



Title	多次元流体粒子コードによる慣性核融合の理論的研究
Author(s)	西口, 彰夫
Citation	大阪大学, 1985, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2471
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

多次元流体粒子コードによる 慣性核融合の理論的研究

昭和60年7月

西口彰夫

内 容 梗 概

本論文は、筆者が大阪大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程において行なった多次元電磁流体シミュレーションコードの開発とこれを用いたシミュレーションを中心とした慣性核融合爆縮の流体力学的理論解析の成果をまとめたものである。

慣性核融合研究の進展・大型化に伴い、爆縮における種々の物理現象解明のためにより精密で実際的な大規模多次元数値シミュレーションが要求されるようになってきている。爆縮過程で生ずる現象は複雑で且つ極く短時間・微小領域で発生するため実験で観測できる物理量が限られており現象解析において数値シミュレーションが有力な手段となっている。これまでの研究により爆縮の一様性等の多次元的効果が高密度・高温度圧縮実現に不可欠な要素であることが示されており、多次元シミュレーションコードの開発が切望されている。本研究ではこのような状況を考み多次元においても精度が高く安定に流体方程式を解けるスキームを開発しこのスキームを用いた多次元電磁流体粒子コードを作成した。そしてこのコードによる数値シミュレーションを中心として爆縮における球殻の安定性、一様性の流体力学的解析及びレーザープラズマ中における巨視的磁場の挙動の解明をおこなった。

本論文は6章より構成される。

第1章は緒論であり慣性核融合における多次元数値シミュレーションの重要性について述べ本研究の役割を明らかにする。

第2章では2次精度の流体粒子法による流体方程式の解法の開発について述べその安定性及び精度等をテストランにより示す。

第3章では第2章で確立された流体粒子法を用いた多次元電磁流体粒子コードについて述べる。ここでコードで用いている基礎方程式及び各物理現象のモデルと解法についてまとめておく。

第4章では完成したシミュレーションコードを用いた爆縮の一様性に関する現象の解析結果について述べる。ここでは爆縮の一様性に関係の深いアブレーション加速下でのレーリー・テイラー不安定の成長、幾何学的収縮効果による不安定性及び爆縮速度不均一と利得等との関係についての定量的解析をおこない、効率よい爆縮をおこなうための爆縮速度に対する必要条件等を示している。

第5章では、プラズマ中に発生する巨視的磁場のふるまいと磁場の熱輸送への影響について調べ、磁場の役割の重要性を示した。特に磁場の挙動におけるネルンスト効果の重要性を示し、その物理的意味を明らかにした。

第6章は結論であり本研究において得られた結果をまとめ、本研究の総括を行なっている。

記 号 表

c ; 光 速	B ; 磁 場
e ; 単位電荷	C_s ; 音 速
g ; 重力加速度	C_v ; 比 熱
h ; 磁力線方向の単位ベクトル	C_{ve} 電子比熱
j ; 電 流	C_{vi} イオン比熱
k ; 波 数	D ; 拡散係数
k_B ; ボルツマン定数	E ; 電 場
$\ln A$; クーロン対数	F ; 最大熱流束
$\bar{m}$; 質量数	G ; 吸収エネルギー
m_e ; 電子質量	I ; 単位質量当りの内部エネルギー
m_p ; 中性子質量	J ; 電 流
n ; 数密度	K ; 吸収係数
n_e 電子数密度	M ; マッハ数
n_h 高温電子数密度	Q ; セルの全エネルギー
n_D 重水素数密度	R ; 半 径
n_T 三重水素数密度	S ; セルの表面積
P ; 圧 力	T ; 温 度
P_e 電子圧力	T_e 電子温度
P_h 高温電子圧力	T_i イオン温度
q ; 粘 性	T_h 高温電子温度
q_e ; 熱電子による熱流	U_ν ; 輻射エネルギー密度
q_h ; 高温電子による熱流	V ; 速 度
r ; 半 径	V_e 電子速度
t ; 時 刻	V_i イオン速度
u ; X方向の速度	V_h 高温電子速度
v ; Y方向の速度	V_T ネルンスト速度
z ; 電荷数	V_w 熱波の速度

V_a 非線形拡散による磁場コンベクション速度
 V_{th} 粒子の熱速度
 V_r r 方向速度
 V_θ θ 方向速度
 W ; セルの全質量
 α ; 相似指数
 $\alpha_0, \alpha'_0, \alpha''_0, \alpha'_1, \alpha''_1,$
 $\beta_0, \beta'_0, \beta''_0, \beta'_1, \beta''_1,$
 $r_0, r'_0, r''_0, r'_1, r''_1,$
 δ_0, δ_1 ; Braginskii による定数
 r ; 比熱化
 τ_T ; レーリー-テラー不安成長率 (線形解析)
 τ_S ; " (シミュレーション)
 τ_C ; 古典的レーリー-テラー不安成長率
 アブレーション構造におけるレーリー
 τ_a ; テラー不安成長率 (シミュレーション)
 θ ; 角 度
 κ ; 熱伝導係数
 $\kappa_{\parallel}$ 磁力線に平行方向の熱伝導係数
 $\kappa_{\perp}$ 磁力線に垂直方向の熱伝導係数
 κ_d 磁力線と温度勾配に垂直方向の熱伝導係数
 λ ; 波 長
 λ_{mfp} ; 平均自由行程
 ξ ; 摂動振幅
 ρ ; 密 度
 τ ; 衝突時間
 τ_e, τ_{ei} 電子-イオン衝突時間
 τ_{hi} 高温電子-イオン衝突時間
 ν ; 周波数

ν_{ei} 電子-イオン衝突周波数
 ν_{hi} 高温電子イオン衝突周波数
 χ ; ホールパラメータ
 χ_e 電子ホールパラメータ
 χ_i イオンホールパラメータ
 ω_e ; 電子サイクロン周波数
 ω_L ; レーザー周波数
 ω_{pe} ; 電子プラズマ周波数
 ω_{ph} ; 高温電子プラズマ周波数
 ε ; 単位質量当りの全エネルギー

目 次

内 容 梗 概

記 号 表

第1章 緒 論	1
第2章 2次精度の流体粒子法による流体方程式の解法	6
§ 2-1 はじめに	6
§ 2-2 流体粒子法	7
§ 2-3 2次精度流体粒子法	10
§ 2-4 テストランによる精度・誤差の評価	15
2-4-1 断熱膨張	15
2-4-2 衝 撃 波	17
2-4-3 レーリーテラー不安定	19
§ 2-5 極座標及び非直交座標系への拡張	23
2-5-1 収束衝撃波	26
2-5-2 収束衝撃波不安定性	27
§ 2-6 ま と め	30
第3章 多次元電磁流体粒子コード	33
§ 3-1 はじめに	33
§ 3-2 流体テデル	34
§ 3-3 熱 伝 導	36
§ 3-4 磁 場	38
§ 3-5 そ の 他	42
§ 3-6 ま と め	45
第4章 爆縮における球殻の安定性の解析	49
§ 4-1 はじめに	49

§ 4—2	レーリーテラー不安定	50
§ 4—3	幾何学的収縮効果による不安定性	54
§ 4—4	爆縮の一様性と利得	59
§ 4—5	ま と め	62
第 5 章	レーザープラズマ中における磁場生成と輸送	66
§ 5—1	は じ め に	66
§ 5—2	磁場中の熱輸送	67
§ 5—3	一電子流体モデルにおける温度勾配による力	70
§ 5—4	二電子流体モデルによるネルンスト効果の解析	72
§ 5—5	レーザープラズマ中におけるネルンスト効果	75
§ 5—6	磁場の爆縮の一様性への影響	80
1	レーリーテラー不安定による磁場	81
2	低密度領域で発生する磁場	85
§ 5—7	ま と め	87
第 6 章	結 論	90
	謝 辞	92
	業績目録	93

第 1 章 緒 論

慣性核融合においては、研究の極く初期段階からコンピューターシミュレーションが重要な役割を担ってきた。シミュレーションによる研究は、プラズマの基礎的物理解明、実験パラメータの選択と実験データ等の予測及び実験で観測された現象の解明等を行ない、爆縮実験を進める原動力となっている。核融合を効率良く行なうためには高いベレット利得が必要である。それには流体力学的効率の向上、燃料予備加熱の抑制・燃料の一樣圧縮が重要課題である。これらの対策としてレーザーの短波長化、ターゲット構造の改良・新しい爆縮法の考案等が行なわれて来た。レーザーの短波長化はより高いアブレーション圧力を発生して流体力学的効率を上げ、また加速時間が短くなることでレーリー・テラー不安定等に対しても大幅に改善される。同時に高速電子発生が少なくなり燃料予備加熱を防げる。エネルギーがより高密度で吸収されるので輻射への変換率が向上し輻射エネルギー輸送による均一化でより一樣な加速が期待される。さらに輻射への変換効率の向上は一樣性の非常に良い輻射駆動型爆縮も考えられる。流体力学的効率や燃料予備加熱はターゲット構造にも大きく依存する。流体力学的効率を高くするためには、高アスペクト比ターゲットが用いられる。しかし、高アスペクト比ターゲットはレーリー・テラー不安定等に対して弱くなり、流体力学的効率との兼ね合いでアスペクト比を決めている。また高速電子や輻射を遮蔽するには高 Z 物質を用い、燃料予備加熱を防ぐことができる。これら流体力学的効率の向上や燃料予備加熱の抑制は一次元的球対称で取り扱える問題である。したがって1次元流体コードによるパラメータ計算等で最適なターゲットパラメータが決定されて実験に用いられて来た。しかし燃料圧縮の一樣性は2次元或いは3次元的な取り扱いが必要である。爆縮の一樣性について以前から考えられていた¹⁾が、詳しい研究が行なわれはじめたのは極く最近である。²⁾ これまで多くの実験で得られた中性子発生数が1次元的な数値シミュレーションによる予想よりかなり小さい値を示している。この原因探求のために種々の研究がなされ、熱流の異常抑制等の現象が見い出された。その結果一樣性の良いエクスプローシブ型爆縮では実験値と数値シミュレーションとの間にかなり良い一致が見られるようになった。しかし、アブレーティブ型爆縮ではまだ実験値と数値シミ

ュレーション値との間に大きな違いが見られる。そこでこの原因として爆縮の対称性、一様性が考えられている。現在慣性核融合におけるブレークイーブン実現に向けて実験を押し進めるためにも対称性・一様性の研究は重要である。しかしこれまで、対称性や一様性が利得等にどのような影響をもつか調べられた研究は少ない。実際実験的には爆縮された燃料コアの形状等からその対称性・一様性が推測される程度である。爆縮の対称性・一様性はエネルギー吸収の一様性、臨界密度点からアブレーション面への熱輸送、球殻加速及び減速時のレーリー・テラー不安定、球殻の幾何学的収縮に関係した不安定性、さらには燃料中での核融合反応の一様性と多くの現象が関与している。実験ではこれらの現象が数ナノ秒以下の極く短時間に、微小領域で発生するため、個々の物理過程がどのようなになっているのか調べることは難しい。そこで現象解明の有力な手段として多次元流体コードによるシミュレーション解析が要求されている。シミュレーションでは詳細な現象解析が可能であり、個々の現象・不安定性等の効果を調べることができる。多次元流体コードの作成は一日も早く望まれる。このような状況から筆者は多次元電磁流体コードの開発とこれを用いたシミュレーションによる慣性核融合爆縮の理論的研究、特に爆縮の一様性に関連した現象の解析をおこなった。

多次元爆縮シミュレーションコードを作成するためには、多次元でも安定に精度良く流体方程式が解ける手法の開発と各物理課程のモデル化及び解法スキームの開発が必要である。流体方程式の解法については、これまでに数多く提案されてきた。そして1次元においては安定に精度良く解ける方法が開発されている。しかし、これが2次元以上になると、安定で精度良い解法はほとんどなくなる。多次元流体方程式の解法はまだ研究段階にあり、決定的スキームの開発には至っていない。また多次元シミュレーションは計算機的能力によっても制限される。莫大な計算時間が掛かるのでは実用的でない。多次元シミュレーションの実現は計算機の大形化・高速化に負うところも大きい。これまでの1次元爆縮シミュレーションではラグランジュ法による流体コードが主流であり成功を修めてきた。しかし多次元になるとラグランジュ法ではいくつかの障壁が生じる。これまでに提案された多次元流体方程式の解法を大別すると、オイラー法、ラグランジュ法及びこれらの混合法と有限要素法が挙げられる。固定グリッドを用いるオイラー法³⁾は流体の大きな変形は容易に取り

扱えるが、数値的拡散を招きやすいという欠点がある。特に幾種かの流体が存在するような場合、物質境界が記憶されないために物質がグリッド内で平均化され大きな拡散を招く。ラグランジ法⁴⁾では物質境界は、はっきりしており、前記のような数値的拡散は防げる。しかし多次元では流体の変形が大きくなると位相幾何学的崩壊、いわゆるグリッドのつぶれが生じそれ以上の計算が不可能となる。この対策としてグリッド速度を流体速度とは違ったものにするか、グリッドの再構成が行なわれるが、この時大きな数値的拡散を招きやすく、ラグランジ法の特徴が失なわれてしまう。その他にはALE法⁵⁾(Arbitrary Lagrangian-Eulerian method)、FEM⁶⁾(Finite Element Method)、これらの混合法及び流体粒子法⁷⁾(Particle-in-Cell method)等がある。ALEやFEMでもオイラー法やラグランジ法と同様の問題が生じている。粒子法は流体の大きな変形を容易に取り扱え、またラグランジ法と同じく質量拡散が生じない。しかし粒子法では有限個の粒子を用いることから生ずる雑音と、オイラーグリッドとラグランジ粒子グリッドの2グリッドを採用しているため計算時間や記憶容量がより多く必要であるという欠点がある。本研究ではこの粒子法を採用したが、従来のスキームより少数の粒子で数値的雑音・拡散を低減し空間グリッド幅に対して2次精度をもつ新しいスキームを開発した。そしてこのスキームを応用して、巨視的電磁場、磁場中での熱伝導、非局所熱平衡輻射輸送、高速電子輸送等を含む多次元電磁流体粒子コードを作成した。さらにコードを用いたシミュレーションを中心として爆縮の一様性に関係した現象の理論的研究をおこなった。爆縮の一様性をきめる現象は前記のようにいくつか考えられる。まず臨界密度付近で吸収されたエネルギーのアブレーション前面への輸送過程がある。エネルギー輸送は、熱伝導、高速電子、輻射等により行なわれ、それぞれについて多くの研究がなされている。しかしこれらには、実験的にも観測されている磁場の効果を十分に取り入れたものは少ない。プラズマ中に、数メガガウス程度の磁場が発生しており、輸送課程に大きな影響を与えていることは確実となっている。そこでレーザープラズマ中における磁場のふるまいを中心に熱輸送への影響を調べた。球殻の加速で主要な課題はレーリー-テラー不安定の抑制である。これについては多くの研究がなされており、アブレーション構造下では密度勾配、流れ等の効果により古典的成長率より小さい成長率であることが示されている。そこでこれらをまと

める意味で不安定成長率の波長依存性等についてシミュレーション結果をまとめておく。これまで爆縮課程での不安定性としては、ほとんどレーリー-テラー不安定のみが考えられており、幾何学的収縮効果が考慮されていない。しかし第4章第3節で示すように幾何学的収縮効果による不安定性が存在し、球殻破壊につながる可能性もあり、その重要性は大きい。以上のような課程を経て、最終的に爆縮の一様性が決まる。爆縮速度の不均一が爆縮効率・利得の低下を引き起こすということは一般にも認められている。しかしその実量的評価はまだなされていない。そこで本研究では、シミュレーションにより爆縮速度不均一の ρR 、イオン温度、中性子発生数への影響を調べ、定量的評価をおこなって、爆縮の一様性の重要性・必要性を示している。また幾何学的収縮効果による不安定性と爆縮速度不均一の利得への影響の解析から効率良い爆縮を行なうための爆縮速度に対する必要条件も得ている。

参 考 文 献

- 1) D.B. Henderson and R.L.Morse, Phys. Rev. Lett. **32**, 355 (1974).
- 2) B.H.Ripin, R.R.Whitlock, F.C.Young, S.P.Obenschain, E.A.Mclean, and R.Decoste, Phys. Rev. Lett. **43**, 350 (1979);
S.P.Obenschain, R.H.Lehmberg, and B.H.Ripin, Appl. Phys. Lett. **37**, 903 (1980);
J.H.Gardner and S.E.Bodner, Phys. Rev. Lett. **47**, 1137 (1981);
H.Shiraga, T.Mochizuki, S.Sakabe, K.Okada, A.Kikuchi, and C.Yamanaka, Physical Review Letters **49**, 1244 (1982);
T.Mochizuki, S.Sakabe, H.Shiraga, K.Okada, T.Yabe, and C.Yamanaka, Physica Scripta. **T2**, 479 (1982).
- 3) R.D.Richtmyer, NCAR Technical Note 63-2. National Center for Atomic Spheric Research, Boulder, Colorado (1963);
M.Rich, Report No. LAMS-2826. Los Alamos Scientific Laboratory (1963);
P.Lax and B.Wendroff, Commun. Pure Appl. Math. **42**, 381 (1964);

- F.H.Harlow and J.E.Welch, Phys. Fluids **8**, 2182 (1965);
- R.A.Gentry, R.E.Martin, and B.J.Daly, J.Comput. Phys. **1**, 87 (1966);
- J.P.Boris and D.L.Book, J.Comput. Phys. **11**, 38 (1973).
- 4) W.D.Schultz, in "Method ni Computational Physics," Vol.3, Academic Press, New York, 1964;
- W.P.Crouley, in "Proceedings, Second International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics," Springer-Verlag, Berlin/New York, 1971;
- J.Nuckolls, L.Wood, A.Thiessen, and G.Zimmerman, Nature **239**, 139 (1972).
- 5) C.W.Hirt, Proceedings of the Second International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Berkeley, 1970;
- A.A.Amsden and C.W.Hirt, Report LA-5100 Los Alamos Scientific Laboratory, 1973;
- C.W.Hirt, A.A.Amsden, and J.L.Cook, J.Comput. Phys. **14**, 227 (1974).
- 6) P.Jamet and R.Bonnerot, J.Comput. Phys. **18**, 21 (1975);
- R.J.Gelinas and S.K.Doss, J.Comput. Phys. **40**, 202 (1981).
- 7) M.W.Evans and F.H.Harlow, Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-2139, 1957;
- F.H.Harlow, in "Method in Computational Physics," Vol.3. Academic Press, New York, 1964;
- A.A.Amsden, Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-3466, 1966.

第2章 2次精度の流体粒子法による流体方程式の解法

§ 2-1 はじめに

流体粒子 (PIC) 法¹⁾ による流体方程式の解法は 1955 年ロスアラモス研究所の F. H. Harlow らにより考案された。PIC 法の特徴としては流体が大きな変形をする場合にも容易に取り扱え粒子がそれぞれ個有の質量を保持しているため質量の数値的拡散がなくまたラグランジ法と同様物質境界面が常にはっきりとしていること等が挙げられる。しかし有限個の粒子を用いることによる数値的雑音や数値的粘性及び熱拡散という欠点もある。また数値的雑音を抑えるために粒子を多く用いると計算時間や記憶容量が多く必要になる。流体粒子法のこれらの欠点がより少ない粒子数で且つ改良することができれば計算機の記憶容量や計算時間の問題も解決でき有用な流体方程式解法スキームとなる。

その後の研究により PIC 法が改良され、GAP²⁾ (Grid and Particle), PAL³⁾ (Particle Lagrangian), LTD⁴⁾ 等の方法が考案された。これらの方法では流体粒子をラグランジ的に取り扱っている。個々の粒子はそれぞれ場の量とは独立に速度やエネルギーを持って運動する。そして流体的な性質例えば連続性を取り入れるために各粒子のもつ物理量と場の量との間に人為的な緩和を設けるという方法を採用している。しかし流体粒子が流体速度とは違った速度で動きこれが数値的雑音を発生させる原因ともなっている。緩和係数の大きさの選択は問題依存性が大きい。また熱伝導や電子イオン間温度緩和等の複雑な過程が入って来ると緩和法は困難になる。緩和係数が小さ過ぎると雑音が大きくなる。係数が大き過ぎると数値的粘性・熱拡散を生じてしまう。そこで緩和法とは違った方法でこれらの欠点を改良し、流体方程式を空間グリッド幅の 2 次の精度で解くことができる流体粒子法 SOAP⁵⁾ (Second-Order Accurate fluid Particle method) を開発した。このスキームは、Harlow の PIC 法と同様オイラー的な方法で数値的雑音、粘性及び熱拡散の低減を実現した。各粒子については質量及び位置のみを記憶しその他の量は場の量から計算する。そして一つの有限サイズ粒子内での物理量分布を与えて流体のコンベクションの計算をすることにより 2 次精度を達成した。この方法では流体的性質を維持するための緩和係数は必要とせず、質量と位置以外の

粒子に関する量の記憶を必要としないのでより複雑な系への拡張にも問題はない。

本章では新しく開発した2次精度の流体粒子法とその有用性について述べる。

§ 2-2 では従来の流体粒子法の概略について述べ問題点等を明らかにする。§ 2-3 ではこれらの問題点を解決した2次精度の流体粒子法による流体方程式の解法について述べる。§ 2-4 ではこのスキームの精度や安定性を調べるために行なったテストランの結果を示し、スキームの有用性等を示す。§ 2-5 では流体粒子法の極座標への拡張と極座標でのテストラン及びさらに非直交座標系への拡張法について述べる。

§ 2-2 流 体 粒 子 法

従来の流体粒子法における問題点を明らかにするために、PIC 法による流体方程式の解法について簡単に述べておこう。解くべき流体方程式は連続の式・運動方程式・エネルギー方程式である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} = 0 \quad (2-1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} \mathbf{V} = - \nabla P \quad (2-2)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} \epsilon = - \nabla \cdot P \mathbf{V} \quad (2-3)$$

