の分布を表わす。Fig.3.3.6(a) に示す薄板の場合には、横たわみが大きくなると板中

央部ではほとんど圧縮力を受け持たず、両端部の有効な部分が圧縮力を受け持つことがわかる。他方、Fig.3.3.6(b)に示す厚板の場合には横たわみの絶対値が大きくても板厚が厚いので板中央部でかなりの圧縮力を受け持っている。しかしながら、局部塑性化によって板中央部の横たわ



(a) C-4.5-1.02 (b) C-12.7-0.26-1

Fig. 3.3.5 Deflection modes of square plates under thrust (Experiment)



(a) C-4.5-1.28RS (b) C-9.0-0.71RS

Fig. 3.3.6 Stress distributions of square plates under thrust (Experiment)

みがさらに急増し始めると、薄板の場合のように圧縮力の増加分を受け持つのは両端の有効な部分が主体となることがわかる。

3・3・2　試験結果と解析結果の比較

3・2節おいても面内の境界条件が板の後座屈強度に及ぼす影響を明らかにする目的で既に有限要素法による板の弾塑性大たわみ解析を行なった。ここでは、有限要素法解析の結果の妥当性を確かめる目的で、3・3・1項で示した試験結果を、後出の3・3・4項で示す解析結果と比較する。すなわち、圧壊試験を行なった3種類の板厚の試験体からそれぞれ各1体を選び、これらの試験体の初期たわみ量とほゞ等しい初期たわみを有する板に対する解析結果と比較した。有限要素法解析で用いた初期たわみ波形は *sin* 半波としたが、これは Fig.3.3.5 からも明らかなように、試験体の初期たわみ波形に近い。

Fig.3.3.7 に圧壊試験および有限要素法解析によって得られた平均圧縮応力と板中央部の横たわみの関係を比較して示す。図の実線は試験結果、また破線は有限要素法解析の結果を表わす。板厚12.7㎜および9.0㎜の場合、両者は比較的よく一致している。これに対して、板厚4.5㎜の場合には応力が高くなると両者に差が見られる。この差は、薄板の場合、たわみが大きくなると圧壊試験における周辺単純支持の治具が十分には有効に働かず、板が4隅で局部的に崩壊したためであ

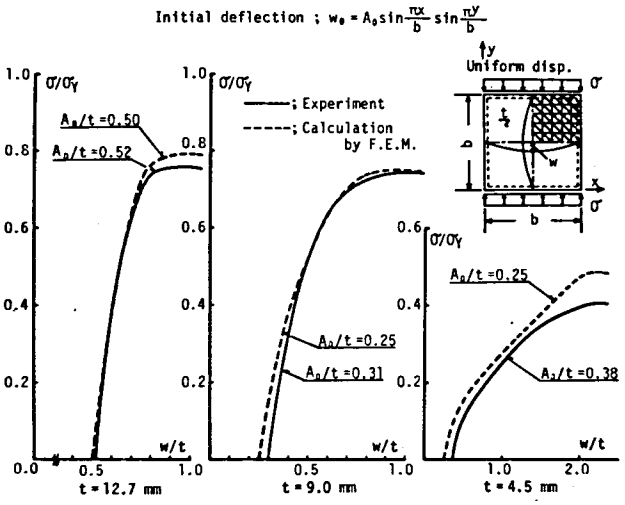
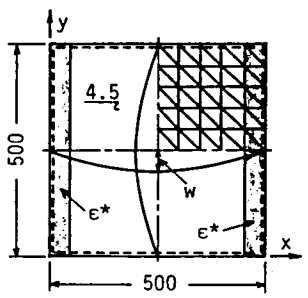


Fig. 3.3.7 Comparison of the results by F.E.M. analysis with experimental results

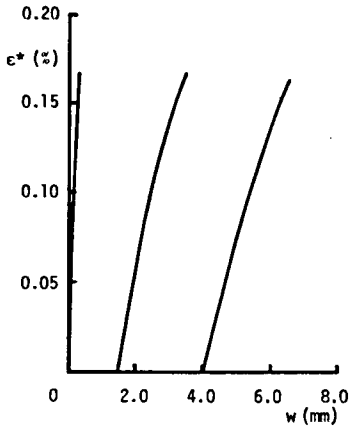
る。このことを考慮すれば、有限要素法による弾塑性大たわみ解析の結果は試験結果をよく再現しているといえる。以後、圧壊強度を求めるに当っては、有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行なう。

3・3・3　溶接に起因する初期不整

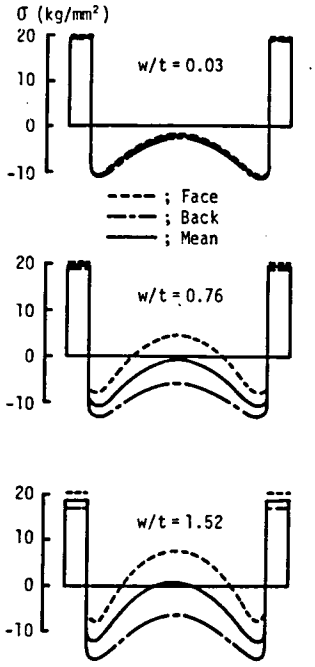
一般に溶接構造物は溶接変形と溶接残留応力を伴っている。これらは通常、溶接に起因する初期不整と呼ばれており、両者の間には密接な関係が存在する。問題を構造物中の板要素に限るならば、その初期たわみはまず板に補強材を溶接した時のすみ肉部での角変形によって生じ、さらにすみ肉部の収縮の固有ひずみのために板の中央部に生じる圧縮の残留応力により、たわみが付加される。



(a)　Finite element representation



(b)　Inherent strain - additional deflection curves



(c)　Distribution of residual stresses along y = b/2

Fig. 3.3.8　Initial imperfections due to welding

ここでは試験結果との比較を目的として、何らかの理由で初期たわみを生じている板の端部を溶接した時に生じる付加たわみと残留応力の関係を調べた。すなわち、Fig.3.3.8(a)に示す板の端部の黒塗りの部分に圧縮の固有ひずみを与えて溶接された状態を再現した。固有ひずみを与える部分の幅は、Fig.3.3.2に示した計測結果の引張残留応力が生じている部分の幅に合わせて板幅の 1/10 とした。また、固有ひずみは、この部分が塑性化するまで増分的に与えた。 板厚 4.5㎜の場合について、与えた固有ひずみと付加された横たわみの関係、および最終状態での溶接残留応力分布をそれぞれ Fig.3.3.8(b) および(c)に示す。初期たわみが大きいと端部を溶接することによって生じる付加たわみも大きくなる。このたわみのために板中央部には引張りの膜応力が生じ、この部分の圧縮残留応力が小さくなっている。また、曲げ応力も大きくなる。

Fig.3.3.8(c)に示す残留応力分布をFig.3.3.2に示した計測結果と比較すると、傾向、絶体値とも両者はよく一致している。これより、固有ひずみを与える方法で実際に近い残留応力場を再現できることがわかる。他の板厚について行なった解析でも同様の結果が得られている。

3・3・4　初期たわみが板の圧壊強度に及ぼす影響

(1) 初期たわみ波形の影響

初期たわみの影響を考える上で、その最大たわみ量が同じであっても、初期たわみの形状が異なれば板の挙動が異なってくることが予想される。ここでは初期たわみの最大量を同じにして、Fig.

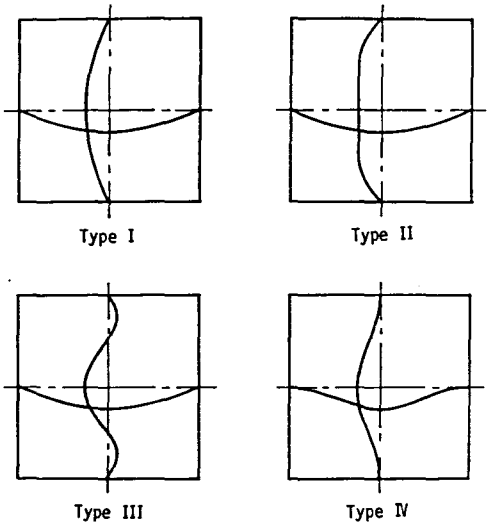
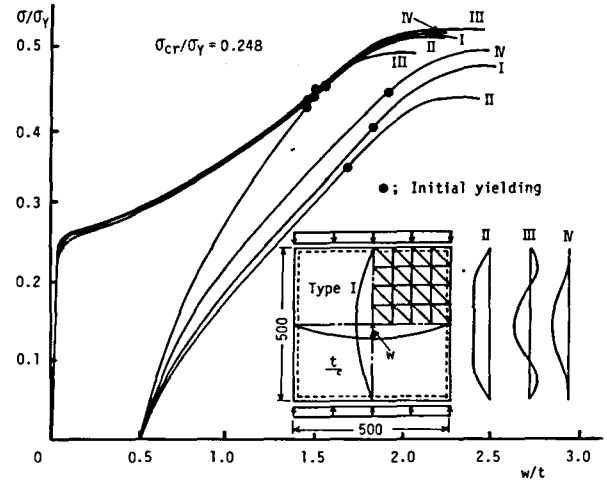
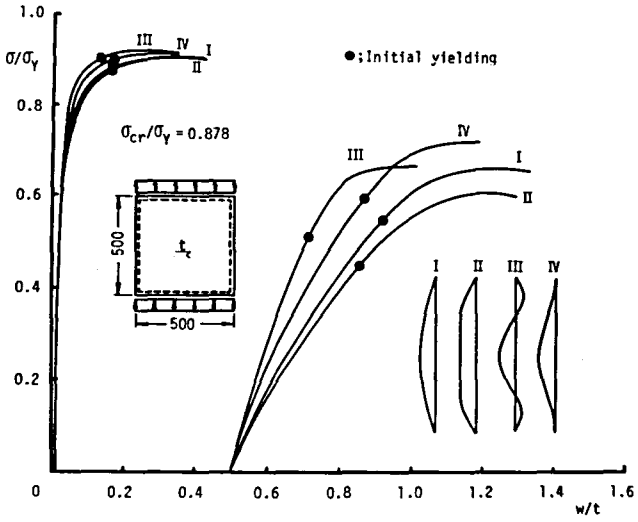


Fig. 3.3.9 Assumed shapes of initial deflection for F.E.M. analysis



(a) Applied compressive stress - central deflection curves (t = 4.5 mm)



(b) Applied compressive stress - central deflection curves (t = 9.0 mm)

Fig. 3.3.10 Effects of the shapes of initial deflection on rigidity and strength of square plates under thrust

3.3.9に示す4種類のたわみ波形を仮定し、4.5㎜および9.0㎜の2つの板厚に対して解析を行なった。たゞし、ここで仮定している初期たわみは、たわみの曲率に対応した局部曲げ応力は伴っておらず、単に幾何学的にたわんでいるだけとした。

まず、板厚4.5㎜の場合について、解析結果をFig.3.3.10(a)に示す。図は平均圧縮応力と板中央部の横たわみの関係を表わすが、初期たわみ量が小さい場合には初期たわみ波形の差による影響はほとんど現われない。これに対して初期たわみ量が大きくなると剛性，強度とも波形による差が見られ、板の初期たわみともとの平面とでつくる体積が大きいほど低くなる傾向が現われる。これは、板の各点での曲げモーメントが横たわみ量に比例して生じるために、上述の体積が大きい場合にはその積分値である板のたわみの増加率が大きくなることによる。また、いずれの初期たわみ波形の場合にも、その圧壊強度は平板の圧壊強度を越えることは無いようである。

Fig.3.3.10(b)に板厚9.0㎜の場合の解析結果を示すが、板厚4.5㎜の場合と同様の傾向を示している。

(2) 初期たわみ量の影響

次に、初期たわみ量の影響について検討する。初期たわみ波形としては、取り扱いが簡単でかつ実際にもしばしば生じ得ると考えられるFig.3.3.9に示すType Iの sin 半波形を仮定した。この初期たわみ波形は、正方形板の左下隅に座標の原点を置くと次式で表わせる。

$$w_0 = A_0 \sin \frac{\pi x}{b} \sin \frac{\pi y}{b} \qquad (3\cdot3\cdot1)$$

ここで、A_0 は板中央の初期たわみ量、また b は一辺の長さを表わす。なお、(1)の場合と同様に、曲率に比例した局部曲げ応力は考慮していない。

板寸法は圧壊試験に用いた試験体と同様に500㎜×500㎜とし、板厚および初期たわみ量を種々変化させて有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行なった。板厚4.5㎜、9.0㎜および12.7㎜の場合について、平均圧縮応力と板中央部の横たわみの関係をFig.3.3.11に、また、平均圧縮応力と平均圧縮ひずみの関係をFig.3.3.12にそれぞれ実線で示す。(図の破線は残留応力を伴う場合の解析結果を表わすが、これについては3・3・5項で述べる。)

まず始めに、面内剛性について考察する。Fig.3.3.12に示す曲線の傾きが面内剛性を表わすことになる。Fig.3.3.12(a)に示す薄板の場合の面内剛性は、初期たわみ量が小さいと始めはヤング率Eにほゞ等しいが、座屈荷重を越えるあたりから低下して約E/2となる。初期たわみ量が大きいと面内剛性は低いが、荷重が増加するに従ってさらに低下して、やはり座屈荷重近くで約E/2となる直線部を示す。荷重がさらに増加するとやがて塑性化が始まり、面内剛性は順次低下して零となり最終強度に達する。一方、Fig.3.3.12(b)および(C)に示す厚板の場

合には、面内剛性は初期たわみ量が大きいとやはり始めから低いが、荷重が増加してもあまり低下しない。しかしながら、塑性化が始まると面内剛性は急激に低下して最終強度に達する。

次に、圧壊強度は初期たわみ量が大きいほど低下する。初期たわみ量が大きいと、先に圧壊試験結果でも示したように、薄板の場合には始めから圧縮力を受け持つ有効な部分が狭く剛性が低いた

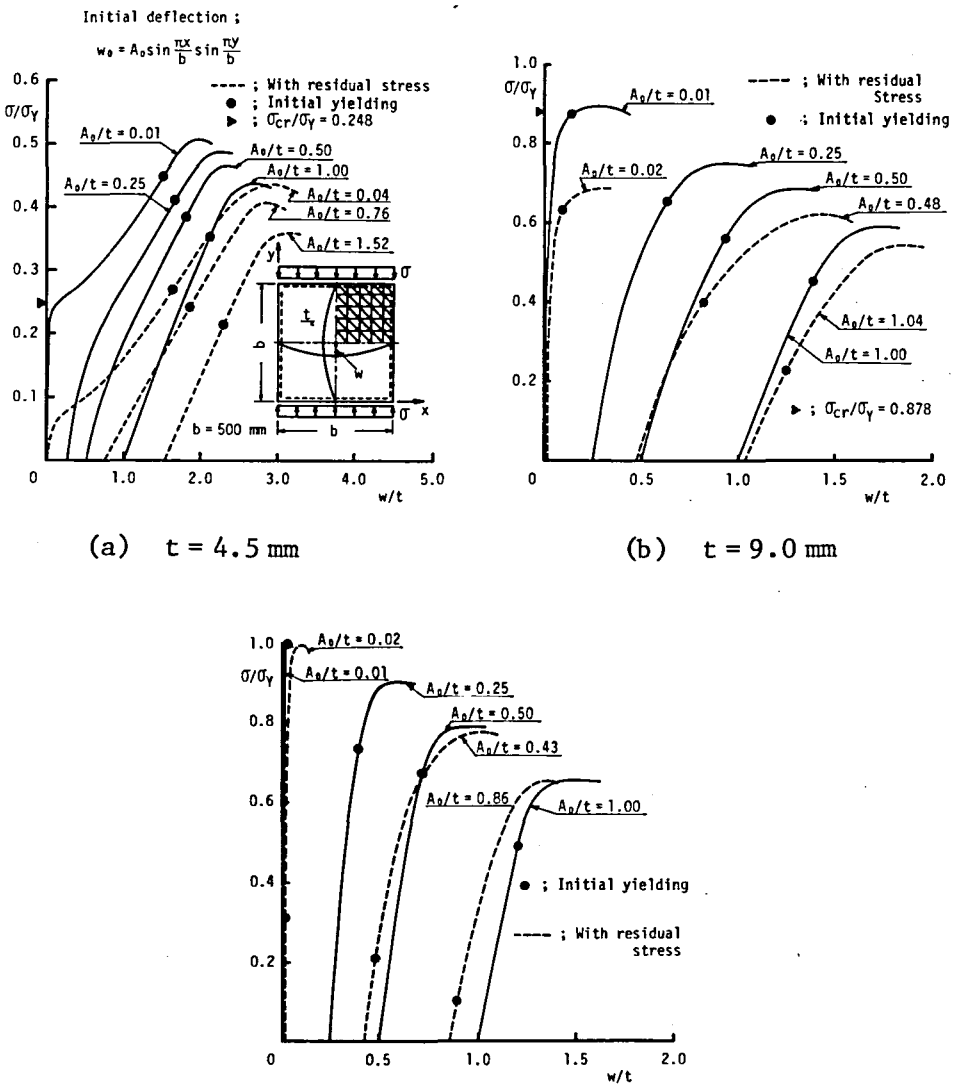
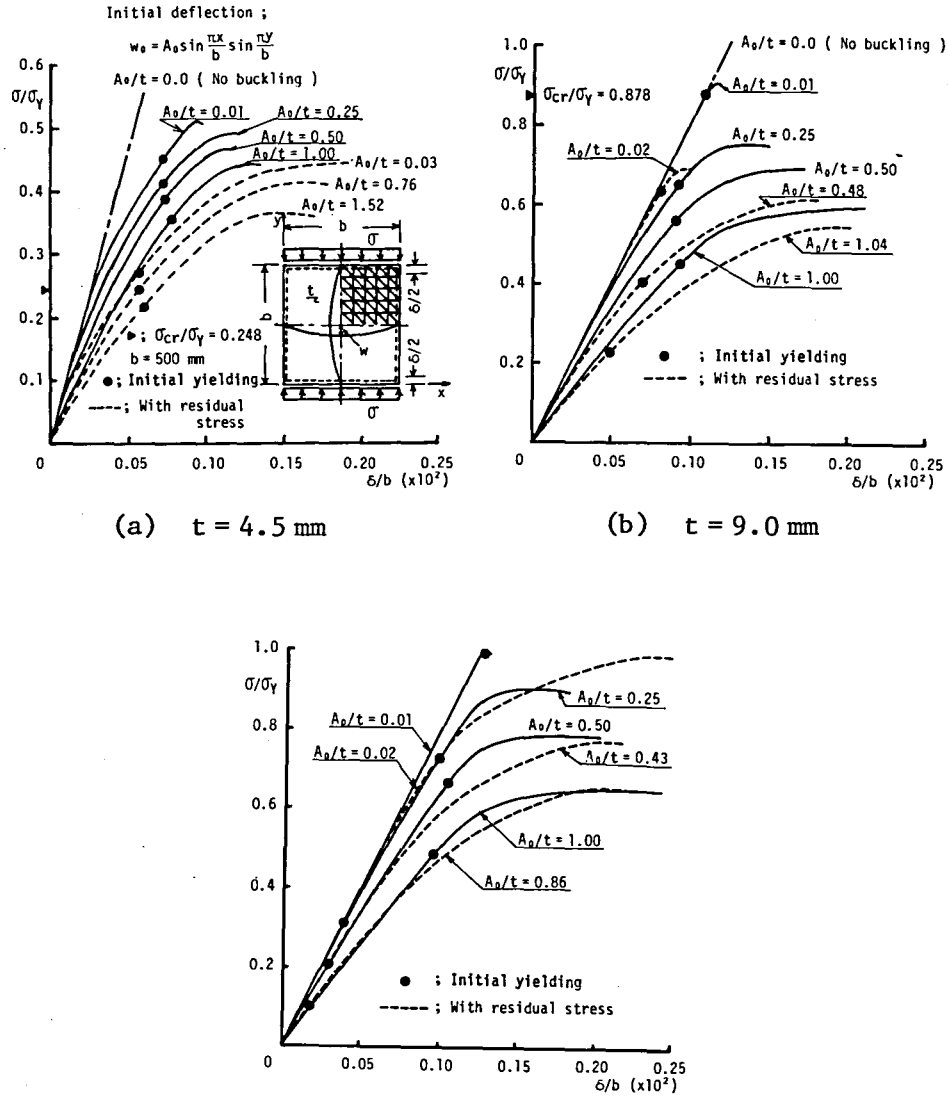


Fig. 3.3.11 Applied compressive stress - central deflection curves of square plates under thrust

めに横たわみが大きくなるが、板厚が薄いので塑性化は遅い。他方、厚板の場合には横たわみは増加しにくいが、板厚が厚いので局部的な塑性化が早くなるのが特徴である。なお、薄板の塑性化には大たわみに起因する面内応力が支配的で板の端部から塑性化が始まる。これに対して厚板の塑性化には曲げ応力が支配的で、板の中央部の表裏面から塑性化が始まる。



(a) t = 4.5 mm

(b) t = 9.0 mm

(c) t = 12.7 mm

Fig. 3.3.12 Applied compressive stress - compressive strain curves of square plates under thrust

(3) 局部曲げ応力の影響

3・3・3項でも述べたように、すみ肉溶接によって生じる初期たわみは、支持周辺での角変形による回転曲げモーメントと圧縮の溶接残留応力の相乗効果によって生じる。そのために、板にはこのたわみの曲率に応じた局部曲げ応力が生じているはずである。 この局部曲げ応力は板の塑性化を早め、その結果、圧壊強度を低下させることが予想される。ここでは、この局部曲げ応力の影響を取り扱う。

まず、局部曲げ応力を伴った初期変形状態を再現するために、支持辺に沿って一様な曲げモーメントを作用させた。この時の支持辺単位長さ当りの曲げモーメントと板中央部の横たわみの関係をFig.3.3.13 に示す。図に示した解析例は500mm×500mmの正方形板で、板厚が4.5mm、9.0mmおよび12.7mmの場合であるが、厚板の場合、たわみ量が板厚の0.2～0.3倍になると板の4隅の表面で塑性化が始まる。

このような初期変形が板厚の0.5および1.0倍生じた後に面内圧縮荷重を加え、得られた荷重～たわみ曲線をFig.3.3.14 に示す。図の破線は初期たわみのみを有する場合、また実線は局部曲げ応力を伴う場合の解析結果を表わすが、特に厚板で初期たわみ量が大きい場合には、たわみに伴う局部曲げ応力のために圧壊強度は著しく低下することがわかる。

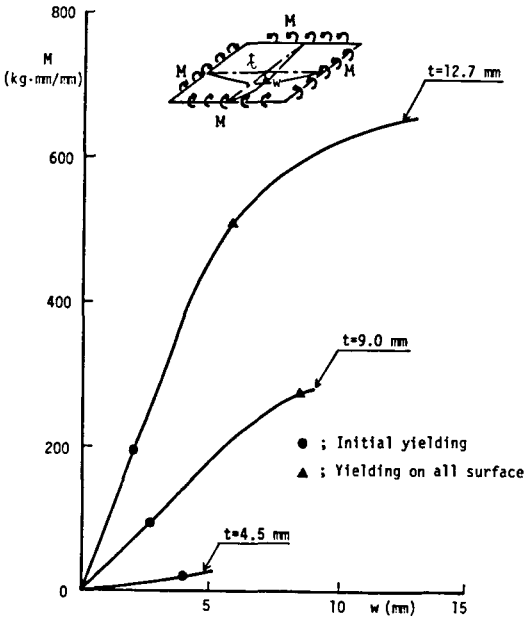


Fig. 3.3.13 Relation between uniformly distributed moment and central deflection of square plates

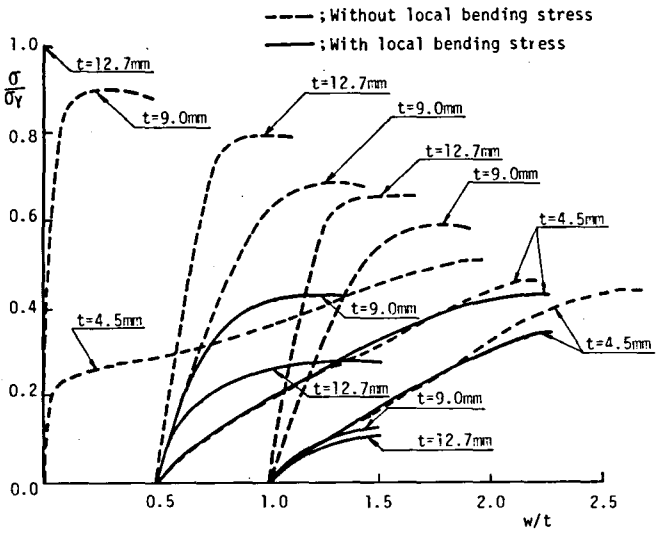


Fig. 3.3.14 Effects of local bending stresses due to initial deflection on the ultimate strength of square plates under thrust

3・3・5　溶接残留応力が板の圧壊強度に及ぼす影響

板の支持辺に沿って溶接線がある場合、板に生じている溶接残留応力は一般に圧縮座屈強度を低下させる。試験体に生じている溶接残留応力は Fig.3.3.2 に示したように荷重方向にほゞ一様な分布となっているが、後出の Fig.3.4.3 に示すように、 板寸法によって弾性座屈、弾塑性座屈あるいは塑性座屈が生じる。ここで対象とした板では、板厚4.5㎜、9.0㎜および12.7㎜の場合、それぞれ弾性座屈、弾塑性座屈および塑性座屈する。溶接残留応力による座屈強度の低下については後出の3・4・1項で詳しく述べることにして、ここでは溶接残留応力が正方形板の圧壊強度およびその強度に達するまでの面内剛性に及ぼす影響について検討する。すなわち、3・3・1項で示した試験結果との比較を目的として、3・3・3項で述べた固有ひずみを与える方法で溶接残留応力場および初期変形状態を再現した。そして、この状態を初期条件として面内圧縮荷重を作用させた。

解析対象は試験体と同じ500㎜×500㎜の正方形板で、板厚を4.5㎜、9.0㎜および12.7㎜とした。平均圧縮応力と板中央部の横たわみの関係を前出の Fig.3.3.11 に、また、平均圧縮応力と平均圧縮ひずみの関係を前出の Fig.3.3.12に、それぞれ破線で示している。図より明らかなように、初期たわみに溶接残留応力が加わると、板の面内剛性はさらに低下する。

弾性座屈する4.5㎜の板および弾塑性座屈する9.0㎜の板では溶接残留応力は初期たわみによって低下した圧壊強度をさらに低下させ、特に板厚9.0㎜の板でその傾向が著しい。これに対して塑性座屈する12.7㎜の板では、残留応力による付加的な圧壊強度の低下はほとんど認められない。

初期たわみは面内応力を偏在させることおよび曲げ応力を大きくすることによって、一般に板の塑性化を早めて圧壊強度を低下させる。これに対して溶接残留応力は、まず板の圧縮座屈強度を低下させる。しかしながら、塑性化に対しては2つの相反した働きを有する。すなわち、まず板の辺に沿った引張りの残留応力場は、たわみが生じた後に有効に圧縮力を受け持つ部分とほゞ一致し、その部分の塑性化を遅らせるので圧壊強度を上昇させる働きがある。これに対して圧縮の残留応力はたわみの増加を早め、局部塑性化も早めるので圧壊強度を低下させる働きがある。これらの相反する要因がからみ合って、溶接残留応力による圧壊強度の低下は後出のFig.3.3.16からも明らかなように、細長比b/tが50～60の板の場合に最も著しく、極厚板および極薄板ではあまり圧壊強度を低下させないようである。

3・3・6　溶接初期不整を有する正方形板の圧壊強度

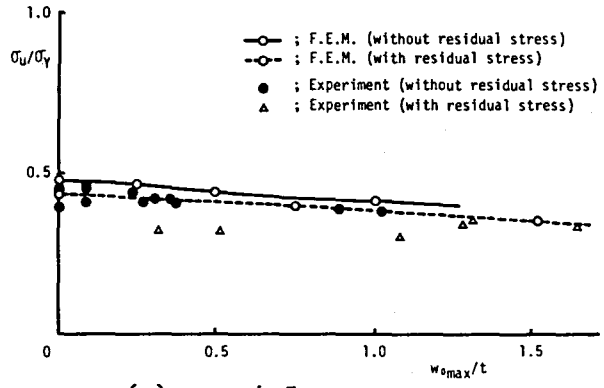
(1) 試験結果と解析結果の比較

面内圧縮荷重を受ける正方形板の最終強度に及ぼす初期たわみ量および溶接残留応力の影響を調べる目的で行なった以上の解析結果を、実験結果と比較してFig.3.3.15に示す。図の縦軸は降伏応力で無次元化した最終強度を、また横軸は板厚で無次元化した最大初期たわみ量を表わす。板厚9.0㎜の場合を除いて、有限要素法による解析結果は実験値よりも多少高くなっている。これは、この試験結果には初期たわみ加工時の局部的な塑性化、初期たわみ波形の相違、あるいは荷重条件等の誤差が含まれているためと考えられ、これらのことを考慮すると、試験結果および解析結果の両者は良く一致しているといえる。

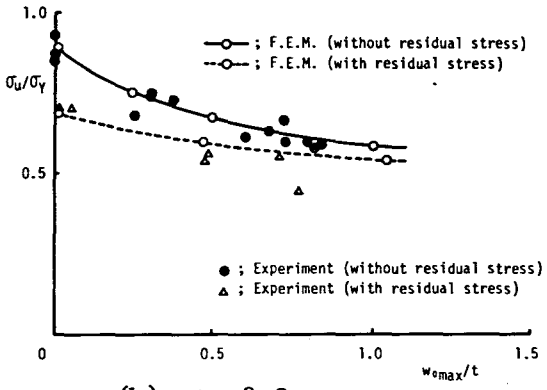
Fig.3.3.15に示した結果を板の細長比$b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$で整理して、Fig.3.3.16にまとめて示す。これより、初期たわみによる圧壊強度の低下は$b/t\sqrt{\sigma_Y/E}\fallingdotseq 1.9$（$b/t=50$～$60$）の近傍で最も著しいことがわかる。また、溶接残留応力による圧壊強度の低下もほゞ同様の傾向を示すが、塑性座屈する板寸法の範囲では、残留応力による圧壊強度の低下はほとんど見られない。

(2) 圧壊強度の簡易推定式

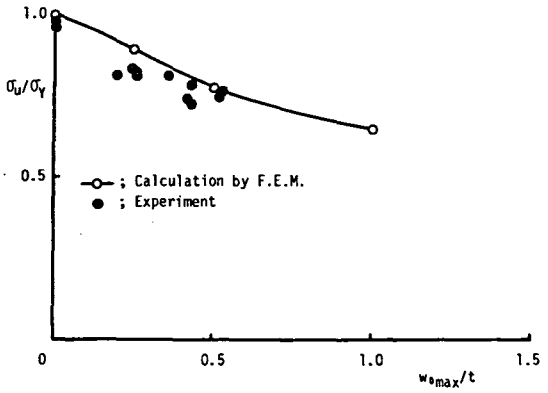
残留応力を伴わず、初期たわみだけを有する正方形板の圧壊強度を、3・3・4項(2)で示した板厚以外についても有限要素法解析を行なって求めた。解析によって得られた圧壊強度をまとめてFig.3.3.17に○印で示す。ここで、最小二乗法を適用してこの解析結果を整理すると、初期



(a) t = 4.5 mm



(b) t = 9.0 mm



(c) t = 12.7 mm

Fig. 3.3.15 Relation between compressive ultimate strength and initial deflection

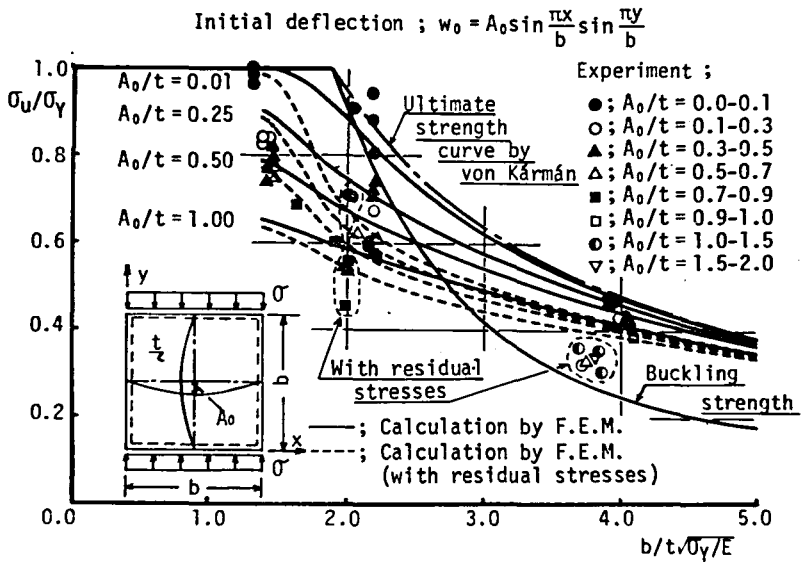


Fig. 3.3.16 Compressive ultimate strength of square plates with initial deflection and welding residual stresses

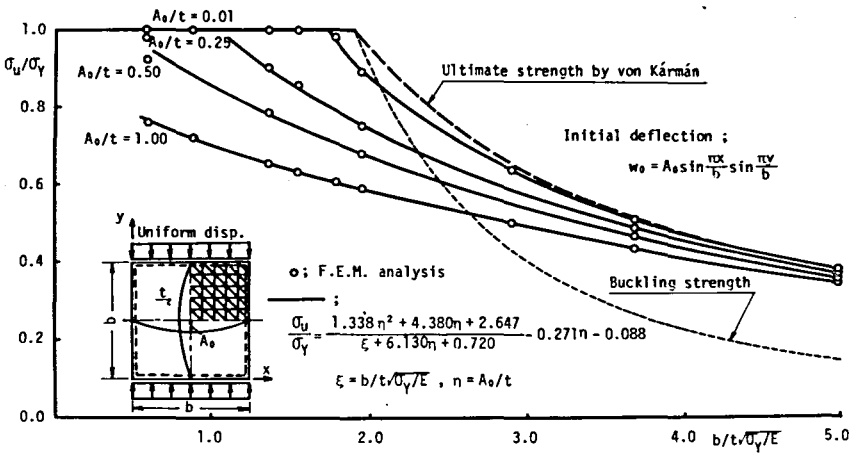


Fig. 3.3.17 Ultimate strength of square plates with initial deflection under thrust

たわみを有する正方形板の圧壊強度として次式が得られる。

$$\sigma_u / \sigma_Y = (1.338\eta^2 + 4.380\eta + 2.647)/(\xi + 6.130\eta + 0.72) - 0.271\eta - 0.088 \qquad (3\cdot3\cdot2)$$

ここで

σ_u ； 圧壊強度（平均圧縮応力）

σ_Y ； 降伏応力

$\xi = b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ ； 板の細長比

$\eta = A_0/t$ ； 最大初期たわみの無次元量

式（3・3・2）によって得られる圧壊強度をFig.3.3.17に実線で示す。この式の適用範囲を$1.5 \leqq b/t\sqrt{\sigma_Y/E} \leqq 5.0$とすると、計算値は有限要素法解析の結果とほとんど一致している。

いま、式（3・3・2）で$\eta = 0$とすると、初期たわみが無い正方形板の圧壊強度の推定式として次式が得られる。

$$\sigma_u / \sigma_Y = 2.647/(\xi + 0.72) - 0.088 \qquad (3\cdot3\cdot3)$$

これを、これまでに提案されているいくつかの圧壊強度推定式の中から次の２つを選んで比較する。すなわち

(a) von Kármán[13]

$$\sigma_u / \sigma_Y = 1.901/\xi \qquad (3\cdot3\cdot4)$$

(b) 吉識[51]

$$\sigma_u / \sigma_Y = 1.77(a/b)^{-0.22}/\xi$$

（a/bはアスペクト比） （3・3・5）

これらの式を用いて推定された圧壊強度を比較してFig.3.3.18に示す。Kármánの式は座屈応力の式をもとに有効幅の概念を導入して導いたもの、また、吉識の式はKármánの式をもとに、アスペクト比による差も考慮して、実験結果より係数の値を決めたものである。Kármánによる圧壊強度は、$b/t\sqrt{\sigma_Y/E} > 3.0$の範囲では式（3・3・3）より求めた圧壊強度とよく一致している。一方、吉識の式による正方形板の圧壊強度は、式（3・3・2）で、薄板では初期たわみ量を$\eta = 0$、また厚板では$\eta = 0.3 \sim 0.5$とした圧壊強度に相当しており、事実、吉識の論

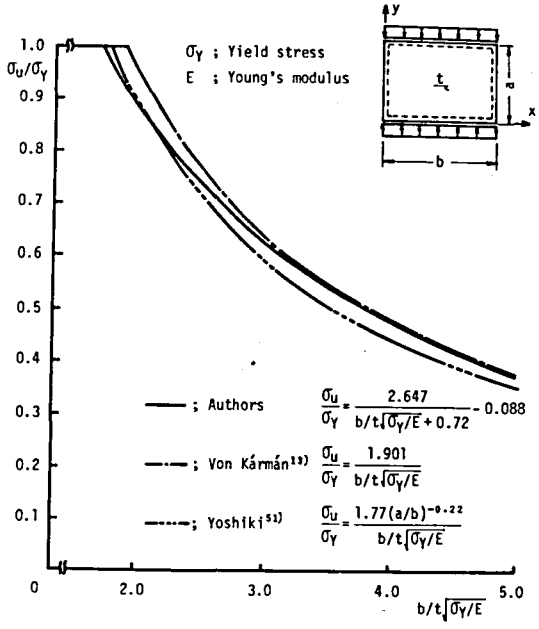


Fig. 3.3.18 Comparison of the ultimate strengths of square plates under thrust predicted by empirical formulae

文[51]によると、試験体はこの程度の初期たわみを有している。

3・3・7　結　論

本節では、溶接残留応力および溶接変形等の初期不整を有する正方形板が、非載荷辺の面内変形は自由、また周辺単純支持の境界条件のもとで面内圧縮荷重を受ける場合を対象として、圧壊試験および有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行ない、以下に示す知見を得た。

(1) 圧壊試験の結果と有限要素法による弾塑性大たわみ解析の結果を比較すると、両者は非常によい相関を示している。

(2) 初期たわみ波形の剛性、強度に及ぼす影響は、初期たわみ量が小さい場合にはほとんど無視できるが、初期たわみ量が大きくなると波形の影響が現われてくる。しかしながら、その圧壊強度は初期たわみが無い平板の圧壊強度を越えることは無いようである。

(3) 弾性座屈する場合、初期たわみ量が小さいと面内剛性は始めEにほゞ等しいが、座屈荷重を越えるあたりから低下して約 E/2 となる。初期たわみ量が大きいと面内剛性は始めから低いが、荷重を増加させるに従ってさらに低下し、座屈荷重を越えるあたりからやはり約 E/2 となる。さら

に荷重を増加させるとやがて塑性化が始まり、面内剛性はさらに低下してゆき最終強度に達する。

(4) 弾塑性座屈あるいは塑性座屈する場合にも、初期たわみ量に応じて面内剛性は始めから低いが、荷重が増加してもあまり低下しない。しかしながら、塑性化が始まると面内剛性は急激に低下して最終強度に達する。

(5) 初期たわみ量が大きくなると圧壊強度は低下する。その低下は $b/t\sqrt{\sigma_Y/E} \fallingdotseq 1.9$ 近傍の板の場合に最も著しい。

(6) 初期たわみに溶接残留応力が共存すると、一般に圧壊強度はさらに低下する。その低下は $b/t\sqrt{\sigma_Y/E} \fallingdotseq 1.9$ の近傍の板の場合に最も著しく、極厚板および極薄板では溶接残留応力の影響はあまり見られない。

(7) 初期たわみに伴う局部曲げ応力を考慮すると圧壊強度はさらに低下する。初期たわみ量が小さい場合にはこの影響は無視できるが、初期たわみ量が大きくなるとこの影響は無視できない。

3・4節　矩形板の圧縮強度

一般の板構造物では、板要素の有効性を高めるために補強材が取り付けられ、板要素は矩形に仕切られている。本節では、このような補強材で仕切られた1パネルを想定した矩形板を対象として、その圧縮座屈強度と圧壊強度、および溶接残留応力と溶接変形がこれらに及ぼす影響について論じる。境界条件は、連続パネルを想定して載荷辺および非載荷辺とも直線を保ち、かつ面外変形に対しては周辺単純支持とした。この境界条件は、前出のFig.3.2.4のCASE（B）に相当している。

3・4・1　矩形板の座屈強度

(1) 解析の手順

本節では2・2・3項に示した解析的な手法で残留応力を有する矩形板の圧縮座屈強度を求める。矩形板は、荷重方向（x方向）に一様なFig.3・4・1に示す分布の残留応力を有しているとする。引張の残留応力が生じている部分の幅を b_t とすると、2・2・3項で定義した初期応力成分 σ_{xr}、σ_{yr} および τ_{xyr} はそれぞれ

$$\sigma_{xr} = \begin{cases} -\sigma_c = -2b_t\,\sigma_Y/(1-2b_t) & (b_t \leqq y \leqq b-b_t) \\ \sigma_Y & (0 \leqq y \leqq b_t,\ b-b_t \leqq y \leqq b) \end{cases} \qquad (3\cdot4\cdot1)$$

$$\sigma_{yr} = \tau_{xyr} = 0$$

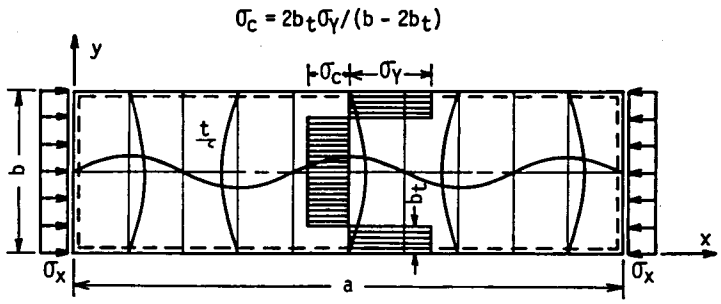


Fig. 3.4.1 Rectangular plate with welding residual stresses under thrust

となる。また、x 方向にのみ荷重を受けているので、

$$\sigma_y = \tau_{xy} = 0 \qquad (3\cdot4\cdot2)$$

矩形板の座屈波形として、Fig.3.4.1に示すように荷重方向（x 方向）に m 半波、荷重に直角方向（y 方向）に1半波を仮定する。すなわち

$$w = A \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{\pi y}{b} \qquad (3\cdot4\cdot3)$$

