

Title	半導体ヘテロ構造における磁気フォノン共鳴と電子- フォノン相互作用に関する研究
Author(s)	森, 伸也
Citation	大阪大学, 1991, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3054368
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

半導体ヘテロ構造における 磁気フォノン共鳴と 電子 - フォノン相互作用に関する研究



半導体ヘテロ構造における

磁気フォノン共鳴と 電子 - フォノン相互作用に関する研究



伸

也

内容梗概

本論文は、筆者が大阪大学大学院工学研究科・固体電子工学講座においておこなった"半 導体ヘテロ構造における磁気フォノン共鳴と電子--フォノン相互作用に関する研究"をまと めたもので、全体は6章から構成されている。以下、各章ごとにその内容の概要を述べる。

第1章 序論

本章では、半導体ヘテロ構造における磁気フォノン共鳴と電子--フォノン相互作用に関す る研究の沿革と現状について示し、未解決の問題を挙げた。

第2章 半導体ヘテロ構造における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴

本章では、はじめに、半導体ヘテロ構造中の2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴による 磁気抵抗の理論式を示した。実験結果との比較が容易におこなえるように、この理論式に 適当な近似をおこない、解析的な式の導出をおこなった。

っぎに、GaAs/AlGaAs単一ヘテロ構造における磁気フォノン共鳴の解析をおこなった。 障壁層に選択ドープされた不純物、チャネル層の不純物、界面凹凸、光学フォノン、音響 フォノン散乱によるランダウ準位の幅を求め、磁気抵抗の振幅を求め、Brummell らによる 測定結果と比較した。その結果、ランダウ準位の幅は障壁層に選択ドープされた不純物散 乱に支配されていることを明らかにした。

最後に、電子間の相互作用が磁気抵抗におよぼす影響について考察した。電子間の相互 作用を乱雑位相近似を用いて取り込み磁気抵抗を計算した結果、磁気抵抗のピークが低磁 界側にシフトし、そのシフト量は中程度の電子密度で最大となった。

第3章 半導体ヘテロ構造における電子-光学フォノン相互作用

本章では、はじめに、誘電性連続体モデルと通常の量子力学的方法とを用いて2元の化 合物半導体でつくられた単一ヘテロ構造と量子井戸構造とにおける電子-光学フォノン相互 作用のハミルトニアンを求めた。そして、そのハミルトニアンを光学フォノンを介した電 子間の2次元の相互作用というかたちに書き換えた。光学フォノンを介した電子間の2次 元の相互作用は、電子の波動関数によらない結合定数と物質定数によらない形状因子との 積として表せ、各フォノンモードの形状因子の和はつねにバルクフォノンの形状因子に等 しくなることを明らかにした。その後、鏡像電荷を考慮にいれたエネルギー損失の方法を 用いて、以上の理論を、混晶半導体で作られたヘテロ構造における電子-フォノン相互作用 へと拡張した。 つぎに、以上の結果を用いて、低電界における2次元電子ガスの移動度の解析をおこなった。その結果、井戸幅の薄い量子井戸構造中の電子はおもに障壁層のフォノンと相互作用 することをみいだした。この結果より、電子の性質とフォノンの性質とを独立に選んだ素 子を設計できる可能性を示した。

最後に、電子と界面フォノンとの相互作用による磁気フォノン共鳴について考察した。 その結果、通常の電子密度の GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造では、電子の存在する位置が 界面から遠すぎるため、電子と界面フォノンとの相互作用は無視できることがわかった。 また、InP/InGaAs/InP 量子井戸構造のように障壁層の結合定数が大きい素子では、比較 的厚い井戸幅の素子でも、界面フォノンの寄与が大きくなることがわかった。この結果は、 Nicholas、Portal らの測定結果と定性的に一致した。

第4章 電子−界面フォノン相互作用を考慮にいれたトンネル現象の解析

本章では、前章の結果を用いてGaAs/AlGaAs/GaAsトンネルダイオードの電流-電圧特性の解析をおこなった。電極における電子と光学フォノンとの相互作用を考慮にいれてトンネル電流を求めた。その結果、印加電圧がGaAsとAlAsの光学フォノンのエネルギーをこえた領域でコンダクタンスの減少がみられた。コンダクタンスの減少はおもに界面フォノンによっていること、ならびに、GaAsに起因したモードは対称な界面フォノンの寄与が大きく、AlAsに起因したモードは対称な界面モードと反対称な界面モードとが同程度の寄与を示すことを明らかにした。計算によって得られた電流の2階微分信号はHirakawaの実験結果とよい一致をみた。

第5章 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれた共鳴トンネル現象の解析

本章では、井戸層における電子と光学フォノンとの相互作用の影響が共鳴トンネル電流 におよぼす影響について解析した。はじめに、トランスファ・ハミルトニアンの方法を用い た共鳴トンネル電流の計算方法について述べたのち、共鳴トンネル構造におけるフォノン モードを求めた。そして、GaAs と AlAs とでつくられた共鳴トンネル構造における共鳴ト ンネル電流を求めた。その結果、電極におけるフェルミエネルギーが小さく、障壁層の幅 が井戸層の幅より厚い場合には、トンネル電流のバレイ部分に GaAs と AlAs の2種類の フォノンモードに起因する2つのサイドバンドがあらわれる、という結果を得た。得られ た結果は Eaves らの測定結果と定性的に一致した。

第6章 結論

最後に本研究による成果をまとめ結論とした。

ii

目 次

1	序論		1
2	半導	体ヘテロ構造における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴	9
	2.1	緒言	9
	2.2	2 次元電子ガスの磁気フォノン共鳴の基礎的理論	12
		2.2.1 磁気フォノン共鳴による磁気抵抗	12
		2.2.2 解析的な磁気抵抗の式	16
	2.3	強磁界下における2次元電子ガスの状態密度とその幅.........	21
		2.3.1 種々の散乱機構による状態密度の幅	21
		2.3.2 状態密度の幅の温度、磁界、電子密度依存性	23
		2.3.3 磁気抵抗の振幅実験結果との比較	29
	2.4	電子間の相互作用を考慮にいれた2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴	32
	2.5	結言	36
3	半導	体ヘテロ構造における電子-光学フォノン相互作用	40
	3.1	緒言	40
	3.2	誘電性連続体モデルを用いた電子–光学フォノン相互作用	41
		3.2.1 単一ヘテロ構造における電子-光学フォノン相互作用	41
		3.2.2 量子井戸構造における電子-光学フォノン相互作用	46
		3.2.3 混晶半導体で作られたヘテロ構造への拡張	54
	3.3	2次元電子ガスの移動度の解析	56
		3.3.1 2次元電子ガスの移動度の解析方法	56
		3.3.2 低電界における2次元電子ガスの移動度の解析	57
	3.4	電子界面フォノン相互作用による磁気フォノン共鳴	64
	3.5	結言	69
4	電子	-界面フォノン相互作用を考慮にいれたトンネル現象の解析	73
	4.1	緒言	73
	4.2	電子–光学フォノン相互作用がある場合のトンネル電流の解析方法	75
		4.2.1 電子光学フォノン相互作用がない場合	75
		4.2.2 電子-光学フォノン相互作用がある場合	77

目 次

	4.3	電子界面フォノン相互作用を考慮にいれたトンネル電流の解析結果	79		
		4.3.1 フォノンモード	79		
		4.3.2 トンネル電流の解析結果	82		
	4.4	結言	89		
5	電子	-界面フォノン相互作用を考慮にいれた共鳴トンネル現象の解析	91		
	5.1	緒言	· 91		
	5.2	電子光学フォノン相互作用がある場合の共鳴トンネル電流の解析方法	92		
	5.3	共鳴トンネル構造におけるフォノンモード	94		
	5.4	電子界面フォノン相互作用を考慮にいれた共鳴トンネル電流の解析結果 .	102		
		5.4.1 電子のスペクトル関数	102		
		5.4.2 共鳴トンネル電流	106		
	5.5	結言	108		
6	結論		110		
謝	謝辞				
研	研究業績				

iv

第1章

序論

今からおよそ 20 年前に Esaki 博士と Tsu 博士とによって提案された¹半導体ヘテロ構造 も、衛星放送の受信機に用いられている HEMT²(High Electron Mobility Transistor) や CD プレーヤのピックアップに用いられている半導体レーザのように、身近に用いられるよう になった。現在よく用いられている半導体ヘテロ構造は、AlGaAs に代表されるように、化 合物半導体で作られている。化合物半導体は、通常、弱い極性をおびており、その伝導電 子と格子とは電子-縦波光学フォノン (LO フォノン)相互作用というかたちで相互作用しあ う。化合物半導体の室温付近での電子の移動度は光学フォノン散乱によって支配されてお り、半導体ヘテロ構造中においても同様に光学フォノン散乱が支配的であると考えられて いる³⁻⁶。そのため、HEMTのように変調ドープの手法⁷を用いて不純物散乱を軽減しても、 移動度の改善が望めるのは、光学フォノン散乱が重要でない低温領域のみにとどまる。光 学フォノン散乱を抑制することができれば、室温付近でも、より高い電子移動度を示す素 子を作製することが可能となるはずである。そのような目的から、光学フォノン散乱を抑 制しようとする様々な理論的提案もなされている⁸⁻¹⁰。本論文は筆者がおこなった半導体へ テロ構造における電子-光学フォノン相互作用に関する研究をまとめたものである。特に、 半導体における電子--光学フォノン相互作用を調べるための有効な手段として知られてい る、磁気フォノン共鳴の手法11-16を用いた研究に力点をおいた。

磁気フォノン共鳴の測定をおこなうと、電子移動度の測定などと異なり、電子-フォノン 相互作用の強さだけでなく、相互作用にかかわるフォノンの振動数も測定できる。ただし、 磁気フォノン共鳴の測定だけからは、フォノンの振動数と伝導電子の有効質量との積しか わからないため、初期の頃の半導体へテロ構造における磁気フォノン共鳴の測定では、バ ルクフォノンの振動数を仮定して伝導電子の有効質量が求められていた¹⁷⁻¹⁹。後に、サイ クロトロン共鳴の測定をあわせておこない、ヘテロ構造における電子-フォノン相互作用に かかわるフォノンの振動数が測定されるようになった²⁰⁻²⁴。そして、ヘテロ構造における フォノンの振動数は、バルクの場合と比べて、低くなっているように見えるという測定結 果がいくつか報告された。このようなフォノンの振動数の低下はサイクロトロン共鳴(共 鳴ポーラロン結合)の測定結果^{25,26}や、ラマン散乱の測定結果²⁷にもみられた。このような フォノンの振動数の低下にたいして、以下のような理論的な説明がなされている。

- 電子のサイクロトロン振動数とLOフォノンの振動数とが近づくと、磁界中のプラズマモードとLOフォノンとが結合モードを形成する。そのため、電子のランダウ準位がTOフォノンのエネルギー付近にピン止めされ、共鳴ポーラロン結合の測定で、フォノンの振動数が低下したように観測される²⁸。
- 界面フォノンの振動数は、通常、TOフォノンの振動数とLOフォノンの振動数との間にでるので、ヘテロ構造中の電子は、おもに、界面フォノンと相互作用すると考えると、振動数が低下してみえる²⁹。
- 電子間の相互作用により、電子は、サイクロトロンエネルギーより少し高いエネル ギーを吸収・放出してその状態を変えるので、磁気フォノン共鳴の共鳴磁界が低磁界 側へ移動し、その結果、フォノンの振動数が低下したようにみえる³⁰。
- 従来おこなわれてきた磁気フォノン共鳴による磁気抵抗の解析で無視されてきた"状態密度の効果"が2次元電子系では無視できないという、近似のしかたによるみかけの振動数変化により振動数が低下してみえる³¹。

しかし、磁気フォノン共鳴の測定結果に限っても、測定結果にみられたようなフォノンの 振動数の低下を定量的に説明できるような理論は存在しない。本研究の目的のひとつに、 この振動数の低下の原因を明らかにするということもあったが、最終的には、解決できな かった。

本論文では、次のような理由により、まず、第2章で磁気フォノン共鳴による磁気抵抗 の振幅の大きさについて解析をおこなう。

- 磁気抵抗の振幅の大きさのフォノンの振動数の変化にたいする依存性が小さい。
- GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造を用いた磁気抵抗の振幅の電子密度依存性の測定が Brummell らによっておこなわれており、非常に大きな電子密度依存性が観測されて いる³²。

2 章では、ほかに、状態密度の効果によるフォノンの振動数のみかけの低下と電子間の相 互作用の影響とについても言及する。

3章では誘電性連続体モデルを用いて半導体ヘテロ構造における電子-光学フォノン相互 作用について考察する。誘電性連続体モデルを用いた電子-フォノン相互作用の研究は特に 新しいことではないが³³⁻⁶⁸、本研究では、次のようなところに力点をおいた。

- 物質定数が異なる物質によりヘテロ構造を構成することにより相互作用が変化する効果(物質定数の効果)と、ヘテロ構造中でフォノンが各層に閉じ込められたり、界面付近に局在することにより相互作用が変化する効果(形状の効果)とを陽に分離して考察する。
- 一般化された Lyddane-Sachs-Teller の関係¹⁴に頼らずに、混晶半導体で作られたへ テロ構造における電子-光学フォノン相互作用を考察する。

3 章の残りの部分では、以上で得られた結果をもとに、電子の移動度の解析と、電子--界面 フォノン相互作用を考慮にいれた磁気フォノン共鳴の解析とをおこなう。

4 章、5 章では電子-フォノン相互作用がトンネル現象におよぼす影響について調べる。 電子-フォノン相互作用に起因すると思われる現象が種々のトンネル構造において観測され

2

ているが⁶⁹⁻⁷⁹、本論文では、4章で単一障壁トンネル構造、5章で対称な2重障壁共鳴トン ネル構造における電子-フォノン相互作用について調べる。特に、どのようなモードのフォ ノンがトンネル電流に影響をおよぼすか、という点について詳しく述べる。トンネル現象 では、電子はヘテロ界面を横切って流れるので、界面付近のフォノンに関する情報を得る ことができると期待される。

以上の各章で得られた結論を6章で総括的に述べる。

本論文では、 $\hbar = k = 1$ という単位を用いる。 $\hbar = h/2\pi$ はプランク定数、kはボルツマン 定数である。

参考文献

- 1 L. Esaki and R. Tsu, IBM J. Res. Develop. 14, 61 (1970).
- 2 T. Mimura, S. Hiyamizu, T. Fujii and K. Nanbu, Jpn. J. Appl. Phys. 19, L225 (1980).
- 3 T.J. Drummond, H. Morkoç, K. Hess and A.Y. Cho, J. Appl. Phys. 52, 5231 (1981).
- 4 K. Lee, M.S. Shur, T.J. Drummond and H. Morkoç, J. Appl. Phys. 54, 6432 (1983).
- 5 W. Walukiewicz, H.E. Ruda, J. Lagowski and H.C. Gatos, Phys. Rev. B30, 4571 (1984).
- 6 K. Hirakawa and H. Sakaki, Phys. Rev. B33, 8291 (1986).
- 7 R. Dingle, H.L. Störmer, A.C. Gossard and W. Wiegmann, Appl. Phys. Lett. 33, 665 (1978).
- 8 F.A. Riddoch and B.K. Ridley, Physica B134, 342 (1985).
- 9 N. Sawaki, J. Phys. C19, 4965 (1986).
- 10 H. Sakaki, Jpn. J. Appl. Phys. 28, L314 (1989).
- 11 P.G. Harper, J.W. Hodby and R.A. Stradling, Rep. Prog. Phys. 36, 1 (1973).
- 12 R.V. Pavlov, G.I. Kharus, I.M. Tsidilkovskii and S.S. Shalyt, Sov. Phys. USP 17, 1 (1974).
- R.L. Peterson, in Semiconductors and Semimetals, edited by R. K. Willardson and A. C. Beer, (Academic Press, New York, 1975), Vol. 10, p. 221.
- 14 R.J. Nicholas, M.A. Brummell and J.C. Portal, in *Two-Dimensional Systems, Het-erostructures, and Superlattices*, edited by G. Bauer, F. Kuchar and H. Heinrich, (Springer-Verlag, Berlin, 1984), p. 69.
- 15 R.J. Nicholas, Prog. Quntum Electron. 10, 1 (1985).

参考文献

- 16 C. Hamaguchi and N. Mori, Physica B164, 85 (1990).
- 17 D.C. Tsui, Th. Englert, A.Y. Cho and A.C. Gossard, Phys. Rev. Lett. 44, 341 (1980).
- 18 Th. Englert, D.C. Tsui, J.C. Portal, J. Beerens and A. Gossard, Phys. Rev. Lett. 44, 1301 (1982).
- 19 G. Kido, N. Miura, H. Ohno and H. Sakaki, J. Phys. Soc. Jpn. 51, 2168 (1982).
- 20 J.C. Portal, J. Cisowski, R.J. Nicholas, M.A. Brummell, M. Razeghi and M.A. Poisson, J. Phys. C16, L573 (1983).
- 21 M.A. Brummell, R.J. Nicholas, J.C. Portal, K.Y. Cheng and A.Y. Cho, J. Phys. C16, L579 (1983).
- 22 M.A. Brummell, R.J. Nicholas, M.A. Hopkins, J.J. Harris and C.T. Foxon, Phys. Rev. Lett. 58, 77 (1987).
- 23 D.R. Leadley, R.J. Nicholas, L.L. Taylor, S.J. Bass and M.S. Skolnick, in *High Magnetic Field in Semiconductor Physics II*, edited by G. Landwher, (Springer-Verlag, Berlin, 1989), p. 545.
- 24 R.J. Nicholas, S. Ben Amor, J.C. Portal, D.L. Sivco and A.Y. Cho, Semicond. Sci. Technol. 4, 116 (1989).
- 25 R.J. Nicholas, L.C. Brunel, S. Huant, K. Karrai, J.C. Portal, M.A. Brummell, M. Razeghi, K.Y. Cheng and A.Y. Cho, Phys. Rev. Lett. 55, 883 (1985).
- 26 L.C. Brunel, S. Huant, R.J. Nicholas, M.A. Hopkins, M.A. Brummell, K. Karrai, J.C. Portal, M. Razeghi, K.Y. Cheng and A.Y. Cho, Surf. Sci. 170, 542 (1986).
- 27 D.J. Mowbray, W. Hayes, J.A.C Bland, M.S. Skolnick and S.J. Bass, Semicond. Sci. Technol. 2, 822 (1987).
- 28 R. Lassnig, Surf. Sci. 170, 549 (1986).
- 29 S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. 57, 651 (1986).
- 30 P. Warmenbol, F.M. Peeters, X. Wu and J.T. Devreese, Phys. Rev. B40, 6258 (1989).
- 31 P. Warmenbol, F.M. Peeters and J.T. Devreese, Solid-State Electron. 32, 1545 (1989).
- 32 M.A. Brummell, D.R. Leadley, R.J. Nicholas, J.J. Harris and C.T. Foxon, Surf. Sci. 196, 451 (1988).
- 33 R. Fuchs and K.L. Kliewer, Phys. Rev. 140, A2076 (1965).

第1章. 序論

- 34 A.A. Lucas, E. Kartheuser and R.G. Badro, Phys. Rev. B2, 2488 (1970).
- 35 V. V. Bryksin and Y. A. Firsov, Soviet Phys.-Solid State 13, 398 (1971).
- 36 J.J. Licari and R. Evrard, Phys. Rev. B15, 2254 (1977).
- 37 N. Tzoar, Surf. Sci. 84, 440 (1979).
- 38 E.P. Pokatilov and S.I. Beril, Phys. Stat. Sol. (b)110, K75 (1982).
- 39 E.P. Pokatilov and S.I. Beril, Phys. Stat. Sol. (b)118, 567 (1983).
- 40 R. Lassnig, Phys. Rev. B30, 7132 (1984).
- 41 R. Lassnig and W. Zawadzki, Surf. Sci. 142, 361 (1984).
- 42 B.K. Ridley, in *Festkörperprobleme*, edited by H. J. Quiesser, (Vieweg, Braunschweig, 1985), vol. XXV, p. 449. & Ref. 8.
- 43 L. Wendler, Phys. Stat. Sol. (b)129, 513 (1985).
- 44 M. Babiker, J. Phys. C19, 683 (1986).
- 45 M.H. Degani and O. Hipólito, Phys. Rev. B35, 7717 (1987).
- 46 L. Wendler and R. Pechstedt, Phys. Stat. Sol. (b)141, 129 (1987).
- 47 L. Wendler and R. Haupt, Phys. Stat. Sol. (b)141, 493 (1987).
- 48 L. Wendler and R. Haupt, Phys. Stat. Sol. (b)143, 487 (1987).
- 49 L. Wendler and R. Pechsted, Phys. Rev. B35, 5887 (1987).
- 50 S.-W. Gu, X.-J. Kong and C.-W. Wei, Phys. Rev. B36, 7977 (1987).
- 51 F. Comas, C.T. Giner and R. Riera Physica B154, 17 (1988).
- 52 M.H. Degani and O. Hipólito, Surf. Sci. 196, 459 (1988).
- 53 C.T. Giner and F. Comas, Phys. Rev. B37, 4583 (1988).
- 54 K. Huang and B. Zhu, Phys. Rev. B38, 13377 (1988).
- 55 L. Wendler, R. Haupt, F. Bechstedt, R. Rücker and R. Enderlein, Superlattices and Microstructures 4, 577 (1988).
- 56 L. Wendler, R. Haupt and V.G. Grigoryan, Phys. Stat. Sol. (b)149, K123 (1988).

- 57 L. Wendler, Solid State Commun. 65, 1197 (1988).
- 58 F. Comas, C.T. Giner and R. Riera Phys. Rev. B37, 4583 (1988).
- 59 C.-W. Wei, X.-J. Kong and S.-W. Gu, Phys. Rev. B38, 8390 (1988).
- 60 S.-W. Gu, Y.-C. Li and L.-F. Zheng, Phys. Rev. B39, 1346 (1989).
- 61 N.C. Constantinou and B.K. Ridley, J. Phys.: Condens. Matter 1, 2283 (1989).
- 62 J.K. Jain and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. 62, 2305 (1989).
- 63 B.K. Ridley, Phys. Rev. B39, 5282 (1989).
- 64 M.A. Stroscio, Phys. Rev. B40, 6428 (1989).
- 65 L. Wendler and V.G. Grigoryan, Solid State Commun. 71, 527 (1989).
- 66 M.A. Stroscio, K.W. Kim, M.A. Littlejohn and H. Chang, Phys. Rev. B42, 1488 (1990).
- 67 N.C. Constantinou and B.K. Ridley, Phys. Rev. B41, 10622 (1990).
- 68 N.C. Constantinou and B.K. Ridley, Phys. Rev. B41, 10627 (1990).
- 69 R.T. Collins, J. Lambe, T.C. McGill and R.D. Burnham, Appl. Phys. Lett. 44, 532 (1984).
- 70 T.W. Hickmott, P.M. Solomon, F.F. Fang, F. Stern, R. Fischer and H. Morkoc, Phys. Rev. Lett. 52, 2053 (1984).
- 71 T.W. Hickmott, P.M. Solomon, F.F. Fang, R. Fischer and H. Morkoc, in Proc. 17th Int. Conf. on Physics of Semiconductors, edited by J.D. Chadi and W.A. Harrison, (Springer, Berlin, 1985), p. 417.
- 72 T.W. Hickmott, P.M. Solomon, R. Fischer and H. Morkoc, J. Appl. Phys. 57, 2844 (1985).
- 73 L. Eaves, P.S.S. Guimarães, F.W. Sheard, B.R. Snell, D.C. Taylor, G.A. Toombs and K.E. Singer, J. Phys. C18, L885 (1985).
- 74 V.J. Goldman, D.C. Tsui and J.E. Cunningham, Phys. Rev. B36, 7635 (1987).
- 75 H. Bando, T. Nakagawa, H. Tokumoto, K. Ohta and K. Kajimura, Jpn. J. Appl. Phys. 26 (Supplement 26-3), 765 (1987).
- 76 L. Eaves, E.S. Alves, M. Henini, O.H. Hughes, M.L. Leadbeater, C.A. Payling, F.W.

Sheard, G.A. Toombs, A. Celeste, J.C. Portal, G. Hill and M.A. Pate, in *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics II*, edited by G. Landwehr, (Springer-Verlag, Berlin, 1988), p. 324.

- 77 K. Hirakawa, Phys. Rev. B40, 3451 (1989).
- 78 M. Heiblum, D. Galbi and M. Weckwerth, Phys. Rev. Lett. 27, 1057 (1989).
- 79 M. Heiblum and M.V. Fishetti, IBM J. Res. Develop. 34, 530 (1990).

第2章

半導体ヘテロ構造における2次元電子ガス の磁気フォノン共鳴

2.1 緒言

強磁界中におかれた半導体中の伝導電子はランダウ準位を形成する。このランダウ準位 の間隔ω_cとLOフォノンの振動数ω_{LO}とが等しくなると電子は共鳴的にランダウ準位間を 遷移し、試料の磁気抵抗が極大となる。この現象が磁気フォノン共鳴現象であり、共鳴条 件は

$$P\omega_{\rm c} = \omega_{\rm LO}, \quad (P = 1, 2, 3, \ldots)$$
 (2.1)

で与えられる。磁気フォノン共鳴現象は 1960 年代の初めに Gurevich と Firsov とによって 理論的に予言され¹、その後、Puri と Geballe とによって n型 InSb の試料においてはじめ て実験的に観測された²。磁気フォノン共鳴の測定をおこなうと伝導電子の有効質量や LO フォノンの振動数などが正確に測定できることから、1960 年代から 1970 年代にわたって バルク物質の磁気フォノン共鳴の測定やその理論的な研究が多くの研究者によっておこな われてきた³⁻⁷。

分子線エピタキシーなどの結晶成長の技術が進み、良質なヘテロ界面を持ったヘテロ構 造素子が作られるようになるにつれて、1980年代にはいると、半導体ヘテロ構造における 磁気フォノン共鳴の研究も盛んにおこなわれるようになった⁷⁻⁹。

Tsui らによって、GaAs と AlGaAs とでつくられた単一ヘテロ構造と量子井戸構造とにお ける磁気フォノン共鳴がはじめて観測された¹⁰。彼らは、共鳴磁界の方位依存性が $B\cos\theta$ にしたがうことから、共鳴を示す電子が 2 次元電子ガスであるとした。20T までの磁界で 測定をおこない、P = 2,3,4の共鳴による磁気抵抗の弱い振動を観測した。

その後、Englert らは 30T まで測定を拡張し、基本磁界における共鳴を観測した¹¹。4.2K における電子密度および電子の移動度が、 3.4×10^{11} cm⁻²、300,000cm²/Vs である GaAs/ AlGaAs 単一ヘテロ構造の基本磁界は 22.5 ± 0.5 T となった。フォノンの振動数としてバル ク GaAs の LO フォノンの振動数を仮定して、電子の磁気フォノン共鳴有効質量 $m_{mpr}^* =$ (0.071±0.0015) m_0 を求めた。このように電子の有効質量が大きくなるのは、サブバンドエ

9

10 第2章. 半導体ヘテロ構造における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴

ネルギーにより伝導帯の非放物線性が増すためであり、Kane のモデルでよく説明されるとしている。また磁気抵抗の振幅は 210K 付近で最大となった。

Kido らは、電子密度が 5.8 × 10¹¹ cm⁻²の GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造の磁気抵抗を測定し、バルクの磁気フォノン共鳴信号の経験式³ $\Delta \rho \sim \exp(-\overline{\gamma}B_0/B)\cos(2\pi B_0/B)$ を用いて共鳴磁界の補正をおこない、電子の有効質量を求めた¹²。その結果、ダンピング因子可は2.1、基本磁界 B_0 は23.6±0.5T(みかけの基本磁界は24.9±0.5T)となり、バルク GaAs のLOフォノンの振動数を仮定することにより磁気フォノン共鳴有効質量 $m_{mpr}^* = 0.0745m_0$ という値を得た。2次元電子ガスのサブバンドエネルギーの効果を取り入れた非放物線性の計算と比較することにより電子と相互作用するフォノンの振動数はバルク GaAs の値と変わらないと結論した。

Nicholas^{13,14}、Portal¹⁵らは、井戸幅が 80、100、150Å で、電子密度がそれぞれ 1.7、 2.2、1.1×10¹¹ cm⁻²の3 種類の InP/InGaAs/InP 量子井戸構造の試料を用いて磁気抵抗を 測定した。彼らはサイクロトロン共鳴の実験をあわせておこないフォノンの振動数を求め た。InGaAs は2モード物質であり、結合定数の小さい (α = 0.012) InAs-like のモードと結 合定数の大きい (α = 0.051) GaAs-like のモードとの2 種類の LO フォノンのモードが存在 するが、井戸層に起因するフォノンモードとしては GaAs-like の LO フォノンによる信号 のみを観測した。測定結果には障壁層の InP の LO フォノンによる信号もみられた。InP のフォノンによる信号は、井戸幅が 80Å と薄い試料では、GaAs-like の信号と同程度の振 幅を示した。このように InP のフォノンの影響が井戸層に及ぶ原因として、彼らは、InP フォノンの電界の有限長のスクリーニング、電子の波動関数の障壁層へのしみ込み、界面 のグレイディング、InP が InGaAs より強い極性を持つことなどをあげている。さらに、井 戸幅が薄い試料では、GaAs-like のフォノンの振動数は、バルクの場合と比較して低くな り、界面モードのフォノンの振動数に近くなることも報告した。

Brummell らは、InGaAs/InAlAs 単一ヘテロ構造を用いて実験をおこない、InGaAs/InP ヘテロ構造の場合と異なる結果を得た¹⁶。電子密度が7~8×10¹¹ cm⁻²程度の単一ヘテロ構 造において、電子と強く相互作用する光学フォノンの振動数は、バルク InGaAs の InAs-like の LO フォノンの振動数に近い値であるという結果を得た。この結果は、InAlAs における InAs-like の LO フォノンの振動子強度が InGaAs における振動子強度より2倍大きく、さ らに、井戸層と障壁層との両方の組成に存在する InAs-like のフォノンモードが縮退し、強 い界面モードとなるからであると説明されている。

Nicholas、Portal、Brummell らのグループは以上の結果より、InGaAs 層に閉じ込めら れた電子と強く相互作用をおこなうフォノンのモードは、

• InGaAs/InAlAs 単一ヘテロ構造では InAs のモード

井戸幅が 100Å 以上の InP/InGaAs/InP 量子井戸構造では GaAs のモード

● 井戸幅が 100Å 以下の InP/InGaAs/InP 量子井戸構造では InP のモード

であると結論した¹⁷。

彼らは、また、GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造においても電子と相互作用をおこなうフォ ノンの振動数の低下を見いだした¹⁸。電子密度が 0.9 ~ 1.8 × 10¹¹ cm⁻²の GaAs/AlGaAs 単 ーヘテロ構造において、サイクロトロン共鳴の実験をあわせておこないフォノンの振動数 を測定した結果、電子と結合するフォノンの振動数は、バルク GaAs の LO フォノンの振動数よりも低く、むしろ TO フォノンの振動数に近いと報告した。

Nicholas らのグループは、その後、電子密度が異なる種々の InP/InGaAs/InP 量子井戸 構造を用いて測定をすすめ、電子と相互作用をおこなうフォノンの振動数の電子密度依存 性を見いだした¹⁹。彼らは、井戸幅が 100~800Å で電子密度が 0.8~7.6×10¹¹cm⁻²の試料を 用いて、サイクロトロン共鳴の測定をあわせておこない、電子と相互作用をおこなうフォ ノンの振動数を測定した。その結果、電子密度の低い試料では GaAs-like の LO フォノン の振動数に近い値が得られたが、電子密度が増加するにつれてフォノンの振動数は単調に 減少し、電子密度の高い試料では InAs-like の TO フォノンの振動数に近い値が得られた。 このように電子と相互作用をおこなうフォノンの振動数が電子密度の増加とともに減少す るのは、フォノンとプラズマモードとの結合によるとされた。電子密度の低い試料の磁気 抵抗には InP のフォノンによる信号も観測された。