ここで、 ρ は密度、 $\mathbf{V}$ は速度、 P は圧力、 ϵ は単位質量当りの全エネルギーである。

(2-1) - (2-3) 式左辺第二項はそれぞれ流体の移動による変化を表わしている。多くの場合、この効果は非常に重要である。しかし差分計算ではしばしば数値的不安定を生ずる。流体粒子法では、この項は粒子の移動で計算され、陽には現われない。それぞれの粒子は流体要素を表わしている。これに対し空間は小さなセルに分割され、セルの中心がグリッド点である。グリッド点での値は、セル内に属する粒子の平均量で与えられる。計算は Δt^n ずつ時間を進め、これをくり回しておこなう。流体粒子法による解法はさらにオイラーグリッド点での計算ステップと粒子の移動のステップに大別できる。

オイラーステップでは流体は静止していると考えて対流項を無視する。解くべき

差分方程式は2次元カーテンアン座標 (X-Y) 係では

$$\rho_{i,j}^n \frac{\tilde{u}_{i,j}^n - u_{i,j}^n}{\Delta t^n} = \frac{1}{\Delta x} (P_{i+\frac{1}{2},j}^n - P_{i-\frac{1}{2},j}^n) \quad (2-4)$$

$$\rho_{i,j}^n \frac{\tilde{v}_{i,j}^n - v_{i,j}^n}{\Delta t^n} = -\frac{1}{\Delta y} (P_{i,j+\frac{1}{2}}^n - P_{i,j-\frac{1}{2}}^n) \quad (2-5)$$

$$\rho_{i,j}^n \frac{\tilde{I}_{i,j}^n - I_{i,j}^n}{\Delta t^n} = -P_{i,j}^n \left(\frac{\bar{u}_{i+\frac{1}{2},j} - \bar{u}_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x} + \frac{\bar{v}_{i,j+\frac{1}{2}} - \bar{v}_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right) \quad (2-6)$$

である。ここで、 i, j はそれぞれX方向Y方向のグリッド番号であり、 $\pm \frac{1}{2}$ は2つのグリッドの平均値であることを示す。添字 n は時刻を示す。内部エネルギー I は

$$I = \varepsilon - \frac{u^2 + v^2}{2}$$

で与えられる。また

$$\bar{u} = (u^n + \tilde{u}) / 2$$

である。 $\Delta x, \Delta y$ はそれぞれX方向, Y方向のグリッド間隔, Δt は時間きざみ幅である。このステップではセルに関する量の変更が行なわれる。

粒子の移動ステップでは、粒子を $\sim$ のついた速度で動かす。粒子の移動速度 $\mathbf{V}_p$ は面積重み法で各グリッド点の速度 $\tilde{\mathbf{V}}$ から図2-1のように

$$\mathbf{V}_p = A_1 \tilde{\mathbf{V}}_{i,j} + A_2 \tilde{\mathbf{V}}_{i+1,j} + A_3 \tilde{\mathbf{V}}_{i,j+1} + A_4 \tilde{\mathbf{V}}_{i+1,j+1}$$

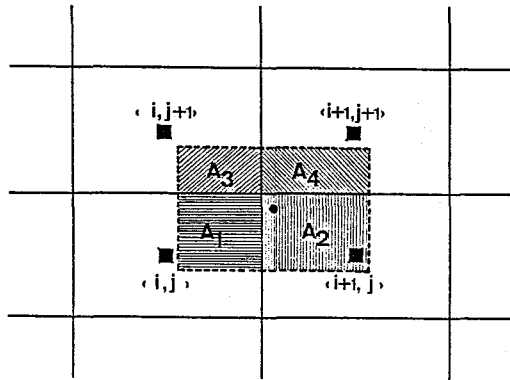


図2-1 流体粒子法における粒子の移動速度の面積重み法

と計算できる。ここで A_1, A_2, A_3, A_4 は粒子の位置に置いた仮想セルと四つの最近接セルとの重なり合った部分の面積の割合である。速度 V_p で粒子を、新しい位置 X_p^{n+1}

$$X_p^{n+1} = X_p + V_p \Delta t^n \quad (2-8)$$

へ移動させる。このとき粒子がセル境界を横切れば、粒子のもつ質量、運動量及びエネルギーを古いセルから差し引き新しいセルに加える。粒子のもつエネルギーや運動量は粒子がセル境界を横切る時のみ計算し、これらの量は各粒子について記憶されていない。

流体粒子法により流体の大きな変形をも含む計算が数多く行なわれその有用性が示された。この方法は他の方法が取り扱い難い問題についても有用であった。しかしその後の種々のスキームの発展により、流体粒子法の欠点が目立つようになった。流体粒子法の欠点としては次のことが挙げられる。

- i) 有限個の粒子を用いることによる雑音が大き。雑音を低減するために多くの粒子を用いると莫大な記憶容量と計算時間が必要となる。
- ii) 密度の変化範囲が初期のセル当りの粒子数で制限され、低密度になると数値的雑音が大きくなりすぎる。
- iii) セル内での平均化による数値的粘性熱拡散が大き。これはセル内での速度、エネルギーの分布の取り扱い方に起因している。
- iv) オイラーグリッドを採用しているため空間的分解能が制限される。流体粒子法では均一グリッド系しか使われていない。分解能を良くするためには多くのグリッドを用いなければならない、多大な記憶容量と計算時間が掛ってしまう。

これらの欠点を改良するため、いくつかの方法が提案された。これらの方法は粒子をラグランジ的に取り扱い、グリッドは場の計算にのみ用いている。そのため各粒子が無衝突的な運動をするようになり、有限な大きさの粒子を用いたにもかかわらず、雑音の低減効果が小さかった。また各粒子が速度、エネルギー等の量も記憶するようになり計算のために必要な記憶容量が大幅に増えるようになった。エネルギーと運動量の保存についてもどちらか一方だけしか成り立っていない。

そこで、Harlow のPIC 法により近く、且つ粘性・雑音等を低減したスキーム開発の研究をおこない、次節で述べる 2 次精度の流体粒子法を開発した。粒子に関す

る記憶量は質量と位置のみであり、また有限な大きさの粒子及び不均一・動グリッド系の採用により雑音の低減と物理量の変化範囲の改善を行なった。しかも、有限な大きさの粒子内での物理量の分布を考えることにより、2次精度を達成している。

§ 2-3 2次精度流体粒子法

2次精度流体粒子法による流体方程式の解法はHarlowのPIC法を基本としている。セルや粒子は同様である。スキームについて詳しく述べる前に、前節のPIC法の欠点の改善法について簡単にまとめておくことにする。

NGP (nearest-grid-point) 法による数値的雑音は面積重み法⁶⁾で低減できる。しかし、これを流体粒子法に应用する前に、修正が必要である。粒子に関するすべての量が記憶される方法では特に修正は必要としない。有限な大きさの粒子を用いると幅広い密度変化が可能である。密度はセルに属する粒子の部分面積であらわされるからである。しかし、その変化は有限な大きさの粒子の非圧縮性から生じた見かけ上の変化である場合があり、気を付けなければならない。均一グリッド系では正しく取り扱える密度は1セル当りの初期粒子数で決まり、1粒子に相当する密度以下は正しくない。不均一グリッド系であれば、密度はこれよりずっと下でも正しく取り扱うことが可能になる。不均一グリッドはまた局所的な分解能を改善でき、さらに動グリッドを採用できれば、応用範囲が非常に広がる。流体粒子法ではすべての物理量が有限な大きさの粒子に一時的に記憶されており動グリッドも採用しやすくなっている。

以上が新しい流体粒子法の特徴であり、以下スキームについて詳しく述べることにする。まずオイラーステップでは対流項を無視し、(2-1) - (2-3) 式を解く。保存を考慮して、図2-2に示すグリッド上での差分方程式は

$$\rho_{i,j}^n \frac{\tilde{u}_{i,j} - u_{i,j}^n}{\Delta t^n} = \frac{1}{\Delta x_i^n} (P_{i+\frac{1}{2},j}^n - P_{i-\frac{1}{2},j}^n) \quad (2-9)$$

$$\rho_{i,j}^n \frac{\tilde{v}_{i,j} - v_{i,j}^n}{\Delta t^n} = \frac{1}{\Delta y^n} (P_{i,j+\frac{1}{2}}^n - P_{i,j-\frac{1}{2}}^n) \quad (2-10)$$

$$\rho_{i,j}^n \frac{\tilde{\varepsilon}_{i,j} - \varepsilon_{i,j}^n}{\Delta t^n} = \frac{(P^n \bar{u})_{i+\frac{1}{2},j} - (P^n \bar{u})_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x_i^n}$$

$$- \frac{(P^n \bar{v})_{i,j+\frac{1}{2}} - (P^n \bar{v})_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y_i^n} \quad (2-11)$$

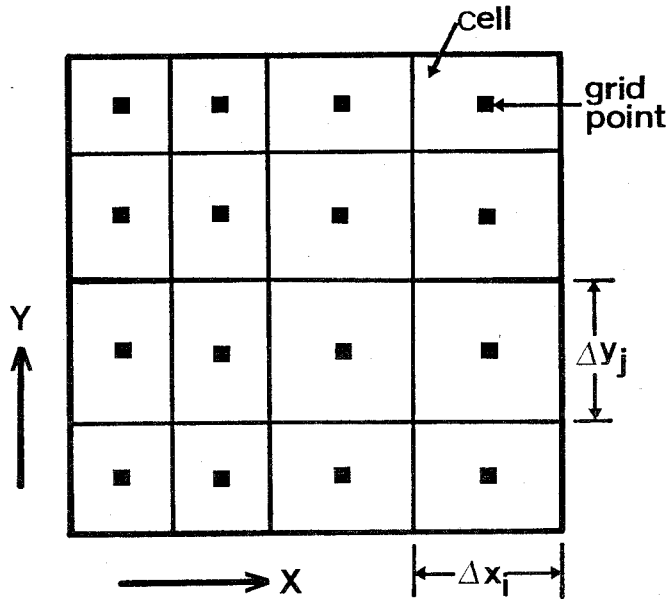


図 2-2 2次精度の流体粒子法におけるグリッド及びセル。

となる。整数プラス2分の1の添字の付いた量は2つの最近接グリッド点からの補間により得られる。圧力と速度の積の補間は運動方程式との対応から

$$(P^n \bar{u})_{i+\frac{1}{2},j} = P_{i+\frac{1}{2},j}^n \times \bar{u}_{i+\frac{1}{2},j}$$

と定義される。(2-9)および(2-10)式は運動量を、(2-11)式はエネルギーを完全に保存する。

粒子の移動のステップでは、正確な取り扱いのためにいくつかの修正を必要とする。粒子のもつ運動量や全エネルギー等は4つの最近接セルからの面積重み法により計算する。このとき、これらの量を粒子内で平均化してしまうと非常に大きな数値拡散を生ずる。そこで先ず考えられる方法は粒子内の境界線、すなわち粒子が動く前の状態でグリッド境界線により4つに分割されたその境界線を記憶した状態で粒子を移動させ、粒子からセルへの物理量の再配分を行なう方法である。この方法を式で表わすと図2-3(b)の場合には

$$\begin{aligned}
U_{i,j}^{NEW} &= B_1 U_{i,j}^{OLD} \\
U_{i+1,j}^{NEW} &= B_2 U_{i,j}^{OLD} + B_3 U_{i+1,j}^{OLD} \\
U_{i,j+1}^{NEW} &= B_4 U_{i,j}^{OLD} + B_7 U_{i,j+1}^{OLD} \\
U_{i+1,j+1}^{NEW} &= B_5 U_{i,j}^{OLD} + B_6 U_{i+1,j}^{OLD} + B_8 U_{i,j+1}^{OLD} + B_9 U_{i+1,j+1}^{OLD}
\end{aligned} \tag{2-12}$$

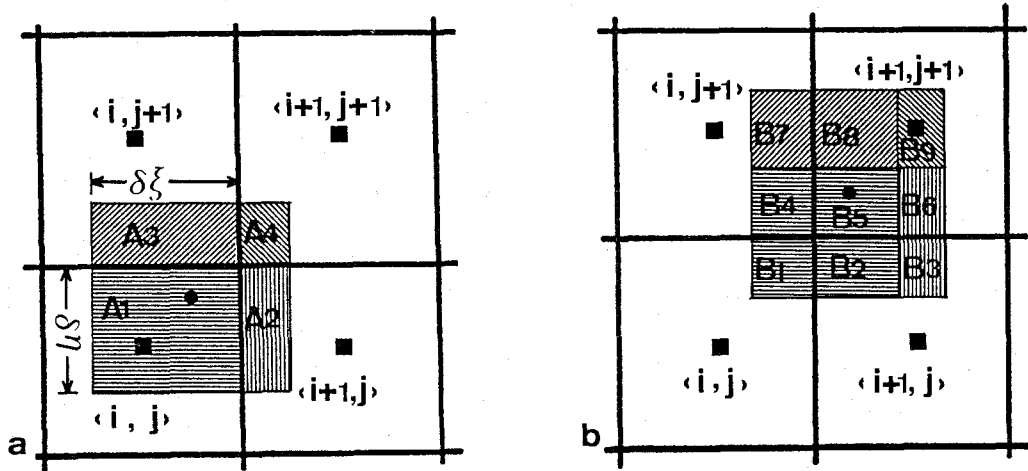


図2-3 移動前(a)と移動後(b)の有限サイズ粒子の位置 (●)とセル及びグリッド点 (■)。

となる。この方法は全運動量等を保存し、有限な大きさの粒子内に小さな点粒子が一樣に分布した NGP 法と等価で1次精度である。この1次精度の誤差が一般的に数値的粘性・熱拡散と呼ばれている。この効果は流体のグリッドに対する相対速度が音速以上で量の勾配がある程度大きい所以外ではそれ程大きくない。しかし多くの場合流体が超音速になり、またこの粘性等は膨張のような過程においても発生するため取り除くことが望ましい。

数値的粘性を低減するためにいくつかの方法が提案されているが、ここでは保存的・オイラー的方法のみを考える。粘性を差分で差し引く方法が先ず考えられるが、粒子から発生する粘性と差分による逆粘性が正確に釣り合わない逆粘性により不安定性を生じて雑音を大きくしてしまう。また、多次元になると非常に複雑になる。そこで一つの粒子内における量の分布を考えて、粘性の原因を取り除く方法を採用した。考えられる最も簡単な分布は

$$U(\xi, \eta) = \{ (U_{i+1 \cdot j+1} - U_{i+1 \cdot j}) (2\eta - \delta\eta) + U_{i+1 \cdot j} \} (2\xi - \delta\xi) \\ - \{ (U_{i \cdot j+1} - U_{i \cdot j}) (2\eta - \delta\eta) + U_{i \cdot j} \} (2\xi - \delta\xi - 1), \quad (2-13)$$

である。ここで粒子の大きさは1として、座標 (ξ, η) の原点は図2-3の粒子の左下端である。図2-3(b)の4つの部分の物理量は(2-13)式をそれぞれの部分で積分して得られる。(2-13)式は物理量を保存し、また粒子が動かないときも量の流束がなく拡散は生じない。

この方法の不均一グリッド系への拡張は容易である。粒子法に不均一グリッドを導入する場合、任意の間隔をもつグリッド系を採用すると、粒子の属するセルを見つけるには、粒子の位置とセル境界の位置を比較しなければならない。この演算は望ましくない。演算を、均一グリッド系の場合と同じく簡略化するために図2-4に示すような幅 δx および δy の均一サブグリッドを採用する。粒子の属するサブグリッドは通常の方法で見い出せる。粒子の位置を (X_p, Y_p) とすると、サブグリッドの番号 (IS, JS) は

$$IS = \text{INT}(X_p / \delta x) + 1 \\ JS = \text{INT}(Y_p / \delta y) + 1 \quad (2-14)$$

と計算できる。各サブグリッドが属するグリッド番号はあらかじめ定義しておく。セルの中心点グリッド点の座標 (x_i, y_j) は

$$x_i = \sum_{k=1}^{i-1} \Delta x_k + \frac{\Delta x_i}{2} \quad y_j = \sum_{k=1}^{j-1} \Delta y_k + \frac{\Delta y_j}{2} \quad (2-15)$$

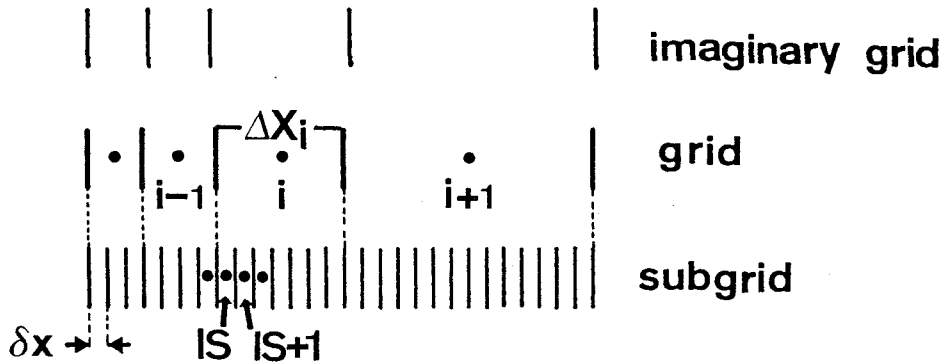


図2-4 不均一間隔グリッド系ではグリッド幅はサブグリッド幅の整数倍にとる。サブグリッド幅は均一で、なめらかなグリッドの動きをするためにできるだけ小さくすることが望ましい。

で与えられる。グリッド幅 Δx_k および Δy_k はそれぞれ δx および δy の整数倍に選ぶこの方法ではグリッドは不連続的にしか動けないが、 δx 、 δy をある程度小さく取れば滑らかな変化が可能である。グリッドの動かし方として種々の方法がある。例えば仮想グリッドを導入し、初期にはグリッドと同じ配置である。この仮想グリッドの境界線を適当な速度、例えば局所的流速で動かす。仮想グリッド境界の位置を X_i^{IB} とすると、仮想グリッドのサブグリッド系における位置は

$$IS_i^{IB} = \text{INT} (X_i^{IB} / \delta x + 0.5)$$

で定義される IS_i^{IB} により与えられる。サブグリッド IS とグリッドの関係はある関数 $IGRID[IS]$ で表わされる。図 2-4 に示される場合には $IGRID[IS] = i$ 、 $IGRID[IS+1] = i$ 、……、である。グリッド幅 Δx_i は

$$\Delta x_i = \{ IS_{i+1}^{IB} - IS_i^{IB} \} \delta x$$

で与えられる。またグリッド境界 X_i^{RB} は

$$X_i^{RB} = IS_i^{IB} \delta x$$

で与えられる。Y 方向についても同様の定義を行なう。ここで述べたのは一つの方法であって、グリッドの動かし方の最適化は解決しなければならない重要な課題である。

不均一グリッド系の場合、粒子の大きさを最近接の 4 つのセルの最小に選ぶと演算上簡単化される。しかしグリッド幅の設定が悪いと流体が虚偽の圧縮や膨張を受けることがあり注意を要する。これは粒子密度が低くなると生じやすくなる。対策としては、グリッドの動きを最適化するか、粒子の分裂生成等の方法を用いる。粒子の大きさをグリッド幅とは独立に、流体運動による圧縮・膨張から計算する。そして粒子の大きさが一方向に 3 グリッド以上に広がった場合には粒子を分割する。粒子の広がり方が 3 グリッド以上になると粒子内での物理量の分布が複雑になり、また、セルから粒子・粒子からセルへの物理量の配分の演算が複雑になってしまうためである。

§ 2-4 テストランによる精度・誤差の評価

この節では、2次精度の流体粒子法の精度・誤差等を評価し、その有用性を立証するためにテストランの結果を示す。ここでは平面座標系のみに限り、1次元断熱膨張、衝撃波形成及び2次元レーリー-テラー不安定のシミュレーション結果と検討について述べる。この方法の極座標系および非直交座標系への拡張については次節で詳しく記述する。

2-4-1 断熱膨張

PIC法は一般的に膨張現象にはあまり適さない。粒子密度が希薄になり数値的雑音を招きやすいためである。対策としてはCIC⁶⁾(cloud-in-cell)法があるが、1個の粒子で決まる密度以下の計算はできない。多くの場合これでは不十分である。新しいスキームは不均一グリッドで面積重み法を用い、より低い密度の取り扱いが可能である。PIC法では膨張過程においても数値的粘性が現われる。この陰の粘性 q は流体のグリッドに対する速度 U_R に比例し、その大きさは

$$q = \frac{1}{2} \rho |U_R| \partial U / \partial x \Delta x$$

と評価できる。¹⁾ U_R の大きさが音速より大きくなると粘性圧力が静圧と同程度になる。新しいスキームでは、粒子内での物理量の分布法により粘性の低減に成功を修めている。

先ず、図2-5に断熱膨張の計算の3例を示す。それぞれ均一固定グリッド、不均一固定グリッド、動グリッドを採用して計算した密度分布である。用いた粒子数は、それぞれ20個/セル、5個/セル、2個/セルである。図中に密度分布の解析解を実線で示す。音速点は $\rho = 0.422 \rho_0$ にあり、この図の密度範囲では粘性の効果が目立たず、3例ともほぼ同じ密度分布である。

粘性の効果は図2-6で明らかに見られる。図は圧力 P と密度 ρ の関係を比較したものである。四角印は従来のPIC法と同じく粘性のある1次の流体粒子法による結果であり $\rho = 0.1 \rho_0$ 付近より低密度では実線で示される断熱関係式(P/P_0) $= (\rho/\rho_0)^\gamma$ から大きくずれている。これは粘性のために流体が等温的膨張をすることによる。三角印は2次精度の流体粒子法で不均一固定グリッドを用いた計算結果である。粒子数は初期に5個/セルであるが、約百倍の密度変化がほぼ正しく

