Title	ORIENTED AND WEAKLY COMPLEX BORDISM ALGEBRA OF FREE PERIODIC MAPS
Author(s)	Shibata, Katsuyuki
Citation	大阪大学, 1974, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/24582
rights	
Note	

【27】

氏名・(本籍)	柴田勝征
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 3026 号
学位授友の日付	昭和49年3月15日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**自由周期写像の有向および弱概複素同境代数**
論文審査委員	(主査) 教授 中岡　稔 (副査) 教授 村上　信吾　教授 尾関　英樹

論文内容の要旨

第1節においては、自由同変有向同境群の定義があたえられる。Xを位相空間とし、τ:X→Xを対合 (involution)、すなわち$\tau\cdot\tau$がXの恒等写像となる様な連続写像とするとき (X, τ) の自由同変保向同境群 (free equivariant orientation-preserving bordism group) $\hat{\Omega}^+_*(X, \tau)$ および自由同変逆向 (orientation-reversing) 同境群 $\hat{\Omega}^-_*(X, \tau)$ を定義するわけである。Ω_* を Thomの有向同境環とするとき、$\hat{\Omega}^+_*(X, \tau)$ および $\hat{\Omega}^-_*(X, \tau)$ は自然な方法で、有階 Ω_* 加群の構造をもつ。

(X, τ) を対合とするとき、適当な性質を満足する写像 Φ:X×X→Xが存在すれば、$\hat{\Omega}^\pm_*(X, \tau)$ に積が定義され、Ω_* 代数の構造をもつ。

第2節では、球面の対極対合 (S^n, a) に関して、$\hat{\Omega}^\pm_*(S^n, a)$ の Ω_* 加群としての直和分解を得る。たとえば $\hat{\Omega}^-_*(S^{2n+1}, a) = \bigoplus_{n\geqq i\geqq 0} D^{2i}\hat{\Omega}^-_*(S^1, a)$ で、D^{2i} は次元を2iだけ増加させる単準同型写像である。

第3節では、前節の D^{2i} を別の単準同型写像 E^{2i} におきかえて、同様の直和分解を得る。これにより、自由同変保向同境加群 $\hat{\Omega}^+_*(Z_2) \cong \hat{\Omega}^+_*(S^\infty, a)$ の直和分解 $\Omega_*\{\{[Z^2, Z^2]\}\} \oplus \{\bigoplus_{i\geqq 0} E^{2i+1}\hat{\Omega}^-_*(S^1, a)\}$ および逆向同境加群 $\hat{\Omega}^-_*(Z_2) \cong \hat{\Omega}^-_*(S^\infty, a)$ の直和分解 $\bigoplus_{i\geqq 0} E^{2i}\hat{\Omega}^-_*(S^1, a)$ を得る。

第4節では、C. T. C. Wall によって決定された Ω_* の環構造を用いて、$\hat{\Omega}^-_*(S^1, a)$ の Ω_*代数としての構造を決定する。これと前節の直和分解定理から $\hat{\Omega}^\pm_*(S^n, a)$ および $\hat{\Omega}^\pm_*(Z_2)$ の Ω_* 加群としての構造が定められる。

第5節では、第1節で述べたポントリャーギン積による $\hat{\Omega}^\pm_*(Z_2)$ の Ω_* 代数としての構造を検討する。第3節で定義した準同型写像 E^{2i} は $[S^{2i}, a]$ を乗ずる事に等しいので、第4節の結果を用いると、$\hat{\Omega}^+_*(Z_2)$ および $\hat{\Omega}^-_*(Z_2)$ の Ω_* 代数としての極小生成系を得る。

第6節では、今まで調べて来た周期2の自由写像の有向同境群と類似の概念である奇数周期の自由写像の有向同境群や、弱概複素構造を保つ自由写像の同境群の構造も、前節までと同様の方法で決定

できる事を示す。これらの場合には、直和分解定理は成り立たないが、形式群（formal group）の概念を用いると Ω_* 加群（または Ω_*^U 加群）の構造が正確に記述される。

第7節では、前節の弱概複素同境群に関する結果を用いて、レンズ空間に関するある種の同変写像が存在する為の、多様体の次元に関する条件を計算する。この問題について、これまでに知られていた結果を拡張する事ができる。

論文の審査結果の要旨

巡回群 Zp の有向閉多様体上への自由作用の同境類がつくる加群 $\Omega_*(Zp)$ の構造は p が奇素数の場合は Conner-Floyd により決定されているが、本論文では $p=2$ の場合を決定する。Thom の有向同境環 Ω_* は奇数の torsion をもたないが、2-torsion をもつために、$\Omega_*(Z_2)$ の決定は、奇素数 p の場合と同列にはいかない。著者はこの困難を、同変理論の見地にたつて、向きを伴うものと同時に、向きを逆にする自由作用の同境類のつくる加群を考察し、両者の関連をうまく利用することによって克服する。著者はさらに $\Omega_*(Z_2)$ の Pontrjagin 積による環構造も決定する。さらに弱複素構造を伴う自由作用のつくる同境群についても考察して、形式群の利用によって、その構造を決定し、それを応用してある種の同変写像の存在条件を与えている。

以上のように、柴田君の研究は多様体上の群作用の研究において基本的な $\Omega_*(Z_2)$ および関連する群の構造を解明したものであり、本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。