

Title	ON VARIATION BICOMPLEXES ASSOCIATED TO DIFFERENTIAL EQUATIONS
Author(s)	Tsujishita, Toru
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11094/24598">http://hdl.handle.net/11094/24598</a>
DOI	
rights	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

氏名・(本籍)	辻 下 徹
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 5374 号
学位授与の日付	昭和 56 年 6 月 22 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学位論文題目	微分方程式に付随する変分二重複体について
論文審査委員	(主査) 教授 尾関 英樹 教授 松嶋 与三 教授 村上 信吾 助教授 田中 俊一

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、微分方程式  $R$  の局所解のジェット空間  $R_{\infty}$  上で定義されるド・ラーム複体  $\Omega_{\infty}^*$  と、解を保つベクトル場の空間  $L(R)$  とを考察し、それらを通して、 $R$  の解空間を調べる方法について論じた。

ヴィノグラドフは、1978年、束縛条件下のオイラー・ラグランジュ方程式の取扱いを明瞭にする目的で、 $\Omega_{\infty}^*$  に自然なフィルターを導入し、 $R$  のホモロジー的不変量として、スペクトル列  $E(R)$  を導入した。一方、ガブリエロフ、ゲルファント及びロシーフは、1976年、葉層構造の特性類を研究する過程で、或る種の二重複体を導入した。本論文は、この二重複体に相当するものが、一般の微分方程式について考えられることに注目し、これを用いて、 $E(R)$  を再構成した。この構成法は、 $E(R)$  に新たな意味付けを与え、たとえば、葉層構造の特性類が、発展方程式の保存量と同一の観点から捉えられ、ポットの消滅定理（即ち、形式解が真の解に変形できるための位相的必要条件の存在）が、一般の微分方程式に対しても定式化され、又、或る種のゲルファント・フックス型のコモホロジーが、可積分な  $G$  構造のモジュライ空間と関係付けられた。

実際の問題に、上の意味付けを適用するには、対応する  $E(R)$  に関する情報が必要である。本論文は、 $R$  が決定系の場合に、 $E_1$ -項の一部が、 $R_{\infty}$  上の線型で、初等的に解き得る微分方程式の解空間として表わされることを、ホモロジー代数の手法を用いて示した。これは、発展方程式の保存則で、局所密度を持つものをすべて求める具体的な方法を与える。

他方、 $L(R)$  の元は、リー・バックランド変換或いは一般化された ( $R$ ) の対称性などと呼ばれ、多くの研究がなされている。本論文では、一般の微分方程式  $R$  に対し、上と同様な  $L(R)$  の表示を与え、その応用として、 $R$  の接触変換を求める方法を与えた。又、 $R$  が変分問題のオイラー・ラグランジュ

方程式として与えられるとき、 $L(R)$ と $E(R)$ との関係を調べ、古典的なネーターの定理を精密化した。

### 論文の審査結果の要旨

辻下君の研究は、多様体上のある種の微分方程式系に対し、2重複体を構成し、そのスペクトル系列に対し、幾何学的意味づけを与え、特殊な場合に計算し、具体的結果を得て、いくつかの古典的結果との関連を示した。

この方面では、近来Vinogradovによる一般の微分方程式の研究、Gelfand-Fuksによる二重複体の構成、又葉層構造の特性類の研究等が盛んに行われて来ている。

辻下君は多様体上のファイバー・バンドルへの切断に対し考えられる微分方程式系を考え、このバンドルへの切断の無限次ジェットのなす空間内で、形式解のなす空間が(無限次元)多様体をなす場合を考えた。

このとき、形式解の作る多様体には自然な接続で平坦なものが存在することを示した。これを用い、そのドラム複体より二重複体を構成した。これよりスペクトル系列が得られる。微分方程式系よりスペクトル系列を得る過程が自然なので、このスペクトル系列は微分方程式系に対する一種の不変量を決定する。 $E_1$ -項は解の特性類を与え、葉層構造の特性類の一般化である。 $E_2$ -項は解のホモトピーの特性類を与え、 $E_\infty$ -項は形式解が真の解に変形出来るための必要条件を与える。

更に、一般のコーシー・コワレフスキー系の場合に、上のスペクトル系列を計算し、具体的結果を示した。とくに、 $E_1^{n-1}$ はLie-Bäcklund変換と対応することを示し、古典的Noetherの定理を精密化した。

以上の如く、辻下君の研究は微分方程式系の幾何学的研究の面に秀れた貢献をなし、又その発展・応用が強く期待されるものであり、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。