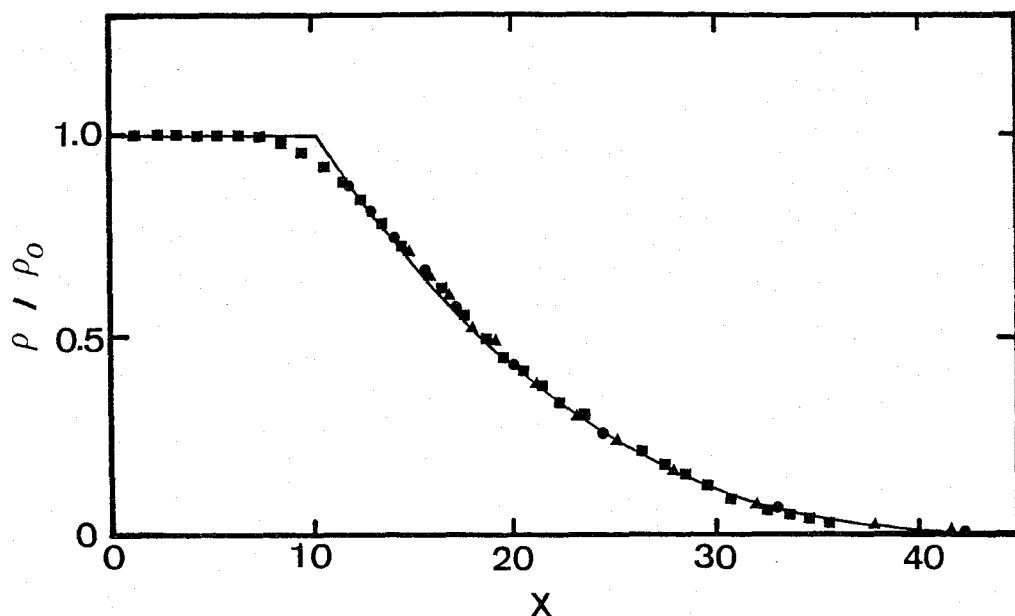


図 2-5 比熱比 $\gamma = 5/3$ の場合の断熱膨張の密度分布
 ここで□は均一固定グリッドを用いた1次スキーム
 ▲は不均一固定グリッドを用いた2次スキーム
 ●は動グリッドを用いた結果である。

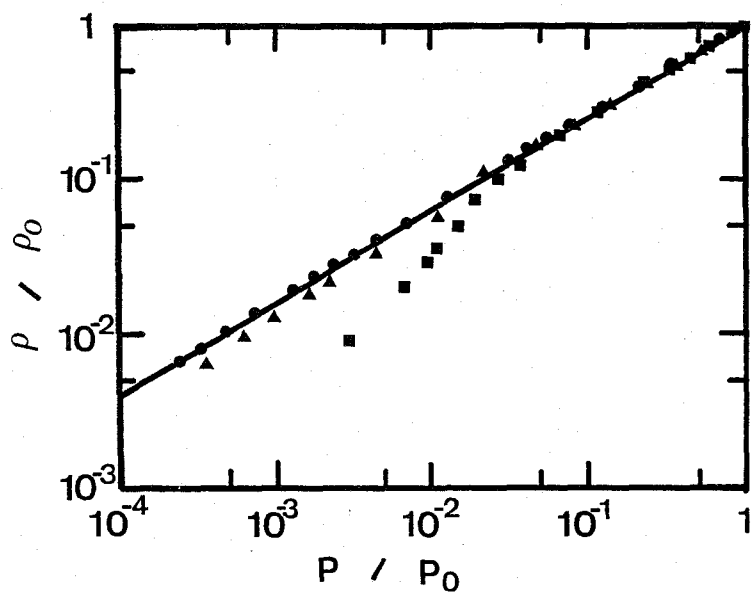


図 2-6 断熱膨張における圧力と密度の関係。比熱比 $5/3$
 ここで□は不均一固定グリッドを用いた1次スキーム
 ▲は不均一固定グリッドを用いた2次スキーム
 ●は動グリッドを用いた結果である。

計算されている。丸印は流体速度の 0.8 倍で動く動グリッドを用いた計算結果でありこの場合には 1 次及び 2 次どちらのスキームでもほぼ同じ結果が得られた。図 2-7 は速度と密度の関係を示したもので(a)は 1 次スキーム、(b)は 2 次スキームの結果で実線が解析解

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} \frac{U}{a_0} \right]^{\frac{2}{\gamma-1}}$$

を示している。 a_0 及び ρ_0 は初期音速及び初期密度である。1 次スキームの場合には粘性のために速度が小さい方へずれている。

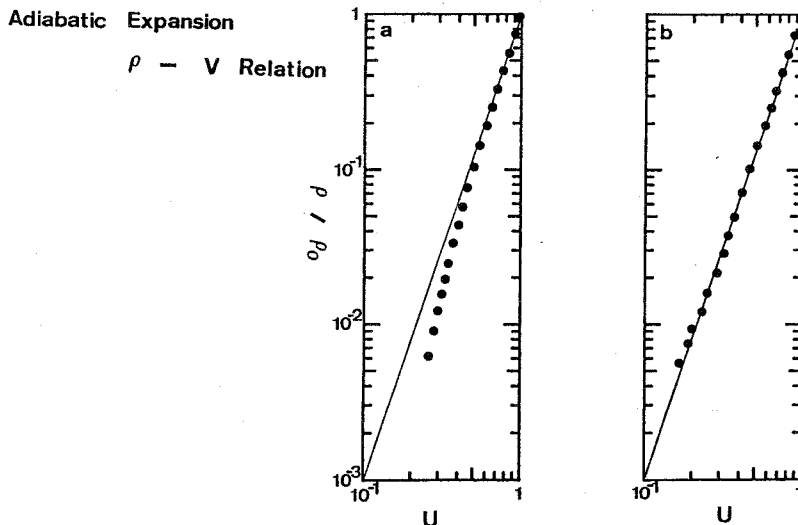


図 2-7 断熱膨張における速度と密度の関係
(a)は 1 次スキーム、(b)は 2 次スキームの結果で実線は解析解を示す。
1 次スキームの場合には粘性により速度が小さい方へずれている。

2-4-2 衝撃波

PIC 法はこれまでも衝撃波に関する問題については比較的好結果を得ている。しかし NGP 法では密度の変化が不連続的で、その変化量是一个の粒子に相当する密度の整数倍であり、そのために数値的雑音が多くなることがある。またその後の流体粒子法の改良においても、有限な大きさの粒子を用いることにより密度の連続的な変化は可能になったが、反面粒子の無衝突的な運動により衝撃波面付近での雑音が

依然として大きい。新しいスキームでは粒子は衝突が多いという条件を備えており、粘性の導入により衝撃波形成の好結果が得られている。採用した人工粘性はフォンノイマン型⁷⁾粘性 q_A とランズホフ型⁸⁾粘性 q_B の線形結合型⁹⁾で

$$q = q_A + q_B, \quad q_B = \begin{cases} -a \rho C_s \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x & \text{if } \frac{\partial u}{\partial x} < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$q_A = \begin{cases} b \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} \Delta x \right)^2 & \text{if } \frac{\partial u}{\partial x} < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2-15)$$

である。GAP 法²⁾では衝撃波面付近で1になる人為的緩和係数を用いて粒子の速度と流体速度との間に緩和を設けている。またLTD 法⁴⁾では衝撃波面付近の数グリッドで圧力の平均化を行なう方法を採用している。

図2-8に初期に2個/セルの粒子を用いた衝撃波形成の計算結果を示す。流体は速度 V_0 で左端境界に向かって流れ、左端境界は固定壁である。図は密度分布の時間変化を示す。境界の数グリッドを除いて密度の誤差は1%以下、圧力の誤差は0.2%以下という結果が得られた。衝撃波面は誤差のため約四グリッドの広がりをもつ。この例では比熱比5/3で、(2-15)式の $a = 1.2$ および $b = 1.6$ の粘性を用いた。わずか2個/セルの粒子で図2-8に示す滑らかな結果が得られている。

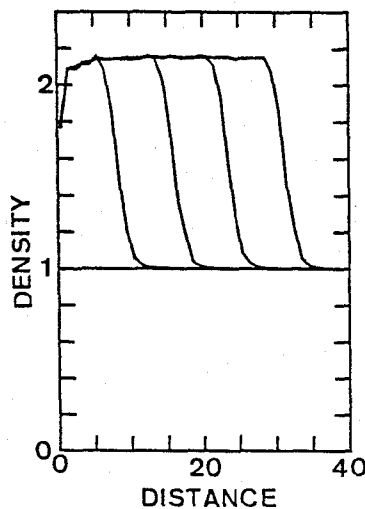


図2-8 衝撃波の計算結果。粒子数は初期に2コ/セルである。

ここで少し人工粘性について触れておく。長波長の数値的振動を抑え、衝撃波の厚さを薄くするためには低次の粘性の方が良いが、強い衝撃波ではランズホフ型粘性等の1次の粘性のみでは衝撃波面で小さ過ぎる。また2次の粘性のみでは長波長の振動を抑えるのに大きな係数が必要で衝撃波面が7-10グリッド幅にも広がってしまう。このような理由により、(2-15)式の1次と2次の粘性の線形結合型を採用している。また(2-15)式以外の種々の人工粘性についても検討を行なったが、ランキン=ユゴニオ関係の精度は粘性の種類にほとんど依存しないという結果が得られている。

2-4-3 レーリー-テラー不安定

2次元の例題としてレーリー-テラー不安定性^{10, 11)}を取り上げる。重力場中で重い流体が軽い流体に支えられているとき流体の境界面 $y=0$ に $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$ なる摂動速度 $\mathbf{V}$ を加える。速度 $\mathbf{V}$ を

$$\begin{aligned} \mathbf{V} = u_i x + v_i y, \quad u = u_0 \sin kx \cdot (2H(y) - 1) \exp(-k|y|) \\ v = u_0 \cos kx \cdot \exp(-k|y|) \end{aligned} \quad (2-16)$$

とすると、摂動境界面の振幅 ξ は

$$\xi = \frac{u_0}{r_T} \sinh(r_T t) \cos(kx) \quad (2-17)$$

で成長する。ここで H は

$$\begin{aligned} H(y) &= 1, & y > 0 \\ &= 0, & y < 0 \end{aligned} \quad (2-18)$$

なる関数、 k は波数、 r_T はレーリー-テラー不安定の成長率で $\sqrt{agk}$ である。 a は Atwood 数で重い流体の密度を ρ_1 、軽い流体の密度を ρ_2 とするとき $a = (\rho_1 - \rho_2) / (\rho_1 + \rho_2)$ である。(2-17) 式は $r_T t < 1$ の初期段階では

$$\xi = u_0 t \cos(kx)$$

と近似でき、振幅は初期速度で増加する。 $r_T t > 1$ になると(2-17)式は

$$\xi = \frac{u_0}{2r_T} e^{r_T t} \cos kx$$

と近似できて、これを線形段階と呼ぶ。振幅が大きくなり $k\xi \gtrsim 1$ に達すると(2

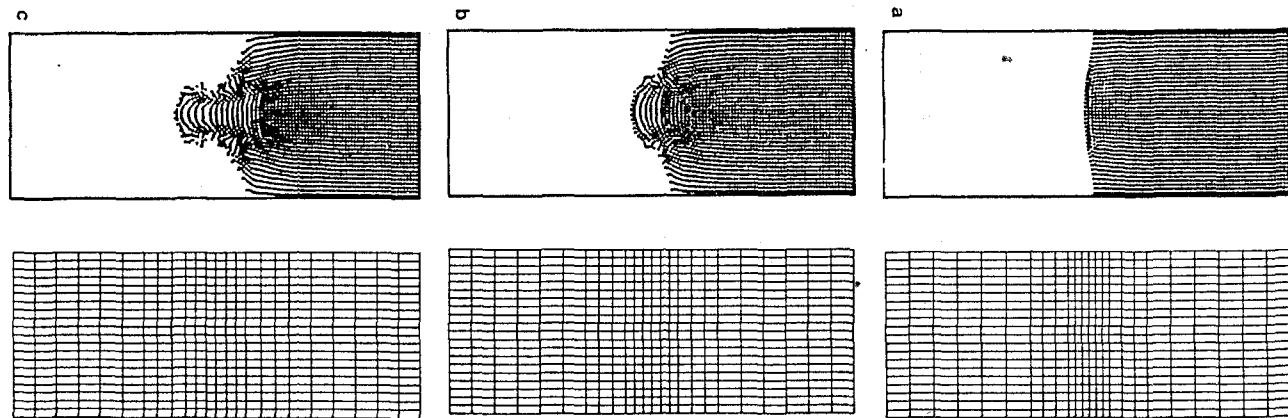


図 2-9 $\tau_T t = (a) 1.92, (b) 3.21$ 及び $(c) 4.01$ における粒子とグリッド。2 次スキームを用い初期速度 $u_0/C_s = 8.2 \times 10^{-3}$ で二流体の密度比は 10 である。

－17) 式はもはや正しくなくなり、非線形段階に入る。初期成長の記述には細かいグリッドが必要となるために不均一グリッドを採用する。

図2－9に不安定の時間発展の様子を示す。二流体の密度比は1.0で初期摂動速度 u_0 は $8.2 \times 10^{-3} C_{S0}$ 、 C_{S0} は下側の流体の最上部における音速である。図の例では2次のスキームを用い、垂直方向に24の動グリッド、水平方向に20の均一固定グリッドを採用している。動グリッドは不安定振幅の大きさに合わせて動かす。図2－10はシミュレーションによる振幅の時間変化を示し、実線で示す線形理論(2－17)式と比較してある。線形領域 ($\xi < 1$) における理論とシミュレーションの違いはグリッドの粗さおよび有限なグリッド幅による二流体境界面での密度勾配等の効果による。スキームの打ち切り誤差、精度を調べるために、水平方向のグ

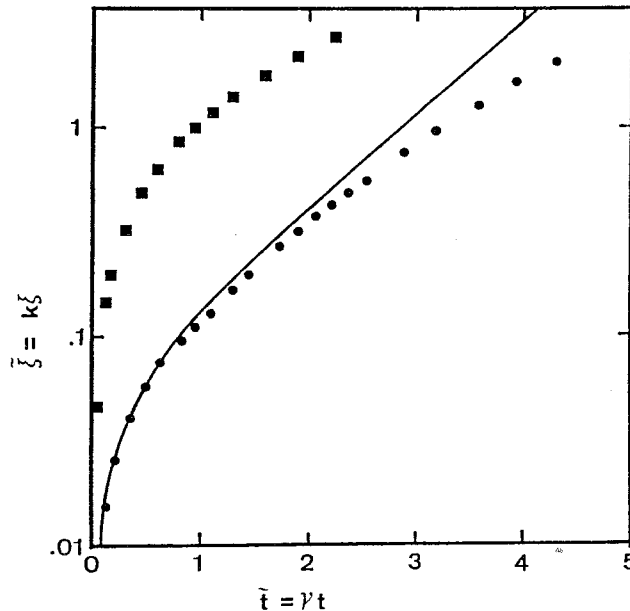


図2－10 摂動振幅の時間発展。初期速度は $u_0/C_S = 8.2 \times 10^{-3}$ (●) 及び 3.3×10^{-1} (■) である。実線は $u_0/C_S = 8.2 \times 10^{-3}$ の時の線形解析解。

リッド数 N と計算により得られた成長率 γ_s の関係を図2－11に示す。図から成長率の誤差が N^{-2} に比例していることがわかり、スキームの精度はほぼ2次である。 $N^{-2} \rightarrow 0$ のとき誤差がゼロになっていないのは、前記のその他の効果による。同様の計算を1次のスキームを用いて行なった結果を図2－12に示す。成長率 γ_s の誤差は N^{-1} の依存性を示している。2つのスキームの違いは非線形段階で鮮明に見

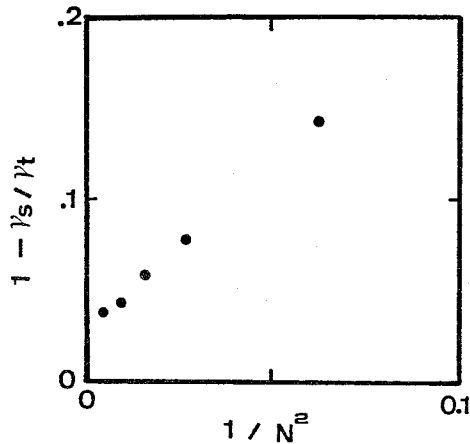


図 2 - 11 2次スキームによるレーリー-テラー不安定の成長率 δ_s と解析解 γ_s の比較。データは誤差が N^{-2} 依存性を持つことを示している。

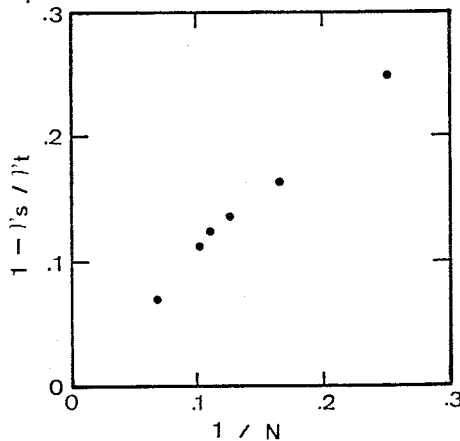


図 2 - 12 1次のスキームによるレーリー-テラー不安定成長率のグリッド数依存性データは誤差が N^{-1} の依存性を持つことを示している。

られる。図 2 - 7(c)では、ケルビン-ヘルムホルツ不安定¹²⁾によりきのこ型の境界面となっているのに対し、1次のスキームでは図 2 - 13(a)に示すようにケルビン-ヘルムホルツ不安定が数値粘性のために生じていない。また粘性の効果がスパイクの部分をより広くしていることがわかる。図 2 - 10 で成長が線形領域でも解析解とのずれが生じているが、これにはケルビン-ヘルムホルツ不安定の影響もかなり含まれている可能性が高い。摂動の初速度を大きくすると図 2 - 13(b) に示すようにケルビン-ヘルムホルツ不安定が起っていない。この場合には解析解と非常に

よく一致した結果が得られるが図2-10中に■で示すように線形成長する領域がみられなくなってしまう。

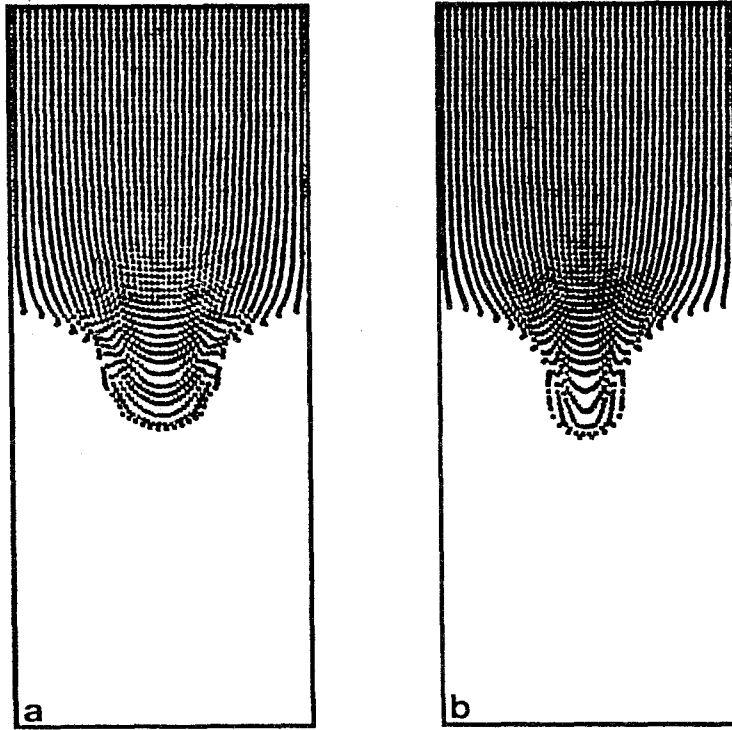


図2-13 (a) 1次のスキームによるレーリーテラー不安定, $u_0/C_s = 8.2 \times 10^{-3}$, $r_T t = 4.01$ 数値的粘性がケルビンヘルムホルツ不安定を安定化している。
(b) $u_0/C_s = 3.3 \times 10^{-1}$ の場合の2次スキームによるレーリーテラー不安定

§ 2-5 極座標及び非直交座標系への拡張

取り扱う問題によっては極座標系等の方が適する場合がある。慣性核融合実験では主に球状ターゲットを用いており、爆縮シミュレーションでは極座標が望ましい。粒子法を極座標に拡張する場合に注意を要することは、向心力やコリオリカである。曲線座標系で差分化する際には十分な注意が必要である。図2-14にその例を示す。グリッドは極座標系配置でZ軸のまわりに回転対称を仮定している。粒子が θ 方向に速度 V_θ を持つとき $d\theta/dt = V_\theta/r$ に従って動かすと、図中点線のごとく軌跡となる。ところがカーテシアン座標で $d\mathbf{X}/dt = \mathbf{V}$ に従って動かすと、実線で

示す軌跡となる。これは θ 方向というのが場所によって違うことから生ずる。粒子の移動はカーテシアン座標のほうが取り扱いやすい。そのためにオイラーステップでは $R-Z$ 座標での速度成分 (u , v) を計算する。図 2-14 のグリッドについて、 $R-Z$ 座標での運動方程式を差分化すると

$$W_{i,j}^n \frac{\tilde{u}_{i,j} - u_{i,j}^n}{\Delta t^n} = -R_{i,j}^n Z_{li,j}^n (P_{i+\frac{1}{2},j}^n - P_{i-\frac{1}{2},j}^n) + R_{i,j}^n Z_{ki,j}^n (P_{i,j+\frac{1}{2}}^n - P_{i,j-\frac{1}{2}}^n) \quad (2-19)$$

$$W_{i,j}^n \frac{\tilde{v}_{i,j} - v_{i,j}^n}{\Delta t^n} = -R_{i,j}^n R_{li,j}^n (P_{i+\frac{1}{2},j}^n - P_{i-\frac{1}{2},j}^n) - R_{i,j}^n R_{ki,j}^n (P_{i,j+\frac{1}{2}}^n - P_{i,j-\frac{1}{2}}^n) \quad (2-20)$$