このような、フォノの振動数の電子密度依存性は InGaAs/InAlAs ヘテロ構造でも観測された²⁰。井戸幅が 150Å で電子密度が 1.8×10^{11} cm⁻²の InAlAs/InGaAs/InAlAs 量子井戸 構造におけるフォノンの振動数として GaAs-like の LO フォノンの振動数に近い値が得ら れた。この測定結果には、AlAs-like のフォノンによると思われる弱い信号もはじめて観測 された。

フォノンの振動数の精密測定のほかに、磁気抵抗の振幅の電子密度依存性や電子の有効 質量の静水圧依存性なども測定された。

Brummell らは、電子密度が 3×10^{10} から 5×10^{11} cm⁻²の GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造 を用いて 180K における P = 3の磁気抵抗の振幅の電子密度依存性を測定し、振幅が電子 密度に対して指数関数的に減少することを見いだした²¹。この振幅の電子密度依存性は電 子-フォノン相互作用にたいする電子の遮弊効果によっておこるとされた。さらに、印加磁 界の方位を界面に垂直な方向から傾けるにしたがって、(i) 磁気抵抗の振幅が減少し、(ii) フォノンの振動数がバルクの TO フォノンの振動数からバルクの LO フォノンの値に近付 いていくという測定結果も得た。量子井戸構造では磁気抵抗の振幅は印加磁界の方位に依 存しないという測定結果もある¹⁹。

Grégoris らは、静水圧下で実験をおこない、有効質量の温度および圧力依存性を測定し t^{22} 。彼らは、電子密度が 2×10^{11} cm⁻²の GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造と 6×10^{11} cm⁻² の InGaAs/InAlAs 単一ヘテロ構造とを用いて測定をおこなった。フォノンの振動数として Brummell ら¹⁸と Nicholas ら²³が報告している値を用いて、電子の有効質量を求めた。有効 質量は圧力の増加とともに増加し、温度の上昇とともに減少した。これらの依存性は $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ 摂動による計算結果とよく一致した。

LOフォノンの吸収による通常の磁気フォノン共鳴とは別に、ホットエレクトロンのLO フォノン放出による磁気フォノン共鳴の実験報告もいくつかなされている。

ホットエレクトロン磁気フォノン共鳴は Inoue らによってはじめて観測された²⁴。電子 密度が 1.4 × 10¹² cm⁻²の GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造の 4.2K における磁気抵抗のフー リエスペクトルをとることにより、Shubnikov-de Haas 振動と磁気フォノン共鳴振動との 基本磁界を分離した。印加電界が 0.05V/cm から 0.43V/cm へと増加するにつれて、磁気 フォノン共鳴によるフーリエスペクトルのピークが増大することが観測された。

12 第2章. 半導体ヘテロ構造における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴

Sakaki らは、電子密度が 6×10^{11} cm⁻²程度の GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造を用いて磁 気抵抗の測定をおこない、4.2K において LO フォノンの放出による磁気フォノン共鳴が起 こる電子温度の下限が 40K 程度であると結論した²⁵。

Leadley らは、通常の磁気フォノン共鳴信号の極大が印加電界強度を増加させるにした がって極小に変化していく様子を観測した²⁶。この測定は 30K から 100K までの温度範囲 でおこなわれ、磁気抵抗の振幅は 60K において最大となった。この振幅の温度依存性は、 電子の状態密度の幅の温度依存性により説明されている。また、高い電子密度をもつ試料 が、低電界において、2 種類の振動のシリーズをもつという、電子のサブバンド間遷移に よる磁気フォノン共鳴についても報告した。

Hawker らは、磁気抵抗を測定する方法と異なる方法で、ホットエレクトロン磁気フォノン 共鳴を観測した²⁷。電子密度が9.3×10¹¹cm⁻²のGaAs/AlGaAs単一ヘテロ構造に10⁴V/m 程度のパルス電界を加え、ホットエレクトロンから放出される光学フォノンが音響フォノン に減衰していく様子をCdSボロメータを用いてとらえ、このフォノンのパルス信号のピー ク振幅を磁界の関数として測定することにより磁気フォノン信号を得た。

以上が現在までにおこなわれた磁気フォノン共鳴の測定結果である。(理論的な研究の結果²⁸⁻³⁶については、以下で、適時述べる。)磁気抵抗の振幅の温度依存性など、多くの測定でほぼ共通した結果が得られているものもあるが、電子と相互作用するフォノンの振動数のように種々の測定で結果が一致していないものもある。これは、磁気フォノン共鳴の測定からは、電子の有効質量とフォノンの振動数との積しか得られないということがもっとも大きな要因となっていると思われる。この章では、比較的おなじような結果が得られている磁気抵抗の振幅についておもに解析する。はじめに、久保公式を用いた磁気フォノン共鳴による磁気抵抗の解析方法について述べ、適当な近似をおこない解析的な磁気抵抗の式を導く³⁷。ここで、Warmenbol らによって指摘された³⁶ "状態密度の効果"(Density of States Effect) について言及する。つぎに、GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造における、種々の散乱機構によるランダウ準位の幅を求め³⁸、その結果を用いて、磁気抵抗の振幅の電子密度依存性を求め測定結果²¹と比較する³⁷。最後に電子間の相互作用が磁気抵抗におよぼす影響について考察する³⁹。界面フォノンの影響については次の章で述べる。

2.2 2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴の基礎的理論

2.2.1 磁気フォノン共鳴による磁気抵抗

ヘテロ界面をz = 0面に選び、強磁界下におかれた光学フォノンと相互作用をおこなっ ている単一ヘテロ構造中の2次元電子ガスを考える。磁界をヘテロ界面に垂直、すなわち、 z軸に沿って印加する場合を考える。(ランダウゲージを用いて話を進める。) 全ハミルト ニアン \mathcal{H} が、電子のハミルトニアン \mathcal{H}_{e} 、フォノンのハミルトニアン \mathcal{H}_{p} 、電子とフォノン との相互作用のハミルトニアン \mathcal{H}_{ep} を用いて

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{e} + \mathcal{H}_{p} + \mathcal{H}_{ep}$$

(2.2)

2.2. 2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴の基礎的理論

$$\mathcal{H}_{e} = \sum_{\lambda N X} E_{\lambda N} c_{\lambda N X}^{\dagger} c_{\lambda N X}$$
(2.3)

$$\mathcal{H}_{\mathbf{p}} = \sum_{m \mathbf{q}} \omega_m a_{m \mathbf{q}}^{\dagger} a_{m \mathbf{q}}$$
(2.4)

$$\mathcal{H}_{ep} = \int d^{3}\boldsymbol{R} \Psi^{\dagger}(\boldsymbol{R}) V_{ep}(\boldsymbol{R}) \Psi(\boldsymbol{R}) = \sum_{\lambda'N'X'} \sum_{\lambda NX} \sum_{m \boldsymbol{q}} M^{m}_{\lambda\lambda'}(\boldsymbol{q}) (N'X'| e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} | NX) c^{\dagger}_{\lambda'N'X'} c_{\lambda NX}(a_{mq} + a^{\dagger}_{m-q})$$
(2.5)

で与えられるとする。半導体ヘテロ構造中の2次元電子ガスはイオン化した不純物などと も強く相互作用をおこなうが、磁気フォノン共鳴の測定では磁気抵抗の振動成分のみを測 定するので、不純物散乱によって運ばれる電流成分は重要でない。よって、この節では上 に示したようなハミルトニアンを考え磁気フォノン共鳴による伝導率を求める。電子と不 純物との相互作用の効果などは、伝導率を求めたあとで、電子の状態密度の幅Γという形で 取り込む。電子間の相互作用の影響については節をあらためて述べる。

以上の式において、**R**は3次元の位置ベクトルを、r(q)はヘテロ界面に沿った方向(xy方向)の2次元の位置(波数)ベクトルを、 (λ, N, X) は、それぞれ、電子のサブバンド、ランダウ準位、サイクロトロン中心を表し、 E_{λ} をサブバンド準位、 ω_{c} をサイクロトロン振動数として、

$$E_{\lambda N} = E_{\lambda} + E_N = E_{\lambda} + (N + \frac{1}{2})\omega_c \tag{2.6}$$

である。また、 $c_{\lambda N X}$ は電子の消滅演算子、 a_{mq} は光学フォノンの消滅演算子を表す。光学フォノンは (q, m) で状態が指定される。 $(m は界面に垂直な方向のフォノンの状態を表す。) この章ではバルク LO フォノンと電子との相互作用を考えるので <math>(q, m) = (q, q_z) = Q$ であるが、以下の章で界面フォノンと電子との相互作用の場合なども考えるので、一般的に、(q, m) でフォノンの状態を指定する。電子とバルク LO フォノンとの相互作用の行列要素 $M_{11}^{n}(q)$ は

$$M_{\lambda\lambda'}^{m}(\boldsymbol{q}) = M_{\lambda\lambda'}^{q_{z}}(\boldsymbol{q}) = M_{\lambda\lambda'}(\boldsymbol{Q})$$
$$= \left\{ 2\pi\alpha \left(\frac{2\omega_{\rm LO}^{3}}{m^{*}}\right)^{1/2} \right\}^{1/2} \frac{1}{Q} (\lambda' | e^{iq_{z}z} | \lambda)$$
(2.7)

で与えられる。αはフレーリッヒの結合定数、m*は電子の有効質量、ω_{LO}はLOフォノンの 振動数を表し、以下ではフォノンの分散を無視する。

久保公式⁴⁰より線形領域における伝導率の対角成分σ_{xx}は

$$\sigma_{xx} = -\lim_{\omega \to 0} \left\{ \frac{\operatorname{Im} \pi(\omega + i0)}{\omega} \right\}$$
(2.8)

$$\pi(i\omega) = -\int_0^{1/T} d\tau \,\mathrm{e}^{i\omega\tau} \langle T_\tau j_x(\tau) j_x^{\dagger}(0) \rangle$$
(2.9)

で与えられる⁴¹。強磁界下において電流 j₂はサイクロトロン中心 Xの変化で運ばれるので、

$$j_x = -e \int \Psi^{\dagger}(\mathbf{R}) \frac{d\hat{X}}{dt} \Psi(\mathbf{R}) d^3\mathbf{R}$$

13

第2章.半導体ヘテロ構造における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴

$$= -e \int \Psi^{\dagger}(\boldsymbol{R}) \frac{1}{eB} \frac{\partial V_{ep}(\boldsymbol{R})}{\partial y} \Psi(\boldsymbol{R}) d^{3}\boldsymbol{R}$$
(2.10)

である。電子と光学フォノンとの相互作用がない場合、電子は電界と磁界とに垂直な方向 に運動するので、伝導率の対角成分は零になる。しかし、化合物半導体で作られたヘテロ 構造中の電子は弱く—結合定数 α が1より十分小さい—光学フォノンと相互作用するので、 電子はフォノンによって散乱されるというかたちで電界方向に流れる。すなわち、磁気フォ ノン共鳴による伝導率は $\sigma_{xx} = c_1 \alpha + c_2 \alpha^2 + \cdots$ というように結合定数の1次で始まるべ きで展開できると考えられ、結合定数の1次の項の寄与がもっとも大きいと考えられる。 Im $\pi(\omega)$ を電子-フォノンの結合定数の最低次で求めるとつぎのようになる。

$$\operatorname{Im} \pi(\omega) = \frac{2}{B^2} \sum_{\lambda_1 N_1 X_1} \sum_{\lambda_2 N_2 X_2} \sum_{m q} q_y^2 |(N_1 X_1| e^{i \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{r}} |N_2 X_2)|^2 M_{\lambda_2 \lambda_1}^m(\boldsymbol{q}) M_{\lambda_2 \lambda_1}^{m^*}(\boldsymbol{q}) \times \int \frac{dE}{\pi} \int \frac{dE'}{\pi} n_{\mathrm{F}}(E) \{ n_{\mathrm{B}}(E') - n_{\mathrm{B}}(E' + \omega) \} \times \{ \operatorname{Im} G_{\lambda_1 N_1}(E) \operatorname{Im} G_{\lambda_2 N_2}(E + E' + \omega) \operatorname{Im} D_m(E') + \operatorname{Im} G_{\lambda_1 N_1}(E + E') \operatorname{Im} G_{\lambda_2 N_2}(E) \operatorname{Im} D_m(E' + \omega) \}$$
(2.11)

このとき伝導率の対角成分はつぎのようになる。

$$\sigma_{xx} = -\frac{e^2}{T} \sum_{\lambda_1 N_1 X_1} \sum_{\lambda_2 N_2 X_2} \sum_{m q} \frac{q_y^2}{e^2 B^2} |(N_1 X_1| e^{i \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{r}} | N_2 X_2)|^2 M_{\lambda_2 \lambda_1}^m(\boldsymbol{q}) M_{\lambda_2 \lambda_1}^{m^*}(\boldsymbol{q}) \times \int \frac{dE}{\pi} \int \frac{d\omega}{\pi} n_{\rm F}(E) n_{\rm B}(\omega) \{1 + n_{\rm B}(\omega)\} \operatorname{Im} D_m(\omega) \times \{\operatorname{Im} G_{\lambda_1 N_1}(E) \operatorname{Im} G_{\lambda_2 N_2}(E + \omega) + \operatorname{Im} G_{\lambda_1 N_1}(E + \omega) \operatorname{Im} G_{\lambda_2 N_2}(E)\}$$
(2.12)

以上の式において、 $n_{\rm F}(E) = 1/(\exp((E - \mu)/T) + 1)$ は電子の分布関数 (μ はフェルミ準 位)、 $n_{\rm B}(\omega) = 1/(\exp(\omega/T) - 1)$ はフォノンの分布関数であり、 $G_{\lambda N}(E)$ と $D_m(\omega)$ とは、そ れぞれ、電子とフォノンとの遅れたグリーン関数である。低温で、電子の状態密度の幅が 狭い場合、光学フォノンは電子のランダウ準位間の遷移によるプラズマモードと強く結合 し、電子-フォノンの行列要素 $M^m_{\lambda_2\lambda_1}(q)$ やフォノンの状態密度 Im $D_m(\omega)$ は電子-フォノン 相互作用のない場合から大きく変化する。しかし、磁気フォノン共鳴が観測されるような 状況では電子の状態密度の幅は広く、ランダウ準位の分離もよくないので、プラズマモー ドの影響は小さく、行列要素やフォノンの状態密度の変化も小さいと考えられる。そこで、 フォノンの自己エネルギーを無視すると、

$$\operatorname{Im} D_m(\omega) = -\pi \delta(\omega - \omega_m) + \pi \delta(\omega + \omega_m)$$
(2.13)

であるので、結局、

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{T} \sum_{\lambda_1 N_1 X_1} \sum_{\lambda_2 N_2 X_2} \sum_{m q} \frac{q_y^2}{e^2 B^2} |(N_1 X_1| e^{i \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{r}} | N_2 X_2)|^2 M_{\lambda_2 \lambda_1}^m(\boldsymbol{q}) M_{\lambda_2 \lambda_1}^{m^*}(\boldsymbol{q}) \times \int \frac{dE}{\pi} n_{\rm B}(\omega_m) \{1 + n_{\rm B}(\omega_m)\} \{n_{\rm F}(E) - n_{\rm F}(E + \omega_m)\} \times \{\operatorname{Im} G_{\lambda_1 N_1}(E) \operatorname{Im} G_{\lambda_2 N_2}(E + \omega_m) + \operatorname{Im} G_{\lambda_1 N_1}(E + \omega_m) \operatorname{Im} G_{\lambda_2 N_2}(E)\}$$
(2.14)

14

となる。

電子の状態密度の幅が零の場合、式 (2.14) は共鳴磁界のときにデルタ関数的に発散する。 しかし、実際の系では、不純物との相互作用などにより、ランダウ準位の幅は零でなく、磁 気抵抗も発散しない。強磁界中における電子の状態密度を表す関数には種々のモデルがあ るが、磁気抵抗の振幅の大きさを議論する場合には、ランダウ準位の幅の大きさが重要で あり、状態密度をどのような関数に仮定するかはあまり重要でない。以下では、電子のスペ クトル関数が、幅 Γ で特徴づけられたローレンツ関数 $\delta_{\Gamma}(E)$ で表される場合のみを考える。 すなわち、

$$-\frac{1}{\pi}\operatorname{Im} G_{\lambda N}(E) = \delta_{\Gamma}(E - E_{\lambda N}) \equiv \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (E - E_{\lambda N})^2}$$
(2.15)

と表せる場合のみを考える。一般的には、ランダウ準位の幅Γはランダウ準位 Nによって 異なる場合も考えられるが、線形領域における磁気フォノン共鳴による磁気抵抗の振動は、 おもに、基底ランダウ準位の電子の光学フォノン吸収によっておこるので、Γが Nによっ て異なる場合は、式 (2.15) のΓは基底ランダウ準位の幅を表すと近似すればよい。

モードiのフォノンによる伝導率を σ_{xx}^i とおくと、式 (2.14) と式 (2.15) より、

$$\sigma_{xx}^{i} = \sum_{\lambda_{1}N_{1}} \sum_{\lambda_{2}N_{2}} \int_{0}^{+\infty} d\zeta \, \frac{1}{2} e^{2} \alpha_{i} \left(\frac{\omega_{i}}{\omega_{c}}\right)^{3/2} \left(\frac{\omega_{c}}{T}\right) n_{\mathrm{B}}(\omega_{i}) \{1 + n_{\mathrm{B}}(\omega_{i})\} \sqrt{\zeta} \, J_{N_{1}N_{2}}^{2}(\zeta) F_{i}^{\lambda_{1}\lambda_{2}}(q) \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} dE \{n_{\mathrm{F}}(E) - n_{\mathrm{F}}(E + \omega_{i})\} \omega_{c} \delta_{\Gamma}(E - E_{\lambda_{1}N_{1}}) \delta_{\Gamma}(E + \omega_{i} - E_{\lambda_{2}N_{2}})$$
(2.16)

となる。 ω_i 、 α_i 、 $F_i^{\lambda_1\lambda_2}(q)$ は、それぞれ、モードiのフォノンの振動数、結合定数、形状因 子を表し、 $\zeta = \frac{1}{2}q^2\ell^2$ (ℓ はサイクロトロン半径) であり、 $J^2_{N_1N_2}(\zeta)$ はよく知られた調和振動 子の波動関数間の行列要素であり⁴²、具体的にはラゲールの陪多項式 $L^q_p(\zeta)$ を用いてつぎ のように表される。

$$J_{N_1N_2}^2(\zeta) = \frac{n_1!}{n_2!} \zeta^{n_2 - n_1} e^{-\zeta} \{ L_{n_1}^{n_2 - n_1}(\zeta) \}^2$$
(2.17)

ここで $n_1 = \min(N_1, N_2)$ 、 $n_2 = \max(N_1, N_2)$ である。 電子とバルクLOフォノンとの相互作用を仮定すると磁気抵抗はつぎのようになる。

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{4} \alpha n_{\rm B}(\omega_{\rm LO}) \{1 + n_{\rm B}(\omega_{\rm LO})\} (\omega_{\rm LO}\tau_0) \left(\frac{\omega_{\rm LO}}{T}\right) \left(\frac{2m^*\omega_{\rm LO}}{N_{\rm s}}\right) \left(\frac{\omega_{\rm c}}{\omega_{\rm LO}}\right)^{3/2} \\ \times \sum_{\lambda_1 N_1} \sum_{\lambda_2 N_2} \int_0^{+\infty} d\zeta \sqrt{\zeta} J_{N_1 N_2}^2(\zeta) F^{\lambda_1 \lambda_2}(q) \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} dE \{n_{\rm F}(E) - n_{\rm F}(E + \omega_{\rm LO})\} \omega_{\rm c} \delta_{\Gamma}(E - E_{\lambda_1 N_1}) \delta_{\Gamma}(E + \omega_{\rm LO} - E_{\lambda_2 N_2}) \quad (2.18)$$

ここで、 $\rho_0 = m^*/N_s e^2 \tau_0$ は磁界がない場合の試料の抵抗、 N_s は電子の面密度、 τ_0 は磁界がない場合の電子の緩和時間である。また形状因子 $F^{\lambda_1 \lambda_2}(q)$ は、サブバンド λ における電子の z方向の波動関数 $\xi_\lambda(z)$ を用いて

$$F^{\lambda_1\lambda_2}(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \xi_{\lambda_1}(z) \xi_{\lambda_2}^*(z) \mathrm{e}^{-q|z-z'|} \xi_{\lambda_2}(z') \xi_{\lambda_1}^*(z')$$
(2.19)

と表せる。

Lassnig と Zawadzki は式 (2.18) において、(i) 電子は基底サブバンドのみにいる、(ii) 基 底サブバンドにおける電子の z方向の波動関数は Fang-Howard の変分関数⁴³で与えられる、 (iii) ランダウ準位の幅Гが温度 Tより十分小さいとして電子の分布関数の項をエネルギー積 分の外へだす、という近似をおこない GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造における磁気フォノ ン共鳴の解析をおこなった²⁸。彼らはランダウ準位の幅Γとして短距離力の不純物による

$$\Gamma = \sqrt{2\omega_c/\pi\tau_0} \tag{2.20}$$

という式⁴⁴を用いて磁気抵抗を求め、Englert らによる測定結果¹¹と比較した。その結果、 磁気抵抗の振幅の大きさについてよい一致をみた。

筆者らは、自己無撞着的⁴⁵⁻⁴⁷に求めた電子状態を用いて、式 (2.18) を数値的に解き磁気 抵抗を求めた⁴⁸。サブバンドは3個考慮に入れたが、サブバンド間散乱の効果は無視でき、 基底サブバンドのみの計算で十分であることがわかった。また、式 (2.20) を用いて求めた 磁気抵抗の振幅の温度依存性は測定結果¹¹と比較的よい一致をみた。

2.2.2 解析的な磁気抵抗の式

式 (2.14) に以下のような近似をおこない解析的な磁気抵抗の式を導く。

- 1. 電子と光学フォノンとの相互作用として生のポテンシャル (長距離力) を考えている ので、光学フォノンによる電子のサブバンド間散乱の影響は小さい。よって、電子は 基底サブバンド ($\lambda_1 = \lambda_2 = 0$)のみにいるとする。
- 2. 電子はバルク LO フォノンと相互作用をおこなうとする。(界面フォノンの影響については次の章で述べる。)
- 3. 電子とバルク LO フォノンとの相互作用を考えるので、電子の障壁層へのしみ出し の効果は重要でない。そこで、基底サブバンドにおける電子の z方向の波動関数とし て、Fang-Howard の変分関数⁴³

$$\xi_0(z) = \sqrt{\frac{b^3}{2}} z e^{-bz/2} \quad (\text{for } z \ge 0)$$
 (2.21)

$$b = \left\{ \frac{12m^*e^2}{\kappa_0\epsilon_0} (N_{\rm depl} + \frac{11}{32}N_{\rm s}) \right\}^{1/3}$$
(2.22)

を用いる。

バルク物質の磁気フォノン共鳴を考えるときには、磁界に沿った方向 (z方向)の電子の波動関数の広がりが大きいので、フォノン散乱による z方向の運動量変化は小さく、電子とLOフォノンとの行列要素の (q² + q²_z)^{-1/2}の項 (クーロン相互作用のフーリエ変換の項)を 1/qに近似できる⁴²。しかし、単一ヘテロ構造における電子は、その閉じ込めポテンシャルにより、z方向の波動関数の広がりが大きくないので、上記の近似は適当でない⁴⁹。そこで、q²をその平均値

$$\int q_z^2 |(\xi_0| e^{iq_z z} |\xi_0)|^2 dq_z \Big/ \int |(\xi_0| e^{iq_z z} |\xi_0)|^2 dq_z = b^2/3$$
(2.23)

で置き換える。

- 5. 磁気フォノン共鳴は、通常、窒素温度より高い温度で観測されるので、ランダウ準 位の幅Γが温度 Tより十分小さいとして、電子の分布関数をエネルギー積分の外へ だす²⁸。
- 6. 発散項のみを取り出し調和解析をおこなう⁴²。

以上のような近似をおこなうと、磁気抵抗の振動成分は、

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \overline{\Delta\rho} \sum_{r=1}^{+\infty} \exp(-2\pi r\gamma) \cos(2\pi r\omega_{\rm LO}/\omega_c)$$
(2.24)

$$\overline{\Delta\rho} = \frac{3}{2^4} \alpha n_{\rm B}(\omega_{\rm LO}) (1 + n_{\rm B}(\omega_{\rm LO})) (\omega_{\rm LO}\tau_0) \left(\frac{\omega_{\rm LO}}{T}\right) \left(\frac{2m^*\omega_{\rm LO}}{N_{\rm s}}\right) \sqrt{\chi} \left(1 + \frac{\chi}{3}\right)^{-1} \Theta \quad (2.25)$$

となる³⁷。ここで、 $\gamma = 2\Gamma/\omega_c$ 、 $\chi = b^2/2m^*\omega_{
m LO}$ であり、

$$\Theta = \frac{\omega_c}{\omega_{\rm LO}} \sum_N \{ n_{\rm F}(E_N) - n_{\rm F}(E_N + \omega_{\rm LO}) \}$$
(2.26)

である。

Vasilopoulos らも、量子井戸構造において、式 (2.24) と同様な解析的な磁気抵抗の式を 導いた^{30,33}。彼らは、式 (2.18) に 2 個ある電子の状態密度関数のうちの一方をデルタ関数 におきかえて磁気抵抗を求めたので $\gamma = \Gamma/\omega_c$ という結果を得た。そのため、ランダウ準位 の幅が正しく磁気抵抗の振幅に反映しなくなる。— 測定により得られた磁気抵抗の振幅か らランダウ準位の幅を求めると 2 倍大きく見積ってしまう。 — また、フォノンの z方向の 運動量変化を無視し、電子とバルク LO フォノンとの相互作用の行列要素の $(q^2 + q_z^2)^{-1/2}$ の項を 1/qに近似した。

図 2.1から図 2.3に式 (2.24) を用いて求めた GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造における磁気 抵抗の振動成分を示す。比較のために、式 (2.18) を用いて求めた⁴⁸ — 電子状態は自己無撞 着計算により求めた — 磁気抵抗も同時に示した。磁気抵抗の振動成分の大きさは比較的 よく一致していることがわかる。解析的な式を用いると磁気抵抗の振動成分のみを取り出 すことができるので、測定により得られた磁気抵抗の振幅との比較が容易になる。

電子密度が低い場合に、数値的に求めた磁気抵抗のピークが解析的に求めたピークより 低磁界側に移動していることがわかる。これは、Warmenbol らによって指摘された³⁶ "状態 密度の効果"による。N 番目のランダウ準位の状態密度は $(N + \frac{1}{2})\omega_c$ で極大になるが、電子 の分布は、状態密度と分布関数との積できまるので、電子の分布が極大になるエネルギー は $(N + \frac{1}{2})\omega_c$ からずれる。ランダウ準位の幅Гが温度 Tに比べて十分小さい場合は、そのず れの量は小さい。しかし、Гが Tに比べて十分小さくない場合は、ずれの量も大きくなり、 式 (2.18) において電子の分布関数の項をエネルギー積分の外へ出す近似が適当でなくなり、 結果として、磁気抵抗のピークが移動する。いま、P番目の共鳴 ($P\omega_c = \omega_{LO}$)を考える。 磁気抵抗はおもに N = 0のランダウ準位と N = Pのランダウ準位との間の共鳴できまる。 式 (2.18) の電子の状態密度の積の項 ($\delta_{\Gamma}(E - E_0)\delta_{\Gamma}(E + \omega_{LO} - E_P)$) は $E = E_0 \equiv \frac{1}{2}\omega_c$ で極 大になるので、 $E = \frac{1}{2}\omega_c$ における ($n_{\rm F}(E) - n_{\rm F}(E + \omega_{\rm LO})$)の傾きの正、負によって、磁気抵 抗のピークは高磁界か低磁界へと移動する。すなわち、 $\mu - \frac{1}{2}\omega_{LO} < \frac{1}{2}\omega_{c}$ のとき磁気抵抗の ピークは低磁界側へ、逆の場合は高磁界側へと移動する。この条件を電子密度になおすと、

$$N_{\rm s} < N_P^{
m dos}$$
 : 低磁界側へずれる
 $N_{\rm s} > N_P^{
m dos}$: 高磁界側へずれる

となる。ここで N_P^{dos} は電子のフェルミ準位 μ が $\frac{1}{2}(\omega_{LO} + \omega_c) \equiv \frac{1}{2}(1 + P^{-1})\omega_{LO}$ になる電子密度であり、つぎのようにかける。

$$N_P^{\rm dos} = \frac{m^*T}{\pi} \log\left[1 + \exp\left\{\frac{1}{2}(1+P^{-1})\omega_{\rm LO}/T\right\}\right] \simeq \frac{1+P^{-1}}{2} \frac{m^*\omega_{\rm LO}}{\pi}$$
(2.27)

GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造の場合 $N_1^{\text{dos}} = 1.0 \times 10^{12} \text{cm}^{-2}$ である。図 2.3に示したように、電子密度が N_1^{dos} のときは状態密度の効果はきかず、磁気抵抗のピークの移動はみられない。

Warmenbol らは測定結果にあらわれたフォノンの振動数の低下はこの状態密度の効果で 説明できるとしている。ランダウ準位の幅Гが大きくなると、状態密度の効果によるピーク の移動量も大きくなることから、フォノンの振動数の温度依存性や電子密度依存性は、ラ ンダウ準位の幅の温度、電子密度依存性により説明できるとした。彼らの計算では電子の



図 2.1 解析的な式を用いて求めた GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造にお ける磁気抵抗の振動成分。T = 220K 、 $N_s = 1 \times 10^{11}$ cm⁻²、ランダウ 準位の幅 Γ は 5meV で磁界に依存しないとし、零磁界における緩和時間 を $1/\tau_0 = 1.87$ meV とした。点線に数値計算により求めた磁気抵抗を示 した。

分布関数をボルツマン分布に近似しているので、どのような電子密度においても磁気抵抗 のピークは低磁界側に移動する。しかし、電子の分布関数がフェルミ分布関数で与えられ る場合は、上で述べたように、電子密度が N^{dos}をこえると、逆に、磁気抵抗のピークは高 磁界側に移動する。



図 2.2 解析的な式を用いて求めた GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造における磁気抵抗の振動成分。 $N_s = 5 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$ の場合。



図 2.3 解析的な式を用いて求めた GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造における磁気抵抗の振動成分。 $N_{\rm s} = 1 \times 10^{12} {
m cm}^{-2}$ の場合。

2.3 強磁界下における2次元電子ガスの状態密度とその幅

2.3.1 種々の散乱機構による状態密度の幅

選択ドープされた不純物散乱によるランダウ準位の幅

電子と不純物 (1 価の正イオン) との相互作用のハミルトニアン Heiが

$$\mathcal{H}_{\rm ei} = \sum_{NX} \sum_{N'X'} \sum_{\boldsymbol{q}} \left(N'X' | \mathrm{e}^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} | NX \right) (\xi_0 | U_q(z) | \xi_0) c^{\dagger}_{N'X'} c_{NX}$$
(2.28)

で与えられる場合の電子の状態密度の幅を求める。ここで、

$$U_{q}(z) = \sum_{i} v(q, z - z_{i}) e^{-iqr_{i}}, \quad v(q, z) = -\frac{e^{2}}{2\kappa_{0}\epsilon_{0}\epsilon(q)q} e^{-q|z|}$$
(2.29)

