The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Impulsive control of symmetric Markov processes and quasi-variational inequalities
Author(s)	Nagai, Hideo
Citation	大阪大学, 1983, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/24603
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【16】

氏名・（本籍）	長井英生（ながい ひでお）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 6128 号
学位授与の日付	昭和58年6月15日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**対称マルコフ過程の衝撃制御と仮似変分不等式**
論文審査委員	（主査） 教授 福島 正俊 （副査） 教授 池田 信行　教授 渡辺 毅　教授 田邊 廣城

論文内容の要旨

マルコフ過程の制御問題は，基礎となるマルコフ過程にある種の制御が加わった確率過程に対して，与えられた量から決まる評価関数を設け，その評価関数を最小（あるいは最大）にする制御，並びにその最小値の関数—pay-off function —を求めるものである。特に pay-off function を解析的量—微（積）分方程式（不等式）の解—により特徴づけて求める事は，確率過程論と解析学の接点という意味でも重要とされる。ところで，拡散過程の衝撃制御問題においては，Bensoussan-Lions によりその pay-off function は仮似変分不等式の解として特徴づけられる事が示されたが，その際，新たな正則性の問題が生起し，その問題は，多数の解析学者により，以後研究されて来た。さて，本論文においては，この仮似変分不等式の解の正則性の議論を経ないで，直接その解をpay-off function に結びつけるという方向で，pay-off function の解析的特徴づけの問題を解決する。この事により，対象として考え得るマルコフ過程は，正則ディリクレ空間が対応する対称なマルコフ過程一般に広がり，従って jump type のマルコフ過程や，拡散係数が単に有界可測でしかない生成作用素を持つ対称拡散過程までも含むものとなる。

§1においては正則ディリクレ空間の上の仮似変分不等式を定式化し，その最大解の存在を示す（Theorem 1）。方法は，ディリクレ空間のポテンシャル論と近似法による。§2においては対称マルコフ過程の衝撃制御問題を定式化しそのpay-off function が§1で存在が示された仮似変分不等式の最大解の準連続修正であるという主要結果（Theorem 2）を提示する。§3は§2に表われるMという作用素に関する考察。§4においては，対称マルコフ過程の最適停止問題を取り扱うが，これは，§1での Theorem 1 の証明における解の近似の各段階に最適停止問題が対応する事を示す為のものである。評価

関数を定義する為に用意された関数の正則性の条件が悪い場合にも，最適停止問題の pay−off function を変分不等式の解として特徴づける事が出来る事を示す。§5において，主要結果の証明を与える。§4の結果を踏まえて,高々 n回しか jump times を持たない衝撃制御の中で下限をとった関数と§1の Theorem 1 の証明における n 回目の近似に対応する最適停止問題の pay−off function を同一視出来る事を示すのが，証明の主要部分である。

論文の審査結果の要旨

状態空間上を時間と共にマルコフ的に変動している path の位置を，それと独立に用意されたランダムな時刻の増大列 $\{\tau n\}$ と，τn での行き先を指定する確率変数列 $\{\xi n\}$ によって変動させる。この衝撃制御 $\{\tau n, \xi n\}$ に応じて予め設けられたランダムな汎関数の平均値（これは path の出発点の関数とみなされる）が変化するが，その下限として得られる所謂 pay−off function を解析的に特徴づけるのがここでの問題である。

1975年に A. Bensoussan と J. L. Lions は特殊な拡散過程と特別な $\{\xi n\}$ を扱い，もしも pay−off function が滑らならば，それが与えられた拡散係数を含むある種の仮似変分不等式（quasi−variational inequality）の最大解として特徴づけられることを示した。

長井君は本論文に於て，非常に一般な対称マルコフ過程と一般な $\{\xi n\}$ に対してその衝撃制御問題を定式化し，pay−off function が自動的にある種のポテンシャル論的滑らかさを持ち，且つ対応する仮似変分不等式の最大解として決定されることを証明した。このようにして Bensoussan−Lions に於ける“滑らかさの仮定”が取り除かれ，衝撃制御と変分不等式の間のより直接的で安定した関係が明らかにされた。長井君の用いた方法に対称マルコフ過程とディリクレ形式の関係に関するポテンシャル論であり，長井君が以前最適停止問題に用いた方法をより高度の非線型問題に拡張することに成功したものである。

以上のように本論文は結果と方法の両面に於て確率制御問題の数学的研究に新しい進歩をもたらしたものであって，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。