となる。ここで Z_k , Z_l , R_k および R_l は図 2-14(b) に示す実効長, W はセルの全

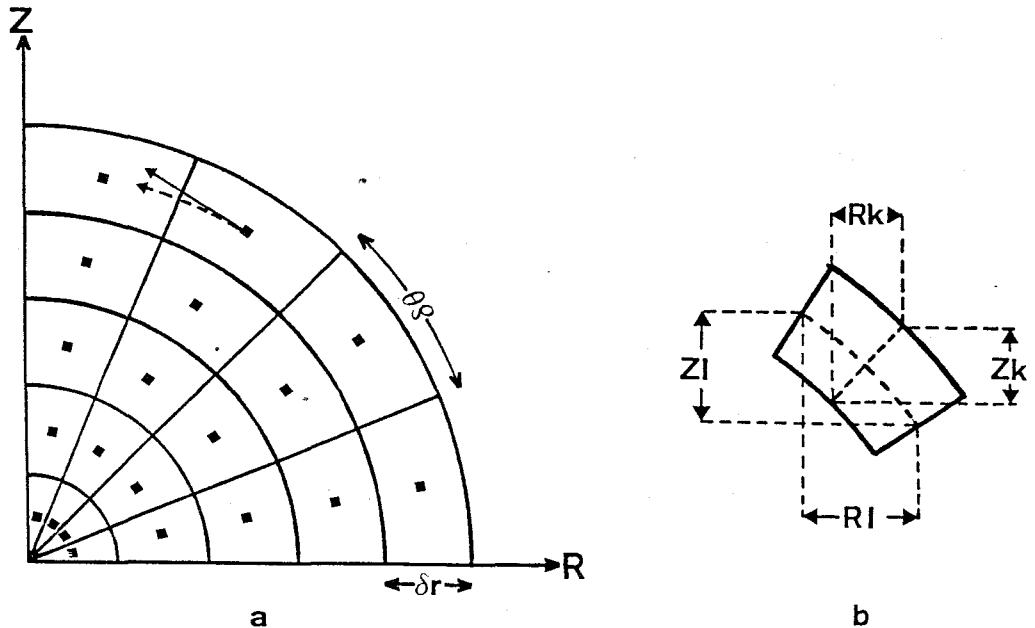


図 2-14 (a)極座標におけるグリッド配置。有限な時間刻み幅では粒子はカーテシアン座標の場合直進（実線）するが極座標では曲がる（破線）。
(b)圧力による仕事の計算のために $R-Z$ 平面に投影したセルの実効的長さ。

質量である。この差分形は球対称を完全に保つ。エネルギー式はそれぞれのセルについて体積積分して

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{Q}_{i,j} - Q_{i,j}^n}{\Delta t} = & - \left[S_{i+\frac{1}{2},j}^n (P^n \bar{V}_r)_{i+\frac{1}{2},j} - S_{i-\frac{1}{2},j}^n (P^n \bar{V}_r)_{i-\frac{1}{2},j} \right] \\ & - \left[S_{i,j+\frac{1}{2}}^n (P^n \bar{V}_\theta)_{i,j+\frac{1}{2}} - S_{i,j-\frac{1}{2}}^n (P^n \bar{V}_\theta)_{i,j-\frac{1}{2}} \right] \end{aligned} \quad (2-21)$$

$$V_r = u \sin\theta + v \cos\theta, \quad V_\theta = -u \cos\theta + v \sin\theta$$

となる。 Q はセルの全エネルギーで、 S はそれぞれの境界面の面積である。(2-21)式はエネルギーを完全に保存する。基本的な計算法は平面座標の場合と同様である。

粒子の移動は $R-Z$ 平面で行なう。粒子の新しい位置 (R_p^{n+1}, Z_p^{n+1}) は、古い位置を (R_p^n, Z_p^n) とすると

$$\begin{aligned} R_p^{n+1} &= R_p^n + u_p \Delta t^n \\ Z_p^{n+1} &= Z_p^n + v_p \Delta t^n \end{aligned} \quad (2-22)$$

となる。ここで u_p, v_p は粒子の速度の R, Z 成分である。粒子の移動はこのように $R-Z$ 面で行なうが、面積重み法は $r-\theta$ 面で計算する。このため位置 (R_p^{n+1}, Z_p^{n+1}) を $(r_p^{n+1}, \theta_p^{n+1})$ に変換する。 $r-\theta$ 面で面積重み法を用いるのは、セル-粒子間の物理量配分を簡単にするためである。極座標における重み法は体積重み法でも実面積による重み法でもなく、 Δr 及び $\Delta \theta$ で規格化された空間での面積重み法を用いる。実体積や実面積は半径や角度により変わり、偽の流束を生ずるからである。例として図2-15の場合を考えてみよう。流体は中心に向かって一樣な速度で動いているとする。時間を Δt 進めて状態(a)から(b)に移るとき、一樣な流速であるから粒子の斜線の部分と空白の部分の質量比は(a), (b)とも同じでなければならない。しかし実面積、実体積はそれぞれ半径 r と r^2 に比例するから、(b)の場合には(a)の場合より比が大きくなっている。したがって実面積、実体積による重み法は半径方向に偽の質量流束を生じさせることになる。規格化された空間での面積重み法あるいは体積重み法ではこのようなことは生じない。したがって粒子の移動の際、物理量の粒

子内分布もこの規格化された座標で考える。

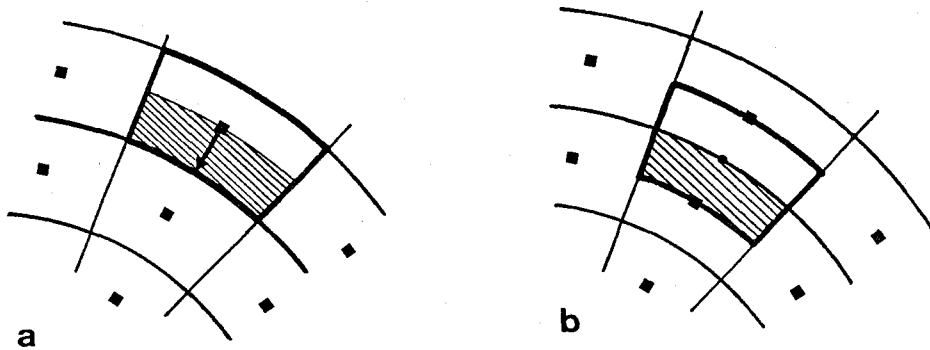


図 2 - 15 極座標における移動の前(a)と後(b)における粒子の質量分布
粒子は $-r$ 方向に一樣な速度で動いている。斜線は粒子を r 方向に二分割する。

以上の極座標での考え方を拡張して、非直交座標系での粒子法が考えられる。慣性核融合に関する実験でも非球殻ターゲットを用いることがある。ターゲットの形状に合った座標系は計算精度等の点からも望ましい。粒子法における最大の問題点は粒子の属するグリッドを見つける方法で、適当な関数による座標変換で方形グリッドに変換できなければならないことである。方形グリッドに変換できれば極座標の場合と同じく、カーテンアン座標での粒子法がそのまま使える。

2 - 5 - 1 収束衝撃波

球対称な衝撃波が一樣な密度 ρ_0 の流体中をその中心に向かって伝搬する時、衝撃波面の伝搬は相似解¹³⁾

$$R = R_0 \left(1 - t/t_0\right)^\alpha \quad (Z-23)$$

で表わされる。ここで R_0 は波面の初期半径、 t_0 は波面が中心に達する時刻、 α は相似指数、 R は波面半径、 t は時刻である。ここでは密度 ρ_0 の一樣な低圧力流体のまわりに高圧力の流体をおき、衝撃波を発生させる。流体は $t = 0$ で静止しており、二流体の圧力比は 5.3。半径方向には 90 の均一あるいは 30 の動グリッド、方位角方向には 5 の均一固定グリッドを用いる。粒子数は初期に 2 個/セルである。図 2 - 16 に結果を示す。丸印は動グリッド及び固定グリッドで 2 次スキームを用いた場合、四角印は固定グリッドで 1 次スキームを用いた結果である。動グリッドで

は仮想グリッドを局所流速で動かし，サブグリッド幅は初期グリッド幅の $1/10$ とした。図中の実線は (2-23) 式の解析解で，誤差範囲はグリッドの分解能と波面が中心に達する時刻の不確定さによる。動グリッド及び2次スキームでは良い結果が得られているが，1次スキームでは数値粘性が，衝撃波伝搬を遅らせ，中心に達する時刻が他に比べて8%程遅くなっている。

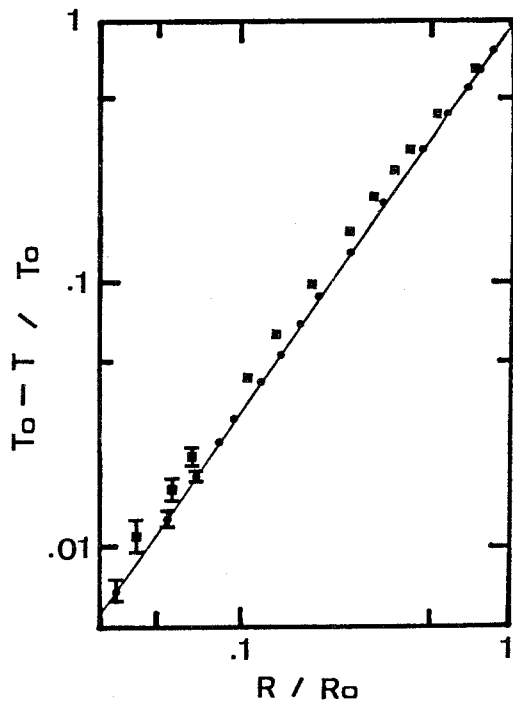


図 2-16 収束衝撃波の波面の伝搬。均一固定 90×5 グリッドを用いた2次スキームと 30×5 動グリッドを用いた結果 (●) は解析解 (実線) と良く一致しているが， 90×5 の均一固定グリッドを用いた1次スキーム (■) では波面の伝搬に遅れが見られる。

2-5-2 収束衝撃波不安定性

Butler¹⁴⁾ により示された様に，収束衝撃波は不安定である。衝撃波面の半径が平均半径から ξ だけ摂動していると，波面が振動して，相対振幅 ξ/R は

$$\frac{\xi}{R} \sim R^{-\frac{\lambda+2}{2\lambda}} \pm i \frac{\lambda+2}{\lambda} P$$

$$P = \frac{[4\lambda\ell(\ell+1) - (\lambda+2)^2]^{1/2}}{2(\lambda+2)} \quad (2-24)$$

$$\lambda = \frac{r+2}{r} + \left(\frac{2r}{r-1}\right)^{1/2}$$

に従って成長する。^{15, 16)}ここで r は比熱比, ℓ は摂動のモード数である。衝撃波は2-5-1の場合と同じ方法で発生させ、二流体の境界面を $R = R_0 + \xi_0 P_8(\cos \theta)$ とした。 $P_8(\cos \theta)$ はモード8のルジャンドル関数である。図2-17に波面の時間変化を示す。相対振幅は図2-18のように、振動しながら成長する。この場合は、 $r = 5/3$, $\ell = 8$ で $\lambda = 4.44$, したがって(2-24)式は

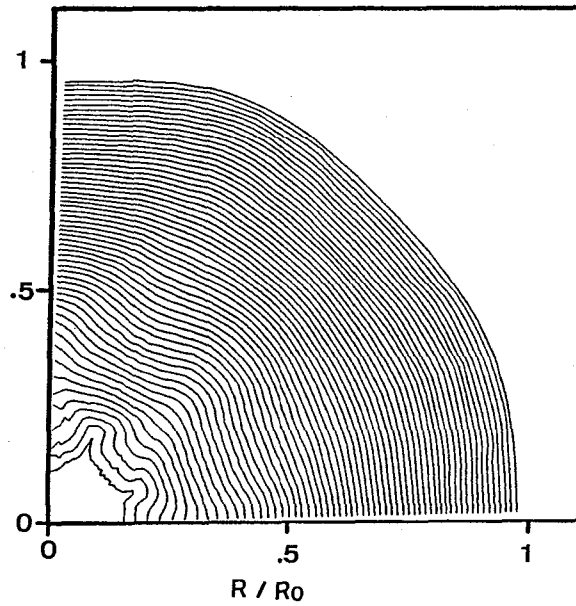


図2-17 2次元収束衝撃波の波面の時間発展
均一間隔 90×40 グリッドを用いた2次スキーム
による計算結果。

$$\frac{\xi}{R} \sim R^{-0.725} \cos \left[3.96 \ln \left(\frac{R}{R_0} \right) \right] \quad (2-25)$$

と書ける。振幅がゼロとなるのは半径が $R/R_0 = 0.673, 0.3045, \dots$ のときである。計算結果図 2-18(a) では解析解と良く一致しているが、成長率は線形解析と一致していない。これは非線形性のためであると考えられる。

図 2-18 には方位角方向のグリッド数を変えた結果を示してある。方位角方向のグリッド数は(a) 40, (b) 30, (c) 20 であり、それぞれ 1 次及び 2 次のスキームを用い粒子数は 4 個/セルである。最初の摂動振幅がゼロになる位置を比較するとグリッド数が多くなるに従い解析解に近くなり、40 グリッドではほぼ正しい結果が得られている。従って波動を正しく取り扱うためには一波長につき 20 グリッド位必要であることがわかる。

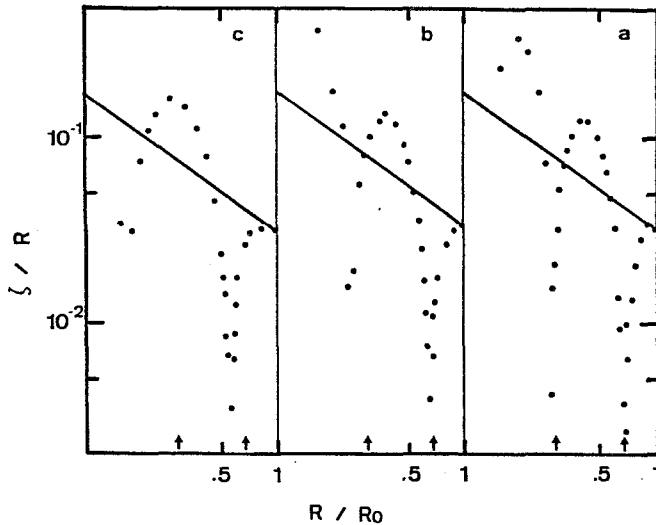


図 2-18 1 次及び 2 次スキームによる衝撃波面の摂動の時間発展。それぞれ均一な(a) 90×40 , (b) 90×30 , (c) 90×20 のグリッドを用いた。実線は線形解析による振幅の成長、矢印は振幅が零となる半径を示す。

波面の振動の様子は 1 次及び 2 次スキーム共にほとんど同じであり、ゼロになる位置も、有意差は認められなかった。しかし、波面の半径の時間変化は 2-5-1 で述べたごとく、1 次スキームでは遅れている。

§ 2-6 ま と め

多次元電磁流体コード作成のための多次元流体方程式解法スキームの研究をおこない、2次精度の流体粒子法を開発した。本章の結果をまとめると次のようになる。

I. 2次精度の流体粒子法による多次元流体方程式の解法スキームを開発した。このスキームにより2次精度を保ったまま数値的雑音・拡散を低減することができ、計算に必要な粒子数したがって計算時間及び記憶容量が実質的に減少した。この方法は従来の無衝突的な有限サイズの粒子を用いてPIC法の改良を行なう方法とは違って、原型のPIC法と同じくオイラー的な方法を用いて対流項の計算精度を高めたものである。また粒子法に不均一・動グリッドを導入して物理量の変化範囲、局所的分解能及び解の精度が大幅に改善された。

II. 2次精度の流体粒子法をテストランにより調べその誤差及び精度を評価した。断熱膨張の計算では不均一グリッドの採用により5個／セルの粒子数で初期の約百分の一の密度まで正しく計算された。さらに動グリッドを採用すれば、2個／セルでも百分の一以下の密度まで正しく取り扱えることがわかった。衝撃波の計算では2個／セルの粒子数で誤差1%以内の結果が得られた。またレーリー・テラー不安定成長率のグリッド数依存性から、スキームの精度が2次であることが確かめられた。

III. 数値的な向心力等を発生せずに極座標及び非直交座標へ粒子法を拡張できた。この方法は収束衝撃波と収束衝撃波不安定性のテストランによりその精度等を調べて正しく計算されていることが示された。このテストランにより十分正確な解を得るために必要なグリッド数等がわかり信頼性が確立された。

以上のように多次元流体方程式を精度良く解ける2次精度流体粒子法を開発しその確立をおこなった。これにより多次元電磁流体粒子コード作成の基礎が完成した。

参 考 文 献

- 1) M.W.Evans and F.H.Harlow, Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-2139, 1957; F.H.Harlow, in "Method in Computational Physics", vol.3, Academic Press, New York, 1964; A.A.Amsden, Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-3466, 1966.
- 2) B.M.Marder, Math. Comp. **29**, 434 (1975).
- 3) R.L.McCrory, R.L.Morse, and K.A.Taggart, Nuclear Sci. Engrg. **64**, 163 (1977).
- 4) J.N.Leboeuf, T.Tajima, and J.M.Dawson, J.Comput. Phys. **31**, 379 (1979).
- 5) A.Nishiguchi and T.Yabe, J.Comput. Phys. **47**, 297 (1982); A.Nishiguchi and T.Yabe, J.Comput. Phys. **52**, 390 (1983).
- 6) C.K.Birdsall and D.Fuss, J.Comput. Phys. **3**, 494 (1969).
- 7) J.Von Neumann and R.D.Richtmyer, J.Appl. Phys. **21**, 232 (1950).
- 8) R.Landshoff, Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-1930, 1955.
- 9) M.L.Wilkins, J.Comput. Phys. **36**, 281 (1980).
- 10) L.Rayleigh, "Theory of Sound", vol.2, 2nd ed., Dover, New York, 1894; G.I.Taylor, Proc. Roy. Soc. London Ser. **A201**, 192 (1950).
- 11) F.H.Harlow and J.W.Welch, Phys. Fluids **9**, 842 (1966); B.J.Daly, phys. Fluids **10**, 297 (1967).
- 12) S.Chandrasekhar, "Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability", Oxford Univ. Press, London/New York, 1961.
- 13) K.P.Stanyukovich, "Unsteady Motion of Continuous Media", Gostekhizdat, Moscow, 1955. [English transl. (M.Holt, Ed.), Academic Press, New York, 1960]; G.Guderley, Luftfahrtforschung **19**, 302 (1942).
- 14) D.S.Butler, A.R.D.E.Report No. 18, 56 (1956).

- 15) W.Chester, Philos. Mag. **45**, 1293 (1954); R.F.Chisness, Proc. Roy. Soc. London Ser. **A232**, 350 (1955); G.B.Whitham, J.Fluid Mech. **2**, 146 (1957).
- 16) J.H.Gardner, D.L.Book, and I.B.Bernstein, J.Fluid Mech. **114**, 41 (1982).

第3章 多次元電磁流体粒子コード

§ 3-1 はじめに

慣性核融合爆縮シミュレーションをするためには前章の流体方程式にプラズマの一般的性質及びレーザー光やイオンビーム等とプラズマの相互作用を加える必要がある。プラズマの一般的性質としては熱伝導，電磁場，電離，輻射輸送等がある。エネルギードライバーがレーザーの場合には高速電子輸送，レーザー光の追跡と吸収，イオンビームの場合には阻止能等の計算が必要となる。また核融合が発生する場合は核融合反応の計算も必要である。爆縮シミュレーションコードの作成には第2章で述べた流体方程式の解法と同時に以上のような諸現象のモデル化及び解法スキームの開発が不可欠である。最近の計算機の大規模化，高速化により多次元シミュレーションが現実的なものとなって来た。また従来は計算時間等が掛かりすぎて用いられてはいなかったより精密なモデルが採用されるようになり実験結果との詳細な比較が可能になって来ている。そして実験結果との不一致な点が明確に示されてモデルの改良・精密化へと発展を促進する原動力となっている。最近のベクトル計算機・並列計算機の出現によりこれまでとは違った新しい解法スキームの開発もまた要求されている。

このような状況の基においてのコード開発では各現象モデル及び解法スキームの開発或いは選択が主要課題である。本研究により完成した爆縮シミュレーションコードに含まれる諸現象を大別すると以下ようになる。

- 1) 一温度及び二温度一流体モデル
- 2) 磁場の効果及びflux limit を含む拡散モデル熱伝導
- 3) 巨視的自発磁場生成と輸送
- 4) Average ion モデルを用いた非局所熱平衡多群拡散近似による輻射輸送
- 5) 多群拡散近似による高速電子輸送
- 6) レーザー光軌跡の追跡及び吸収とイオンビーム吸収
- 7) 核融合反応

本研究では主として1)～3)のモデル化及び解法スキームの開発を行なった。他の現象については他で開発されたモデルを採用して用いている。1)の流体モデ

ルでは流体方程式の対流項の解法が中心であり、これについては第2章で既に詳述した。2)の熱伝導では熱伝導係数への磁場の効果の導入を中心としてコード化を行なった。磁場の効果が入ると温度勾配と磁場に垂直な方向の熱流が発生する。磁場の効果が小さい時は熱伝導方程式の解法で解くべきマトリクスが対称に近く収束法で高速計算が可能となっている。しかし磁場の効果が大きくなると非対称性が大きくなりこれを解く有力な計算法がまだない。3)ではプラズマ中における巨視的磁場生成と流体運動及び温度勾配による力による磁場の輸送、磁場の拡散等の解法スキームの開発が中心である。以下の節ではこれらの現象のモデル及び解法スキーム等について詳しく述べる。

§ 3-2 流体モデル

普通流体近似ではプラズマは一般に何種類かの混ざり合った流体から成っていると考へて、それぞれ別々に流体方程式をたてる。しかし慣性核融合の標的プラズマではデバイ半径 $r_D = (T_e / 4 \pi n_e e^2)^{1/2} < 0.3 \mu m$ ($T_e = 10 \text{ keV}$, $n = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$) となり、解析上興味のある距離に比べて小さく、電子とイオンの荷電分離の効果が無視できて電子とイオンは一体となって運動すると仮定して差し支えない。しかし電子とイオン間の衝突による温度緩和時間 τ は約 $3 \times 10^5 T_e^{3/2} (\text{eV}) / (\ln A Z^2 n_i (\text{cm}^{-3}))$ 秒であり、温度が上昇すると球殻の加速時間や燃料の閉じ込め時間と同程度にもなる。このような状態はエネルギー吸収領域や臨界密度以下の領域及び爆縮により圧縮された燃料内で生じ、電子温度とイオン温度に大きな差が現われる。したがってエネルギー方程式は電子とイオンに分けて考えることが多い。標的プラズマを記述する流体方程式は以下ようになる。