であり、 $\kappa_0 \epsilon_0$ は静電誘電率、 $\epsilon(q)$ は誘電関数を表し、不純物iの位置を (\mathbf{r}_i, z_i) とした。 テロ界面に沿った方向に関して不純物は乱雑に分布しており、 $z = z_i$ における単位体積あ たりの不純物の密度を $N_i(z_i)$ とすると、磁気フォノン共鳴が観測されるような高磁界のも とでは異なるランダウ準位間の結合は無視できるので、N番目のランダウ準位の電子の自 己エネルギー $\Sigma_N(E)$ は

$$\Sigma_N(E) = \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} N_i(q) v^2(q) J_{NN}^2(\zeta) G_N(E)$$
 (2.30)

$$N_{i}(q) = \int dz_{i} N_{i}(z_{i}) F_{q}^{2}(z_{i})$$
(2.31)

$$F_{q}(z_{i}) = \int |\xi_{0}(z)|^{2} e^{-q|z-z_{i}|} dz \qquad (2.32)$$

$$v(q) = -\frac{e^2}{2\kappa_0\epsilon_0\epsilon(q)q}$$
(2.33)

となる⁴⁴。低温ではフェルミ分布関数が急峻であるので、ランダウ準位の幅とスクリーニ ングパラメータとを独立に定めることはできないが、高温領域では、ランダウ準位の幅が 変化してもスクリーニングパラメータの変化は小さく、スクリーニングパラメータを独立 に定めることができる。磁気フォノン共鳴が観測されるような状況ではランダウ準位の分 離がよくなく、Thomas-Fermi 近似をおこなうと、誘電関数*ϵ*(*q*) は、近似的に零磁界の場 合と同じかたち

$$\epsilon(q) = 1 + F(q)\frac{q_s}{q} \tag{2.34}$$

になる⁴⁹。ここで、F(q)は基底サブバンド内の形状因子 (式 (2.19) で $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ としたもの)を表し、スクリーニングパラメータ q_s はフェルミ温度 $T_F = (\pi/m^*)N_s$ を用いて

$$q_s = \frac{e^2}{2\kappa_0\epsilon_0} \frac{m^*}{\pi} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{T_{\rm F}}{T}\right) \right\}$$
(2.35)

と表せる。自己エネルギーの実数部を無視し、状態密度がローレンツ型になるように近似 すると、N番目のランダウ準位の幅Γ_Nは

$$\Gamma_N^2 = \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} N_{\rm i}(q) v^2(q) J_{NN}^2(\zeta)$$
(2.36)

となる。電荷中性の条件よりイオン化している不純物の密度は定まっており、また、相互作 用にかかわるような波長でみればイオン化している領域の z方向の幅は十分狭いので、不純 物イオンのイオン化率の場所による変化を無視して、一様にイオン化しているとしてもよ い。そのような空乏層近似のもとで、イオン化している選択ドープされた不純物の分布は

$$N_{i}(z) = \begin{cases} N_{i}, & -(L_{i} + L_{s}) \leq z \leq -L_{s} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
(2.37)

で与えられるので、ランダウ準位の幅Γ_{RIS.N}はつぎのようになる。

$$\Gamma_{\text{RIS},N} = \left\{ \frac{1}{4\pi} \left(\frac{e^2}{2\kappa_0 \epsilon_0} \right)^2 N_{\text{is}} \int_0^{+\infty} d\zeta \, \frac{1}{\epsilon^2(q)} \frac{e^{-2L_s q}}{(1+q/b)^6} J_{NN}^2(\zeta) \right\}^{1/2} \tag{2.38}$$

ここで L_s はスペーサ層の幅、 L_i イオン化した領域の幅を表し、 $N_{is} \equiv N_i L_i$ はイオン化している不純物の面密度を表す。

チャネル層の不純物散乱によるランダウ準位の幅

通常、意図的には、チャネル層に不純物をドープしないので、チャネル層の不純物散乱 によるランダウ準位の幅は選択ドープされた不純物によるものより十分小さいと考えられ る。そこで、適当な近似を用いてチャネル層の不純物散乱によるランダウ準位の幅を見積 る。チャネル層の不純物は次のように一様にイオン化しているとする。

$$N_{\rm A}(z) = \begin{cases} N_{\rm A}, & 0 \le z \le L_{\rm A} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
(2.39)

このとき、 $q \rightarrow 0$ と $q \rightarrow +\infty$ との値をもとに、補間して⁵⁰式 (2.31) の積分の値を求める と、ランダウ準位の幅 $\Gamma_{\text{BIS},N}$ は近似的に、

$$\Gamma_{\text{BIS},N} = \left\{ \frac{1}{4\pi} \left(\frac{e^2}{2\kappa_0 \epsilon_0} \right)^2 N_{\text{depl}} \int_0^{+\infty} d\zeta \, \frac{1}{\epsilon^2(q)} \frac{J_{NN}^2(\zeta)}{1 + (q/b)I_0 + (q/b)^2 I_\infty^{-1}} \right\}^{1/2} \tag{2.40}$$

となる。ここで、

$$I_0 = 2 \int_0^{L_A} \frac{dz_A}{L_A} \left\{ b \int_0^{+\infty} |\xi_0(z)|^2 |z - z_A| dz \right\}$$
(2.41)

$$I_{\infty} = \frac{4}{b^2} \int_0^{L_{\rm A}} \frac{dz_{\rm A}}{L_{\rm A}} |\xi_0(z)|^4$$
(2.42)

であり、 $N_{depl} \equiv N_A L_A$ は空乏層電荷密度を表す。

LO フォノン散乱によるランダウ準位の幅

電子とバルク LO フォノンとの相互作用は式 (2.5) で与えられるので、バルク LO フォノンとの相互作用による電子の自己エネルギーは結合定数の最低次でつぎのようにかける。

$$\Sigma_{N}(E) = \sum_{N'} \sum_{\mathbf{Q}} J_{NN'}^{2}(\zeta) |M_{00}(\mathbf{Q})|^{2} \{ n_{\rm B}(\omega_{\rm LO}) G_{N'}(E + \omega_{\rm LO}) + (1 + n_{\rm B}(\omega_{\rm LO})) G_{N'}(E - \omega_{\rm LO}) \}$$
(2.43)

自己エネルギーの実数部を無視し、式 (2.23) の近似をおこない、主要項 (共鳴条件を満た す項) のみを取り出すと、ランダウ準位の幅は

$$\Gamma_{\rm OPS} = \left\{ \frac{3}{2^4} \alpha \omega_{\rm LO} \omega_c \sqrt{\chi} \left(1 + \frac{\chi}{3} \right)^{-1} (1 + 2 n_{\rm B}(\omega_{\rm LO})) \right\}^{1/2}$$
(2.44)

となる。

音響フォノン散乱によるランダウ準位の幅

音響フォノン散乱によるランダウ準位の幅はつぎのようになる。

$$\Gamma_{\rm APS} = \left\{ \frac{3}{2^5 \pi} \frac{m^* b D^2}{ds_{\ell}^2} T \omega_{\rm c} \right\}^{1/2} \tag{2.45}$$

Dは変形ポテンシャル定数、dは結晶の密度、s_lは結晶中の音速を表す。

界面凹凸散乱によるランダウ準位の幅

界面凹凸散乱51によるランダウ準位の幅はつぎのようになる。

$$\Gamma_{\mathrm{IRS},N} = \Delta \Lambda N_{\mathrm{eff}} \frac{e^2}{2\kappa_0 \epsilon_0 \ell} \left[\frac{1}{2} \int_0^{+\infty} d\zeta \frac{\zeta}{\epsilon^2(q)} \exp\left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta}{\ell}\right)^2 \zeta \right\} J_{NN}^2(\zeta) \right]^{1/2}$$
(2.46)

 Δ はヘテロ界面の凹凸の平均の高さ、 Λ はヘテロ界面の凹凸の界面に沿った方向の相関長を 表し、 $N_{\text{eff}} = \frac{1}{2}N_{s} + N_{\text{depl}}$ である。

2.3.2 状態密度の幅の温度、磁界、電子密度依存性

 $\Gamma_{\text{RIS},N}$ のランダウ準位 N依存性

図 2.4に選択ドープした不純物散乱による幅Γ_{RIS,N}のランダウ準位 N 依存性を示す。障壁 層におけるイオン化した不純物の面密度 N_{is}は電荷中性の条件

$$N_{\rm is} = N_{\rm s} + N_{\rm depl} \tag{2.47}$$

から定めた。Nが大きくなるにつれて電子は大きな運動エネルギーを持つようになるので $\Gamma_{\text{RIS},N}$ は単調に減少する。しかし、先にも述べたように磁気フォノン共鳴による磁気抵抗は、 おもに、基底ランダウ準位の電子のフォノン吸収によってきまるので、以下では、 $\Gamma_{\text{RIS},N}$ のN依存性を無視し、 $\Gamma_{\text{RIS}} = \Gamma_{\text{RIS},0}$ とする。同様に、 $\Gamma_{\text{BIS}} = \Gamma_{\text{BIS},0}$ 、 $\Gamma_{\text{IRS}} = \Gamma_{\text{IRS},0}$ とする。 24 第2章、半導体ヘテロ構造における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴

状態密度の幅の温度依存性

図 2.5に状態密度の幅の温度依存性を示す。選択ドープした不純物散乱による幅 Γ_{RIS} と光 学フォノン散乱による幅 Γ_{OPS} の大きさに比べて、音響フォノン散乱による幅 Γ_{APS} 、界面凹 凸散乱による幅 Γ_{IRS} 、チャネル層の不純物散乱による幅 Γ_{BIS} の値は小さく無視できることが わかる。電子密度 N_s が 3×10¹¹ cm⁻²のときフェルミ温度 T_F は 120K 程度であるので、図に 示したような温度範囲では、高温になるにつれて遮弊効果が弱くなり、 Γ_{RIS} は温度とともに 単調に増加する。 Γ_{OPS} の温度依存性はフォノンの数 (分布関数) できまり、'1+2 $n_B(\omega_{LO})'-$ フォノン吸収の $n_B(\omega_{LO})$ と放出の 1+ $n_B(\omega_{LO})$ との和一というかたちで温度に依存するが、 図に示したような温度範囲では、 $\omega_{LO} > T$ であり、フォノンの数が 1 より小いさく、 Γ_{OPS} の温度依存性は弱い。

状態密度の幅の磁界依存性

図2.6に状態密度の幅の磁界依存性を示す。印加磁界が増加すると、磁界による電子の閉 じ込めポテンシャルが増すので、選択ドープされた不純物散乱による幅F_{RIS}は、磁界の増 加とともに、徐々に増加する。電子とフォノンとの相互作用は生のポテンシャルを考えて いるので、光学フォノン散乱による幅F_{OPS}は、ランダウ準位 Nのあまり異ならない状態間 の遷移によるもののほうが大きくなる。印加磁界が増すと、ランダウ準位の間隔が広がる ので、F_{OPS}は増加する。



図 2.4 $\Gamma_{\text{RIS},N}$ の温度 Tとランダウ準位 N依存性。 $N_s = 3 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$ 、 $N_{\text{depl}} = 5 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$ 、 $L_s = 100$ Å、B = 7.38T(磁気フォノン共鳴の P = 3のピークに相当する磁界)とした。

状態密度の幅の電子密度依存性

図2.7に状態密度の幅の電子密度依存性を示す。障壁層に選択ドープする不純物の密度を 変えるか、スペーサ幅を変えることにより、電子密度を変化させることができる。選択ドー プした不純物散乱による幅 Γ_{RIS} 以外は、どちらの方法で電子密度を変化させても、その電 子密度依存性は変わらない。図では、スペーサ幅を一定に保ち、障壁層に選択ドープする 不純物密度を変えることにより、電子密度を変化させるとした。 Γ_{RIS} は $N_s = 3 \times 10^{11}$ cm⁻² 付近で極小になる。電子密度 N_s が N_{depl} (5 × 10¹⁰ cm⁻²)より十分小さい領域では、電荷中 性の条件(式(2.47))より、 $N_{is} \sim N_{depl}$ なので、電子密度の増加とともに遮弊効果のみが強 くなり Γ_{RIS} は減少する。しかし、電子密度が大きくなると、 $N_{is} \sim N_s$ となるので、不純物 密度の増加がきき、 Γ_{RIS} は電子密度の増加とともに増加する。チャネル層の不純物散乱に よる幅 Γ_{BIS} は、電子密度の増加とともに遮弊効果のみが強くなるので、電子密度が大きい ほど小さくなる。単一ヘテロ構造では、電子密度が増加すると界面に垂直な方向の電子の 閉じ込めが強くなるので、フォノン散乱による幅 Γ_{OPS} と Γ_{APS} とは電子密度の増加とともに 増加する。



図 2.5 状態密度の幅の温度依存性。 $N_s=3\times10^{11}$ cm⁻²、 $N_{depl}=5\times10^{10}$ cm⁻²、 $L_s = 100$ Å、B = 7.38T(磁気フォノン共鳴のP = 3のピークに相当する磁界)とした。

26



図 2.6 状態密度の幅の磁界依存性。 $N_s=3\times10^{11}$ cm⁻²、 $N_{depl}=5\times10^{10}$ cm⁻²、 $L_s=100$ Å、T=180K とした。



図 2.7 状態密度の幅の電子密度依存性。 $N_{depl} = 5 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$ 、 $L_s = 100$ Å、B = 7.38 T (P = 3)、T = 180 Kとした。

2.3.3 磁気抵抗の振幅 — 実験結果との比較—

Brummell らによって GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造における磁気抵抗の振幅の電子密度 依存性が報告されている²¹。彼らは、選択ドープする不純物の密度を一定 $(1.3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3})$ に保ち、スペーサ幅を変えることにより $(L_s = 0 \sim 800 \text{Å})$ 、電子密度を $N_s = 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ から5×10¹¹ cm⁻²の範囲で変化させた複数の試料 (GaAs/Al_{0.32}Ga_{0.68} As) を用いて、P = 3の共鳴における磁気抵抗の振幅の電子密度依存性を測定した。実験に用いられた試料のス ペーサ幅と電子密度との関係を図 2.8に示す⁵²。その結果、彼らは、磁気抵抗の振幅が、電



図 2.8 GaAs/Al_{0.32}Ga_{0.68}As 単一ヘテロ構造における電子密度のスペー サ幅依存性。選択ドープした不純物の密度は 1.3 × 10¹⁸ cm⁻³である。

子密度の増加とともに、ほぼ指数関数的に減少していくことをみいだした。式 (2.24) に示 したように、磁気抵抗の振動成分の大きさは $\Delta \rho \sim \exp(-4\pi\Gamma/\omega_c)$ というかたちで、ランダ ウ準位の幅 Γ に指数関数的に依存するので、Brummell らの測定結果は、ランダウ準位の幅 が、電子密度とともに、ほぼ線形に増加していくことを表していると言える。さらに、測 定に用いられたような系では、プラズマ振動数とLOフォノンの振動数とが同程度なので、 電子の集団励起は、電子-フォノン相互作用に対して、遮弊をするようには働かないので、 磁気抵抗の振幅の電子密度依存性を電子の遮弊効果によって説明することは困難であると 考えられる。

図 2.7に示したように、光学フォノン散乱によるランダウ準位の幅Γ_{OPS}の電子密度依存 性は小さいので、測定結果を説明できない。また、界面凹凸散乱による幅Γ_{IRS}の電子密度 依存性は大きいが、その絶対値が小さいので、測定結果と合わない。以下に述べるように、 ランダウ準位の幅は障壁層に選択ドープされた不純物散乱によって支配されているとする
30 第2章.半導体ヘテロ構造における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴

と、測定結果をよく説明できる。

スペーサ幅を一定にして電子密度を変化させた場合は、図 2.7に示したように、障壁層に 選択ドープした不純物散乱による幅 Γ_{RIS} は極小値をとるような電子密度依存性を示す。し かし、スペーサ幅を変化させて電子密度を変えた場合は、異なる電子密度依存性を示す。 図 2.8の結果を用いて計算した Γ_{RIS} の電子密度依存性を図 2.9に示す。不純物密度を一定に 保ち、スペーサ幅を薄くすることにより電子密度を増加させると、遮弊が強くなる以上に、 不純物と電子とが近づく効果が強くなり、 Γ_{RIS} は単調に増加する。



図 2.9 Γ_{RIS}の電子密度依存性。不純物密度を一定に保ち、スペーサ幅を 変化させることにより電子密度を変化させた。

図 2.9の結果を用いて計算した磁気抵抗の P = 3 のピークの振幅の電子密度依存性を図 2.10に示す。図には Brummell らによる測定結果も同時に示した。ランダウ準位の幅が障 壁層に選択ドープされた不純物散乱によって支配されているとすると、図に示したように、 測定結果をよく説明できることがわかる。

スペーサ幅を一定にして、選択ドープする不純物密度により電子密度を変化させた試料 を用いて磁気抵抗の電子密度依存性を測定すると、図 2.10と異なる電子密度依存性が得ら れると予想される。図 2.7より、不純物密度により電子密度を変化させた場合は、磁気抵抗 の振幅は中程度の電子密度で極大をとるような依存性を示すと考えられる。



図 2.10 磁気抵抗の振幅の電子密度依存性。T = 180 K、P = 3、 $N_{\text{depl}} = 5 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$ とした。また零磁界における電子の移動度は電子密度に依存せず 10,000 cm²/Vs であるとした。黒丸は Brummell らによる 測定結果を表す。

32 第2章、半導体ヘテロ構造における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴

2.4 電子間の相互作用を考慮にいれた2次元電子ガスの磁気 フォノン共鳴

Warmenbol らは電子間の相互作用を考慮にいれて強磁界中の電子のエネルギー緩和率の 磁界依存性を計算した³⁵。その結果、電子密度の増加とともに、エネルギー緩和率のピー クが $P\omega_c = \omega_{LO}$ をみたす磁界から低磁界側へと移動していくことを見いだした。電子間の 相互作用がない場合は、1 個の電子がフォノンを吸収・放出してランダウ準位間を遷移する ことが可能であるので共鳴条件は式 (2.1) で与えられる。電子間の相互作用がある場合は、 そのような一電子近似が適当でなくなる。電子の励起状態間のエネルギー差は、電子間の 相互作用によりサイクロトロンエネルギーより大きくなるので、共鳴は、式 (2.1) で与えら れる磁界より低い磁界でおこる。以上のような効果を考慮にいれて磁気抵抗をもとめる。

式 (2.2) のハミルトニアンに電子間の相互作用

$$\mathcal{H}_{ee} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{N_1 \sim N_4 \\ X_1 \sim X_4}} (N_1 X_1 | e^{i \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} | N_4 X_4) (N_2 X_2 | e^{-i \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} | N_3 X_3) v_{\infty}(q) F(q) c^{\dagger}_{N_1 X_1} c^{\dagger}_{N_2 X_2} c_{N_3 X_3} c_{N_4 X_4}$$
(2.48)

を加える。 $v_{\infty}(q) = e^2/2\kappa_{\infty}\epsilon_0 q$ は電子間の相互作用のポテンシャルを表す。($\kappa_{\infty}\epsilon_0$ は高周波の誘電率を表す。)電子とフォノンとの相互作用は十分弱いとし、結合定数に関して最低次の項だけ取り出し、互いにクーロン相互作用をしている電子の集まりが、光学フォノンを吸収・放出してその状態を変えるというような状況を考えると、磁気フォノン共鳴による伝導率の対角成分はつぎのようになる³⁹。

$$\sigma_{xx} = \sigma_0 \int_0^{+\infty} d\zeta \, \zeta \left\{ -\operatorname{Im} \frac{1}{\epsilon(q, \omega_{\mathrm{LO}})} \right\}$$
(2.49)

$$\sigma_{0} = \frac{1}{2\pi} e^{2} \alpha \left(\frac{\omega_{\rm LO}}{\omega_{\rm c}} \right)^{3/2} \left(\frac{\omega_{\rm c}}{T} \right) \left(\frac{\omega_{\rm c}}{E_{\rm B}} \right) n_{\rm B}(\omega_{\rm LO}) (1 + n_{\rm B}(\omega_{\rm LO}))$$
(2.50)

$$E_{\rm B} = \frac{e^2}{4\pi\kappa_{\infty}\epsilon_0(\ell/\sqrt{2})} \tag{2.51}$$

乱雑位相近似 (RPA) の方法を用いると、誘電関数 $\epsilon(q,\omega)$ はつぎのようになる。

$$\operatorname{Re} \epsilon(q,\omega) = 1 + \frac{E_{\mathrm{B}}F(q)}{\sqrt{\zeta}} \sum_{MN} J_{MN}^{2}(\zeta) \int \frac{dE}{\pi} \{n_{\mathrm{F}}(E) \operatorname{Re} G_{M}(E+\omega) \operatorname{Im} G_{N}(E) + n_{\mathrm{F}}(E+\omega) \operatorname{Re} G_{N}(E) \operatorname{Im} G_{M}(E+\omega)\} (2.52)$$

$$\operatorname{Im} \epsilon(q,\omega) = \frac{E_{\mathrm{B}}F(q)}{\sqrt{\zeta}} \sum_{MN} J_{MN}^{2}(\zeta) \int \frac{dE}{\pi} \{n_{\mathrm{F}}(E) - n_{\mathrm{F}}(E+\omega)\} \times \operatorname{Im} G_{M}(E+\omega) \operatorname{Im} G_{N}(E)$$

$$\times \operatorname{Im} G_{M}(E+\omega) \operatorname{Im} G_{N}(E)$$

$$(2.53)$$

以上の式は、電子間の相互作用をなくすと ($E_{\rm B} \rightarrow 0$) 2.2.1で示した磁気抵抗の式に一致する。電子の状態密度が幅 Γ で特徴づけられたローレンツ関数で表されるとし、状態密度の効

果を無視すると、誘電関数は次のようになる。

$$\epsilon(q,\omega) = 1 - \frac{E_{\rm B}F(q)}{\sqrt{\zeta}} \sum_{MN} J_{MN}^2(\zeta) \frac{n_{\rm F}(E_N) - n_{\rm F}(E_M)}{E_N + \omega - E_M + i2\Gamma}$$
(2.54)

式 (2.49) と式 (2.54) とを用いて求めた InGaAs/InAlAs 単一ヘテロ構造における磁気抵抗を 図 2.11から図 2.13に示す。InGaAs は 2 モード物質であるが、結合定数の大きい GaAs-like



図 2.11 電子間の相互作用を考慮にいれた InGaAs/InAlAs 単ーヘテロ構造における磁気抵抗。 $N_s = 1 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$ の場合。電子間の相互作用を考慮にいれていない磁気抵抗を点線で示した。

のLO フォノンと電子との相互作用のみを考慮した。また、磁気抵抗はバルク InGaAs 中 に理想的 ($|\xi_0(z)|^2 = \delta(z)$)な2次元電子が存在している場合の零磁界における抵抗 $\rho_0 = 2m^*\Gamma_0/N_s e^2 (\Gamma_0 = \frac{1}{2}\pi\alpha\omega_{LO} n_B(\omega_{LO})$)で規格化した。電子密度が低い ($N_s = 1 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$) 場合は電子間の相互作用を考慮にいれても磁気抵抗の変化は少ないが、中程度の電子密度 ($N_s = 5 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$)になると、電子間の相互作用により磁気抵抗のピークが低磁界側に移 動していることがわかる。2次元電子系では、フェルミエネルギーは電子密度に比例し、電 子間の平均の距離は電子密度の2分の1乗に逆比例するので、さらに電子密度が高くなると ($N_s = 2 \times 10^{12} \text{cm}^{-2}$)、フェルミエネルギーが増大し電子間の平均のクーロンエネルギー(電 子密度の2分の1乗に比例する)が重要でなくなり、ふたたび、磁気抵抗のピークの移動量 が減る。電子間の相互作用がある場合の、P = 1の共鳴により磁気抵抗が極大になるサイク ロトロン振動数を ω_0^* とし、電子間の相互作用を考慮しない場合を ω_0 として、($\omega_0 - \omega_0^*$)/ ω_{LO} で共鳴磁界の移動量を定義する。この共鳴磁界の移動量を図 2.14に示す。共鳴磁界の移動 量の大きさは温度依存性を示し、低温になるほど移動量は大きくなる。しかし、移動量が 極大になる電子密度は温度にほとんど依存しない。電子のフェルミ準位が N = 0 のランダ ウ準位と N = 1 のランダウ準位との中央付近にある場合に共鳴磁界の移動量が極大にな る。すなわち、電子密度が

$$N_0^{\rm ee} = \frac{m^* T}{\pi} \log(1 + e^{\omega_{\rm LO}/T}) \simeq \frac{m^* \omega_{\rm LO}}{\pi}$$
(2.55)

程度のときに共鳴磁界の移動量が極大になる。— N_0^{ee} はP = 1の場合の N_P^{dos} (式 (2.27)) と 等しい。 — よって、移動量が極大になる電子密度はほとんど温度に依存しない。低温に なると、高次の項 (N番目のランダウ準位とN + 1番目のランダウ準位との間の電子の遷 移できまる項)の影響で、 N_0^{ee} の整数倍の電子密度付近でも共鳴磁界の移動量が少し大きく なる。



図 2.12 電子間の相互作用を考慮にいれた InGaAs/InAlAs 単一ヘテロ構造における磁気抵抗。 $N_s = 5 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$ の場合。電子間の相互作用を考慮にいれていない磁気抵抗を点線で示した。



図 2.13 電子間の相互作用を考慮にいれた InGaAs/InAlAs 単一へテロ構造における磁気抵抗。 $N_s = 2 \times 10^{12} \text{cm}^2$ の場合。電子間の相互作用を考慮にいれていない磁気抵抗を点線で示した。



図 2.14 InGaAs/InAlAs 単一ヘテロ構造における電子間の相互作用による共鳴磁界の移動量の電子密度依存性。T = 100K(実線)、150K(破線)、200K(点線)の場合。

36 第2章、半導体ヘテロ構造における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴

2.5 結言

半導体単一ヘテロ構造においてバルクLOフォノンと相互作用をおこなっている2次元電 子ガスの磁気フォノン共鳴一線形領域での磁気フォノン共鳴一について調べた。測定結果 の解析が容易におこなえるように、久保公式を用いて、解析的な磁気抵抗の式を導いた³⁷。 障壁層に選択ドープされた不純物、チャネル層の不純物、界面の凹凸、光学フォノン、音響 フォノン散乱によるランダウ準位の幅を求め³⁸、磁気抵抗の振動成分をもとめ、Brummell らによる測定結果²¹と比較した。測定結果では、電子密度の増加にたいして、磁気抵抗の 振動成分の振幅は指数関数的に減少した。ランダウ準位の幅が障壁層に選択ドープされた 不純物散乱に支配されているとすると、測定結果と計算結果とはよい一致をみた³⁷。

測定結果にみられたようなフォノンの振動数の低下を説明するために状態密度の効果³⁶ と電子間の相互作用の影響³⁵とが提案されているが、以下のような理由で、このような効 果では測定結果を完全に説明することは難しいと思われる³⁹。

- 電子の分布関数がフェルミ分布関数で表される場合は、P番目の共鳴磁界は、電子密度が N_P以下でないと低磁界側に移動しない。したがって、InP/InGaAs/InP 量子井戸構造でみられたような¹⁹、フォノンの振動数の電子密度依存性は説明できない。
- 電子間の相互作用による共鳴磁界の移動量はほぼ電子密度だけで定まり、電子密度が N^{6e}程度のとき極大になる。しかし、そのときの移動量は数%程度であり測定結果 を説明するほどではない。また、共鳴磁界の移動量の電子密度依存性も測定結果とあ わない。

フォノンの振動数の低下の原因が、Warmenbol らが述べているような状態密度の効果³⁶に よるかものかどうか、ということは次のような実験をおこなってみれば分かる。状態密度の 効果による磁気抵抗のピークの移動量は、ランダウ準位の幅の関数であるので、電子密度が 等しく、ランダウ準位の幅が異なる複数の試料の磁気抵抗を比較してみればよい。GaAs/ AlGaAs 単一ヘテロ構造におけるランダウ準位の幅は障壁層の不純物散乱によって支配さ れていると考えられるので、不純物密度とスペーサ幅とを適当に選ぶことにより、電子密 度が同じで、ランダウ準位の幅が異なる試料を作ることができる。

参考文献

- 1 V.L. Gurevich and Y.A. Firsov, Sov. Phys. JETP 13, 137 (1961).
- 2 S.M. Puri and T.H. Geballe, Bull. Am. Phys. Soc. 8, 309 (1963).
- 3 R.A. Stradling and R.A. Wood, J. Phys. C1, 1711 (1968).
- 4 P.G. Harper, J.W. Hodby and R.A. Stradling, Rep. Prog. Phys. 36, 1 (1973).
- 5 R.V. Pavlov, G.I. Kharus, I.M. Tsidilkovskii and S.S. Shalyt, Sov. Phys. USP 17, 1 (1974).
- 6 R.L. Peterson, in Semiconductors and Semimetals, edited by R. K. Willardson and A. C. Beer, (Academic Press, New York, 1975), Vol. 10, p. 221.
- 7 R.J. Nicholas, Prog. Quntum Electron. 10, 1 (1985).
- 8 R.J. Nicholas, M.A. Brummell and J.C. Portal, in *Two-Dimensional Systems, Heterostructures, and Superlattices*, edited by G. Bauer, F. Kuchar and H. Heinrich, (Springer-Verlag, Berlin, 1984), p. 69.
- 9 C. Hamaguchi and N. Mori, Physica B164, 85 (1990).
- 10 D.C. Tsui, Th. Englert, A.Y. Cho and A.C. Gossard, Phys. Rev. Lett. 44, 341 (1980).
- 11 Th. Englert, D.C. Tsui, J.C. Portal, J. Beerens and A. Gossard, Phys. Rev. Lett. 44, 1301 (1982).
- 12 G. Kido, N. Miura, H. Ohno and H. Sakaki, J. Phys. Soc. Jpn. 51, 2168 (1982).
- 13 R.J. Nicholas, M.A. Brummell, J.C. Portal, M. Razeghi and M.A. Poisson, in Application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics, edited by G. Landwehr, (Springer-Verlag, Berlin, 1983), p. 98.
- 14 R.J. Nicholas and M.A. Brummell, J. Crystal Growth 68, 356 (1984).
- 15 J.C. Portal, J. Cisowski, R.J. Nicholas, M.A. Brummell, M. Razeghi and M.A. Poisson,

J. Phys. C16, L573 (1983).

- 16 M.A. Brummell, R.J. Nicholas, J.C. Portal, K.Y. Cheng and A.Y. Cho, J. Phys. C16, L579 (1983).
- 17 J.C. Portal, G. Grégoris, M.A. Brummell, R.J. Nicholas, M. Razeghi, M.A. di Forte-Poisson, K.Y. Cheng and A.Y. Cho, Surf. Sci. 142, 368 (1984).
- 18 M.A. Brummell, R.J. Nicholas, M.A. Hopkins, J.J. Harris and C.T. Foxon, Phys. Rev. Lett. 58, 77 (1987).
- 19 D.R. Leadley, R.J. Nicholas, L.L. Taylor, S.J. Bass and M.S. Skolnick, in *High Magnetic Field in Semiconductor Physics II*, edited by G. Landwher, (Springer-Verlag, Berlin, 1989), p. 545.
- 20 R.J. Nicholas, S. Ben Amor, J.C. Portal, D.L. Sivco and A.Y. Cho, Semicond. Sci. Technol. 4, 116 (1989).
- 21 M.A. Brummell, D.R. Leadley, R.J. Nicholas, J.J. Harris and C.T. Foxon, Surf. Sci. 196, 451 (1988).
- 22 G. Grégoris, J. Beerens, S. Ben Amor, L. Dmowski, J.C. Portal, F. Alexandre, D.L. Sivco and A.Y. Cho, Phys. Rev. B37, 1262 (1988).
- 23 R.J. Nicholas, L.C. Brunel, S. Huant, K. Karrai, J.C. Portal, M.A. Brummell, M. Razeghi, K.Y. Cheng and A.Y. Cho, Phys. Rev. Lett. 55, 883 (1985).
- 24 M. Inoue, H. Hida, M. Inuyama, Y. Inuishi, K. Nanbu and S. Hiyamizu, Physica B117 & 118, 720 (1983).
- 25 H. Sakaki, K. Hirakawa, J. Yoshino, S. P. Svensson, Y. Sekiguchi, T. Hotta and S. Nishii, Surf. Sci. 142, 306 (1984).
- 26 D.R. Leadley, M.A. Brummell, R.J. Nicholas, J.J. Harris and C. T. Foxon, Solid-State Electron. 31, 781 (1988).
- 27 P. Hawker, A.J. Kent, L.J. Challis, M. Henini and O.H. Hughes, J. Phys.: Condens. Matter 1, 1153 (1989).
- 28 R. Lassnig and W. Zawadzki, J. Phys. C16, 5435 (1983).
- 29 M.P. Chaubey and C.M. Van Vliet, Phys. Rev. B33, 5617 (1986).
- 30 P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B33, 8587 (1986).
- 31 M.P. Chaubey and M. Singh, Phys. Rev. B34, 2385 (1986).