いま、この矩形板が

$$\sigma_x = \sigma_{cr} \qquad (3\cdot4\cdot4)$$

の時に座屈したとする。式（3・4・1）～式（3・4・4）を弾性部分に対しては式（2・2・11）に、また、塑性部分に対しては塑性変形理論に従う式（2・2・12）に代入して、板全体について積分し板の全ポテンシャルエネルギーを求めた。これを式（2・2・16）に従ってたわみの係数Aで偏微分すると座屈応力 σ_{cr} および座屈ひずみ ε_{cr} が求まる。すなわち

(a) 弾性座屈の場合

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{a}{m}\right)^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)^2 - \frac{1}{\pi}(\sigma_c + \sigma_Y) \sin \mu\pi \qquad (3\cdot4\cdot5)$$

$$\varepsilon_{cr} = \sigma_{cr} / E \qquad (3\cdot4\cdot6)$$

(b) 弾塑性座屈の場合

$$\sigma_{cr} = \sigma_Y - \sigma_c + \sigma_1 \qquad (3\cdot4\cdot7)$$

$$\varepsilon_{cr} = (\sigma_Y - \sigma_c + \sigma_1/\mu)/E \qquad (3\cdot4\cdot8)$$

$$\mu = 2b_t/b \qquad (3\cdot4\cdot9)$$

ここで、σ_1 は次式より求まる。

$$\frac{\pi^2 E t^2}{12}\frac{a^2}{m^2}\Big[\frac{\sigma_Y}{(1-\nu_p^2)(\sigma_Y+\sigma_1/\mu)}\Big\{\Big(\nu_p\frac{m^2}{a^2}+\frac{1}{b^2}\Big)^2\Big(1-\mu+\frac{1}{\pi}\sin\mu\pi\Big)$$

$$+2(1-\nu_p)\frac{m^2}{a^2b^2}\Big(1-\mu-\frac{1}{\pi}\sin\mu\pi\Big)\Big\}$$

$$+\frac{1}{1-\nu^2}\Big\{\Big(\frac{m^4}{a^4}+2\nu\frac{m^2}{a^2b^2}+\frac{1}{b^4}\Big)\Big(\mu-\frac{1}{\pi}\sin\mu\pi\Big)$$

$$+2(1-\nu)\frac{m^2}{a^2b^2}\Big(\mu+\frac{1}{\pi}\sin\mu\pi\Big)\Big]$$

$$-\Big[\sigma_Y\Big(1-\mu+\frac{1}{\pi}\sin\mu\pi\Big)+(\sigma_1/\mu-\sigma_c)\Big(\mu-\frac{1}{\pi}\sin\mu\pi\Big)\Big] = 0$$

$$(3\cdot4\cdot10)$$

(c) 塑性座屈の場合

$$\sigma_{cr} = \sigma_Y \qquad (3\cdot4\cdot11)$$

$$\varepsilon_{cr} = 2\sigma_Y/E + \varepsilon_1 \qquad (3\cdot4\cdot12)$$

ここで、ε_1 は次式より求まる。

$$\frac{\pi^2 t^2}{12(1-\nu_p^2)}\frac{a^2}{m^2}\Big[\frac{1}{2\varepsilon_Y+\varepsilon_1}\Big\{\Big(\nu_p\frac{m^2}{a^2}+\frac{1}{b^2}\Big)^2\Big(1-\mu+\frac{1}{\pi}\sin\mu\pi\Big)$$

$$+2(1-\nu_p)\frac{m^2}{a^2b^2}\Big(1-\mu+\frac{1}{\pi}\sin\mu\pi\Big)$$

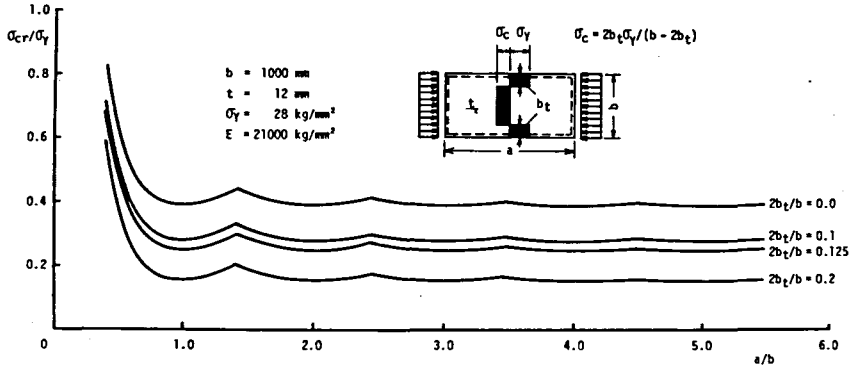
$$+\frac{1}{\varepsilon_Y+\varepsilon_1}\Big\{\Big(\nu_p\frac{m^2}{a^2}+\frac{1}{b^2}\Big)^2\Big(\mu-\frac{1}{\pi}\sin\mu\pi\Big)$$

$$+2(1-\nu_p)\frac{m^2}{a^2b^2}\Big(\mu+\frac{1}{\pi}\sin\mu\pi\Big)\Big\}\Big]-1=0 \qquad (3\cdot4\cdot13)$$

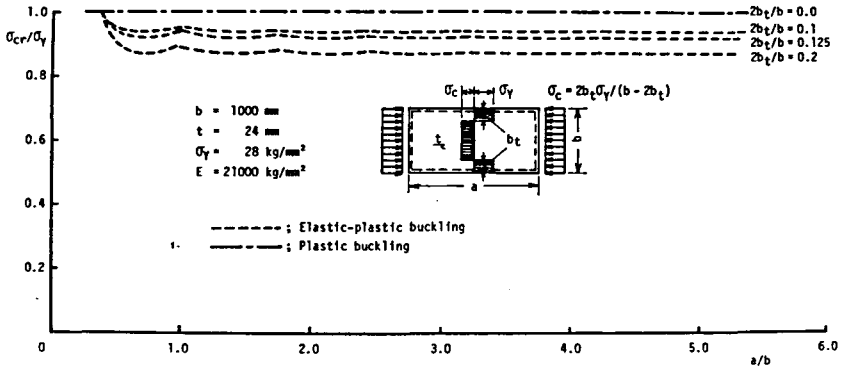
(2) 溶接残留応力が座屈強度に及ぼす影響

溶接残留応力の引張部分の幅 b_t および板のアスペクト比；$\alpha = a / b$ を種々変化させ、式（３・４・５）～式（３・４・１３）を用いて座屈解析を行なった。板幅を b ＝１０００mmとし、板厚 t を１２mmおよび２４mmとして求めた座屈応力をそれぞれ Fig.3.4.2（a）および（b）に示す。図の実線、破線および一点鎖線はそれぞれ弾性座屈、弾塑性座屈および塑性座屈する場合を表わす。

図より明らかなように、最小座屈値を与える座屈１半波のアスペクト比；$a / m\,b$ は、弾性座屈する場合には１となる。これに対して、弾塑性座屈および塑性座屈する場合には、$a / m\,b = 0.7$



(a) Elastic buckling



(b) Elastic-plastic and plastic buckling

Fig. 3.4.2 Effects of welding residual stresses on the buckling strength of rectangular plates under thrust

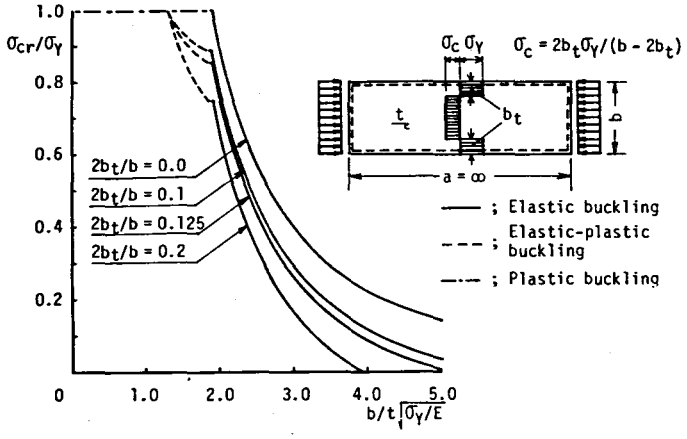


Fig. 3.4.3 Compressive buckling strength of infinite strips with welding residual stresses simply-supported along edges

～0.8で座屈応力は最小となる。

板幅を一定とし、他の板厚の場合についても座屈解析を行ない、それぞれの場合について得られた最小座屈値をまとめてFig.3.4.3に示す。Fig.3.4.2と同様に、実線、破線および一点鎖線はそれぞれ弾性座屈、弾塑性座屈および塑性座屈を表わす。弾性座屈する場合には式（3・4・5）からも明らかなように、残留応力の分布形が決まれば残留応力による座屈応力の低下量は一定となる。また、板厚が薄くなるか残留応力が大きくなると、式（3・4・5）で計算される座屈応力が負になることがある。この負の座屈応力は物理的な意味を持たないが、このことは、圧縮荷重を加える前に板が残留応力の影響でたわむことを意味しており、特に薄板の溶接変形が残留応力によってのみ生じる可能性があることを示している。

3・4・2　矩形板の後座屈挙動

(1) 解析の手順

ここでは、初期たわみが矩形板の大たわみ変形挙動に及ぼす影響を明らかにする目的で、2・2・4項に示した基礎式をもとに弾性大たわみ解析を行なう。実構造物中の矩形板要素に生じている初期たわみ波形は非常に複雑で、通常はいくつかの波長のたわみが重畳された波形となっている。この状態で面内圧縮荷重が作用すると、初期たわみ波形を構成する各たわみ波形の成分は荷重の増加と共に、相互に影響し合いながら成長あるいは減衰してゆくことが予想される。ここでは、問題を

簡単にするために、荷重方向に2種類の波形の和、荷重に直角方向には1半波の初期たわみ波形を仮定して、たわみ波形成分の相互影響について検討する。すなわち初期たわみw_0として

$$w_0 = \left(A_{0m} \sin \frac{m\pi x}{a} + A_{0n} \sin \frac{n\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \qquad (3\cdot4\cdot14)$$

また、たわみwとして

$$w = \left(A_m \sin \frac{m\pi x}{a} + A_n \sin \frac{n\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \qquad (3\cdot4\cdot15)$$

を仮定する。このたわみは、周辺単純支持の境界条件を満足している。

式(4・3・14)および式(4・3・15)を適合条件を表わす式(2・2・26)に代入し、荷重条件を考慮して応力関数ϕを求め、このϕとwおよびw_0を式(2・2・25)に代入してガラーキン法を適用すると次式が得られる。

$$\frac{a^2}{16m^2}\left[\left(\frac{m^4}{a^4}+\frac{1}{b^4}\right)\left(A_m^2 - A_{0m}^2\right) + \frac{m^2 n^2}{a^4}\left(A_n^2 - A_{0n}^2\right)\right] A_m$$
$$+ \frac{4a^2}{m^2}\left[\frac{1}{16b^4} + \frac{1}{64}(\alpha_1 + \alpha_2)\right](A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_n$$
$$+ \frac{a^2 t^2/m^2}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)^2 (A_m - A_{0m}) - \frac{1}{E\pi^2}\sigma A_m = 0$$

$$(3\cdot4\cdot16)$$

$$\frac{a^2}{16n^2}\left[\left(\frac{n^4}{a^4}+\frac{1}{b^4}\right)\left(A_n^2 - A_{0n}^2\right) + \frac{m^2 n^2}{a^4}\left(A_m^2 - A_{0m}^2\right)\right] A_n$$
$$+ \frac{4a^2}{n^2}\left[\frac{1}{16b^4} + \frac{1}{64}(\alpha_1 + \alpha_2)\right](A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_m$$
$$+ \frac{a^2 t^2/n^2}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{n^2}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)^2 (A_n - A_{0n}) - \frac{1}{E\pi^2}\sigma A_n = 0$$

$$(3\cdot4\cdot17)$$

ここで

$$\alpha_1 = \frac{(m-n)^4}{\{(m+n)^2 b^2 + 4a^2\}^2}, \quad \alpha_2 = \frac{(m+n)^4}{\{(m-n)^2 b^2 + 4a^2\}^2}$$

$$(3\cdot4\cdot18)$$

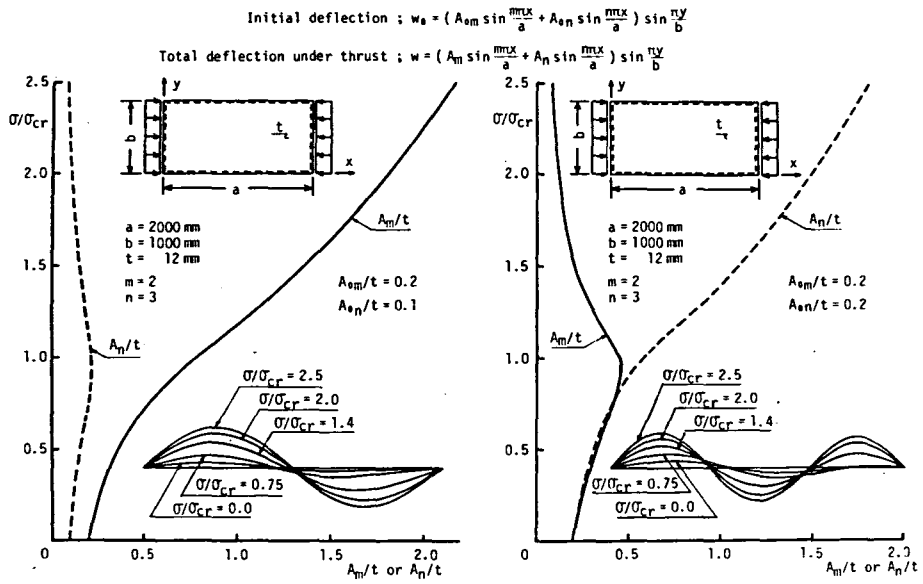
また、σは平均圧縮応力を表わす。σを与えて式(3・4・16)および式(3・4・17)をA_mおよびA_nについて解けば、式(3・4・14)で与えられる初期たわみを有する矩形板の面内圧縮荷重のもとでの弾性大たわみ変形の挙動が明らかになる。

(2) 矩形板の後座屈挙動

矩形平板に加える面内圧縮荷重が、3・4・1項で述べた荷重に達すると初期座屈が生じる。初期座屈後もさらに荷重を増加させてゆくと、初期座屈モードの横たわみが増加してゆく。ところで、薄板の場合には、初期座屈後、ある荷重で急に初期座屈モードから他のモードに変形モードが移行するいわゆる飛び移り現象の存在することが報告されている[125),126)]。この現象は2次座屈とも呼ばれており、いくつかの理論的研究が行なわれている[127)～129)]。しかしながら、圧縮荷重を受ける矩形板の2次座屈強度はかなり高く、板のアスペクト比が大きいと初期座屈強度の2倍以上となることが報告されている[130)]。実際の船体構造物中のパネルは厚板となっており、2次座屈が生じる前に塑性化が始まって最終強度に達する。このような場合には2次座屈を取り扱う必要がない。そこで、本研究では2次座屈を考慮しない。

(3) 弾性大たわみ解析

実構造物の板要素には溶接に起因する初期たわみが生じており、厳密な意味での座屈現象は存在しない。この場合には、初期たわみ波形および初期たわみ量が板の大たわみ挙動に支配的な影響を



(a) $(A_{0m}/t,\ A_{0n}/t) = (0.2,\ 0.1)$

(b) $(A_{0m}/t,\ A_{0n}/t) = (0.2,\ 0.2)$

Fig. 3.4.4 Elastic large deflection behavior of rectangular plates with initial deflection under thrust

及ぼす。

一例として、残留応力を伴わないアスペクト比$\alpha=2.0$の矩形板について解析を行なった結果を示す。解析に当っては式（３・４・１４）で、$m=2$および$n=3$とした２半波と３半波の重畳された初期たわみ波形を仮定した。（A_{02}/t，A_{03}/t）＝（0.2，0.1）および（0.2，0.2）の場合の解析結果をFig.3.4.4（a）および（b）に示す。図の実線および破線はそれぞれ平均圧縮応力と２半波および３半波のたわみの係数の関係を表わす。

Fig.3.4.4（a）は２半波の初期たわみ成分が３半波の初期たわみ成分より大きい場合で、２半波の変形モードが常に優勢的に増加し、安定な変形モードとなっている。これに対して、Fig.3.3.4（b）に示す２半波と３半波の初期たわみ成分が同じ場合には、座屈荷重より高い圧縮荷重のもとでは３半波のたわみ成分が成長し、最終的に安定となる。薄板の場合、後出の３・３・４項に示す弾塑性大たわみ解析の結果からも知られるように、安定なたわみ波形となった後に塑性化が始まり、板はそのまゝの変形モードで最終強度に達する。このことは、初期たわみ波形とその大きさによっては、必ずしも最小座屈値を与える座屈モードで圧壊すると限らないことを意味しており、興味深い現象である。これに対して厚板の場合には、安定な変形モードにおちつく前に塑性化が生じ、圧壊時のモードは複雑となる。

(4) 限界初期たわみ比

上述のように、初期たわみ成分の組み合せにより、最終的に安全な変形モードが異なってくる。いま、初期たわみが２つの波形の成分の和として表わせるとすると、どちらの波形が最終的に安定となるかが決まるある限界の初期たわみ成分の比が存在する。これを限界初期たわみ比と定義する。

種々のアスペクト比の板に対して求めた限界初期たわみ比をFig.3.4.5に示す。図の横軸は初期座屈モードの初期たわみ成分の係数A_{0m}を、また縦軸は$n=m\pm1$とした初期たわみ成分の係数A_{0n}を表わす。実線および破線はそれぞれ$n=m+1$および$n=m-1$とした場合のA_{0m}とA_{0n}の限界初期たわみ比を表わす。これらの曲線群より下の初期たわみ成分の組み合せの場合にはm半波のたわみ波形が、また上の初期たわみ成分の組み合せの場合にはn半波のたわみ波形が最終的に安定となる。

実構造物の板要素に生じる初期たわみ波形は複雑で、２つの成分のみで表わすことは一般に困難である。そのために、実用的な限界初期たわみ比を求めることは不可能であるが、特に支配的な最小座屈値を与える波形の前後の波形との関係は有用である。

上述の議論より、矩形板はその初期たわみ波形によっては必ずしも最小座屈値を与える波形で圧壊するとは限らないことがわかる。このことは、次項で述べるように、矩形板の圧壊強度を考えるに際して重要である。

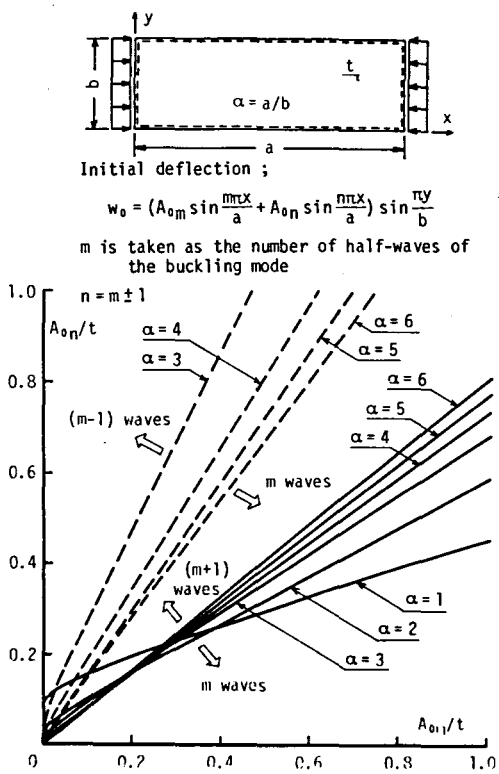


Fig. 3.4.5 Critical combination of the components of initial deflection

3・4・3　矩形板の圧壊強度

(1) 初期たわみを有する矩形板の圧壊強度

面内圧縮荷重を受ける矩形板の最終強度を明らかにするために、有限要素法を用いた弾塑性大たわみ解析を行なった。板幅を $b = 1000$ mm、板厚を $t = 12$ mm、また降伏応力を $\sigma_Y = 28$ kg／mm^2 と一定にし、アスペクト比を0.25から1.5の間で種々変化させて解析を行なった。解析により得られた圧壊強度をまとめてFig.3.4.6に示す。解析に当っては次式の初期たわみを仮定した。

$$w_0 = \left(A_{01} \sin\frac{\pi x}{a} + A_{02} \sin\frac{2\pi x}{a} \right) \sin\frac{\pi y}{b} \qquad (3\cdot4\cdot19)$$

図の○、△および□印はそれぞれ（A_{01}/t、A_{02}/t）が（0.01，0.0）、（0.25，0.0）および（0.5，0.0）、また●印は（0.01，0.01）の初期たわみを仮定している。図より明らかなように、圧縮座屈強度は板のアスペクト比が1.0の時に最小となるのに対して、圧壊強

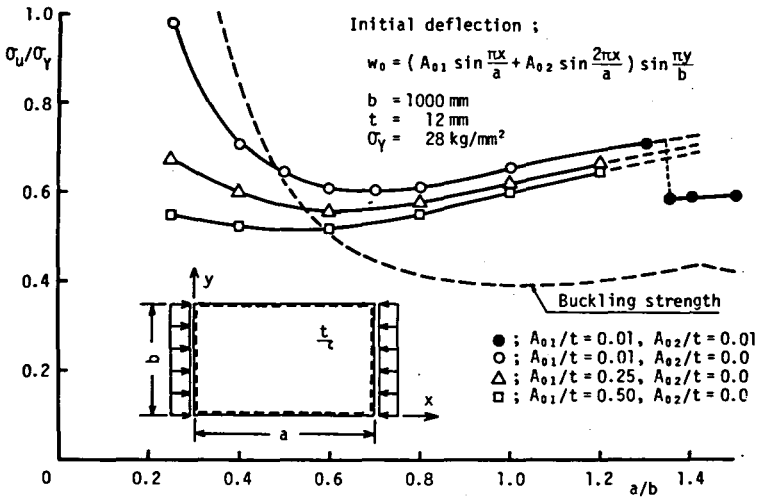


Fig. 3.4.6 Ultimate strength of a rectangular plate under thrust

度はアスペクト比1.0で最小とならない。圧壊強度の最小値を与える板のアスペクト比は初期たわみ量によって異るが、初期たわみが小さい場合には約0.7となる。この原因としては次のことが考えられる。

すなわち、アスペクト比を1.0より小さくしてゆくと座屈強度が上昇してゆくが、このことは圧壊強度を上昇せしめる要因となる。一方、アスペクト比を小さくしてゆくと、同じたわみ量に対する曲率がより大きくなる。その結果、曲げ応力が大きくなり、板の塑性化が早くなる。このことは、板の圧壊強度を低下させる要因となる。これらの相反する2つの要因のために、0.7近傍のアスペクト比で圧壊強度が最小値をとるものと考えられる。

ところで、4・4・2項で行なった弾性大たわみ解析では仮定したたわみ波形しか生じないが、有限要素法解析では板全体のたわみ波形を仮定していないので、どのような波形にも、変形できる。しかしながら、ここで示したアスペクト比の範囲では板には荷重方向に1半波あるいは2半波の波形しか生じていない。

座屈モードはアスペクト比 $\sqrt{2}$ を境として、荷重方向に1半波から2半波に変わる。これに対して、ここで仮定した（A_{01}/t, A_{02}/t）＝（0.01, 0.01）の初期たわみでは、アスペクト比1.34を境として崩壊モードが1半波から2半波に変わり、圧壊強度に急激な変化が見られる。

いま、アスペクト比に応じた座屈モードと同じ波形の初期たわみのみが存在すると仮定する。この場合、３・４・２項の議論からも明らかなように他のモードの変形は生じず、座屈モードのたわみのみが成長して崩壊すると考えてよい。このような場合の矩形板の圧壊強度をＦｉｇ．３．４．６の結果を用いて求め、Ｆｉｇ．３．４．7に示す。図より明らかなように、座屈モードが変わるアスペクト比で圧壊強度は不連続となる。しかしながら、この不連続量はアスペクト比が大きくなるに従って減少する。

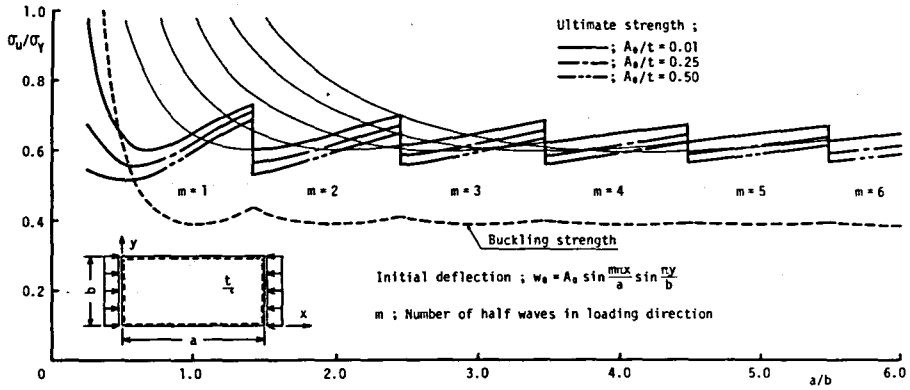


Fig. 3.4.7 Ultimate strength of a rectangular plate under thrust when collapse mode is the same as buckling mode

ところで、実際の構造部材中の初期たわみ波形は複雑であり、最終的にどの波形成分が優先した崩壊モードとなるかを知るためには、本来は個々の場合について詳細な解析を行なう必要がある。しかしながら、このような解析は手数を要するため、ここでは、実構造物中の矩形板の圧壊強度として、可能な崩壊モードの圧壊強度の最小値を採ることを提案する。Ｆｉｇ．３．４．８に示す太実線は、種々の初期たわみ量に対するこのような圧壊強度を表わすが、アスペクト比が大きくなるとほぼ一定値を示す。

このような圧壊強度推定法の妥当性を確かめる目的で、アスペクト比2.0の板を例にとり、いくつかの初期たわみ波形を仮定して有限要素法解析を行なった。解析結果をＦｉｇ．３．４．９に示す。圧壊強度と最大初期たわみ量の関係を表わす図で、実線、破線および一点鎖線はそれぞれ２半波、３半波および４半波の初期たわみだけが在るとして求めた圧壊強度を表わす。これらの圧壊強度の下限値は、１半波、２半波および３半波の初期たわみ成分の組み合せを変えたＣＡＳＥ（Ａ）～（Ｄ）の解析結果（○印）よりも低くなっている。これより、可能な崩壊モードの圧壊強度の最低値を矩

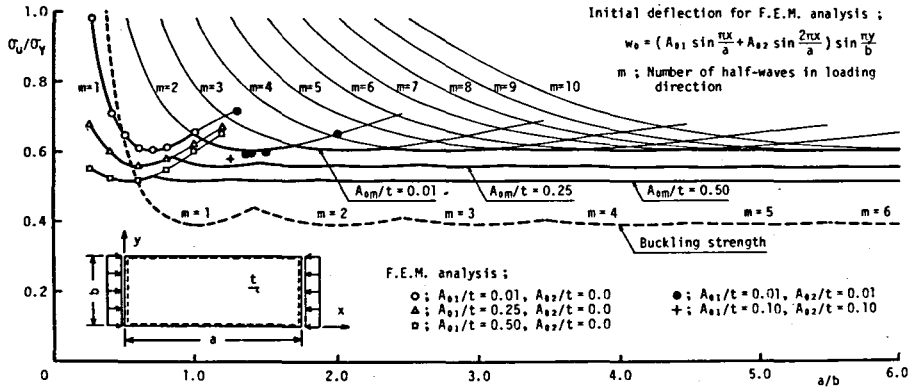


Fig. 3.4.8 Ultimate strength of a rectangular plate with initial deflection under thrust

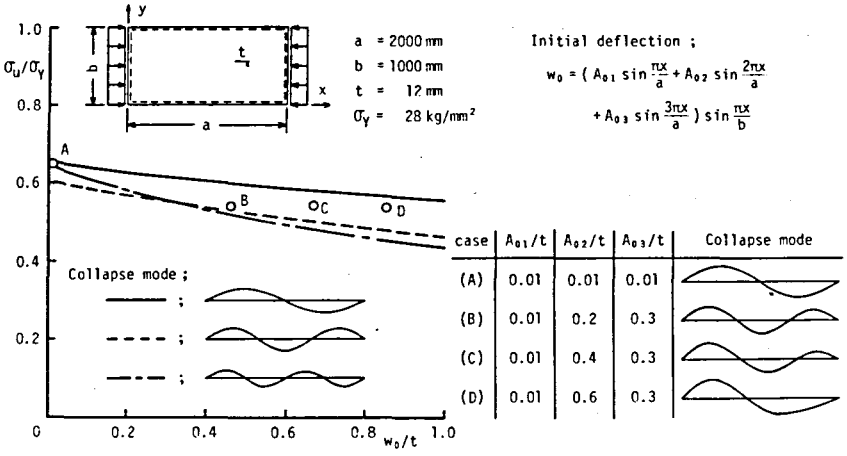
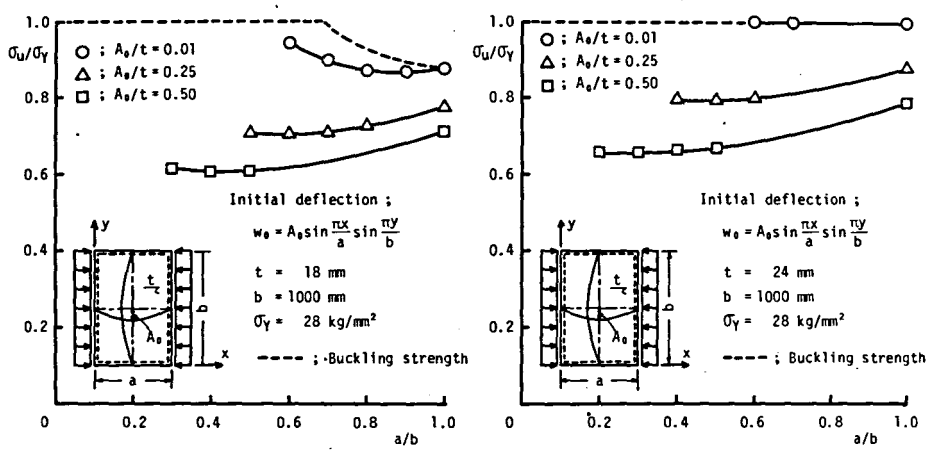


Fig. 3.4.9 Effects of the shape and magnitude of initial deflection on the ultimate strength of rectangular plates under thrust

形板の圧壊強度とするという提案は、安全側の妥当なものであることがわかる。

他の板厚の場合についても同様の解析を行なった。板厚１８mmおよび２４mmの場合の圧壊強度をアスペクト比に対してプロットし、Fig.3.4.10（a）および（b）に示す。図より、初期たわみが小さい場合には、板厚が厚くなるほど圧壊強度の最小値を与えるアスペクト比は1.0に近づくことがわかる。



(a) Ultimate strength for t = 18 mm

(b) Ultimate strength for t = 24 mm

Fig. 3.4.10 Ultimate strength of rectangular plates under thrust

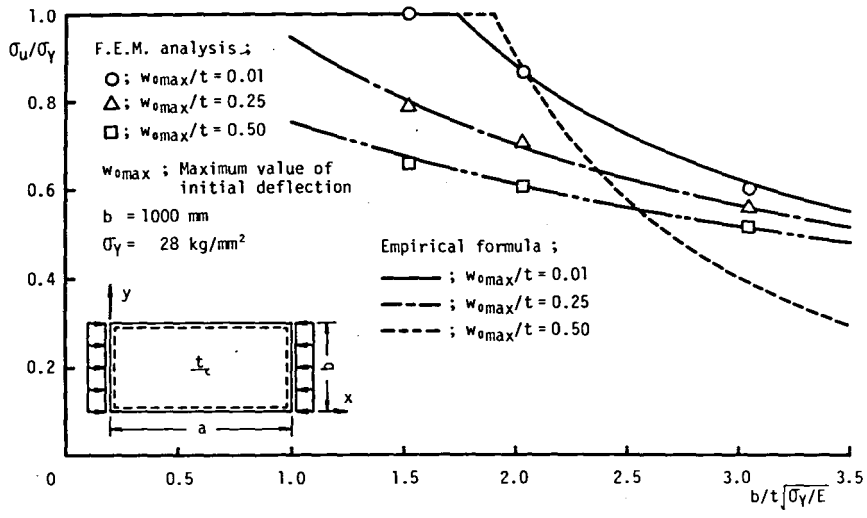


Fig. 3.4.11 Lower bounds of ultimate strengths of rectangular plates with initial deflection under thrust

以上の結果より、それぞれの板厚および初期たわみ量を有する矩形板の圧壊強度を求め、Fig. 3.4.11 に示す。図の○、△および□印は、それぞれ最大初期たわみ量が板厚の0.01、0.25および0.5倍の場合の圧壊強度を表わす。これらの結果をもとに、3・3・6項に示した正方形板の最終強度を参考にして、最小二乗法による curve fitting を行ない、次式を得た。

$$\sigma_u / \sigma_Y = (1.081\eta^2 + 3.612\eta + 1.356)/(\xi + 7.379\eta - 0.1965) - 0.3064\eta + 0.1437 \qquad (3\cdot4\cdot20)$$

ここで

$$\xi = b/t\sqrt{\sigma_Y/E}\ , \quad \eta = A_0/t \qquad (3\cdot4\cdot21)$$

式(3・4・20)を用いて計算した圧壊強度を Fig.3.4.11 に実線、一点鎖線および二点鎖線で示す。これより、式(3・4・20)によって推定される圧壊強度は有限要素法解析の結果とよく一致しており、よい精度を有していることがわかる。

さらに、式(3・4・20)より推定される圧壊強度を、従来数多く行なわれている矩形板の圧壊試験結果[101),102),131),132)]と比較して Fig.3.4.12 に示す。それぞれの圧壊試験におい

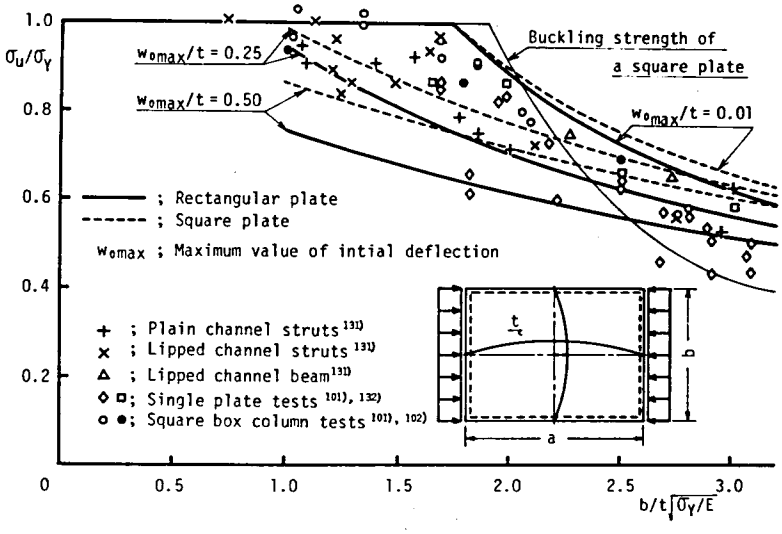


Fig. 3.4.12 Ultimate strength of rectangular plates obtained by various compression tests

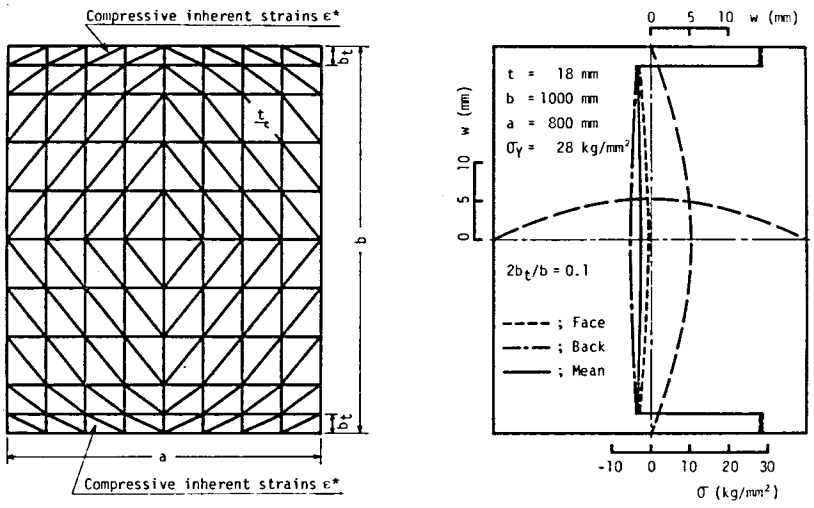
て、試験体に生じている初期たわみ波形および初期たわみ量は明らかでない。しかしながら、一般に薄板では大きな初期たわみが、また厚板では小さな初期たわみが生じていると考えられる。試験結果が、薄板では推定値より低く、厚板では推定値より高い傾向にあるのはこのためと考えられる。なお、図中の破線は四辺が直線を保つとして求めた周辺単純支持の正方形板の圧壊強度で、次式で与えられる。[133)]

$$\sigma_u / \sigma_Y = (7.532\eta^2 + 7.482\eta + 1.435)/(\xi + 11.02\eta - 0.0105) - 0.8124\eta + 0.1816 \qquad (3\cdot4\cdot22)$$

ここで、ξ および η は式（３・４・２１）に与えられている。図より明らかなように、矩形板の圧壊強度を正方形板の圧壊強度で近似することは危険側の評価となることがわかる。

(2) 溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度

前述のように、溶接構造物中の板要素に生じる溶接変形と溶接残留応力の間には密接な関係が在る。板の初期たわみは、まず補強材をすみ肉溶接で取り付ける時のすみ肉部の角変形によって生じ、さらにすみ肉近傍の収縮の固有ひずみのために板中央部に生じる圧縮の残留応力によってたわみが



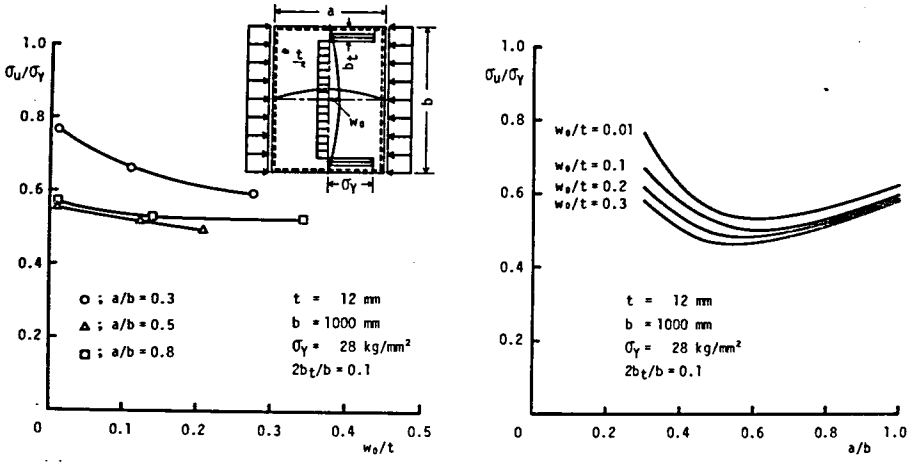
(a) Finite element representation

(b) Initial deflection and residual stresses due to welding

Fig. 3.4.13 Welding imperfections produced by compressive inherent strains along two edges

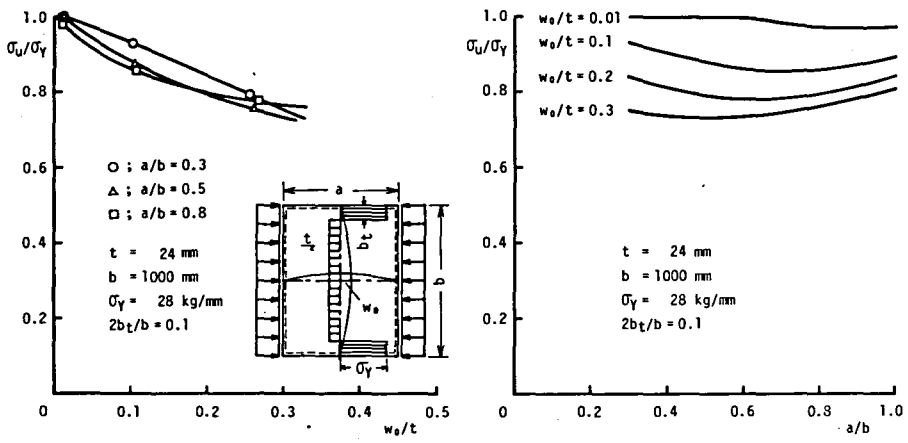
付加される。ここでは、角変形によって生じる初期たわみが存在する状態で、Fig.3.4.13(a)に示す2辺に沿った幅 b_t の部分に圧縮の固有ひずみを増分的に順次与え、弾塑性大たわみ解析を行なって溶接初期不整を再現した。$2b_t/b=0.1$ の場合について解析を行なって得られた初期たわみおよび溶接残留応力分布の一例をFig.3.4.13(b)に示す。この残留応力分布を3・3・3項で同様の解析を行なって得られたFig.3.3.8(c)に示した正方形板の残留応力分布と比較すると、圧縮応力の分布が異なる。これは、ここでの解析が板の4辺が直線を保つとしているのに対して、前出の正方形板の場合には自由としているためである。実構造物中の矩形板が連続パネルの一部であることを考慮すると、実際に生じている残留応力分布はFig.3.4.13(b)に示したような直線分布に近いものと考えられる。