質量保存或いは連続の式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} = 0 \quad (3-1)$$

運動方程式は

$$\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} \mathbf{V} = - \nabla P + \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{4 \pi} \quad (3-2)$$

である。電場はプラズマ近似で $zn_i = n_e$ としたことで表面的には表われて来ない。

(3-2) 式右辺第2項を書き換えることにより

$$\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} \mathbf{V} = -\nabla P - \nabla \frac{B^2}{8\pi} + \frac{\mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B}}{4\pi} \quad (3-2)'$$

となる。(3-2)' 式右辺第2項は磁場のスカラー圧力の効果と考えられる。二次元の場合には $\mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B} = 0$ となりこの項だけが残る。

エネルギー方程式は一温度の場合

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} \varepsilon = -\nabla \cdot P \mathbf{V} + \nabla \cdot \vec{\kappa} \cdot \nabla T + G + H \quad (3-3)$$

或いは

$$\frac{\partial \rho C_v T}{\partial t} + \nabla \cdot \rho C_v \mathbf{V} T = -P \nabla \cdot \mathbf{V} + \nabla \cdot \vec{\kappa} \cdot \nabla T + G + H \quad (3-4)$$

である。二温度の場合は電子について

$$\frac{\partial \rho_e C_{ve} T_e}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_e C_{ve} \mathbf{V} T_e = -P_e \nabla \cdot \mathbf{V} + \nabla \cdot \vec{\kappa}_e \cdot \nabla T_e + G + H - H_{ei} \quad (3-5)$$

イオンについては

$$\frac{\partial \rho_i C_{vi} T_i}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_i C_{vi} \mathbf{V} T_i = -P_i \nabla \cdot \mathbf{V} + \nabla \cdot \vec{\kappa}_i \cdot \nabla T_i + H_{ei} \quad (3-6)$$

である。ここで G はエネルギードライバーからのエネルギー吸収, H は輻射及び高速電子等によるエネルギー変化, 添字 e 及び i はそれぞれ電子及びイオンについての量であることを示す。 H_{ei} は電子とイオンの衝突による温度緩和で

$$H_{ei} = \frac{3 m_e}{m_i} \frac{n_e}{\tau_e} (T_e - T_i)$$

である。電子のエネルギー方程式にはさらにジュール加熱や温度勾配による力による加熱・冷却が必要になる場合もある。

これら流体方程式の解法で最も問題となるのは (3-1) ~ (3-6) 式の左辺第二項である。この項は流体の移動による物理量の変化を表わしている。これについては緒論でも述べたように多くの研究が行なわれて来ているがまだ決定的な方法が開発されてはいない。本コードでは第2章で詳しく述べた2次精度の流体粒子法¹⁾

により解いている。(3-1)～(3-6)式のその他の部分はすべてオイラーグッド上での差分方程式化を行なって解いている。詳しい解法についてはそれぞれ各節で述べている。

§ 3-3 熱 伝 導

拡散モデルによる熱伝導の取り扱いには粒子の分布関数が球対称マクスウェル分布から少しずれた場合を考えて粒子の分布関数をルジャンドル展開しその1次の項までを考慮したものである。拡散近似は温度勾配が非常に緩やかで勾配の特性長が粒子の平均自由行程より非常に長い場合には正しい。しかし実際の高強度レーザーにより生成されたプラズマでは臨界密度付近で局所加熱が起こり温度勾配は急峻になる。このような所での熱流はSpitzer-Härmの表式²⁾で与えられる値の1/10から1/30までも小さくなっていることが実験からも確められている。この熱流抑制の原因として種々の現象が研究されているがその一般化が難しいために現在は熱流の最大値 $F = fnk_B T V_{th}$ とする方法が一般的となっている。実験的には $f \sim 0.03$ ³⁾ と言われている。この効果を導入してコード中では熱伝導係数 κ^* を

$$\kappa^* = \frac{\kappa}{1 + \frac{|\kappa \nabla T|}{F}} \quad (3-6)$$

としている。 κ はSpitzer-Härmの古典的熱伝導係数である。磁場の効果を熱伝導に導入すると熱伝導係数はテンソルになり解くべき方程式がかなり複雑になる。Braginskii⁴⁾の表示に従えば、磁場中の熱流は

$$\vec{\kappa} \cdot \nabla T = \kappa_{\parallel} \nabla_{\parallel} T + \kappa_{\perp} \nabla_{\perp} T + \kappa_A \mathbf{h} \times \nabla T \quad (3-7)$$

と表わされる。ここで $\parallel$ は磁力線に平行方向、 $\perp$ は磁力線に垂直な方向を表わす。磁場と温度勾配に垂直な熱流(3-7)式右辺第3項を除くと熱伝導方程式は放物型発展方程式となる。これを陽解法による差分で解く場合の安定条件は時間刻み幅 Δt が

$$\Delta t \lesssim \frac{\rho C_v \Delta x^2}{\kappa^*}$$

を満足することである。この Δt に対する制限条件は通常かなり厳しく一般的には無条件安定な陰解法を用いる。(3-7) 式各項の具体的表式は第 5 章で述べることにし、ここでは解法の概略を示す。

熱伝導方程式

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \vec{\kappa} \cdot \nabla T$$

を差分化する前に任意形状のセルに対してもエネルギー保存を考えやすくするためにセル体積 V で積分して

$$W C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \int_V \nabla \cdot \vec{\kappa} \cdot \nabla T dV = \int_S \vec{\kappa} \cdot \nabla T \cdot \mathbf{n} ds \quad (3-8)$$

とする。ここで $\mathbf{n}$ はセルの表面 S に垂直な単位ベクトルである。(3-8) 式右辺はセルの表面 S を量って流れる熱流束を表わしている。(3-8) 式の温度勾配に平行な方向の熱流の部分を陰解法で差分化すると 2 次元平面座標系の場合には

$$\begin{aligned} W^n C_v \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = & S_{i+\frac{1}{2},j}^n \kappa_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j}} - S_{i-\frac{1}{2},j}^n \\ & \kappa_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j}} + S_{i,j+\frac{1}{2}}^n \kappa_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1}}{\Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}} - S_{i,j-\frac{1}{2}}^n \\ & \kappa_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (3-9)$$

となる。ここで S はセルの各境界の面積、熱伝導係数 κ^{n+1} は温度に T^{n+1} を用いることを表わす。各セルについて (3-9) 式と同様の代数方程式ができる。この連立代数方程式の次数はグリッド数だけあり大きなマトリクスを解かなければならない。特に多次元になる程次数が高くなるので一般にはコレスキー分解等の直接法よりは反復法による収束計算が用いられている。本コードでは (3-9) 式は修正不完全コレスキー分解共役勾配法⁵⁾を採用しており、ほとんどの場合について高速に精度良く解くことが出来ている。

温度勾配に垂直な方向の熱流は (3-9) 式に対応して

$$\begin{aligned}
W^n C_v \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t^n} = & S_{i+\frac{1}{2},j}^n \kappa_{Ai+\frac{1}{2},j}^* \frac{T_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^* - T_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^*}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j}} \\
& - S_{i-\frac{1}{2},j}^n \kappa_{Ai-\frac{1}{2},j}^* \frac{T_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^* - T_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^*}{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j}} + S_{i,j+\frac{1}{2}}^n \kappa_{Ai,j+\frac{1}{2}}^* \\
& \frac{T_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^* - T_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^*}{\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}}} - S_{i,j-\frac{1}{2}}^n \kappa_{Ai,j-\frac{1}{2}}^* \frac{T_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^* - T_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^*}{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}}
\end{aligned} \tag{3-10}$$

となる。磁場の効果が小さい時はこの熱流は無視できる。この熱流は粒子のサイクロトロン運動に起因した熱流である。(3-10)式を解くマトリクスは非対称であり、前記の方法は使えなくなる。磁場の効果があまり大きくない場合は(3-9)式と合わせてマトリクスは優対角を保っており修正不完全LU分解共役勾配法⁶⁾やLSQR法⁷⁾等により比較的高速に解ける。しかし磁場が大きくなると非対角成分が大きくなりこれら反復法では収束が著しく悪くなり収束しない場合もある。そこでこのような場合には(3-10)式の T^* として T^n を用いる陽解法かあるいはLU分解により解く方が早く精度も良くなっている。

§ 3-4 磁 場

プラズマ中における巨視的磁場の発展方程式は通常ファラデーマクスウェル方程式と電子の運動方程式から導出する。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c \nabla \times \mathbf{E} \tag{3-10}$$

$$m_e n_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -en_e \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{V}_e \times \mathbf{B}}{c} \right) - \nabla P_e - \nabla \cdot \vec{\mathbf{P}} + \mathbf{R}_T + \mathbf{R}_u \tag{3-11}$$

(3-10)式と(3-11)式より電場 $\mathbf{E}$ を消去し、 $\nabla \times \mathbf{B} = 4\pi n_e e (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_e)/c$ を用いると

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V}_i \times \mathbf{B}) + \frac{c}{e} \left[\nabla \times \left(\frac{\nabla P_e}{n_e} \right) - \nabla \times \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{4\pi n_e} + \nabla \times \left(\frac{\nabla \cdot \vec{\mathbf{P}}}{n_e} \right) \right]$$

$$- \nabla \times \left(\frac{R_u + R_T}{n_e} \right) + m_e \nabla \times \frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} \quad (3-12)$$

を得る。(3-12)式第1項はイオン(流体)の運動による磁束の対流を表わし、ダイナモ効果はこの項から生ずる。第2項は温度勾配と密度勾配が非平行な場合流れる熱電気電流による磁場源である。第3項は磁場の圧力、第4項は粘性及びボンデュラモーティブカによる電流で発生する磁場である。第5項の R_u は電子とイオンの平均的な相対速度から生ずる摩擦力でこれは磁場の拡散を生じさせる。 R_T は温度勾配による力であり電子とイオンの衝突周波数が速度依存性を持つことから発生する。この項は第5章で詳しく述べるように磁場の増幅やピンチングを起こし重要な影響を与える。最後の項は左辺に移項すると $\partial/\partial t [\mathbf{B} - m_e c \nabla \times \mathbf{V}_e / e]$ となり一般化された渦度の時間変化の式になる。以上のように磁場の発展方程式には性質の違った多くの項があり安定且つ精度良く解くためにはそれぞれの項に適した解法が必要である。

第1項は磁場が流体と共に動くことを表わしている。これを書き換えると $-\nabla \cdot \mathbf{V}_i \mathbf{B} + \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{V}_i$ となる。磁力線に平行な方向の速度勾配を零とすれば流体の運動量やエネルギーのコンベクションと同型の式となりこれは流体粒子法¹⁾を用いて解くことができる。しかし $\mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{V}_i$ が零でなければこれを解く必要がある。この項は磁力線方向に流体の速度が変化していると磁力線の方向が変わることを表わしている。流体粒子に速度差による回転の効果を加えるか或いはこの項だけを差分化して解くことができる。

第2項の熱電子電流 (thermo electric current) による磁場生成項は差分化する前に式の変形を行なう。一般に電子の圧力 $P_e = n_e k_B T_e$ であるので

$$\frac{c k_B}{e n_e} \nabla T_e \times \nabla n_e$$

と変形して解かれることが多い。しかしこの項は閉曲面 S で積分すると

$$\int_S \frac{c}{e} \nabla \times \left(\frac{\nabla P_e}{n_e} \right) \cdot d\mathbf{s} = \int_{\ell} \frac{c}{e} \frac{\nabla P_e}{n_e} \cdot d\mathbf{l}$$

となり、 S の境界線 ℓ での線積分すなわち境界線上の値で表わされなければならない。前式のような変形を行なうと差分化したときこの条件は満足されなくなる。そこ

で

$$\frac{ck_B}{e} \nabla \times \left(\frac{\nabla P_e}{n_e} \right) = \frac{ck_B}{e} \nabla \times (T_e \ln n_e)$$

と変形して差分

$$\begin{aligned} & \frac{ck_B}{e} \left\{ \frac{1}{\Delta x_{i,j}} \left[\frac{T_{ei+\frac{1}{2},j} (\ln n_{ei+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - \ln n_{ei+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}})}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j}} - \right. \right. \\ & \left. \frac{T_{ei-\frac{1}{2},j} (\ln n_{ei-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - \ln n_{ei-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}})}{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j}} \right] - \frac{1}{\Delta y_{i,j}} \\ & \left[\frac{T_{ei,j+\frac{1}{2}} (\ln n_{ei+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - \ln n_{ei-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})}{\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}}} - \right. \\ & \left. \left. \frac{T_{ei,j-\frac{1}{2}} (\ln n_{ei+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} - \ln n_{ei-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}})}{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}} \right] \right\} \end{aligned}$$

を用いる。

第3項は $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ 力による効果である。 $(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{B} - \frac{1}{2} \nabla B^2$ となるから第2項のプラズマ圧力を磁場圧力と置き換えたものになる。磁力線方向に磁場の強さが変わらない時は $\frac{c}{e} \nabla \times \frac{\nabla B^2}{8\pi n_e} = \frac{c}{e} \nabla \times \left(\frac{B^2}{8\pi n_e} \nabla \ln n_e \right)$ と書き換えて第2項と同じく取り扱える。また第4項もプラズマ圧力をポントデュラモーティブカや粘性圧力と置き換えたものであり同様な扱いが出来る。

第5項の摩擦力 $\mathbf{R}_u$ の具体表式は⁴⁾

$$\mathbf{R}_u = -\alpha_{\parallel} \mathbf{U}_{\parallel} - \alpha_{\perp} \mathbf{U}_{\perp} + \alpha_A \mathbf{h} \times \mathbf{U} \quad (3-14)$$

$$\alpha_{\parallel} = \frac{m_e n_e}{\tau_e} \alpha_0, \quad \alpha_{\perp} = \frac{m_e n_e}{\tau_e} \left(1 - \frac{\alpha_1' x^2 + \alpha_0'}{\Delta} \right), \quad \alpha_A = \frac{m_e n_e}{\tau_e} \frac{\chi (\alpha_1'' x^2 + \alpha_0'')}{\Delta}$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i = -\frac{\mathbf{J}}{n_e e} = -\frac{c}{4\pi n_e e} \nabla \times \mathbf{B}, \quad \Delta = \chi^4 + \delta_1 \chi^2 + \delta_0$$

で与えられる。摩擦力は電子とイオンの平均相対速度から生じる力である。電子がイオンと衝突することによりある電子に凍結していた磁力線が他の電子に移る。このランダム性が磁場の拡散を生ずる。(3-12)の摩擦力の項を書き下すと

$$\begin{aligned}
& -\nabla \times \left\{ \frac{c^2 m_e}{4\pi n_e e^2 \tau_e} \left(1 - \frac{\alpha_1 \chi^2 + \alpha_0'}{\Delta} \right) \nabla \times \mathbf{B} \right\} \\
& + \nabla \times \left\{ \frac{c^2 m_e}{4\pi n_e e^2 \tau_e} \frac{\chi(\alpha_1'' \chi + \alpha_0'')}{\Delta} \mathbf{h} \times (\nabla \times \mathbf{B}) \right\}
\end{aligned} \quad (3-15)$$

となる。(3-15)式第1項は磁場の拡散項である。第2項は $\chi = eB\tau_e / (m_e c)$ を用いて書き換えると

$$\frac{c}{4\pi e} \times \left\{ \frac{\alpha_1'' \chi^2 + \alpha_0''}{\Delta} \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{n_e} \right\}$$

となり(3-12)式第3項と同型であることがわかる。この項は第3項への補正として取り扱う。(3-15)式第1項の拡散係数を D と書いて変形すると

$$-\nabla \times (D \nabla \times \mathbf{B}) = -\nabla (\mathbf{B} \cdot \nabla D) + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \nabla D + \nabla \cdot D \nabla \mathbf{B}$$

となる。右辺第3項は非線形拡散方程式でこれは容易に解ける。第1項及び第2項は磁力線方向に拡散係数が変化していると磁力線方向も変化するということを表わしている。2次元以下で垂直磁場しか考えない時等は第3項だけが残る。

第5項の温度勾配による力 $\mathbf{R}_T$ の具体表式は⁴⁾

$$\mathbf{R}_T = -\beta_{\parallel}^{uT} \nabla_{\parallel} T_e - \beta_{\perp}^{uT} \nabla_{\perp} T_e - \rho_A^{uT} \mathbf{h} \times \nabla T_e \quad (3-16)$$

$$\beta_{\parallel}^{uT} = n_e \beta_0 k_B, \beta_{\perp}^{uT} = n_e k_B \frac{\beta_1' \chi^2 + \beta_0'}{\Delta}, \beta_A^{uT} = n_e k_B \frac{\chi(\beta_1'' \chi + \beta_0'')}{\Delta}$$

で与えられる。第5章で詳しく述べるがこの部分は

$$\nabla \times \mathbf{V}_T \times \mathbf{B} + \frac{c k_B}{e} \nabla \times (\beta \nabla_{\perp} T_e) \quad (3-17)$$

と書ける。ここで

$$\mathbf{V}_T = -\frac{k_B \tau_e}{m_e} \frac{\beta_1'' \chi^2 + \beta_0''}{\Delta} \nabla T_e, \quad \beta = \frac{\beta_1' \chi^2 + \beta_0'}{\Delta}$$

である。(3-17)式第1項は流体による磁場のコンベクション(3-12)式第1項の $\mathbf{V}_i$ を $\mathbf{V}_T$ に置き換えたものと同じである。 $\mathbf{V}_T$ は熱波の速度であり、アブレーション等においては $\mathbf{V}_i$ より大きな値を持つ。この項は流体のコンベクションの解法と同様の問題があるが $\mathbf{V}_T$ は流体速度と違い流体粒子法では解かず風上差分を用

いて解いている。(3-17)式第2項は磁場を温度勾配に垂直な方向へ磁場をピンチングさせる。これは電子のサイクロトロン運動に起因している。この項がピンチングを生じさせることは次のような考察からわかる。温度勾配、密度勾配が x 方向だけにあり磁場を z 方向とすると(3-17)式第2項は

$$\frac{c k_B}{e} \frac{\partial T_e}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial y} \quad (3-18)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial B} = - \frac{2 B x (\beta'_1 x^4 + 2 \beta'_0 x^2 + \beta'_0 \delta_1 - \beta'_1 \delta_0) x_0}{A^2}, \quad x \equiv x_0 B$$

となる。(3-18)式は磁場 B が速度 $\frac{c k_B}{e} \frac{\partial T_e}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial B}$ で y 方向に伝播することを表わしており、磁場は中性点を中心に両側から集まってくる。この項で β は B の偶関数で大きさだけの関数となり符号に関係ない。 $|B| \rightarrow 0$ のとき $\partial \beta / \partial B \rightarrow 0$ でしたがってこの項による磁場変化 $\partial B / \partial t \rightarrow 0$ となり、この項が磁場の符号を変えることはない。(3-17)式第2項をこのままの形で差分化して実際にアブレーション構造で計算するとかなり大きい値をもち磁場の符号の反転を生じたりして安定な計算ができず雑音的な磁場になってしまう。そこで(3-18)式に変形して解くと安定な計算が可能となった。

(3-12)式の最後の項は電子の慣性による効果である。これは一般には小さいとされ無視されて来た。しかし最近電子の慣性の効果により大きな磁場が発生するという研究も発表されており⁹⁾検討が必要である。

§ 3-5 そ の 他

ここでは§ 3-1で述べた多次元電磁流体粒子コードに含まれている物理現象のうち、主として本研究で開発した流体・熱伝導・磁場以外の部分について概説しておく。

a. 輻射輸送

輻射輸送は、物質の輻射に対する不透明度(opacity)と物質から放出される輻射のスペクトルを決める原子過程の計算と、多群拡散方程式の解法とに大きく分けられる。原子状態の計算は、平均電荷をもつイオンを用いてその束縛電子の分布を決めるAverage ionモデル¹⁰⁾による。原子状態を決める過程としては、電離過程

として電子衝突電離及び光電効果，再結合過程として，放射性再結合・3体衝突再結合・2電子性再結合，自然放出過程，電子衝突励起・脱励起過程が含まれている。束縛電子のエネルギーは水素型で計算している。輻射輸送方程式は単位振動数当りの輻射エネルギー密度を U_ν ，エネルギー流束を $\mathbf{S}_\nu$ とすると

$$\frac{\partial U_\nu}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S}_\nu = C K'_\nu (U_\nu p - U_\nu) \quad (3-19)$$

で表わされる。ここで K'_ν は誘導放射を考慮した吸収係数， $U_\nu p$ はプラズマと熱平衡にあるプランク分布をした輻射エネルギー密度である。(3-19)式を周波数空間でも解くために，周波数空間にグリッドをもうける。(3-19)式をグリッド境界 $\nu_g - \nu_{g+1}$ 間で積分して多群拡散近似による輻射輸送方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_g}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{Q}_g &= J_g - \chi_g N_g \\ \mathbf{Q}_g &= - \frac{C^2}{3\chi_g} \nabla N_g \end{aligned} \quad (3-20)$$

を得る。ここで

$$\begin{aligned} N_g &= \int_{\nu_g}^{\nu_{g+1}} U_\nu d\nu, \quad J_g = \int_{\nu_g}^{\nu_{g+1}} C K'_\nu U_\nu p d\nu, \\ \chi_g &= \int_{\nu_g}^{\nu_{g+1}} c k'_\nu d\nu \end{aligned}$$

である。拡散方程式(3-20)式は熱伝導と同じく，*MICCG*を用いた収束計算により解いている。

b) 高速電子輸送

レーザー光が，その振動数に等しい電子プラズマ振動数をもつ密度付近に達すると，大きな共鳴電場を発生し，電子を加速する。この電子が高速電子と呼ばれ，ターゲット内部の予備加熱，ターゲット圧縮の一様性，大きな電磁場の発生等に大きな影響をもつ。高速電子輸送の記述には多群拡散近似法^{11, 12)}と流体近似法¹³⁾がある。流体近似法は，電場・磁場の selfconsistent な取り扱いができるが，多大な計算時間が必要である。多群拡散近似は計算時間は少ないが，電磁場の selfconsistent な取り扱いができない。どちらを選択するかは問題による。