- 32 M. Singh and M.P. Chaubey, Phys. Rev. B34, 4026 (1986).
- 33 P. Vasilopoulos, M. Charbonneau and C.M. Van Vliet, Phys. Rev. B35, 1334 (1987).
- 34 P. Warmenbol, F.M. Peeters and J.T. Devreese, Solid-State Electron. 31, 771 (1988).
- 35 P. Warmenbol, F.M. Peeters, X. Wu and J.T. Devreese, Phys. Rev. B40, 6258 (1989).
- 36 P. Warmenbol, F.M. Peeters and J.T. Devreese, Solid-State Electron. 32, 1545 (1989).
- 37 N. Mori, H. Murata, K. Taniguchi and C. Hamaguchi, Phys. Rev. B38, 7622 (1988).
- 38 森,村田,谷口,浜口,第35回応用物理学会関係連合講演会,28p-ZB-3,昭和63年3月.
- 39 村田,森,谷口,浜口,日本物理学会秋の分科会,5p-C-6,平成元年10月.
- 40 R. Kubo, S.J. Miyake and N. Hashitume, in *Solid State Physics*, edited by H. Ehrenreich, F. seitz and D. Turnbull, (Academic Press, New York, 1965), Vol. 17, p. 269.
- 41 G.D. Mahan, in Many-Particle Physics, (Plenum Press, New York, 1981), p. 185.
- 42 J.R. Barker, J. Phys. C5, 1657 (1972).
- 43 F.F. Fang and W.E. Howard, Phys. Rev. Lett. 16, 797 (1966);
 F. Stern and W.E. Howard, Phys. Rev. 163, 816 (1967).
- 44 T. Ando, J. Phys. Soc. Jpn. 36, 959 (1974).
- 45 F. Stern, Phys. Rev. B5, 4891 (1972).
- 46 T. Ando, J. Phys. Soc. Jpn. 51, 3893 (1982).
- 47 C. Hamaguchi, N. Miyatsuji and H. Hihara, Jpn. J. Appl. Phys. 23, L132 (1984).
- 48 N. Mori and C. Hamaguchi, Technol. Rep. Osaka Univ. 37, 127 (1987).
- 49 森 伸也,大阪大学大学院修士論文,昭和 63 年.
- 50 P.J. Price, J. Vac. Sci. Technol. 19, 599 (1981).
- 51 T. Ando, J. Phys. Soc. Jpn. 51, 3900 (1982);
 T. Ando, A.B. Fowler and F. Stern, Rev. Mod. Phys. 54, 437 (1982).
- 52 C.T. Foxon, J.J. Harris, R.G. Wheeler and D.E. Lacklison, J. Vac. Sci. Technol. B4, 511 (1986).

第3章

半導体ヘテロ構造における電子--光学フォ ノン相互作用

3.1 緒言

半導体ヘテロ構造中の光学フォノンは、バルク物質中のフォノンと異なり、界面付近に 局在したモードや各層に閉じ込められたモードなどに分かれることが知られているが¹、従 来は、バルクLOフォノンと電子との相互作用を仮定してヘテロ構造中の2次元電子ガス の移動度の解析などがおこなわれてきた²⁻¹⁴。しかし、バルクLOフォノンと電子との相 互作用は、ときには、誤った結果へ導くことがあることが理論的に指摘された¹⁵⁻²⁷。同時 に、界面フォノンが重要な働きをする場合があることも指摘された。また、ヘテロ構造を 用いたフォノン散乱の抑制の可能性についても議論された¹⁷⁻²⁰。現在までに、多くの研究 者によってヘテロ界面が電子-光学フォノン相互作用におよぼす影響について研究されてき たが、物質定数が異なる物質によりヘテロ構造を構成することにより電子-フォノン相互作 用が変化する効果 (物質定数の効果)と、ヘテロ構造中でフォノンが各層に閉じ込められた り、界面付近に局在したりすることにより電子-フォノン相互作用が変化する効果 (形状の 効果)とを分離して考察していないものが多い。そのため、電子-光学フォノン相互作用が 変化した物理的な原因がわかりにくい。

この章では、はじめに、GaAs/AlAs ヘテロ構造のような2元の化合物半導体でつくられ た単一ヘテロ構造と量子井戸構造とにおけるにおける電子-光学フォノン相互作用について 考える。最初に、誘電性連続体モデルを用いてヘテロ構造における光学フォノンのモード を定める。その後、通常の量子力学的方法を用いて電子-光学フォノンの相互作用のハミル トニアンを求める。2元の化合物半導体で作られたヘテロ構造の原子配列には乱雑性がな いので、格子振動の完全系を求めることができる。誘電性連続体モデルを用いてフォノン モードを定め、相互作用のハミルトニアンを求める方法は新しくはない²⁸⁻³⁵が一特にヘテ ロ構造では Wendler らにより精力的な研究がおこなわれた³⁶⁻⁴⁴---、はじめに、簡単に述べ る。次に、得られたハミルトニアンをフォノンを介した電子間の2次元の相互作用という かたちに書き換える。フォノンを介した電子間の2次元の相互作用というかたちに書き換

えることにより、先に述べた物質定数の効果と形状の効果とを分離することが可能になる。 物質定数の効果は、電子の波動関数によらない結合定数というかたちにまとめられ、形状 の効果は、物質定数によらない形状因子というかたちにまとめられる。各フォノンモード の形状因子の和はつねにバルクフォノンの形状因子に等しくなる⁴⁵。その後、鏡像電荷を 考慮にいれたエネルギー損失の方法により、以上の理論を混晶半導体で作られたヘテロ構 造にも応用できるように拡張する⁴⁶。測定に用いられる試料は、通常、GaAs/AlGaAs ヘテ ロ構造や InGaAs/InAlAs ヘテロ構造のように混晶半導体を用いて作られているので、実際 の測定結果と比較するためには混晶半導体で作られたヘテロ構造にも応用できるように理 論を拡張する必要がある。以上の結果を用いて、2次元電子ガスの移動度の解析をおこな い、最後に、電子と界面フォノンとの相互作用を考慮に入れた磁気フォノン共鳴について 考察する^{45,47}。

3.2 誘電性連続体モデルを用いた電子-光学フォノン相互作用

ヘテロ界面付近の誘電的性質は、バルク物質のものと異なるが、そのような変化は、ヘ テロ界面から数原子層程度の範囲で起こり、ヘテロ界面から遠いところでは、ヘテロ構造 における誘電的性質もバルク物質の誘電的性質と変わらないと考えられる。よって、各層 の誘電率はバルク物質の誘電率と変わらないと近似しても、電子が存在する全領域に占め る界面付近(数原子層)の領域程度の誤差しか生じないと考えられる。したがって、単一ヘ テロ構造や井戸幅が格子定数より十分大きい量子井戸構造などを考えるときには、界面付 近の誘電的性質の変化を無視しても大きな誤差は生じないと考えられる。

以下では、ヘテロ構造の各層の誘電率は、バルク物質の誘電率と変わらないとする、誘 電性連続体モデルを用いて単一ヘテロ構造と量子井戸構造とにおける電子-フォノン相互作 用について調べる。

3.2.1 単一ヘテロ構造における電子-光学フォノン相互作用

誘電性連続体モデル

誘電性連続体モデルを用いて図 3.1のような単一ヘテロ構造を考える。ヘテロ界面に垂直に z軸をとり、2元の半導体 1 (半導体 2) が $z \ge 0$ ($z \le 0$) を満たしているとする。また、体積 L^3 ($-\frac{1}{2}L \le x, y, z \le \frac{1}{2}L$) にわったて周期的境界条件をかして考える。光学フォノンのモードを静電磁気学、すなわち、つぎのような方程式とヘテロ界面における境界条件とを用いて定める。

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{R}) = \epsilon_0 \chi_n(\omega) \boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}) \tag{3.1}$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}) = -\nabla \phi(\boldsymbol{R}) \tag{3.2}$$

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{R}) = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho(\mathbf{R})$$
(3.3)

$$\rho(\mathbf{R}) = -\nabla \cdot \mathbf{P}(\mathbf{R}) \tag{3.4}$$

ここで、**R**は3次元の位置ベクトル、**P**は分極、**E**は電界、 ϕ はスカラーポテンシャル、 ρ は全電荷密度、 ϵ_0 は真空の誘電率、 $\chi_n(\omega) = \epsilon_n(\omega) - 1$ は物質 n (n = 1, 2)の感受率を表している。物質 n の誘電関数 $\epsilon_n(\omega)$ はつぎのような式で与えられる。

$$\epsilon_n(\omega) = \kappa_{\infty n} \frac{\omega^2 - \omega_{Ln}^2}{\omega^2 - \omega_{Tn}^2}$$
(3.5)

 $\omega_{Ln} \geq \omega_{Tn} \geq dx$ 、それぞれ、LO フォノンの振動数とTO フォノンの振動数とを表しており、 $\kappa_{\infty n}$ は高周波の比誘電率を表している。ヘテロ界面に沿った方向には並進対称性があるの で、以下では、xy方向 (ヘテロ界面に沿った方向) にフーリエ変換をおこない (q, z) 空間で 考える。q d 2 次元の波数ベクトルを表す。また、簡単のために、qの方向に x 軸を選ぶ。以 上のように座標軸を選ぶと、分極は s 波 ($P(q, z) = (0, P_y, 0)$) と p 波 ($P(q, z) = (P_x, 0, P_z)$) とに分離する。s 波は電子と相互作用しないので、以下では、p 波のみを考える。

運動方程式と基準振動

固有モード $P^{(J)}(q,z)$ — Jは量子数を表す — は対応する相対変位 (陽イオンと陰イオン との相対変位) $u(\mathbf{R})$ が直交するように定める。

$$\int_{-L/2}^{+L/2} dz \{ \sqrt{\epsilon_0 n_n \mu_n} \boldsymbol{u}^{(J)}(\boldsymbol{q}, z) \}^* \cdot \{ \sqrt{\epsilon_0 n_n \mu_n} \boldsymbol{u}^{(I)}(\boldsymbol{q}, z) \} = \delta_{IJ}$$
(3.6)

 n_n は単位体積あたりのイオン対の数を、 μ_n はイオン対の還元質量をあらわしている。Pとuとの関係は運動方程式

$$-\mu_n \omega^2 \boldsymbol{u}(\boldsymbol{R}) = -\mu_n \omega_{0n}^2 \boldsymbol{u}(\boldsymbol{R}) + e_n^* \boldsymbol{E}_{\text{loc}}(\boldsymbol{R})$$
(3.7)

と微視的な関係

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{R}) = n_n e_n^* \boldsymbol{u}(\boldsymbol{R}) + n_n a_n \boldsymbol{E}_{\text{loc}}(\boldsymbol{R})$$
(3.8)

とから得られる。 ω_{0n} はイオン間に働く短距離力に付随した振動数、 e_n^* はイオンの有効電荷、 a_n はイオン対あたりの電子分極率をあらわす。局所電界 E_{loc} はローレンツの関係 $E_{loc} = E + P/3\epsilon_0$ を満たす。



得られた単一ヘテロ構造における p 波の固有モードは (i) 界面モード、(ii) 半空間の LO モード、(iii) 半空間の TO モードの3 種類にわけられる。

(i) 界面モード

界面モードの振動数 ω_{\pm} は

$$\epsilon_1(\omega) + \epsilon_2(\omega) = 0 \tag{3.9}$$

の解で与えられ、 $\omega_{Tn} \geq \omega_{Ln} \geq o間の値をとる。界面モードの分極は指数関数的に界面から$ 減衰し、

$$\begin{pmatrix} P_x(\boldsymbol{q},z) \\ P_z(\boldsymbol{q},z) \end{pmatrix} = \left\{ \frac{\theta_1(\omega_{\pm})\chi_1^2(\omega_{\pm})}{\omega_{p1}^2} + \frac{\theta_2(\omega_{\pm})\chi_2^2(\omega_{\pm})}{\omega_{p2}^2} \right\}^{-1/2} \sqrt{q} \,\mathrm{e}^{-q|z|} \begin{pmatrix} i \\ -\operatorname{sgn}(z) \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

で与えられる。ここで、

$$n = \left\{ egin{array}{ccc} 1 & ext{if } z \geq 0 \ 2 & ext{otherwise} \end{array}
ight.$$

であり、 $\omega_{pn} \ge \theta_n(\omega) \ge d$

$$\omega_{pn} = \frac{n_n e_n^{*^2}}{\epsilon_0 \mu_n} \tag{3.11}$$

$$\theta_n(\omega) = \left\{ 1 + (\omega_{0n}^2 - \omega^2) \frac{n_n a_n}{\epsilon_0 \omega_{pn}^2} \right\}^{-2}$$
(3.12)

で与えられる。

(ii) 半空間の LO モード 半空間の LO モードの振動数はバルク LO フォノンの振動数ω_{Ln}と等しく、分極は、

$$\begin{pmatrix} P_x(\boldsymbol{q},z)\\ P_z(\boldsymbol{q},z) \end{pmatrix} = \frac{2}{\sqrt{L}} \frac{\omega_{pn}}{\theta_n^{1/2}(\omega_{\text{L}n})} \frac{1}{\sqrt{q^2 + q_z^2}} \operatorname{H}_n(z) \begin{pmatrix} iq \sin q_z z\\ q_z \cos q_z z \end{pmatrix}$$
(3.13)

で与えられる。ここで $q_z = (2\pi/L)m(m = 1, 2, 3, ...)$ であり、

$$H_n(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } z \text{ is in the } n \text{ layer} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$
(3.14)

である。

(iii) 半空間の TO モード

半空間のTOモードの振動数はバルクTOフォノンの振動数ω_{Tn}と等しく、分極は、

$$\begin{pmatrix} P_x(\boldsymbol{q},z)\\ P_z(\boldsymbol{q},z) \end{pmatrix} = \frac{2}{\sqrt{L}} \frac{\omega_{pn}}{\theta_n^{1/2}(\omega_{\mathrm{T}n})} \frac{1}{\sqrt{q^2 + q_z^2}} \operatorname{H}_n(z) \begin{pmatrix} iq_z \sin q_z z\\ q \cos q_z z \end{pmatrix}$$
(3.15)

で与えられる。

上にあげた p 波の固有モードは — $L \rightarrow +\infty$ の極限で — 完全系であり、つぎの関係を 満たす。

$$\sum_{J} \{\sqrt{\epsilon_0 n_n \mu_n} u_{\alpha}^{(J)}(\boldsymbol{q}, z')\}^* \{\sqrt{\epsilon_0 n_n \mu_n} u_{\alpha}^{(J)}(\boldsymbol{q}, z)\} = \delta(z - z'), \quad (\alpha = x \text{ or } z)$$
(3.16)

相互作用のハミルトニアン

位置**R**にいる電子にたいする相互作用のエネルギーは -eφ(**R**) で与えられるので、スカ ラーポテンシャルφを上で得られた基準振動で展開することにより、電子と光学フォノン との相互作用のハミルトニアンが得られる。電子と界面フォノンとの相互作用のハミルト ニアンは

$$\mathcal{H}_{ep,\pm} = \sum_{\boldsymbol{q}} \left(\frac{\omega_{\pm} e^2}{2\epsilon_0 L^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2}{\beta_1^{-1}(\omega_{\pm}) + \beta_2^{-1}(\omega_{\pm})} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2q}} e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} e^{-q|\boldsymbol{z}|} (a_{\pm}(\boldsymbol{q}) + a_{\pm}^{\dagger}(-\boldsymbol{q}))$$
(3.17)

となり、電子と半空間フォノン — 半空間の TO フォノンは電子と相互作用をしないので、 以下、半空間の LO フォノンのことを単に半空間フォノンと呼ぶ — との相互作用のハミ ルトニアンは

$$\mathcal{H}_{ep,n} = -\sum_{q_s>0} \sum_{\boldsymbol{q}} \left(\frac{\omega_{Ln} e^2}{2\epsilon_0 L^3} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\kappa_{\infty n}} - \frac{1}{\kappa_{0n}} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{q^2 + q_z^2}} e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} \operatorname{H}_n(z) 2 \sin q_z z \\ \times \left(a_{n,q_s}(\boldsymbol{q}) + a_{n,q_s}^{\dagger}(-\boldsymbol{q}) \right) \quad (3.18)$$

となる。ここで、 $\kappa_{0n} = (\omega_{Ln}/\omega_{Tn})^2 \kappa_{\infty n}$ は低周波の比誘電率を、 \mathbf{r} は2次元 (ヘテロ界面に 沿った方向)の位置ベクトルを表し、

$$\beta_n(\omega) = \left(\frac{1}{\kappa_{\infty n}} - \frac{1}{\kappa_{0n}}\right) \frac{\omega_{Ln}^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega^2 - \omega_{Tn}^2}{\omega_{Ln}^2 - \omega_{Tn}^2}\right)^2$$
(3.19)

である。

フォノンを介した電子間の相互作用

上で得られた電子とフォノンとの相互作用のハミルトニアンを、モード*i*のフォノンを 介した実効的な電子間の相互作用 V_i(q, *iv_m*) というかたちに書き換えると、モード*i*によら ず、つねに

$$V_{i}(q, i\nu_{m}) = 2\pi\alpha_{i} \left(\frac{2\omega_{i}^{3}}{m^{*}}\right)^{1/2} \frac{1}{2q} F_{i}(q) D_{i}(q, i\nu_{m})$$
(3.20)

と書ける。ここで、 α_i は結合定数、 $F_i(q)$ は形状因子、 $D_i(q, i\nu_m)$ はフォノンのグリーン関数、 ω_i は固有振動数、 m^* は電子の有効質量を表しており、L=1とおいた。また、簡単の

ため、基底サブバンド内の電子のみを考え $V_i(q, i\nu_m)$ にたいするサブバンドの添え字を省略 した。結合定数 α_i は電子の z方向の波動関数 $\xi_0(z)$ によらない項として定義されており、物 質 1、2 の違いをなくす — $\omega_{L1} = \omega_{L2}$ などとする — と通常のフレーリッヒの結合定数に一 致する。また、形状因子 $F_i(q)$ は ω_{Ln} などの物質定数によらない項として定義されている。

結合定数

半空間フォノンの結合定数 α_n (n = 1, 2) は

$$\alpha_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{m^*}{2\omega_{\mathrm{L}n}}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{\kappa_{\infty n}} - \frac{1}{\kappa_{0n}}\right) \tag{3.21}$$

となり、バルクの物質 n のフレーリッヒの結合定数と等しい。界面フォノンの結合定数α±は

$$\alpha_{\pm} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{m^*}{2\omega_{\pm}}\right)^{1/2} \frac{2}{\beta_1^{-1}(\omega_{\pm}) + \beta_2^{-1}(\omega_{\pm})}$$
(3.22)

となる。 α_{\pm} は $\beta_1(\omega_{\pm})$ と $\beta_2(\omega_{\pm})$ との調和平均に比例するので、 $\beta_1(\omega_{\pm})$ と $\beta_2(\omega_{\pm})$ との小さいほうの値で α_{\pm} の値はほぼ定まる。関数 $\beta_n(\omega)$ は $\omega = \omega_{Ln}$ において $(1/\kappa_{\infty n} - 1/\kappa_{0n})$ 、 $\omega = \omega_{Tn}$ において0となり、この $\beta_n(\omega)$ が固有振動数の移動による結合定数の変化を定める。界面フォノンの固有振動数 ω_{\pm} は ω_{Tn} との間の値をとるので、 $\beta_n(\omega_{\pm})$ の値は常に $(1/\kappa_{\infty n} - 1/\kappa_{0n})$ より小さくなり、その結果、 α_{\pm} の値はバルク物質のフレーリッヒの結合定数 α_n より極端に大きくなることはない。

形状因子

界面フォノンの形状因子 $F_{I}(q)$ 、z > 0の半空間フォノンの形状因子 $F_{H+}(q)$ 、z < 0の半空間フォノンの形状因子 $F_{H-}(q)$ はつぎのようになる。

$$F_{\rm I}(q) = \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} dz \, |\xi_0(z)|^2 \, {\rm e}^{-q|z|} \right\}^2 \tag{3.23}$$

$$F_{\rm H+}(q) = \int_0^{+\infty} dz \int_0^{+\infty} dz' \left|\xi_0(z)\right|^2 \left|\xi_0(z')\right|^2 \left(e^{-q|z-z'|} - e^{-q|z+z'|}\right)$$
(3.24)

$$F_{\rm H-}(q) = \int_{-\infty}^{0} dz \int_{-\infty}^{0} dz' \left|\xi_0(z)\right|^2 \left|\xi_0(z')\right|^2 \left(e^{-q|z-z'|} - e^{-q|z+z'|}\right)$$
(3.25)

これらの形状因子は電子の z方向の波動関数 $\xi_0(z)$ によらずつねにつぎのような関係を満たす。

$$F_{\rm B}(q) = F_{\rm I}(q) + F_{\rm H+}(q) + F_{\rm H-}(q)$$
(3.26)

ここで $F_{\rm B}(q)$ はバルクフォノンの形状因子

$$F_{\rm B}(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \left|\xi_0(z)\right|^2 \left|\xi_0(z')\right|^2 e^{-q|z-z'|}$$
(3.27)

を表す。式 (3.26)の "総和則"は、基準振動 $u^{(J)}(\mathbf{R})$ が完全系をなすことの直接の帰着であり、また、電子-光学フォノン相互作用を実効的な電子間の相互作用 $V_i(q, i\nu_m)$ になおして考える利点のひとつでもある。

電子の z方向の波動関数として Fang-Howard の変分関数

$$\xi_0(z) = \sqrt{\frac{b^3}{2}} z \exp(-\frac{1}{2}bz) \quad \text{(for } z \ge 0\text{)}$$
(3.28)

を用いて求めた形状因子を図 3.2に示す。Fang-Howard の変分関数は z < 0 において 0 な



図 3.2 単一ヘテロ構造における形状因子の q依存性。 $F_1(q)$ が界面フォノンの、 $F_{H+}(q)$ が半空間フォノンの、 $F_B(q)$ がバルクフォノンの形状因子を表している。

ので、図 3.2において $F_{H-}(q)$ はつねに0 である。 $q/b \rightarrow 0$ 、すなわち、長波長もしくは電子とヘテロ界面との平均の距離が短くなると、 $F_{I}(q)$ が増加し $F_{B}(q)$ に近づく。これは界面フォノンに付随したスカラーポテンシャルが界面から $\exp(-q|z|)$ にしたがって減衰するためである。いっぽう、短波長もしくは電子がヘテロ界面から遠ざかるにつれて $F_{H+}(q)$ は $F_{B}(q)$ に近づく。波長を固定してみた場合、すべての電子–フォノン相互作用にたいする界面フォノンの寄与は電子と界面との間の距離で定まる。

3.2.2 量子井戸構造における電子-光学フォノン相互作用

単一ヘテロ構造と同様にして、誘電性連続体モデルを用いて図 3.3のような量子井戸構造 における電子--光学フォノン相互作用を考える。

基準振動

量子井戸構造における p 波の固有モードは (i) 対称な界面モード、(ii) 反対称な界面モード、(iii) 閉じ込められた LO モード、(iv) 閉じ込められた TO モード、(v) 半空間の LO モード、(vi) 半空間の TO モードの 6 種類にわけられる。

(i) 対称な界面モード

対称な界面モードの振動数 $\omega_{S\pm}$ は

$$\epsilon_1(\omega) \tanh \frac{1}{2}qa + \epsilon_2(\omega) = 0 \tag{3.29}$$

の解で与えられ、短波長の極限で ω_{\pm} に近づき、長波長の極限で ω_{L2} もしくは ω_{T1} になる。図 3.4に AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造における界面モードの分散を示す。対称な界面モー ドに付随した分極の界面に沿った方向の成分は z = 0 に関して対称であり、その振幅は界 面から指数関数的に減衰していく。分極の x 成分 — z成分は $dP_x/dx = iqP_z$ (if $\omega \neq \omega_{Tn}$) または $dP_z/dz = -iqP_x$ (if $\omega \neq \omega_{Ln}$) なる関係から得られる — は

$$P_{x}(\boldsymbol{q},z) = i \left\{ \frac{\theta_{1}(\omega_{S\pm})\chi_{1}^{2}(\omega_{S\pm})}{\omega_{p1}} \tanh \frac{1}{2}qa + \frac{\theta_{2}(\omega_{S\pm})\chi_{2}^{2}(\omega_{S\pm})}{\omega_{p2}} \right\}^{-1/2} \chi_{n}(\omega_{S\pm})\sqrt{\frac{q}{2}}f_{S}(qz) \quad (3.30)$$

で与えられる。ここで、

$$n = \begin{cases} 1 & \text{if } -\frac{1}{2}a \le z \le \frac{1}{2}a \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

であり、 $f_{s}(qz)$ はつぎのような関数である。

$$f_{\rm S}(qz) = \begin{cases} e^{q(z+\frac{1}{2}a)}, & (z \le -\frac{1}{2}a) \\ \cosh qz / \cosh \frac{1}{2}qa, & (-\frac{1}{2}a \le z \le \frac{1}{2}a) \\ e^{-q(z-\frac{1}{2}a)}, & (z \ge \frac{1}{2}a) \end{cases}$$
(3.31)

(ii) 反対称な界面モード



図 3.3 量子井戸構造

第3章、半導体ヘテロ構造における電子-光学フォノン相互作用

反対称な界面モードの振動数_{WA±}は

$$\epsilon_1(\omega) \coth \frac{1}{2}qa + \epsilon_2(\omega) = 0 \tag{3.32}$$

の解で与えられ、短波長の極限で ω_{\pm} に近づき、長波長の極限で ω_{L1} もしくは ω_{T2} になる。反 対称な界面モードに付随した分極の界面に沿った方向の成分はz = 0に関して反対称であ り、その振幅は界面から指数関数的に減衰していく。分極のx成分は

$$P_{x}(\boldsymbol{q},z) = i \left\{ \frac{\theta_{1}(\omega_{A\pm})\chi_{1}^{2}(\omega_{A\pm})}{\omega_{p1}} \coth \frac{1}{2}qa + \frac{\theta_{2}(\omega_{A\pm})\chi_{2}^{2}(\omega_{A\pm})}{\omega_{p2}} \right\}^{-1/2} \chi_{n}(\omega_{A\pm}) \sqrt{\frac{q}{2}} f_{A}(qz) \quad (3.33)$$

で与えられる。f_A(qz) はつぎのような関数である。

$$f_{\rm A}(qz) = \begin{cases} -{\rm e}^{q(z+\frac{1}{2}a)}, & (z \le -\frac{1}{2}a)\\ \sinh qz / \sinh \frac{1}{2}qa, & (-\frac{1}{2}a \le z \le \frac{1}{2}a)\\ {\rm e}^{-q(z-\frac{1}{2}a)}, & (z \ge \frac{1}{2}a) \end{cases}$$
(3.34)

(iii) 閉じ込められた LO モード

閉じ込められた LO モードの振動数は井戸層の物質のバルク LO フォノンの振動数ωL1に



図 3.4 AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造における界面フォノンの分散。 $\omega_{S\pm}$ が対称な界面フォノンの振動数、 $\omega_{A\pm}$ が反対称な界面フォノンの振動数 を表している。

等しく、分極は井戸層のみで0でなく、

$$P_{x}(\boldsymbol{q},z) = i\sqrt{\frac{2}{a}} \frac{\omega_{p1}}{\theta_{1}^{1/2}(\omega_{L1})} \frac{q}{\sqrt{q^{2} + (m\pi/a)^{2}}} \operatorname{H}_{C}(z) \times \begin{cases} \cos\frac{m\pi}{a}z, & m = 1, 3, 5, \dots \\ \sin\frac{m\pi}{a}z, & m = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$$
(3.35)

で与えられる。ここで、

$$H_{C}(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } -\frac{1}{2}a \leq z \leq \frac{1}{2}a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$
(3.36)

である。

(iv) 閉じ込められた TO モード

閉じ込められた TO モードの振動数は井戸層の物質のバルク TO フォノンの振動数ω_{T1} に等しく、分極は、

$$P_{x}(\boldsymbol{q},z) = i\sqrt{\frac{2}{a}} \frac{\omega_{p1}}{\theta_{1}^{1/2}(\omega_{T1})} \frac{m\pi/a}{\sqrt{q^{2} + (m\pi/a)^{2}}} \operatorname{H}_{C}(z) \times \begin{cases} \sin\frac{m\pi}{a}z, \quad m = 1,3,5,\dots\\ \cos\frac{m\pi}{a}z, \quad m = 2,4,6,\dots \end{cases}$$
(3.37)

で与えられる。

(v) 半空間の LO モード

 $z \ge \frac{1}{2}a$ $(z \le -\frac{1}{2}a)$ の領域でのみ 0 でない分極をもつ半空間の LO モードの振動数 $\iota\omega_{L2}$ であり、分極の x 成分 $P_{x,+}$ $(P_{x,-})$ ι

$$P_{x,\pm}(q,z) = i \frac{2}{\sqrt{L}} \frac{\omega_{p2}}{\theta_2^{1/2}(\omega_{L2})} \frac{q}{\sqrt{q^2 + q_z^2}} \operatorname{H}_{\mathrm{H}\pm}(z) \sin q_z(z \mp \frac{1}{2}a)$$
(3.38)

で与えられる。ここで $q_z = (2\pi/L)m$ (m = 1, 2, 3, ...) であり、

$$H_{H+}(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } z \ge \frac{1}{2}a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad H_{H-}(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } z \le -\frac{1}{2}a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$
(3.39)

である。

(vi) 半空間の TO モード

 $z \ge \frac{1}{2}a$ $(z \le -\frac{1}{2}a)$ の領域でのみ 0 でない分極をもつ半空間の TO モードの振動数は ω_{T2} であり、分極の x 成分 $P_{x,+}$ $(P_{x,-})$ は

$$P_{x,\pm}(\boldsymbol{q},z) = i \frac{2}{\sqrt{L}} \frac{\omega_{p2}}{\theta_2^{1/2}(\omega_{\mathrm{T2}})} \frac{q_z}{\sqrt{q^2 + q_z^2}} \operatorname{H}_{\mathrm{H}\pm}(z) \cos q_z(z \mp \frac{1}{2}a)$$
(3.40)

で与えられる。

相互作用のハミルトニアン

対称な界面フォノンと電子との相互作用のハミルトニアン H_{ep,S±}と反対称な界面フォノンと電子との相互作用のハミルトニアン H_{ep,A±}とはつぎのようになる。

$$\mathcal{H}_{ep,S\pm} = \sum_{q} \left(\frac{\omega_{S\pm}e^2}{2\epsilon_0 L^2} \right)^{1/2} \left\{ \beta_1^{-1}(\omega_{S\pm}) \tanh \frac{1}{2}qa + \beta_2^{-1}(\omega_{S\pm}) \right\}^{-1/2} \frac{1}{\sqrt{q}} e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} f_S(qz) \\ \times \left(a_{S\pm}(\boldsymbol{q}) + a_{S\pm}^{\dagger}(-\boldsymbol{q}) \right) \qquad (3.41)$$
$$\mathcal{H}_{ep,A\pm} = \sum_{q} \left(\frac{\omega_{A\pm}e^2}{2\epsilon_0 L^2} \right)^{1/2} \left\{ \beta_1^{-1}(\omega_{A\pm}) \coth \frac{1}{2}qa + \beta_2^{-1}(\omega_{A\pm}) \right\}^{-1/2} \frac{1}{\sqrt{q}} e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} f_A(qz) \\ \times \left(a_{A\pm}(\boldsymbol{q}) + a_{A\pm}^{\dagger}(-\boldsymbol{q}) \right) \qquad (3.42)$$