上述の手順で再現した溶接初期不整を有する矩形板の圧縮最終強度を有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行なって求めた。解析に当っては、$2b_t/b=0.1$ および0.2の場合について、板幅を $b=1000$ mm、降伏応力を $\sigma_Y=28$ kg/mm² とし、板のアスペクト比、初期たわみ量および板厚を種々変化させた。ここでは、$2b_t/b=0.1$ とした板厚12mm および24mmの場合についての解析結果をFig.3.4.14(a)、(b)およびFig.3.4.15(a)、(b)に示す。それぞれの図で、図(a)は横軸に最大初期たわみ量をとり、各アスペクト比を有する矩形板の圧壊強度を表わす。これをもとに、横軸に板のアスペクト比をとった図(b)が得られる。



(a) $\sigma_u/\sigma_Y - w_0/t$ curves　　(b) $\sigma_u/\sigma_Y - a/b$ curves

Fig. 3.4.14 Ultimate strength of rectangular plates with initial imperfections due to welding (t = 12 mm)



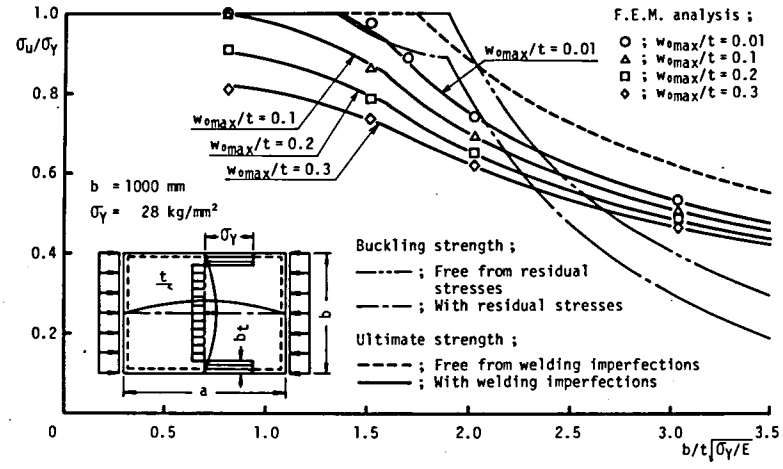
(a) $\sigma_u/\sigma_Y - w_0/t$ curves　　(b) $\sigma_u/\sigma_Y - a/b$ curves

Fig. 3.4.15 Ultimate strength of rectangular plates with initial imperfection due to welding (t = 24 mm)

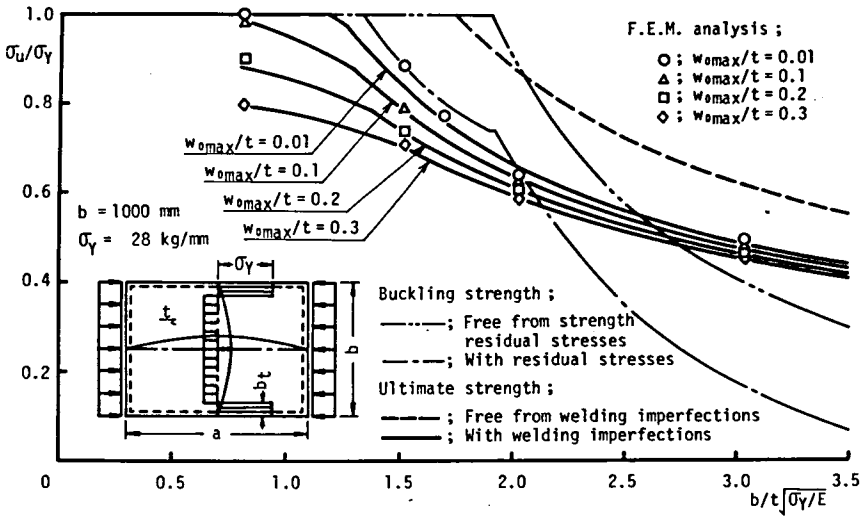
板厚１２mmの場合は、初期たわみが無ければ弾性座屈する寸法となっており、座屈応力の最小値を与える座屈１半波のアスペクト比は1.0となる。これに対して、圧壊強度の最小値を与えるアスペクト比は、初期たわみが小さい場合、約0.55となっている。このアスペクト比は残留応力が無い場合よりも小さい。

これに対して、板厚２４mmの場合には弾塑性座屈が生じ、最小座屈値を与える座屈１半波のアスペクト比は0.7近傍となるが、初期たわみが小さい場合の圧壊強度の最小値を与えるアスペクト比はおよそ0.8となる。

他の板厚の場合の解析結果に対しても同様の整理を行ない、これらの結果より、各板厚および初期たわみ量に対する圧壊強度の最小値を求めた。$2b_t/b = 0.1$および0.2の場合について、このようにして求めた圧壊強度をそれぞれFig3.4.16（a）および（b）に示す。図の○、△、□および◇印は最大初期たわみ量がそれぞれ板厚の0.01、0.1、0.2および0.3倍の場合の圧壊強度を表わす。これらの値をもとに最小二乗法によるcurve fittingを行ない、溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度として次式を得た。たゞし、この場合はすべての細長比$b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$に対して１つの式で圧壊強度を表わすことは困難で、ある$b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$を境として、圧壊強度は２つの式で表わされる。



(a) $2b_t/b = 0.1$



(b) $2b_t/b = 0.2$

Fig. 3.4.16 Lower bounds of ultimate strengths of rectangular plates with initial imperfections due to welding under thrust

(a) $2b_t/b=0.1$ の場合

$$\sigma_u/\sigma_Y=(0.6874\eta^2+0.6482\eta+1.067)/(\xi+2.571\eta-0.2532)$$
$$-0.1802\eta+0.1489 \qquad (3\cdot4\cdot23)$$

$$\sigma_u/\sigma_Y=(0.2553\eta-0.1916)\xi^2+(-0.1182\eta^2-0.2554\eta$$
$$+0.2368)\xi+0.9725\eta^2-1.205\eta+1.044$$
$$(3\cdot4\cdot24)$$

$\xi>1.6$ に対しては式(3・4・23)を、また、$\xi\leqq1.6$ に対しては式(3・4・23)と式(3・4・24)の小さい方を圧壊強度とする。

(b) $2b_t/b=0.2$ の場合

$$\sigma_u/\sigma_Y=(0.7473\eta^2+1.502\eta+1.006)/(\xi+3.065\eta-0.0688)$$
$$-0.2989\eta+0.1496 \qquad (3\cdot4\cdot25)$$

$$\sigma_u/\sigma_Y=(0.2348\eta-0.1758)\xi^2+(-0.7821\eta^2+0.3651\eta$$
$$+0.7218)\xi+1.771\eta^2-1.864\eta+1.175$$
$$(3\cdot4\cdot26)$$

$\xi>1.5$ に対しては式(3・4・25)を、また、$\xi\leqq1.5$ に対しては式(3・4・25)と式(3・4・26)の小さい方を圧壊強度とする。

式(3・4・23)〜式(3・4・26)のξおよびηは式(3・4・21)に示されている。これらの式を用いて計算された圧壊強度をFig.3.4.16(a)および(b)に実線で示す。これらの式による圧壊強度は有限要素法解析の結果とよく一致している。

ここで溶接初期不整が矩形板の圧壊強度に及ぼす影響について考える。ここでいう溶接初期不整は、溶接残留応力、初期たわみおよび初期たわみに伴う局部曲げ応力を意味するが、それぞれの影響について考える。

まず、溶接残留応力は圧縮座屈強度を低下させるが、その低下量は弾性座屈する薄板の場合に最大となる。座屈後の変形挙動には残留応力はほとんど影響を及ぼさず、薄板になるほど圧壊強度への影響は小さくなる。これに対して、弾塑性座屈するように板厚が増加すると、厚板になるほど座

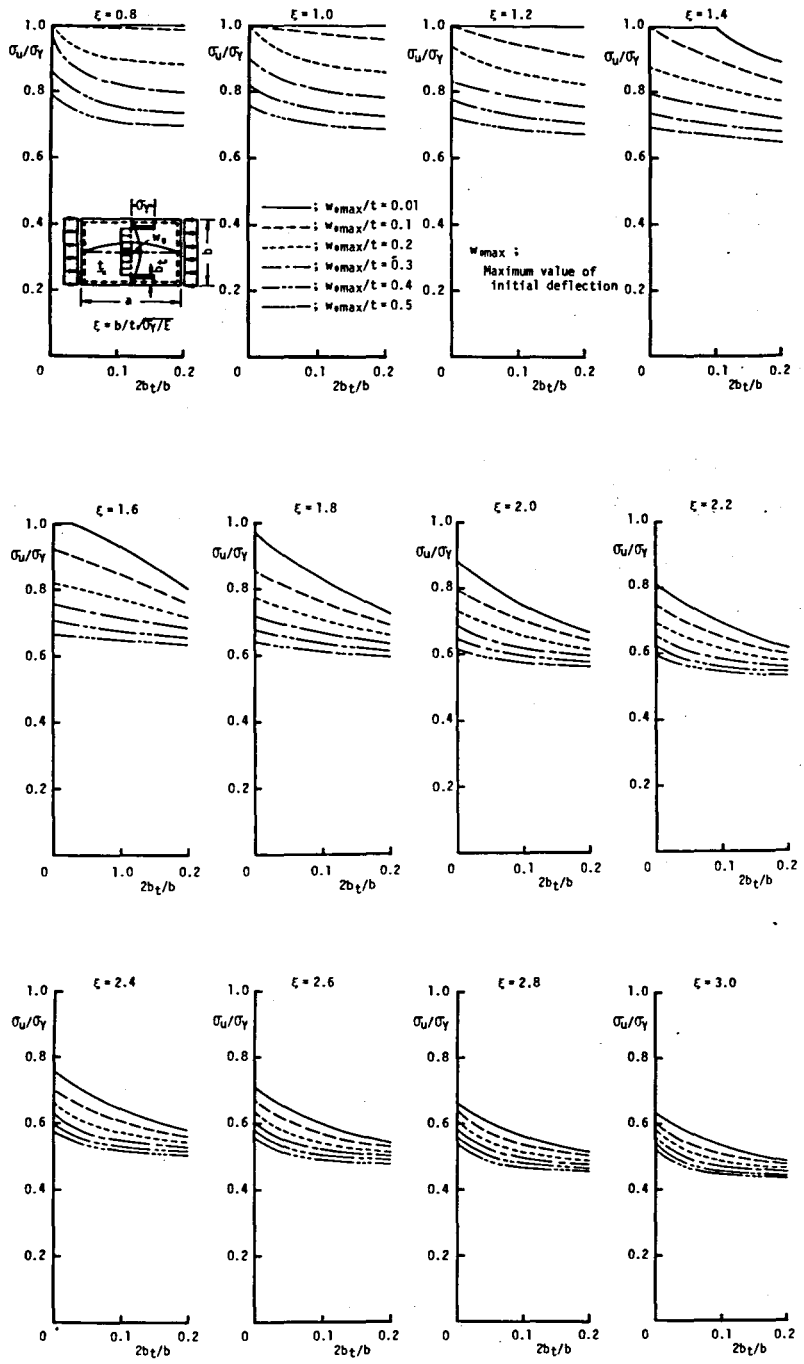


Fig. 3.4.17 Effects of initial imperfections due to welding on the ultimate strength of rectangular plates under thrust

屈強度の低下量は小さくなり、かつ、小さな横たわみで曲げ応力による塑性化のために最終強度に達する。塑性座屈するような厚板になると残留応力による座屈強度の低下は無く、圧壊強度も残留応力が無い場合に等しい。これより、残留応力による圧壊強度の低下は、弾性座屈と弾塑性座屈の境界となる板寸法の場合に最も著しくなると考えられる。Fig.3.4.16(a)および(b)の破線は板厚の0.01倍の初期たわみのみが存在する場合の圧壊強度を表わすが、これと○印(板厚の0.01倍の初期たわみ+溶接残留応力)の差が溶接残留応力の影響を表わす。図より明らかなように、残留応力による圧壊強度の低下は $b/t\sqrt{\sigma_Y/E} \fallingdotseq 1.9$ 近傍で最も著しい。

初期たわみだけが存在する場合に、初期たわみが圧壊強度に及ぼす影響については既に本項(1)で述べた。この初期たわみに溶接残留応力が重畳されている場合については別途解析を行なっている[134)]。ここでその結果は示さないが、残留応力の影響は初期たわみが小さい時と同様で、塑性座屈する板寸法の場合には残留応力による圧壊強度の低下はほとんど見られない。

最後に局部曲げ応力の影響であるが、3・3・4項で示したように、厚板の場合、初期たわみが大きいとそれに伴う局部曲げ応力は圧壊強度を著しく低下させる。Fig.3.4.16(a)および(b)で、厚板の場合に初期たわみが大きいと圧壊強度が大きく低下しているのは、局部曲げ応力のためである。しかしながら、厚板の場合には初期たわみが生じにくいために、実構造物中の板要素ではこのように著しく圧壊強度が低下することはないと考えられる。これについては後に5・2

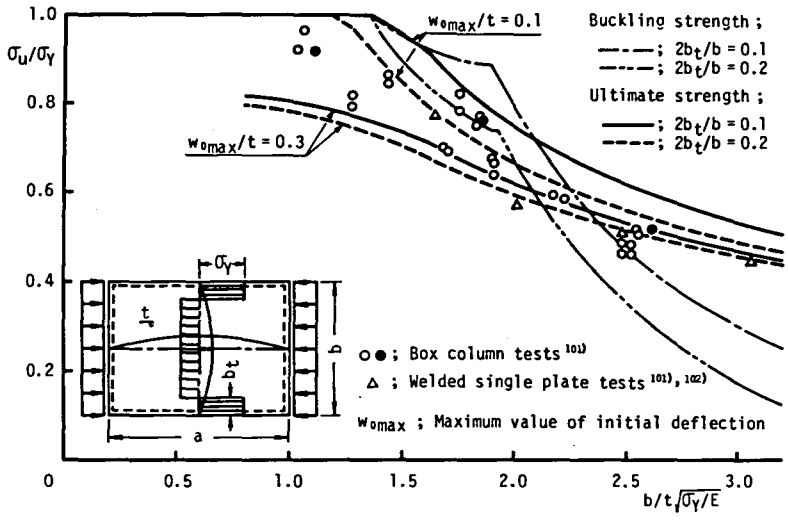


Fig. 3.4.18 Ultimate strength of rectangular plates with initial imperfections due to welding obtained by various compression tests

節で詳述する。

式（３・４・２０）および式（３・４・２３）～式（３・４・２６）を用いて圧壊強度を計算し、Ｆｉｇ．３ ４．17 に示す。 図の横軸は引張残留応力が生じている部分の幅 b_t と板半幅 $b/2$ の比を表わし、それぞれの細長比 $b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ の場合について初期たわみの最大値を板厚の 0.01、0.1、0.2、0.3、0.4 および 0.5 倍とした。これより、各細長比を有する矩形板の圧壊強度の溶接初期不整による低下量がわかる。

式（３ ４・２３）～式（３・４・２６）を用いて計算された圧壊強度を圧壊試験の結果[101),102)]と比較してＦｉｇ．３．４．18 に示す。 計算は最大初期たわみ量が板厚の 0.01 および 0.3 倍の場合について行なった。個々の試験体に生じている残留応力分布は、$2b_t/b = 0.08 \sim 0.18$ となっている。これに対して、初期たわみ量は明らかでない。しかしながら、先にも述べたように厚板の試験体では小さな初期たわみが、また薄板の試験体では大きな初期たわみが生じることを考えると、圧壊強度の推定式は妥当なものであることがわかる。

３・４・４　結　論

本節では、溶接残留応力、溶接変形等の初期不整を有する矩形板が、４辺を直線に保ち、かつ周辺単純支持の境界条件のもとで面内圧縮荷重を受ける場合を対象として、解析的な手法で弾性から塑性にわたる座屈解析および弾性大たわみ解析を、また有限要素法を用いて弾塑性大たわみ解析を行ない、以下に示す知見を得た。

(1) 初期たわみが存在する矩形板の圧壊時の変形形式を決める支配的なパラメータとして、限界初期たわみ比が存在することを明らかにした。これより、初期たわみモードとその大きさによって、必ずしも最小座屈値を与える座屈モードでは圧壊しないことが明らかとなった。

(2) 座屈強度は座屈モード１半波のアスペクト比が 1.0 の時に最小となる。これに対して、圧壊強度は薄板の場合、初期たわみが小さいとアスペクト比 0.7 近傍で最小となる。厚板になると、このアスペクト比は 1.0 に近づく。

(3) 初期たわみおよび溶接残留応力は、圧壊強度が最小となる板のアスペクト比を小さくする。

(4) 座屈波形に等しい初期たわみのみを有する矩形板の圧壊強度は、板のアスペクト比を増やしてゆくと、座屈モードが変わるアスペクト比で不連続となる。

(5) 初期たわみおよび溶接残留応力を有する板の圧壊強度を、可能な圧壊モードの中での最小の圧壊強度をもって推定すると安全側に評価できる。

(6) 溶接初期不整を有する矩形板の圧壊強度を求めるための推定式（式（３・４・２０）、式（３・４・２３）～式（３・４・２６））を導いた。

(7) 溶接初期不整による矩形板の圧壊強度の低下は、$b/t\sqrt{\sigma_Y/E} \fallingdotseq 1.9$ の板寸法の場合に最も著しい。

3・5節　総　括

本章においては、溶接構造物中の板要素が面内圧縮荷重のもとで示す挙動について、実験的および理論的に明らかにした。

まず、3・2節では板の変形挙動に及ぼす面内および面外の境界条件の影響について検討した。

3・3節では、実験における取り扱いが簡単で、かつ基本的な場合として、面内変形に対しては自由、面外変形に対しては周辺単純支持の正方形板を対象として圧壊試験および有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行った。そして、初期たわみ、初期たわみに伴う局部曲げ応力および溶接残留応力が板の面内剛性および圧壊強度を低下させることを明らかにした。

さらに、3・4節では、連続パネル中の初期たわみを有する矩形板を想定して、4辺が直線を保ち、かつ面外変形に対しては周辺単純支持の境界条件のもとでの圧縮強度について明らかにした。すなわち、矩形板の圧壊時の変形形式を決める初期たわみの支配的なパラメータとして、限界初期たわみ比が存在することを示した。また、初期たわみ、初期たわみに伴う局部曲げ応力および溶接残留応力等の溶接初期不整がその大きさに応じて矩形板の圧壊強度を低下させること、また、この低下量は、板の細長比 $b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ が1.9近傍の時に最も大きいことを明らかにした。さらに、このような初期不整を有する矩形板の圧壊強度の推定式を導いた。

第４章　補強板の圧縮強度

４・１節　緒　言

船体を始めとする種々の構造物は、経済性を考慮して一般に薄板構造となっているが、薄板の有効性を高めるために補強材によってその剛性、強度を上昇せしめている。前章では、このような補強材で仕切られたひとつのパネルを対象として、その剛性、強度について検討した。本章では、板および補強材より構成される補強板を対象として研究を行なう。

通常、補強板の座屈強度は、補強材の曲げ剛性の増加と共に増加するが、板の曲げ剛性 bDに対する補強材の曲げ剛性ＥＩの比；γ＝ＥＩ／bDが γ^B_{min} と呼ばれる値に達すると座屈強度はその上限値に達する。補強材の剛比が γ^B_{min} 以下であれば補強板は全体座屈するのに対して、γ^B_{min} 以上の剛性比を有する場合には、板が補強材で仕切られて局部座屈する。

１・２節でも述べたように、補強板の座屈強度に関しては既に体系的な研究[135)]が、また圧壊強度に関しても先駆的な研究[51)]が見られる。しかしながら補強板の圧壊強度に対する補強材の機能については、座屈に対する γ^B_{min} のような明確な定義はまだ行なわれていない。

本章では、補強板の圧壊強度について明らかにすると共に、圧壊強度に対する補強材の限界剛比 γ^U_{min} の概念を新しく展開する。さらに、補強板は通常溶接初期不整を伴っている。この溶接初期不整が補強板の圧壊強度および γ^U_{min} に及ぼす影響についても究明する。

４・２節では、補強材にのみ塑性化を考慮した近似弾塑性大たわみ解析の手順を示す。

４・３節では、種々の力学現象が明確に現われる両面対称補強板を対象として、補強板の基本的な変形挙動を調べる。

４・４節では、船体構造等で一般に用いられている片面補強板を対象として、その圧壊強度および圧壊強度に対する補強材の限界剛比について究明する。

４・２節　解析の手順

補強板の圧壊強度を精度よく求めるためには、幾何学的非線形および材料非線形を考慮した弾塑性大たわみ解析を行なう必要がある。本章の理論解析では、比較的単純な解析対象に対しては有限要素法を用いて弾塑性大たわみ解析を行なっている。しかしながら、この解析は非常に煩雑であり計算時間を要するので、解析対象が大きく複雑になるとより簡単な近似解析法が必要となる。本節では２・３・４項で示した基礎理論に従い、補強材にのみ塑性化を考慮した近似弾塑性大たわみ解析を行なうための手順を示す。

4・2・1　補強板の近似弾塑性大たわみ解析

Fig.4.2.1に示すように、幅b、長さaおよび板厚tを有する板に、同一寸法の補強材がN本等間隔に取り付けられた補強板を考える。この場合、補強板のたわみ波形は次式で近似できる。

$$w = A \sin\frac{k\pi x}{a} \sin\frac{l\pi x}{b} + B \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \qquad (4\cdot2\cdot1)$$

上式の第1項は全体座屈モードのたわみ波形を、またn＝N＋1として、第2項は局部座屈モードのたわみ波形を表わす。

ところで、補強材は一般にすみ肉溶接によって板に取り付けられている。そのために、補強板は必然的に初期たわみや溶接残留応力等の溶接初期不整を伴っている。ここでは、初期たわみを全体座屈モードと局部座屈モードの和として近似する。すなわち、

$$w_0 = A_0 \sin\frac{k\pi x}{a} \sin\frac{l\pi y}{b} + B_0 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \qquad (4\cdot2\cdot2)$$

また、溶接残留応力は板部で$f(y)$、補強部材で$h(z)$なる分布を有し、長さ方向（x方向）に一様であると仮定する。これらは、一般的には補強板全体として、また近似的には補強材間のパネルで自己平衡条件を満足せねばならない。補強板全体で考えた自己平衡の条件は次式で表わせる。

$$t\int f(y)\,dy + N t_s \left(\int_{-h_1}^{-\frac{t}{2}} h(z)\,dz + \int_{\frac{t}{2}}^{h_2} h(z)\,dz\right) = 0 \qquad (4\cdot2\cdot3)$$

荷重は、Fig.4.2.1に示したように、各補強材の中心線上で板の中央面からsの位置に大きさの等しい集中荷重としてPを作用させる。

境界条件は、板の4辺が直線を保ち、かつ面外変形に対しては周辺単純支持とする。式（4・2・

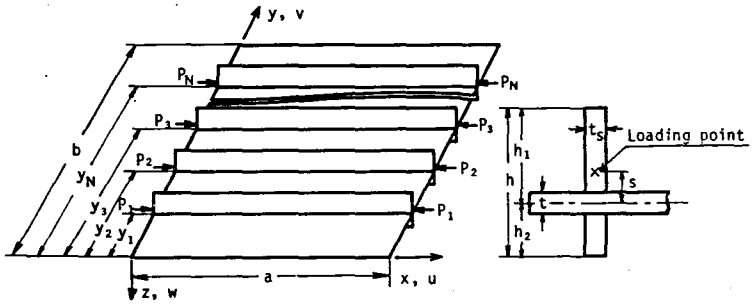


Fig. 4.2.1 Stiffened plate under thrust

1）で与えられるたわみwはこの境界条件を満足している。

式（4・2・1）および式（4・2・2）を式（2・2・26）に代入すると板の応力関数ϕが求まる。これより板の応力成分を求め、さらに式（2・3・16）で表わされる板と補強材の連続条件より補強材の応力を求め、式（2・3・21）に代入すると式（2・3・22）として次式を得る。

$$\{Q\}d\sigma + \{L\} + \{R_w\} = [K]\begin{Bmatrix} dA \\ dB \end{Bmatrix} \qquad (4\cdot2\cdot4)$$

上式の $d\sigma$、dA および dB はそれぞれ平均圧縮応力、たわみの係数AおよびBの増分を表わす。また、$\{Q\}$、$\{L\}$、$\{R_w\}$ および $[K]$ はそれぞれ2×1、2×1、2×1および2×2のマトリックスで、詳しくは付録2に示す。

いま、ある荷重段階の終了時に、板の平均圧縮応力がσ、たわみの係数がAおよびBであるとする。これらのσ、AおよびBを用いて、補強材にのみ塑性化を考慮して式（4・2・4）の$\{Q\}$、$\{L\}$、$\{R_w\}$および$[K]$を計算する。そして応力増分 $d\sigma$ を与えて、式（4・2・4）をdA およびdB について解き、得られた結果を前荷重段階終了時の最終値に加える。同様の手順でこの計算を繰り返すと、補強材にのみ塑性化を考慮した補強板の変形挙動を追跡することができる。

4・2・2　補強板の座屈強度解析

2・3・4項でも示したように、$[K]$は次のように分解できる。

$$[K] = [K_B] + [K_I] + [K_G] \qquad (4\cdot2\cdot5)$$

初期たわみが存在しない補強板の断面の図心に荷重を加えた場合、座屈荷重まではたわみが生じず、$\{Q\}=\{L\}=[K_G]=0$となる。さらに、両面対称補強板の場合、あるいは両面対称で無くても残留応力が無い場合、$\{R_w\}=0$となり、式（4・2・4）は次式となる。

$$0 = [K_B + K_I]\begin{Bmatrix} dA \\ dB \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11B} + K_{11I} & K_{12B} \\ K_{21B} & K_{22B} + K_{22I} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} dA \\ dB \end{Bmatrix} \qquad (4\cdot2\cdot6)$$

これより、零でないたわみ増分 dAまたはdBが生じるためには、それぞれ

$$|K_{11B} + K_{11I}| = 0 \qquad (4\cdot2\cdot7)$$

$$|K_{22B} + K_{22I}| = 0 \qquad (4\cdot2\cdot8)$$

上式は $d\sigma$ の関数となっているが、$d\sigma$ を σ とおいて、式（４・２・７）および式（4・2・8）を解くと、それぞれ次式で表わせる全体座屈応力 σ_{cr1} および局部座屈応力 σ_{cr2} が求められる。

$$\sigma_{cr1} = \frac{\pi^2 D}{t a^2} \frac{n k^4 \gamma_e + (k^2 + \alpha^2 l^2)^2 + R_1}{k^2 (1 + n\delta)} \qquad (4\cdot2\cdot9)$$

$$\sigma_{cr2} = \frac{\pi^2 D}{t a^2} \frac{(m^2 + \alpha^2 n^2)^2 + R_2}{m^2} \qquad (4\cdot2\cdot10)$$

ここで

$$\gamma_e = \frac{E}{bD} \left[I + h t_s c^2 \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \frac{N\delta}{1 + N\delta} \right\} \right] \qquad (4\cdot2\cdot11)$$

$$D = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} \qquad \alpha = a / b \qquad (4\cdot2\cdot12)$$

また、両面対称補強板の場合にはFig.4.2.2（a）に示す記号を用いて

$$I = \frac{t_s (h^3 - t^3)}{12}, \quad c = 0, \quad \delta = \frac{(h - t) t_s}{b t}$$

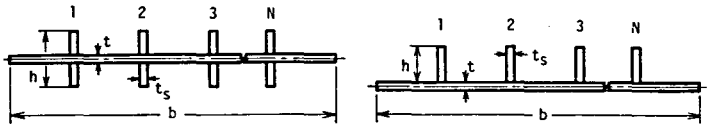
$$R_1 = -\frac{t a^2}{\pi^2 D} \frac{k^2}{b} \int_0^b f(y) \cos \frac{2 l \pi y}{b} dy + \frac{t_s}{t} \int h(z) dz$$

$$R_2 = -\frac{t a^2}{\pi^2 D} \frac{m^2}{b} \int_0^b f(y) \cos \frac{2 n \pi y}{b} dy \qquad (4\cdot2\cdot13)$$

片面補強板の場合には、Fig.4.2.2（b）に示す記号を用いて

$$I = \frac{t_s h^3}{12}, \quad c = \frac{1}{2}(t + h), \quad \delta = \frac{EI}{bD} \qquad (4\cdot2\cdot14)$$

$R_1 = R_2 = 0$　（後述のように、残留応力が在ると初期たわみが生じ、座屈現象は生じない。）



(a) Symmetrically stiffened plate　(b) One-sided stiffened plate

Fig. 4.2.2 Cross section of stiffened plates

次に、初期座屈が生じ、A（またはB）のたわみが生じている状態を考える。両面対称補強板の場合には、この状態で再び dB（または dA）のたわみが生じ始める、いわゆる2次座屈現象が存在する。全体座屈モードおよび局部座屈モードの2次座屈強度は、それぞれ次式より求まる。

$$| K_{11B} + K_{11I} + K_{11G} | = 0 \qquad (4\cdot2\cdot15)$$

$$| K_{22B} + K_{22I} + K_{22G} | = 0 \qquad (4\cdot2\cdot16)$$

全体座屈モードの2次座屈強度は式（4・2・15）より

$$\sigma_{cr3} = \frac{\pi^2 D}{t a^2} \frac{b_3 a_1 - b_2 a_3}{b_4 a_1 - b_2 a_4} \qquad (4\cdot2\cdot17)$$

また、局部座屈モードの2次座屈強度は、式（4・2・16）より

$$\sigma_{cr4} = \frac{\pi^2 D}{t a^2} \frac{a_3 b_1 - a_2 b_3}{a_4 b_1 - a_2 b_4} \qquad (4\cdot2\cdot18)$$

ここで

$$a_1 = \left\{ l^4 + \left(\frac{k}{\alpha}\right)^4 \right\} + \delta \left[\nu^2 l^4 (n-1) + 2 \left(\frac{k}{\alpha}\right)^4 \left(\Sigma \cos^2 \frac{2 l \pi y_i}{b} \right) \right]$$

$$\begin{aligned} a_2 = \Bigg[& \frac{(kn - lm)^4}{\{(k+m)^2 + (l+n)^2 \alpha^2\}^2} + \frac{(kn - lm)^4}{\{(k-m)^2 + (l-n)^2 \alpha^2\}^2} \\ & + \frac{(kn + lm)^4}{\{(k+m)^2 + (l-n)^2 \alpha^2\}^2} + \frac{(kn + lm)^4}{\{(k-m)^2 + (l+n)^2 \alpha^2\}^2} \Bigg] \\ & + 2\delta \Bigg[\Bigg(\frac{(kn-lm)^4 \{\nu (k+m)^2 + (l+n)^2 \alpha^2\}^2}{\{(k+m)^2 + (l+n)^2 \alpha^2\}^4} \\ & \quad + \frac{(kn+lm)^4 \{\nu (k-m)^2 + (l+n)^2 \alpha^2\}^2}{\{(k-m)^2 + (l+n)^2 \alpha^2\}^4} \Bigg) \sum_{i=1}^{N} \cos^2 \frac{(l+n)\pi y_i}{b} \\ & + \Bigg(\frac{(kn+lm)^4 \{\nu (k+m)^2 + (l-n)^2 \alpha^2\}^2}{\{(k+m)^2 + (l-n)^2 \alpha^2\}^4} \\ & \quad + \frac{(kn-lm)^4 \{\nu (k-m)^2 + (l-n)^2 \alpha^2\}^2}{\{(k-m)^2 + (l-n)^2 \alpha^2\}^4} \Bigg) \sum_{i=1}^{N} \cos^2 \frac{(l-n)\pi y_i}{b} \\ & - \left(\frac{km}{\alpha^2}\right)^2 n \Bigg] \end{aligned}$$

$$a_3 = (k^2 + l^2 \alpha^2)^2 + n k^4 \gamma \Sigma \sin^2 \frac{l \pi y_i}{b} + R_1$$

$$a_4 = k^2 (1 + n \delta)$$

$$b_1 = \left\{ n^4 + \left(\frac{m}{\alpha}\right)^4 \right\} + \delta \left\{ \nu^2 n^4 + 2 \left(\frac{n}{\alpha}\right)^4 \right\} (n - 1)$$

$$b_2 = a_2 + \left(\frac{km}{\alpha^2} \right)^2 n$$

$$b_3 = (m^2 + n^2 \alpha^2)^2 + R_2$$

$$b_4 = m^2 \qquad (4 \cdot 2 \cdot 19)$$

これに対して、非対称補強材が取り付けられている場合には、初期座屈が生じると式（4・2・4）の｛Q｝はもはや零とならず、他のモードのたわみも生じ始めるために、２次座屈は存在しない。

4・3節　両面対称補強板の圧縮強度

本節では、種々の現象が理想的な形で現われる両面対称補強板を対象として、面内圧縮荷重を受ける補強板の基本的な挙動を明らかにする。

4・3・1　正方形補強板の圧壊試験

(1) 試験体概要

Fig.4.3.1に示すように、正方形板の中央線に沿って１本の両面対称な補強材が取り付けられた補強板試験体を製作し、補強材の方向に圧縮荷重を作用させて、補強板の基本的な変形挙動について調べた。用いた材料は、板厚3.13㎜、降伏応力34.63kg／㎟ の軟鋼薄板で、試験体は合計１５体製作した。試験体には溶接残留応力および溶接変形を生じたが、溶接変形に関しては試験体製作後プレス加工を行ない、可能な限り取り除いた。また、溶接残留応力も１５体中８体につ

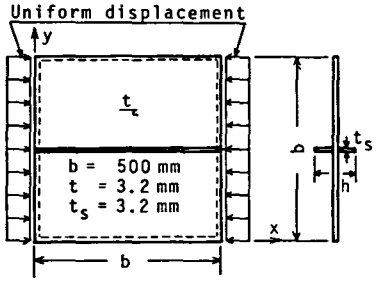


Fig. 4.3.1 Test specimen

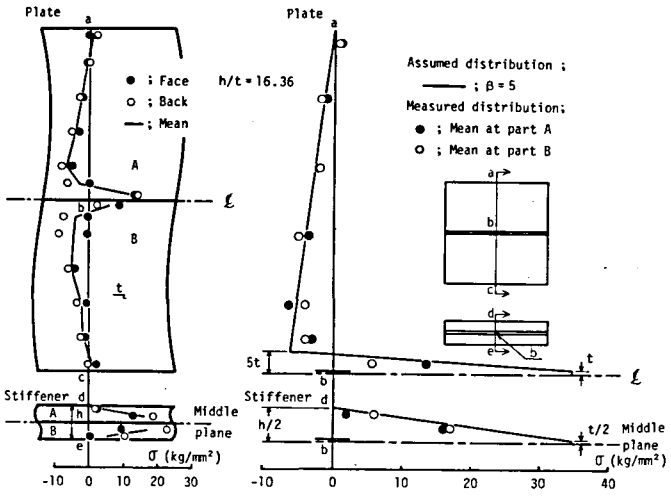
いては応力除去焼鈍処理を行なって取り除いたが、他の7体については溶接残留応力の影響を調べる目的で、応力除去焼鈍処理は行なっていない。なお、焼鈍処理によって降伏応力は31.6kg／mm²に低下した。

これらの試験体の他に、4体の試験体を製作し、溶接残留応力の計測に供した。残留応力は機械切断によるひずみ解放法で行なったが、一例として補強材高さhが板厚tの16.36倍の場合の計測結果をFig.4.3.2(a)に示す。この分布はFig.4.3.2(b)の如くに直線近似できる。後出の理論解析ではこの直線分布の残留応力を用いた。

(2) 試験方法および試験結果

圧壊試験は、面外変形に対して周辺単純支持となるように、Fig.3.3.3に示した治具を用いて行なった。試験に当っては、補強板上のいくつかの点でひずみおよび横たわみを計測して変形挙動を追跡した。試験体寸法および試験結果をまとめてTable4.3.1に示す。

ところで、後出の4・3・2項の解析結果から明らかなように、残留応力が無い場合には座屈強度の上限を与える補強材高さは$h/t=10.6$となる。しかしながら、Table 4.3.1に示す結果からも明らかなように、試験体No.2～7は10.6よりも大きなh/tを有しているにもかゝわらず、全体崩壊モードで最終強度に達している。圧壊試験で観測された結果を後述の理論解析の結果



(a) Measured distribution

(b) Comparison of assumed distribution with measured one

Fig. 4.3.2 Distribution of welding residual stresses of a symmetrically stiffened plate

を参考にしてまとめると、補強板が最終強度に到る過程は次の３つに分類できる。

（A）全体座屈した後に板および補強材が塑性化して、補強板が全体崩壊する。（崩壊ＯＯと呼ぶ。）

（B）板が補強材で仕切られて局部座屈した後に、補強材にも曲げ変形が生じ、補強材が塑性化してたゞちに最終強度に到る。（崩壊ＬＯと呼ぶ。）

（C）板が補強材で仕切られて局部座屈し、局部崩壊して最終強度に到る。（崩壊ＬＬと呼ぶ。）

Table 4.3.1 Details of specimens and test results

Specimen No.	h/t	δ	γ	w_0/t	P_u	σ_u/σ_Y	Collapse Mode	Residual Stress
1	9.98	0.056	5.657	0.09	19.10	0.366	Overall	No
2	11.02	0.063	7.612	0.03	22.92	0.436	Overall	No
3	11.69	0.067	9.095	0.03	30.10	0.570	Overall	No
4	11.73	0.067	9.188	0.03	24.27	0.460	Overall	No
5	12.14	0.070	10.187	0.04	25.45	0.481	Overall	No
6	14.15	0.082	16.134	0.06	32.43	0.606	Overall	No
7	16.19	0.095	24.169	0.07	31.20	0.576	Overall	No
8	19.77	0.188	44.013	0.03	32.84	0.594	Local	No
9	9.88	0.056	5.488	0.08	19.12	0.334	Overall	Yes
10	10.38	0.059	6.365	0.05	20.15	0.351	Overall	Yes
11	11.24	0.064	8.084	0.06	25.50	0.442	Overall	Yes
12	11.64	0.067	8.978	0.09	21.63	0.374	Overall	Yes
13	13.73	0.080	14.707	0.07	28.21	0.482	Local	Yes
14	15.27	0.089	20.277	0.03	29.63	0.502	Local	Yes
15	18.96	0.112	38.821	0.02	28.81	0.478	Local	Yes

where

h ; Hight of the stiffener (mm)
t ; Thickness of the plate (3.13 mm)
w_0 ; Maximum initial deflection measured (mm)
δ ; Area ratio of the stiffener to the plate
γ ; Bending stiffness ratio of the stiffener to the plate
P_u ; Ultimate load (ton)
σ_u ; Mean stress at the ultimate load (kg/mm²)
σ_Y ; Yield stress (kg/mm²)

4・3・2　正方形補強板の座屈強度の理論解析

正方形補強板のたわみ波形として、式（４・２・１）で$k=l=1$、$m=n=2$としたものを用いる。この波形は、全体座屈波形として１半波、局部座屈波形として２半波となり、Ｆｉｇ．４．３．３に示すようになる。また、補強板はＦｉｇ．４．３．３に示す直線分布の残留応力を伴っているとする。座屈強度の理論値は式（４・２・９）、式（４・２・１０）、式（４・２・１７）および式（４・２・１８）で与えられる。

両面対称補強板の場合には、初期座屈後、２次座屈が生じるが、補強材の剛比γが$\gamma^B_{\min}$より大きいか小さいかによってそれぞれの座屈モードが異なる。すなわち、

（a）$\gamma < \gamma^B_{\min}$の場合

この場合、初期座屈は全体座屈モードとなり、座屈応力は式（４・２・９）より

$$\sigma_{cr1} = (\alpha_3 + \alpha_5 + \alpha_7) / \alpha_6 \qquad (4\cdot3\cdot1)$$

となる。また2次座屈は局部座屈モードとなり、座屈応力は式（４・２・１８）より次式となる。

$$\sigma_{cr4} = \left[\alpha_1(\beta_3 + \beta_5) - (\alpha_3 + \alpha_5 + \alpha_7)\beta_2\right] / \left[\alpha_1\beta_4 - \alpha_6\beta_2\right] \qquad (4\cdot3\cdot2)$$

（b） $\gamma > \gamma^B_{\min}$ の場合

（ａ）の場合とは逆に、初期座屈および２次座屈はそれぞれ局部座屈モードおよび全体座屈モードとなる。それぞれの座屈応力は式（４・２・１０）および式（４・２・１７）より

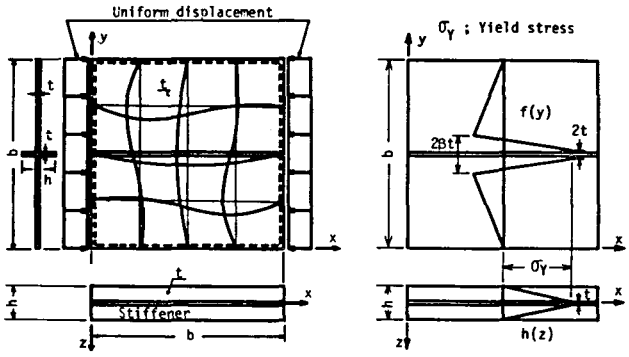
$$\sigma_{cr2} = (\beta_3 + \beta_5) / \beta_4 \qquad (4\cdot3\cdot3)$$

$$\sigma_{cr3} = \left[(\alpha_3 + \alpha_5 + \alpha_7)\beta_1 - (\alpha_2 - \alpha_4)(\beta_3 + \beta_5)\right] / \left[\alpha_6\beta_1 - (\alpha_2 - \alpha_4)\beta_4\right] \qquad (4\cdot3\cdot4)$$

