

Title	ORIENTED AND WEAKLY COMPLEX BORDISM ALGEBRA OF FREE PERIODIC MAPS
Author(s)	Shibata, Katsuyuki
Citation	大阪大学, 1974, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/24582
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

[27]

氏名・(本籍)	しば た かつ ゆき 柴 田 勝 征
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 3 0 2 6 号
学位授友の日付	昭和 49 年 3 月 15 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学位論文題目	自由周期写像の有向および弱複素同境界代数
論文審査委員	(主査) 中岡 稔 (副査) 村上 信吾 教授 尾関 英樹

論 文 内 容 の 要 旨

第 1 節においては、自由同変有向同境界群の定義があたえられる。 X を位相空間とし、 $\tau: X \rightarrow X$ を対合 (involution)、すなわち $\tau \cdot \tau$ が X の恒等写像となる様な連続写像とするとき (X, τ) の自由同変保向同境界群 (free equivariant orientation-preserving bordism group) $\hat{\Omega}_*^+(X, \tau)$ および自由同変逆向 (orientation-reversing) 同境界群 $\hat{\Omega}_*^-(X, \tau)$ を定義するわけである。 Ω_* を Thom の有向同境界環とすると、 $\hat{\Omega}_*^+(X, \tau)$ および $\hat{\Omega}_*^-(X, \tau)$ は自然な方法で、有階 Ω_* 加群の構造をもつ。

(X, τ) を対合とすると、適当な性質を満足する写像 $\Phi: X \times X \rightarrow X$ が存在すれば、 $\hat{\Omega}_*^+(X, \tau)$ に積が定義され、 Ω_* 代数の構造をもつ。

第 2 節では、球面の対極対合 (S^n, a) に関して、 $\hat{\Omega}_*^+(S^n, a)$ の Ω_* 加群としての直和分解を得る。たとえば $\hat{\Omega}_*^-(S^{2n+1}, a) = \bigoplus_{n \geq i \geq 0} D^{2i} \hat{\Omega}_*^-(S^i, a)$ で、 D^{2i} は次元を $2i$ だけ増加させる単準同型写像である。

第 3 節では、前節の D^{2i} を別の単準同型写像 E^{2i} におきかえて、同様の直和分解を得る。これにより、自由同変保向同境界加群 $\hat{\Omega}_*^+(Z_2) \cong \hat{\Omega}_*^+(S^\infty, a)$ の直和分解 $\Omega_* \{[Z^2, Z^2]\} \oplus \bigoplus_{i \geq 0} E^{2i+1} \hat{\Omega}_*^-(S^i, a)$ および逆向同境界加群 $\hat{\Omega}_*^-(Z_2) \cong \hat{\Omega}_*^-(S^\infty, a)$ の直和分解 $\bigoplus_{i \geq 0} E^{2i} \hat{\Omega}_*^-(S^i, a)$ を得る。

第 4 節では、C. T. C. Wall によって決定された Ω_* の環構造を用いて、 $\hat{\Omega}_*^-(S^i, a)$ の Ω_* 代数としての構造を決定する。これと前節の直和分解定理から $\hat{\Omega}_*^+(S^n, a)$ および $\hat{\Omega}_*^+(Z_2)$ の Ω_* 加群としての構造が定められる。

第 5 節では、第 1 節で述べたポントリャーギン積による $\hat{\Omega}_*^+(Z_2)$ の Ω_* 代数としての構造を検討する。第 3 節で定義した単準同型写像 E^{2i} は $[S^{2i}, a]$ を乗ずる事に等しいので、第 4 節の結果を用いると、 $\hat{\Omega}_*^+(Z_2)$ および $\hat{\Omega}_*^-(Z_2)$ の Ω_* 代数としての極小生成系を得る。

第 6 節では、今まで調べて来た周期 2 の自由写像の有向同境界群と類似の概念である奇数周期の自由写像の有向同境界群や、弱複素構造を保つ自由写像の同境界群の構造も、前節までと同様の方法で決定

できる事を示す。これらの場合には、直和分解定理は成り立たないが、形式群 (formal group) の概念を用いると Ω_* 加群 (または Ω_*^U 加群) の構造が正確に記述される。

第7節では、前節の弱複素同境界群に関する結果を用いて、レンズ空間に関するある種の変換写像が存在する為、多様体の次元に関する条件を計算する。この問題について、これまでに知られていた結果を拡張する事ができる。

論文の審査結果の要旨

巡回群 Z_p の有向閉多様体上への自由作用の同境界群がつくる加群 $\Omega_*(Z_p)$ の構造は p が奇素数の場合は Conner-Floyd により決定されているが、本論文では $p=2$ の場合を決定する。Thom の有向同境界環 Ω_* は奇数の torsion をもたないが、2-torsion をもつために、 $\Omega_*(Z_2)$ の決定は、奇素数 p の場合と同列にはいかない。著者はこの困難を、同変理論の見地にたつて、向きを伴うものと同時に、向きを逆にする自由作用の同境界群がつくる加群を考察し、両者の関連をうまく利用することによって克服する。著者はさらに $\Omega_*(Z_2)$ の Pontrjagin 積による環構造も決定する。さらに弱複素構造を伴う自由作用の同境界群についても考察して、形式群の利用によって、その構造を決定し、それを応用してある種の変換写像の存在条件を与えている。

以上のように、柴田君の研究は多様体上の群作用の研究において基本的な $\Omega_*(Z_2)$ および関連する群の構造を解明したものであり、本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。