閉じ込められたフォノン — 閉じ込められた TO モードのフォノンは電子と相互作用しな いので閉じ込められた LO モードのフォノンのことを単に閉じ込められたフォノンと呼ぶ — と電子との相互作用のハミルトニアン H_{ep,C}は

$$\mathcal{H}_{ep,C} = -\sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{\boldsymbol{q}} \left(\frac{\omega_{L1} e^2}{2\epsilon_0 L^2} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\kappa_{\infty 1}} - \frac{1}{\kappa_{01}} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{2}{a}} \frac{1}{\sqrt{q^2 + (m\pi/a)^2}} e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} \\ \times \operatorname{H}_{C}(z) \cos \frac{m\pi}{a} z \left(a_m(\boldsymbol{q}) + a_m^{\dagger}(-\boldsymbol{q}) \right) \\ -\sum_{m=2,4,6,\dots} \sum_{\boldsymbol{q}} \left(\frac{\omega_{L1} e^2}{2\epsilon_0 L^2} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\kappa_{\infty 1}} - \frac{1}{\kappa_{01}} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{2}{a}} \frac{1}{\sqrt{q^2 + (m\pi/a)^2}} e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} \\ \times \operatorname{H}_{C}(z) \sin \frac{m\pi}{a} z \left(a_m(\boldsymbol{q}) + a_m^{\dagger}(-\boldsymbol{q}) \right)$$
(3.43)

となり、半空間フォノン — 半空間の LO モードのフォノン — と電子との相互作用のハミ ルトニアン H_{ep.H±} はつぎのようになる。

$$\mathcal{H}_{ep,H\pm} = -\sum_{q_{*}>0} \sum_{\boldsymbol{q}} \left(\frac{\omega_{L2} e^{2}}{2\epsilon_{0} L^{3}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\kappa_{\infty 2}} - \frac{1}{\kappa_{02}} \right) \frac{1}{\sqrt{q^{2} + q_{z}^{2}}} e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} \times H_{H\pm}(z) 2 \sin q_{z} (z \mp \frac{1}{2}a) (a_{H\pm,q_{*}}(\boldsymbol{q}) + a_{H\pm,q_{*}}^{\dagger}(-\boldsymbol{q}))$$
(3.44)

フォノンを介した電子間の相互作用

光学フォノンを介した実効的な電子間の相互作用は式 (3.20) と同じかたちになる。

結合定数

閉じ込められたフォノンの結合定数α1と半空間フォノンの結合定数α2とは通常のフレー リッヒの結合定数に等しく式(3.21)で与えられる。界面フォノンの振動数は分散を示すの で、界面フォノンの結合定数も gに依存する。対称な界面フォノンの結合定数αst は

$$\alpha_{S\pm}(q) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{m^*}{2\omega_{S\pm}}\right)^{1/2} \frac{\tanh\frac{1}{2}qa+1}{\beta_1^{-1}(\omega_{S\pm})\tanh\frac{1}{2}qa+\beta_2^{-1}(\omega_{S\pm})}$$
(3.45)

となる。 $qa \rightarrow +\infty$ 、すなわち、短波長もしくは井戸幅が広くなると、 $\alpha_{S\pm} ta_{\pm} - \mu - \alpha$ テロ構造における界面フォノンの結合定数 - に近づく。逆に、 $qa \rightarrow 0$ 、すなわち、長波長もしくは井戸幅が狭くなると、 $\omega_{S\pm} ta_{T1}$ もしくは ω_{L2} に近づき、その結果、 $\alpha_{S\pm} ta 0$ また ta_2 に近づく。図 3.5に AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造における結合定数の q依存性を示す。反対称な界面フォノンの結合定数 $\alpha_{A\pm}$ は



図 3.5 AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造における界面フォノンの結合定数 の q依存性。 $\alpha_{S\pm}$ が対称な界面フォノンの結合定数、 $\alpha_{A\pm}$ が反対称な界面 フォノンの結合定数を表している。

$$\alpha_{A\pm}(q) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{m^*}{2\omega_{A\pm}}\right)^{1/2} \frac{\coth\frac{1}{2}qa+1}{\beta_1^{-1}(\omega_{A\pm})\coth\frac{1}{2}qa+\beta_2^{-1}(\omega_{A\pm})}$$
(3.46)

となる。 $qa \rightarrow +\infty$ 、すなわち、短波長もしくは井戸幅が広くなると、 $\alpha_{A\pm}$ は $\alpha_{\pm} - 単-$ 、 テロ構造における界面フォノンの結合定数 — に近づく。逆に、 $qa \rightarrow 0$ 、すなわち、長波 長もしくは井戸幅が狭くなると、 $\omega_{A\pm}$ は ω_{L1} もしくは ω_{T2} に近づき、その結果、 $\alpha_{A\pm}$ は α_{1} ま たは0に近づく。

形状因子

対称な界面フォノンの形状因子 $F_S(q)$ 、反対称な界面フォノンの形状因子 $F_A(q)$ 、閉じ込められたフォノンの形状因子 $F_C(q)$ 、 $z > \frac{1}{2}a$ の半空間フォノンの形状因子 $F_{H+}(q)$ 、 $z < -\frac{1}{2}a$ の半空間フォノンの形状因子 $F_{H+}(q)$ 、 $z < -\frac{1}{2}a$ の半空間フォノンの形状因子 $F_{H+}(q)$ はつぎのようになる。

$$F_{\rm S}(q) = \frac{1}{1 + \tanh\frac{1}{2}qa} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} dz \, |\xi_0(z)|^2 \, f_{\rm S}(qz) \right\}^2 \tag{3.47}$$

$$F_{\rm A}(q) = \frac{1}{1 + \coth \frac{1}{2}qa} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} dz \, |\xi_0(z)|^2 \, f_{\rm A}(qz) \right\}^2 \tag{3.48}$$

$$F_{\rm C}(q) = \int_{-a/2}^{a/2} dz \int_{-a/2}^{a/2} dz' \left|\xi_0(z)\right|^2 \left|\xi_0(z')\right|^2 \left\{ e^{-q|z-z'|} - \frac{1}{1+\tanh\frac{1}{2}ga} \frac{\cosh qz \cosh qz'}{\cosh^2\frac{1}{2}ga} - \frac{1}{1+\coth\frac{1}{2}ga} \frac{\sinh qz \sinh qz'}{\sinh^2\frac{1}{2}ga} \right\} (3.49)$$

$$F_{\rm H+}(q) = \int_{a/2}^{+\infty} dz \int_{a/2}^{+\infty} dz' |\xi_0(z)|^2 |\xi_0(z')|^2 \left(e^{-q|z-z'|} - e^{-q|z+z'-a|} \right)$$
(3.50)

$$F_{\rm H-}(q) = \int_{-\infty}^{-a/2} dz \int_{-\infty}^{-a/2} dz' \left| \xi_0(z) \right|^2 \left| \xi_0(z') \right|^2 \left(e^{-q|z-z'|} - e^{-q|z+z'+a|} \right)$$
(3.51)

これらの形状因子も、単一ヘテロ構造の場合と同様に、電子の z方向の波動関数ξ₀(z) によ らずつねにつぎの "総和則"を満たす。

$$F_{\rm B}(q) = F_{\rm S}(q) + F_{\rm A}(q) + F_{\rm C}(q) + F_{\rm H+}(q) + F_{\rm H-}(q)$$
(3.52)

電子の z方向の波動関数として、簡単のため、

$$\xi_0(z) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos \frac{\pi}{a} z \quad (\text{for } -\frac{1}{2}a \le z \le \frac{1}{2}a) \tag{3.53}$$

を用いて求めた形状因子を図3.6に示す。この波動関数は障壁層で0なので $F_{H+}(q) \geq F_{H-}(q)$ とは0である。また、対称性から $F_A(q)$ も0になる。形状因子の波長依存性(図3.6)は単 ーヘテロ構造の場合(図3.2)とよくにており、波長が長くなったり井戸幅が狭くなったり するにつれて界面フォノンの寄与が大きくなる。しかし、単一ヘテロ構造の場合は結合定 数がq依存性を示さないので、 ω_{\pm} の界面モードがともに電子-フォノン相互作用に寄与する のにたいし、量子井戸構造の場合は、 $\omega_{S\pm}$ のうちの井戸層に起因する対称な界面モードの 結合定数(図3.5の場合は α_{S-})が長波長もしくは井戸幅が狭い極限で0になるので、障壁層 に起因する対称な界面モードのみが電子-フォノン相互作用に寄与する。すなわち、薄い井 戸の中にいる電子はおもに障壁層のフォノンと相互作用する。



図 3.6 量子井戸構造における形状因子の q依存性。 $F_{S}(q)$ が対称な界面 フォノンの、 $F_{C}(q)$ が閉じ込められたフォノンの形状因子を表す。また、 比較のために $F_{B}(q)$ にバルクフォノンの形状因子を示した。

3.2.3 混晶半導体で作られたヘテロ構造への拡張

多くの実験は、混晶半導体を用いて作られたヘテロ構造でおこなわれているが、以上で 述べたような方法は— 格子振動の完全系を用いて相互作用のポテンシャルを展開して電子-フォノンの相互作用のハミルトニアンを求める方法は — 2元の半導体で作られたヘテロ構 造にしか応用できない。そこで、鏡像電荷を考慮にいれたエネルギー損失の方法^{48,15,16}を 用いて、混晶半導体で作られたヘテロ構造にも応用できるように以上の計算を拡張する。

はじめにバルク物質を例にしてエネルギー損失の方法により電子と光学フォノンとの相 互作用のポテンシャルを求める方法について簡単に述べる。— ここでは、3次元のベクト ルを小文字で表す。— 誘電率が $\epsilon(q,\omega)$ で表される物質における電子と光学フォノンとの相 互作用について考える。この物質中を速さvで試験電荷(電子)を走らせる。すなわち、電 荷密度が $\rho(\mathbf{r},t) = -e\delta(\mathbf{r} - vt)$ で表される試験電荷を考える。この試験電荷のエネルギー 損失 (-dW/dt) は、古典的には

$$-\frac{dW}{dt} = \lim_{\boldsymbol{r} \to \boldsymbol{v}_t} (-e) (\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) - \boldsymbol{E}_0(\boldsymbol{r},t)) \cdot \boldsymbol{v}$$
$$= \lim_{\boldsymbol{r} \to \boldsymbol{v}_t} e(\nabla \phi(\boldsymbol{r},t) - \nabla \phi_0(\boldsymbol{r},t)) \cdot \boldsymbol{v}$$
(3.54)

で与えられる。ここで $E(\mathbf{r},t)(\phi(\mathbf{r},t))$ は試験電荷により誘起された電界 (ポテンシャル) であり、 $E_0(\phi_0)$ は試験電荷が真空中を走るときに誘起される電界 (ポテンシャル) である。ポテンシャルをフーリエ変換したものはポアソン方程式より、

$$\phi(q,\omega) = \frac{\rho(q,\omega)}{\epsilon_0 \epsilon(q,\omega)q^2} = -\frac{2\pi e\delta(\omega - \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{v})}{\epsilon_0 \epsilon(q,\omega)q^2}$$
(3.55)

となるので、結局、古典的なエネルギー損失は次のようになる。

$$-\frac{dW}{dt} = 2e \sum_{\boldsymbol{q}} \int_{0}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \omega \operatorname{Im} \phi(q, \omega)$$
$$= \frac{2e^{2}}{\epsilon_{0}} \sum_{\boldsymbol{q}} \int_{0}^{+\infty} d\omega \frac{\omega}{q^{2}} \left\{ -\operatorname{Im} \frac{1}{\epsilon(q, \omega)} \right\} \delta(\omega - \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{v})$$
(3.56)

電子とモード $jのフォノンとの相互作用のポテンシャルを <math>C_j(q)$ とすると、量子力学的に は、エネルギー損失は

$$-\frac{dW}{dt} = 2\pi \sum_{j \boldsymbol{q}} \omega_j(q) |C_j(q)|^2 \delta(\omega_j(q) - \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{v})$$
(3.57)

と表せ、この式が古典的な表式と一致するとういう条件から相互作用のポテンシャルが得 られる。このようにして電子とフォノンとの相互作用を考える方法がエネルギー損失の方 法である。

Nモードの物質を考え、その誘電率 $\epsilon(q, \omega)$ が、

$$\epsilon(q,\omega) = \epsilon(\omega) = \kappa_{\infty} \prod_{j=1}^{N} \frac{\omega_{Lj}^2 - \omega^2}{\omega_{Tj}^2 - \omega^2}$$
(3.58)

と表される場合には、— $(\omega_{\mathrm{L}j},\omega_{\mathrm{T}j})$ は N組の LO 、TO フォノンの振動数を表す —

$$-\operatorname{Im} \frac{1}{\epsilon(\omega)} = \sum_{j=1}^{N} \pi \left| \frac{\partial \epsilon(\omega)}{\partial \omega} \right|^{-1} \delta(\omega - \omega_{\mathrm{L}j})$$
$$= \sum_{j=1}^{N} \frac{\pi}{2} \omega_{\mathrm{L}j} \beta(\omega) \delta(\omega - \omega_{\mathrm{L}j}), \quad (\omega > 0)$$
(3.59)

であるので、式 (3.56) と式 (3.57) より、

$$|C_j(q)|^2 = \frac{e^2 \omega_{\mathrm{L}j}}{2\epsilon_0} \,\beta(\omega_{\mathrm{L}j}) \frac{1}{q^2} \tag{3.60}$$

となる。ここで、

$$\beta(\omega) = \frac{1}{\omega^2} \left| \frac{\partial \epsilon(\omega)}{\partial \omega^2} \right|^{-1}$$
(3.61)

とおいた。よって、モード jのフォノンの結合定数α,は次のようになる。

$$\alpha_j = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{m^*}{2\omega_{\mathrm{L}j}}\right)^{1/2} \beta(\omega_{\mathrm{L}j}) \tag{3.62}$$

式 (3.61) で定義される $\beta(\omega)$ は式 (3.19) を多モードの場合に一般化したものになっている。 1 モード物質の場合、 $\beta(\omega_{\text{LO}}) = (1/\kappa_{\infty} - 1/\kappa_0)$ となり、式 (3.62) は通常のフレーリッヒの 結合定数になる。また、式 (3.62) は Toyozawa の理論^{49,50}とも一致する。

このエネルギー損失の方法を半導体ヘテロ構造に応用するときは、試験電荷によって誘起されるポテンシャル ϕ に鏡像電荷の効果を加えればよい^{15,16}。その結果、例えば、単一ヘテロ構造の界面フォノンに対しては、その振動数 ω_i が $\epsilon_1(\omega_i) + \epsilon_2(\omega_i) = 0$ で与えられるので、結合定数 α_i は

$$\alpha_i \propto -\operatorname{Im} \frac{1}{\epsilon_1(\omega_i) + \epsilon_2(\omega_i)} \propto \frac{1}{\beta_1^{-1}(\omega_i) + \beta_2^{-1}(\omega_i)}$$
(3.63)

となる。— ここで、 $\beta_n(\omega)$ (n = 1, 2) は式 (3.61) $\sigma\epsilon(\omega)$ を $\epsilon_n(\omega)$ としたものを表す。— す なわち、式 (3.22) における $\beta_n(\omega)$ を式 (3.61) で置き換えることにより前節までに述べた結 果を混晶半導体を用いて作られたヘテロ構造の場合に拡張できる。単一ヘテロ構造の半空 間フォノンや、量子井戸構造の界面フォノン、閉じ込められたフォノン、半空間フォノン の場合も $\beta_n(\omega)$ を式 (3.61) で定義しなおすことにより、前節までの結果を混晶半導体の場 合に拡張できる⁴⁶。 第3章、半導体ヘテロ構造における電子--光学フォノン相互作用

3.3 2次元電子ガスの移動度の解析

半導体ヘテロ構造を用いたスイッチング素子を作成する場合の重要なパラメータのひと つに電子の移動度がある。化合物半導体で作られたヘテロ構造の室温付近での電子の移動 度は光学フォノン散乱に支配されている。変調ドープの手法を用いてイオン化不純物散乱 を軽減することにより、窒素温度より低い温度領域における電子の移動度を改善できたよ うに、光学フォノン散乱を抑制することができれば、室温付近における電子の移動度の改 善が望め、工学的な価値も高いと思われる。

この節では、誘電性連続体モデルを用いて2次元電子ガスの移動度の解析をおこなう。 特に、誘電性連続体モデルとバルクモデルとの違いがどのようなときに現れるか、逆に、 どのような場合にバルクモデルで十分であるか、ということを強調して述べる。素子の動 作をシミュレーションなどで解析する場合に用いるモデルとしては、できるだけ簡単なモ デルが望ましいと思われるので、どのような場合にバルクモデルを用いることができるの かを知ることは重要である。また、どのような素子を用いれば光学フォノン散乱を抑制で きる可能性があるか、という点も強調して述べる。はじめに、移動度の解析方法を述べ、2 元の化合物半導体で作られたヘテロ構造における、電子密度が低い2次元電子ガスの低電 界での移動度の解析をおこなう。実際の素子の動作状況を考えると、電子密度が高い2次 元電子ガスの高電界における移動度の解析をおこなう必要があるが、誘電性連続体モデル とバルクモデルとの違いのみを見やすくするため、本論文では、電子密度が低い2次元電 子ガスの低電界での移動度の解析をおこなう。

3.3.1 2次元電子ガスの移動度の解析方法

零磁界下において光学フォノンと相互作用をおこなっている2次元電子ガスを考える。 全ハミルトニアン Hが、電子のハミルトニアン H_e、フォノンのハミルトニアン H_p、電子 とフォノンとの相互作用のハミルトニアン H_{ep}を用いて、

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{e} + \mathcal{H}_{p} + \mathcal{H}_{ep} \tag{3.64}$$

$$\mathcal{H}_{\mathbf{e}} = \sum_{\lambda \mathbf{k}} E_{\lambda k} c^{\dagger}_{\lambda \mathbf{k}} c_{\lambda \mathbf{k}}$$
(3.65)

$$\mathcal{H}_{\mathbf{p}} = \sum_{m\mathbf{q}} \omega_m a_{m\mathbf{q}}^{\dagger} a_{m\mathbf{q}} \tag{3.66}$$

$$\mathcal{H}_{ep} = \sum_{\lambda\lambda'\mathbf{k}} \sum_{m\mathbf{q}} M^{m}_{\lambda\lambda'}(\mathbf{q}) c^{\dagger}_{\lambda'\mathbf{k}+\mathbf{q}} c_{\lambda\mathbf{k}}(a_{m\mathbf{q}} + a^{\dagger}_{m-\mathbf{q}})$$
(3.67)

で与えられる場合を考える。電子とフォノンとの結合定数は1より十分小さいので、結合 定数の最低次で、サブバンドλにいる電子の自己エネルギーを求めると、次のようになる。

$$\Sigma_{\lambda}(\boldsymbol{k}, i\omega_{\ell}) = -T \sum_{i\nu_{n}} \sum_{\lambda'} \sum_{i \mathbf{q}} V_{i}^{\lambda\lambda'}(\boldsymbol{q}, i\nu_{n}) G_{\lambda'}(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{q}, i\omega_{\ell} - i\nu_{n})$$
(3.68)

 $V_i^{\lambda\lambda'}(q, i\nu_n)$ は、モード iのフォノンを介したサブバンド λ と λ' との2次元電子間の相互作用 を表す。自己エネルギーの虚数部より、サブバンド λ の電子がモード iのフォノンを吸収、

放出してサブバンド λ' へ散乱される確率 $\Gamma_{i,\lambda\to\lambda'}^{ab}(k)$ 、 $\Gamma_{i,\lambda\to\lambda'}^{em}(k)$ が求められ¹³、

$$\Gamma_{i,\lambda\to\lambda'}^{ab}(k) = \int_{0}^{+\infty} dq \int_{0}^{2\pi} d\theta \frac{\alpha_{i}\omega_{i}^{3/2}}{2\sqrt{2m^{*}}} F_{i}^{\lambda\lambda'}(q) \{ n_{\rm B}(\omega_{i}) + n_{\rm F}(E_{\lambda'\mathbf{k}-\mathbf{q}}) \} \times \delta(E_{\lambda\mathbf{k}} + \omega_{i} - E_{\lambda'\mathbf{k}-\mathbf{q}})$$
(3.69)

$$\Gamma_{i,\lambda\to\lambda'}^{\rm em}(k) = \int_0^{+\infty} dq \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\alpha_i \omega_i}{2\sqrt{2m^*}} F_i^{\lambda\lambda'}(q) \{ n_{\rm B}(\omega_i) + 1 - n_{\rm F}(E_{\lambda'\mathbf{k}-\mathbf{q}}) \} \\ \times \delta(E_{\lambda\mathbf{k}} - \omega_i - E_{\lambda'\mathbf{k}-\mathbf{q}})$$
(3.70)

となる。ここで、 $k \ge q \ge 0$ なす角を $\theta \ge 1$ おいた。

3.3.2 低電界における2次元電子ガスの移動度の解析

密度が低く、縮退していない2次元電子ガスの低電界における移動度を考える。(基底サ ブバンド内の電子のみを考える。)室温付近においても、化合物半導体のLOフォノンの エネルギーは、通常、熱エネルギーより高いので、低電界において電子はフォノンを放出 することができない。また、そのような状況―電子の運動エネルギーに比べフォノンのエ ネルギーが高い状況―では、散乱も等方的におこるので、光学フォノン散乱による電子の 移動度µは

$$\mu = e\tau_p/m^* \tag{3.71}$$

で与えられる。 $\tau_p = (2\Gamma_{tot})^{-1}$ は全散乱時間、 $\Gamma_{tot} = \sum_i \Gamma_i$ は全ポーラロン・ダンピングレートである。モード iのフォノンによるポーラロン・ダンピングレートは、式 (3.69) において、電子のエネルギーがフォノンのエネルギーより十分小さい ($k \ll \gamma_i$) とし、電子密度が十分低い ($n_F(E(k)) \approx 0$) とすることにより得られる。

$$\Gamma_{i}(k \ll \gamma_{i}) = \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{1}{|1 - \omega_{i}'(\gamma_{i})/E'(\gamma_{i})|} \right\} \alpha_{i}(\gamma_{i})\omega_{i}(\gamma_{i}) n_{\mathrm{B}}(\omega(\gamma_{i}))F_{i}(\gamma_{i})$$
(3.72)

ここで $E(k) = k^2/2m^*$ 、 γ_i は $E(\gamma_i) = \omega_i(\gamma_i)$ の正の解—すなわち、サブバンドの底にいる 電子がフォノンを吸収するときに、エネルギー保存則と面内波数の保存則とを同時に満た す波数—であり、E'(k) = dE(k)/dk、 $\omega'_i(q) = d\omega_i(q)/dq$ である。

GaAs/AlAs 単一ヘテロ構造

ポーラロン・ダンピングレート Γ_i は界面に沿った方向の波数ベクトルの大きさが γ_i のフォノンによって定まる。そのような界面フォノンの振幅は界面から exp $(-\gamma_i|z|)$ にしたがって指数関数的に減衰するので、電子と界面との平均距離 z_{av} が γ_i^{-1} より大きいとき $(z_{av}\gamma_i > 1)$ は界面フォノンの寄与は無視でき、バルクフォノンを仮定して計算してもよい。しかし、 $z_{av}\gamma_i < 1$ の場合は界面フォノンの寄与は無視できない。

Fang-Howard の変分関数を用いて計算した GaAs/AlAs 単一ヘテロ構造におけるポーラ ロン・ダンピングレートの実効電子密度 $N^* = N_{depl} + \frac{11}{32}N_s$ 依存性を図 3.7に示す。図にはバ ルク GaAs の LO フォノンを仮定して求めたポーラロン·ダンピングレート $\Gamma_{\rm B}$ も同時に示した。ポーラロン·ダンピングレートは $\Gamma_{0}^{(1)} = \frac{1}{2}\pi\alpha_{1}\omega_{\rm L1} n_{\rm B}(\omega_{\rm L1})$ で規格化してある。 $\Gamma_{0}^{(1)}$ はバルク GaAs 中の理想的 ($|\xi_{0}(z)|^{2} = \delta(z)$)な 2 次元電子のポーラロン·ダンピングレートを表している。GaAs/AlAs 単一ヘテロ構造では、 $z_{\rm av} \sim 3/b \sim 110$ Å ($N^{*} = 1.5 \times 10^{11} {\rm cm}^{-2}$ のとき)、 $\gamma_{i}^{-1} \sim \gamma_{\rm L1}^{-1} \sim 40$ Å ($\gamma_{\rm L1} = (2m^{*}\omega_{\rm L1})^{1/2}$)であり、 $z_{\rm av}\gamma_{i} \sim 2.8$ であるので図 3.7に示したように界面フォノンの寄与は無視できる。



 $N_{depl} + (11/32)N_{s} (cm^{-2})$

図 **3.7** GaAs/AlAs 単一ヘテロ構造におけるポーラロン・ダンピングレートの実効電子密度 $N^* = N_{depl} + \frac{11}{32}N_s$ 依存性。 Γ_H が半空間フォノンによるもの、 $\Gamma_{I\pm}$ が界面フォノンによるものを表している。比較のために Γ_B にバルクフォノンによるポーラロン・ダンピングレートを示した。

AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造

AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造におけるポーラロン·ダンピングレートの井戸幅 a 依存性 を図 3.8に示す。電子の波動関数として式 (3.53)を用いた。井戸幅が薄く ($\gamma_{L1}a \leq 6$)なる と、閉じ込められたフォノンの寄与が減少しはじめ、かわりに、対称な界面フォノン $\omega_{S\pm}$ の寄与が増加しはじめる。さらに井戸幅が薄くなると、 ω_{S+} の界面モード — 障壁層の LO フォノンの振動数 ω_{L2} に近づくモード — の寄与は増加し続けるが、 ω_{S-} の界面モード — 井 戸層の TO フォノンの振動数 ω_{T1} に近づくモード — の寄与は最大値をとり減少しはじめる。 $\gamma_{L1}a = 1$ 付近で閉じ込められたフォノン ω_{C} の寄与と対称な界面フォノン ω_{S+} の寄与とが交



図 3.8 AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造におけるポーラロン・ダンピング レートの井戸幅 a 依存性。 Γ_{C} が閉じ込められたフォノンによるもの、 $\Gamma_{S\pm}$ が対称な界面フォノンによるものを表しており、 Γ_{tot} が全ポーラロン・ダ ンピングレートを表している。比較のために Γ_{B} にバルクフォノンによる ポーラロン・ダンピングレートを示した。

差し、 $\gamma_{L1}a \rightarrow 0$ の極限で全ポーラロン・ダンピングレートは $\Gamma_0^{(2)} = \frac{1}{2}\pi\alpha_2\omega_{L2}n_B(\omega_{L2})$ 一 障 壁層に理想的な (有効質量は井戸層の値の)2 次元電子が存在する場合のポーラロン・ダンピ ングレート— に収束する。しかし、AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造では $\Gamma_0^{(1)} \geq \Gamma_0^{(2)} \geq$ の間 に大きな差がない (300K において $\Gamma_0^{(1)} = 1.3$ meV、 $\Gamma_0^{(2)} = 1.4$ meV である) ので、 Γ_{tot} はほ とんど Γ_B と変わらない。

AlSb/InAs/AlSb 量子井戸構造

図 3.9と図 3.10とに AlSb/InAs/AlSb 量子井戸構造における振動数の分散と結合定数の q 依存性とを示す。この系は、 $\alpha_1 = 0.050$ 、 $\alpha_2 = 0.032$ であるので $\Gamma_0^{(1)} > \Gamma_0^{(2)}$ という状況が得 られる。例えば、300K において $\Gamma_0^{(1)} = 1.1$ meV にたいして $\Gamma_0^{(2)} = 0.52$ meV である。また、 InAs における電子の有効質量は GaAs における電子の有効質量より軽いので $\gamma_{L1}a < 1$ とい う状況が得やすい ($\gamma_{L1} = 1/74$ Å)。AlSb/InAs/AlSb 量子井戸構造におけるポーラロン・ダ ンピングレートの井戸幅 a 依存性を図 3.11に示す。井戸幅の薄い ($\gamma_{L1}a < 1$) 領域で Γ_{tot} の 減少がみられ、 $\Gamma_0^{(1)} > \Gamma_0^{(2)}$ を反映して $\Gamma_{tot} < \Gamma_B$ となっている。

Ge/InAs/Ge 量子井戸構造

もし 無極性半導体/極性半導体/無極性半導体という量子井戸構造中に2次元電子ガスを 形成できたら、薄い井戸幅の極限でポーラロン・ダンピングレートは0になると予想される。 このことを示すために Ge/InAs/Ge 量子井戸構造におけるポーラロン・ダンピングレートを 計算した。図 3.12に計算したポーラロン・ダンピングレートの井戸幅 a 依存性を示す。図よ り井戸幅が薄い極限で全ポーラロン・ダンピングレートが0になっていることがわかる。

3.3. 2次元電子ガスの移動度の解析



qa

図 3.9 AlSb/InAs/AlSb 量子井戸構造における界面フォノンの分散。 $\omega_{S\pm}$ が対称な界面フォノンの振動数、 $\omega_{A\pm}$ が反対称な界面フォノンの振動数 を表している



図 **3.10** AlSb/InAs/AlSb 量子井戸構造における界面フォノンの結合定数 の q依存性。 $\alpha_{S\pm}$ が対称な界面フォノンの結合定数、 $\alpha_{A\pm}$ が反対称な界面 フォノンの結合定数を表している。



図 3.11 AlSb/InAs/AlSb 量子井戸構造におけるポーラロン・ダンピング レートの井戸幅 a 依存性。 Γ_{C} が閉じ込められたフォノンによるもの、 $\Gamma_{S\pm}$ が対称な界面フォノンによるものを表しており、 Γ_{tot} が全ポーラロン・ダ ンピングレートを表している。比較のために Γ_{B} にバルクフォノンによる ポーラロン・ダンピングレートを示した。



図 3.12 Ge/InAs/Ge 量子井戸構造におけるポーラロン・ダンピングレートの井戸幅 a 依存性。 Γ_{C} が閉じ込められたフォノンによるもの、 Γ_{S} が対称な界面フォノンによるものを表しており、 Γ_{tot} が全ポーラロン・ダンピングレートを表している。比較のために Γ_{B} にバルクフォノンによるポーラロン・ダンピングレートを示した。

3.4 電子--界面フォノン相互作用による磁気フォノン共鳴

式 (2.16) より、モードiのフォノンの磁気フォノン共鳴による導電率の対角成分 σ_{xx}^i は次のようになる。

$$\sigma_{xx}^{i} = \sum_{M,N} \int_{0}^{+\infty} d\zeta \, \sigma_{0}^{i}(q) \sqrt{\zeta} \, J_{MN}^{2}(\zeta) F_{i}(q) \\ \times \left\{ n_{\mathrm{F}}(E_{N} - \omega_{i}) - n_{\mathrm{F}}(E_{N}) \right\} \delta_{\gamma} \left((E_{M} + \omega_{i} - E_{N}) / \omega_{c} \right)$$
(3.73)

ここでは基底サブバンドの電子のみを考え、

$$\sigma_0^i(q) = \frac{1}{2} e^2 \alpha_i(q) \left(\frac{\omega_i(q)}{\omega_c}\right)^{3/2} (\omega_c/T) n_{\rm B}(\omega_i) \left(1 + n_{\rm B}(\omega_i)\right)$$
(3.74)