ここで

$$\alpha_1 = \pi^4 E t \left\{1 + (2 - \nu)\delta\right\} / 32 b^2$$

$$\alpha_2 = 2\pi^4 E t / 25 b^2, \quad \alpha_3 = \pi^4 D / b^2$$



(a) Deflection mode (b) Welding residual stresses

Fig. 4.3.3 Symmetrically stiffened plate under thrust

$$\alpha_4 = \pi^4 E t \delta / 4 b^2 , \qquad \alpha_5 = \pi^4 D \gamma / 2 b^2$$

$$\alpha_6 = \pi^2 t (1 + 2 \delta) / 4$$

$$\alpha_7 = \pi^2 t \left[\int_{-h/2}^{h/2} h(z) dz + \frac{1}{b} \int_0^b f(y) \sin^2 \frac{\pi y}{b} dy \right] / 2$$

$$\beta_1 = \pi^4 E t / 2 b^2 , \qquad \beta_2 = 2 \pi^4 E t / 25 b^2$$

$$\beta_3 = 11 \pi^4 D / b^2 , \qquad \beta_4 = \pi^2 t$$

$$\beta_5 = 2 \pi^2 t \left[\int_0^b f(y) \sin \frac{2\pi y}{b} dy \right] / b$$

$$\gamma = \frac{E t}{b D} (h^3 - t^3) , \quad \delta = \frac{h}{b} , \quad D = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)}$$

(4・3・5)

4・3・1項で示した試験体の座屈応力を計算し、Fig. 4.3.4に示す。図の横軸は補強材高さの無次元量、また縦軸は座屈強度を表わすが、全体座屈強度曲線と局部座屈強度曲線の交点の補強材寸法より $\gamma_{\min}^{B}$ が求められる。

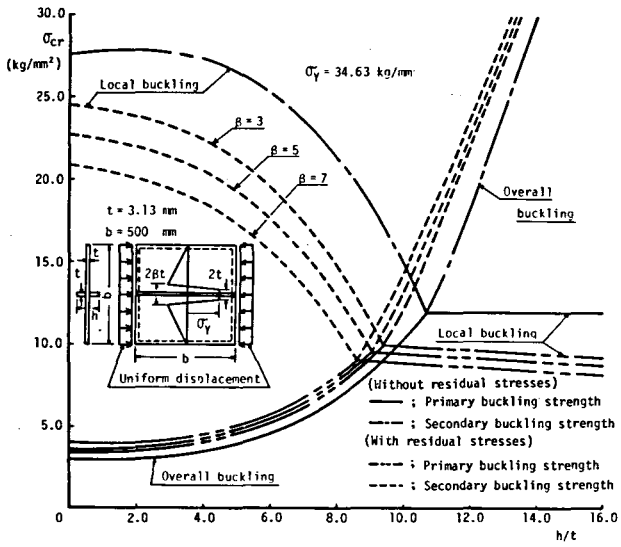


Fig. 4.3.4 Buckling strength of symmetrically stiffened plates with welding residual stresses under thrust

$\gamma < \gamma^B_{\min}$の場合には、$\gamma^B_{\min}$ の近傍を除いて初期座屈強度と2次座屈強度の差は大きい。そのために、理論的には2次座屈強度が存在するが、実際には初期座屈後、2次座屈応力に達する前に板および補強材が塑性化して圧壊する場合が多いと考えられ、2次座屈強度は重要な意味を持たない。

これに対して $\gamma > \gamma^B_{\min}$ の場合には、局部座屈後に生じる2次座屈は全体座屈モードとなり、2次座屈が生じると補強材は曲げ変形する。その結果、補強材の塑性化が始まり、ある程度の大きさのγまでは4・2・1項でも述べたようにたゞちに最終強度に達する。したがって、$\gamma > \gamma^B_{\min}$の補強板の圧壊強度を考えるに際して、この2次座屈強度は重要な意味を持つ。

次に、補強板の溶接残留応力がその座屈強度に及ぼす影響について検討する。試験体の計測結果をもとに単純化した補強板の残留応力分布は、Fig.4.3.3(b)に示したように、補強材取り付け部で引張、その他の部分で圧縮となっている。その結果、全体座屈する場合には中央部の引張残留応力のために座屈強度は上昇するが、局部座屈する場合には板の圧縮残留応力のために、座屈強度は低下する。したがって、このような分布の残留応力が存在すると $\gamma^B_{\min}$は小さくてすむが、この $\gamma^B_{\min}$で保証される座屈強度の上限値が低下することに注意を要する。

4・3・3　正方形補強板の圧壊強度の理論解析

(1) 正方形補強板の圧壊強度

解析対象はFig.4.3.3に示した正方形補強板で、$b=500$mm、$t=3.2$mm、また降伏応力は $\sigma_Y=27$kg/mm^2 とした。補強板は式(4・2・2)で$k=l=1$、$m=n=2$とした初期たわみを有しているとする。すなわち

$$w_0 = A_0 \sin\frac{\pi x}{b} \sin\frac{\pi y}{b} + B_0 \sin\frac{2\pi x}{b} \sin\frac{2\pi y}{b} \qquad (4\cdot3\cdot6)$$

補強材高さを種々変化させて、有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行なった結果をFig.4.3.5～Fig.4.3.7に示す。Fig.4.3.5は$A_0/t=B_0/t=0.01$ の場合について、平均圧縮応力と横たわみの関係を、またFig.4.3.6は$A_0/t=B_0/t=0.01$の場合について、圧壊時のたわみ波形および応力分布を表わす。さらに、Fig.4.3.7は横軸に補強材高さをとり、座屈強度および最終強度をまとめて示す。図の●印は補強材に関して上下左右に対称な全体の1/4 だけを解析した結果、また○印は非対称な変形が可能な場合で、補強板全体を解析した結果を表わす。また、B1～B3およびB2～BU2は座屈強度を、U1～U7は$A_0/t=B_0/t=0.01$の初期たわみを有する場合の圧壊強度を、またUD1～UD4は$A_0/t=B_0/t=0.5$の初期たわみを有する場合の圧壊強度を表わす。

先に、４・３・１項で補強板が圧壊に到る過程は基本的に３つに分類できることを示した。ここではFig.4.3.5～Fig.4.3.7に示した有限要素法解析の結果をもとに、補強板が圧壊に到るまでの挙動について詳細に述べる。

（A）点Ｕ１からＵ２の範囲

既に述べたように、この範囲では$\gamma < \gamma^{B}_{\min}$であるので、B1～B2の座屈は全体座屈となる。$h/t$が2.0以下では、補強材単独の座屈値が板単独の座屈値より低いので、補強板の圧縮座屈強度、圧壊強度とも板単独のものより低くなっているが、h/tが2.0以上では補強材は板の圧縮強度を上昇せしめるように働く。すなわち、補強材高さが増えるに従い、座屈後の板中央部での圧縮応力の低下が少くなる。また、h/tが小さいと補強材の塑性化は相当曲げ変形してから生じるが、h/tが大きくなるに従い、補強材の塑性化はより小さい曲げ変形で生じ、板の塑性化がこれに続く。点Ｕ２で圧壊強度はいったん頭打ちの状態となるが、これは後述するように補強材の塑性化によるものである。

（B）点Ｕ２からＵ５の範囲

この範囲での座屈も$\gamma < \gamma^{B}_{\min}$であるので全体座屈となるが、座屈後の補強板の挙動は複雑である。まず注目すべきは、$h/t > 9.5$の範囲で２つの極限点が生じることである。Fig. 4. 3. 5

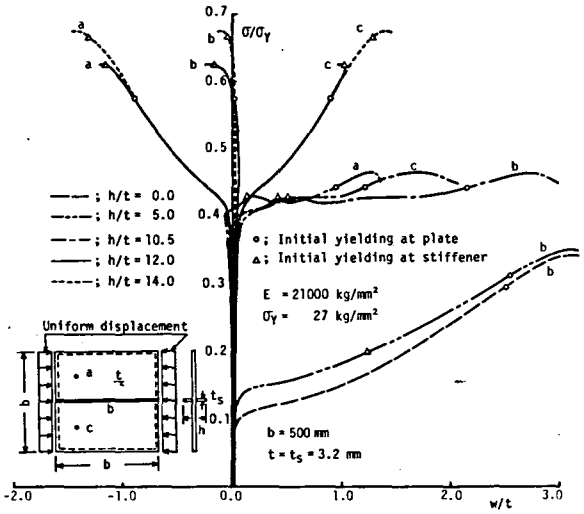


Fig. 4.3.5 Load-deflection curves of symmetrically stiffened plates under thrust

に$h/t=10.5$の場合の荷重と横たわみの関係が示されているが、補強板が全体座屈して補強材の横たわみが増え始めると、補強材はすぐに塑性化を始め、荷重は第1極限点を示していったん低下する。この状態では板は塑性化しておらず、その後荷重がほゞ一定のまゝで横たわみが増えて行くが、ある程度たわみが生じたところで補強板は再び荷重増加に耐え、第2極限点を示す。Fig. 4.3.7で同じh/tに対して○印と△印が共に示されているのは、このような2つの極限点が存在する場合を表わし、○印が第1極限点、△印が第2極限点を表わす。$h/t<9.5$の範囲では極限点は1つであるが、やはり補強板が座屈して補強材に横たわみが生じ始めるとすぐに、補強材は塑性化を始め、その防撓材としての有効性を失う。この範囲ではほゞ一定の圧壊強度を示しているが、これは、補強材高さが高くなるに従って座屈強度は上昇するが、横たわみが生じ始めた時点

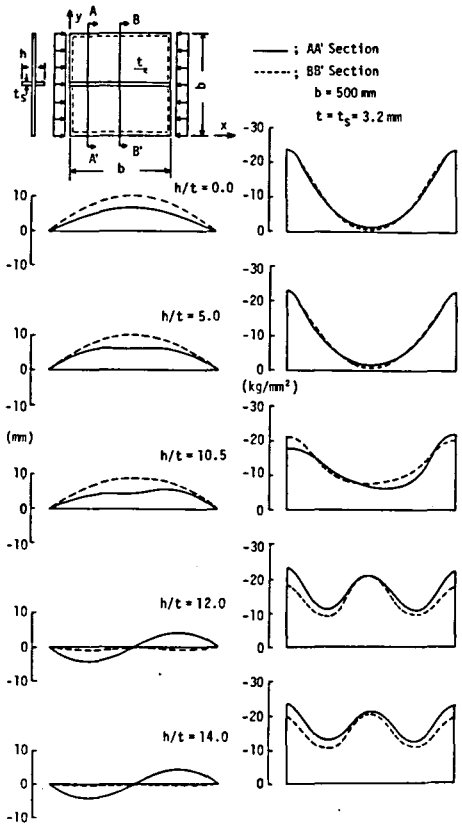


Fig. 4.3.6 Deflection modes and stress distributions of symmetrically stiffened plates at collapse

で補強材の塑性化が始まり、その有効性が早期に失なわれるためと考えられる。 点ＵＦは補強材の降伏応力のみ２倍として解析を行なった結果を表わすが、補強材の塑性化が遅くなるので圧壊強度は上昇している。

（Ｃ）点Ｕ５から点Ｕ６の範囲

γ が $\gamma^{B}_{\min}$ より大きいこの範囲では、補強板はＢ２－Ｂ３の応力で局部座屈する。局部座屈後の補強板にはその中心に関して点対称な横たわみが生じ、その面内剛性は低下する。そのために、局部座屈後さらに荷重を増加させると、補強材が分担する荷重が増大し、Ｂ２－ＢＵ２の高さで全体座屈モードの２次座屈が生じる。２次座屈後、補強材に曲げ変形が生じ始めると補強材の塑性化が始まり、補強板はすぐに最終強度に達する。

（Ｄ）点Ｕ６から点Ｕ７の範囲

この範囲では、補強板は局部座屈を生じ、全体座屈としての２次座屈が生じる前に板が局部的に崩壊して補強板としての最終強度に達する。

上述の崩壊形式の中で、Ｕ１～Ｕ５が４・３・１項で述べた崩壊ＯＯに、Ｕ５～Ｕ６が崩壊ＬＯに、またＵ６～Ｕ７が崩壊ＬＬに相当する。

次に初期たわみの影響について検討する。Ｆｉｇ．４．３．７のＵＤ１～ＵＤ４が $A_0/t = B_0/t$

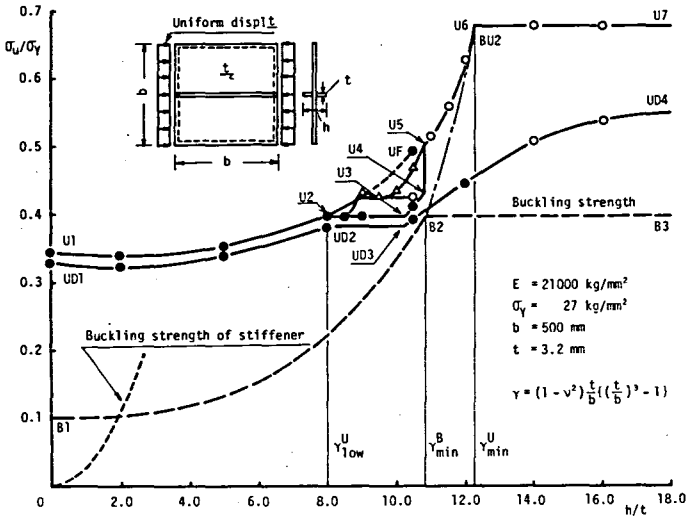


Fig. 4.3.7 Ultimate strength and minimum stiffness ratios of symmetrically stiffened plates under thrust

＝0.5の初期たわみを有する場合の圧壊強度を表わすが、図から明らかなように、γが$\gamma^B_{\min}$より小さい範囲、すなわちUD1からUD3の範囲では、初期たわみによる圧壊強度の低下は補強材が無い場合と同程度である。これに対してγか$\gamma^B_{\min}$より大きいUD3～UD4の範囲では、圧壊強度は初期たわみによってかなり低下する。

(2) 圧壊強度に対する補強材の限界剛比

上述の議論で明らかなように、補強材寸法を増してゆくと、圧壊強度はFig.4.3.7に示す点U2近傍でいったん頭打ちとなる。さらに補強材寸法を増してゆくと圧壊強度は再び上昇し始めるが点U6で最大値に達し、これ以上補強材寸法を増しても圧壊強度は上昇せず、ほゞ一定値を保つ。このように、座屈強度に対すると同様、圧壊強度に対しても2つの重要な限界剛比が存在することが明らかとなった。点U2および点U6の補強材寸法から求まる2つの限界剛比をそれぞれγ^U_{low}および$\gamma^U_{\min}$と新しく定義する。この中で、$\gamma^U_{\min}$は補強板の圧壊強度の上限値を与える意味で特に重要であり、この補強材寸法を境として補強板の崩壊形式は全体崩壊の崩壊LOから、局部崩壊の崩壊LLに変わる。両面対称補強板の場合、$\gamma^U_{\min}$の剛比を有する補強材を用いれば補強板の圧壊強度の上限値が保証される。

4・3・4　正方形補強板の圧壊強度と補強材の限界剛比$\gamma^U_{\min}$の近似計算法

(1) 圧壊強度の近似推定法

ここでは、補強板の圧壊強度を近似的に求める方法について述べる。通常、補強板の強度設計では、$\gamma^B_{\min}$以上の補強材を取り付け、構造物の経済性をはかっている。したがって、圧壊強度を推定する場合に$\gamma > \gamma^B_{\min}$の補強材が取り付けられた場合の圧壊強度が推定できれば十分であると考えられる。ここでは、このような場合を対象とする。

（初期たわみが無い場合）

補強材に初期たわみが無い理想的な場合の圧壊強度は次のように推定することができる。

i）　$\gamma^B_{\min} < \gamma < \gamma^U_{\min}$

この範囲の補強材を有する補強板の圧壊強度は、4・3・3項でも述べたように、局部座屈後の全体座屈強度で近似できる。すなわち、式（4・3・4）を用いて

$$\sigma_u / \sigma_Y = \left[(\alpha_3 + \alpha_5 + \alpha_7)\beta_1 - (\alpha_2 - \alpha_4)(\beta_3 + \beta_5) \right] / \left[\sigma_Y \left\{ \alpha_6 \beta_1 - (\alpha_2 - \alpha_4)\beta_4 \right\} \right] \qquad (4\cdot3\cdot7)$$

ii) $\gamma^{U}_{\min} < \gamma$

この場合、補強板が局部座屈後全体座屈するまでに板が局部崩壊する。この状態では、補強板の平均圧縮ひずみは降伏ひずみにほゞ達しており、補強材の応力も降伏応力に達している。したがって、補強板としての圧壊強度は、板の局部崩壊強度 σ_{up}/σ_Y と補強材の圧壊強度（この場合は降伏強度）の面積平均として次式で与えられる。

$$\sigma_u/\sigma_Y = (\sigma_{up}/\sigma_Y + \delta)/(1+\delta) \qquad (4\cdot3\cdot8)$$

ここで、$\delta=(h-t)/b$ は補強材と板の断面積比、また σ_{up}/σ_Y は式（３・４・２２）で初期たわみを零（$\eta=0$）として、次式で与えられる。

$$\sigma_{up}/\sigma_Y = 1.435/(\xi-0.0105)+0.1816 \qquad (4\cdot3\cdot9)$$

ここで、$\xi=b/2t\sqrt{\sigma_Y/E}$ は、補強材で仕切られた板の細長比を表わす。

（初期たわみが在る場合）

初期たわみが在る場合には明確な座屈現象は現われない。そこで、４・２節に示した式（４・２・４）を用いて弾性大たわみ解析を行ない、補強材の曲げ応力あるいは板の面内応力の初期塑性をもって補強板の圧壊強度とすることを提案する。

i) $\gamma^{B}_{\min} < \gamma < \gamma^{U}_{\min}$

この範囲の寸法の補強材を有する補強板の初期塑性強度と圧壊強度の関係を調べるために、$h/t=12.0$ の場合について、初期たわみ量を４種類に変化させて有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行なった。その結果をFig.4.3.8に示す。補強材の初期たわみ量が小さい場合には、板の塑性化に続いて補強材に塑性を生じ、最終強度に達するが、補強材の塑性化以後の余剰耐力がほとんど存在しないことがわかる。これに対して補強材の初期たわみ量が大きくなると初期塑性はまず補強材で生じ、そのあとに板が塑性化する。この場合、補強材の塑性化が早期に生じるため、圧壊強度までの余剰耐力が大きくなる。Fig.4.3.8の初期たわみ量と圧壊強度の関係を表わす図で、○印は式（４・２・４）を用いて弾性大たわみ解析を行なって求めた補強材の初期塑性強度を表わすが、実線で表わされる有限要素法解析の結果とよく一致している。Fig.4.3.8より、この補強材寸法の範囲では、弾性大たわみ解析を行なって求めた補強材の初期塑性強度をもって、安全側ではあるが十分に補強板の圧壊強度を推定できることがわかる。　特に初期たわみ量が小さい場合には、この推定法の精度は高い。

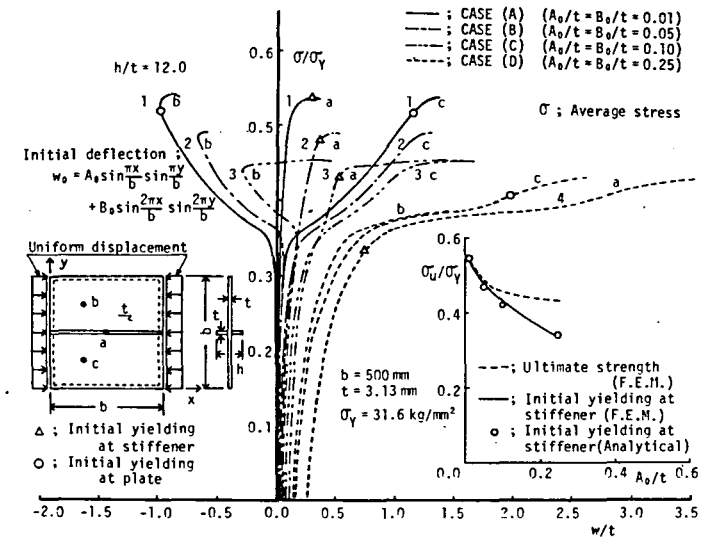


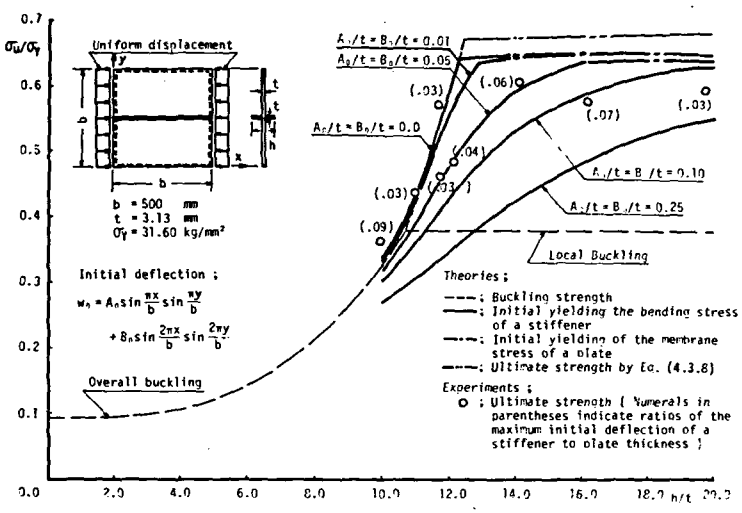
Fig. 4.3.8 Effect of initial deflection on the behavior of symmetrically stiffened plates under thrust

ii) $\tau_{\min}^{U} < \tau$

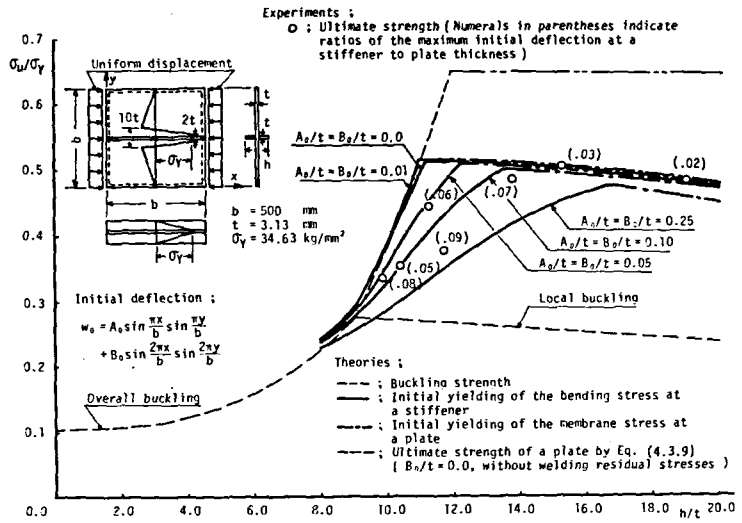
まず始めに、板にのみ局部座屈モードの初期たわみが存在する場合を考える。この場合には、補強材に横たわみが生じる前に板が局部崩壊する。この時も初期たわみが無い時と同様に、平均圧縮ひずみはほゞ降伏ひずみに等しくなっており、補強材の応力は降伏応力に達している。この場合の圧壊強度も式（４・３・８）で表わせる。たゞし、板の局部崩壊強度 σ_{up}/σ_Y としては、$\xi = b/2t\sqrt{\sigma_Y/E}$ として式（３・４・２２）を用いればよい。

補強板に全体座屈モードおよび局部座屈モードの初期たわみが共にある場合には、式（4・2・4）式を用いて弾性大たわみ解析を行なって補強板の変形挙動を追跡し、板あるいは補強材の初期塑性強度をもって補強板の圧壊強度とする。

上記の推定法より求まる圧壊強度を実験結果と比較してFig.4.3.9（a）および（b）に示す。図（a）は溶接残留応力が無い場合、図（b）は在る場合を表わす。それぞれの図で、実線は補強材の初期塑性より決まる圧壊強度を、また一点鎖線は板の初期塑性より決まる圧壊強度を表わす。さらに、二点鎖線は式（４・３・８）を用いて求めた初期たわみが無い場合の圧壊強度を表わす。図中に○印で示す実験結果は推定値とよい相関を示している。



(a) Stiffened plates free from welding residual stresses



(b) Stiffened plates with welding residual stresses

Fig. 4.3.9 Ultimate strength of symmetrically stiffened plates under thrust

(2) 限界剛比 $\gamma^U_{\min}$ の近似計算法

（初期たわみが無い場合）

この場合、圧壊強度に対する限界剛比 $\gamma^U_{\min}$ は式（４・３・７）および式（４・３・８）で得られる崩壊ＬＯおよび崩壊ＬＬの圧壊強度曲線の交点として求めることができる。この剛比を境として、補強板の崩壊形式は異なる。

（初期たわみが在る場合）

いま、$\gamma > \gamma^B_{\min}$ の範囲で、ある大きさの初期たわみが存在する場合を考える。Ｆｉｇ．４．３．９からも明らかなように、補強材寸法を増してゆくと、始めは実線で表わされる全体崩壊形式となっている。しかしながら、補強材寸法がある大きさ以上になると圧壊強度は一点鎖線で表わされるほぼ一定の値となり、崩壊形式も局部崩壊形式となる。両者の境界の補強材寸法で与えられる剛比を初期たわみが在る場合の圧壊強度に対する限界剛比と定義し、これを有効限界剛比 $_{\mathrm{eff}}\gamma^U_{\min}$ と呼ぶことにする。

$_{\mathrm{eff}}\gamma^U_{\min}$ は、弾性大たわみ解析を行なって板と補強材の初期塑性が同時に生じる補強材寸法、すなわちＦｉｇ．４．３．９に示す実線と一点鎖線の交点として定義できる。$\gamma^U_{\min}$ の場合と同様に、$_{\mathrm{eff}}\gamma^U_{\min}$ を境として補強板の崩壊形式は異なる。

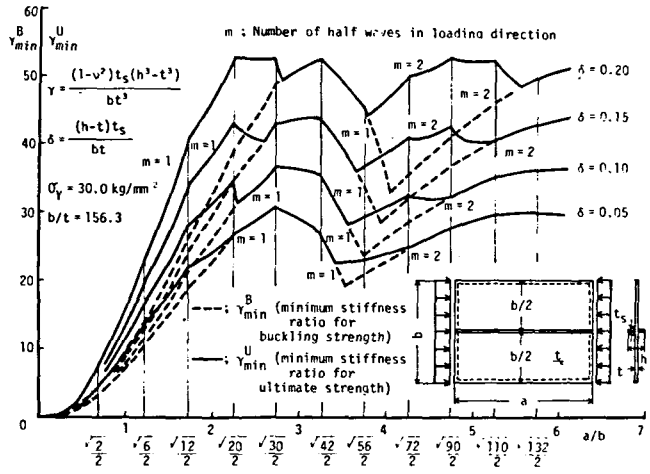
上述の方法を初期たわみが無い場合に適用しても、得られる $\gamma^U_{\min}$ は式（４・３・７）および式（４・３・８）の交点として求めた $\gamma^U_{\min}$ とほとんど一致する。したがって、この方法は初期たわみの有無にかゝわらず、統一的に有効限界剛比 $_{\mathrm{eff}}\gamma^U_{\min}$（$\gamma^U_{\min}$ を含む。）を推定する方法であるといえる。

４・３・５　一般の両面対称補強材の限界剛比

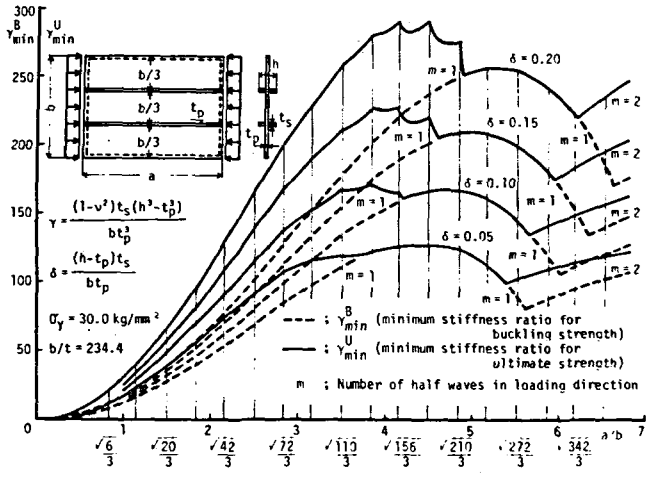
以上４・３・１項～４・３・４項において、最も基本的な場合として正方形補強板を対象として、補強板の基本的な挙動について明らかにした。ここでは対象をより一般化し、任意のアスペクト比を有する矩形板に任意本数の補強材が取り付けられた場合を考える。

いま、問題を簡単にするために、初期たわみおよび溶接残留応力は存在しないとする。同一寸法の補強材がＮ本等間隔に取り付けられている両面対称補強板の初期座屈強度は式（４・２・９）および式（４・２・１０）で、また２次座屈強度は式（４・２・１７）および式（４・２・１８）で、n＝Ｎ＋１として計算できる。したがって座屈強度に対する限界剛比 $\gamma^B_{\min}$ は式（４・２・９）より求まる全体座屈強度曲線と式（４・２・１０）より求まる局部座屈強度曲線の交点として求めることができる。

これに対して圧壊強度に対する限界剛比 $\gamma^U_{\min}$ は、崩壊ＬＯと崩壊ＬＬの圧壊強度曲線の交点と



(a) Stiffened plates with one longitudinal stiffener



(b) Stiffened plates with two longitudinal stiffeners

Fig. 4.3.10 Minimum stiffness ratios for buckling and ultimate strengths of symmetrically stiffened plates

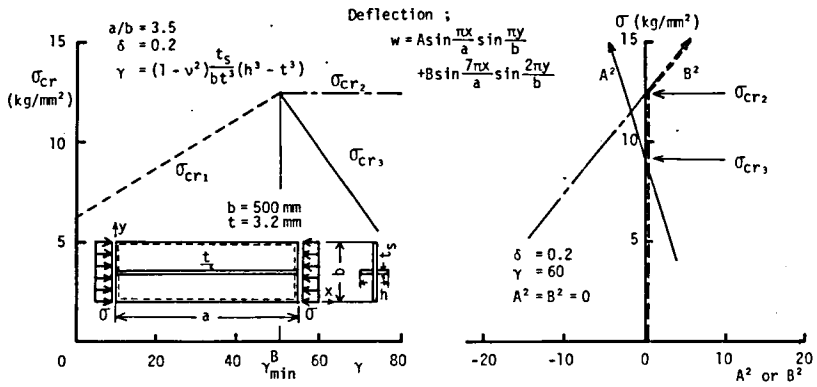
して求めることができる。崩壊ＬＯの圧壊強度は、局部座屈後の全体座屈としての２次座屈強度を表わす式（４・２・１７）で近似できる。また崩壊ＬＬの圧壊強度は、板の局部崩壊強度と補強材の圧壊強度（この場合は降伏強度）の面積平均として次式で与えられる。

$$\sigma_u / \sigma_Y = (\sigma_{up} / \sigma_Y + N\delta) / (1 + N\delta) \qquad (4\cdot3\cdot10)$$

ここで、σ_{up} / σ_Y は板の局部崩壊強度を表わし、本項では式（４・３・９）を用いる。

次に解析例を示す。ここでは、補強材が１本および２本取り付けられた板のアスペクト比を種々変化させて、$\gamma^B_{\min}$ および $\gamma^U_{\min}$ を求めた。それぞれの場合について得られた結果をＦｉｇ．４．３．１０（ａ）および（ｂ）に示す。ここで注目すべきは、あるアスペクト比の範囲では $\gamma^B_{\min}$ と $\gamma^U_{\min}$ が一致すること、また別のアスペクト比の範囲では、初期座屈としての全体座屈モードと２次座屈としての全体座屈モードが異なることである。

前者は次の理由による。いま一例として、断面積比 $\delta = 0.2$ の補強材が１本取り付けられたアスペクト比 $a / b = 3.5$ の補強板を考える。補強材の γ を種々変化させて座屈強度を計算するとFig. ４．３．１１（ａ）が得られる。 図の破線および一点鎖線は初期座屈としての全体座屈強度および局部座屈強度を表わす。また実線は、局部座屈が生じた後の２次座屈としての全体座屈強度を表わしているが、局部座屈強度よりも低い値となっている。いま、$\gamma = 60$ の場合について平均圧縮応力とたわみの係数の関係を示すとＦｉｇ．４．３．１１（ｂ）のようになる。図より明らかなように、２



(a) Buckling strength - γ　　(b) Compressive stress - deflection coefficients

Fig. 4.3.11 Buckling strength and load - deflection curves of stiffened plates under thrust (a/b = 3.5)

次座屈（σ_{cr3}）が生じる時の局部座屈モードのたわみの係数Bは虚数となり、物理的意味を持たない。したがって、この場合物理的に可能な変形は図の破線に沿った変形のみと考えられ、事実、$A_0/t = B_0/t = 0.01$ の初期たわみを与えた解析では全体座屈モードのたわみの係数Aはほとんど増えず、局部座屈モードのたわみの係数Bだけが、局部座屈荷重を越えると急増することが確かめられている。すなわち、このアスペクト比では $\gamma > \gamma^B_{min}$ の場合、板が局部座屈後局部崩壊する崩壊LLのみが生じ、この意味で $\gamma^U_{min} = \gamma^B_{min}$ となる。

後者は次の理由による。いま一例として、断面積比 $\delta = 0.2$ の補強材が1本取り付けられたアスペクト比 $a/b = 4.0$ の補強板を考える。補強材の γ を種々変化させて計算した座屈強度をFig. 4.3.12 に示す。図の破線および点線はそれぞれ荷重方向に1半波および2半波の初期座屈としての全体座屈強度を、また一点鎖線は初期座屈としての局部座屈強度を表わす。さらに実線および二点鎖線はそれぞれ荷重方向に1半波および2半波の2次座屈としての全体座屈強度を表わす。図より明らかなように、γ^B_{min} は1半波の全体座屈強度と局部座屈強度の交点となっているが、1半波の2次座屈強度は局部座屈強度よりも低い。しかしながら、この場合には板が局部座屈後局部崩壊するまでに2半波の2次座屈が生じる補強材寸法の領域があるので、γ^B_{min} と異なる γ^U_{min} が存在する。この場合には γ^B_{min} を境として生じる初期座屈および2次座屈としての全体座屈モードが異なる。

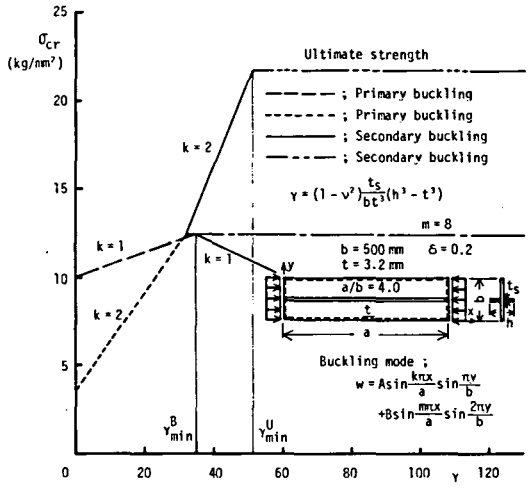


Fig. 4.3.12 Buckling strength of stiffened plates under thrust (a/b = 4.0)

4・3・6　結　論

本節では、面内圧縮荷重を受ける補強板の挙動の基本的な性質を調べる目的で、すべての力学現象が理想的な形で現われる両面対称補強板を対象として実験的および理論的研究を行ない、以下の知見を得た。

(1) 補強板に2次座屈現象が存在することを理論的に明らかにした。

(2) 補強材の取り付けによって生じる溶接残留応力は全体座屈強度を上昇させるが、局部座屈強度を低下させる。その結果、座屈強度に対する補強材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{B}$ は小さくなるが、その $\gamma_{\min}^{B}$ で保証される座屈強度の上限値も低下する。

(3) 補強材寸法によって、補強板の崩壊形式は基本的に3つに分類できることを明らかにした。すなわち、

（a）崩壊OO ； 全体座屈後、 全体崩壊する。

（b）崩壊LO ； 局部座屈後、 全体崩壊する。

（c）崩壊LL ； 局部座屈後、 局部崩壊する。

(4) 座屈強度に対すると同様、圧壊強度に対しても補強材の2つの限界剛比 $\gamma_{\mathrm{low}}^{U}$ および $\gamma_{\min}^{U}$ が存在することを明らかにした。この中で、$\gamma_{\min}^{U}$ は圧壊強度の上限値を与える意味で特に重要である。

(5) 溶接残留応力は、圧壊強度および $\gamma_{\min}^{U}$ に対して、(2) で述べた座屈強度および $\gamma_{\min}^{B}$ に対すると同様の影響を及ぼす。

(6) 初期たわみは補強板の圧壊強度を低下させる。特に $\gamma > \gamma_{\min}^{B}$ の場合、全体座屈モードの初期たわみは圧壊強度を著しく低下させる。

(7) 初期たわみが無い場合、局部座屈後の2次座屈強度で近似される圧壊強度曲線（式（4・2・17））と平板の局部崩壊強度から導かれる補強板の圧壊強度曲線（式（4・3・10））の交点として、$\gamma_{\min}^{U}$ を近似的に求めることができる。

(8) 初期たわみがある場合に対しても、補強板の圧壊強度の上限値を保証する補強材の剛比として、有効限界剛比 ${}_{\mathrm{eff}}\gamma_{\min}^{U}$ を定義した。この限界剛比は、弾性大たわみ解析を行なって得られる補強材の曲げ応力による初期塑性強度曲線と、板の面内応力による初期塑性強度曲線の交点として近似的に求めることができる。

4・4節　片面補強板の圧縮強度

船体構造等で見られる補強板は、その機能性を考慮して補強材を板の片側にのみ取り付ける場合が多い。そこで、本節では片面補強板を対象として、その圧壊強度および圧壊強度に対する補強材

の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ について論じる。

4・4・1　正方形補強板の圧壊試験

(1) 試験体概要

Fig.4.4.1に示すように、正方形板の中央線に沿って片面補強材を取り付けた補強板試験体を製作し、補強材方向に圧縮荷重を作用させて片面補強板の基本的な挙動について調べた。試験体の材料は両面対称補強板試験体と同じで、板厚3.13㎜、降伏応力34.63kg／㎟ の軟鋼薄板である。試験体は合計9体製作し、内2体を残留応力の計測用に供した。

$h/t=12.3$ の場合の残留応力計測結果を Fig.4.4.2(a) に示す。この場合の分布形状も、両面対称補強板の場合と同様に、Fig.4.4.2(b) に示すように直線近似できる。後出の理論解析では、この直線分布の溶接残留応力を用いた。

(2) 試験方法および試験結果

圧壊試験は、面外変形に対して単純支持となるように、Fig.3.3.3に示した治具を用いて行なった。試験では、荷重として板の中心線上に一様な圧縮変位を与え、補強板上のいくつかの点でひずみおよび横たわみを計測して補強板の変形挙動を追跡した。試験体寸法および試験結果をまとめて Table 4.4.1 に示す。

上述のように荷重は板の中心線上に加えたので、最初から偏心荷重となっている。そのために、補強材には最初から曲げ変形が生じる。しかしながら、最終強度に到る過程は基本的には両面対称補強板の場合と同じで、4・3・1項で示したように基本的に3つの崩壊形式が存在する。すなわち

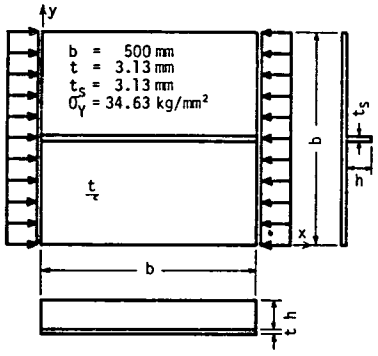


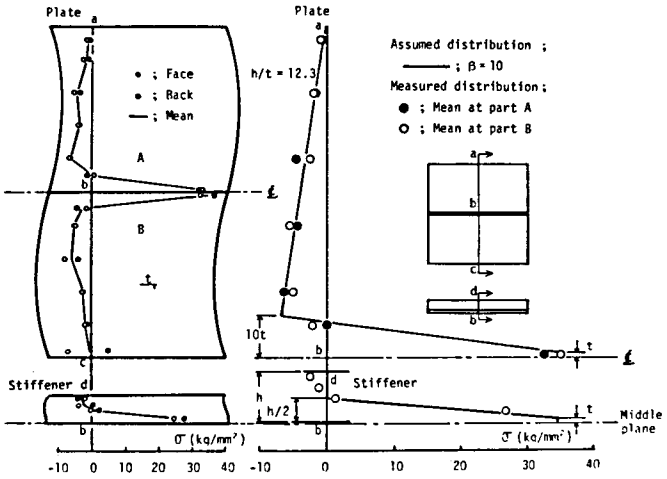
Fig. 4.4.1 Test specimen

（A） 崩壊OO

全体座屈モードのたわみが生じ、板および補強材が塑性化して全体崩壊する。

（B） 崩壊LO

板の局部座屈モードのたわみが生じた後に補強材の曲げ変形も大きくなり、補強材が塑性化して全体崩壊する。



(a) Measured distribution (b) Comparison of assumed distribution with measured one

Fig. 4.4.2 Distribution of welding residual stresses of a one-sided stiffened plate

Table 4.4.1 Details of specimens and test results

Specimen No.	h/t	δ	γ	w_0/t	P_u	σ_u/σ_Y	Collapse Mode	Residual Stress
1	5.91	0.037	1.176	0.07	17.15	0.305	Overall	Yes
2	6.53	0.041	1.586	0.09	19.00	0.337	Overall	Yes
3	7.16	0.045	2.091	0.06	19.00	0.336	Overall	Yes
4	7.51	0.047	2.413	0.05	21.02	0.370	Overall	Yes
5	7.99	0.050	2.906	0.10	21.75	0.382	Overall	Yes
6	8.88	0.056	3.989	0.02	25.50	0.446	Local	Yes
7	12.25	0.077	10.472	0.15	26.19	0.449	Local	Yes

where

h ; Hight of the stiffener (mm)
t ; Thickness of the plate (3.13 mm)
w_0 ; Maximum initial deflection measured (mm)
δ ; Area ratio of the stiffener to the plate
γ ; Bending stiffness ratio of the stiffener to the plate
P_u ; Ultimate load (ton)
σ_u ; Mean stress at the ultimate load (kg/mm²)
σ_Y ; Yield stress (kg/mm²)