多群拡散近似は，電子のブラソフ方程式で，電子の分布関数 $f(\mathbf{X}, \mathbf{V}, \mu)$ を，

高速電子の速度ベクトルと空間座標 $\mathbf{x}$ との方向余弦 μ に関してルジャンドル展開をおこない2次以上の項を無視して式を速度空間グリッドの分割点 V_g 及び V_{g+1} 間で積分して得られる。1次元ではselfconsistentな電場を含んで解けるが、多次元になるとこれは不可能になり、電場を含まない拡散方程式を用いる。

流体近似法は電磁場及びイオンの効果を含む高速電子輸送の取り扱いが可能である。基礎方程式は、高速電子と熱電子の二流体の連続及び運動方程式とマクスウェル方程式を用いる。

c) レーザー光追跡及び吸収

レーザー光追跡は、密度勾配を三角形平面で近似して、この平面上での軌跡が2次方程式で表わされることを利用して計算する。三角形の頂点は3個の最近接グリッド点に取る。吸収は逆制動輻射による古典吸収及び共鳴による異常吸収の計算を行なっている。レーザー光は有限個の線で表わされるので十分多くの線を用いて数値的誤差を小さく押える必要がある。

光線のプラズマ中での軌跡に沿っての長さ s に対して光線のエネルギーは

$$\frac{dI}{ds} = - (K_c + K_A) I$$

と変化する。 I は光線強度である。 K_c は古典吸収係数⁽⁴⁾で

$$K_c = K_0 \frac{n_e^2}{n_c} \frac{1}{(1 - n_e/n_c)^{1/2}}$$

$$K_0 = \frac{4}{3} \left(\frac{2}{\pi m} \right)^{1/2} \frac{e^4}{c} \cdot \left(\frac{Z_e}{k T_e} \right)^{3/2} \ln \Lambda$$

$$n_c = \frac{m_e}{4 \pi e^2} \omega_L^2$$

で定義される。 K_A は異常吸収係数で外部から与えている。

d) 粒子ビーム吸収

粒子ビームはターゲット中でも直進すると仮定して、ビームエネルギーのターゲットへの吸収は阻止能により計算する。電子ビームの場合ビームエネルギーの散逸は、ターゲット中の束縛電子との非弾性衝突による励起エネルギーへの移行と原子核及び電子のつくる電場による制動輻射エネルギーへの移行が主たる機構であり、

またイオンビームでは束縛電子及び自由電子との非弾性衝突が主たるエネルギー散逸機構である。

e) 核融合反応

核融合反応としては $D-T$ 及び $D-D$ 反応を考え、これらの反応断面積の実験値を適当な関数で近似し、中性子発生数を計算している。

DT 反応の反応速度は

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 3.8 \times 10^{-10} n_T n_D \frac{1}{T_e^{2/3}} \exp\left(-\frac{190.2}{T_e^{1/3}}\right) \quad T_e < 10^4 \text{ eV}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 3.41 \times 10^{-12} n_T n_D \frac{1}{T_e^{2/3}} \exp\left(-\frac{2721.7}{T_e^{2/3}} + 36.38 \frac{1}{T_e^{1/3}}\right) \quad T_e > 10^4 \text{ eV}$$

DD 反応は

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 2.6 \times 10^{-12} n_D^2 \frac{1}{T_e^{2/3}} \exp\left(-\frac{187.6}{T_e^{1/3}}\right)$$

を用いている。

§ 3-6 ま と め

この節では多次元電磁流体粒子コードで用いた基礎方程式、モデル及び解法スキームについて述べた。本研究で開発したコードの特徴をまとめると

1. 2次精度の流体粒子法による流体方程式の解法を中心とした一温度及び二温度一流体モデルを用いている。
2. 磁場中での熱伝導は温度勾配に垂直な熱流を含むより完全なモデルを採用している。
3. 巨視的磁場生成及び輸送では、流体によるコンベクションを2次精度流体粒子法で解き、摩擦力及び温度勾配による力を含むモデルを採用している。

となる。これにAverage ion モデルを用いた非局所熱平衡多群拡散近似による輻射輸送、多群拡散近似高速電子輸送、レーザー光線の追跡と吸収、イオンビーム吸収及び核融合反応を加えて多次元電磁流体粒子コードが構成されている。コードは、カーテシアン座標系の1, 2次元とこれらの Z 軸に回転対称な場合及び3次元と極座標1次元(r 又は θ)、2次元($r-\theta$ 座標)とこれらの ψ 方向に回転対称な座

標を用いることができる。さらに適当な関数による座標変換をおこなって、比較的簡単な非直交座標系を用いることも可能である。このように取り扱う問題に応じた座標系の選択が可能であり汎用性は高い。

粒子コードではこれまで粒子のもつ量を各グリッド点で集算する時に再帰代入が発生してベクトル化できなかったが、ベクトル長×グリッド数の大きさの配列を用いて集算することにより再帰代入を避けることができるようになった。また *ICCG* 等の方法のベクトル化も完成し、これにより粒子法においても高速演算が可能となった。

参 考 文 献

- 1) A.Nishiguchi and T.Yabe, J.Comput. Phys. **47**, 297 (1982);
A.Nishiguchi and T.Yabe, J.Comput. Phys. **52**, 390 (1983).
- 2) L.Spitzer and R.Harm, Phys. Rev. **89**, 977 (1953).
- 3) W.C.Mead, R.A.Haas, W.L.Kruer, D.W.Phillon, H.N.Kornblum,
J.D.Lindl, D.R.MacQuigg, and V.C.Rupert, Phys. Rev. Lett. **37**,
489 (1976), Phys. Fluids **20**, 322 (1977);
G.B.Zimmerman, Lawrence Livermore Laboratory, UCRL-74811
(1973); W.L.Kruer, Comments Plasma Phys. Cont. Fusion **5**, 69
(1979).
- 4) S.I.Braginskii, in Reviews of Plasma Physics, edited by M.A.
Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1965), Vol.1, P205.
- 5) J.A.Meijerink and H.A.van der Vorst, Math. Comput. **31**, 148 (1977);
D.S.Kershaw, J.Comput. Phys. **26**, 43 (1978);
I.Gustafsson, BIT **18**, 142 (1978).
- 6) D.S.Kershaw, J.Comput. Phys. **38**, 114 (1980).
- 7) C.C.Paige and M.A.Saunders, ACM Transaction on Mathematical
Software **8**, 43 (1982).
- 8) J.J.Thomson, C.E.Max, and K.Estabrook, Phys. Rev. Lett. **35**, 663
(1975);
J.A.Stamper and D.A.Tidman, Phys. Fluids **16**, 2024 (1973).
- 9) R.D.Jones, Phys. Rev. Lett. **51**, 1269 (1983); P.Amendt, H.U.Rahman,
and M.Strauss, Phys. Rev. Lett. **53**, 1226 (1984).
- 10) R.M.More, Lawrence Livermore Lab. Rep., UCRL-84991 (1981);
W.A.Lokke and W.H.Grasberger, Lawrence Livermore Lab. Rep.,
UCRL-52276 (1977); D.E.Post and R.V.Jensen, At. Data Nucl. Data
Tables **20**, 397 (1977); S.Kiyokawa, T.Yabe, and T.Mochizuki, Japn.
J.Appl. Phys. **22**, L772 (1983).

- 11) E.G.Corman, W.E.Loewe, G.E.Cooper, and A.M.Winslow, Nuclear Fusion **15**, 377 (1975).
- 12) T.Yabe, K.Mima, and K.Yoshikawa, Inst. Laser Eng. Osaka Univ. 8003P (1980).
- 13) R.J.Mason, Phys. Rev. Lett. **43**, 1795 (1979).
- 14) T.W.Johnstone and J.M.Dawson, Phys. Fluids **16**, 722 (1973).

第4章 爆縮における球殻の安定性の解析

§ 4-1 はじめに

慣性核融合において爆縮により高密度・高温度を同時に達成するためには、爆縮効率及び一様性の向上が重要な課題である。効率及び一様性はプラズマ中の熱輸送や爆縮中に発生する不安定性により決まりこれらの現象の解明が必要である。レーザーやイオンビーム等から吸収されたエネルギーは熱輸送によりアブレーション面に運ばれ球殻を加速する。熱輸送過程には熱電子による熱伝導、高速電子や輻射による輸送等がありそれぞれ多くの解析がなされている。しかし磁場を含む熱伝導や高速電子輸送は磁場の振舞が非常に複雑であるために十分な解析がまだ行なわれていない。磁場は電子の軌道を曲げて運動を妨げ熱輸送を低下させる。また温度勾配に垂直な熱流や低温領域から高温領域への熱流を発生させる等熱流の方向をも変える。熱輸送によりアブレーション面に運ばれたエネルギーは球殻をアブレートし加速する。このとき球殻ではレーリー・テラー不安定^{1, 2)}が発生しやすい状態にある。レーリー・テラー不安定は球殻破壊の大きな要因であると考えられており、これまでも多くの研究がなされている。³⁻⁹⁾ アブレーション構造でのレーリー・テラー不安定は密度勾配³⁾や流れの効果、圧縮性⁴⁾、熱伝導⁵⁾、球殻の有限な厚さの効果⁶⁾等により古典的成長率よりかなり小さい成長率となることが示されている。球殻爆縮中においてその他にも特徴的現象が存在する。例えば幾何学的収縮による効果運動量保存がある。これまで幾何学的収縮効果が考えられた例は少ない。しかし爆縮で千倍の圧縮をするためには圧縮殻の半径は初期の十分の一となるから球殻の爆縮速度に対する精度すなわち方位角方向速度の半径方向速度に対する比率は少なくとも10%以下が要求されることがわかる。これは § 4-3 で詳しく述べるがより正確な解析によると球殻破壊を起さないためには3~4%以下の精度が必要とされ幾何学的収縮効果が重要であることが示される。以上のような爆縮過程を経て最終的な燃料圧縮の一様性及び効率が決定される。このとき爆縮速度の一様性と燃料爆縮による利得の関係もまた重要な課題であり関心も大きい。しかし一様性と利得の関係は複雑であり簡単な定性的評価がなされているぐらいで定量的評価は行なわれていない。図4-1に爆縮の一様性に関連したこれらの現象を図示してある。磁

場に関しては次の第5章で述べることにして以下の節ではこれらの現象についてシミュレーションによる計算を中心とした解析結果を示す。まず § 4-1 ではレーザーによるアブレーション構造下でのレーリー-テラー不安定の成長率についてその摂動波長依存性等を述べる。§ 4-3 では幾何学的収縮効果により球殻に方位角方向の摂動速度が存在すると密度摂動が大きく成長して球殻破壊の可能性も持つことを示す。またこれにより球殻破壊を起さないための速度に対する必要条件も導びかれる。§ 4-4 では爆縮速度の不均一性が最終的な燃料の温度・密度及び中性子発生数にどのように影響を与えるかを例題により示す。不均一性の影響はターゲット構造や圧縮スキームに依存するであろうからある特殊な例の計算で結論するには無理があろう。が不均一性による反応率低下の概念をつかむ指標となり十分価値があると思われる。

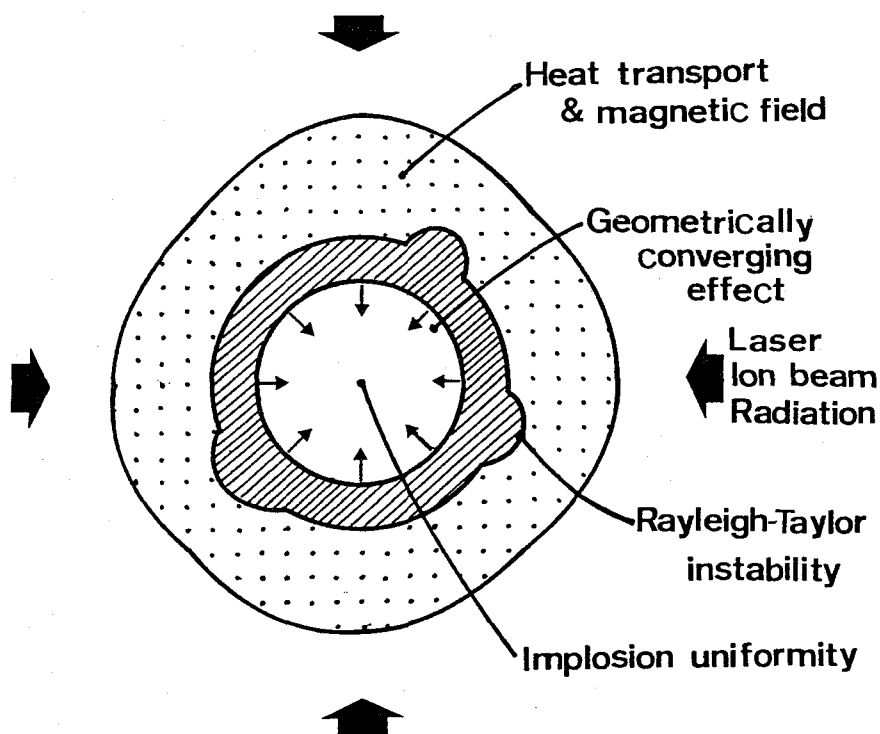


図 4-1 爆縮の一様性に関連した流体力学的諸現象

§ 4-2 レーリー-テラー不安定

レーリー-テラー不安定^{1, 2)}は重力場中で重い流体が軽い流体により支えられて

いる状態のとき発生することは良く知られている。ターゲット爆縮においてアブレーション面付近でこれと同じ状況が発生する。不安定が発生すると球殻加速が球対称に行なわれず爆縮による圧縮率が低下して利得の低下を生ずる。レーリー-テラー不安定の解析とその抑制は効率良い圧縮のための重要課題である。これまで不安定について多くの研究がなされ密度勾配，流れ，圧縮性，熱伝導，球殻の有限な厚さ等の効果を含む成長率が解析的に求められている。この節では実際に 2 次元レーリー-テラー不安定のシミュレーションを行ないアブレーション構造における成長率を定量的に示す。

非粘性，非圧縮で流れのない流体での不安定成長は線形領域では

$$\frac{d}{dy} \left(\rho \frac{dw}{dy} \right) + \left(\frac{gk^2}{r^2} \frac{d}{dy} - k^2 \rho \right) w = 0 \quad (4-1)$$

で表わされる。 w は摂動量で r が成長率である。(4-1) 式は密度分布と境界条件が与えられれば解ける。階段状の密度分布では成長 r は

$$r = \sqrt{\frac{\rho_h - \rho_l}{\rho_h + \rho_l} gk} \quad (4-2)$$

となる。 ρ_h 及び ρ_l はそれぞれ上側及び下側の流体密度である。(4-2) 式で与えられる成長率 r は古典的成長率と呼ばれており成長率の基準とされることが多い。アブレーション構造下ではこれに図 4-2 のような種々の効果が加わる。有限な密度勾配の効果は短波長摂動の成長を抑える。流れは流体が不安定領域に滞在する時

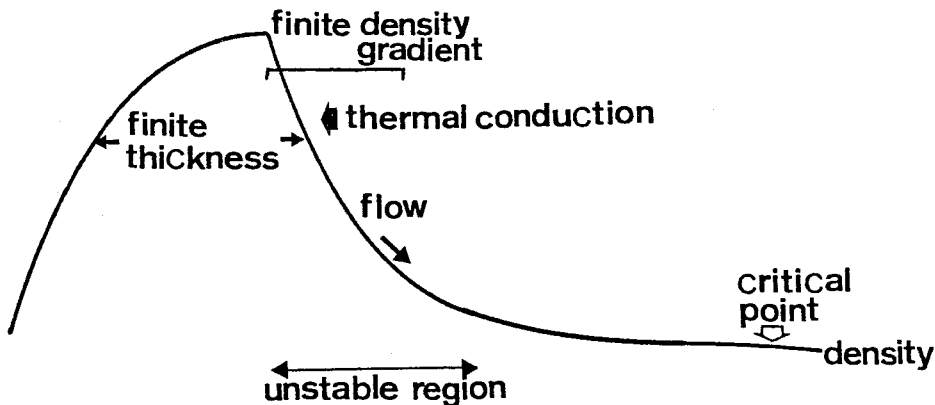


図 4-2 アブレーション構造においてレーリー-テラー不安定成長に影響を与える種々の効果

間を有限にし成長率を低下させる。摂動の広がり短波長程小さくしたがって流れの効果も短波長で大きくなる。熱伝導⁵⁾は摂動のスパイクをアブレートして成長率を低下させる。これも短波長で効果が大きい。球殻の有限な厚さの効果は、摂動領域の広がりとの関係があり長波長摂動に対して効果が大きいと思われる。短波長摂動では広がり球殻の厚さより小さくこの効果は現われない。これらの効果によりアブレーション構造における成長率は図4-3のようになることが示されている。¹⁰⁾ 最大成長率を持つ波長はレーザーの波長・強度・球殻の物質・厚さ・構造等に依存する。しかしこれらすべてについて調べることは不可能であり以下ではその典型的な例についての結果を示すことにする。

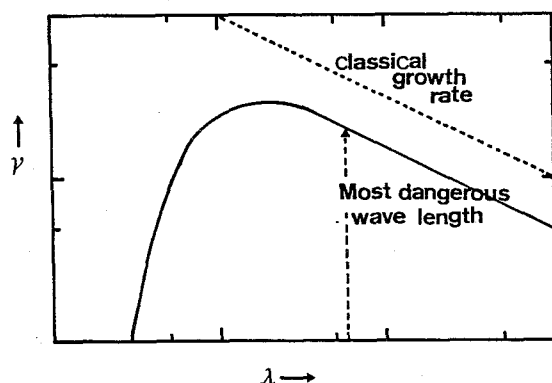


図4-3 曲的なアブレーション構造におけるレーリー-テラー不安定成長率の波長依存性

図4-4に厚さ $30\text{ }\mu\text{m}$ の CH_2 薄膜を波長 $1.06\text{ }\mu\text{m}$ のレーザーで加速した場合の成長率を示す。吸収強度は 10^{15} W/cm^2 で古典吸収のみとした。摂動としては時刻 $t = 100\text{ ps}$ において $\nabla \cdot \mathbf{V}_1 = 0$ なる摂動速度 $\mathbf{V}_1$ を与える。 $\mathbf{V}_1$ は(2-16)式を用いて $u_0 = 5 \times 10^4\text{ cm/s}$, $y = 0$ は密度勾配が最大となる点とした。図から $20\text{ }\mu\text{m}$ 付近の摂動が最大成長率を持つことがわかる。短波長側では密度勾配・流れ・熱伝導等の効果により成長率の急激な低下が見られる。これに対し長波長側ではこれらの効果は小さく古典的成長率 $r = \sqrt{gk}$ に近づいている。長波長になると薄膜の有限な厚さの効果により成長率が低下すると予想していたがシミュレーション結果はほとんど r に等しくなっており成長率の低下が見られない。これは圧縮性の効果によるものと考えられる。長波長摂動では波長が音速に比して大きくしたが

って密度摂動が生じやすい。これにより摂動のスパイク部分の質量が増下し加速度が低下するのでスパイクの部分は成長しやすくなる。また圧縮性は音速を小さくし有限な厚さの影響が摂動面へ伝わりにくくなる。このような効果により長波長における成長率低下が見られなかったのではないかと思われる。

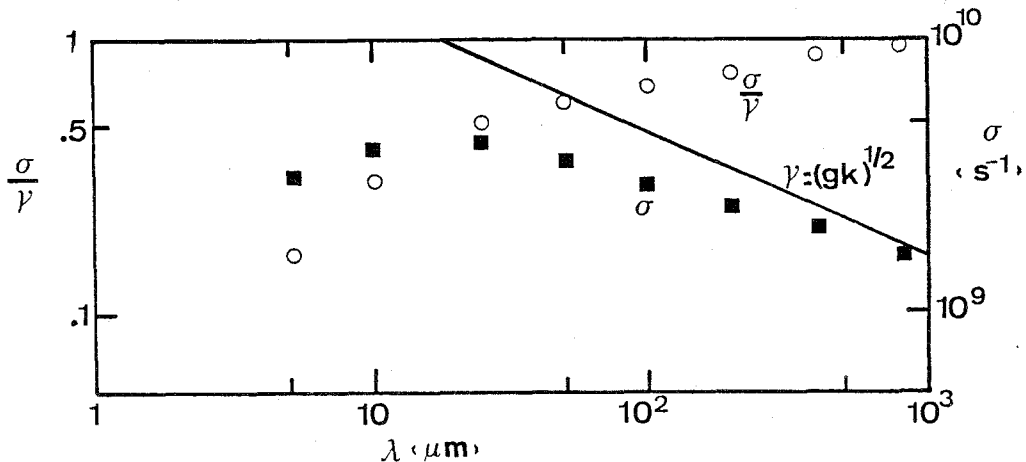


図4-4 レーリーテラー不安定成長率, レーザー波長 $1.06 \mu m$, 吸収強度 $10^{15} W/cm^2$

レーリーテラー不安定により球殻が破壊されないための条件を求めてみよう。球殻の厚さを $20 \mu m$ として摂動振幅がこれと同じになれば球殻が破壊されたと考えられる。したがって

$$a = \lambda = a_0 e^{\frac{\gamma}{2} t_0}$$

が成り立つ。ここで $g = 3 \times 10^{16} cm/s$, 必要な爆縮速度を $3 \times 10^7 cm/s$ とすれば加速時間 $t_0 = 1 \times 10^{-9} s$ である。これを上式に代入して許される初期摂動振幅 a_0 は $1.5 \times 10^{-5} cm$ すなわち $0.15 \mu m$ となる。これはかなり厳しい条件である。これに対する有力な方法としてレーザーの短波長化が考えられる。短波長化によりアブレーション圧力が増大し、加速度 g が増えるので加速時間 t_0 が短くてよい。これは不安定成長に大幅な改善をもたらす。たとえば、加速度が2倍になれば不安定成長の性質が同じであると仮定しても a_0 に対する必要条件は $0.65 \mu m$ 以下と大幅に緩くなる。さらに加速度が3倍になれば $1.2 \mu m$ 以下となる。