であり、 $\delta_{\gamma}(x) = (\gamma/\pi)/(x^2 + \gamma^2)$ 、 $\gamma = 2\Gamma/\omega_c$ である。磁気抵抗 ρ_{xx} は $\rho_{xx} = \sigma_{xx}/(N_s e^2/m^*\omega_c)^2$ という関係から得られる。

GaAs/AlAs 単一ヘテロ構造

図 3.13に GaAs/AlAs 単一ヘテロ構造における磁気抵抗の計算結果を示す。磁気抵抗は $\rho_0 = 2m^* \Gamma_0^{(1)} / N_s e^2 で規格化している。ポーラロン・ダンピングレートの場合と同様に界面$ フォノンの寄与は無視できることがわかる。これは電子のいる位置が界面から遠すぎるためである。

AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造

図 3.14から図 3.16に井戸幅 a が 100Å ($\gamma_{L1}a = 2.5$)、50Å ($\gamma_{L1}a = 1.3$)、25Å ($\gamma_{L1}a = 0.63$)の AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造における磁気抵抗の計算結果を示す。この系では $\Gamma_0^{(1)} \sim \Gamma_0^{(2)}$ であるので、先に示したように、界面フォノンの寄与の程度にかかわらず、バル クモデルで求めた移動度と誘電性連続体モデルで求めた移動度との間に大きな違いは生じ ない。しかし、磁気フォノン共鳴による磁気抵抗は、散乱強度だけではなく、フォノンの 振動数にも大きく依存するので、図のように、井戸幅が薄くなり界面フォノンの寄与が増 大すると、バルクモデルによる磁気抵抗と誘電性連続体モデルによる磁気抵抗との間に大きな違いが現れてくる。

InP/InGaAs/InP 量子井戸構造

Nicholas、Portal、Brummell らは井戸幅 a が 80Å の InP/InGaAs/InP 量子井戸構造の 磁気フォノン共鳴を測定し、井戸層に起因する GaAs-like のフォノンによる信号と、障壁 層に起因する InP のフォノンによる信号とを観測した⁵¹⁻⁵³。彼らの測定結果では、InP の フォノンによる信号は GaAs-like のフォノンによる信号と同程度の振幅を示した。井戸幅 80Å は、a_{7L0} = 1.8 程度であるので、上で示したような AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造

では、まだ、界面フォノンの寄与が小さいが、InP/InGaAs/InP 量子井戸構造では InP の 極性が強いので—InP の結合定数は InGaAs の GaAs-like の結合定数の 2 倍程度ある—、 $a\gamma_{LO} = 1.8$ 程度の比較的、広い井戸幅でも界面フォノンの影響が大きくなると考えられる。 また、InP/InGaAs/InP 量子井戸構造では障壁層の高さが低いので、電子の障壁層へのし みだしが大きく、界面フォノンの寄与が大きくなる効果も考えられる。図 3.17に井戸幅 80Å の InP/InGaAs/InP 量子井戸構造における磁気フォノン共鳴による磁気抵抗を示す。図で は、電子の波動関数として式 (3.53) を用いていおり、電子の障壁層へのしみだしの効果は 取り入れていないが、InP の極性が強いので、InP に起因する界面フォノンによる磁気抵 抗の寄与が GaAs-like の半空間フォノンによる磁気抵抗の半分以上の寄与を示すことがわ かる。



図 3.13 GaAs/AlAs 単一ヘテロ構造における磁気フォノン共鳴による磁 気抵抗の磁界依存性。ランダウ準位の幅Γは 5meV で磁界に依存しない とした。ρ_Hが半空間フォノンによる磁気抵抗、ρ_{I±}が界面フォノンによる 磁気抵抗を表している。比較のためにρ_Bにバルクフォノンによる磁気抵 抗を示した。


図 3.14 AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造における磁気フォノン共鳴による磁気抵抗の磁界依存性。井戸幅 a が 100Å の場合。ランダウ準位の幅 Γ は 5meV で磁界に依存しないとした。 ρ_C が閉じ込められたフォノンに よる磁気抵抗、 $\rho_{S\pm}$ が対称な界面フォノンによる磁気抵抗を表しており、 ρ_{tot} が全磁気抵抗を表している。比較のために ρ_B にバルクフォノンによる 磁気抵抗を示した。



図 3.15 AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造における磁気フォノン共鳴による磁気抵抗の磁界依存性。井戸幅 a が 50Å の場合。



図 3.16 AlAs/GaAs/AlAs 量子井戸構造における磁気フォノン共鳴による磁気抵抗の磁界依存性。井戸幅 a が 25Å の場合。



図 3.17 InP/InGaAs/InP 量子井戸構造における磁気フォノン共鳴による磁気抵抗の磁界依存性。a = 100Å、 $N_s = 1.7 \times 10^{11}$ cm⁻²、 $\Gamma = 5$ meV 。 ρ_C が閉じ込められたフォノンによる磁気抵抗、 ρ_S が対称な界面フォノン による磁気抵抗を表している。

3.5 結言

誘電性連続体モデルを用いて半導体単―ヘテロ構造と量子井戸構造とにおける電子―光学 フォノン相互作用について調べた。物質定数が異なる物質を用いてヘテロ構造を構成する ことにより電子-フォノン相互作用が変化する効果(物質定数の効果)と、ヘテロ構造中で フォノンが各層に閉じ込められたり、界面付近に局在したりすることにより電子–フォノン 相互作用が変化する効果(形状の効果)とを分けて考察するため、誘電性連続体モデルを用 いて得られた電子-フォノンの相互作用のハミルトニアンを、フォノンを介した電子間の2 次元の相互作用というかたちに書き換えて考察した。光学フォノンを介した電子間の2次 元の相互作用は、電子の波動関数によらない結合定数と物質定数によらない形状因子との 積として表せる。ヘテロ構造を形成している各層の物質の違いをなくすと、結合定数は、 通常のバルク物質のフレーリッヒの結合定数に一致する。そして、各フォノンモードの形 状因子の和はつねにバルクフォノンの形状因子に等しくなることを明らかにした⁴⁵。この "総和則"より、ヘテロ構造の各層に閉じ込められたフォノンの寄与と界面フォノンの寄与 とは常に相補的に働くことがわかる。さらに、一般化された Lyddane-Sachs-Teller の関係 に頼らずに、混晶半導体で作られたヘテロ構造に応用できるように、以上の計算を拡張し た46。その結果は、ヘテロ構造を形成している各層の物質の違いをなくすと、バルク混晶 半導体における Toyozawa の理論⁵⁰に一致した。

以上の結果を用いて、つぎに、低電界における2次元電子ガスの移動度の解析をおこなった。電子密度があまり高くない、通常の、GaAs/AlGaAs単一ヘテロ構造では、電子の存在する位置が界面から遠すぎるため、界面フォノンの寄与は小さく、結果として、バルクモデルで十分である、という結果を得た。また、井戸幅が(2m*ω_{LO})^{-1/2}より薄い量子井戸 構造中の電子は、おもに、障壁層のフォノンと相互作用しているようにみえるので、障壁 層に極性の弱い物質をもってくることにより、高い電子移動度を示す素子を作成できる可 能性がある、という結果も得た⁴⁵。

最後に、電子と界面フォノンとの相互作用による磁気フォノン共鳴について考察した。 その結果、電子の移動度の解析結果と同様に、あまり電子密度の高くない、GaAs/GaAs単 ーヘテロ構造やInGaAs/AlGaAs単一ヘテロ構造などでは、電子の存在する位置が界面か ら遠すぎるため、電子と界面フォノンとの相互作用は無視できることがわかった^{45,47}。した がって、GaAs/AlGaAs単一ヘテロ構造を用いた磁気フォノン共鳴の測定結果でみられたよ うなフォノンの振動数の低下⁵⁴は界面フォノンによるものではないと考えられる。量子井 戸構造では、井戸幅が薄くなるにつれて障壁層のフォノンの寄与が大きくなる。この結果 は、InP/InGaAs/InP量子井戸で観測されたInPフォノンの信号⁵¹⁻⁵³や、InAlAs/InGaAs/ InAlAs 量子井戸構造で観測されたAlAs-likeフォノンの信号⁵⁵と定性的に一致する。特に、 InP/InGaAs/InP 量子井戸構造のように障壁層の結合定数が大きい素子では、井戸幅が比 較的厚くても、界面フォノンの寄与が大きくなることがわかった⁴⁶。しかし、このような 薄い量子井戸構造の電子は障壁層への波動関数のしみ込みが大きいと考えられるので、測 定結果と定量的な比較をするためには、本論文で用いたような波動関数では十分でない。

参考文献

- 1 M.V. Klein, IEEE. J. Quantum Electron. QE-22, 1760 (1986).
- 2 D.K. Ferry, Surf. Sci. 75, 86 (1978).
- 3 K. Hess, Appl. Phys. Lett. 35, 484 (1979).
- 4 P.J. Price, Ann. Phys. (N.Y.) 133, 217 (1981); Surf. Sci. 113, 199 (1982); Phys. Rev. B30, 2234 (1984).
- 5 T.J. Drummond, H. Morkoç, K. Hess and A.Y. Cho, J. Appl. Phys. 52, 5231 (1981).
- 6 B.K. Ridley, J. Phys. C15, 5899 (1982).
- 7 F.A. Riddoch and B.K. Ridley, J. Phys. C16, 6971 (1983).
- 8 K. Lee, M.S. Shur, T.J. Drummond and H. Morkoç, J. Appl. Phys. 54, 6432 (1983).
- 9 W. Walukiewicz, H.E. Ruda, J. Lagowski and H.C. Gatos, Phys. Rev. B30, 4571 (1984).
- 10 B.A. Mason and S. Das Sarma, Phys. Rev. B31, 5223 (1985).
- 11 S. Das Sarma and B.A. Mason, Phys. Rev. B31, 5536 (1985).
- 12 K. Hirakawa and H. Sakaki, Phys. Rev. B33, 8291 (1986).
- 13 B.A. Mason and S. Das Sarma, Phys. Rev. B35, 3890 (1987).
- 14 S. Das Sarma, J.K. Jain and R. Jalabert, Phys. Rev. B41, 3561 (1990).
- 15 R. Lassnig, Phys. Rev. B30, 7132 (1984).
- 16 R. Lassnig and W. Zawadzki, Surf. Sci. 142, 361 (1984).
- 17 B.K. Ridley, in *Festkörperprobleme*, edited by H. J. Quiesser, (Vieweg, Braunschweig, 1985), vol. XXV, p. 449.

- 18 F.F. Riddoch and B.K. Ridley, Physica B134, 342 (1985).
- 19 N. Sawaki, Surf. Sci. 170, 537 (1986).
- 20 N. Sawaki, J. Phys. C19, 4965 (1986).
- 21 M.H. Degani and O. Hipólito, Phys. Rev. B35, 7717 (1987).
- 22 M.H. Degani and O. Hipólito, Surf. Sci. 196, 459 (1988).
- 23 C.T. Giner and F. Comas, Phys. Rev. B37, 4583 (1988).
- 24 F. Comas, C.T. Giner and R. Riera Physica B154, 17 (1988).
- 25 F. Comas, C.T. Giner and R. Riera Phys. Rev. B37, 4583 (1988).
- 26 J.K. Jain and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. 62, 2305 (1989).
- 27 B.K. Ridley, Phys. Rev. B39, 5282 (1989).
- 28 R. Fuchs and K.L. Kliewer, Phys. Rev. 140, A2076 (1965).
- 29 A.A. Lucas, E. Kartheuser and R.G. Badro, Phys. Rev. B2, 2488 (1970).
- 30 V. V. Bryksin and Y. A. Firsov, Soviet Phys.-Solid State 13, 398 (1971).
- 31 J.J. Licari and R. Evrard, Phys. Rev. B15, 2254 (1977).
- 32 E.P. Pokatilov and S.I. Beril, Phys. Stat. Sol. (b)110, K75 (1982).
- 33 E.P. Pokatilov and S.I. Beril, Phys. Stat. Sol. (b)118, 567 (1983).
- 34 M. Babiker, J. Phys. C19, 683 (1986).
- 35 K. Huang and B. Zhu, Phys. Rev. B38, 13377 (1988).
- 36 L. Wendler, Phys. Stat. Sol. (b)129, 513 (1985).
- 37 L. Wendler and R. Pechstedt, Phys. Stat. Sol. (b)141, 129 (1987).
- 38 L. Wendler and R. Haupt, Phys. Stat. Sol. (b)141, 493 (1987).
- 39 L. Wendler and R. Haupt, Phys. Stat. Sol. (b)143, 487 (1987).
- 40 L. Wendler and R. Pechsted, Phys. Rev. B35, 5887 (1987).
- 41 L. Wendler, R. Haupt, F. Bechstedt, R. Rücker and R. Enderlein, Superlattices and Microstructures 4, 577 (1988).

- 第3章. 半導体ヘテロ構造における電子--光学フォノン相互作用
- 42 L. Wendler, R. Haupt and V.G. Grigoryan, Phys. Stat. Sol. (b)149, K123 (1988).
- 43 L. Wendler, Solid State Commun. 65, 1197 (1988).
- 44 L. Wendler and V.G. Grigoryan, Solid State Commun. 71, 527 (1989).
- 45 N. Mori and T. Ando, Phys. Rev. B40, 6175 (1989).
- 46 森,村田,谷口,浜口,日本物理学会秋の分科会,3a-C-9,平成元年10月.
- 47 村田, 森, 谷口, 浜口, 日本物理学会秋の分科会, 5p-C-6, 平成元年 10 月.
- 48 N. Tzoar, Surf. Sci. 84, 440 (1979).
- 49 Y. Toyozawa, in Polarons in Ionic Crystals and Polar Semiconductors, edited by J.T. Devreese, (North-Holland, 1972), p. 1.
- 50 豊沢 豊, 現代物理学の基礎 (第2版) 7 物性 II, (岩波書店, 1978), 第2章.
- 51 R.J. Nicholas, M.A. Brummell, J.C. Portal, M. Razeghi and M.A. Poisson, in Application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics, edited by G. Landwehr, (Springer-Verlag, Berlin, 1983), p. 98.
- 52 R.J. Nicholas and M.A. Brummell, J. Crystal Growth 68, 356 (1984).
- 53 J.C. Portal, J. Cisowski, R.J. Nicholas, M.A. Brummell, M. Razeghi and M.A. Poisson, J. Phys. C16, L573 (1983).
- 54 M.A. Brummell, R.J. Nicholas, M.A. Hopkins, J.J. Harris and C.T. Foxon, Phys. Rev. Lett. 58, 77 (1987).
- 55 R.J. Nicholas, S. Ben Amor, J.C. Portal, D.L. Sivco and A.Y. Cho, Semicond. Sci. Technol. 4, 116 (1989).

第4章

電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれ たトンネル現象の解析

4.1 緒言

前章で述べたように、ヘテロ界面に沿った方向の電気伝導を考える限り、通常の電子密 度の単一ヘテロ構造や井戸幅の厚い量子井戸構造では、電子の存在する位置が界面から遠 すぎるために、界面フォノンの影響は小さく、バルクフォノンを仮定して計算してもよい 場合が多い。しかし、トンネル現象のようにヘテロ界面に垂直に電流を流す場合は、電子 はヘテロ界面を横切って流れるので、界面フォノンの影響が大きく、バルクフォノンを仮 定した場合との大きな違いがでると予想される。この章では、電子と界面フォノンとの相 互作用が、GaAs と AlGaAs とで作られた単一障壁のトンネル構造におけるトンネル電流 におよぼす影響について考える。

電子とフォノンとの相互作用に起因すると思われる現象は、1960年頃から、pn 接合(江 崎ダイオード)、金属-絶縁体-半導体構造(MIS 構造)、金属-半導体接合(ショットキー接 合)などの電流電圧特性において観測され、研究されてきた¹⁻³。pn 接合では、印加電圧が フォノンのエネルギーをこえた領域でコンダクタンスが増加するという、フォノンを介し たトンネル現象(assisted tunneling)が観測された。また、ショットキー接合においてもフォ ノンを介したトンネル現象が観測されている。フォノンを介したトンネル現象は、印加電 圧がフォノンのエネルギーをこえた領域で、印加電圧0に対して対称的にコンダクタンス が増加するのが特徴である。縮退半導体と金属とのショットキー接合や MIS 構造では、印 加電圧0に対してコンダクタンスが反対称的に変化する現象が観測されている。この現象 は、半導体電極において、電子-フォノン相互作用により電子の分散が変化することにより おこるとされている。

半導体ヘテロ構造を用いた素子では、Collins らによって、GaAs/AlAs/GaAs トンネル ダイオードの電流電圧特性に電子–フォノン相互作用に起因すると思われる構造がはじめ て観測された⁴。彼らは、p型 (Mg ドープ)の AlAs を用いた GaAs/AlAs/GaAs トンネル ダイオードとn型 (Se ドープ)の AlAs を用いた GaAs/AlAs/GaAs トンネルダイオードと 74 第4章. 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれたトンネル現象の解析

の電流電圧 (I-V) 特性、コンダクタンス (dI/dV)、電流の 2 階微分信号 (d²I/dV²) を測 定した。測定には、障壁層の幅が 60 ~ 250Å であり、電極の電子密度が 10¹⁸cm⁻³程度で ある試料が用いられた。p型の試料では、ヘリウム温度において、電流の2階微分信号に GaAs と AlAs のフォノンに起因すると思われる2種類の構造— 印加電圧0にたいしてコ ンダクタンスが対称的に変化する構造 — が観測された。この構造は、測定限界をこえるた め、障壁層が120Å以上の試料では観測されなかった。n型の試料では、p型の試料とは異 なり、電流の2階微分信号に0バイアス異常と5種類のピーク(23,50,70,125,145mV)とが 観測された。この n 型の試料でみられた現象は、(i) 不純物密度が予期した値より大きく、 障壁層のバンドの曲がりが異常に大きくなり、2 重障壁構造のようになっているためにお こる、(ii) 障壁層の不純物を介してトンネルがおこるのではないか、と説明されている。へ テロ構造を用いた測定は Hirakawa によってもおこなわれ、電子-フォノン相互作用に起因 すると思われる構造が電流電圧特性に観測された⁵。彼は、AlAsのモル比が0.5と0.7との AlGaAs (不純物をドープしていない)を障壁層に持っ2種類の GaAs/AlGaAs/GaAs 単一 障壁トンネルダイオードの電流電圧特性をヘリウム温度で測定した。試料の障壁層の幅は 75Å であり、電極の電子密度は 1.2 × 10¹⁸ cm⁻³である。電流の 2 階微分信号は Collins らの p型の試料の結果とよく似ており、GaAs と AlAs のフォノンに起因すると思われる2種類 の構造がみられた。測定結果のおもな特徴は、

- GaAs と AlAs のフォノンのエネルギーに相当する印加電圧の付近でコンダクタンス がカスプ状に減少する。
- コンダクタンスの変化は印加電圧0に対して対称的であり、反対称な成分に異常はみられなっかた。
- GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs 単一ヘテロ構造におけるコンダクタンスの減少量は GaAs のフォノンのところで 0.4mS(3%)、AlAs のところで 0.1mS 程度である。
- GaAsのフォノンに起因する構造はバルクGaAsのLOフォノンのエネルギーに相当する印加電圧でコンダクタンスの減少量が最大になるが、AlAsのフォノンに起因する構造はバルクAlGaAsのAlAs-likeのLOフォノンとTOフォノンの中間のエネルギーに相当する印加電圧でコンダクタンスの減少量が最大になる。

である。

この章では Hirakawa の測定結果を念頭におき、GaAs/AlGaAs/GaAs 単一障壁トンネル 構造の電流電圧特性に対する電子--界面フォノン相互作用の影響について調べる。電子--フォ ノン相互作用の影響は、つぎのような3種類の効果にわけて考えることができる。

- 1. 障壁層でフォノンを放出・吸収して電子がトンネルする効果。
- 電極で電子がフォノンと相互作用することにより、電子の分散が変化するため、電流 電圧特性が変化する効果。
- 電極において、電子がフォノンを実際に放出できるようになると、反射確率が増し、
 トンネル電流が減少する効果。

測定結果では、1のようなフォノンを介したトンネル現象とは異なり、電流の減少が観測さ れている。フォノンを介したトンネル現象もおこっているが、その程度が小さくて観測さ 4.2. 電子--光学フォノン相互作用がある場合のトンネル電流の解析方法

れていないのか、そもそもそのような現象はおこらないのか、などの点については不明で あるが、本論文では、測定結果で観測されていない1の効果を考慮しない。2の効果は、電 子-フォノン相互作用による電子の自己エネルギーの実数部に起因しておこる効果であり、 分散の変化は、フェルミエネルギーを中心に、反対称的に変化する。したがって、2の効果 は印加電圧にたいして反対称的に現れ、MIS構造などの非対称的な構造で特に顕著に観測 される。しかし、本論文では、対称な GaAs/AlGaAs/GaAs 単一障壁のトンネル構造を考 えるので、2の効果も無視する。すなわち、本論文では、3の効果(電極における電子-フォ ノン相互作用による電子の自己エネルギーの虚数部に起因する効果)のみを考える。この章 では、まず、ABZ 理論⁶⁻⁸によるトンネル電流の求めかたについて簡単に述べる。電極をバ ルクとみなして、2個のバルク物質をトランスファ・ハミルトニアンで結んでトンネル電流 を求める、という方法を用いて、電子-フォノン相互作用の影響を調べた例もある⁹⁻¹¹。し かし、そのような方法ではヘテロ界面の位置を計算に取り入れることができないので、本 論文ではABZ 理論を用いてトンネル電流を求める。その後、前章の結果を用いて、電子-界面フォノン相互作用を考慮にいれてトンネル電流を求める¹²。

4.2 電子-光学フォノン相互作用がある場合のトンネル電流の 解析方法

4.2.1 電子-光学フォノン相互作用がない場合

絶対零度における図4.1(a)のような対称な単一障壁のトンネル構造を考える。ヘテロ界面に垂直に z軸を選び、 $-\frac{1}{2}a < z < \frac{1}{2}a$ に幅 a、高さ Uの障壁層があるとし、電極 ($z < -\frac{1}{2}a$ 、 $z > \frac{1}{2}a$)におけるフェルミエネルギーを E_F とする。右側の電極 (電極 R)と左側の電極 (電 極 L)との結合は十分弱く、図4.1(b)、(c)のように右側と左側との電極を分けて考え、そ の間をトランスファ・ハミルトニアンで結ぶことによりトンネル電流を求める。井戸幅が厚 く、障壁層への電子のしみ込みが少ない場合を考え、電極 L の電子に対するポテンシャル $V_L(z)$ は、図 4.1(b)のように、電極 R でも高さが Uであると近似する。同様に、電極 R の電子にたいするポテンシャルを図 4.1(c)の $V_R(z)$ のように近似する。このようなポテン シャル $V_{\alpha}(z)$ ($\alpha = L$ or R)のもとでの電子の z方向の波動関数を $\chi_{k_{so}}(z)$ とする。以上のよ うに記号を定めると、全ハミルトニアン H

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{0,\mathrm{L}} + \mathcal{H}_{\mathrm{T}} + \mathcal{H}_{0,\mathrm{R}} \tag{4.1}$$

とかける。 $\mathcal{H}_{0,\alpha}$ は電極 α における電子のハミルトニアン

$$\mathcal{H}_{0,\alpha} = \int d^3 \mathbf{R} \,\Psi^{\dagger}_{\alpha}(\mathbf{R}) \left(-\frac{1}{2m^*} \nabla^2 + V_{\alpha}(z) \right) \Psi_{\alpha}(\mathbf{R}) \tag{4.2}$$

$$\Psi_{\alpha}(\boldsymbol{R}) = \sum_{\boldsymbol{K}_{\alpha}} e^{i\boldsymbol{k}_{\alpha}\cdot\boldsymbol{r}} \chi_{k_{s\alpha}}(z) c_{\mathbf{K}_{\alpha}}$$
(4.3)

$$\mathcal{H}_{\mathrm{T}} = \frac{1}{2m^{*}} \int d^{3}\boldsymbol{R} \,\delta(z-z_{0}) \left\{ \frac{\partial \Psi_{\mathrm{R}}^{\dagger}(\boldsymbol{R})}{\partial z} \Psi_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{R}) - \Psi_{\mathrm{R}}^{\dagger}(\boldsymbol{R}) \frac{\partial \Psi_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{R})}{\partial z} \right\} \\ - \frac{1}{2m^{*}} \int d^{3}\boldsymbol{R} \,\delta(z-z_{0}) \left\{ \frac{\partial \Psi_{\mathrm{L}}^{\dagger}(\boldsymbol{R})}{\partial z} \Psi_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{R}) - \Psi_{\mathrm{L}}^{\dagger}(\boldsymbol{R}) \frac{\partial \Psi_{\mathrm{R}}(\boldsymbol{R})}{\partial z} \right\} \quad \left(-\frac{1}{2}a < z_{0} < \frac{1}{2}a\right) \,(4.4)$$

である。ここで、障壁層における電子の有効質量と電極における電子の有効質量との違い は無視した。大文字のベクトル (\mathbf{R} など) は 3 次元のベクトルを、小文字のベクトル (\mathbf{r} な ど) は 2 次元 (界面に沿った方向) のベクトルを表す。また、 $c_{K_{\alpha}}$ は電極 α の電子の消滅演算 子を表す ($\mathbf{K}_{\alpha} = (\mathbf{k}_{\alpha}, k_{2\alpha})$)。電極 L と電極 R とは完全に独立であり、電極 L の電子の生 成 (消滅) 演算子と電極 R の電子の消滅 (生成) 演算子とは交換できるとする。

電極 R に対する電極 L の印加電圧を V (V ≥ 0)とする。電極 L から電極 R へ向かって 流れる電流密度 J は、電極 L の電子数の減少率 $(-\dot{N}_L)$ と電荷 (-e)との積の平均

$$J(t) = \operatorname{Tr}\left[\rho(t)e\dot{N}_{\rm L}\right] \tag{4.5}$$

で与えられる。 ρ は系の密度演算子、 $N_{\rm L}$ は電極 L における電子数

$$N_{\rm L} = \int d^3 \boldsymbol{R} \ \Psi_{\rm L}^{\dagger}(\boldsymbol{R}) \Psi_{\rm L}(\boldsymbol{R})$$
(4.6)

であり、 $N_{\rm L} = i[\mathcal{H}, N_{\rm L}]$ である。久保公式を用いて、式 (4.5) を、 $\mathcal{H}_{\rm T}$ の最低次で求めるとつ ぎのようになる⁶⁻⁸。

$$J^{(0)} = 16e \sum_{\boldsymbol{k}} \frac{1}{(2m^{*})^{2}} \int \frac{dE}{\pi} \{ n_{\rm F}(E) - n_{\rm F}(E + eV) \} \kappa^{2} \\ \times \operatorname{Im} G_{\rm R}^{(0)}(z_{0}, z_{0}; \boldsymbol{k}; E) \operatorname{Im} G_{\rm L}^{(0)}(z_{0}, z_{0}; \boldsymbol{k}; E + eV)$$
(4.7)

 $G^{(0)}_{\alpha}(z',z;k;E)$ は電極 α における電子のグリーン関数 $G^{(0)}_{\alpha}(\mathbf{R}',\mathbf{R};E)$ を界面に沿った方向にたいしてフーリエ変換

$$G_{\alpha}^{(0)}(\boldsymbol{R}',\boldsymbol{R};E) = \sum_{\boldsymbol{k}} e^{i\boldsymbol{k}\cdot(\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{r})} G_{\alpha}^{(0)}(z',z;\boldsymbol{k};E)$$
(4.8)



図 4.1 トンネル構造

したものを表す。 $-\frac{1}{2}a < z_0 < \frac{1}{2}a$ のとき

$$\operatorname{Im} G_{\mathrm{R}}^{(0)}(z_0, z_0; \boldsymbol{k}; E) = -\frac{2m^* k_{\mathrm{R}}}{\kappa^2 + k_{\mathrm{R}}^2} \mathrm{e}^{\kappa(2z_0 - a)}$$
(4.9)

$$\operatorname{Im} G_{\mathrm{L}}^{(0)}(z_0, z_0; \boldsymbol{k}; E + eV) = -\frac{2m^* k_{\mathrm{L}}}{\kappa^2 + k_{\mathrm{L}}^2} e^{-\kappa(2z_0 + a)}$$
(4.10)

であるので、電流密度 J⁽⁰⁾は

$$J^{(0)} = e \sum_{k} \int \frac{dE}{\pi} \{ n_{\rm F}(E) - n_{\rm F}(E + eV) \} D^{(0)}(k, E)$$
(4.11)

$$D^{(0)}(\boldsymbol{k}, E) = D^{(0)}(E_z) = \frac{16\kappa^2 k_{\rm R} k_{\rm L}}{(\kappa^2 + k_{\rm R}^2)(\kappa^2 + k_{\rm L}^2)} e^{-2\kappa a}$$
(4.12)

となる。ここで、

$$\kappa = \sqrt{2m^*(U - \frac{1}{2}eV - E + E_{\mathbf{k}})}$$
(4.13)

$$k_{\rm R} = \sqrt{2m^*(E - E_k)}$$
 (4.14)

$$k_{\rm L} = \sqrt{2m^*(E - E_{k} + eV)}$$
 (4.15)

である。図 4.1(a) のように電圧を印加すると、電極 R の電子にたいする障壁の高さは実効的に $U - \frac{1}{2}eV$ のように低くみえ、電極 L の電子にたいする障壁の高さは実効的に $U + \frac{1}{2}eV$ のように高くみえる、としたので、式 (4.13) で与えられる進入長 $1/\kappa$ に $\frac{1}{2}eV$ の項が含まれている。

4.2.2 電子-光学フォノン相互作用がある場合

コレクタ電極に入射した電子が、実際にフォノンを放出することができるようになると、 電子の反射確率が増し、トンネル電流が減少すると考えられる。以下では、そのような過 程のみを考える。すなわち、コレクタ電極 (電極 L) でのみ電子と光学フォノンとが相互作 用するとして、式 (4.1) における H_{0.L}を

$$\mathcal{H}_{0,L} \longrightarrow \mathcal{H}_{0,L} + \mathcal{H}_{ep,L}$$
 (4.16)

$$\mathcal{H}_{ep,L} = \int_{D_L} \Psi_L^{\dagger}(\boldsymbol{R}) V_{ep}(\boldsymbol{R}) \Psi_L(\boldsymbol{R}) d^3 \boldsymbol{R}$$
(4.17)

と置き換える。 $V_{ep}(\mathbf{R})$ は電子とフォノンとの相互作用のポテンシャルを表し、 D_{L} はコレ クタ電極の領域— $\infty < z \leq -\frac{1}{2}a$ を表す。このときトンネル確率 $D^{(0)}(\mathbf{k}, E)$ はつぎのように 変化する。

$$D(\mathbf{k}, E) = D^{(0)}(\mathbf{k}, E) \{1 + \Delta_{\rm L}(\mathbf{k}, E)\}$$

$$\Delta_{\rm L}(\mathbf{k}, E) = -\frac{2m^*}{k_{\rm L}} \int_{D_{\rm L}} dz_2 \cos(k_{\rm L}(z_1 + z_2 + a) - 2\phi_{\rm L}) \operatorname{Im} \Sigma_{\rm L}(z_1, z_2; \mathbf{k}; E + eV)$$
(4.19)

ここで、 $\phi_L = \arctan(k_L/\kappa)$ であり、電子の自己エネルギー Σ_L の実数部は無視した。z方向 の電子のエネルギー ($E_z = E - E_k$)が大きいほど、トンネル確率 $D^{(0)}(k, E)$ も大きくなる ので、Appelbaum と Brinkman は、面内 (xy) 方向のエネルギーが小さい電子によって電 流特性が定まっていると考え、トンネル確率の $e^{-2\kappa a}$ 以外の項に含まれる入射電子の面内方 向の波数ベクトルkを0 に近似した⁸。しかし、どのようなモードのフォノンの寄与が大き いかは、電子の面内波数成分の大小によってきまるので、はじめから入射電子の面内の波 数ベクトルを0 に制限すると、電子と相互作用をおこなうフォノンの波数をフェルミ波数 ($k_F = (2m^*E_F)^{1/2}$)程度に制限してしまい、面内波数の小さいフォノンの寄与、すなわち、 界面フォノンの寄与を落としてしまう可能性がある。そこで、式 (4.18)のように、入射電 子の面内の波数ベクトルkを残したままで話を進める。