（C） 崩壊ＬＬ

板に局部座屈モードのたわみが生じた後、板が局部崩壊して最終強度に達する。

各試験体の崩壊モードおよび圧壊強度をまとめてＦｉｇ．４．４．３に示す。図の○印は崩壊ＯＯ、□印は崩壊ＬＯ、また△印は崩壊ＬＬを表わす。さらに×印は $A_0/t = B_0/t = 0.01$ の初期たわみを仮定して、圧壊試験と同じ残留応力および境界条件のもとに有限要素法解析を行なって得られた圧壊強度を表わす。解析結果は実験結果とよい相関を示しており、片面補強板の解析に対しても有限要素法解析が有用であることがわかる。

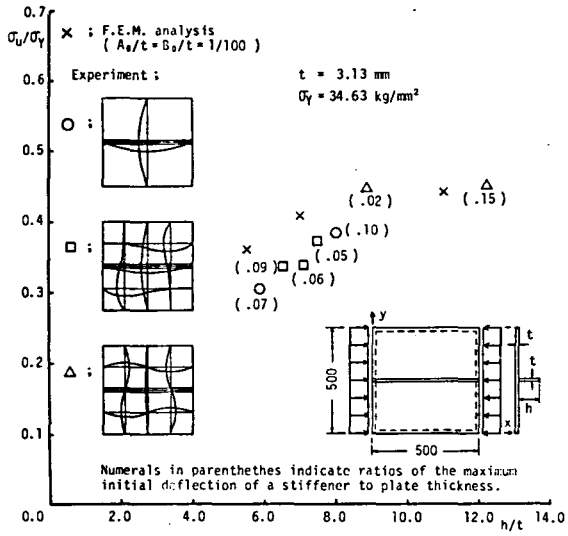


Fig. 4.4.3 Ultimate strengths of one-sided stiffened plates obtained by experiments and F.E.M. analysis

4・4・2　正方形補強板の座屈強度の理論解析

溶接残留応力が無い場合には、片面補強板の断面の図心に圧縮力を作用させると、ある大きさの圧縮力のもとで座屈が生じる。片面補強板の座屈強度は４・２・２項の式（４・２・１１）、式（４・２・１２）および式（４・２・１４）を用いて、式（４・２・９）および式（４・２・10）で表わされる。いま、全体座屈波形として１半波、局部座屈波形として２半波を仮定する。（$k = l = 1$、$m = n = 2$）全体座屈強度は式（４・２・９）より

$$\sigma_{cr1} = \left[2(\gamma_e + 2)\pi^2 D \right] / \left[b^2 t (1 + 2\delta) \right] \qquad (4\cdot4\cdot1)$$

また、局部座屈強度は式（４・２・１０）より

$$\sigma_{cr2} = 16\pi^2 D / b^2 t \qquad (4\cdot4\cdot2)$$

ここで

$$\gamma_e = \frac{E}{bD}\left[I + h t_s c^2 \left(1 - \frac{8}{\pi^2}\frac{\delta}{1+\delta} \right) \right]$$

$$D = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)}, \quad c = \frac{1}{2}(h+t), \quad I = \frac{t_s h^3}{12}, \quad \delta = \frac{h t_s}{b t}$$

$$(4\cdot4\cdot3)$$

他方、溶接残留応力が在る場合には、大たわみ挙動の解析のもととなる式（４・２・４）の$\{R_w\}$の項は零とならず、補強板は外力が零の状態からたわんでいる。この状態では、厳密な意味での座屈現象は存在しない。

さらに、４・２・２項で述べたように、片面補強板では初期座屈が生じると式（４・２・４）の$\{Q\}$がもはや零とならず、初期座屈と同時に他のモードのたわみも生じ始めるので、２次座屈現象は存在しない。

Ｆｉｇ．４．４．１に示した正方形補強板について、式（４・４・１）および式（４・４・２）を用

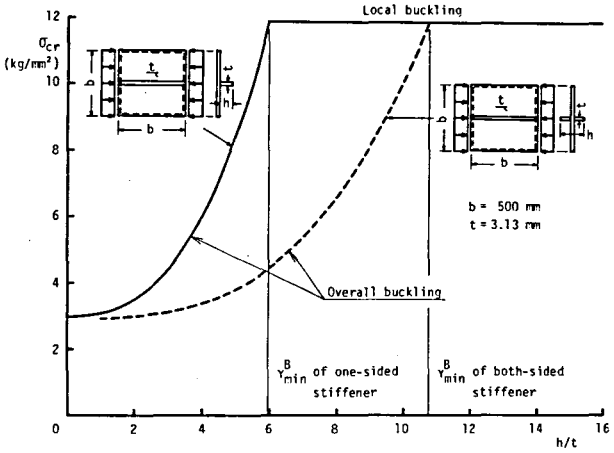


Fig. 4.4.4 Buckling strength of one-sided and symmetrically stiffened plates under thrust

いて計算した座屈強度をFig.4.4.4に実線で示す。また、図の破線は残留応力が無いとして、式（4・3・1）を用いて計算した両面対称補強板の座屈強度を表わす。両者を比較すると、片面補強板の方が座屈強度に対する補強材の限界剛比 γ_{min}^{B} が小さいことがわかる。これは、片面補強材の場合の有効曲げ剛性 I_{eff} が、式（4・4・3）の γ_e からわかるように次式で表わされるためである。

$$I_{eff} = I + c^2 A \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \frac{\delta}{1+\delta} \right) \qquad (4\cdot4\cdot4)$$

上式の曲げ剛性を式（4・2・13）に示されている両面対称補強材の曲げ剛性Iと比較すると、（式（4・4・4）の右辺第2項）＋（$E t_s t^3$／12）だけ大きくなっていることがわかる。

4・4・3　正方形補強板の圧壊強度の理論解析

(1) 補強板の近似弾塑性大たわみ解析

4・2・1項で説明した式（4・2・4）を用いて、補強材にのみ塑性化を考慮した近似弾塑性大たわみ解析を行なった。解析対称は500mm×500mmの正方形補強板で、板厚を3.2mmとした。補強材高さを種々変化させ、荷重を断面の図心に加えた。解析によって得られた平均圧縮応力とたわみの係数の関係をFig.4.4.5に示す。図の＋印は補強材の初期塑性を、また○印は板の初期塑

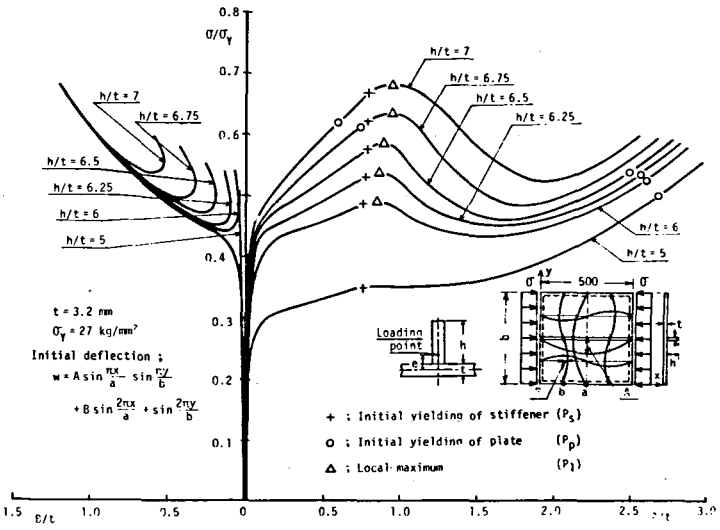


Fig. 4.4.5 Load-deflection coefficients curves of one-sided stiffened plates under thrust

性を表わしている。この解析では、補強材にのみ塑性化を考慮した解析となっているが、補強材寸法がある大きさ以上になると、補強材の塑性化後、荷重が一度極大値に達してから低下し、全体座屈モードのたわみの増加と共に再び上昇している。この間、局部座屈モードのたわみは荷重の低下と共にいったん減少するが、荷重が再び増加し始めると局部座屈モードのたわみもやがて増え始める。ある補強材寸法の範囲でこのような現象が生じることは、両面対称補強板の場合に有限要素法を用いて行なった詳細な弾塑性大たわみ解析の結果によっても確かめられている。

(2) 圧壊強度の近似推定法

ここでは、片面補強板の圧壊強度の近似推定法について述べる。(1) で示した解析例で、h/t = 5.0、6.5および10.0の場合について有限要素法解析を行なった。この解析結果をFig.4.4.5に示した近似弾塑性大たわみ解析の結果と比較してFig.4.4.6に示す。図の縦軸は平均圧縮応力、横軸は補強板中央部の横たわみを表わすが、近似弾塑性大たわみ解析の結果は有限要素法解析で得られた圧壊強度近傍までの荷重〜たわみ関係を示した。

近似弾塑性大たわみ解析の結果によると、最終強度に達する状態は4・4・1項の分類と同様に、補強材寸法によって次の3つに分類できる。

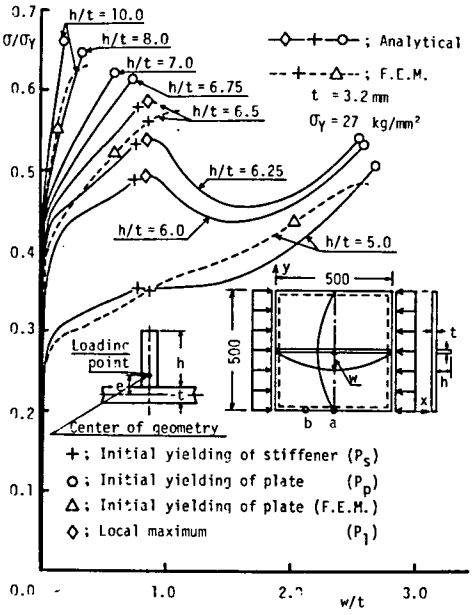


Fig. 4.4.6 Load - deflection curves of one-sided stiffened plates under thrust

i) 補強材が荷重P_sで塑性化した後も荷重は下がらず、板の初期塑性が荷重P_pで非載荷辺の中央部（Fig.4.4.6のa点）で生じる。（$h/t=5.0$の場合に相当し、全体変形が支配的）

ii) 局部座屈荷重近傍で局部座屈モードの変形が増え始め、同時に補強材の曲げ変形も増え始める。そして、荷重P_sで補強材が塑性化した後に荷重は極値P_eに達して一度低下するが、再び上昇し、荷重P_pで非載荷辺の中央部と1/4の点（Fig.4.4.6のa点とb点）の間で板の初期塑性が生じる。（$h/t=6.5$の場合に相当し、全体変形が支配的）

iii) ii)の場合と同様に局部座屈変形が進行し、荷重が極値P_eに達する前に、荷重P_pで非載荷辺の1/4の位置（Fig.4.4.6のb点）で板の初期塑性が始まる。（$h/t=10.0$の場合に相当し、局部変形が支配的）

実線上の＋印および○印は、それぞれ荷重がP_sおよびP_pとなる点を、また◇印はP_eとなる点を表わす。（板の初期塑性の判定は、面内応力成分を用いてMisesの降伏条件を適用する。）両解析法による結果は全般的によく一致しているといえる。

一般の補強板では、$\gamma>\gamma^B_{\min}$の補強材が取り付けられている。このような補強材が取り付けられている補強板の崩壊形式は崩壊LO（局部座屈後全体崩壊）と崩壊LL（局部座屈後局部崩壊）であるので、これらの崩壊が生じる場合の圧壊強度の推定法について検討する。

ところで、4・3・4項では、両面対称補強板で$\gamma>\gamma^B_{\min}$の場合、崩壊LOの圧壊強度は補強材の初期塑性強度をもって、また崩壊LLの圧壊強度は板の初期塑性強度をもって比較的精度良く推定できることを示した。Fig.4.4.6に示す荷重の偏心が無い場合には片面補強板でもこの推定法が有効である。しかしながら、荷重の偏心がある場合には、補強材の初期塑性後かなりの余剰耐力がある[133]。そのため、崩壊LOの場合に補強材の初期塑性強度を補強板の圧壊強度とすると、低目の評価になりすぎる。そこで、崩壊LOの場合には、荷重の極値P_eをもって補強板の圧壊強度とする。また、崩壊LLの場合には、板の初期塑性強度P_pをもって補強板の圧壊強度とする。

上記の推定法に基づいて求めた圧壊強度をまとめて、有限要素法解析の結果と比較し、Fig.4.4.7に示す。図の2本の実線は荷重を断面の図心および板の中心線上に加えた2つの場合の推定値を表わす。この実線上には2つの×印が記されているが、2つの×印の中間ではP_e、その両側ではP_pが圧壊強度の推定基準となっている。これらの推定値は、それぞれ○印および△印で表わされる有限要素法解析の結果と比較的よい相関を示している。

(3) 溶接残留応力が圧壊強度に及ぼす影響

次に、溶接残留応力が片面補強板の圧壊強度に及ぼす影響について検討する。解析に当っては、試験体の計測結果を理想化したFig.4.4.2（b）に示す分布の残留応力を用いた。

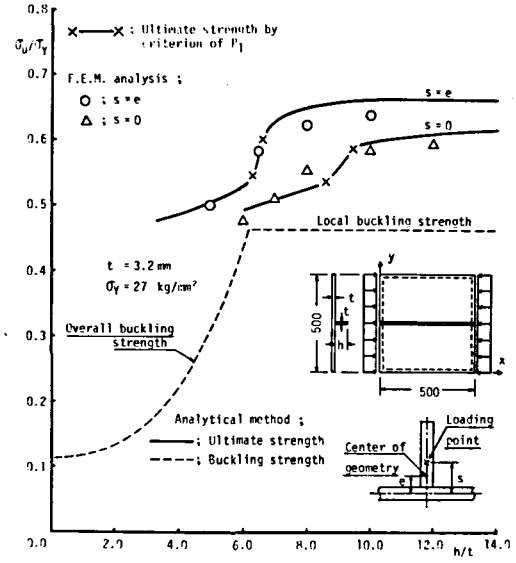


Fig. 4.4.7 Ultimate strength of one-sided stiffened plates under thrust

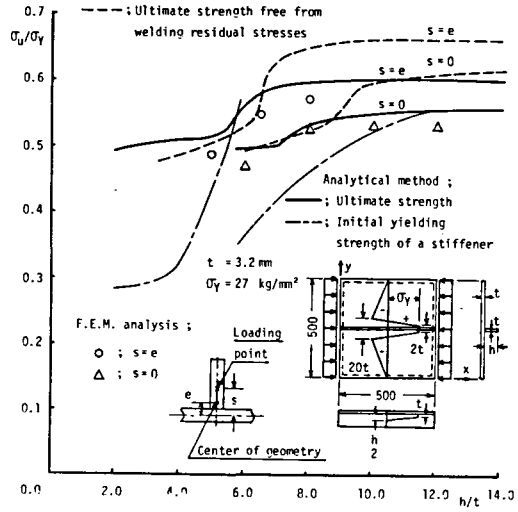


Fig. 4.4.8 Effect of welding residual stresses on the ultimate strength of one-sided stiffened plates under thrust

4・2・2項で述べたように、溶接残留応力が存在すると初期たわみが生じる。式（4・2・4）を用いて、外力項に相当する $d\sigma$ を零とおいて弾性大たわみ解析を行なうと、残留応力項 $\{R_w\}$ のために、$h/t=4.0$ の場合で板厚の 1／100、$h/t=10.0$ の場合で板厚の3／100程度の、補強材側が凸となる初期たわみが生じる。この状態を初期状態として、荷重を断面の図心および板厚の中心線上に加えた2種類の解析を行なった。前述の推定法に基づく圧壊強度を実線で、また、有限要素法解析の結果を○および△印でFig.4.4.8に示す。図より、溶接残留応力が在る場合にも、提案した圧壊強度の推定法は有効であることがわかる。

図中の破線はFig.4.4.7に示した残留応力が無い場合の圧壊強度の推定値を表わすが、これと実線を比較すると残留応力の影響がわかる。すなわち、板に生じている圧縮残留応力は、局部座屈モードの変形を助長させ、崩壊LLの圧壊強度を低下させる。これに対して、補強材取り付け部近傍の引張の残留応力は、全体座屈モードの変形に抵抗し、補強材の塑性化を遅らせて、崩壊LOの圧壊強度を上昇せしめる。これらの傾向は、両面対称補強板の場合と同様である。

(4) 初期たわみが圧壊強度に及ぼす影響

ここでは、初期たわみが補強板の圧壊強度に及ぼす影響を明らかにする目的で、全体座屈モードと局部座屈モードの和として表わされる式（4・3・6）の初期たわみを仮定して近似弾塑性大たわみ解析を行なった。解析に当っては、全体座屈モードおよび局部座屈モードの初期たわみの係数

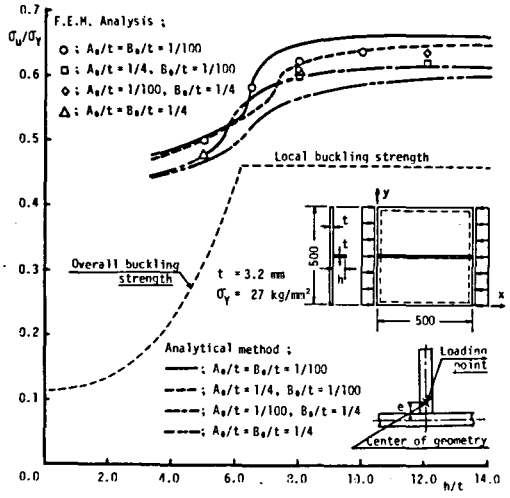


Fig. 4.4.9 Effect of initial deflection on the ultimate strength of one-sided stiffened plates under thrust

A_0およびB_0を下記の4種類に設定した。すなわち

CASE（A） A_0、B_0とも小　　CASE（B） A_0が大、B_0が小

CASE（C） A_0が小、B_0が大　　CASE（D） A_0、B_0ともに大

初期たわみ A_0は補強材が凸側となるものを考え、荷重は断面の図心に作用させた。

CASE（A）、（B）、（C）および（D）に対して、(2)で示した推定法に基づいて圧壊強度を求め、それぞれ実線、破線、一点鎖線および二点鎖線でFig.4.4.9に示す。図より明らかなように、局部座屈後に全体崩壊する崩壊LOが生じる範囲では、局部座屈モードよりも全体座屈モードの初期たわみの方が圧壊強度をより低下させる。これに対して、局部座屈後局部崩壊する崩壊LLが生じる範囲では、局部座屈モードの初期たわみの影響の方が大きい。

4・4・4　圧壊強度に対する片面補強材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$

(1) 片面補強材の $\gamma_{\min}^{U}$

片面補強板の場合にも両面対称補強板の場合と同様に、補強板の崩壊モードが崩壊LO（局部座屈後全体崩壊）から崩壊LL（局部座屈後局部崩壊）へ遷移する境界の補強材寸法として、現象論的に $\gamma_{\min}^{U}$ を定義することができる。これをFig.4.4.7にもどって考える。

図の実線上の2つの×印の間が崩壊LOに相当し、高い方の×印で崩壊LLに移行する。したがって、高い方の×印の点が $\gamma_{\min}^{U}$ を表わし、近似弾塑性大たわみ解析では $P_e = P_p$ の点に相当している。（この場合の P_p は、Fig.4.4.6に示す板のb点での板の初期塑性強度を表わしており、板の局部崩壊に相当している。）Fig.4.4.10の○印の点がこのようにして決定した $\gamma_{\min}^{U}$ を表わす。

ところで、現象論的見地から上述のように決定された $\gamma_{\min}^{U}$（$h/t=6.5$）では、まだ圧壊強度の上限値が得られていない。圧壊強度の上限値を得るためには、この解析例では $\gamma_{\min}^{U}$ の3.5倍程度の γ（$h/t=10.0$）を有する補強材が必要となる。

(2) 片面補強材の $\gamma_{\min}^{U}$ の近似計算法

4・3節で取り扱った両面対称補強板の場合には、$\gamma_{\min}^{U}$ は局部座屈後の2次座屈（全体座屈）強度曲線と板の局部崩壊より求まる圧壊強度曲線の交点として近似的に求め得ることを示した。これに対して片面補強板の場合には2次座屈が存在しない。そこでこの場合には、2次座屈強度曲線の代りに局部座屈が生じないとした全体座屈強度曲線を用い、これと板の局部崩壊より求まる圧壊強度曲線の交点として、近似的に $\gamma_{\min}^{U}$ を求めることにする。局部座屈が生じないとした全体座屈強度は、式（4・4・1）により与えられる。すなわち

$$\sigma_{cr}/\sigma_Y = \left[2(\gamma_e + 2)\pi^2 D \right] / \left[b^2 t (1+2\delta)\sigma_Y \right] \qquad (4\cdot4\cdot5)$$

ここで、γ_e、δおよびDは式（４・４・３）で与えられる。一方、板の局部崩壊より求まる圧壊強度は、両面対称補強板の場合と同様に、板の局部崩壊強度 σ_{up}/σ_Y と補強材の圧壊強度 σ_{us}/σ_Y の面積平均として、次式で与えられるとする。

$$\sigma_u/\sigma_Y = \left[\sigma_{up}/\sigma_Y + \delta\,\sigma_{us}/\sigma_Y \right] / \left[1+\delta \right] \qquad (4\cdot4\cdot6)$$

上式の σ_{up}/σ_Y としては前出の式（４・３・９）を、また σ_{us}/σ_Y としては荷重偏心の影響を考慮した後出の式（４・４・１３）を用いる。

式（４・４・５）および式（４・４・６）を用いた計算結果をそれぞれ破線および二点鎖線でFig.4.4.10に示す。両者の交点（●印）として与えられる γ（$h/t=7.1$）は○印で表わされた $\gamma^U_{\min}$（$h/t=6.5$）よりも多少大きくなるが、計算が容易で、かつ安全側であるので、上述の方法を $\gamma^U_{\min}$ の近似計算法として提案する。また、圧壊強度の上限値を得るためには、近似計算された $\gamma^U_{\min}$（$h/t=7.1$）の2.5倍程度の γ（$h/t=10.0$）を有する補強材を取り付ければよいことになる。

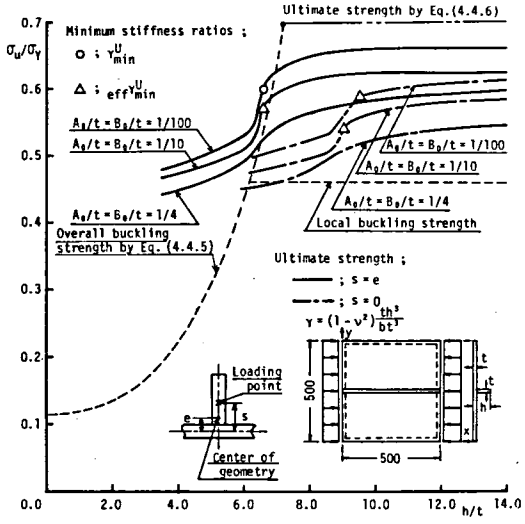


Fig. 4.4.10 Minimum stiffness ratios, $\gamma^U_{\min}$ and $_{eff}\gamma^U_{\min}$, for ultimate strength of one-sided stiffened plates under thrust

なお、現象論から離れて考えると、圧壊強度の上限値を得るためには、$\gamma^{B}_{\min}$（$h/t=6.06$）の4.5倍程度のγを有する補強材を取り付ければよいことになる。

(3) 初期たわみおよび荷重の偏心が $\gamma^{U}_{\min}$ に及ぼす影響

補強板に初期たわみあるいは荷重の偏心がある場合に対して、両面対称補強板では有効限界剛比 ${}_{\mathrm{eff}}\gamma^{U}_{\min}$ を定義した。片面補強板の場合にも、荷重の極値 P_e が存在する場合には、$\gamma^{U}_{\min}$ の場合と同様に $P_e=P_p$ の条件より ${}_{\mathrm{eff}}\gamma^{U}_{\min}$ が定義できる。これを示したものがFig.4.4.10の△印である。

補強材の初期たわみ量あるいは荷重の偏心量が大きい場合には、荷重の増加と共に補強材が曲げ変形する。その変形の程度によっては荷重の極値 P_e が現われず、最終強度時の崩壊形式も崩壊ＬＯと崩壊ＬＬが混合した形で生じる。このように、現象的に明確な遷移が無く、また強度的にも同様の傾向があり、補強材寸法の増加に従って圧壊強度も単調に増加する。補強材寸法を際限なく大きくすると、初期たわみおよび荷重偏心が無い場合に収束することは考えられるが、実用的ではない。このような場合には、現象的にも強度的にも ${}_{\mathrm{eff}}\gamma^{U}_{\min}$ を定義することができない。ある程度の圧壊強度を確保するためには、初期たわみ量および荷重の偏心量に応じたγを考えるべきであるが、その最小値として、少くとも $\gamma^{U}_{\min}$ 程度のものは必要である。

(4) 補強材の断面形状が $\gamma^{U}_{\min}$ に及ぼす影響

座屈強度の上限値を与える補強材寸法を表わす $\gamma^{B}_{\min}$ は補強材の断面形状に関係なく定めることができた。これに対して、$\gamma^{U}_{\min}$ は補強材の塑性化が関係するので、補強材の断面形状およびその降伏応力の影響を受ける。ここでは矩形断面の補強材に対象を限り、これら２つの因子の影響について検討する。まず初めに、補強材の断面形状の影響について調べる。

Fig.4.4.7に示した補強材と板の板厚が等しい場合を基準として、補強材の板厚が基準の２倍および1/2倍の場合について近似弾塑性大たわみ解析を行ない、前述の方法に従って圧壊強度を推定した。それぞれの場合について求めた補強板の圧壊強度および補強材の初期塑性強度をFig.4.4.11に示す。図の横軸は、それぞれの補強材寸法を剛比γで表わしたものである。図より明らかなように、同じ剛比でも補強材の板厚が厚い（高さが低い）ほど補強材の初期塑性強度は高くなり、崩壊ＬＯの圧壊強度も高くなる。これに対して、崩壊ＬＬの圧壊強度は変化せず、その結果、両者の境界（○印）で定義される $\gamma^{U}_{\min}$ は、補強材の板厚が厚いほど小さくてすむことになる。ただし、板厚が厚くなると同じ剛比で比較して断面積が大きくなる。このことは補強材の重量が増すことを意味しており、実用上はあまり有利といえない。事実、板厚が1.6mmと6.4mmの補強材が $\gamma^{U}_{\min}$ の寸法を有している時の重量比は、およそ５４：１００となっている。

ところで、Fig.4.4.11の細い破線は式（４・４・５）を用いて計算された座屈強度を、ま

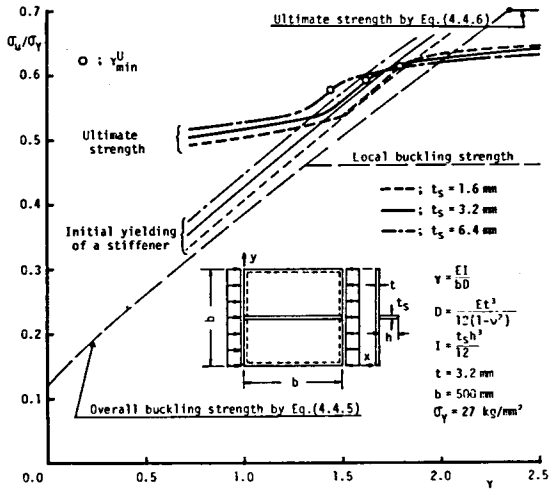


Fig. 4.4.11 Effect of the thickness of a stiffener on γ^U_{min}

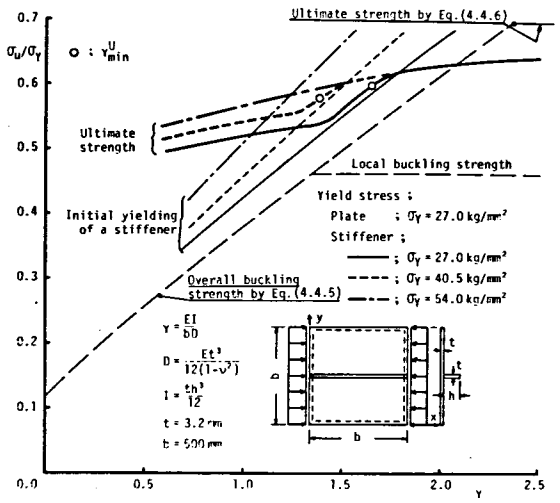


Fig. 4.4.12 Effect of the yield stress of a stiffener on γ^U_{min}

た細い実線は補強材の板厚を板と同じとして式（４・４・６）を用いて計算された圧壊強度を表わすが、前述のように、両者の交点として近似的に $\gamma_{\min}^{U}$ を定義することができる。通常は補強材の板厚の方が板の板厚よりも厚くなっているために、上記の $\gamma_{\min}^{U}$ はやゝ大きめではあるが安全側の妥当な値となる。

(5) 補強材の降伏応力が $\gamma_{\min}^{U}$ に及ぼす影響

次に補強材の降伏応力が $\gamma_{\min}^{U}$ に及ぼす影響について調べる。Ｆｉｇ．４．４．７に示した場合を基準として、補強材の降伏応力を基準の1.5倍および2.0倍として圧壊強度を求めた結果をＦｉｇ．４．４．１２に示す。図の横軸はＦｉｇ．４．４．11 と同様に補強材の剛比となっている。図より明らかなように、補強材の降伏応力が高いほど崩壊ＬＯの圧壊強度は上昇する。これに対して局部崩壊する崩壊ＬＬの場合の圧壊強度は、補強材の塑性化に関係しないために、補強材の降伏応力の影響は受けない。また、図の細い破線は式（４・４・５）を用いて計算された座屈強度、細い実線は基準の場合について式（４・４・６）を用いて計算された圧壊強度を表わす。両者の交点（●印）として近似的に求められる $\gamma_{\min}^{U}$ は、やゝ大きめではあるが○印の $\gamma_{\min}^{U}$ の安全側の近似となっている。

４・４・５　一般の片面補強板の圧壊強度および $\gamma_{\min}^{U}$

(1) 圧壊強度および $\gamma_{\min}^{U}$ の解析例

ここでは、一例として 500mm × 1000mm × 3.2mm の板に、補強材が２本から６本まで取り付けられた場合の解析結果を示す。板は

$$w_0 = A_0 \sin\frac{\pi x}{a} \sin\frac{\pi y}{b} + B_0 \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \qquad (4\cdot4\cdot7)$$

の補強材側が凸になる初期たわみを有しており、 $A_0/t = B_0/t = 0.01$ とした。それぞれの補強材本数の場合について、荷重を断面の図心に作用させ、式（４・２・４）に従って近似弾塑性大たわみ解析を行なった。そして、正方形補強板の場合に対して４・４・３項で提案した方法、すなわち、板の初期塑性強度 P_p または荷重の極値 P_e をもって圧壊強度を推定した結果をＦｉｇ．４．４．13 に実線で示す。　また、図の破線は、式（４・４・７）と同じ座屈波形を仮定して、式（４・４・９）および式（４・４・１０）を用いて計算した座屈強度を表わす。

補強材本数を増加させるに従って座屈強度および圧壊強度とも上昇するが、この解析例では、補強材本数が５本以上になると局部座屈が塑性座屈となり、局部座屈強度は降伏強度に等しくなる。

図の圧壊強度線上の○印は前述の $P_p = P_e$ となる点に相当し、$\gamma_{\min}^{U}$ を表わすが、正方形補強板の場合と同様に、この点での圧壊強度はその十分な上限値とはなっていないことがわかる。

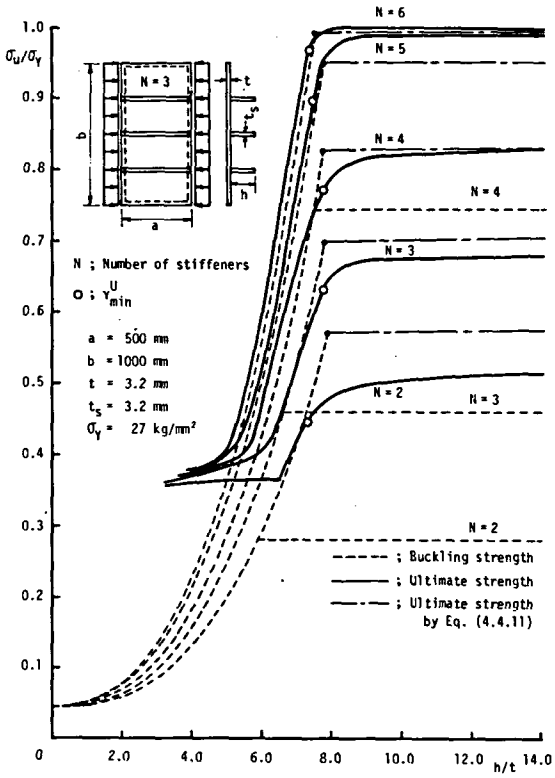


Fig. 4.4.13 Ultimate strength and γ^U_{min} of one-sided stiffened plates under thrust

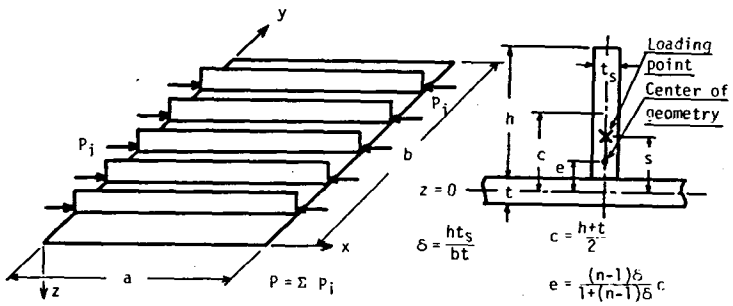


Fig. 4.4.14 One-sided stiffened plate under thrust

(2) $\gamma_{\min}^{U}$ の近似計算法

4・4・4項では、正方形板の中央線に沿って1本の補強材が取り付けられた場合を対象として、$\gamma_{\min}^{U}$ を求めるための近似計算法を提案した。ここでは、同様の方法を任意のアスペクト比、任意本数の補強材を有する補強板の場合に拡張して、近似的に $\gamma_{\min}^{U}$ を求める方法を示す。

片面補強板では $\gamma > \gamma_{\min}^{B}$ の補強材が取り付けられている場合、荷重を断面の図心に作用させると局部座屈が生じるが、同時に、荷重が偏心荷重となり補強材にも曲げ変形が生じ始めるので、2次座屈現象は存在しない。そこで、正方形補強板の場合と同様に、崩壊LOが生じる場合の圧壊強度は、局部座屈が生じないとした全体座屈強度をもって近似する。いま、Fig.4.4.14 に示すように、同一寸法の補強材がN本、アスペクト比 $\alpha = a/b$ の板に等間隔に取り付けられているとする。全体座屈波形として式(4・4・7)と同様の1半波のみを考えると、崩壊LOが生じる時の圧壊強度は式(4・2・9)より次式で近似できる。

$$\sigma_u / \sigma_Y = \left[(N+1)\gamma_e + (1+\alpha^2)^2 \right] \pi^2 D / \left[a^2 t \left\{ 1+(N+1)\delta \right\} \sigma_Y \right] \tag{4・4・8}$$

ここで

$$\gamma_e = \frac{E}{bD} \left[I + h t_s c^2 \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \frac{N\delta}{1+N\delta} \right\} \right] \tag{4・4・9}$$

$$D = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)}, \quad c = \frac{1}{2}(h+t), \quad I = \frac{t_s h^3}{12}, \quad \delta = \frac{h t_s}{b t} \tag{4・4・10}$$

これに対して、崩壊LLが生じる場合の補強板の圧壊強度は、片面補強板の場合にも両面対称補強板の場合と同様に、板が局部崩壊した時の平均圧縮ひずみがほゞ降伏ひずみに等しいことより、板の局部崩壊強度 σ_{up}/σ_Y と補強材の圧壊強度 σ_{us}/σ_Y の面積平均で与えられると考える。すなわち

$$\sigma_u / \sigma_Y = \left[\sigma_{up}/\sigma_Y + N\delta \ \sigma_{us}/\sigma_Y \right] / \left[1+N\delta \right] \tag{4・4・11}$$

いま、板に初期たわみおよび溶接残留応力が存在しないとすると、板の局部崩壊強度は式(3・4・17)で $\eta = 0$ として次式で与えられる。

$$\sigma_{up}/\sigma_Y = 1.356/(\xi - 0.1965) + 0.1437 \tag{4・4・12}$$

ここで、$\xi = b/(N+1)t\sqrt{\sigma_Y/E}$、また上式で求まる σ_{up}/σ_Y が 1.0 より大きい場合には、$\sigma_{up}/\sigma_Y = 1.0$ とする。

補強材の圧壊強度は、両面対称補強材の場合には補強材に曲げ変形が生じないために、$\sigma_{us}/\sigma_Y=1.0$とした。これに対して片面補強材の場合には、板が局部座屈した後に荷重が偏心荷重となる。このことを考慮して、粗い近似ではあるが、補強材の圧壊強度としてJohnsonによって提案されている次式を用いる。

$$\sigma_{us}/\sigma_Y=\sigma_E/\sigma_Y \qquad \left(\sigma_E \leqq \frac{1}{2}\sigma_Y\right)$$
$$\sigma_{us}/\sigma_Y=1-\sigma_Y/4\sigma_E \qquad \left(\sigma_E > \frac{1}{2}\sigma_Y\right) \qquad (4\cdot4\cdot13)$$

ここで、σ_Eは両端支持の補強材のEuler 座屈応力を表わし、次式で与えられる。

$$\sigma_E=\pi^2 E h^2/12a^2 \qquad (4\cdot4\cdot14)$$

したがって、$\gamma^U_{\min}$は式(4・4・8)および式(4・4・11)で表わされる崩壊LOおよび崩壊LLの圧壊強度曲線の交点として近似的に求めることができる。

Fig.4.4.13に示した解析例に対して、式(4・4・11)を用いて計算された圧壊強度を一点鎖線で図中に示す。この一点鎖線と式(4・4・8)を用いて計算された破線で表わされる全体座屈強度曲線との交点(●印)として近似的に求まる$\gamma^U_{\min}$は、○印で表わされる$\gamma^U_{\min}$のよい近似となっていることがわかる。たゞし、4・4・4項でも述べたように、この$\gamma^U_{\min}$ではまだ十分な圧壊強度の上限値が得られていない。そのために、式(4・4・8)および式(4・4・11)の交点として求まる$\gamma^U_{\min}$の2.5倍程度のγを、圧壊強度の上限値を得るための基準とすればよいと考えられる。

この他に考えるべき問題として、溶接残留応力が$\gamma^U_{\min}$に及ぼす影響がある。一般に片面補強板の場合には溶接残留応力によって初期たわみが生じるために、座屈現象が存在せず、式(4・4・8)に相当する座屈強度曲線はない。またその分布によって、式(4・4・11)に相当する局部崩壊強度も異なり、$\gamma^U_{\min}$および${}_{\mathrm{eff}}\gamma^U_{\min}$を定義することはできない。しかしながら、溶接残留応力が存在すると崩壊LOの圧壊強度は上昇し、崩壊LLの圧壊強度は低下する。そのために、$\gamma^U_{\min}$あるいは${}_{\mathrm{eff}}\gamma^U_{\min}$は残留応力が無い場合に比べると小さくなる。したがって、多少安全側とはなるが、残留応力が無い場合の近似計算法で求めた$\gamma^U_{\min}$を用いることもできる。たゞし、$\gamma^U_{\min}$の大小にかゝわらず、期待できる圧壊強度の上限値が低下することに注意を要する。さらに、いま少し議論を精密にすると、崩壊LOの圧壊強度としては残留応力を考慮しない式(4・4・8)を、また崩壊LLの圧壊強度としては、残留応力の影響を考慮したσ_{up}/σ_Yを用いて式(4・4・11)を計算し、$\gamma^U_{\min}$を求めればよい。実際の上甲板を想定した解析例を後出の5・3節に示す。

4・4・6　結　論

本節では、船体構造等で一般に用いられている片面補強板を対象として、その圧縮強度および圧壊強度に対する補強材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ について実験的および理論的研究を行ない、以下の知見を得た。

(1) 片面補強板では、両面対称補強板の場合に存在した2次座屈現象は存在しない。また、溶接残留応力は初期変形を生じさせるので、残留応力が在ると初期座屈も存在しない。

(2) 片面補強板の場合にも両面対称補強板の場合と同様に、現象的には全体崩壊から局部崩壊に移行する境界として圧壊強度に対する補強材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ が存在すると考えることができる。この $\gamma_{\min}^{U}$ は、補強材にのみ塑性化を考慮した近似弾塑性大たわみ解析を行なって、板の初期塑性が荷重の極値で生じる条件（ $P_e = P_p$ ）で定義できるが、近似的には、全体座屈強度曲線（式（4・4・8））および板の局部崩壊より求まる圧壊強度曲線（式（4・4・11））の交点として求めることができる。

(3) 補強材の γ が $\gamma_{\min}^{U}$ よりも大きい補強板が局部崩壊して達する圧壊強度は、補強材の断面形状および降伏応力の影響を受けない。これに対して γ が $\gamma_{\min}^{U}$ よりもやゝ小さく局部座屈後全体崩壊する場合の圧壊強度はその影響を受ける。$\gamma_{\min}^{U}$ も補強材の断面形状および降伏応力の影響を受けるが、(2)で示した近似計算で求まる $\gamma_{\min}^{U}$ を越えることはない。

(4) 片面補強板の場合、現象的には(2)に示したように $\gamma_{\min}^{U}$ を定義できるが、圧壊強度の上限値を得るという強度的な立場からは、(2)に示す方法で近似的に求めた $\gamma_{\min}^{U}$ の2.5倍程度の γ を基準とすればよい。

(5) 局部座屈波形および全体座屈波形の初期たわみは共に片面補強板の圧壊強度を低下させる。また、溶接残留応力は局部崩壊の圧壊強度を低下させるが、全体崩壊の圧壊強度を上昇させる。