§ 4-3 幾何学的収縮効果による不安定性

爆縮における最も危険な不安定性としてレーリー-テラー不安定について多くの研究がなされ、アブレーション構造では種々の安定化効果やケルビン-ヘルムホルツ不安定の発生等により当所考えられていたよりは危険性が少ないことが示された。しかし研究の多くは平面的取り扱いをしており幾何学的収縮効果が考慮されていない。収束衝撃波不安定に関する研究¹¹⁾がこれについての解析を行なっているが、他にも以下で述べるように収縮効果による不安定性が生ずる。

不均一なエネルギー吸収により方位角方向速度が生じると球殻の収縮に伴い増大する。この例を図4-5に示す。初期条件は図4-5(a)に示すもので高温側の温度

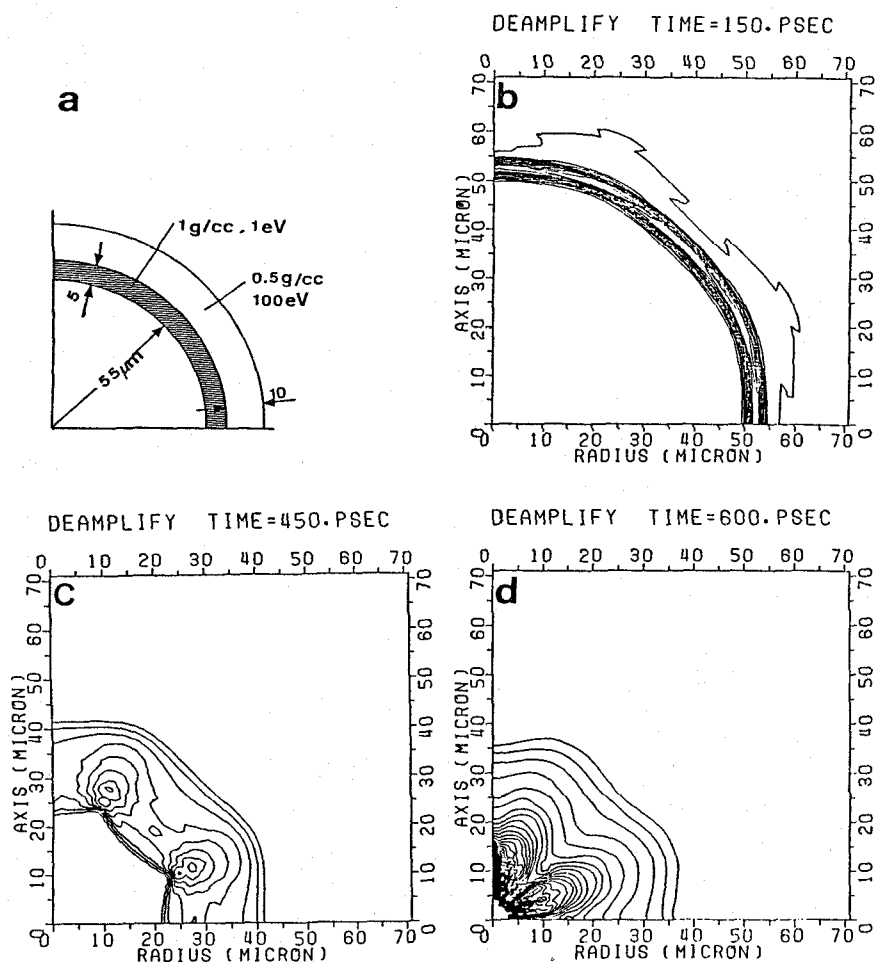


図4-5 球殻爆縮における幾何学的収縮効果による密度摂動の成長

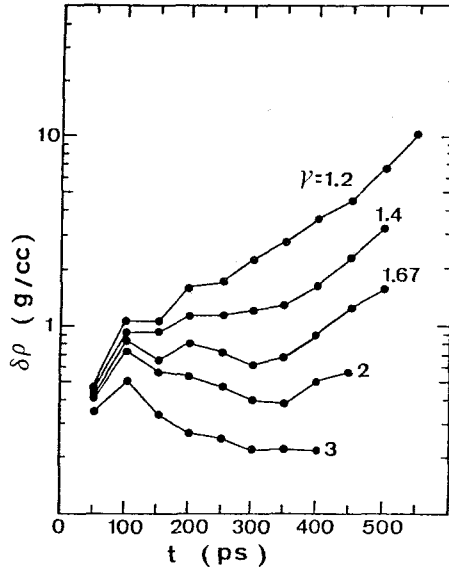


図 4-6 各比熱比 γ についての密度摂動の時間発展

分布は $T_0 (1 + \delta \cos 8\theta)$, $T_0 = 100 \text{ eV}$, $\delta = 0.15$ である。図 4-5(b)~(d) は各時刻における密度等高線であり、密度摂動が球殻の収縮に伴い増大している様子が見られる。この密度摂動の飽和は摂動により生じた圧力勾配で方位角方向速度が減速されて起こると考えられる。したがって収縮過程が準断熱的に行なわれるとすると密度摂動は比熱比 γ に大きく依存するであろう。実際に比熱比を変えて同じ初期条件で行なったシミュレーション結果を図 4-6 に示す。比熱比 γ が小さい程圧縮性が高く密度摂動が大きく成長していることがわかる。実際の球殻爆縮における現象は多くの効果を同時に含んでおり解析は難しくなる。そこでこの収縮効果のみを明示するために非常に簡単な初期条件のもとでのシミュレーション結果と解析を比較してこの不安定現象が角運動量保存によるものであることを示そう。初期に球殻に一樣な半径方向速度 V_{r0} と摂動速度 $V_{\theta 0}$ を与えて密度摂動の成長を調べた。図 4-7 はその代表的な二例である。収縮のマッハ数が大きい時に流体の静圧の効果は小さく無視できるとして連続の式

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{2\rho V_r}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho V_\theta \sin \theta) = 0 \quad (4-3)$$

を用いる。半径方向速度 V_r は一定として摂動のない時の密度は

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2, \quad r = r_0 + V_r t$$

で与えられる。摂動があるときの密度分布を

$$\rho(\theta, t) = \rho \{ 1 + \alpha(\theta, t) \}$$

と仮定して(4-3)式に代入し高次の摂動項を無視すると

$$-\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta \sin \theta) \quad (4-4)$$

を得る。角運動量保存 $r V_\theta = r_0 V_{\theta 0}$ を用いて積分すれば

$$\alpha \equiv \frac{\delta \rho}{\rho} = \frac{\frac{\partial}{\partial \theta} (V_{\theta 0} \sin \theta)}{V_r \sin \theta} \frac{r_0 - r}{r} \quad (4-5)$$

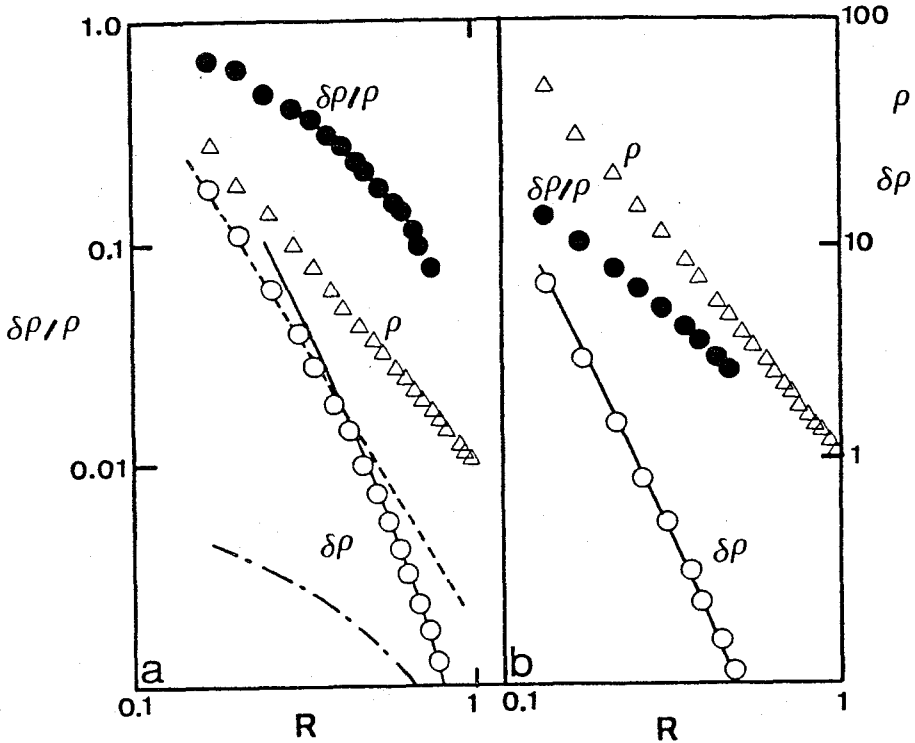


図4-7 平均及び摂動密度の発展，初期摂動速度 $V_{\theta 0}$ 及び M_0 は a) $V_{\theta 0}/V_{r 0} = 0.01$, $M_0 = 25$, b) $V_{\theta 0}/V_{r 0} = 0.001$, $M_0 = 250$ である。

となる。(4-5)式より計算した値を図4-7中に実線で示す。角運動量保存を

導入せずに $V_\theta = V_{\theta 0}$ とすると一点鎖線で示す結果となる。シミュレーション結果は線形解析とよく一致しているがただマッハ数の小さい方で密度摂動が大きくなると (4-5) 式とのずれが生じている。球殻は断熱的に圧縮されるとマッハ数は減少してくる。そのために圧力摂動の効果が効くようになりこれは V_θ を減速して摂動の増大率を抑える。この圧力効果は運動方程式

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} - \frac{1}{\rho} \nabla P \quad (4-6)$$

から評価できる。(4-6) 式の θ 方向成分は

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial t} = -\frac{V_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} r V_\theta - \frac{1}{2r} \frac{\partial V_\theta^2}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (4-7)$$

である。ここで ψ 方向には一様であるとしている。角運動量保存は (4-7) 式右辺第 1 項に表わされており $r V_\theta = \text{一定}$ とすればこの項が消える。定常的な流れを考えて (4-7) 式第 2 項と第 3 項の釣り合いを考えれば¹²⁾

$$\frac{\partial V_\theta^2}{\partial \theta} \simeq 2 a r \rho r^{-2} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \quad (4-8)$$

となる。ここで断熱変化を仮定し $P \equiv a \rho^r$ とおいた。球殻の厚さ Δr の変化を $\Delta r \propto r^\beta$ と表わせば質量保存から $\rho r^{2+\beta} = \rho_0 r_0^{2+\beta}$ が成立する。ここで ρ_0 及び r_0 は球殻の初期密度及び半径である。(4-8) 式を θ 方向に密度の極大点まで積分すれば

$$\delta \rho \simeq \frac{V_{\theta 0}^2}{2 a r \rho_0^{2/(2+\beta)}} \rho r^{*-r} \quad (4-9)$$

$$r^* = \frac{2(\beta+3)}{2+\beta}$$

を得る。したがって $r^* > r$ であれば密度摂動が増大し、さらに $r^* > r+1$ であれば相対的にも密度摂動が増大する。図 4-6 に示したシミュレーションについてこれを調べてみよう。(4-9) 式の概算では β を定数と考えたが実際には時間的に変化する。球殻が中心に達する付近では半径が厚さに比べて急速に減少して $\beta \sim 0$ と近似できる。図 4-8 に $\beta = 0$ の場合の依存性を破線で示した。シミュレーション結果は球殻が中心に達する付近でこの依存性を示していることがわかる。図 4-

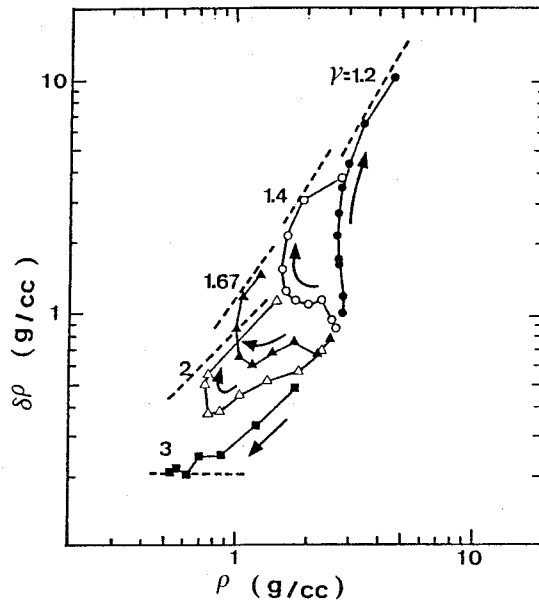


図 4-8 各 r に対する $\delta\rho$ と ρ の関係。矢印は時刻の進む方向を示す。
破線は (4-9) 式 $\beta = 0$ を示す。

7 の計算について同様のことを調べてみると (4-8) 式から

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{V_{\theta 0}}{V_{r 0}} \right) M_0^2 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 (2-r) \quad (4-10)$$

を得る。ここで $M_0 \equiv V_{r 0} / C_{s 0}$ は球殻の初期マッハ数, $C_{s 0} \equiv (r P_0 / \rho_0)^{1/2}$ は初期音速である。図 4-7(a) の場合についてパラメータを代入すると $\delta\rho = 0.03 (r_0/r)^{2/3} \rho$ となり例えば $r = 0.2 r_0$ のとき $\delta\rho \sim 0.088 \rho$ となる。この結果はシミュレーションで得られた値より 4 倍位小さい。しかし $\delta\rho \propto \rho r^{-2/3} \propto r^{-8/3}$ という依存性は図 4-7(a) に波線で示すようになりシミュレーション結果とよく一致している。この大きさの違いは (4-8) 式を積分することにより平均化された力の釣り合いを考えたからであろう。また V_θ の増加は V_r が変化して生じたものであるから、わずかであるが V_r が減少した効果も加わっていると思われる。

以上の結果からマッハ数 $M_0 = 10$ で $r_0/r = 10$ のとき最終密度摂動を 1.0 以下に抑えるためには (4-10) 式から速度摂動 $V_{\theta 0} / V_{r 0}$ は 6.6% 以下でなければならない。またシミュレーション結果から同じ条件を求めると 3.1% 以下の速度摂動に抑えることが必要であることがわかる。

§ 4-4 爆縮の一様性と利得

ターゲットの不均一な圧縮が核融合反応を低下させることは一般的に認められている¹³⁾が、その効果の定量的研究はほとんどない。低下率はターゲットの構造や圧縮のスキームに依存するであろうからある特殊な一例の計算で結論することは危険である。しかし不均一による核融合反応低下の概念をつかむためにも有意義であると思われるので例をあげてそのシミュレーション結果の検討を行なうことにする。ここでは固体D Tの球殻を用いてタンパーがある場合とない場合についての結果を示す。

図4-9に ρR 、イオン温度、中性子発生数の摂動速度依存性を示す。初期条件は、固体D Tの内径 $40\ \mu m$ 、厚さ $20\ \mu m$ 、タンパーはPbで厚さ $1\ \mu m$ である。爆縮速度 u_0 は $4 \times 10^7\ cm/s$ 、マッハ数は3.5で、摂動速度はルジャンドル関数 P_4 で与えた。黒丸印は軸上の爆縮速度が最大となる速度摂動の場合であり、白丸印はこれと速度摂動が逆の場合である。速度摂動 $\delta V/V_0$ の大きさの評価は

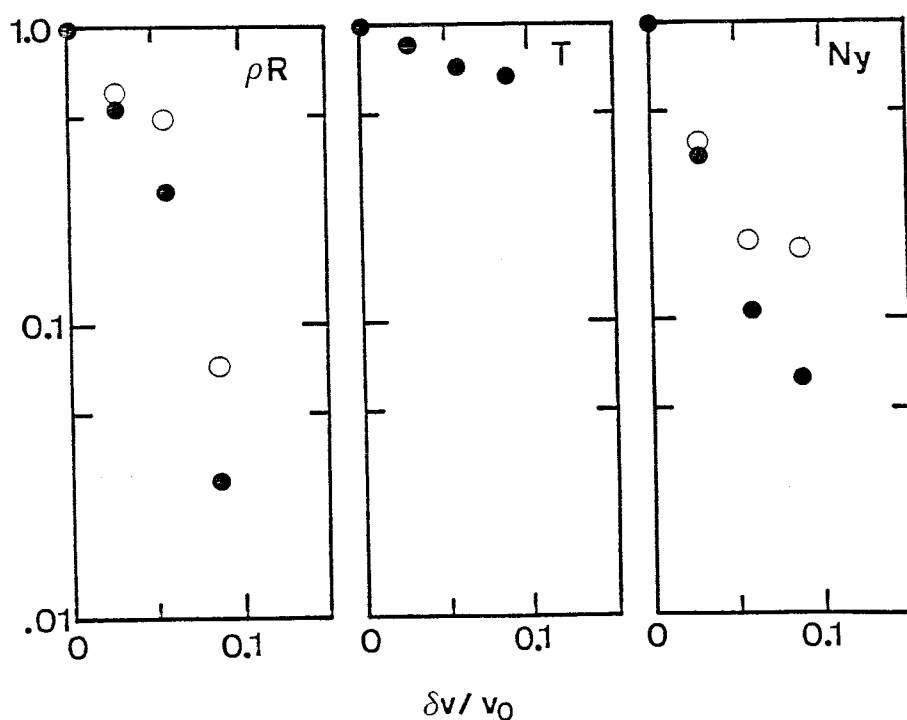


図4-9 ρR 、温度及び中性子発生数の速度摂動依存性。ターゲットは固体D Tの内径 $40\ \mu m$ 、厚さ $20\ \mu m$ タンパーはPbで厚さ $1\ \mu m$ 。摂動モード数は4。

$$\frac{\delta V}{V_0} = \frac{\int |\delta u(\theta)| \sin \theta d\theta}{\int |(u_0 + \delta u(\theta))| \sin \theta d\theta}$$

により行なった。 u_0 は一様な爆縮速度 δu は半径方向の摂動速度である。DT のアスペクト比が非常に小さいのにもかかわらず速度摂動に対する依存性は大きい。この原因はDT 圧縮が主としてタンパーの慣性で行なわれているからである。実際DT と Pb の質量比は 0.24 であり Pb の持つ運動エネルギーのほうが大きい。圧縮率は Pb の変形度により決まり Pb のアスペクト比は 60 と大きいからこのような大きな依存性が現われたのである。またモードの位相の違いにより依存性に違いが見られる。結果は黒丸印の場合の方が低下が大きい。これは軸付近の流体がジェット状になり先行して中心に達し密度の上昇がより抑えられるためである。

図4-10 にタンパーのない場合の結果を示す。アスペクト比は 5, 10 及び 40 でDT 球殻の内径は $200 \mu m$, 爆縮速度は $3 \times 10^7 cm/s$, マッハ数 8.4, 摂動速度は P_2 で与えた。アスペクト比が高い場合の速度摂動依存性は非常に大きくなっている。アスペクト比 40 の時で, 3% 程度の速度摂動が中性子発生数を十分の一に低下させている。もう一つ特徴的なことはアスペクト比が 5 及び 10 の場合で速度摂動が 0.1 を越えると中性子発生数が増えていることである。これは爆縮で先行する部分が大きな運動エネルギーをもっており, したがって爆縮時にこの部分の温度が高くなり, 中性子発生が多くなるためである。

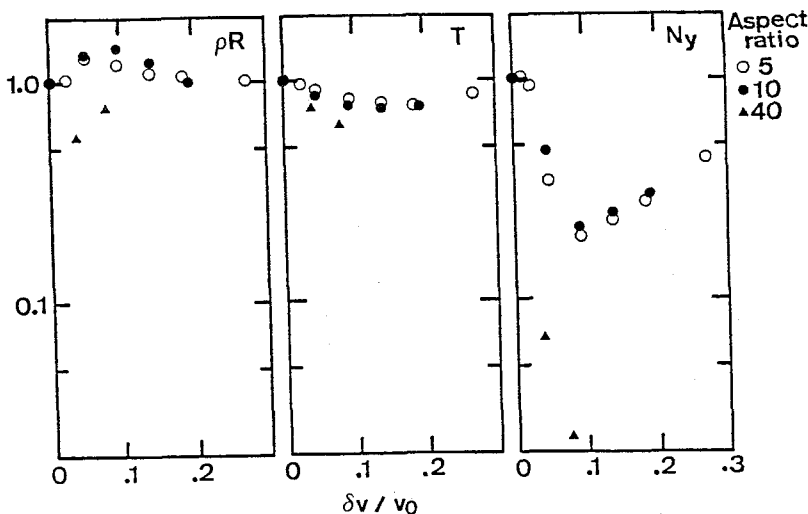


図4-10 ρR , 温度及び中性子発生数の速度摂動依存性。ターゲットは固体DT 単シェル。摂動のモード数2。

図4-11は摂動速度が P_4 で他は図4-10の場合と同様である。摂動に対する依存性は図4-10の場合と比べて相対的に小さくなっている。これは摂動波長が短くなり流体力学的な緩和によって爆縮がより一様に行なわれたためである。