電子とフォノンとの結合定数の最低次で、モードiの光学フォノンとの相互作用による (電極Lにおける)電子の自己エネルギーΣはつぎのようになる。

$$\operatorname{Im} \Sigma_{i}(z_{1}, z_{2}; \boldsymbol{k}; \omega) = \sum_{\boldsymbol{q}} 2\pi \alpha_{i} \sqrt{\frac{2\omega_{i}^{3}}{m^{*}}} \frac{1}{2q} f_{i}(z_{1}, z_{2}; q) \left\{ 1 - n_{\mathrm{F}}(\omega - \omega_{i}) \right\} \operatorname{Im} G_{\alpha}^{(0)}(z_{1}, z_{2}; \boldsymbol{k} - \boldsymbol{q}; \omega - \omega_{i}) \quad (4.20)$$

ここで $f_i(z_1, z_2; q)$ はフォノンモード i によって定まるつぎのような関数である。

$$f_{i}(z_{1}, z_{2}; q) = \begin{cases} e^{-q|z_{1}-z_{2}|} & (バルクフォノン) \\ e^{-q|z_{1}-z_{2}|} - e^{-q|z_{1}+z_{2}+a|} & (半空間フォノン) \\ \frac{1}{1+\tanh\frac{1}{2}qa} e^{q(z_{1}+z_{2}+a)} & (対称な界面フォノン) \\ \frac{1}{1+\coth\frac{1}{2}qa} e^{q(z_{1}+z_{2}+a)} & (反対称な界面フォノン) \end{cases}$$
(4.21)

電極におけるフリーデル振動の効果を無視すると、 $\gamma_{L} = (2m^{*}(\omega - \omega_{i} - E_{\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}}))^{1/2}$ とおいて、

Im
$$G_{\rm L}^{(0)}(z_1, z_2; \boldsymbol{k} - \boldsymbol{q}; \omega - \omega_i) = -\frac{m^*}{\gamma_{\rm L}} \cos(\gamma_{\rm L} |z_1 - z_2|), \quad (z_1, z_2 \le -\frac{1}{2}a)$$
 (4.22)

であるので、結局、結合定数の最低次で求めたトンネル確率の変化△Lは

$$\Delta_{\rm L}(\boldsymbol{k},\omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{dq}{\gamma_{\rm L}} \int_{-1}^{+1} \frac{d\mu}{\sqrt{1-\mu^2}} \,\alpha_i \left(\frac{\gamma_i}{k_{\rm L}}\right)^3 {\rm H}(\omega - (E_{\rm F} + \omega_i)) F_{\rm L}^i(q,\mu) \tag{4.23}$$

となる¹²。ここで、 $\Pi(\omega)$ は単位ステップ関数を表し、 $\mu = \mathbf{k} \cdot \mathbf{q}/(kq)$ 、 $\gamma_i = (2m^*\omega_i)^{1/2}$ であり、

$$F_{\rm L}^{i}(q,\mu) = -k_{\rm L}^{2} \int_{D_{\rm L}} dz_{1} \int_{D_{\rm L}} dz_{2} f_{i}(z_{1},z_{2};q) \cos(k_{\rm L}(z_{1}+z_{2}+a)-2\phi_{\rm L}) \cos(\gamma_{\rm L}|z_{1}-z_{2}|) \quad (4.24)$$

である。

4.3 電子-界面フォノン相互作用を考慮にいれたトンネル電流の解析結果

4.3.1 フォノンモード

振動数

障壁層の幅 a が 75Å で電極における電子密度が $1.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ($E_{\text{F}} = 61.5 \text{meV}$)の GaAs/ Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造におけるトンネル電流を求める。フォノンの分散を図 4.2 に示す。Al_{0.5}Ga_{0.5}As は 2 モード物質であり、AlAs-like のフォノンと GaAs-like のフォノン とがある。図では、AlAs-like の LO(TO)フォノンの振動数を $\omega_{\text{LO}}^{\text{AlAs-like}}$ ($\omega_{\text{TO}}^{\text{AlAs-like}}$)と表し、 GaAs-like の LO(TO)フォノンの振動数を $\omega_{\text{LO}}^{\text{GaAs-like}}$ ($\omega_{\text{TO}}^{\text{GaAs-like}}$)と表している。また GaAs の LO(TO)フォノンの振動数を $\omega_{\text{LO}}^{\text{GaAs}}$ ($\omega_{\text{TO}}^{\text{GaAs}}$)と表している。図の横軸はフォノンの面内波



, 4^u

図 4.2 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造におけるフォノンの分散

数の大きさ gを表しており、下側の目盛りは井戸幅 a で無次元化した値を表し、上側の目盛 りはフェルミ波数を単位にして測った値を表している。電子-フォノン相互作用による電子 の運動量変化は最大でも一図に示したような範囲の $-2k_{\rm F}$ 程度である。図では、半空間フォ ノンを H で表し、対称な (反対称な) 界面フォノンを S(A) で表している。界面フォノンは 振動数の小さいものから順に0、1、2 と番号をつけている。S0、A0、S1、A1のモード は GaAs に起因したモードであり、S0 と A0 のモードは $q \rightarrow 0$ で GaAs の TO フォノンの 80 第4章. 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれたトンネル現象の解析

振動数になるモード、S1とA1のモードは q → 0 で GaAs の LO フォノンの振動数になる モードである。S2 と A2 のモードは AlAs に起因したモードである。

結合定数

結合定数を図 4.3に示す。 $q \rightarrow 0$ において LO フォノンの振動数になる S1 、A1 、S2 の 結合定数が大きな値を持ち、TO フォノンの振動数になる S0 、A0 の結合定数の値は小さ く無視できることがわかる。しかし、反対称な界面モードはその形状効果で $q \rightarrow 0$ で電子



q / k_F

図 4.3 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造における結合定数の q依 存性

と相互作用しなくなる。その界面フォノンの形状効果を取り入れた

$$\alpha_{\rm S}^* = \frac{1}{1 + \tanh\frac{1}{2}qa} \alpha_{\rm S} \tag{4.25}$$

$$\alpha_{\rm A}^* = \frac{1}{1 + \coth\frac{1}{2}qa} \alpha_{\rm A} \tag{4.26}$$

で定義される実効的な界面フォノンの結合定数 α_s^* 、 α_A^* の q依存性を図 4.4に示す。反対称な 界面モード A1 と A2 の実効的な結合定数は、その形状効果のため、対称な界面モードの 実効的な結合定数より小さくなる。図 4.4より、GaAs に起因した界面フォノンは対称な S1 のモードがもっとも寄与が大きく、AlAs に起因したものでは対称な S2 と反対称な A2 と が同じぐらいの寄与を示すことが予想される。ヘテロ界面からフェルミ波長 (k_F^{-1}) 程度よ

り近い距離における電子とフォノンとの相互作用がトンネル電流に影響をおよぼすと考え られ、関与するフォノンの波数は2kr程度より小さいので、電子密度や障壁層幅によらず、 界面フォノンの寄与が半空間フォノンの寄与より大きいと考えられる。そして、図4.4に示 したような状況—akr ~ 2.5 という状況—では、GaAs に起因した界面フォノンの寄与が最 も大きい。しかし、図に示した場合より、さらに、障壁層幅 a が厚くなると、GaAs に起 因した対称な界面フォノンS1の寄与が相対的に減少し、AlAsに起因した界面フォノンと 同程度の寄与を示すようになると予想される。逆に、障壁層幅が薄くなると、AlAs に起因 した界面フォノンの寄与が減少すると考えられる。



q / k_F

図 4.4 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造における実効的な結合定 数の q依存性

82 第4章. 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれたトンネル現象の解析

4.3.2 トンネル電流の解析結果

トンネル電流

図 4.5と図 4.6とにトンネル電流の計算結果を示す。電子とバルクフォノンとの相互作用 を仮定して求めたトンネル電流を図 4.5に、誘電性連続体モデルを用いて求めた結果を図 4.6に示した。どちらの図でも、電子とフォノンとの相互作用のハミルトニアン Hepを入れ ることにより、印加電圧がフォノンのエネルギーより高い領域で、電流の減少がみられる。 図 4.5と図 4.6との計算にはバンドの曲がりの効果を印加電圧の最低次で近似的に取り入れ



図 4.5 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造におけるトンネル電流の 計算結果。電子とバルクフォノンとの相互作用を仮定している。

図 4.1(a) のように電極 R に対する電極 L の印加電圧が V のときの電子に対するポテン シャルエネルギー E(z)— $z \rightarrow +\infty$ をエネルギー原点に選ぶ—は、バンドの曲がりを考慮 に入れると、印加電圧の 1 次のオーダで次のようになる。

$$E(z) = \begin{cases} \lambda e E_0 \exp((z + \frac{1}{2}a)/\lambda) - eV & (z \le -\frac{1}{2}a) \\ -\lambda e E_0 \exp(-(z - \frac{1}{2}a)/\lambda) & (z \ge \frac{1}{2}a) \end{cases}$$
(4.27)

4.3. 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれたトンネル電流の解析結果 83

ここでλは電極の電子密度 n₀できまる次のような量である。

$$\lambda = \frac{1}{3} \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{1/3} \sqrt{r_0 a_0^*}$$
(4.28)

$$a_0^* = \frac{4\pi\epsilon}{m^*e^2}, \quad \frac{4}{3}\pi r_0^3 = \frac{1}{n_0}$$
 (4.29)

また、 $E_0 = V/(a+2\lambda)$ である。式 (4.27) より、バンドの曲がりにより、ヘテロ界面において、電極 L ではフェルミエネルギーが $\lambda e E_0$ だけ小さくなったように見え、逆に、電極 R ではフェルミエネルギーが $\lambda e E_0$ だけ大きくなったように見えることがわかる。トンネル電流を求めるときに、電極 L(R) における実効的なフェルミエネルギーを $E_{\rm F} - \lambda e E_0$ ($E_{\rm F} + \lambda e E_0$)としてバンドの曲がりの効果を近似的に取り入れた¹²。

コンダクタンス

図 4.7と図 4.8とにコンダクタンスの計算結果を示す。電子とバルクフォノンとの相互作 用を仮定して求めたコンダクタンスを図 4.7に、誘電性連続体モデルを用いて求めた結果を 図 4.8に示した。図 4.7では印加電圧がバルク GaAs のフォノンのエネルギーをこえる領域 でコンダクタンスの減少がみられるが、図 4.8では印加電圧がバルク AlAs のフォノンのエ ネルギーをこえる領域でもコンダクタンスの減少がみられる。



図 4.6 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造におけるトンネル電流の 計算結果。電子とフォノンとの相互作用は誘電性連続体モデル (DCM) を 用いて求めた。



図 4.7 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造におけるコンダクタンスの計算結果。電子とバルクフォノンとの相互作用を仮定している。



図 4.8 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造におけるコンダクタンス の計算結果。電子とフォノンとの相互作用は誘電性連続体モデル (DCM) を用いて求めた。

コンダクタンスの変化分

図 4.7や図 4.8では電子-フォノン相互作用によるコンダクタンスの変化がわかりにくい ので、コンダクタンスの変化分のみを取り出し図 4.9に示す。G₀は H_{ep}がない場合のコン ダクタンスであり、G₁は H_{ep}がある場合のコンダクタンスである。GaAs のフォノンのエ ネルギーに相当する印加電圧のときのコンダクタンスの減少量は 3% 程度であり、AlAs の フォノンのエネルギーに相当する印加電圧のときのコンダクタンスの減少量は GaAs の 4 分の 1 程度であることがわかる。コンダクタンスの変化がどのようなモードによっている



図 4.9 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造における、電子-フォノン 相互作用による、コンダクタンスの変化分。電子とバルクフォノンとの 相互作用を仮定して求めた結果 (BULK) と、電子とフォノンとの相互作 用を誘電性連続体モデルを用いて求めた結果 (DCM) とを示した。

かを各フォノンモードごとにわけて示した図を図 4.10に示す。コンダクタンスの減少は界面モードのフォノンによっていることがわかる。そして、GaAsのフォノンに起因したコンダクタンスの減少はほぼ S1 モードによっているので、コンダクタンスが減少しはじめるエネルギーは ω_{LO}^{GaAs} に近い。しかし、AlAsのフォノンに起因したコンダクタンスの減少はS2 モードとA2 モードとによっているので、 $\omega_{TO}^{AlAs-like}$ との間でコンダクタンス

86 第4章. 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれたトンネル現象の解析

が減少しはじめる。

2 階微分信号

図 4.11と図 4.12とにトンネル電流の2 階微分信号の計算結果を示す。電子とバルクフォ ノンとの相互作用を仮定して求めたトンネル電流の2 階微分信号を図 4.11に、誘電性連続 体モデルを用いて求めた結果を図 4.12に示した。

最後に、図4.13に計算結果と測定結果5との比較を示す。



図 4.10 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造における、電子-フォノン相互作用による、コンダクタンスの変化分。電子とフォノンとの相互 作用は誘電性連続体モデルを用いて求めた。各フォノンモードによる寄 与をわけて示した。



図 4.11 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造におけるトンネル電流の 2 階微分信号の計算結果。電子とバルクフォノンとの相互作用を仮定し ている。



図 4.12 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造におけるトンネル電流の 2 階微分信号の計算結果。電子とフォノンとの相互作用は誘電性連続体 モデル (DCM) を用いて求めた。



図 4.13 GaAs/Al_{0.5}Ga_{0.5}As/GaAs トンネル構造におけるトンネル電流の 2 階微分信号の計算結果と測定結果との比較。

4.4 結言

以上に示したように、

- ABZ 理論⁶⁻⁸を用いてトンネル電流を求める。
- 誘電性連続体モデルを用いて、コレクタ電極における電子とフォノンとの相互作用を 考慮する¹²。
- 電子-フォノン相互作用による電子の自己エネルギーの実数部を無視する。
- バンドの曲がりの効果は印加電圧の最低次で近似的に取り入れる¹²。
- 電極におけるフリーデル振動の効果を無視する。

として GaAs/AlGaAs/GaAs 単一障壁トンネルダイオードにおける電流電圧特性を計算し、 Hirakawa の測定結果⁵と比較した。その結果、つぎのような点で測定結果と計算結果とは 一致した。

- 印加電圧がGaAsとAlAsのフォノンのエネルギーをこえた領域でコンダクタンスの 減少が見られた。
- GaAsのフォノンのエネルギーに相当する印加電圧のときのコンダクタンスの減少量は3%程度である。
- AlAs のフォノンのエネルギーに相当する印加電圧のときのコンダクタンスの減少量 は GaAs の4分の1程度である。
- GaAsのフォノンに起因するコンダクタンスの減少はバルクGaAsのLOフォノンの エネルギーに相当する印加電圧のときにおこるが、AlAsのフォノンに起因するコン ダクタンスの減少はバルク AlGaAsのAlAs-likeのLOフォノンとTOフォノンのエ ネルギーの中間の印加電圧のときにおこる。

以上のような一致点があるのにもかかわらず、測定結果では、コンダクタンスはカスプ状 に減少し、計算結果では、コンダクタンスはステップ状に減少するという違いが残った。 測定結果との違いが残った理由として、つぎのようなことが考えられる。図4.12に示した ように、電子-フォノン相互作用がない場合の電流の2階微分信号は、印加電圧の増加とと もに、単調に上昇しているが、図4.13の測定結果より、電子-フォノン相互作用がない場合 の電流の2階微分信号を読み取ると、V = 30mV 程度の印加電圧のところで極大になって いるようにみえる。この電子-フォノン相互作用がない場合の電流の2階微分信号のかたち は、おもに、バンドの曲がりの効果によっていると考えられる。本論文では、バンドの曲 がりの効果を、印加電圧の最低次で近似的にしか取り入れていないので、測定結果と定量 的に比較するためには、バンドの曲がりの効果をもう少し正確に見積る必要があると思わ れる。また、本論文で無視した、エミッタ電極と障壁層とにおける電子-フォノン相互作用 や、電子の自己エネルギーの実数部の効果などが、どの程度の寄与を示すのかも見積って みる必要があると思われる。

参考文献

- 1 E.L. Wolf, in *Principles of Electron Tunneling Spectroscopy*, (Oxford University Press, New York, 1985).
- 2 C.B. Duke, in *Tunneling in Solids*, (Academic Press, New York, 1969).
- 3 Tunneling Phenomena in Solids, edited by E. Burstein and S. Lundqvist, (Plenum Press, New York, 1969).
- 4 R.T. Collins, J. Lambe, T.C. McGill and R.D. Burnham, Appl. Phys. Lett. 44, 532 (1984).
- 5 K. Hirakawa, Phys. Rev. B40, 3451 (1989).
- 6 A. Zawadoski, Phys. Rev. 163, 341 (1967).
- 7 J. A. Appelbaum and W. F. Brinkman, Phys. Rev. 186, 464 (1969).
- 8 J. A. Appelbaum and W. F. Brinkman, Phys. Rev. B2, 907 (1970).
- 9 L.C. Davis and C.B. Duke, Solid State Commun. 6, 193 (1968).
- 10 L.C. Davis and C.B. Duke, Phys. Rev. 184, 764 (1969).
- 11 L.C. Davis, Phys. Rev. 187, 1177 (1969).
- 12 森, 谷口, 浜口, 第 51 回応用物理学会学術講演会, 29a-ZL-11, 平成 2 年 9 月. N. Mori, K. Taniguchi and C. Hamaguchi, Phys. Rev. B (to be submitted).

第5章

電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれ た共鳴トンネル現象の解析

5.1 緒言

この章では電子と界面フォノンとの相互作用が共鳴トンネル電流におよぼす影響につい て解析する。GaAs と Al_{0.4}Ga_{0.6}As とで作られた 2 重障壁共鳴トンネル構造の電流電圧特 性のバレイ部分に電子--光学フォノン相互作用に起因すると思われる構造が Goldman らに よって観測されている¹。彼らは障壁層の幅が 85Å、井戸層の幅が 56Å で電極の電子密度が 2×10¹⁷cm⁻³の対称な2重障壁共鳴トンネル構造の電流電圧特性をヘリウム温度で測定し た。その結果、電流電圧特性のバレイ部分にメインのピークの4%程度の大きさの小さな サブピークが観測された。このサブピークが観測されたときの井戸層の共鳴準位とエミッ タ電極のフェルミ準位とのエネルギー差を見積り2、その結果から、サブピークに関与して いるフォノンのエネルギーは 45meV であり、AlGaAs の AlAs-like の LO フォノンのエネ ルギーに近いと報告した。同様なサブピークは Bando らによって GaAs と AlGaAs とで作 られた 3 重障壁の共鳴トンネル構造でも観測された³。彼らは、サブピークに関与している フォノンのエネルギーは 30meV 程度であり、GaAs の LO フォノンのエネルギーに近いと 報告している。Eaves らは、GaAs と Al₀₄Ga₀6As とで作られた2種類の2重障壁の共鳴 トンネル構造においてサブピークを観測した4。彼らの用いた試料の一方は、障壁層の幅が 83Å と 111Å で井戸層の幅が 58Å の非対称な 2 重障壁の共鳴トンネル構造であり、もう一 方は、障壁層の幅が 56Å で井戸層の幅が 117Å の対称な 2 重障壁の共鳴トンネル構造であ る。障壁層幅のほうが井戸層幅より薄い対称な2重障壁の共鳴トンネル構造では、Goldman らの測定結果と同様に、電流電圧特性のバレイ部分に1個のサブピークが観測された。そ のサブピークに関与するフォノンのエネルギーとして、Eaves らは 35meV という値を報 告している。障壁層幅のほうが井戸層幅より厚い非対称な2重障壁の共鳴トンネル構造で は、2個のサブピークが観測された。この2個のサブピークは零磁界下では分離が悪く、1 個のブロードなピークのように見えるが、電流に平行に磁界を印加すると、2 個のピーク に分離して観測された。この2個のピークに関与するフォノンのエネルギーは35.5meVと

92 第5章. 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれた共鳴トンネル現象の解析

48meV であると報告されている。電子と光学フォノンとの相互作用を考慮にいれた共鳴ト ンネル電流の理論的な研究もいくつかなされている。Wingreen らは井戸層における電子 と光学フォノンとの相互作用のハミルトニアンを Independent Boson モデル⁵の形に仮定し て、GaAs と AlGaAs とで作られた 2 重障壁共鳴トンネル構造を流れる共鳴トンネル電流 を1次元モデルで計算した⁶。Jonson も、Wingreen らと同様に Independent Boson モデル を用いて井戸層における電子と光学フォノンとの相互作用を考慮にいれて、トランスファ・ ハミルトニアンの方法により共鳴トンネル電流を解析した⁷。Cai らは、実際のバリアの形 に近い形を仮定して、Wingreen らと同じ方法によりトンネル電流の計算をおこなった⁸。

この章では、井戸層における電子と界面フォノンとの相互作用を考慮にいれて対称な2 重障壁の共鳴トンネル構造における共鳴トンネル電流を求める。共鳴トンネル電流にたい する電子-フォノン相互作用の影響としては次のようなことが考えられる。

- 井戸層において電子とフォノンとが結合し、新しい共鳴準位を形成することにより、 測定結果でみられたようなサブピークが現れる。(Wingreen らや Jonson がおこなっ た計算は、この効果を Independent Boson モデルを用いて解析したものである。)
- 2. 障壁層において電子がフォノンを吸収・放出してトンネルする、フォノンを介したト ンネル現象。
- 前章で述べたような、電極において電子とフォノンとが相互作用することにより、電子の分散や、終状態密度が変化することによりトンネル電流が変化する効果。

本論文では、Wingreen らや Jonson と同様に、測定結果に現れたサブピークは井戸層にお ける電子-フォノン相互作用によると考え、1の効果のみを考える。特に、どのようなモー ドのフォノンの寄与が大きいか、という点を詳しく調べる。界面フォノンが重要であるか どうかは、面内波数成分の大小によってきまるので、Independent Boson モデルを用いた 1次元的な解析では、どのようなフォノンモードが重要であるかを見積ることができない。 すなわち、電子の面内方向の運動も考えた3次元的な解析をする必要がある。そこで、電子 の面内方向の運動量変化を比較的容易に取り入れることができる、トランスファ・ハミルト ニアンの方法を用いて共鳴トンネル電流を計算する。本章では、はじめに、トランスファ・ ハミルトニアンの方法を用いた共鳴トンネル電流の計算方法⁷について述べる。その後、誘 電性連続体モデルを用いて対称な共鳴トンネル構造におけるフォノンモードを求め、その 結果を用いて電子-フォノン相互作用がある場合の共鳴トンネル電流を求める⁹。

5.2 電子-光学フォノン相互作用がある場合の共鳴トンネル電 流の解析方法

絶対零度における図5.1のような対称な共鳴トンネル構造を流れる共鳴トンネル電流をト ランスファ・ハミルトニアンの方法を用いて求める。井戸幅をa、障壁層幅をbとし、図の ようにヘテロ界面に垂直に z軸を選ぶ。電子は井戸層でのみフォノンと相互作用するとす ると全ハミルトニアン H は

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\rm L} + \mathcal{H}_{\rm LW} + \mathcal{H}_{\rm W} + \mathcal{H}_{\rm RW} + \mathcal{H}_{\rm R} \tag{5.1}$$

5.2. 電子-光学フォノン相互作用がある場合の共鳴トンネル電流の解析方法 93

とかける。ここで \mathcal{H}_{α} ($\alpha = L$ or R) は電極 α における電子のハミルトニアン

$$\mathcal{H}_{\alpha} = \sum_{\boldsymbol{k}_{\alpha}k_{z\alpha}} E_{\boldsymbol{k}_{\alpha}k_{z\alpha}} c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}_{\alpha}k_{z\alpha}} c_{\boldsymbol{k}_{\alpha}k_{z\alpha}}$$
(5.2)

であり、Hwは井戸内の電子のハミルトニアン

$$\mathcal{H}_{W} = \sum_{\boldsymbol{k}} (E_{\boldsymbol{k}} + E_{0}) c_{\boldsymbol{k}}^{\dagger} c_{\boldsymbol{k}} + \mathcal{H}_{ep}$$
(5.3)

である。 $c_{\boldsymbol{k}_{a}\boldsymbol{k}_{z\alpha}}$ は電極 α の電子の消滅演算子、 $c_{\boldsymbol{k}}$ は井戸層の電子の消滅演算子を表し、面内方向の波数ベクトルを小文字 (\boldsymbol{k}_{α} 、 \boldsymbol{k}) で表し、界面に垂直な方向の波数ベクトルを $k_{z\alpha}$ と表した。また、 E_{0} は、図 5.1に示したように、電子–フォノン相互作用がない場合の共鳴準位を表す。電極 α と井戸層とを結ぶトランスファ・ハミルトニアン $\mathcal{H}_{\alpha W}$ は、

$$\mathcal{H}_{\alpha W} = \sum_{\boldsymbol{k} \boldsymbol{k}_{\alpha} k_{z\alpha}} \left(T_{\boldsymbol{k}, \boldsymbol{k}_{\alpha} k_{z\alpha}} c^{\dagger}_{\boldsymbol{k}} c_{\boldsymbol{k}_{\alpha} k_{z\alpha}} + \text{h.c.} \right)$$
(5.4)

$$|T_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}_{\alpha}\boldsymbol{k}_{z\alpha}}|^{2} = \delta_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}_{\alpha}}\left(\frac{k_{z\alpha}}{m^{*}}\right)\Gamma$$
(5.5)

で与えられる。どのようなモードのフォノンの寄与が大きいのかを調べるときには、Γのエ ネルギー依存性は重要でないので、以下では、Γのエネルギー依存性を無視する。

電極 L にたいする電極 R の印加電圧を Vとする。このとき電極 R から電極 L に向かっ て流れるトンネル電流 Jは、

$$J = \frac{2em^*}{(2\pi)^2} \int_0^{+\infty} dE_{k} \int_0^{+\infty} dE_{k_z} \left\{ n_{\rm F}(E_{k_z}) - n_{\rm F}(E_{k_z} + eV) \right\} \left\{ -\Gamma \operatorname{Im} G(k, E_{k_z} + \frac{1}{2}eV) \right\}$$
(5.6)

となる⁷。ここで $G(\mathbf{k}, \omega)$ は井戸内の電子のグリーン関数である。

井戸内の電子のグリーン関数は以下のようにして求める⁹。井戸内の電子の自己エネル ギーΣはトンネルによる自己エネルギーΣ_Tと電子-フォノン相互作用による自己エネルギー



図 5.1 共鳴トンネル構造

 Σ_{ep} との和として与えられるとする。また、 Σ_{ep} はモードiのフォノンと電子との相互作用による自己エネルギー $\Sigma_{ep,i}$ の和で与えられるとする。すなわち、

$$\Sigma = \Sigma_{\rm T} + \Sigma_{\rm ep} = \Sigma_{\rm T} + \sum_{i} \Sigma_{\rm ep,i}$$
(5.7)

とする。そして $\Sigma_{\mathbf{T}}(\mathbf{k},\omega)$ は \mathbf{k} や ω によらず $-i\Gamma$ で与えられるとし、 $\Sigma_{\mathrm{ep},i}$ は

$$\Sigma_{ep,i} = \underbrace{G^{(0)}}_{G^{(0)}} + \underbrace{G^{(0)}}_{\Sigma_{T}} \underbrace{\Sigma_{T}}$$
(5.8)

で与えられるとする。式 (5.8) の波線はモード i のフォノンのグリーン関数を表しており、 2 重線は式 (5.9) で示されるように、井戸層からトンネルして減衰していく電子のグリーン 関数を表している。また、式 (5.9) の直線 (G⁽⁰⁾) は、井戸層における自由な電子のグリー ン関数を表す。以上のような近似をおこなうと、井戸内の電子のグリーン関数はつぎのよ うになる。

$$G(\boldsymbol{k},\omega) = \frac{1}{\omega - E_{\boldsymbol{0}} - E_{\boldsymbol{k}} + i\Gamma - \Sigma_{\rm ep}(\boldsymbol{k},\omega - \operatorname{Re}\Sigma_{\rm ep}(\boldsymbol{0},\boldsymbol{0}))}$$
(5.10)

$$\Sigma_{ep}(\boldsymbol{k},\omega) = \sum_{i} \int_{0}^{+\infty} dq \int_{0}^{2\pi} d\theta \, \frac{\alpha_{i} \omega_{i}^{3/2} F_{i}}{2\pi \sqrt{2m^{*}}} \, \frac{1}{\omega - \omega_{i} - E_{0} - E_{\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}} + i\Gamma}$$
(5.11)

ここで、簡単のため、井戸層に電子が蓄積される効果を無視した。また、 $k \ge q \ge 0$ なす角 を $\theta \ge 1$ おいた。電子がフォノンと相互作用をおこなうと、ポーラロンを形成することにより 安定化し、エネルギーが低下するが、その効果を自己エネルギー Σ_{ep} を求めるときに取り入 れないと、自己エネルギーは正しいエネルギー依存性を示さない。いま、電子とフォノン との結合定数が十分小さい状況を考えているので、式 (5.10) の $\omega - \operatorname{Re} \Sigma_{ep}(0,0)$ の項のよ うに、電子の自己エネルギーのエネルギー原点をずらす¹⁰ことにより、ポーラロンを形成 する効果を近似的に取り込んだ。

5.3 共鳴トンネル構造におけるフォノンモード

誘電性連続体モデルを用いて図5.1のような共鳴トンネル構造におけるフォノンモードを 求める⁹。以下のトンネル電流の解析に必要なモードは、閉じ込められたモードと対称な界 面モードとである。

閉じ込められたフォノンの振動数、結合定数、形状因子は量子井戸構造の場合と同じで ある。

共鳴トンネル構造における対称な界面モードは、その界面に沿った方向の電界成分の符 号が $z = \frac{1}{2}a$ の界面と $z = \frac{1}{2}a + b$ の界面とで同じモード — 以下 S⁺ モードとよぶ — と異 なるモード — S⁻ モード — とがある。

振動数

 $S^{\pm} \epsilon - F o 界面 フォノンの振動数<math>\omega_{i}^{\pm} t$

$$D^{\pm}\epsilon_1(\omega_i^{\pm}) + \epsilon_2(\omega_i^{\pm}) = 0$$
(5.12)

で与えられる。ここで、

$$D^{\pm} = \frac{1+A}{2B} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2B}{1+A}\right)^2 A} \right\}$$
(5.13)

であり、A=tanh ½qa、B=tanh qb である。GaAs と AlAs とで作られた共鳴トンネル構造における界面フォノンの分散を図 5.2に示す。井戸層に起因する S⁺モードは、長波長の極限で LO フォノンの振動数になるが、障壁層に起因する S⁺モードは、TO フォノンの振動数になる。また、短波長の極限では、各ヘテロ界面の結合がなくなるので、界面フォノンの振動数は単一ヘテロ構造中の界面フォノンの振動数になる。

結合定数

共鳴トンネル構造における対称な界面フォノンの結合定数α[±]は

$$\alpha_i^{\pm}(q) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{m^*}{2\omega_i^{\pm}}\right)^{1/2} \frac{D^{\pm} + 1}{D^{\pm}\beta_1^{-1}(\omega_i^{\pm}) + \beta_2^{-1}(\omega_i^{\pm})}$$
(5.14)

で与えられる。GaAs と AlAs とで作られた共鳴トンネル構造における界面フォノンの結合 定数の g依存性を図 5.3に示す。TO フォノンは電子と相互作用しないので、長波長の極限 でTO フォノンの振動数になるモードの結合定数のほうが、LO フォノンの振動数になる モードの結合定数より小さい。すなわち、井戸層に起因した界面モードは S⁺のモードのほ うが結合定数が大きいのにたいして、障壁層に起因した界面モードは、反対に、S⁻のモー ドのほうが結合定数が大きい。