4・5節　総　括

本章では、溶接構造物中の補強板が面内圧縮荷重のもとで示す挙動について、実験的および理論的に明らかにした。

まず、4・2節では、補強材にのみ塑性化を考慮した近似弾塑性大たわみ解析の解析手順を示した。

4・3節では、種々の力学現象が明確に現われる両面対称補強板を対象として、実験的および理論的研究を行ない、補強板の崩壊形式は、補強材寸法によって基本的に3種類に分類できることを明らかにした。すなわち、崩壊OO（全体座屈後、全体崩壊）、崩壊LO（局部座屈後、全体崩壊）および崩壊LL（局部座屈後局部崩壊）である。そして、座屈強度に対すると同様に圧壊強度に対

しても、その上限値を保証する補強材の限界剛比が存在することを明らかにし、これを新たに、$\gamma_{\min}^{U}$ と定義した。この $\gamma_{\min}^{U}$ を境として、崩壊形式は崩壊ＬＯから崩壊ＬＬに変わる。また、初期たわみおよび溶接残留応力が、補強板の圧壊強度および $\gamma_{\min}^{U}$ に及ぼす影響について明らかにし、初期たわみが在る場合に対してはその影響を考慮した有効限界剛比 ${}_{\mathrm{eff}}\gamma_{\min}^{U}$ を定義した。

４・４節では、船体構造等で一般に用いられている片面補強板を対象として、実験的および理論的研究を行ない、片面補強板の場合にも両面対称補強板の場合と同様に、現象的に $\gamma_{\min}^{U}$ が存在することを明らかにした。また、初期たわみ、溶接残留応力および補強材の断面形状と降伏応力が片面補強板の圧壊強度および $\gamma_{\min}^{U}$ に及ぼす影響について明らかにした。

また、４・３節および４・４節では、崩壊ＬＯと崩壊ＬＬが生じる場合の圧壊強度を求めるための近似計算法、および両者の交点として近似的に $\gamma_{\min}^{U}$ を求める方法を提案した。両面対称補強板の場合にはこの $\gamma_{\min}^{U}$ で補強板の圧壊強度の上限値が保証される。これに対して片面補強板の場合には、その圧壊強度の上限値を得るためには、上記の方法で求めた $\gamma_{\min}^{U}$ の 2.5 倍程度の剛比を有する補強材を必要とする。

第５章　船体上甲板の圧壊強度

５・１節　緒　言

本章では、船体圧縮部材として船体上甲板を想定し、前出の３章および４章に於ける研究成果をもとに、その圧壊強度について検討する。

通常、船体上甲板は甲板縦材、縦桁および横ビームで補強され、船側板、縦隔壁および横隔壁によって支持されている。これらの組み立てはいずれも溶接によって行なわれており、その結果、上甲板には必然的に溶接残留応力および溶接変形が生じている。これらの溶接初期不整は部材寸法、溶接条件によって異なり、したがって、その強度に対する影響も異なってくる。

５・２節では、船体上甲板の寸法、甲板縦材のすみ肉溶接条件について調査し、その結果をもとに、船体上甲板に生じている残留応力分布の推定式を導く。さらに、船体上甲板に生じている初期たわみ波形および初期たわみ量の実測データをもとにして、その一般的傾向について検討する。

５・３節では、船体上甲板に発生している上記の溶接初期不整を考慮して、甲板縦材および横ビームで囲まれた１パネルの局部圧壊強度を求める。

これに対して５・４節では、船体上甲板の縦桁間のパネルを上甲板と甲板縦材より構成される補強板と考え、その圧壊強度の上限値、および上限値を得るために必要な甲板縦材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ について検討する。また、上甲板が溶接初期不整を伴っている場合についても考える。最後に、これらの結果をもとにして、単純化した矩形断面を有する箱船を対象として、その上甲板の最適補強法を考える。

５・２節　船体上甲板パネルに生じる溶接初期不整

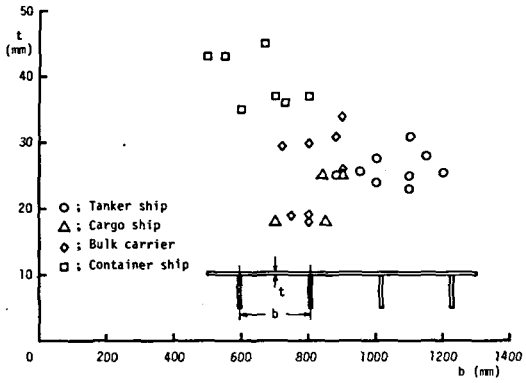
5・2・1　船体上甲板寸法

船体上甲板は甲板縦材、縦桁および横ビームで縦横に補強されているが、これらに囲まれた１パネルは通常アスペクト比が４から６の、縦方向に長い矩形板となっている。船の種類によって船体上甲板の寸法は異なるが、ここでは、タンカー、貨物船、バルク・キャリアーおよびコンテナ船について調査した一例をＦｉｇ．５．２．１（ａ）に示す。図の横軸は甲板縦材の間隔 b を、また縦軸は上甲板の板厚 t を表わす。これより、甲板縦材の間隔とパネルの細長比 $b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ の関係を求め、Ｆｉｇ．５．２．１（ｂ）に示す。図の３本の縦軸は、上甲板の降伏応力 σ_Y を ２５kg／mm²、３０kg／mm² および ３５kg／mm² と ３種類変化させたパネルの細長比を表わす。

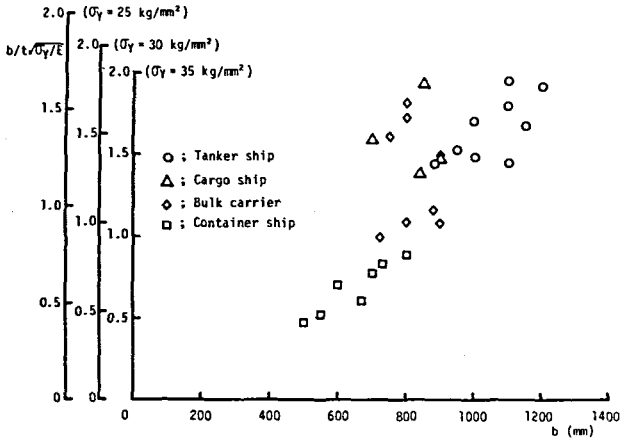
コンテナー船の場合には、パネルの細長比が0.4～0.8の範囲にあり、３章で示した解析結果（Ｆｉｇ．３．４．１６）からも明らかなように、その圧壊強度は溶接残留応力の影響を受けない。こ

れに対して貨物船およびタンカーでは、パネルの細長比は1.2～2.0の範囲にあり、残留応力および初期たわみの影響を大きく受ける寸法となっている。これら溶接初期不整が上甲板の局部圧壊強度に及ぼす影響については、5・3節で詳述する。

なお、甲板縦材の板厚は、通常上甲板の板厚の1.0～1.5倍となっている。



(a) Thickness of upper deck plates



(b) Slenderness ratios of upper deck plates

Fig. 5.2.1 Dimensions of upper deck plates of various ships

5・2・2　甲板縦材の溶接条件

甲板縦材は、すみ肉溶接によって上甲板に取り付けられている。すみ肉の脚長は、通常、接合される２枚の板の薄い方の板厚の７０％程度となっている。これを船体上甲板の場合に適用すると、すみ肉の脚長は上甲板パネルの板厚の７０％程度と考えればよい。

ところで、実際の溶接作業に際しては、脚長によって溶接条件が規定されている。脚長と板厚の関係、および脚長と溶接条件の関係をもとに、上甲板パネルの板厚と溶接入熱量の関係を求めてＦｉｇ．５．２．２に示す。板厚が厚くなると、通常は多層溶接が行なわれている。図の｜は全入熱量、また○、△、◇、●および▲印はそれぞれ各パスにおける最大入熱量を表わす。

Ｆｉｇ．５．５．２より、上甲板に甲板縦材を多層すみ肉溶接で取り付ける場合に、各パスの中での最大入熱量 ΔQ_{max} は、少し多めに見積って

$$\Delta Q_{max} = 30{,}000 \quad (\text{Joule}/\text{cm}) \qquad (5\cdot2\cdot1)$$

また、全入熱量の最大値は

$$Q = \Sigma \Delta Q_{max} = 3{,}000\,t \quad (\text{Joule}/\text{cm} \qquad (5\cdot2\cdot2)$$

で近似できる。上式の t は上甲板パネルの板厚を表わす。式（５・２・１）および式（５・２・２）による計算値をそれぞれ実線および一点鎖線でＦｉｇ．５．２．２に示す。

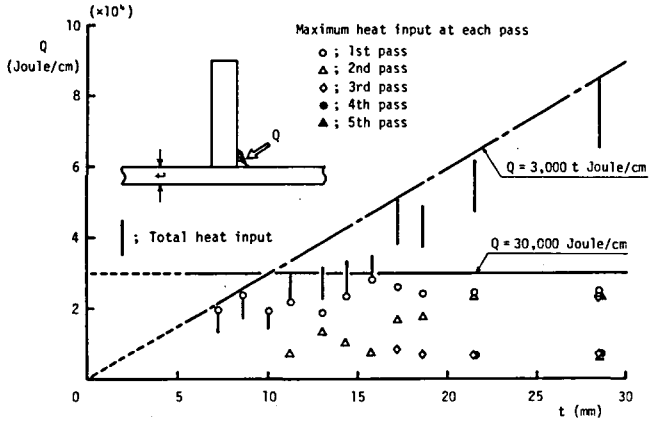


Fig. 5.2.2 Relation between plate thickness and heat input at fillet welding

5・2・3　船体上甲板パネルに発生する溶接残留応力

(1) 有限要素法による熱弾塑性応力解析

すみ肉溶接によって実際にどのような残留応力が生じるかを明らかにするために、有限要素法を用いた熱弾塑性応力解析[89]を行なった。すなわち、Fig.5.2.3に示すように、巾2000mm、厚さ12mmの板の中央に、高さ400mm、板厚16mmの平板の補強材が取り付けられる場合を想定して解析を行なった。溶接条件はFig.5.2.2に示した板厚12mmの場合の条件、すなわち、片側2パス多層すみ肉溶接で、入熱量としては1パス目21,910 Joule/cm、2パス目7,600 Joule/cm とした。解析に当って、板の断面が平面を保つと考え、また材料は軟鋼(SM40)

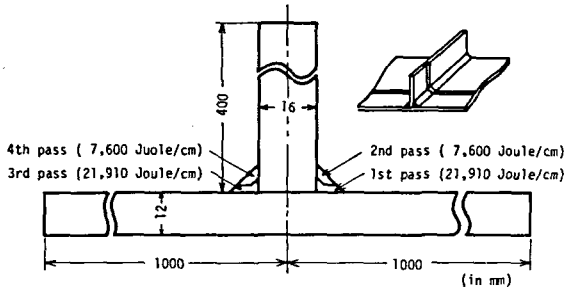


Fig. 5.2.3 Model for elastic-plastic thermal stress analysis of fillet welding

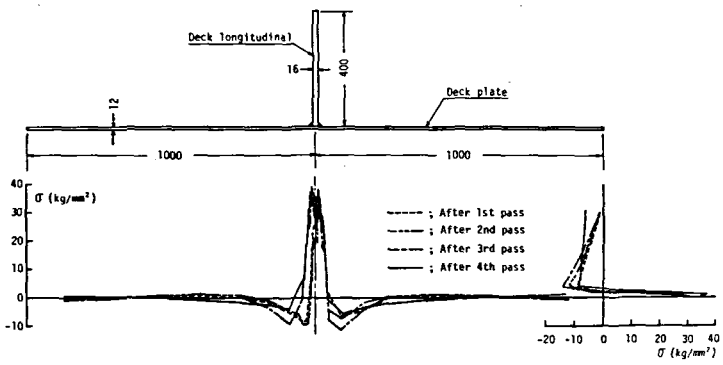


Fig. 5.2.4 Distribution of residual stresses due to fillet welding (F.E.M. analysis)

を想定した。

各パス終了後の残留応力分布をFig.5.2.4に示す。図より明らかなように、引張残留応力が生じる部分の幅は、第1パスと第2パスの終了後を比較するとほとんど変わらない。この引張の残留応力が生じている部分の幅は、圧縮の固有ひずみが生じている部分とほゞ一致するが、この部分の幅は多層溶接の場合、最大入熱量を有するパスの溶接でほゞ決まると考えられる。本解析例では第1パスの入熱量の方が大きいために、多少位置をずらせて第2パスの溶接を行なっても、引張残留応力が生じる部分の幅はほとんど変わらないものと考えられる。第3パスと第4パスに関しても同様の現象が見られる。

(2) 残留応力分布の簡易推定式

船体上甲板パネルに生じている溶接残留応力分布を精度よく知るためには、熱弾塑性応力解析を行なうか、あるいは実験によって計測する必要がある。しかしながら、個々の場合について解析あるいは計測を行なうことは非常な手数を必要とする。そこで、ここでは船体上甲板パネルに生じている溶接残留応力分布の簡易推定法について検討する。これまでにも、Fig.5.2.5に示すような1パスの突合せ継手の溶接残留応力分布の近似推定式が提案されている[136)]。それによると、入熱量Q(Cal/cm)、板の半幅W(cm)および板厚t(cm)の間に、$W \geqq 10^{-2}\ Q\ t$ の関係がある場合、突合せ継手の残留応力分布は次式で近似できる。

$$\sigma_1 = (1.0 \sim 1.1)\ \sigma_Y$$
$$\sigma_2 = -0.25\ \sigma_Y \qquad (\mathrm{kg/mm^2}) \qquad (5\cdot2\cdot3)$$

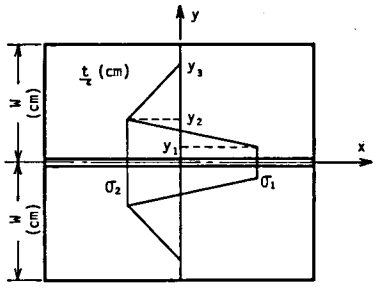


Fig. 5.2.5 Simplified distribution of residual stresses due to butt welding

$$y_1 = 0.6 \times 10^{-3}\ Q/t$$

$$y_2 = 2.0 \times 10^{-3}\ Q/t \qquad (\mathrm{cm}) \qquad (5\cdot2\cdot4)$$

$$y_3 = 11.0 \times 10^{-3}\ Q/t$$

ここで、σ_Y（kg／mm²）は板の降伏応力を表わす。いま、片側の板に注目すると、この部分に投与された熱量ΔQは、対称性より$\Delta Q = Q/2$となる。Qの代りにΔQを用いると式（５・２・４）は

$$y_1 = 1.2 \times 10^{-3}\ \Delta Q/t$$

$$y_2 = 4.0 \times 10^{-3}\ \Delta Q/t \qquad (5\cdot2\cdot5)$$

$$y_3 = 22.0 \times 10^{-3}\ \Delta Q/t$$

本研究では、これらの式を多層すみ肉溶接の場合にも、そのまゝ拡張して適用することを試み、その精度を検討する。

i）すみ肉溶接への拡張

突合せ継手の場合には、投与された熱量はFig.5.2.6（a）に示すように、両方の板に1／2づつ流れると考えてよい。これに対してすみ肉溶接の場合には、投与された熱量はFig.5.2.6（b）に示すように３方向に流れることになる。いま、粗い近似ではあるが、各方向にそれぞれの板厚に比例した熱量が流れると仮定する。この場合、すみ肉溶接による入熱量をQとすると、上甲板の一方向への入熱量ΔQ_pは

$$\Delta Q_p = \frac{t}{t_s + 2t}\ Q \qquad (5\cdot2\cdot6)$$

また、甲板縦材への入熱量ΔQ_sは次のようになる。

(a) Butt welding　　(b) Fillet welding

Fig. 5.2.6 Schematic representation of heat flow at welding

$$\Delta Q_s = \frac{t_s}{t_s + 2t} Q \qquad (5\cdot2\cdot7)$$

実際の突合せ継手とすみ肉継手の差は上述のように単純なものではない。しかしながら、後に示すように、この程度の近似で比較的精度よく残留応力分布を推定できる。

ii) 多層溶接への拡張

本項(1)に示した有限要素法解析の結果のところでも述べたが、圧縮の固有ひずみが生じている部分の幅は、最大入熱量を有するパスの溶接でほゞ決まると考えられる。このことは、最大入熱量で残留応力分布がほゞ決まることを意味する。したがって、式(5・2・6)および式(5・2・7)の入熱量Qとして、この最大入熱量ΔQ_{max}をとれば十分と考えられる。

結局、多層すみ肉溶接によって上甲板パネルに生じる溶接残留応力分布は、式(5・2・5)のΔQの代りにΔQ_pを用い、式(5・2・6)の入熱量Qとして最大入熱量ΔQ_{max}を考えると、y座標の原点を甲板縦材の中心線上にとり次式で表わせる。

$$y_1 = t_s/2 + 1.2 \times 10^{-3} \Delta Q_{max}/(t_s + 2t)$$

$$y_2 = t_s/2 + 4.0 \times 10^{-3} \Delta Q_{max}/(t_s + 2t) \qquad (5\cdot2\cdot8)$$

$$y_3 = t_s/2 + 22.0 \times 10^{-3} \Delta Q_{max}/(t_s + 2t)$$

また、

$$\sigma_1 = \sigma_Y \qquad (5\cdot2\cdot9)$$

とする。

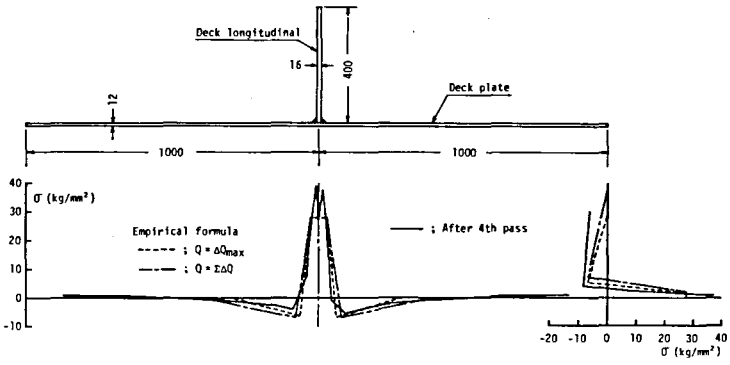


Fig. 5.2.7 Comparison of the predicted distribution of welding residual stresses with calculated one

この推定法の妥当性を確かめるために、式（５・２・８）および式（５・２・９）によって推定された残留応力分布をＦｉｇ．５．２．４に示した有限要素法解析の結果と比較してＦｉｇ．５．２．７に示す。図の実線は有限要素法解析による最終パス終了時の残留応力分布を、また破線は式（５・２・８）で ΔQ_{max} ＝ ２１,９１０ Joule／cm として、甲板縦材に関して片側づつ別に推定した結果を表わす。両者は比較的よい相関を示しており、式（５・２・８）の妥当性が確かめられた。

なお、図中の一点鎖線は、式（５・２・８）で ΔQ_{max} の代りに全入熱量 Ｑ（ ＝ ２１,９１０ Joule／cm ＋ 7,６００ Joule／cm ）を用いた場合を表わす。図より、全入熱量を用いると、引張残留応力が生じている部分の幅が大きくなりすぎることがわかる。

(3) 船体上甲板パネルの溶接残留応力分布

船体上甲板パネルに甲板縦材を多層すみ肉溶接する時の最大入熱量は式（５・２・１）で与えられる。式（５・２・８）の ΔQ_{max} にこの最大入熱量を用いると、

$$y_1 = t_s/2 + 8.64/(t_s + 2t)$$

$$y_2 = t_s/2 + 28.8/(t_s + 2t) \qquad (5\cdot2\cdot10)$$

$$y_3 = t_s/2 + 158.4/(t_s + 2t)$$

一例として、甲板縦材の間隔を b ＝１０００mm、上甲板パネルの板厚を t ＝２０mm、また甲板縦材の板厚を t_s ＝1.２５ t として計算した残留応力分布をＦｉｇ．５．２．８に破線で示す。

ところで、溶接残留応力分布の引張応力が生じる部分の幅は入熱条件だけでほゞ決まることが知られたが、圧縮応力の分布形は種々の力学条件、境界条件の影響を受けることが知られている。式（５・２・３）および式（５・２・４）を導いた解析および実験の対象は有限板の板継ぎの場合で

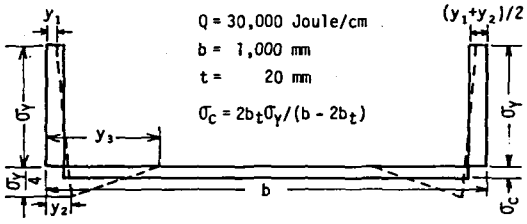


Fig. 5.2.8 Predicted distribution of welding residual stresses in a deck plate

あり、溶接線に沿った収縮の固有ひずみのために面内曲げが生じ、溶接線から離れた部分で引張応力が生じる。そのために、溶接線から離れるに従って圧縮の残留応力が減少してゆくものと考えられる。

これに対して、船体上甲板のような連続パネルの場合には、このような面内曲げ応力の影響は小さいと考えられる。事実、連続パネルを想定して4辺が直線を保つと考え、平行な2辺に沿って面内の固有ひずみを与えたFig.3.4.13の解析結果では、板中央部の圧縮残留応力はほゞ一様となっている。そこで、Fig.5.2.8に示した破線の分布をより単純化して、同図に実線で示すような矩形分布に置き換える。すなわち、引張残留応力が生じる部分の幅を$(y_1+y_2)/2$とし、この引張応力にパネルだけで釣り合う一様分布の圧縮応力を考える。引張残留応力が生じる部分の幅b_tは次式で与えられる。

$$b_t = t_s/2 + 18.72/(t_s + 2t) \qquad (5\cdot2\cdot11)$$

また、甲板縦材の間隔をbとすると、圧縮の残留応力σ_cはパネルだけで自己平衡条件を考えると、次式で与えられる。

$$\sigma_c/\sigma_Y = 2b_t/(b-2b_t) \qquad (5\cdot2\cdot12)$$

甲板縦材の板厚t_sをパネルの板厚tの1.0、1.25および1.5倍と変化させ、式(5・2・11)を用いて計算された引張残留応力が生じる部分の幅をFig.5.2.9に示す。

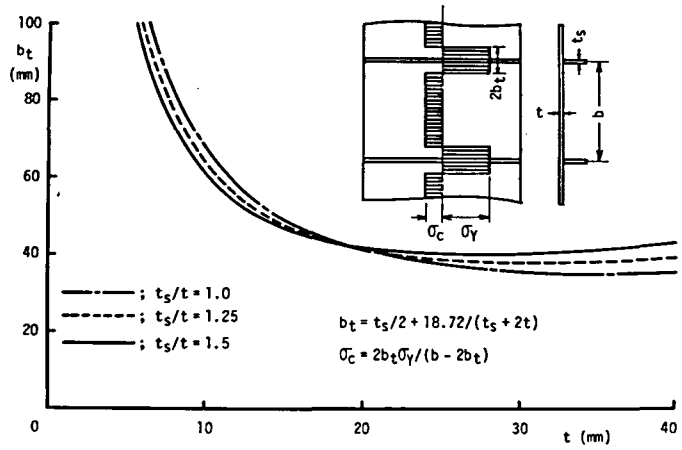


Fig. 5.2.9 Welding residual stresses in an upper deck plate of a ship structure

5・2・4　船体上甲板パネルに発生する溶接変形

(1) 上甲板パネルの溶接変形の計測例

ここでは、甲板縦材および横ビームで囲まれた1パネルに発生している溶接変形について検討する。このパネルに生じる初期たわみは、前にも述べたように、すみ肉溶接部の角変形および圧縮の残留応力の重畳効果で生じ、一般に非常に複雑なたわみ波形となっている。このような初期たわみを、理論解析によって忠実に再現することはほとんど不可能である。そこで、実際に生じている初期たわみの計測例をもとに、その一般的傾向について調べる。

船体各部に生じている初期たわみ量に関しては比較的多くの計測例が報告されており[137)]、これをもとに種々の工作精度標準が設けられている。[138)〜141)] これに対して、初期たわみ波形の計測結果はわずかである。[142),143)] しかしながら、3・4節の議論でも明らかなように、初期たわみ量と共に、初期たわみ波形も上甲板パネルの圧壊強度に重大な影響を及ぼす。そこで、本研究では、日本造船研究協会第127部会の研究で報告されている計測結果[142)]をもとに、船体上甲板パネルの初期たわみ波形の一般的傾向について考察を加える。

Fig.5.2.10（a）に23万トンタンカーの上甲板で計測された初期たわみの3例を示す。計測の対象となった板は24mm×940mm×5000mmの矩形パネルで、図は長辺方向の中心線上での横たわみを表わす。これらの中心線上でのたわみ波形は次式で表わされる三角級数に展開できる。

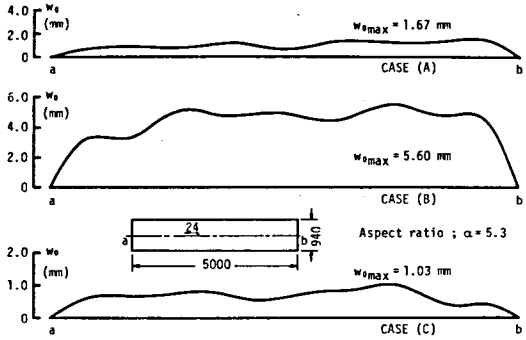
$$w_0 = \Sigma A_{0m} \sin \frac{m\pi x}{a} \qquad (5\cdot2\cdot13)$$

mを1から11までとり、最小二乗法でたわみの係数を決め[142)]、最大初期たわみ量で無次元化しFig.5.2.10（b）に示す。

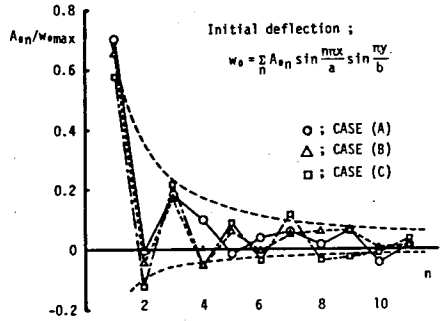
Fig.5.2.10（a）に示した計測結果は1半波成分が大きい、ほゞ前後対称なたわみ波形となっているが、これはFig.5.2.10（b）で、全般的に奇数項の係数の方が偶数項の係数より大きいことからもうかがえる。他の計測例[142),143)]とも比較するとアスペクト比が大きくなるほどこの傾向が強く、通常の船体上甲板パネルのアスペクト比の範囲では、Fig.5.2.10に示した傾向が一般的であると考えてよい。

(2) 有効初期たわみ係数

3・4・2項(4)では、初期たわみ波形として2波の組み合せを考え、どちらのモードで崩壊するかを決める限界初期たわみ比なる概念を提案した。しかしながら、実際の上甲板パネルに生じている初期たわみの波形は、Fig.5.2.10に示すように2波のみでは表わし得ず、複雑な形状となっている。そのために、限界初期たわみ比の概念を適用して、どのようなモードで崩壊に到るかを



(a) Measured initial deflection



(b) Coefficients of initial deflection

Fig. 5.2.10 Existing initial deflection in upper deck panels of a tanker ship

簡単に予測することはできない。そこで、Fig.5.2.10 に示した3例について、式(2・2・25)および式(2・2・26)に基づいた弾性大たわみ解析を行なった。解析結果をFig.5.2.11に示す。

図の破線は初期たわみ波形を表わす。荷重を増加させてゆくと、たわみ波形は一点鎖線、続いて実線で示すように変化する。 そして、CASE(A)では7半波、またCASE(B)およびCASE(C)では9半波のたわみが最終的に支配的となる。最終的にどの波が支配的となるかは、初期たわみ波形に依存し、個々の場合によって異なる。そこで、初期たわみ量としては可能な崩壊モードの初期たわみ成分の係数の絶対値の和を考え、圧壊強度としてはその初期たわみ量に対応した圧壊強度の最小値をとれば、十分に安全側の強度評価できる。

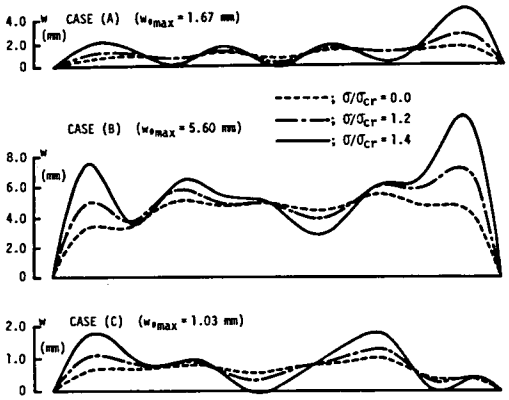


Fig. 5.2.11 Elastic large deflection behaviors of upper deck panels under thrust

Fig.5.2.11 に示した解析例では5半波から9半波までの係数が上述の可能な崩壊モードの初期たわみ成分の係数に相当し、これらの絶対値の和は最大初期たわみ量のおよそ34%となっている。このような、圧壊強度に影響すると考えられる有効な初期たわみ量の最大初期たわみ量に対する比を有効初期たわみ係数ζと定義する。上記の場合には、安全側に見積ってζ＝0.34となる。

有効初期たわみ係数は板のアスペクト比および溶接条件により異なるが、通常は最小座屈値を与える半波数を基準として、それプラス4までの初期たわみ成分の係数の絶対値の和の最大初期たわみ量に対する比を考えれば十分と思われる。実際に生じている初期たわみが計測されると、最大初期たわみ量および有効初期たわみ係数がわかる。

上甲板パネルに生じている初期たわみが明らかでない場合には、つぎのように考える。実際の上甲板パネルに生じる最大初期たわみ量は、日本鋼船工作精度標準[138)]では6mmと規定されている。そこで、これ以上の初期たわみは生じていないと考え、また、有期たわみ係数としてζ＝0.5を考えれば[143)]、十分に安全側の最終強度が評価できる。

5・2・5　結　論

本節では、船体構造の圧縮部材である船体上甲板を対象として、その寸法および甲板縦材のすみ肉溶接条件について調べた。そして、これをもとに船体上甲板に生じる溶接初期不整の大きさと分布について明らかにした。すなわち

(1) 船体上甲板パネルに生じる溶接残留応力分布は、式（5・2・9）および式（5・2・11）

を用いて推定することができる。

(2) 船体上甲板パネルに生じる初期たわみは一般に三角級数に展開できるが、たわみの係数は通常の上甲板パネルのアスペクト比の範囲では1半波成分のものが最も大きい。また、全般的に奇数項の係数が隅数項の係数よりも大きく、初期たわみは前後左右に対称なたわみ波形となっている。

(3) 圧壊強度に影響を及ぼす初期たわみ成分の最大初期たわみ量に対する比として、有効初期たわみ係数ζを定義した。

5・3節　船体上甲板パネルの局部圧壊強度

本節では、甲板縦材および横ビームで囲まれた船体上甲板の1パネルの局部圧壊強度を、溶接初期不整の影響を考慮して求める。

5・3・1　解析の手順

甲板縦材および横ビームで囲まれた船体上甲板パネルには、前述のように溶接残留応力、初期たわみ、および初期たわみに伴う局部曲げ応力が生じている。ここでは、5・2節で明らかにした溶接初期不整を考慮して、3章に示した結果をもとに、船体上甲板パネルの局部圧壊強度を求める。

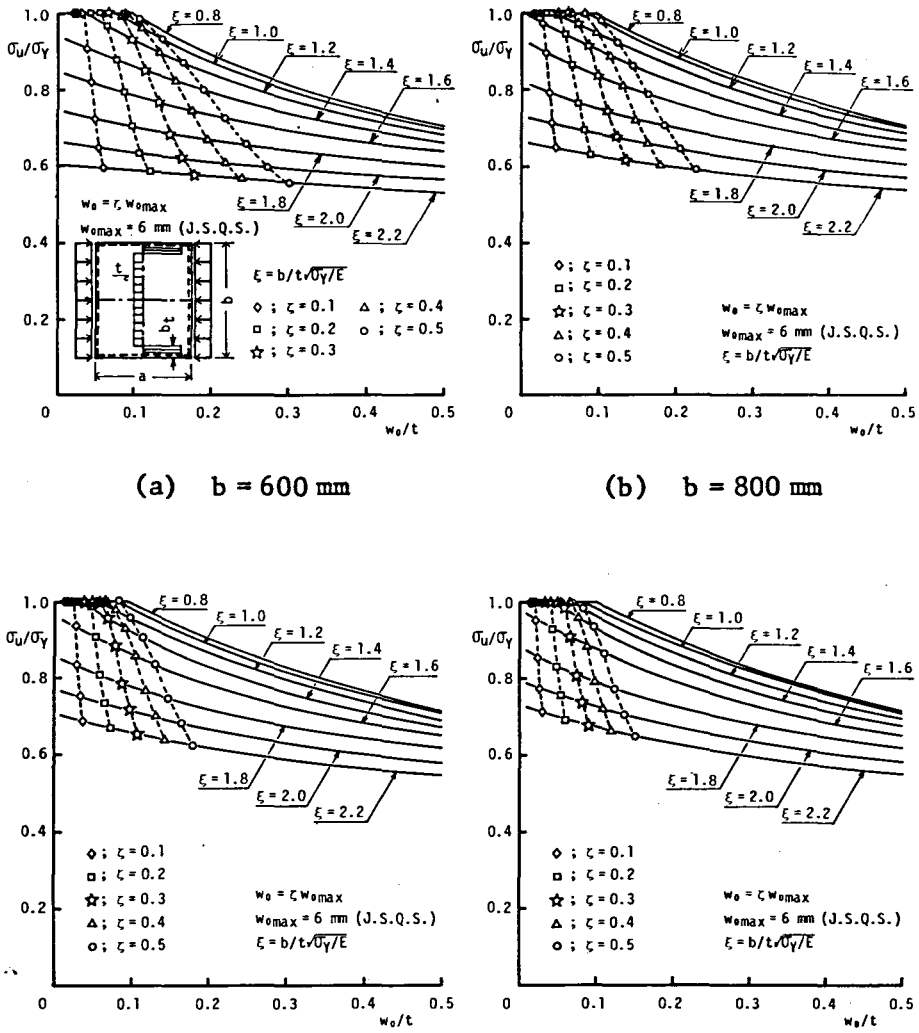
上甲板パネルに発生している溶接残留応力分布の引張応力が生じている部分の幅 b_t は、パネルの板厚 t および甲板縦材の板厚 t_s がわかると、式（5・2・11）より求まる。さらに、甲板縦材間の間隔 b がわかれば、板の細長比 $b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ および $2b_t/b$ がわかり、ある初期たわみ量を有する上甲板パネルの局部最終強度はFig.4.3.17に示した結果を補間して求めることができる。

5・3・2　船体上甲板パネルの局部圧壊強度

先に5・2・1項でタンカー、貨物船、バルク・キャリアーおよびコンテナ船の上甲板パネルの板厚および甲板縦材間の間隔について調査した結果を示したが、板厚は18mmから25mm、また甲板縦材間の間隔は500mmから1200mmとなっている。ここでは、甲板縦材間隔が600mm、800mm、1000mm、および1200mmの場合について、甲板縦材の板厚 t_s をパネルの板厚 t の1.25倍とし、板厚および初期たわみ量の種々の組み合せに対して圧壊強度を求めた。それぞれの甲板縦材間隔に対して、パネルの細長比 $\xi=b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ を0.8から2.2まで0.2づつ増加させ、初期たわみ量 w_0 をパネルの板厚 t の0.01、0.1、0.2、0.3、0.4および0.5倍として求めた圧壊強度をFig.5.3.1（a）、（b）、（c）および（d）に実線で示す。

ところで、船体上甲板パネルに生じている初期たわみ波形および初期たわみ量は個々のパネルで

異なり、初期たわみの定量的な把握は困難である。そこで、ここでは５・２・４項(2)で定義した有効初期たわみ係数ζの概念を用いることにする。　前述のように、船体上甲板パネルに生じる最大許容初期たわみ量は日本鋼船工作精度標準[138)]では 6mm と規定されているので、船体上甲板パネルにはこれ以上の初期たわみは生じていないと考え、$w_{0\,max}$ ＝6mmとする。また、Ｆｉｇ．５・２・１０に示した初期たわみの計測例では有効初期たわみ係数はζ＝0.３４であった。しかしながら、



(a)　b = 600 mm　　(b)　b = 800 mm

(c)　b = 1000 mm　　(d)　b = 1200 mm

Fig. 5.3.1 Effects of initial imperfections due to welding on the ultimate strength of upper deck panels under thrust

ζ の値はパネルのアスペクト比、溶接条件等に依存して変わる。5・2・4項(2)では、有効初期たわみ係数として $\zeta = 0.5$ とすることを提案したが、ここでは、$\zeta = 0.1$、0.2、0.3、0.4 および 0.5 と変化させ、$w_0 = \zeta\, w_{0\max}$ の初期たわみを考える。

Fig. 5.3.1 (a)、(b)、(c) および (d) の破線はそれぞれの細長比 ξ について上記の初期たわみを考えた場合の最終強度を表わす。図の実線と破線の交点の◇、□、☆、△ および○印は、それぞれ有効初期たわみ係数を $\zeta = 0.1$、0.2、0.3、0.4 および 0.5 とした場合を表わす。それぞれの甲板縦材間隔の場合について、これらの結果をパネルの細長比 $b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ で整理すると、Fig. 5.3.2 (a)、(b)、(c) および (d) が得られる。

いずれの場合も、溶接初期不整による圧壊強度の低下は、$b/t\sqrt{\sigma_Y/E} = 1.9$ の近傍で最

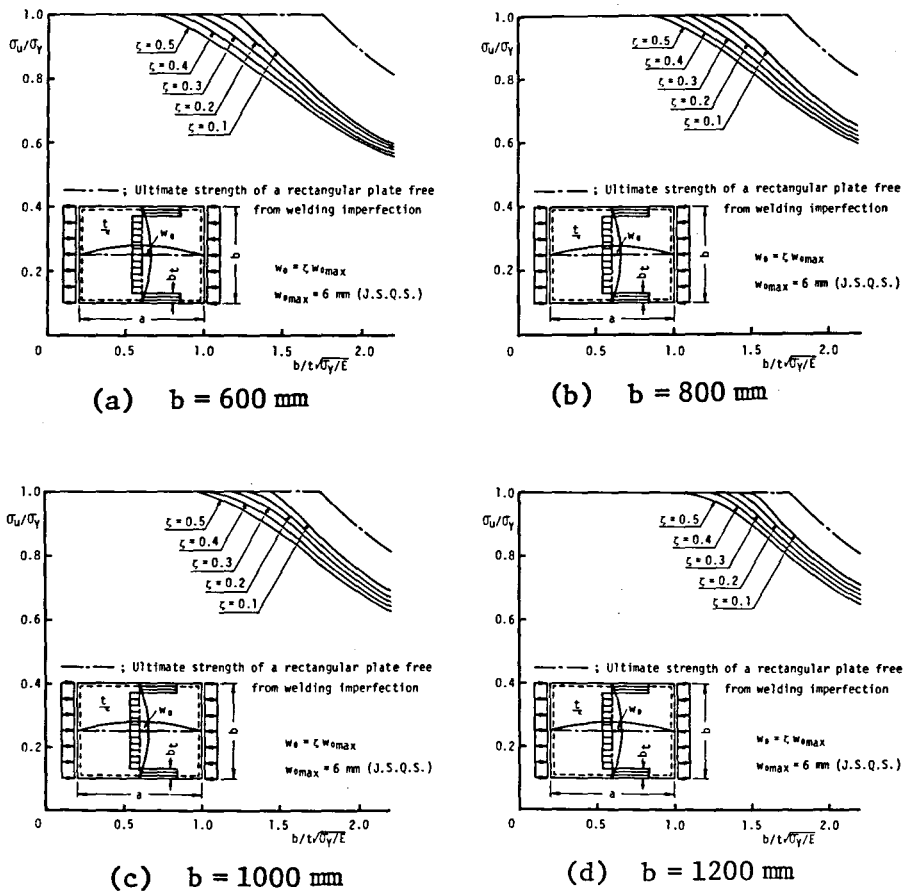


Fig. 5.3.2 Local ultimate strength of upper deck panels of ship structure under thrust

も著しい。また、$b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ が小さくなると、溶接初期不整による圧壊強度の低下量は少なくなる。これは、厚板になると前出のFig.3.4.3からも明らかなように残留応力による座屈強度の低下が無く、また初期たわみ量 $\zeta w_{0\,max}$ の板厚 t に対する比が小さくなるためである。

なお、Fig.5.3.2（a）、（b）、（c）および（d）の結果を比較すると、甲板縦材間隔が狭くなるほど溶接初期不整による圧壊強度の低下量は大きくなることがわかる。

上述の解析では最大初期たわみ量 $w_{0\,max}$ を6mm、有効初期たわみ係数 ζ を0.1から0.5まで変化させた場合の圧壊強度を示した。もし対象とするパネルの $w_{0\,max}$ および ζ がわかっていれば、これらを用いて圧壊強度を求めればよい。これらが明らかでない場合には、上甲板パネルの $w_{0\,max}$ は6mmを越えないこと、また、アスペクト比が5前後のパネルでは ζ が0.5を越えないと考えられることを考慮して、Fig.5.3.2に示す $\zeta=0.5$ の場合の結果をもって十分に安全側の圧壊強度が評価できる。

5・3・3　結　論

本節では、3・4節で明らかにした矩形板の圧壊強度、および5・2節で明らかにした船体上甲板パネルの溶接初期不整に関するデータをもとに、船体上甲板パネルの局部圧壊強度を求め、以下に示す知見を得た。

(1) 溶接初期不整による船体上甲板パネルの局部圧壊強度の低下は、$b/t\sqrt{\sigma_Y/E}=1.9$ 近傍の板寸法の場合、最も著しい。

(2) $b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ が小さくなると、溶接初期不整による船体上甲板パネルの圧壊強度の低下はほとんど見られない。

(3) 甲板縦材間隔が狭くなると、溶接初期不整による船体上甲板パネルの圧壊強度の低下は著しくなる。

5・4節　船体上甲板の圧壊強度

本節では、船体上甲板を横ビームおよび縦桁で支持された補強板と考え、その限界圧壊強度（圧壊強度の上限値）*および甲板縦材の限界剛比 γ^U_{min} について検討する。さらに、船体上甲板の最適補強法についても検討する。

＊ 剛比 γ^U_{min} を有する補強材を取り付けると補強板の圧壊強度はその上限値を示すが、ここではこれを限界圧壊強度と呼ぶことにする。

5・4・1　船体上甲板の限界圧壊強度および甲板縦材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$

ここでは、Fig.5.4.1に示すような縦桁間の上甲板を対象として、補強板としての限界圧壊強度および甲板縦材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ について検討する。同一寸法の甲板縦材がN本等間隔に取り付けられているとすると、全体座屈強度は前出の式（4・4・8）で与えられる。また、パネルが局部崩壊する場合の圧壊強度は式（4・4・11）で与えられる。上甲板の限界圧壊強度および甲板縦材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ は、両式の交点として近似的に決められる。

いま、一例として幅 $b=10$ M、長さ $a=5$ Mの上甲板を考える。甲板縦材の板厚 t_s をパネルの板厚 t の1.0、1.25および1.5倍として求めた上甲板の限界圧壊強度と甲板縦材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ の関係を、パネルの板厚 t と甲板縦材の本数Nをパラメータとして Fig.5.4.2(a)、(b)および(c)に示す。解析に当っては初期たわみおよび溶接残留応力は存在しないとした。

図の実線は甲板縦材の本数一定の曲線、また破線はパネルの板厚一定の曲線を表わす。両者の交点の横座標および縦座標が、所定の甲板縦材本数およびパネルの板厚の時に必要な甲板縦材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ および上甲板の限界圧壊強度を与える。

破線上ではパネルの板厚が一定となっているが、甲板縦材の本数を増やすほど限界剛比は小さくなる。また、限界圧壊強度は高くなり降伏強度に近づくが、ある本数以上では頭打ちとなる。これは、ある本数以上になるとパネルの幅が狭くなり、パネルの局部崩壊強度が塑性強度に等しくなるためである。

これに対して、実線上では甲板縦材の本数が一定となっているが、厚板ほど $\gamma_{\min}^{U}$ は小さくてよく、また限界圧壊強度も高くなる。

上述の解析結果をもとに、甲板縦材が $\gamma_{\min}^{U}$ の寸法を有する時の断面積を求めた。この断面積と限界圧壊強度の関係を、$t_s/t=1.0$、1.25および1.5の場合についてそれぞれFig.5.4.3(a)、(b)および(c)に示す。

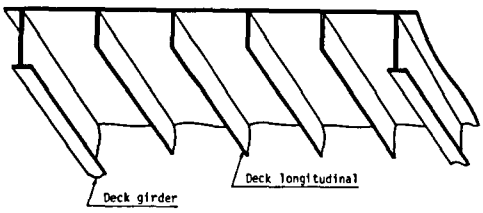
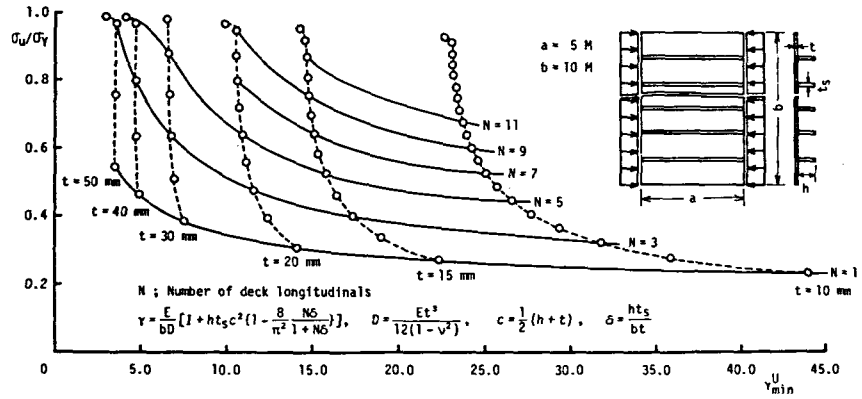
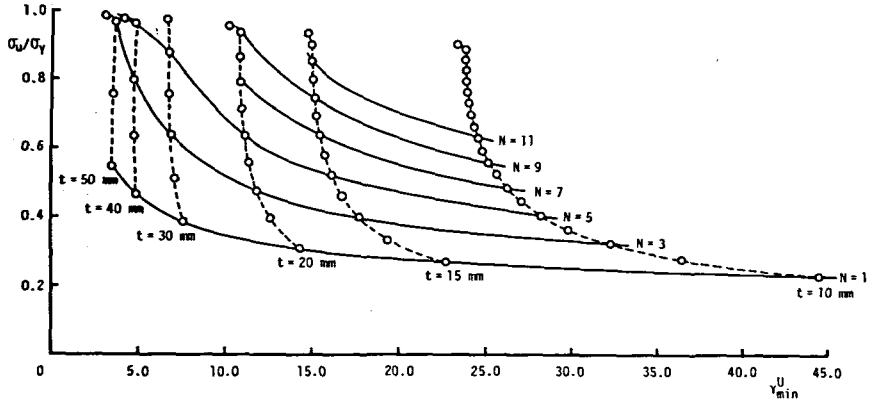


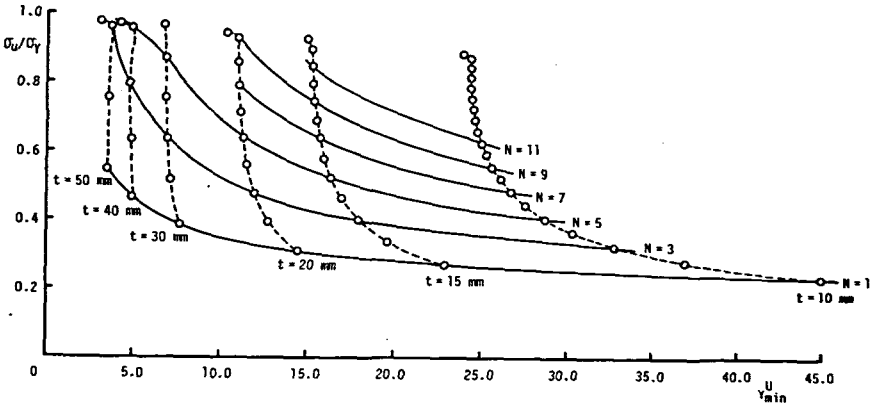
Fig. 5.4.1 Upper deck plate of a ship structure



(a) $t_s/t = 1.0$

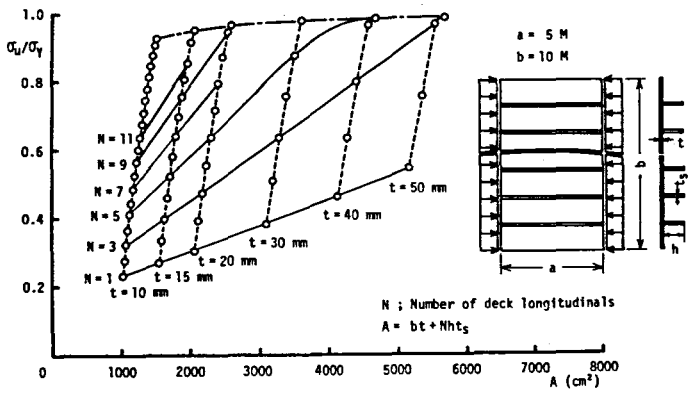


(b) $t_s/t = 1.25$

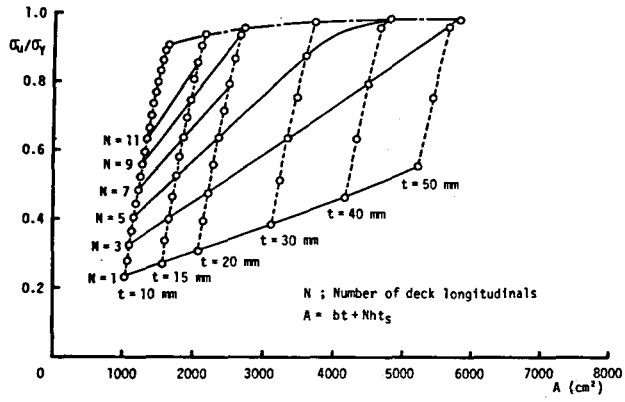


(c) $t_s/t = 1.5$

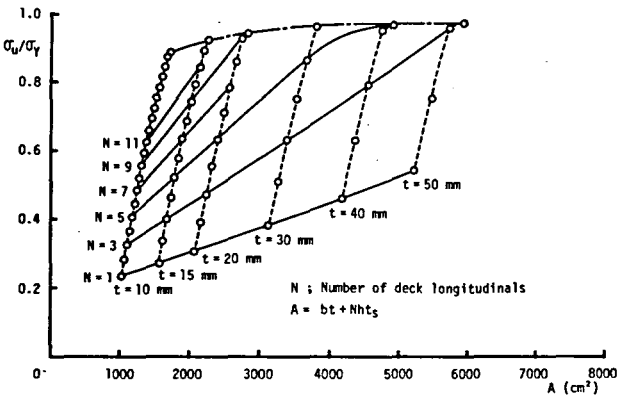
Fig. 5.4.2 Relation between γ^U_{min} and maximum ultimate strength of deck plates under thrust



(a) $t_s/t = 1.0$



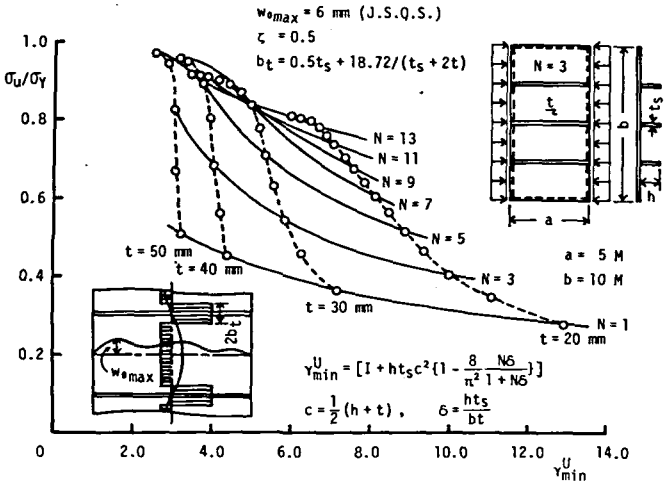
(b) $t_s/t = 1.25$



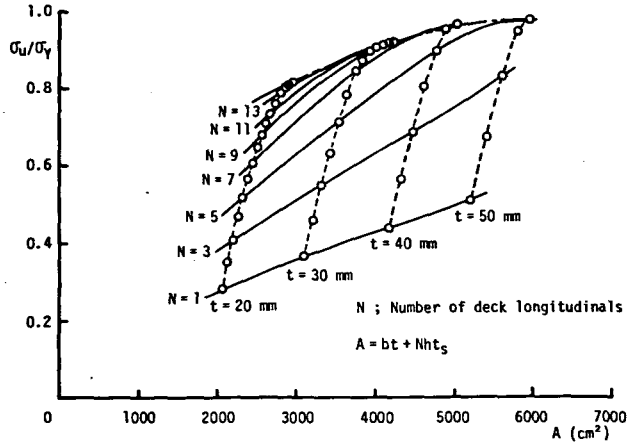
(c) $t_s/t = 1.5$

Fig. 5.4.3 Relation between sectional area and ultimate strength of deck plates when deck longitudinals with γ^U_{min} are attatched

Fig.5.4.2およびFig.5.4.3に示した結果より、甲板縦材の板厚 t_s とパネルの板厚 t の比が大きくなるほど γ_{min}^{U} は小さくてすみ、限界圧壊強度も高くなることがわかる。しかしながら、t_s/t が増加すると、4・4・4項(4)でも述べたように断面積が増え、重量が増加する。



(a) Relation between γ_{min}^{U} and maximum ultimate strength



(b) Relation between sectional area and maximum ultimate strength

Fig. 5.4.4 Maximum ultimate strength, γ_{min}^{U} and sectional area of welded deck plates under thrust

5・4・2　溶接初期不整が限界圧壊強度および$\gamma_{\min}^{U}$に及ぼす影響

つぎに、溶接残留応力が存在する場合についての解析例を示す。解析対象は５・４・１項での解析対象と同じで、甲板縦材間のパネルには式（５・２・１１）で与えられる溶接残留応力および3mmの初期たわみが発生しているとする。これに対して、甲板縦材の初期不整は考えない。

この場合も、上甲板の限界圧壊強度および甲板縦材の限界剛比は式（４・４・８）と式（4・4・11）の交点として求めることができる。たゞし、式（４・４・11）中の板の局部崩壊強度σ_{up}/σ_YはFig.3.4.17に示した結果を補間して求めたものを使用する。

$t_s/t=1.25$の場合について、補強板の限界圧壊強度と甲板縦材の限界剛比$\gamma_{\min}^{U}$の関係をFig.5.4.4（a）に示す。これをFig.5.4.2（b）に示した溶接初期不整が無い場合の結果と比較すると、溶接初期不整が存在する場合には、より小さい$\gamma_{\min}^{U}$でよいことがわかる。たゞし、この場合に限界圧壊強度も低下することに注意を要する。

溶接初期不整が存在する場合についても、$\gamma_{\min}^{U}$の甲板縦材が取り付けられた場合の補強板の断面積を計算した。この断面積と限界圧壊強度の関係をFig.5.4.4（b）に示す。これを、溶接初期不整が無い場合のFig.5.4.3（b）と比較すると、板の局部圧壊強度が低下するために、同じ限界圧壊強度を得るためには、より多くの甲板縦材本数を必要とすることがわかる。その結果、より大きな断面積を要する。

以上、縦桁間の上甲板を対象として、その限界圧壊強度と甲板縦材の限界剛比$\gamma_{\min}^{U}$についての解析例を示した。これに対して、縦桁も補強材と考えて、上甲板全体についても基本的には同様の手順で解析を行なうことができるが、ここでは、このような場合は取り扱わない。

5・4・3　船体上甲板の最適補強法

一般に、通常の航海状態では船体構造部材に生じる応力が弾性範囲内にあるように設計が行なわれている。しかしながら、遭遇する確率は低くても、船の寿命を支配するような波浪外力のもとでは、応力は塑性範囲となり、この場合には圧壊強度が重要となる。ここでは、このような観点から、圧壊強度に注目した船体上甲板の最適補強法について検討する。

船の航海水域が想定されると、その船が遭遇すると予想される海洋波の波長および波高が統計的に把握される。そして、船の長さL、幅B、深さD、排水量等の主要寸法が決まると、船体に作用する縦曲げモーメントMが明らかとなる。

いま、解析対象とする船体の横断面を理想化し、Fig.5.4.5に示すような上下左右に対称な矩形断面を考えることにする。この場合、船の断面係数Zは次式で与えられる。

$$Z=(4I_0+D^2A)/D \qquad (5\cdot4\cdot1)$$

ここで

$I_0 = t_{sh} D^3 / 12$ ；船側板の慣性モーメント

$A = tB + Nht_s$ ；上甲板の断面積

いま、サギング状態で波浪外力による縦曲げモーメントMが作用しているとする。この状態で上甲板に生じる圧縮応力σは次式で表わせる。

$$\sigma = DM / (4I_0 + D^2 A) \qquad (5\cdot4\cdot2)$$

ここで、船の幅をB＝１０$_M$、また、横ビーム間の距離を５$_M$とし、甲板縦材の板厚t_sを上甲板パネルの板厚tの1.２５倍とする。溶接初期不整の影響を考慮した上甲板の限界圧壊強度と断面積の関係は前出のＦｉｇ．５．４．４（ｂ）に与えられている。これを再び用いるために、同図をＦｉｇ．５．４．６に再記する。

一方、縦曲げモーメントMがわかると、式（５・４・２）より上甲板に作用する平均圧縮応力と上甲板の断面積の関係が求まる。いま、縦曲げモーメントをM＝２８,１００Ｔｏｎ－ｍ、船の深さをD＝１０$_M$、船側板の板厚をt_s＝２０mmとして上記の関係を求めると、Ｆｉｇ．５．４．６の二点鎖線が得られる。

Ｆｉｇ．５．４．６より、上甲板パネルの板厚を２０mmとすると、いくら補強材本数を増やしても破線と二点鎖線は交わらないので、この場合には外力に耐える強度が得られないことがわかる。これ

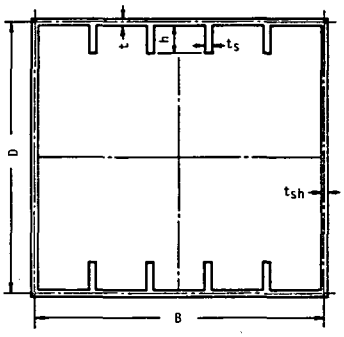


Fig. 5.4.5 Simplified cross section of a ship

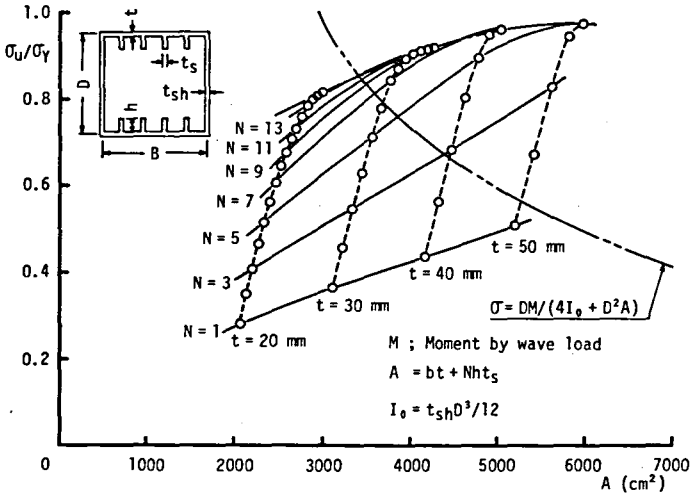


Fig. 5.4.6 Determination of the most efficient dimensions of a deck plate

に対して、上甲板の板厚を３０mm、４０mm、および５０mmとした場合にはそれぞれの破線は二点鎖線と交わる。板厚３０mmの場合には、この交点は補強材本数が6本および7本を表わす○印の間にあり、７本補強材を取り付ければ外力に耐える強度が得られることになる。同様に、板厚４０mmおよび５０mmの場合には、この本数はそれぞれ３本および２本となる。

実際の船体構造はＦｉｇ．５．４．５に示したような単純な構造ではないために、上述のように簡単に最適補強材寸法を決めることはできない。しかしながら、このような場合に対しても同様の手順で最適補強法を考えることができる。

5・4・4　結　論

本節では、横ビームおよび縦桁で支持された船体上甲板を上甲板パネルおよび甲板縦材によって構成される補強板と考え、その限界圧壊強度（圧壊強度の上限値）および甲板縦材の限界剛比 $\gamma^U_{\min}$ について検討した。そして、

(1) 甲板縦材と上甲板パネルの板厚比を仮定して、上甲板パネルの板厚と甲板縦材の本数をパラメータにとり、上甲板の限界圧壊強度と甲板縦材の限界剛比および上甲板断面積の関係を表わす設計チャートの一例を示した。

(2) 上甲板パネルの板厚が厚いほど、限界圧壊強度に得るのに必要な甲板縦材の $\gamma^U_{\min}$ は小さく、

またその本数も少くなる。しかしながら、この場合、上甲板の断面積は増加する。

(3) 溶接初期不整を考慮すると、初期不整が無い場合と同じ限界圧壊強度を得るためにはより多くの甲板縦材を必要とし、上甲板の断面積は増加する。

(4) 上下左右に対称な単純化された矩形断面の船を考え、その上甲板の最適なパネル板厚と甲板縦材の本数の関係を求めるための設計チャートを作成し、設計手順を示した。

5・5節　総　括

本章では、3章で示した板の圧壊強度および4章で示した補強板の圧壊強度に関する研究結果を実構造物の圧壊強度評価に適用することを試みた。すなわち、船体構造物中の圧縮部材として船体上甲板を対象とし、甲板縦材と横ビームで囲まれた1パネルの局部圧壊強度、および縦桁と横ビームで支持された上甲板パネルと甲板縦材より構成される補強板の圧壊強度について究明した。

5・2節では、船体上甲板の寸法、甲板縦材の溶接条件について調査し、船体上甲板パネルに生じる溶接残留応力分布は式（5・2・9）および式（5・2・11）で近似できることを示した。さらに、上甲板パネルに生じる溶接による初期たわみの性質について調べ、その初期たわみの中で上甲板パネルの局部圧壊強度に影響を及ぼす初期たわみ成分および初期たわみ量について明らかにし、このような初期たわみを有効初期たわみ係数の概念を用いて表わし得ることを示した。

5・3節では、上記の初期不整を考慮して、甲板縦材および横ビームで囲まれた1パネルの局部圧壊強度を求めた。そして、溶接初期不整による圧壊強度の低下は、パネルの細長比 $b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ ≒1.9の近傍で最も著しいこと、また甲板縦材の間隔が狭いほど、その低下量が大きくなることが明らかとなった。

5・4節では、縦桁および横ビームで支持された上甲板パネルと甲板縦材より構成される補強板の限界圧壊強度（圧壊強度の上限値）と甲板縦材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ との関係を求め、これより補強板の限界圧壊強度と断面積の関係で表わす設計チャートを作成した。さらに、単純化した矩形断面の船を対象とし、溶接初期不整を有する上甲板を補強板とみなして、その圧壊強度に注目した場合の最適な上甲板パネルの板厚および甲板縦材の本数を決めるための設計チャートを作成し、設計手順を示した。

第６章　　総　　括

本論文は、船体の静的強度上、最も重要な問題である船体構造部材の圧縮強度に関する一連の研究結果をまとめたものである。すなわち、船体建造時および設計上、特に問題となる溶接残留応力および溶接変形等の溶接による初期不整を考慮して、船体構造部材の圧縮座屈強度および圧壊強度に関する理論的および実験的研究を行なって得られた成果をまとめた。

１章においては、１・１節の緒言につづき、１・２節で、本論文の研究内容に関連した従来の研究の沿革について調べた結果を示した。

２章においては、本論文で板および補強板の理論解析を行なうに当って用いた解析法の基礎理論を示した。

すなわち、２・２節では、板の解析のための基礎理論を、また２・３節では補強板の解析のための基礎理論を示した。さらに、２・４節では、これらの解析理論の有限要素法による定式化を示した。

３章においては、溶接構造物中の板要素が面内圧縮荷重のもとで示す挙動について、実験的および理論的に明らかにした。

まず、３・２節では、板の変形挙動に及ぼす面内および面外の境界条件の影響について検討し、以後の解析における境界条件を設定した。

３・３節では、実験における取り扱いが簡単でかつ基本的な場合として、面内変形に対しては自由、面外変形に対しては周辺単純支持の正方形板を対象として圧壊試験および有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行ない、実験結果と解析結果は良い相関を有することを確めた。そして、初期たわみ、初期たわみに伴う局部曲げ応力および溶接残留応力が板の面内剛性および圧壊強度を低下させることを定量的かつ定性的に明らかにした。

さらに、３・４節では、連続パネル中の初期たわみのある矩形板を想定して、４辺が直線を保ち、かつ面外変形に対しては周辺単純支持の境界条件のもとでの圧縮強度について明らかにした。すなわち、矩形板の圧壊時の変形形式を決める初期たわみの支配的なパラメータとして、限界初期たわみ比が存在することを示した。また、初期たわみ、初期たわみに伴う局部曲げ応力および溶接残留応力等の溶接初期不整が矩形板の圧壊強度を低下させること、また、この低下量は、板の細長比 $b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ が 1.9 近傍の時に最も大きいことを明らかにした。さらに、このような初期不整を伴う矩形板の圧壊強度の推定式を導いた。

４章においては、溶接構造物中の補強板が面内圧縮荷重のもとで示す挙動について、実験的およ

び理論的に明らかにした。

まず、４・２節では、補強材にのみ塑性化を考慮した近似弾塑性大たわみ解析の解析手順を示した。

４・３節では、種々の力学現象が明確に現われる両面対称補強板を対象として、実験的および理論的研究を行ない、補強板の崩壊形式は、補強材寸法によって基本的に３種類に分類できることを明らかにした。すなわち、崩壊ＯＯ（全体座屈後、全体崩壊）、崩壊ＬＯ（局部座屈後、全体崩壊）および崩壊ＬＬ（局部座屈後、局部崩壊）である。そして、座屈強度に対すると同様に圧壊強度に対しても、その上限値を保証する補強材の限界剛比が存在することを明らかにし、これを新たに、$\gamma_{\min}^{U}$ と定義した。この $\gamma_{\min}^{U}$ を境として、崩壊形式は崩壊ＬＯから崩壊ＬＬに変わる。また、初期たわみおよび溶接残留応力が、補強板の圧縮強度および $\gamma_{\min}^{U}$ に及ぼす影響について明らかにし、初期たわみが在る場合に対してはその影響を考慮した有効限界剛比 $_{\mathrm{eff}}\gamma_{\min}^{U}$ を定義した。

４・４節では、船体構造等で一般に用いられている片面補強板を対象として、実験的および理論的研究を行ない、片面補強板の場合にも両面対称補強板の場合と同様に、現象的に $\gamma_{\min}^{U}$ が存在することを明らかにした。さらに、初期たわみ、溶接残留応力および補強材の断面形状と降伏応力が片面補強板の圧壊強度および $\gamma_{\min}^{U}$ に及ぼす影響についても究明した。

また、４・３節および４・４節では、崩壊ＬＯと崩壊ＬＬが生じる場合の圧壊強度を求めるための近似計算法、および両者の交点として近似的に $\gamma_{\min}^{U}$ を求める方法を提案した。両面対称補強板の場合にはこの $\gamma_{\min}^{U}$ で補強板の圧壊強度の上限値が保証される。これに対して片面補強板の場合には、その圧壊強度の上限値を得るためには、上記の方法で求めた $\gamma_{\min}^{U}$ の2.5倍程度の剛比を有する補強材を必要とする。

５章においては、以上示した板および補強板に関する研究結果を、実構造物の圧壊強度評価に適用することを試みた。すなわち、船体構造部材の圧壊強度を考えるに際して最も重要な船体上甲板を対象とし、甲板縦材と横ビームに囲まれた１パネルの局部圧壊強度、および縦桁と横ビームで支持された上甲板パネルと甲板縦材より構成される補強板の圧壊強度について究明した。

５・２節では、船体上甲板の寸法、甲板縦材の溶接条件について調査し、船体上甲板パネルに生じる溶接残留応力分布は式（５・２・９）および式（５・２・１１）で与えられることを示した。さらに、上甲板パネルに生じる溶接による初期たわみの性質について調べ、その初期たわみの中で上甲板パネルの局部圧壊強度に影響を及ぼす初期たわみ成分および初期たわみ量について明らかにし、このような初期たわみを有効初期たわみ係数の概念を用いて表わし得ることを示した。

５・３節では、上記の初期不整を考慮して　甲板縦材および横ビームで囲まれた１パネルの局部圧壊強度を求めた。そして、溶接初期不整による圧壊強度の低下は、パネルの細長比 $b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$

≒1.9の近傍で最も著しいこと、また甲板縦材の間隔が狭いほど、その低下量が大きくなることが明らかとなった。

5・4節では、縦桁および横ビームで支持された上甲板パネルと甲板縦材より構成される補強板の限界圧壊強度（圧壊強度の上限値）と甲板縦材の限界剛比 $\gamma_{\min}^{U}$ との関係を求め、これより補強板の限界圧壊強度と断面積の関係で表わす設計チャートを作成した。さらに、単純化した矩形断面の船を対象とし、溶接初期不整を有する上甲板を補強板とみなして、その圧壊強度に注目した場合の最適な上甲板パネルの板厚および甲板縦材の本数を決めるための設計チャートを作成し、設計手順を示した。

付録 1　有限要素の変位関数

本研究で用いた板要素は三角形要素で、Fig．A－1に示すように要素に固定した局部座標系を考える。

面内変形としては、一様ひずみとなる変位関数を仮定した。面内の要素内変位 $\{ s \}$ は節点変位 $\{ s_n \}$ と次式で関係づけられる。

$$\{ s \} = [A_p] \{ s_n \} \qquad (A \cdot 1 \cdot 1)$$

ここで

$$[A_p] = \begin{bmatrix} A_{pi} & A_{pj} & A_{pk} \end{bmatrix} \qquad (A \cdot 1 \cdot 2)$$

$$[A_{pi}] = \begin{bmatrix} a_i + b_i x + c_i y & 0 \\ 0 & a_i + b_i x + c_i y \end{bmatrix}$$

$$[A_{pj}] = \begin{bmatrix} a_j + b_j x + c_j y & 0 \\ 0 & a_j + b_j x + c_j y \end{bmatrix} \qquad (A \cdot 1 \cdot 3)$$

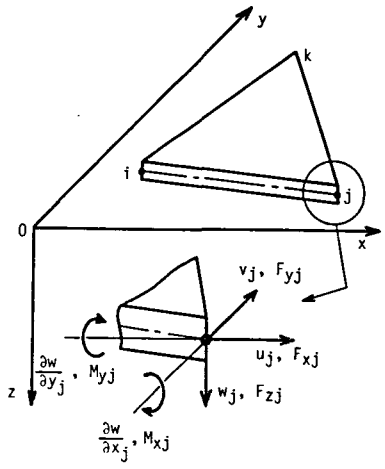


Fig. A-1　Nodal displacements and nodal forces of a triangular finite element

$$[A_{pk}] = \begin{bmatrix} a_k + b_k x + c_k y & 0 \\ 0 & a_k + b_k x + c_k y \end{bmatrix}$$

$$\{ s \} = \{ \begin{matrix} u \\ v \end{matrix} \}$$

$$\{ s_n \} = \{ u_i \quad v_i \quad u_j \quad v_j \quad u_k \quad v_k \}^T \qquad (A \cdot 1 \cdot 4)$$

また、節点 i, j および k の座標を (x_i, y_i)、(x_j, y_j) および (x_k, y_k) とすると

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j \quad b_i = y_j - y_k \quad c_i = x_k - x_j$$

$$a_j = x_k y_i - x_i y_k \quad b_j = y_k - y_i \quad c_j = x_i - x_k \qquad (A \cdot 1 \cdot 5)$$

$$a_k = x_i y_j - x_j y_i \quad b_k = y_i - y_j \quad c_k = x_j - x_i$$

次に、ひずみ $\{ \varepsilon \}$ と節点変位 $\{ s_n \}$ の関係は、式（A・1・1）の関係を用いて次式で表わせる。

$$\{ \varepsilon \} = [B_p] \{ s_n \} \qquad (A \cdot 1 \cdot 6)$$

ここで

$$[B_p] = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix} \qquad (A \cdot 1 \cdot 7)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}$$

これに対して、面外変形としては Bazeley 等によって提案されている不完全3次式で表わされる変位関数を用いた。面外の要素内変位 $\{ w \}$ は節点変位 $\{ w_n \}$ と次式で関係づけられる。

$$\{ w \} = [A_b] \{ wn \} \qquad (A \cdot 1 \cdot 8)$$

ここで

$$[A_b] = [P_i\ Q_i\ R_i\ P_j\ Q_j\ R_j\ P_k\ Q_k\ R_k] \qquad (A\cdot1\cdot9)$$

$$\{w\} = \{w\}$$

$$\{w_n\} = \{w_i\ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i\ w_j\ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_j\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_j\ w_k\ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_k\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_k\} \qquad (A\cdot1\cdot10)$$

$$P_i = L_i + L_i L_j (L_i - L_j) + L_i L_k (L_i - L_k)$$

$$Q_i = L_i^2 (c_k L_j - c_j L_k) + \frac{1}{2}(c_k - c_j) L_i L_j L_k$$

$$R_i = L_i^2 (b_j L_k - b_k L_j) + \frac{1}{2}(b_j - b_k) L_i L_j L_k \qquad (A\cdot1\cdot11)$$

式（A・1・11）でi，j，kをcyclicに変えると$P_j \sim R_k$が求まる。また

$$L_i = (a_i + b_i x + c_i y)/2$$

$$L_j = (a_j + b_j x + c_j y)/2 \qquad (A\cdot1\cdot12)$$

$$L_k = (a_k + b_k x + b_k y)/2$$

式（A・1・8）より、たわみの一回微分は

$$\{w_x\} = [B_{b1}]\{w_n\} \qquad (A\cdot1\cdot13)$$

ここで

$$\{w_x\} = \left\{\frac{\partial w}{\partial x}\quad \frac{\partial w}{\partial y}\right\}^T \qquad (A\cdot1\cdot14)$$

$$[B_{b1}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial x} & \frac{\partial Q_i}{\partial x} & \frac{\partial R_i}{\partial x} & \frac{\partial P_j}{\partial x} & \frac{\partial Q_j}{\partial x} & \frac{\partial R_j}{\partial x} & \frac{\partial P_k}{\partial x} & \frac{\partial Q_k}{\partial x} & \frac{\partial R_k}{\partial x} \\ \frac{\partial P_i}{\partial y} & \frac{\partial Q_i}{\partial y} & \frac{\partial R_i}{\partial y} & \frac{\partial P_j}{\partial y} & \frac{\partial Q_j}{\partial y} & \frac{\partial R_j}{\partial y} & \frac{\partial P_k}{\partial y} & \frac{\partial Q_k}{\partial y} & \frac{\partial R_k}{\partial y} \end{bmatrix} \qquad (A\cdot1\cdot15)$$

また、たわみの２回微分は

$$\{w_{xx}\} = [B_{b2}]\{w_n\} \qquad (A\cdot1\cdot16)$$

ここで

$$\{ w_{xx} \} = \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\} \qquad (A \cdot 1 \cdot 17)$$

$$[B_{b2}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 P_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 Q_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 R_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 P_j}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 Q_j}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 R_j}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 P_k}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 R_k}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 P_i}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 Q_i}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 R_i}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 P_j}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 Q_j}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 R_j}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 P_k}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 Q_k}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 R_k}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 P_i}{\partial x \partial y} & 2\frac{\partial^2 Q_i}{\partial x \partial y} & 2\frac{\partial^2 R_i}{\partial x \partial y} & 2\frac{\partial^2 P_j}{\partial x \partial y} & 2\frac{\partial^2 Q_j}{\partial x \partial y} & 2\frac{\partial^2 R_j}{\partial x \partial y} & 2\frac{\partial^2 P_k}{\partial x \partial y} & 2\frac{\partial^2 Q_k}{\partial x \partial y} & 2\frac{\partial^2 R_k}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}$$

$$(A \cdot 1 \cdot 18)$$

付録 2　補強板の近似弾塑性大たわみ解析の手順

式（４・２・１）および式（４・２・２）で表わされるたわみおよび初期たわみを仮定すると、補強材にのみ塑性化を考慮した近似弾塑性大たわみ解析のための式（４・２・４）は次式となる。なわち

$$\{Q\}\,d\sigma+\{L\}+\{R_w\}=[K]\begin{Bmatrix}dA\\dB\end{Bmatrix}\qquad(A\cdot2\cdot1)$$

$$[K]=[K_B]+[K_I]+[K_G]\qquad(A\cdot2\cdot2)$$

ここで

$$\{Q\}=\begin{Bmatrix}a_{13}\\a_{23}\end{Bmatrix},\quad\{L\}=\begin{Bmatrix}a_{14}\\a_{24}\end{Bmatrix},\quad\{R_w\}=\begin{Bmatrix}a_{15}\\0\end{Bmatrix}$$

$$[K_B]=\begin{pmatrix}a_{11B}&a_{12B}\\a_{21B}&a_{22B}\end{pmatrix},\quad[K_I]=\begin{pmatrix}a_{11I}&0\\0&a_{22I}\end{pmatrix},\quad[K_G]=\begin{pmatrix}a_{11G}&a_{12G}\\a_{21G}&a_{22G}\end{pmatrix}$$

$$(A\cdot2\cdot3)$$

両面対称補強板の場合には

$$a_{11B}=\frac{a\,t_sE}{6}\;g_1^2\,WW_{11}+\alpha_4+\alpha_{22}$$

$$a_{11I}=\left\{\frac{2a\,t_sh}{E}\;e_3W_{30}-\alpha_{19}\,(b\,t+t_sh)\right\}\sigma$$

$$a_{11G}=V_8\alpha_1+V_3\,\alpha_2+V_5\alpha_3+\frac{a\,t_sh}{E}$$

$$\times\left\{2V_3\;e_3^2\,W_{33}+2V_5\,e_3\,e_4\;W_{34}+\nu^2\,V_3\;e_1^2+\frac{1}{2}\;V_8\;\alpha_{10}\right\}$$

$$-2V_1^2\,\alpha_{19}\,\alpha_{17}-\alpha_{19}\,(V_{11}\alpha_{17}+V_5\alpha_{18})$$

$$a_{12G}=V_9\,\alpha_1+V_6\alpha_3+\frac{a\,t_sh}{E}\left\{2V_6\,e_3\;e_4\,W_{34}+\frac{1}{2}V_9\alpha_9\right\}$$

$$-2V_1\,V_{12}\;\alpha_{19}\,\alpha_{18}$$

$$a_{13}=V_1\,\alpha_{19}\;(b\,t+t_sh)$$

$$a_{14} = -V_7\alpha_1 - V_2\alpha_2 - V_4\alpha_3 - V_{19}\alpha_4 - \frac{a t_s h}{E}\{2\sigma V_1 e_3 W_{30} + 2V_2 e_3^2 W_{33}$$

$$+ 2V_4 e_3 e_4 W_{34} + \nu^2 V_2 e_1^2 + \frac{1}{2} V_7 \alpha_9\} - \frac{a t_s E}{6} g_1^2 V_{19} WW_{11}$$

$$+ \alpha_{19} V_1 \{(b t + t_s h)\sigma + V_{11}\alpha_{17} + V_5 \alpha_{18}\}$$

$$a_{15} = 0$$

また、片面補強板の場合には

$$a_{11B} = \frac{a t_s E}{6} g_1^2 \cdot WW_{10} + \frac{2 a t_s h}{E} e_3 (W_{30} - W_1)\sigma_Y + \alpha_4$$

$$- \alpha_{19} \cdot t_s h (n' - 1 - W_{32})\sigma_Y - \alpha_{15} \cdot \alpha_{20} + \alpha_{22}$$

$$a_{12B} = -\alpha_{16} \cdot \alpha_{20}$$

$$a_{11I} = \{\frac{2 a t_s h}{E} e_3 W_1 - \alpha_{19} \cdot (b t + t_s h \cdot W_{32})\}\sigma$$

$$a_{11G} = V_8 \cdot \alpha_1 + V_3 \cdot \alpha_2 + V_5 \cdot \alpha_3 + \frac{a t_s h}{E}\{2V_3 \cdot e_3^2 W_2 + 2V_5 \cdot e_3 e_4 W_3$$

$$+ \nu^2 V_3 e_1^2 W_{32} + \frac{1}{2} V_8 \cdot \alpha_{10}\} - \frac{t_s h}{2} g_1 \{2V_1 e_3 Z_1 WW_2$$

$$- 2\nu V_1 e_1 Z_2 WW_1\} - (2V_{12} \cdot \alpha_6 + V_{15} \cdot \alpha_7 + V_{17} \cdot \alpha_8) + (\frac{V_6}{2} + V_9) \cdot \alpha_{14}$$

$$- \alpha_{21} \cdot \alpha_{19} + (-V_1 \cdot \alpha_{19} + \alpha_{21}) \cdot 2V_1 \cdot \alpha_{17} + V_1 \cdot \alpha_{15} \cdot \alpha_{19}$$

$$a_{12G} = V_9 \cdot \alpha_1 + V_6 \cdot \alpha_3 + \frac{a t_s h}{E}\{2V_6 \cdot e_3 e_4 W_3 + \frac{1}{2} V_9 \cdot \alpha_9\}$$

$$- \frac{t_s h}{2} g_1 \{2V_{12} e_4 \cdot Z_1 WW_3 - 2\nu V_{12} \cdot e_2 \cdot Z_3 WW_1\}$$

$$- \{(V_1 + V_{19})\alpha_{10} + V_1 \cdot \alpha_{12} + V_{21} \cdot \alpha_{13}\} + (\frac{V_{11}}{2} + V_{23}) \cdot \alpha_{14}$$

$$- V_1 \cdot \alpha_{19} \cdot (2V_{12}\alpha_{18} - \alpha_{16}) + 2V_{12}\alpha_{18} \cdot \alpha_{20}$$

$$a_{13} = -\frac{2 a t_s h}{E} V_1 e_3 W_1 + \frac{t_s h}{2} g_1 Z_1 WW_1 - (-V_1 \cdot \alpha_{19} + \alpha_{20})$$

$$(b t + t_s h W_{32})$$

$$a_{14} = -V_7 \cdot \alpha_1 - V_2 \cdot \alpha_2 - V_4 \cdot \alpha_3 - V_{19} \cdot \alpha_4 - \frac{a t_s h}{E} \Big\{ 2\sigma V_1 e_3 W_1$$

$$+ 2 V_2 e_3^2 W_2 + 2 V_4 e_3 e_4 \cdot W_3 + \nu^2 V_2 e_1^2 W_{32} + \frac{1}{2} V_7 \alpha_9 \Big\}$$

$$+ \frac{t_s h}{2} g_1 \Big\{ \sigma Z_1 WW_1 + V_{11} \cdot e_3 Z_1 WW_2 + V_5 e_4 Z_1 WW_3$$

$$- \nu V_{11} e_1 Z_2 WW_1 - \nu V_5 e_2 Z_3 WW_1 \Big\} + \Big\{ (V_{13} + V_{18}) \alpha_{10} + V_4 \alpha_{11} + V_{16} \alpha_{12}$$