図 5.2 GaAs/AlAs 共鳴トンネル構造における界面フォノンの分散。上 側の図は、井戸幅 a が 50Å で障壁層幅 b が 100Å の場合で、下側の図は、 a = 50Å、b = 25Åの場合である。実線が GaAs に起因する S⁺モード (S⁺モード)、破線が GaAs に起因する S⁻モード (S⁻₀モード)、一点鎖線 が AlAs に起因する S⁺モード (S⁺₁モード)、二点鎖線が AlAs に起因する S⁻モード (S⁻₁モード)を表す。点線に閉じ込められたフォノンの振動数を 示す。

5.3. 共鳴トンネル構造におけるフォノンモード



図 5.3 GaAs/AlAs 共鳴トンネル構造における界面フォノンの結合定数の q依存性。上側の図は、井戸幅 a が 50Å で障壁層幅 b が 100Å の場合で、 下側の図は、a = 50Å、b = 25Å の場合である。実線が S⁺₀モード、破線 が S⁻₀モード、一点鎖線が S⁺₁モード、二点鎖線が S⁻₁モードを表す。点線 に閉じ込められたフォノンの結合定数を示す。

98 第5章. 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれた共鳴トンネル現象の解析

形状因子

対称な界面フォノンの形状因子 $F_s^{\pm}(q)$ は井戸層のみにいる電子 $(|\xi_0(z)|^2 = 0$ if $|z| > \frac{1}{2}a)$ にたいして、

$$F_{\rm S}^{\pm}(q) = \frac{1}{\Lambda^{\pm}(D^{\pm}+1)} \left\{ \int_{-a/2}^{a/2} dz \frac{\cosh qz}{\cosh \frac{1}{2}qa} \left| \xi_0(z) \right|^2 \right\}^2 \tag{5.15}$$

となる。ここで、

$$\Lambda^{\pm} = \frac{1}{2}(1-B)B\left(\frac{D^{\pm}+1}{D^{\pm}-B}\right)^2 + \frac{1}{2}(1+B)B\left(\frac{D^{\pm}-1}{D^{\pm}-B}\right)^2$$
(5.16)

である。共鳴トンネル構造における形状因子のq依存性を図 5.4に示す。図 5.4は、井戸層 の電子の波動関数として、簡単のため、

$$\xi_0(z) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos \frac{\pi}{a} z \tag{5.17}$$

として計算した結果である。

閉じ込められたフォノンの形状因子 $F_{C}(q)$ は qa のみの関数であり、障壁層幅 bに依存しない。そして、いま、式 (5.17)のような波動関数を仮定しており、 $F_{S}^{+}(q) + F_{S}^{-}(q) + F_{C}(q) = F_{B}(q)$ が成立つので、2種類の対称な界面フォノンの形状因子の和 $F_{S}^{+}(q) + F_{S}^{-}(q)$ も障壁層幅によらない。すなわち、障壁層幅が変化しても、S⁺モードの寄与と S⁻モードの寄与と o割合が変化するだけであり、その和は障壁層幅によらない。

界面フォノンに付随した電界成分は、界面からフォノンの面内波長程度の範囲に広がっているので、 $qa \leq 1$ 程度の長波長になると界面フォノンの寄与が閉じ込められたフォノンの寄与を上回るようになる。そして、障壁層幅が井戸幅より薄い場合は、 $qa \leq 1$ になると、 $z = \pm(\frac{1}{2}a + b)$ の界面の影響が井戸層に及ぶようになるので、 $(z = \frac{1}{2}a$ の界面と $z = \frac{1}{2}a + b$ の界面とでその電界の面内成分の符号が同じである)S⁺モードの寄与が主となり、長波長の極限 ($qa \rightarrow 0$) では S⁺モードの寄与のみが残る。逆に、障壁層幅が井戸幅より厚い場合は、 $qa \leq 1$ になっても、 $qb \leq 1$ にならない限り、 $z = \pm(\frac{1}{2}a + b)$ の界面の影響は井戸層におよばないので、S⁻モードの寄与が大きい。しかし、障壁層幅が有限である限り、やはり、長波長の極限では S⁺モードの寄与のみが残る。(障壁層幅が無限大の極限で S⁻モードは、単一量子井戸構造の対称な界面モードになるモードである。)

以上のようなことより、図5.4に示した形状因子はつぎのような波数依存性を示す。

- 長波長の極限では S⁺モードの対称な界面フォノンの形状因子 F⁺_S(q) のみが残る。
- 短波長の極限では、閉じ込められたフォノンの形状因子 F_C(q) のみが残る。
- 障壁層の幅が井戸層の幅より厚い場合は、中間の領域 ($qa \approx 1$) で $F_{S}^{-}(q)$ がもっとも 大きくなるが、逆の場合は、そのような領域はない。

結合定数と形状因子との積

電子-フォノン相互作用の強さは、結合定数と形状因子との積で定まる。GaAs と AlAs とで作られた共鳴トンネル構造における結合定数と形状因子との積の g依存性を図 5.5に示 す。長波長の極限 ($qa \rightarrow 0$) では、形状効果により S⁺モードの界面フォノンのみが電子-フォノン相互作用に寄与する。そして、S⁺モードは、q = 0 のとき、GaAs の LO フォノ ン (S⁺₀モード) か AlAs の TO フォノン (S⁺₀モード) になるので、結局、長波長の極限では、 GaAs に起因した S⁺₀モードの寄与のみが残る。すなわち、長波長の極限では、電極 (GaAs) に起因したモードの寄与のみが残る。これは、第3章で述べた、量子井戸構造中の電子が、 長波長の極限では、障壁層のフォノンのみと相互作用するようになる、ということと同じ である。共鳴トンネル構造の電極が、量子井戸構造の障壁層に相当する。

障壁層の幅が井戸層の幅より厚い場合は、少し波長が短くなると ($qa \approx 1$)、形状効果に より、電極の影響が井戸層におよばなくなり、S⁻のモードの寄与がもっとも大きくなる。 そして、S⁻モードのうち、q=0のとき LOフォノンの振動数になる AlAs に起因した S₁ モードの結合定数のほうが、q=0のとき TOフォノンの振動数になる GaAs に起因した S₀モードの結合定数より大きいので、 $qa \approx 1$ 程度の波長領域では障壁層 (AlAs) に起因し たモードの寄与がもっとも大きくなる。すなわち、障壁層の幅が井戸層の幅より厚い場合 は、 $qa \approx 1$ 程度の波長では、井戸層にいる電子には、一番外側に電極があるかどうか、と いうことがほとんど関係なくなり、結果として、単一量子井戸構造中の電子の場合と同様 に、障壁層のフォノンとおもに相互作用する。障壁層の幅が井戸層の幅より薄い場合には、 界面フォノンが重要であるような波長でみると、井戸層の電子は、つねに電極を感じるた め、障壁層 (AlAs) に起因したフォノンが重要であるような波長領域は存在しない。

さらに波長が短くなると (qa > 2) 、障壁層の厚さに関係なく、障壁層の影響が井戸層に およばなくなるので、井戸層に閉じ込められたモード寄与のみが残る。

以上のことから、つぎのようなことが言える。

- 障壁層幅が井戸幅より厚い場合は、q=0から波長が短くなるにつれて、電子とおもに相互作用するフォノンモードが、GaAs(電極)に起因したモード → AlAs(障壁層)に起因したモード → GaAs(井戸層)に起因したモード、という順番で変わっていく。すなわち、AlAs に起因したフォノンの寄与がもっとも大きくなる波長領域がある。
- 障壁層幅が井戸幅より薄い場合は、どのような波長領域でも、GaAs に起因したフォ ノンの寄与が大きい。



図 5.4 共鳴トンネル構造における形状因子のq依存性。上側の図は、井 戸幅aが 50Å で障壁層幅bが 100Å の場合で、下側の図は、a = 50Å、 b = 25Å の場合である。実線が $F_{S}^{+}(q)$ 、破線が $F_{S}^{-}(q)$ 、点線が閉じ込め られたフォノンの形状因子 $F_{C}(q)$ である。



図 5.5 GaAs/AlAs 共鳴トンネル構造における結合定数と形状因子との 積の q依存性。上側の図は、井戸幅 a が 50Å で障壁層幅 b が 100Å の場 合で、下側の図は、a = 50Å、b = 25Å の場合である。実線が S⁺₀モード、 破線が S⁻₀モード、一点鎖線が S⁺₁モード、二点鎖線が S⁻₁モード、点線が 閉じ込められたフォノンを表す。
102 第5章. 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれた共鳴トンネル現象の解析

5.4 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれた共鳴トンネル 電流の解析結果

5.4.1 電子のスペクトル関数

電極において電子は自由であり、井戸層でのみフォノンと相互作用すると考えているの で、式 (5.6) のように、共鳴トンネル電流は井戸内の電子のスペクトル関数 ($-\operatorname{Im} G(\mathbf{k}, \omega)$) によって定まる。電子-フォノン相互作用がない場合は、式 (5.10) より、 $-\operatorname{Im} G(\mathbf{k}, \omega) =$ $\Gamma/[\{\omega - (E_0 + E_k)\}^2 + \Gamma^2]$ となり、ローレンツ型の共鳴トンネル確率を得る。井戸層にお いて電子とフォノンとが相互作用をすると、電子のスペクトル関数はつぎのように変化す る。(電子とバルクフォノンとの相互作用を例に説明する。)

- 1. 電子がフォノンと結合することにより安定化しエネルギーが低下する。その結果、ス ペクトル関数のメインのピーク($\omega = k^2/2m^*$ のピーク)が低エネルギー側に移動する。
- 2. 電子が1個のフォノンと結びついた新しい状態ができるので、 $\omega = k^2/2m^* + \omega_{LO}$ に ピークが現れる。(一般的にはN個のフォノン(N>1)と電子とが結びついた状態も 考えられるが、そのような結合は弱いので無視する。)
- 3. 電子とフォノンとの分散は $(k,\omega) = (k_{LO}, \omega_{LO})$ で交わるので、 $k \approx k_{LO}$ になると電子 とフォノンとは共鳴的に結合し新しい状態を形成する。その結果、 $\omega = \omega_{LO}$ にピーク が現れる。ここで $k_{LO} = (2m^*\omega_{LO})^{1/2}$ である。
- k > k_{LO}になると、電子は実際に1個のフォノンを放出することができるようになり、 電子の寿命が短くなるので、メインのピークがダンプする。

図 5.6から図 5.8に井戸層における電子のスペクトル関数を示す。図には下向きの矢印で $k^2/2m^* + \omega_{LO} + \Sigma_{ep}(0,0)$ を、上向きの矢印で $\omega_{LO} + \Sigma_{ep}(0,0)$ の位置を示している。バル クフォノンを仮定して求めた図には ω_{LO}^{GaAs} に対応する矢印が2本、誘電性連続体モデルを用 いて求めた図には $\omega_{LO}^{GaAs} \ge \omega_{LO}^{AlAs}$ とに対応する矢印が4本ある。($\omega_{LO}^{GaAs} < \omega_{LO}^{AlAs}$ である)



図 5.6 GaAs/AlAs 共鳴トンネル構造 (a = 50Å, b = 100Å)の井戸層に おける電子のスペクトル関数。 $(k/k_{LO}^{GaAs})^2 = 0.0$ の場合。上側の図は電 子とバルクフォノンとの相互作用を仮定した場合で、下側の図は誘電性 連続体モデルをもちいた場合。点線に電子とフォノンとの相互作用がな い場合を示した。



図 5.7 GaAs/AlAs 共鳴トンネル構造 (a = 50Å、b = 100Å)の井戸層に おける電子のスペクトル関数。 $(k/k_{LO}^{GaAs})^2 = 0.6$ の場合。上側の図は電 子とバルクフォノンとの相互作用を仮定した場合で、下側の図は誘電性 連続体モデルをもちいた場合。点線に電子とフォノンとの相互作用がな い場合を示した。



図 5.8 GaAs/AlAs 共鳴トンネル構造 (a = 50Å, b = 100Å)の井戸層に おける電子のスペクトル関数。 $(k/k_{LO}^{GaAs})^2 = 1.2$ の場合。上側の図は電 子とバルクフォノンとの相互作用を仮定した場合で、下側の図は誘電性 連続体モデルをもちいた場合。点線に電子とフォノンとの相互作用がな い場合を示した。

106 第5章. 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれた共鳴トンネル現象の解析

5.4.2 共鳴トンネル電流

図 5.9にトンネル電流の計算結果を示す。横軸の△は、図 5.1に示したように、電子-フォ ノン相互作用がない場合の共鳴準位 E₀とエミッタ電極の伝導帯端との差を表している。し たがって、図 5.9の点線に示したように、電子-フォノン相互作用を考慮にいれない場合の 共鳴トンネル電流は△=0のとき最大になる。電子-フォノン相互作用を考慮にいれると、 共鳴準位が低くなるので、共鳴トンネル電流のメインのピークが△=0より少し低電圧側 に移動する。

電極におけるフェルミエネルギーが $E_{\rm F}$ のとき、相互作用に関わるフォノンの面内波数 は、フェルミ波数 $k_{\rm F} = (2m^*E_{\rm F})^{1/2}$ 程度以下である。図の場合、 $E_{\rm F} = 10$ meV であるので、 相互作用に関わるフォノンの面内波数は $qa \leq k_{\rm F}a = 0.7$ 程度であり、界面フォノンの寄与 のほうが、閉じ込められたフォノンの寄与より大きいと考えられる。このような波長領域 の場合、図 5.5で示したように、障壁層幅が厚い (a = 50Å,b = 100Å) 場合には、GaAs に 起因した界面フォノンと AlAs に起因した界面フォノンとが同程度の寄与をするが、障壁 層幅が薄い (a = 50Å,b = 25Å) 場合には、おもに GaAs に起因する界面フォノンのみが電 子-フォノン相互作用に関わる。その結果、図 5.9のように、障壁層幅が厚い場合は GaAs と AlAs とのフォノンに起因した 2 個のサブピークがみられるのにたいして、障壁層幅が 薄い場合は、AlAs のフォノンに起因したサブピークは小さく、バルクモデルで計算した共 鳴トンネル電流との差が小さいことがわかる。



図 5.9 GaAs/AlAs 共鳴トンネル構造における共鳴トンネル電流。上側の図は、井戸幅 a が 50Å で障壁層幅 b が 100Å の場合で、下側の図は、a = 50Å、b = 25Å の場合。電極におけるフェルミエネルギー $E_{\rm F}$ は 10meV とした。実線が誘電性連続体モデルを用いて求めた結果であり、破線がバルクフォノンを仮定して求めた結果である。点線に電子-フォノン相互作用がない場合の結果を示した。

108 第5章. 電子--界面フォノン相互作用を考慮にいれた共鳴トンネル現象の解析

5.5 結言

井戸層における電子と光学フォノンとの相互作用の影響が、GaAs と AlAs とで作られた 対称な2重障壁共鳴トンネル構造を流れる、共鳴トンネル電流におよぼす影響について解 析した。どのようなモードのフォノンの寄与が大きいか、という点について詳しく調べた。

誘電性連続体モデルを用いて共鳴トンネル構造におけるフォノンモードを求め⁹、その結 果を用いて、トランスファ・ハミルトニアンの方法⁷により、共鳴トンネル電流を求めた。電 子は井戸層でのみフォノンと相互作用するとした。

誘電性連続体モデルから次のようなことがわかった。障壁層幅bが井戸幅aより厚い場合、相互作用に関わるフォノンの面内波数がq = 0から大きくなるにつれて、井戸内の電子は、GaAs(電極)に起因したモード → AlAs(障壁層)に起因したモード → GaAs(井戸層)に起因したモードとおもに相互作用するが、障壁層幅が井戸幅より薄い場合は、どのような波長領域でも、電子はGaAsに起因したフォノンと相互作用をおこなう。そして、トンネル電流を求めた結果、a = 50Å、b = 100Å で電極におけるフェルミエネルギー E_F が 10meVの場合には、共鳴トンネル電流のバレイ部分にGaAs とAlAsのフォノンに起因する2つのサイドバンドが現れるが、a = 50Å、b = 25Åの場合はAlAsのフォノンに起因するサイドバンドは小さく、GaAsに起因した1個のサイドバンドのみにみえる、という結果を得た⁹。Eavesらは、

- 障壁層のほうが厚いGaAs/Al_{0.4}Ga_{0.6}As(83Å)/GaAs(58Å)/Al_{0.4}Ga_{0.6}As(111Å)/GaAs
 の2重障壁トンネル構造では、GaAsとAlAsのフォノンに起因する2つのサイドバンドがみられる。
- 障壁層のほうが薄いGaAs/Al_{0.4}Ga_{0.6}As(56Å)/GaAs(117Å)/Al_{0.4}Ga_{0.6}As(56Å)/GaAs
 の2重障壁トンネル構造では、GaAsのフォノンに起因する1つのサイドバンドがみられる。

という測定結果を得ている⁴。この結果は、障壁層幅と井戸幅との大小により、サイドバンドの個数が2個になったり、1個になったりする、という点で本研究の結果と定性的に一致する。しかし、定量的に比較しようとすると、本論文で無視してきた、(i)バンドの曲がりの効果、(ii)井戸層での電荷蓄積の効果、(iii)障壁層や電極における電子-フォノン相互作用の効果なども考慮に入れなければならない。

参考文献

- 1 V.J. Goldman, D.C. Tsui and J.E. Cunningham, Phys. Rev. B36, 7635 (1987).
- 2 V.J. Goldman, D.C. Tsui and J.E. Cunningham, Phys. Rev. B35, 9387 (1987).
- 3 H. Bando, T. Nakagawa, H. Tokumoto, K. Ohta and K. Kajimura, Jpn. J. Appl. Phys. 26 (Supplement 26-3), 765 (1987).
- 4 L. Eaves, E.S. Alves, M. Henini, O.H. Hughes, M.L. Leadbeater, C.A. Payling, F.W. Sheard, G.A. Toombs, A. Celeste, J.C. Portal, G. Hill and M.A. Pate, in *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics II*, edited by G. Landwehr, (Springer-Verlag, Berlin, 1988), p. 324.
- 5 G.D. Mahan, in Many-Particle Physics, (Plenum Press, New York, 1981), p. 269.
- 6 N.S. Wingreen, K.W. Jacobsen and J.W. Wilkins, Phys. Rev. Lett. 61, 1396 (1988).
- 7 M. Jonson, Phys. Rev. B39, 5924 (1989).
- 8 W. Cai, T.F. Zheng, P. Hu, B. Yudanin and M. Lax, Phys. Rev. Lett. 63, 418 (1989).
- 9 森, 谷口, 浜口, 第 37 回 応用物理学会関係連合講演会, 30p-PC-42, 平成 2 年 3 月. N. Mori, K. Taniguchi and C. Hamaguchi, Phys. Rev. B (to be submitted).
- 10 A.A. Klochikhin, Sov. Phys.-Solid. State 21, 1770 (1979).

第6章

結論

半導体ヘテロ構造における磁気フォノン共鳴と電子-フォノン相互作用に関する研究の 結果を第2章から第5章にわたって述べてきたが、得られた結果を総括すると次のように なる。

- 単一ヘテロ構造における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴による磁気抵抗の解析的 な式を導いた。解析的な磁気抵抗の式には状態密度の効果を取り入れなかったので、 この式をそのまま用いて共鳴磁界の解析をおこなうことは困難である。
- 2. GaAs/AlGaAs 単一ヘテロ構造では、状態密度の幅は障壁層に選択ドープされた不純 物散乱に支配されているとすると、Brummell らの測定結果にみられた磁気抵抗の振 幅の電子密度依存性を、ランダウ準位の幅の電子密度依存性によって説明することが できた。
- 3. 状態密度の効果による P番目の共鳴磁界の (見かけの) 移動量は、 N_P^{dos} 以上の電子 密度では正 (高磁界側への移動) になる。 $\ln \text{GaAs}/\ln P$ 系のヘテロ構造では、 $N_3^{\text{dos}} =$ $4.6 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$ であるので、Leadley らの測定結果—電子密度が 0.8 ~ 7.6 × 10^{11}cm^{-2} の $\ln P/\ln \text{GaAs}/\ln P$ 量子井戸構造において、フォノンの振動数が電子密度の増加と ともに単調に減少する、という測定結果—を説明することはできない。
- 4. 電子間の相互作用による共鳴磁界の移動量は数%程度である。
- 5. 誘電性連続体モデルを用いて光学フォノンを介した電子間の2次元の相互作用を求めた。光学フォノンを介した電子間の2次元の相互作用は、電子の波動関数によらない結合定数と物質定数によらない形状因子との積として表せ、各フォノンモードの形状因子の和はつねにバルクフォノンの形状因子に等しくなることを明らかにした。
- 6. 低電界における2次元電子ガスの移動度の解析をおこなった結果、井戸幅の薄い量子 井戸構造中の電子はおもに障壁層のフォノンと相互作用することを見いだした。
- 7. 電子と界面フォノンとの相互作用による磁気フォノン共鳴について考察し結果、電 子密度があまり高くない通常の GaAs/AlGaAs や InGaAs/InAlAs 単一ヘテロ構造で は、電子の存在する位置が界面から遠すぎるため、電子と界面フォノンとの相互作用 は無視できることがわかった。また、InP/InGaAs/InP 量子井戸構造のように障壁層

の結合定数が大きい素子では、比較的厚い井戸幅の素子でも、界面フォノンの寄与が 大きくなることがわかった。

- 8. 誘電性連続体モデルと ABZ 理論とを用いて GaAs/AlGaAs/GaAs 単一障壁トンネル ダイオードにおける電流電圧特性を計算し、Hirakawa の測定結果と比較した。その 結果、
 - 印加電圧がGaAsとAlAsのフォノンのエネルギーを越えた領域でコンダクタンスの減少が見られた。
 - GaAs のフォノンのエネルギーに相当する印加電圧のときのコンダクタンスの減少量は3%程度である。
 - AlAsのフォノンのエネルギーに相当する印加電圧のときのコンダクタンスの減 少量はGaAsの4分の1程度である。
 - GaAsのフォノンに起因するコンダクタンスの減少はバルクGaAsのLOフォノンのエネルギーに相当する印加電圧のときに起こるが、AlAsのフォノンに起因するコンダクタンスの減少はバルクAlGaAsのAlAs-likeのLOフォノンとTOフォノンのエネルギーの中間の印加電圧のときに起こる。

という点で測定結果と計算結果とは一致したが、測定結果では、コンダクタンスはカ スプ状に減少し、計算結果では、コンダクタンスはステップ状に減少するという違い が残った。

9. 誘電性連続体モデルを用いて共鳴トンネル構造におけるフォノンモードを求め、トランスファ・ハミルトニアンの方法を用いて、GaAs と AlAs とでつくられた共鳴トンネル構造における共鳴トンネル電流を求めた。その結果、電極におけるフェルミエネルギーが小さく、障壁層の幅が井戸層の幅より厚い場合には、トンネル電流のバレイ部分にGaAs と AlAs の2種類のモードに起因する2つのサイドバンドがあらわれる、という結果を得た。この結果は Eaves らの測定結果と定性的に一致した。

謝辞

本論文を結ぶにあたり、本研究をおこなった際に、終始親切にご指導ご鞭撻を賜った 浜口智尋教授に心から深く感謝の意を表します。また、筆者が大阪大学大学院工学研究科 に在学中に御指導を賜った興地斐男教授、吉野勝美教授、西原浩教授、寺田浩詔教授、 児玉慎三教授、白川功教授、裏克己教授に感謝の意を表します。

本研究過程において有意義なご助言を頂いた谷口研二助教授ならびに久保等技官に感謝します。

筆者が博士課程1年のときに、様々なご教示を受けた東京大学 安藤恒也教授ならびに 東京大学物性研究所の方々に心から感謝します。

超伝導マグネットを用いた実験をおこなう際にお世話になった脇坂義美氏、牧山博美氏 に感謝します。

本研究をおこなうあいだ、数々のご協力を頂いた浜口研究室の方々、特に、磁気フォノン共鳴の研究においてご助言、ご討論を頂いた、 檜原弘樹氏、 杉正哲也氏、 長谷川新氏、山崎剛氏、中村昇氏、村田拓史氏、福永茂氏、本論文をまとめる際の様々な雑用を快く引き受けてくださった百瀬英毅氏、北谷かおり氏に感謝します。

面倒な事務関係の仕事をして頂いた今西亜古秘書ならびに岩本敬子秘書に感謝します。 最後に両親と姉に心から感謝します。

研究業績

● 論文

- N. Mori and C. Hamaguchi, "Magnetophonon Resonance of Two-Dimensional Electron Gas in AlGaAs/GaAs Heterostructure", Technol. Rep. Osaka. Univ., vol. 37, pp. 127~133, (1987).
- (2) N. Mori, N. Nakamura, K. Taniguchi and C. Hamaguchi, "Magnetophonon Resonance in Crossed High Electric and Magnetic Field in Small n⁺nn⁺ GaAs Structure", Semicond. Sci. Technol., vol. 2, pp. 542~546, (1987).
- (3) N. Mori, N. Nakamura, K. Taniguchi and C. Hamaguchi, "Electric Field-Induced Magnetophonon Resonance", Solid-State Electron., vol. 31, pp. 777~780, (1988).
- (4) N. Mori, N. Nakamura, K. Taniguchi and C. Hamaguchi, "Magnetophonon Resonance at High Electric and Magnetic Fields in Small n⁺nn⁺ GaAs Structures", J. Phys. Soc. Japan, vol. 57, pp. 205~216, (1988).
- (5) 森 伸也, 浜口 智尋, "高電界における磁気フォノン共鳴", 固体物理, vol.23, pp.335~342, (1988).
- (7) N. Mori, H. Murata, K. Taniguchi and C. Hamaguchi, "Magnetophonon Resonance of Two-Dimensional Electron Gas in AlGaAs/GaAs Single Heterojunctions", 19th International Conference on The Physics of Semiconductors, edited by W. Zawadzki, vol. 1, pp. 331~334.
- (8) C. Hamaguchi, N. Mori, H. Murata and K. Taniguchi, "Magnetophonon Resonance of a Two-Dimensional Electron Gas in AlGaAs/GaAs Single Heterojunctions", *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics II*, edited by G. Landwehr (Springer-Verlag Berlin, Heidenberg, 1989), pp. 541~544.

- (9) N. Mori, K. Taniguchi, C. Hamaguchi, S. Sasa and S. Hiyamizu, "Magnetophonon Resonance of a Two-Dimensional Electron Gas in a Quantum Well", J. Phys. C:Solid State Phys., vol. 21, pp. 1791~1805, (1988).
- (10) N. Mori, H. Murata, K. Taniguchi and C. Hamaguchi, "Magnetophonon-Resonance Theory of the Two-Dimensional Electron Gas in Al_xGa_{1-x}As/GaAs Single Heterostructures", Phys. Rev. B, vol. 38, pp. 7622~7634, (1988).
- (11) N. Mori and T. Ando, "Electron-Optical-Phonon Interaction in Single and Double Heterostructures", Phys. Rev. B, vol. 40, pp. 6175~6188, (1989).
- (12) C. Hamaguchi and N. Mori, "Magnetophonon Resonance in Semiconductors", Physica B, vol. 164, pp. 85~96, (1990).
- 学会発表
 - (1) 森 伸也, 檜原 弘樹, 浜口 智尋, 佐々 誠彦, 冷水 佐壽, "AlGaAs/GaAs/AlGaAs 量子 井戸における磁気フォノン共鳴", 第 33 回 応用物理学会関係連合講演会, 2p-R-12, 昭 和 61 年 4 月.
 - (2) 森 伸也,安田 直樹,浜口 智尋,近藤 和夫,佐々 誠彦,冷水 佐壽, "AlGaAs/GaAs ヘテ ロ構造素子における磁気フォノン共鳴",第47 回 応用物理学会学術講演会,30a-C-4, 昭和 61 年 9 月.
 - (3) 森伸也,谷口研二,浜口智尋,佐々誠彦,冷水佐壽,"AlGaAs/GaAs/AlGaAs単一量 子井戸における磁気フォノン共鳴",第34回応用物理学会関係連合講演会,28p-V-12, 昭和62年3月.
 - (4) 森 伸也, 谷口 研二, 浜口 智尋, 光定 一道, "短電極 GaAs における磁気フォノン共鳴
 (III)", 第48 回 応用物理学会学術講演会, 20a-ZE-1, 昭和 61 年 10 月.
 - (5) 森 伸也,村田 拓史,谷口 研二,浜口 智尋, "HEMT における磁気フォノン共鳴と状態 密度",第 35 回 応用物理学会関係連合講演会,28p-ZB-3,昭和 63 年 3 月.
 - (6) 村田 拓史,森 伸也,谷口 研二,浜口 智尋,"HEMT における二次元電子ガスの非放物 線性",第35回 応用物理学会関係連合講演会,28p-ZB-4,昭和63年3月.
 - (7) 村田 拓史,森 伸也,谷口 研二,浜口 智尋,佐々 誠彦, "InAlAs/InGaAs ヘテロ構造素 子における磁気フォノン共鳴",第49回 応用物理学会学術講演会,4p-C-4,昭和63年 10月.
 - (8) 森 伸也, 浜口 智尋, 安藤 恒也, "GaAs/AlAs ヘテロ構造における界面フォノンによる 磁気フォノン共鳴", 第44回 日本物理学会年会, 29a-G-5, 平成元年3月.

- (9) 村田 拓史, 福永 茂, 森 伸也, 谷口 研二, 浜口 智尋, 佐々 誠彦, "InAlAs/InGaAs 単-ヘテロ構造素子における磁気フォノン共鳴", 第44回 日本物理学会年会, 31a-H-10, 平成元年3月.
- (10) 福永 茂,村田 拓史,森 伸也,谷口 研二,浜口 智尋,佐々 誠彦,"InGaAs/InAlAs 単一 ヘテロ構造素子における2次元電子ガスの磁気フォノン共鳴 I",第36回 応用物理学 会関係連合講演会,1a-S-5,平成元年4月.
- (11) 村田 拓史, 福永 茂, 森 伸也, 谷口 研二, 浜口 智尋, 佐々 誠彦, "InGaAs/InAlAs 単一 ヘテロ構造素子における 2 次元電子ガスの磁気フォノン共鳴 II", 第 36 回 応用物理 学会関係連合講演会, 1a-S-6, 平成元年 4 月.
- (12) 森 伸也,村田 拓史,谷口 研二,浜口 智尋,"InGaAs/InAlAs ヘテロ構造における電子-光学フォノン相互作用",日本物理学会秋の分科会、3a-C-9,平成元年10月.
- (13) 村田 拓史,森 伸也,谷口 研二,浜口 智尋, "InGaAs/InAlAs 単一ヘテロ構造における 磁気フォノン共鳴",日本物理学会秋の分科会、5p-C-6、平成元年10月.
- (14) 森 伸也,谷口 研二,浜口 智尋,"電子と界面モードのフォノンとの相互作用を考慮に いれた共鳴トンネリング",第37回 応用物理学会関係連合講演会,30p-PC-42,平成 2年3月.
- (15) 吉川 明宏,村田 拓史,森 伸也,谷口 研二,浜口 智尋,"InGaAs/InAlAs 単一ヘテロ構造 における二次元電子ガスの移動度",第37回 応用物理学会関係連合講演会,31p-D-16, 平成2年3月.
- (16) 村田 拓史,吉川 明宏,森 伸也,谷口 研二,浜口 智尋,"InGaAs/InAlAs 単一ヘテロ構造における磁気フォノン共鳴",第37回 応用物理学会関係連合講演会,31p-D-17,平成2年3月.
- (17) 森 伸也, 谷口 研二, 浜口 智尋, "電子と界面モードのフォノンとの相互作用を考慮に いれたトンネリング", 第51 回 応用物理学会学術講演会, 29a-ZL-11, 平成2年9月.