$$+ V_{20} \alpha_{13} \Big\} - \frac{a t_s E}{6} g_1^2 V_{19} \cdot WW_{10} - \frac{2 a t_s h}{E} V_1 e_3 (W_{30} - W_1) \sigma_Y$$

$$+ \frac{t_s h}{2} g_1 Z_1 \Big\{ h (W_{31} - W_{10}) + t (W_{31} - W_9) \Big\} \sigma_Y - \Big(\frac{V_{10}}{2} + V_{22} \Big) \cdot \alpha_{14}$$

$$- (-\alpha_{19} \cdot V_1 + \alpha_{20}) \Big\{ (b t + t_s h W) \sigma + t_s h (n' - 1 - W_{32}) \sigma_Y + \alpha_{21} \Big\}$$

$$a_{15} = \alpha_{23}$$

a_{21B}, a_{22B}, a_{22I}, a_{21G}, a_{22G}, a_{23}, a_{24} は次の係数において

$A \to B$, $A_0 \to B_0$, $B \to A$, $B_0 \to A_0$, $k \to m$, $l \to n$, $m \to k$, $n \to l$ のように置きかえることによって求まる。

a_{21B} —— a_{12B} , a_{22B} —— a_{11B} , a_{22I} —— a_{11I}

a_{21G} —— a_{12G} , a_{22G} —— a_{11G} , a_{23} —— a_{13}

a_{24} —— a_{14}

ただし

$$e_1 = \frac{E \pi^2 l^2}{8 b^2}$$

$$e_2 = \frac{E \pi^2 n^2}{8 b^2}$$

$$e_3 = \frac{E \pi^2 k^2}{8 a^2}$$

$$e_4 = \frac{E \pi^2 m^2}{8 a^2}$$

$$f_1 = -\frac{E\pi^2}{4b^2} \cdot \frac{-(kn-lm)^2(k+m)^2}{\{(k+m)^2+(l+n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_2 = \frac{E\pi^2}{4b^2} \cdot \frac{(kn+lm)^2(k+m)^2}{\{(k+m)^2+(l-n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_3 = \frac{E\pi^2}{4b^2} \cdot \frac{(kn+ln)^2(k-m)^2}{\{(k-m)^2+(l+n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_4 = \frac{E\pi^2}{4b^2} \cdot \frac{-(kn-lm)^2(k-m)^2}{\{(k-m)^2+(l-m)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_5 = \frac{E\pi^2}{4a^2} \cdot \frac{-(kn-lm)^2(k+m)^2}{\{(k+m)^2+(l+n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_6 = \frac{E\pi^2}{4b^2} \cdot \frac{(kn+lm)^2(l-n)^2}{\{(k+m)^2+(l-n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_7 = \frac{E\pi^2}{4b^2} \cdot \frac{(kn+ln)^2(l+n)^2}{\{(k-m)^2+(l+n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_8 = \frac{E\pi^2}{4b^2} \cdot \frac{-(kn-lm)^2(l-n)^2}{\{(k-m)^2+(l-n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_9 = \frac{E\pi^2}{4ab} \cdot \frac{-(kn-lm)^2(k+m)(l+n)}{\{(k+m)^2+(l+n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_{10} = \frac{E\pi^2}{4b^2} \cdot \frac{(kn+lm)^2(k+m)(l-n)}{\{(k+m)^2+(l-n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_{11} = \frac{E\pi^2}{4b^2} \cdot \frac{(kn+ln)^2(k-m)(l+n)}{\{(k-m)^2+(l+n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$f_{12} = \frac{E\pi^2}{4b^2} \cdot \frac{-(kn-lm)^2(k-m)^2}{\{(k-m)^2+(l-n)^2\alpha^2\}^2}$$

$$g_1 = \left(\frac{k\pi}{a}\right)^2$$

$$g_2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2$$

$$g_3 = \left(\frac{l\pi}{b}\right)^2$$

$$g_4 = \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$g_5 = \frac{k\,l\,\pi^2}{a\,b}$$

$$g_6 = \frac{m\,n\pi^2}{a\,b}$$

$$n' = n+1$$

$$V_1 = A + A_0$$

$$V_2 = (A + A_0)(A^2 + 2A_0A)$$

$$V_3 = \{A^2 + 2A_0A + 2(A + A_0)^2\}$$

$$V_4 = (A + A_0)(B^2 + 2B_0B)$$

$$V_5 = (B^2 + 2B_0B)$$

$$V_6 = 2(A + A_0)(B + B_0)$$

$$V_7 = (AB + AB_0 + A_0B)(B + B_0)$$

$$V_8 = (B + B_0)^2$$

$$V_9 = (AB + AB_0 + A_0B) + (A + A_0)(B + B_0)$$

$$V_{10} = (A^2 + 2A_0A)(B + B_0)$$

$$V_{11} = (A^2 + 2A_0A)$$

$$V_{12} = (B + B_0)$$

$$V_{13} = (AB + A_0B + AB_0)$$

$$V_{14} = A(A + A_0)$$

$$V_{15} = 2A + A_0$$

$$V_{16} = B(A + A_0)$$

$$V_{17} = B$$

$$V_{18} = A(B + B_0)$$

$$V_{19} = A$$

$$V_{20} = B(B + B_0)$$

$$V_{21} = 2B + B_0$$

$$V_{22} = (A + A_0)(AB + AB_0 + A_0 B)$$

$$V_{23} = (A + A_0)^2$$

$$\alpha_1 = \frac{abt}{4E}\{(f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 + f_5^2 + f_6^2 + f_7^2 + f_8^2)$$

$$-2\nu(f_1 f_5 + f_2 f_6 + f_3 f_7 + f_4 f_8)\}$$

$$+\frac{abt}{4G}\{f_9^2 + f_{10}^2 + f_{11}^2 + f_{12}^2\}$$

$$\alpha_2 = \frac{abt}{E}(e_1^2 + e_3^2)$$

$$\alpha_3 = \frac{abt}{E} e_1 e_2 \quad (k = m)$$

$$\alpha_4 = D\frac{ab}{4}(g_1 + g_2)^2$$

$$\alpha_5 = f_5 - \nu f_1$$

$$\alpha_6 = f_6 - \nu f_2$$

$$\alpha_7 = f_7 - \nu f_3$$

$$\alpha_8 = f_8 - \nu f_4$$

$$\alpha_9 = (\alpha_5^2 + \alpha_7^2)W_4 + 2(\alpha_5\alpha_6 + \alpha_7\alpha_8)W_5 + (\alpha_6^2 + \alpha_8^2)W_6$$

$$\alpha_{10} = \frac{t_s h}{2} g_1\{(\alpha_5 \cdot Z_4 + \alpha_7 Z_5)WW_4 + (\alpha_6 \cdot Z_4 + \alpha_8 Z_5)WW_5\}$$

$$\alpha_{11} = t_s h g_1\{e_3 Z_1 WW_2 - \nu e_1 \cdot Z_2 WW_1\}$$

$$\alpha_{12} = t_s h g_2\{e_3 Z_6 WW_6 - \nu e_1 \quad Z_7 WW_7\}$$

$$\alpha_{13} = \frac{t_s h}{2} g_2\{(\alpha_5 \cdot Z_8 + \alpha_7 \cdot Z_9)WW_8 + (\alpha_6 \cdot Z_8 + \alpha_8 \cdot Z_9)WW_9\}$$

$$\alpha_{14} = -\frac{a t_s h}{E}\nu e_1\{(f_7 - \nu f_3)W_7 + (f_8 - \nu f_4)W_8\} \quad (m = 3k)$$

$$\alpha_{15} = \frac{t_s E h}{2a} g_1 W_1 Z_1$$

$$\alpha_{16} = \frac{t_s Eh}{2a} g_1 W_7 Z_6$$

$$\alpha_{17} = t_s h e_3 W_1$$

$$\alpha_{18} = t_s h e_4 W_{32}$$

$$\alpha_{19} = \frac{k^2 \pi^2}{4a}$$

$$\alpha_{20} = \frac{dk\pi}{a} \frac{W_{31}}{n'-1} (1 - \cos k\pi)$$

$$\alpha_{21} = V_{11} \cdot \alpha_{17} + V_5 \cdot \alpha_{18} - V_{19} \alpha_{15} - V_{17} \alpha_{16}$$

$$\alpha_{22} = -\frac{t\pi^2 k^2}{4a} \left\{ \int_0^b g(y) \cos \frac{2l\pi y}{b} dy - \frac{t_s}{t} \int_{\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}+h} h(Z) dZ \cdot W_{30} \right\}$$

$$\alpha_{23} = \frac{2\pi t_s k^2}{a} \int_{\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}+h} h(Z) \cdot Z dZ$$

$$Z_1 = \int \sin \frac{k\pi x}{a} dx$$

$$Z_2 = \int \sin \frac{k\pi x}{a} \cdot \cos \frac{2k\pi x}{a} dx$$

$$Z_3 = \int \sin \frac{k\pi x}{a} \cdot \cos \frac{2m\pi x}{a} dx$$

$$Z_4 = \int \sin \frac{k\pi x}{a} \cdot \cos \frac{(k+m)\pi x}{a} dx$$

$$Z_5 = \int \sin \frac{k\pi x}{a} \cdot \cos \frac{(k-m)\pi x}{a} dx$$

$$Z_6 = \int \sin \frac{m\pi x}{a} dx$$

$$Z_7 = \int \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \cos \frac{2k\pi x}{a} dx$$

$$Z_8 = \int \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \cos \frac{(k+m)\pi x}{a} dx$$

$$Z_9 = \int \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \cos \frac{(k-m)\pi x}{a} dx$$

$$W_1 = \sum_{i=1}^{n-1} \xi \cos \frac{2il\pi}{n'}$$

$$W_2 = \sum \xi \cos^2 \frac{2il\pi}{n'}$$

$$W_3 = \Sigma\ \xi\ \cos\frac{2\,i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{2\,i\,n\pi}{n'}$$

$$W_4 = \Sigma\ \xi\ \cos^2\frac{i\,(l+n)\,\pi}{n'}$$

$$W_5 = \Sigma\ \xi\ \cos\frac{i\,(l+n)\,\pi}{n'}\ \cos\frac{i\,(l-n)\,\pi}{n'}$$

$$W_6 = \Sigma\ \xi\ \cos^2\frac{i\,(l-n)\,\pi}{n'}$$

$$W_7 = \Sigma\ \xi\ \cos\frac{i\,(l+n)\,\pi}{n'}$$

$$W_8 = \Sigma\ \xi\ \cos\frac{i\,(l-n)\,\pi}{n'}$$

$$W_9 = \Sigma\ \xi\ \sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}$$

$$W_{10} = \Sigma\ \xi^2\sin\frac{i\,l\,\pi}{n'} \qquad WW_1 = W_9 t + W_{10}\ h$$

$$W_{11} = \Sigma\ \xi\ \sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{2\,i\,l\,\pi}{n'}$$

$$W_{12} = \Sigma\ \xi^2\sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{2\,i\,l\,\pi}{n'} \qquad WW_2 = W_{11}\,t + W_{12}\ h$$

$$W_{13} = \Sigma\ \xi\ \sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{2\,i\,n\pi}{n'}$$

$$W_{14} = \Sigma\ \xi^2\sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{2\,i\,n\pi}{n'} \qquad WW_3 = W_{13}\,t + W_{14}\ h$$

$$W_{15} = \Sigma\ \xi\ \sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{i\,(l+n)\,\pi}{n'}$$

$$W_{16} = \Sigma\ \xi^2\sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{i\,(l+n)\,\pi}{n'} \qquad WW_4 = W_{15}\,t + W_{16}\ h$$

$$W_{17} = \Sigma\ \xi\ \sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{i\,(l-n)\,\pi}{n'}$$

$$W_{18} = \Sigma\ \xi^2\sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{i\,(l-n)\,\pi}{n'} \qquad WW_5 = W_{17}\,t + W_{18}\ h$$

$$W_{19} = \Sigma\ \xi\ \sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{2\,i\,l\,\pi}{n'}$$

$$W_{20} = \Sigma\ \xi^2\sin\frac{i\,l\,\pi}{n'}\ \cos\frac{2\,i\,l\,\pi}{n'} \qquad WW_6 = W_{19}\,t + W_{20}\ h$$

$$W_{21} = \Sigma\ \xi\ \sin\frac{i\,n\pi}{n'}$$

$$W_{22} = \Sigma\ \xi^2\sin\frac{i\,n\pi}{n'} \qquad WW_7 = W_{21}\,t + W_{22}\ h$$

$$W_{23} = \Sigma\ \xi\ \sin\frac{i\,n\pi}{n'}\ \cos\frac{i\,(l+n)\pi}{n'}$$

$$W_{24} = \Sigma\ \xi^2 \sin\frac{i\,n\pi}{n'}\ \cos\frac{i\,(l+n)\pi}{n'} \qquad WW_8 = W_{23}\,t + W_{24}\,h$$

$$W_{25} = \Sigma\ \xi\ \sin\frac{i\,n\pi}{n}\ \cos\frac{i\,(l-n)\pi}{n'}$$

$$W_{26} = \Sigma\ \xi^2 \sin\frac{i\,n\pi}{n'}\ \cos\frac{i\,(l-n)\pi}{n'} \qquad WW_9 = W_{25}\,t + W_{26}\,h$$

$$W_{27} = \Sigma\ \xi\ \sin^2\frac{i\,l\pi}{n'}$$

$$W_{28} = \Sigma\ \xi^2 \sin^2\frac{i\,l\pi}{n'}$$

$$W_{29} = \Sigma\ \xi\ \sin^2\frac{i\,l\pi}{n'} \qquad WW_{10} = W_{27}\cdot\frac{3}{4}\,ht^2 + W_{28}\,\frac{3}{2}\,h^2\,t + W_{29}\cdot h^3$$

$$W_{30} = \Sigma\ \cos\frac{2\,i\,l\pi}{n'}$$

$$W_{31} = \Sigma\ \sin\frac{i\,l\pi}{n'}$$

$$W_{32} = \Sigma\ \xi$$

$$W_{33} = \Sigma\ \cos^2\frac{2\,i\,l\pi}{n'}$$

$$W_{34} = \Sigma\ \cos\frac{2\,i\,l\pi}{n'}\ \cos\frac{2\,i\,l\pi}{n'} \qquad WW_{11} = \frac{h^3 - t^3}{4}\ \Sigma\sin^2\frac{i\,l\pi}{n'}$$

謝　　辞

本研究は、大阪大学溶接工学研究所教授、上田幸雄博士のもとで、同研究所弾塑性学部門の教職員ならびに卒業生、大学院生の方々から数々の御協力を得て行なわれたものである。

特に上田幸雄教授には研究の計画、実施、結果の検討など本研究の全般にわたって終始たえまない御指導と御鞭撻を賜わった。

また、本論文をまとめるに当り、大阪大学教授、八木順吉博士、佐藤邦彦博士、松浦義一博士から有益な御指示と御討論を賜わった。

さらに、本研究遂行期間中、大阪大学溶接工学研究所助手、福田敬二博士、中長啓治氏には有益な助言と討論をいたゞいた。実際の実験および解析の実施に当っては、同研究所技官、古木良一氏ならびに当時大阪大学大学院に在学していた村川英一博士（日立製作所）、菊本仁司氏（川崎重工業）、吉田武司氏（日本アルミ）、中峰正則氏（日立造船）、中村和博氏（神戸製鋼）、また大学院生藤久保昌彦氏、岩崎 裕氏を始めとする多数の方々の御援助をいたゞいた。さらに、川崎重工業技術研究所、安川 度 博士からも有益な御指導をいたゞいた。

本研究は、以上の方々を始め多数の方々の御協力を得てはじめてなしえたものであり、本論文を終えるにあたり、これらの方々に心からの謝意を表します。

参 考 文 献

1) 前田幸雄："海外における最近の橋梁事故について"，生産と技術，２５巻,３号（１９７３），pp.16−35.

2) G.H.Bryan : "On the stability of a plane plate under thrust in its own plane with application to the buckling of the side of a ship"", Proc. London Math. Soc., 22 (1891), pp.54-67.

3) S.P.Timoshenko : History of Strength of Material, McGraw-Hill, New York (1953).

4) S.P.Timoshenko : "Sur la Stabilite des systemes elastique", Ann. des Ponts et chauss., 15 (1913).

5) 妹沢克雄："薄板の安定"，造船学会会報，３８号（１９２６），pp.79−108.

6) G.I.Taylor : "The buckling load for a rectangular plate with four clamped edges", Z.A.M.M., 13 (1933), pp.147-152.

7) S.Iguchi : "Allgemeine Lösung der Knickungsanfgabe für rechteckigen Platten", Ing. Arch., 7 (1936), pp.207-215.

8) L.H.Cox : "The buckling of thin plate in compression", R&M, A.R.C., No.1554 (1933), Tech. Rep. Aero. Committee (1933-1944), pp.443-463.

9) K. Schleicher : "Die Knickspannungen von eigespannten rechteckigen Platten", Mitt. Forsh-Anst. Gutehoffnungshütte, 1 (1931), pp.186 -193.

10) Th. von Kármán : Festigkeitsproblem in Maschinenbau, Encyk. Math. Wiss., Vol.4 (1910), p.349.

11) G.Schnadel : "Über die knickung von Platten", Jb. Schiffbt, Ges. 30 (1929), pp.170-194., "Die Übershreitung der Knickgrenze bei dünnen Platten", Verh. 3te int. Kongr. f. tech. Mech., Stockholm 3 (1930), pp.73-81.

12) L.Schumann and G.Back : "Strength of rectangular flat plate under edge compression", NACA Tech. Rep. No.356 (1930).

13) Th. von Kármán, E.E.Sechler and L.H.Donnell : "The strength of thin plate in compression", Trans. ASME, 54 (1932), pp.53-56.

14) K.Marguerre : "Die mittragende Breite der gedrückten Platte", Lufo, Vol.14 (1937), pp.121-128.

15) K.Marguerre and E.Trefftz : "Über die Trägfäigkeit eines längsbelasteten Plattenstreifens nach Überschreiten der Beullast", ZAMM, 17 (1937), pp.85-100.

16) K.Marguerre : "Zur Theorie der gekrümmten Platte grosser Formänderung", Proc. 5th Int. Cong. for Applied Mech., Cambridge (1938), pp.93-101.

17) S.Levy : "Bending of rectangular plates with large deflection", NACA, Tech. Note, No.737 (1942), pp.139-157.

18) J.M.Coan : "Large-deflection theory for plates with small initial curveture loaded in edge compression", Trans. ASME, Vol.73 (1951), pp.143-151.

19) N.Yamaki : "Postbuckling behavior of rectangular plates with small initial curveture loaded in edge compression", J.Appl. Mech., Vol.26 (1959), pp.407-414, and Vol.27 (1960), pp.335-342.

20) 山本峰雄・近藤一夫："圧縮を受ける矩形板のバックリングと破壊"，航空学会誌, 2(1935), pp.323-344, pp.998-999.

21) S.P.Timoshenko and J.M.Gere : Theory of elastic stability, Macgraw-Hill, New York (1936), pp.390-395.

22) F.Bleich : "Theorie und Berechnung der eisernen Brücken", Julius Springer, Berlin (1924).

23) F.Bleich : Buckling strength of metal structures, Mcgraw-Hill, New York (1952), pp.305-310.

24) E.Chwalla : Reports 2nd International Congress, Bridge and Structural Engineer, Vienna (1928).

25) M.Ros and A.Eichinger : Reports 3rd International Congress, Bridge and Structural Engineer, Paris (1932).

26) H.Henchy : Zur Theorie plastischen Deformation und der Heirdurch im material fervorgerufenen Nebenspannungen, Proc. 1st Int. Cong., Appl. Mech., Delft (1924).

27) L.Prandtl : Spannungsverteilung in plastischen Koerpern, Proc. 1st Int. Cong., Appl. Mech., Delft (1924).

28) A.Reuss : "Berücksichtigung der elastischen Formänderungen in der plastizitätstheorie", Z. Angew. Math. Mech., 10 (1930), pp.266-274.

29) P.P.Bijlaard : "Theory of the plastic buckling of thin plates", IABSE, Zurich, 6 (1940-1941).

30) A.A.Ilyshin : "Some problems in the theory of plastic deformation", Prikladnaia Matematika, Mekhanika, 7 (1943), p.425.

31) E.Z.Stowell : "A unified theory of plastic buckling of columns and plates", NACA Tech. Rep., No.1556 (1948).

32) E.Z.Stowell and R.A.Pride : "The effect of compressibility of the material on plastic buckling", J. Aero. Sci., 18 (1951), pp.773.

33) F.R.Shanley : "Inelastic column theory", J. Aero. Sci., 14 (1947), pp.261-268.

34) C.H.Handelman and W.Prager : "Plastic buckling of a rectangular plate under edge thrust", NACA Tech. Note, No.1530 (1948).

35) R.A.Pride and C.H.Heimerl : "Plastic buckling of simply supported compressed plates", NACA Tech. Note, No.1811 (1949).

36) C.E.Pearson : "Bifurcation criterion and plastic buckling of plates and columns", J. Aero. Sci., 17 (1950), pp.417-425.

37) E.T.Onat and D.C.Drucker : "Inelastic instability and incremental theory of plasticity", J. Aero. Sci., 30 (1953), pp.181-186.

38) 山本善之："初期たわみを有する柱と板の塑性変形を伴う座屈"，造船協会論文集，第97号(1955)，pp.57-68.

39) Y.Yamamoto : "A general theory of plastic buckling of plates", J. Soc. Naval Arch. Japan, No. 96 (1955), pp.71-77.

40) G.Haaijer and B.Thürlimann : "On inelastic buckling in steel", Proc. ASCE., EM2 (1958), pp.1581-1-47.

41) S.P.Timoshenko : "Über die Stabilität versteiffer Platten", Eisenbau, 12 (1921), pp.147-163.

42) R.Barbré : "Beulspannungen von Rechteckplatten mit Lägssteifen bei gleichmässiger Druckbeanspruchung", Bauing., 17 (1936), pp.268-273.

43) H.Flöhlich : "Stabilität der gleichmässig gedrückten Rechteckplatte mit Steifenkreuz", Bauing., 18 (1937), pp.673-682.

44) R.Barbré : "Stabilität gleichmässig gedrüchter Rechteckplatten mit Längs- oder Quersteifen", Ing. Arch., 8 (1937), pp.117-150.

45) 奥田克己・有馬　孝："縦横に防撓材を有する矩形薄板の強さ及固有振動数"，造船協会会報，第58号(1936)，pp.59-78，第59号(1936)，pp.163-178.

46) G.F.Wallace : "Note on the strength of stresses skin fuselages", J. Roy. Aero. Soc., 40 (1936), pp.304-312.

47) E.E.Sechler : "Stress distribution in stiffened panel under compression", J. Aero. Sci., 4 (1936-1937), pp.320-323.

48) H.L.Cox : "Stress analysis of thin metal construction", J. Roy. Aero. Soc., 44 (1940), pp.231-272.

49) H.B.Dickinson and J.R.Fishel : "Measurement of stiffener stresses and effective width in stiffened panels", J. Aero. Sci., 6 (1938-1939), pp.249-254.

50) J.R.Fishel : "Effective width in stiffened panels under compression", J. Aero. Sci., 7 (1939-1940), pp.213-216.

51) 吉識雅夫："圧縮を受ける船体構造部分の挫屈並に圧壊強度の研究"，日本造船協会会報，第７５号（１９５３），pp.85−109.

52) 吉識雅夫・藤田　譲："圧縮力を受ける補強板の最高荷重について"，日本造船協会論文集，第１０４号（１９５８），pp.149−155.

53) 楠田忠雄："圧縮力を受ける補強板の塑性座屈について — 第１報：軸対称型防撓材を有する場合 — "，日本造船協会論文集，第１０５号（１９５９），pp.137−146.

54) Y. Fujita : Built-up column strength, Ph. D. Dissertation, Lehigh University, August (1956).

55) 藤田　譲："残留応力を有する柱の塑性域における挫屈について"，日本造船協会論文集，第１０２号（１９５７），pp.219−225.

56) L.Tall : The strength of welded built-up columns, Ph. D. Dissertation, Lehigh University, May (1961).

57) 吉識雅夫・藤田　譲．川井忠彦："残留応力が板の挫屈強度に及ぼす影響"，日本造船協会論文集，第１０７号（１９６０），pp.187−194.

58) N.O.Okerblom : "The influence of residual stresses on stability of welded structures and structural members", Commission X, IIW, Liege (1960).

59) Y.Ueda : Elastic, elastic-plastic and plastic buckling of plates with residual stresses, Ph. D. Dissertation, Lehigh University (1962).

60) F.Nishino : Buckling strength of columns and their component plates, Ph. D. Dissertation, Lehigh University (1964).

61) Y.Ueda and L.Tall : "Inelastic buckling of plates with residual stresses", IABSE, Zurich (1967).

62) F.Nishino, Y.Ueda and L.Tall : "Experimental investigation of the buckling of plates with residual stresses", Symposium on Test Method for Compression Members, Atlantic City (1966)., and ASTM, Special Tech. Pub., No.419 (1967), pp.12-30.

63) J.B.Dwight and J.D.Harrison : "Local buckling problems in steel columns", British Welding Research Association Report, No. M9/63 (1963).

64) J.B.Dwight, T.K.Chin and A.T.Ractliffe : "Local buckling of thin-walled columns, effect of locked-in welding stresses", CIRIA, Res. Rep., No.12 (1968).

65) 上田幸雄・安川　度・植西正裕・川上　肇："Ｉ型鋼の圧縮局部座屈について"，関西造船協会誌，第１１９号（１９６５），pp.33−40.

66) 藤田　譲・吉田宏一郎："構造物の塑性設計（その４．残留応力を有する板の不安定現象について）"，日本造船協会論文集，第１１５号（１９６４），pp.106−115.

67) 藤田　譲・吉田宏一郎："構造物の塑性設計（その７．高張力鋼混用板の座屈強度について）"，日本造船協会論文集，第１１９号（１９６６），pp.190−199.

68) 上田幸雄・山川武人・森　信義："平板の非線型挙動の解析（第１報）"，日本造船学会論文集，第１２６号（１９６９），pp.263−273.

69) 藤田　譲・吉田宏一郎："差分法による帯板の弾塑性解析"，日本造船学会論文集，第１２６号（１９６９），pp.227−234.

70) 奥村敏恵・西野文雄・長谷川彰夫・長浜正孝："差分法によるリブ付板の弾塑性座屈解析"，土木学会第２７回年次講演集，１０月（１９７２），pp.219−222.

71) 岡村宏一・吉田公憲："圧縮を受ける長方形鋼板の終局強度"，土木学会論文報告集，第２０６号（１９７２），pp.1−11.

72) M.Turner, R.Clough, H.Martin and L.Topp : "Stiffness and deflection analysis of complex structure", J. Aero. Sci., 23, No.9 (1956), pp.805-823.

73) J.H.Agyris and S.Kelsey : Energy theorems and structural analysis, Butterworth Science Pub., London (1960).

74) R.H.Gallagher and J.Padlog : "Discrete element approach to structural instability analysis", J. AIAA, 1, No.6 (1963), pp.1437-1439.

75) H.C.Martin : "On the derivation of stiffness matrices for the analysis of large deflection and stability problems", Proc. Conf. on Matrix Method in Structural Mechanics, Air Force Inst. of Technology, Wright Patterson Air Force Base, Ohio, October (1965).

76) K.K.Kapur and B.J.Hartz : "Stability of thin plates using the finite element method", Proc. ASCE, EM2 (1966), pp.177-195.

77) 寺沢一雄・上田幸雄・松石正克："有限要素法による平板の弾塑性座屈（第１報）— 矩形板の弾塑性圧縮座屈 —"，日本造船協会論文集，第１２２号（１９６７），pp.129−136.

78) 寺沢一雄・八木順吉・上田幸雄・西牧　興・松石正克："有限要素法による平板の弾塑性座屈（第２報）— 補強板 —"，日本造船学会論文集，第１２７号（１９７０），pp.91−104.

79) 吉識雅夫・川井忠彦・大坪英臣："平板の曲げ振動および座屈問題に対するエネルギー法の一

般的適用法について（Ⅲ）（複雑な平板座屈問題の解法の一手法）", 日本造船学会論文集, 第１２３号（1968）, pp. 181−187.

80) 藤田　譲・吉田宏一郎・荒井宏範："有孔板の座屈強度について（その３）", 日本造船学会論文集, 第１２７号（1970）, pp.161−169.

81) **Y.K.Cheung : "Finite strip method analysis of elastic slabs", Proc. ASCE, ST12 (1969), pp.2963-2979.**

82) 吉田宏一郎："帯板要素による平板構造の座屈解析", 日本造船学会論文集, 第１３０号（1971）, pp.173−182.

83) 吉田宏一郎・岡　徳昭："帯板要素による平板構造の曲げ解析", 日本造船学会論文集, 第１３２号（1972）, pp.289−298.

84) 吉田宏一郎・岡　徳昭："帯板要素による平板構造解析", 日本造船学会論文集, 第１３４号（1973）, pp.261−268.

85) 長谷川彰夫・太田孝二・西野文雄："補剛された板要素の座屈強度に関する二・三の考察", 土木学会論文報告集, 第２３２号（1974）, pp. 1−15.

86) **M.J.Turner, E.H.Din, H.C.Martin and R.J.Melosh : "Large deflection of structures subjected to heating and external loads", J. Aero. Space Sci., Feb. (1960), pp.97-106.**

87) **G.P.Bergan : "Non-linear analysis of plates considering geometric and material effects", Structural Engineering Laboratory, Report No. UCSESM71-7 (1971).**

88) 大坪英臣：平板の弾塑性大たわみ解析法 — 平板の圧縮強度 — ", 日本造船学会論文集, 第１３０号（1971）, pp.173−182.

89) 上田幸雄・山川武人・藤原昭文："有限要素法による、はり、柱、平板の熱弾塑性大たわみ解析", ＪＳＳＣ第７回大会講演論文集, （1973）, pp.411−418.

90) 荒井宏範："板構造物の大変形解析（その１）", 日本造船学会論文集, 第１３４号（1973）, pp.269−278.

91) 小松定夫・北田俊行・宮崎清司："残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析", 土木学会論文報告集, 第２４４号（1975）, pp. 1−14.

92) 上田幸雄・松石正克・山内　裕・田中雅子："有限帯板法による平板の弾塑性大たわみ解析", 関西造船協会誌, 第１５４号（1974）, pp.83−92.

93) 藤田　譲・吉田宏一郎・高沢　誠："不整量を有する構造物の強度について — 初期たわみを有する柱の圧縮強度", 日本造船学会論文集, 第１３２号（1972）, pp.299−306.

94) 上田幸雄・松石正克・森　信義・村川英一："曲げを受ける横桁の最終強度に関する研究 — 初期変形の影響 — "，日本造船学会論文集，第１３８号（1976），pp.111−121.

95) 小松定夫、北田俊行："初期不整を有する圧縮板の極限強度特性に関する研究"，土木学会論文報告集，第２７５（1978），pp.1−14.

96) 藤田　譲・野本敏治・仁保　治："防撓板の圧縮強度について"，日本造船学会論文集，第１４１号（1777），pp.190−197.

97) 藤田　譲・野本敏治・仁保　治："防撓板の圧縮強度について（第２報）"，日本造船学会論文集，第１４４号（1978），pp.437−445.

98) 大坪英臣・山本善之・李　雅栄："幅広平板の圧壊強度の研究"，日本造船学会論文集，第１４２号（1977），pp.279−289.

99) 大坪英臣・山本善之・李　雅栄："防撓板の圧壊強度の研究（その１）"，日本造船学会論文集，第１４３号（1978），pp.316−325.

100) 李　雅栄・大坪英臣・山本善之："防撓板の圧壊強度の研究（その２）"，日本造船学会論文集，第１４４号（1978），pp.429−436.

101) J.B.Dwight and K.E.Moxham : "Welded steel plates in compression", Structural Eng., No.2, Vol.47 (1969), pp.49-66.

102) H.Becker, R.Goldman and J.Pazerycki : "Compressive strength of ship hull girders - Part I Unstiffened plates", U. S. Ship Structure Committee Report, SSC-217 (1970).

103) H.Becker, A.Colao, R.Goldman and J.Pazerycki : "Compressive strength of ship hull girders - Part II Stiffened plates", U. S. Ship Structure Committee Report, SSC-223 (1971).

104) H.Becker and A.Colao : "Compressive strength of ship hull girders - Part III Theory and additional experiments", U. S. Ship Structure Committee Report, SSC-267 (1977)

105) D.Faulkner : "Review of effective plating for use in the analysis of stiffened plating in bending and compression", J. Ship Research, Vol.19, No.1 (1975), pp.1-17.

106) 上田幸雄・安川　度・矢尾哲也・池上　博・大南亮一："圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究（第１報）— 初期たわみおよび溶接残留応力の影響について — "，日本造船学会論文集，第１３７号（1975），pp.315−326.

107) Y.Ueda, W.Yasukawa, T.Yao, H.Ikegami and R.Ohminami : "Effects of welding residual stresses and initial deflection on rigidity and

strength of square plates subjected to compression", Trans. JWRI (Journal of Welding Research Institute, Osaka University), Vol.4, No.2 (1975), pp.29-43.

108) 上田幸雄・倉本美雄・矢尾哲也："三角形ブラケット板の耐荷力に関する研究 — 特に溶接による初期不整量の影響について—",日本造船学会論文集, 第１３９号（１９７６）, pp.129−135.

109) 上田幸雄・安川 度・矢尾哲也・池上 博・大南亮一："圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究（第2報）— 初期不整の影響に関する総合的な考察—",日本造船学会論文集, 第１４０号（１９７６）, pp.217−221.

110) 上田幸雄・矢尾哲也・菊本仁司："補強材の最小剛比について", 日本造船学会論文集, 第１４０号（１９７６）, pp.211−216.

111) Y.Ueda, W.Yasukawa, T.Yao, H.Ikegami and R.Ohminami : "Effects of welding residual stresses and initial deflection on rigidity and strength of square plates subjected to compression (Report II)", Trans. JWRI, Vol.6, No.1 (1977), pp.33-38.

112) Y.Ueda, Y.Kuramoto and T.Yao : "Effects of initial imperfection due to welding on rigidity and strength of triangular corner bracket", Trans. JWRI, Vol.7, No.1 (1977), pp.39-45.

113) Y.Ueda, T.Yao and M.Katayama : "Minimum stiffness ratio of stiffeners for ultimate strength of a stiffened plate", Proc. 27th Japan National Congresss for Appl. Mech., Vol.27 (1977), pp.191-205.

114) Y.Ueda and T.Yao : "Compressive strength of plate elements with welding residual stresses and deformation", Trans. JWRI, Vol.7, No.1 (1978), pp.1-17.

115) 上田幸雄・矢尾哲也・片山正孝・中峰正則："補強材の最小剛比について（第2報）",日本造船学会論文集, 第１４３号（１９７８）, pp.331−338.

116) 上田幸雄・矢尾哲也・中峰正則・中村和博："補強材の最小剛比について（第3報）",日本造船学会論文集, 第１４５号（１９７９）, pp.176−185.

117) Y.Ueda and T.Yao : "Ultimate strength of a rectangular plate under thrust - with consideration of the effects of initial imperfections due to welding -", Trans. JWRI, Vol.8, No.2 (1979), pp.97-104.

118) 上田幸雄・矢尾哲也・中村和博："溶接初期不整を有する矩形板の圧縮最終強度",日本造船学会論文集, 第１４７号（１９８０）, 発表予定.

119) 上田幸雄・矢尾哲也・中村和博："船体上甲板の圧縮最終強度に関する研究"，日本造船学会論文集，第１４７号（１９８０），発表予定．

120) R.Hill : The mathematical theory of plasticity, Oxford Univ. Press (1950), pp.15-23.

121) 長柱研究委員会：弾性安定要覧，コロナ社（１９５１），pp.３１５−３１６．

122) 秋田好雄・吉本誠佑："瘠馬が船底の凹入に及ぼす影響について"，日本造船協会論文集，第９５号（１９５４），pp.１７３−１７９．

123) 吉識雅夫・秋田好雄・安藤文隆："初期たわみをもつ連続パネルの挫屈強度と凹損"，日本造船協会論文集，第１０１号（１９５７），pp.１３７−１４５．

124) 西岡富仁雄・西牧　興・松石正克・田中　武・安川　度・山内俊雄・東郷　修："ユニヴァーサル多点プレス法による船体外板曲げ作業の自動化に関する研究（第１報：基礎的研究）"，日本造船学会論文集・第１３２号（１９７３），pp.４８１−５０１．

125) M.Ojalvo and F.H.Hull : "Effective width of thin rectangular plates", J. Eng., Mech. Div., ASCE 84 (1958), pp.1718-1-20.

126) P.W.Sharman and J.Humpherson : "An experimental and theoretical investigation of simply-supported thin plates subjected to lateral load and uniaxial compression", J. Roy. Soc., Vol.72 (1968), pp.431-436.

127) W.J.Supple : "Coupled branching configulations in the elastic buckling of symmetric structural systems", Int. J. Mech. Sci., Vol.9 (1967), pp.97-112.

128) W.J.Supple : "On the change in buckle pattern in elastic structures", Int. J. Mech. Sci., Vol.10 (1968), pp.737-745.

129) W.J.Supple : "Change of wave-form of plates in the post-buckling range", Int. J. Solids Structures, Vol.6 (1970), pp.1243-1258.

130) T.Nakamura and K.Uetani : "The secondary buckling and post-secondary-buckling behaviors of rectangular plates", Int. J. Mech. Sci., Vol.21 (1979), pp.256-286.

131) R.G.Dawson and A.C.Walker : "A proposed method for the design of thin-walled beams which buckle locally", The Structural Eng., Vol.50, No.2 (1972), p.95.

132) J.B.Dwight : "Collapse of steel compression panels", Developments in Bridge Design and Construction, Crosby Lockwood (1971), pp.519-539.

133) 中峰正則："補強材の最小剛比に関する研究"，大阪大学大学院工学研究科造船学専攻修士論文（1979）.

134) 上田幸雄・矢尾哲也："溶接による初期不整と平板の剛性・強度"，日本造船研究協会第127部会資料（1974）.

135) K.Klöppel und J.Sheer : "Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten", Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin (1960).

136) 佐藤邦彦・寺崎俊夫："構造用材料の溶接残留応力、溶接変形におよぼす溶接諸条件の影響"，溶接学会誌，第45巻，1号（1976），pp.42−50.

137) ISSC 1976, Report of Committee III-3, On Fabrication Factors Affecting Structural Capability, Proceedings (1976).

138) 日本造船学会：日本鋼船工作精度標準，（1975）

139) Production Standard of the German Shipbuilding Industry, Nov. (1974).

140) Accuracy in Hull Construction, Varvindustriens Standardcentral Stockholm (1976).

141) Standards de Quality Cogue Metallique, Institute de Recherches de la Construction Navale, Paris (1976).

142) 日本造船研究協会："船殻部材歪量の船体強度に及ぼす影響に関する研究"，第127部会報告書，研究資料№212，（1975），pp.4−9.

143) C.A.Carlsen and J.Czujko : "The specification of post-welding distortion tolerances for stiffened plates in compression", Structural Eng., Vol.56A, No.5 (1978), pp.133-141.

本論文に関連した論文

（印刷公表したもの）

1. 圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究（第１報）－初期たわみおよび溶接残留応力の影響について－

   日本造船学会論文集第１３６号

   昭和５０年６月

2. Effects of Welding Residual Stresses and Initial Deflection on Rigidity and Strength of Square Plates Subjected to Compression

   （溶接残留応力および初期たわみが圧縮を受ける正方形板の剛性・強度に及ぼす影響）

   Transaction of JWRI (Journal of Welding Research Institute of Osaka University), Vol.4, No.2

   昭和５０年１２月

3. 補強材の最小剛比について

   日本造船学会論文集第１４０号

   昭和５１年１２月

4. 圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究（第２報）－初期不整の影響に関する総合的考察－

   日本造船学会論文集第１４０号

   昭和５１年１２月

5. 平板の最終強度に対する補強材の限界剛比の解析

日本鋼構造協会第１１回大会研究集会、

マトリックス構造解析法研究発表論文集

昭和５２年 ６ 月

6. Effects of Welding Residual Stresses and Initial Deflection on Rigidity and Strength of Square Plates Subjected to Compression (Report II)

(溶接残留応力および初期たわみが圧縮を受ける正方形板の最終強度に及ぼす影響（第２報）)

Transaction of JWRI, Vol. 6,

No. 1

昭和５２年 ６ 月

7. 補強材の最小剛比について（第２報）

日本造船学会論文集第１４３号

昭和５３年 ６ 月

8. Compressive Strength of Plate Elements with Welding Residual Stresses and Deformation

(溶接残留応力および溶接変形を有する板要素の圧縮強度)

Transaction of JWRI, Vol. 7,

No. 1

昭和５３年 ６ 月

9. Effects of Initial Imperfection Due to Welding on the Rigidity and Strength of Plate Elements Subjected to Compression

（溶接に起因する初期不整が圧縮を受ける板要素の剛性・強度に及ぼす影響）

The Third International Symposium of Japan Welding Society

昭和５３年 ９ 月

１０. 補強材の最小剛比について（第３報）

日本造船学会論文集第１４５号

昭和５４年 ６ 月

１１. Minimum Stiffness Ratio of Stiffeners for Ultimate Strength of a Stiffened Plate

（補強板の最終強度に対する補強材の限界剛比）

Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 27

昭和５４年 ６ 月

１２. Ultimate Strength of a Rectangular Plate under Thrust —with Consideration of the Effects of Initial Imperfections due to Welding —

（矩形板の圧壊強度 － 溶接初期不整の影響 － ）

Treansaction of JWRI, Vol. 8, No. 2

昭和５４年 ６ 月

（未公表のもの）

1. 溶接初期不整を有する矩形板の圧縮最終強度

執筆中

日本造船学会論文集投稿予定

（昭和５５年１２月１日印刷予定）

2. 船体上甲板の圧縮最終強度に関する研究

執筆中

日本造船学会論文集投稿予定

（昭和５５年１２月１日印刷予定）