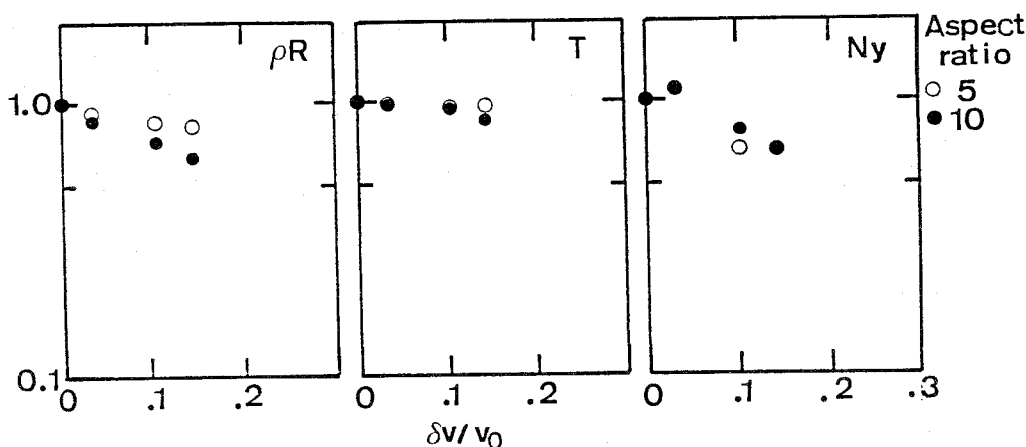


図4-11 ρR 、温度及び中性子発生数の速度摂動依存性。ターゲットは図4-10に同じ。摂動モード数4。

以上の例は半径方向速度のみの摂動の場合であった。他にも方位角方向速度の摂動もありこれは§4-3で述べたように不安定性を生じさせる。次の例ではこの方位角方向速度の影響を示そう。ターゲットは図4-10と同じ構造でアスペクト比は10である。図4-12に摂動のモード2、4及び8についての結果を示す。摂動の影響はモード数が小さい程大きくなる傾向にある。 ρR は摂動が少しある方が大きくなっている。これは§4-3で述べたように球殻の収縮と共に密度摂動が大きくなり、かなり密度の高くなった固まりが中心に達するためである。またここでの計算のパラメータでは α 粒子輸送を含めたバーニングが生じるには至っていないが、このような燃料密度分布の非常な不均一は燃焼効率を著しく低下させるとわれその面での検討も必要である。

この節で取り上げたシミュレーションではそれぞれの速度摂動の効果を明確にするために半径方向と方位角方向の摂動及び各モードについて別々に取り扱った。現実にはこれらすべてが同時に存在してそれぞれ ρR 、温度や中性子発生数等に影響

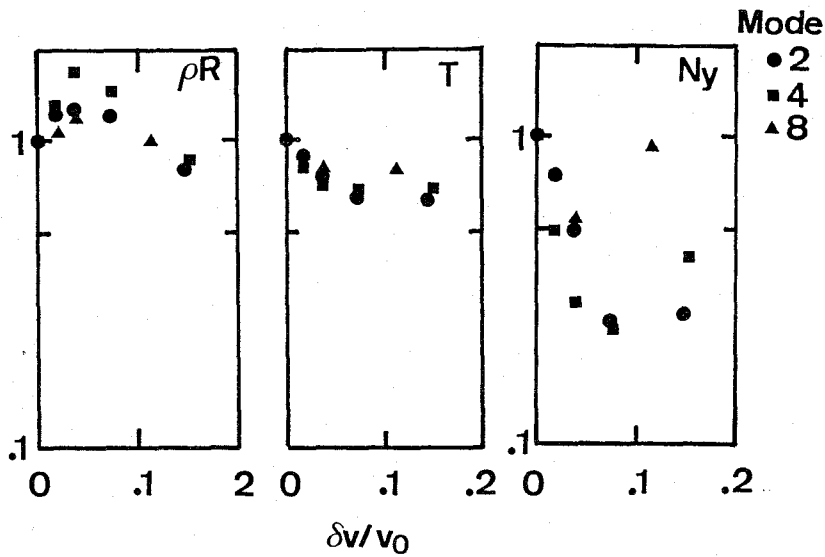


図 4-12 ρR , 温度及び中性子発生数の速度摂動依存性。ターゲットは図 4-10 と同じでアスペクト比 10。摂動は方位角方向の速度を与え、半径方向速度は初期に一樣に与えた。

を与えているが、本節の結果により摂動が利得に及ぼす効果をほぼ推察することができよう。

§ 4-5 ま と め

この章では爆縮の一樣性に関係の深いアブレーション構造におけるレーリー-テラー不安定、幾何学的収縮効果による球殻の不安定性及び爆縮速度不均一の利得への影響についてシミュレーションを中心とした解析とこれらの定量的評価について述べた。この章における結果を要約すると以下ようになる。

I. アブレーション構造におけるレーリー-テラー不安定の成長率は、ある波長において最大となるということが確められた。これより短波長側では密度勾配の効果等により成長率が低下、長波長側では古典的成長率の波長依存性と同じく成長率が小さくなる。最大成長率をもつ波長は、例えばレーザー波長 $1.06 \mu m$, 吸収強度 $10^{15} W/cm^2$ のとき $20 \mu m$ 付近となりその成長率は古典的成長率 $r_c = \sqrt{gk}$ の約二分の一となった。

II. 爆縮の幾何学的収縮効果による不安定性が見い出された。これは流体運動において角運動量が保存されることに起因している。爆縮時に方位角方向速度がある

と球殻の収縮とともにこの速度が増大しこれが密度摂動を発生させる。密度摂動がどこまで成長するかは方位角方向速度と爆縮速度の比率や爆縮のマッハ数等に依存する。球殻破壊を起さないためには、例えば爆縮マッハ数が10で初期半径の十分の一まで圧縮する時方位角方向速度は爆縮速度の3%以下に抑える必要がある。

Ⅲ. 爆縮速度不均一による利得低下は球殻のアスペクト比、構造、爆縮方法、マッハ数等に依存し、その利得への影響を定量的に示した。また同じ摂動速度でもモードによりかなり違うこともわかった。例えばタンパー効果がない固体DT単層球殻ではアスペクト比40の時3%程度の半径方向速度不均一で中性子発生数が十分の一に低下、アスペクト比5~10の時は約10%の速度不均一で十分の一の低下が見られた。タンパー効果の大きい構造のターゲットの場合にはDTのアスペクト比よりもタンパーのアスペクト比による効果が現われて、DTのアスペクト比2、タンパーのアスペクト比60の時、約6%の速度不均一で利得が十分の一に低下している。

Ⅳ. 爆縮する球殻が横方向速度を持つと角運動量保存という効果により密度摂動が増大するがこれも利得の大きな低下につながる。この低下は爆縮のマッハ数に大きく依存するが、アスペクト比にはあまりよらない。またこの密度摂動は燃料燃焼の不均一を生じ利得を大きく低下させる可能性が大きい。

これらの結果よりレーリー-テラー不安定による球殻破壊を防ぐためには波長 $1.06\text{ }\mu\text{m}$ のレーザーで球殻加速度 g が $3 \times 10^{16}\text{ cm/s}^2$ 、爆縮速度 $3 \times 10^7\text{ cm/s}$ とすると爆縮の初期において許される摂動の大きさは、アブレーション面精度で $0.15\text{ }\mu\text{m}$ 以下となる。これはレーザーの短波長化で加速度を大きくすれば改善することができる。例えば加速度が3倍になれば必要精度は $1.2\text{ }\mu\text{m}$ 以下と緩くなる。

幾何学的な収縮効果による不安定性と爆縮速度不均一の利得への影響の解析は爆縮速度の均一度の必要条件を与えた。方位角方向速度はアスペクト比によらず爆縮速度の3%程度以下に抑える必要があり、また半径方向速度についてもターゲット構造等により必要条件是違うが効率良い圧縮には3~4%以下の摂動に抑える必要があることが示された。

参 考 文 献

- 1) L.Rayleigh, Theory of Sound (Dover, New York, 1945);
G.I.Taylor, Proc. Roy. Soc. London Ser. A **201**, 192 (1950).
- 2) F.H.Harlow and J.W.Welch, Phys. Fluids **9**, 842 (1966);
B.J.Daly, Phys Fluids **10**, 297 (1967); H.Dickinson, W.H.Bostick,
J.N.Dimarco, and S.Koslov, Phys. Fluids **5**, 1048 (1962).
- 3) R.Lelevier, G.J.Lasher and F.Bjorklund, University of Californis
Radiation Laboratory, Rept. UCRL-4459 (1955);
K.O.Mikaelian and J.D.Lindl, Physical Review A **29**, 290 (1984).
K.O.Mikaelian, Physical Review Letters **48**, 1365 (1982).
- 4) R.D.Richtmyer, Los Alamos Scientific Laboratory Rept. LA-1914
(1955); I.B.Bernstein and D.L.Book, Phys. Fluids **26**, 453 (1983).
- 5) K.A.Brueckner and S.Jorna, J.plasma Physics **16**, 285 (1976).
- 6) Wu-yang Tsai, D.Lishow, and T.Wilcox, Phys. Fluids **24**, 1676
(1981).
- 7) S.E.Bodner, Physical Review Letters **33**, 761 (1974);
R.G.Evans, A.J.Bennett, and G.J.Pert, Physical Review Letters **49**,
1639 (1982).
- 8) J.R.Freeman, M.J.Clauser, and S.L.Thompson, Nuclear Fusion, 172,
223, (1977); R.L.McCrory, R.L.Morse, and K.A.Taggart, Nucli. Scie,
Enrg. **64**, 163 (1977); R.L.McCrory, L.Montierth, R.L.Morse, and
C.P.Verdon, Physical Review Letters **46**, 336 (1981);
M.H.Emery, J.H.Gardner, and J.P.Boris, Physical Review Letters
48, 677 (1982).
- 9) J.N.Shiau, E.B.Goldman, and C.I.Weng, Phys. Rev. Lett. **32**, 352
(1974); D.B.Henderson, R.L.McCrory, and R.L.Morse, Phys. Rev.
Lett. **33**, 205 (1974).
- 10) J.P.Boris and J.H.Orens, in "Digest of Technical Papers pre sented

at Topical Meeting on ICF. Feb. 29, 1978, San Diego, California," P. Thcl-1.

- 12) T.Yabe, A.Nishiguchi, and N.Ueda, Applied Physics Letters **39**, 222 (1981).
- 13) J.H.Gardner and S.E.Bodner, Phys. Rev. Lett **47**, 1137 (1981).
- 11) J.H.Gardner, D.L.Book, and I.B.Bernstein, J.Fluid Mech. **114**, 41 (1982).

第5章 レーザープラズマ中における磁場生成と輸送

§5-1 はじめに

レーザープラズマ中における磁場生成は1971年頃から知られており¹⁾、実験・理論的にもメガガウス程度の磁場が存在していることが示されている。磁場が熱輸送等に大きな影響を持つことは一般に認められているが、磁場の影響についての研究はまだ少ない。プラズマ中での主な磁場生成機構には、レーリー・テラー不安定²⁾及びエネルギー吸収の空間的不均一等による熱電気電流¹⁾熱的不安定性³⁾レーザーの共鳴吸収⁴⁾高速電子フィラメンテーション⁵⁾熱磁気不安定⁶⁾無衝突⁷⁾及び散逸性⁸⁾ワイベル不安定、ダイナモ効果⁹⁾電子慣性効果¹⁰⁾等がある。これらの磁場は主としてアブレーション前面から臨界密度領域において生成される。磁場の方程式で温度勾配による力(thermal force)を除くと磁場は流体により低密度領域に運ばれることになり、その影響は比較的小なくなる。しかし、磁場が何らかの機構により高密度領域に留まり、また増幅されれば、電子熱輸送等に大きな影響を与えるであろう。したがって自発磁場の生成とともに輸送が重要である。温度勾配による力により磁場の分布等が大きく変わることがいくつか示されている。本研究では特に磁場の輸送におけるネルンスト効果の役割について詳しく解析し、その物理的意味を明確にした。そしてアブレーション過程では磁場は電子の熱流により高密度側に運ばれ且つ圧縮により増幅されることを見出した。

ネルンスト効果の影響についていくつかの提示がなされている。Dolginov 及び Urpin¹¹⁾は論文の中で磁場が低温度領域に運ばれることに言及している。Parfenov 等は¹²⁾ネルンスト効果を考えることにより磁気流体衝撃波中での縦方向磁場分布が大きく変わることを示した。またPsimopoulos¹³⁾はZピンチにおける小さな軸方向磁場の発展でこれと関係した問題を研究している。Colombant 等¹⁴⁾はレーザープラズマ中でのネルンスト効果を調べているが、彼等は極く初期の現象だけを見ておりまた主として臨界密度以下の領域を調べている。またBrackbill 等¹⁵⁾はネルンスト項が磁場を熱波の速度で運ぶことを見出している。

本章§5-2ではまず磁場中における熱伝導について述べ、磁場の重要性を示す。そして§5-3では一流体近似における温度勾配による力の振舞を明らかにし、次の

§5-4において、二電子流体モデルを用いてネルンスト効果の物理的意味を明確にする。§5-5ではアブレーション構造におけるネルンスト効果による磁場のコンベクション及び増幅を示し、§5-6において、この磁場の爆縮の一様性への影響について述べる。

§5-2 磁場中の熱輸送

磁場中では、荷電粒子はローレンツカを受け軌道を曲げられる。荷電粒子の運動が妨げられることにより、粒子による熱輸送の低下を生ずる。また衝突とは違って荷電粒子の曲げられる方向は電荷の符号により一定しているために、熱輸送の方向が、磁場のない場合と違った方向になる。磁場中の熱伝導による熱流の表式は 16)

$$\vec{\kappa} \cdot \nabla T = \kappa_{\parallel} \nabla_{\parallel} T + \kappa_{\perp} \nabla_{\perp} T + \kappa_A \mathbf{h} \times \nabla T \quad (5-1)$$

となる。 $\kappa_{\parallel}$ は磁力線に平行方向の熱伝導係数で磁場の影響を受けない。 $\kappa_{\perp}$ は磁力線に垂直方向の熱伝導係数である。磁場中で特異なのは温度勾配と磁力線方向に垂直な熱流 $\kappa_A \mathbf{h} \times \nabla T$ が発生することである。熱伝導係数は粒子の種類によって違っており、電子の場合は

$$\kappa_{\parallel}^e = r_0 \frac{n_e T_e \tau_e}{m_e} \equiv r_0 \kappa_0^e, \quad \kappa_{\perp}^e = \frac{r_1' \chi^2 + r_0'}{\Delta_e}, \quad \kappa_A^e = \kappa_0^e \frac{\chi (r_1'' \chi^2 + r_0'')}{\Delta_e} \quad (5-2)$$

$$\Delta_e = \chi_e^4 + \delta_1 \chi_e^2 + \delta_0, \quad \chi_e = \omega_e \tau_e$$

イオンの場合は

$$\kappa_{\parallel}^i = 3.906 \frac{n_i T_i \tau_i}{m_i} \equiv 3.906 \kappa_0^i, \quad \kappa_{\perp}^i = \kappa_0^i \frac{2 \chi_i^2 + 2.645}{\Delta_i},$$

$$\kappa_A^i = \frac{\chi_i (\frac{5}{2} \chi_i^2 + 4.65)}{\Delta_i} \quad (5-3)$$

$$\Delta_i = \chi_i^4 + 2.70 \chi_i^2 + 0.677, \quad \chi_i = \omega_i \tau_i$$

である。磁場の効果はホールパラメータ $\omega \tau$ を用いて導入されている。ホールパラメータは温度と密度及び磁場の関数で、その値を図5-1に示す。

磁場のない時は、電子の熱伝導係数がイオンの熱伝導係数よりもはるかに大きい。

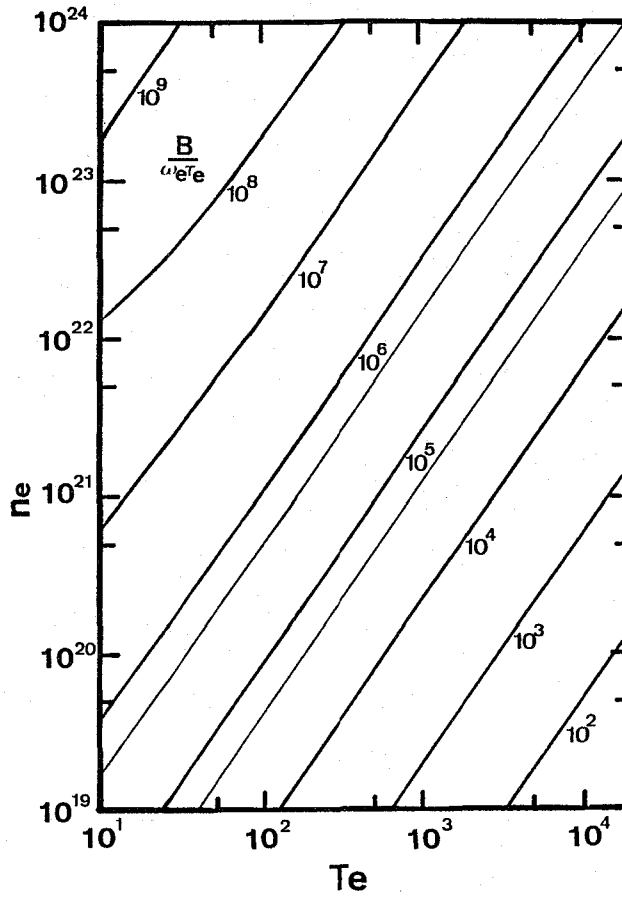


図 5-1 ホールパラメータ $\omega_e \tau_e$ の密度，温度及び磁場依存性

その比は

$$\frac{\kappa_i}{\kappa_e} = \frac{3.906}{r_0} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{1}{Z} \left(\frac{T_i}{T_e} \right)^{5/2}$$

である。図 5-2 に電子の熱伝導係数 $\kappa_{\perp}^e / \kappa_{\parallel}^e$ 及び，図 5-3 に $\kappa_A^e / \kappa_{\perp}^e$ のホールパラメータ $\omega_e \tau_e$ 依存性を示す。磁力線に垂直方向の熱伝導係数では， $\omega_e \tau_e$ が約 0.5 以上になると $\kappa_{\perp}^e$ よりも κ_A^e の方が大きくなっている。

磁場が大きくなると，電子は磁場の影響を受けやすく熱伝導係数が急速に低下する。電子とイオンのホールパラメータの比は

$$\frac{\omega_i \tau_i}{\omega_e \tau_e} = \sqrt{\frac{2m_e}{m_i}} \frac{1}{Z} \left(\frac{T_i}{T_e} \right)^{3/2}$$

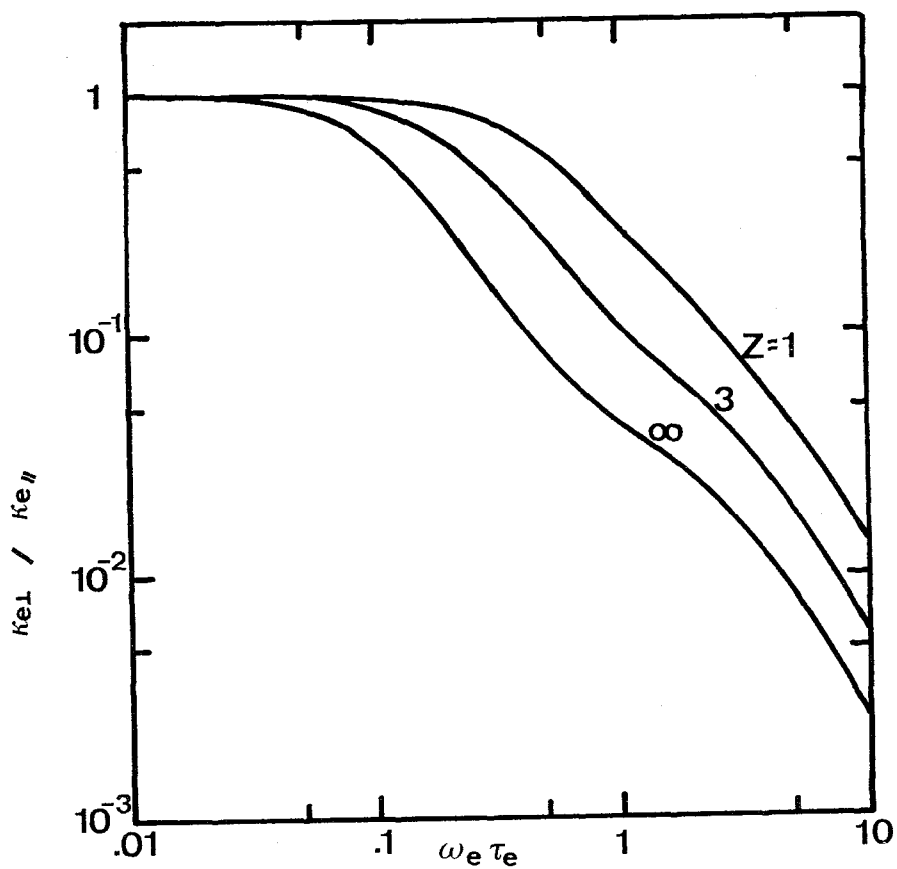


図 5 - 2 磁場に垂直な方向の熱伝導係数のホールパラメータ依存性

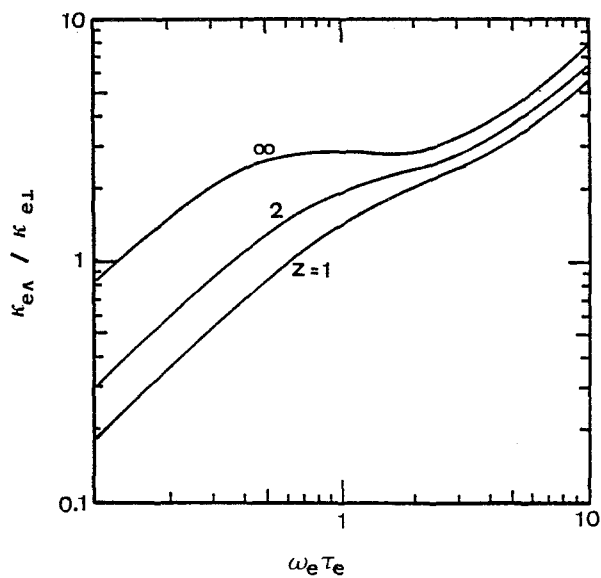


図 5 - 3 磁場と温度勾配に垂直な方向の熱伝導係数のホールパラメータ依存性

であり、電子のホールパラメータはイオンのそれよりはるかに大きい。磁場が大きくなると電子よりもイオンの熱伝導係数が大きくなる。イオンは種類によって質量及び電荷が違うので、熱伝導係数も図5-4のように物質によって違っている。図に示す熱伝導係数は $T_e = T_i$ で、イオンは完全電離していると仮定している。D-Tプラズマの場合 $\omega_e \tau_e \sim 9$, $\omega_i \tau_i \sim 0.19$ でイオンと電子の熱伝導係数がほぼ等しくなる。これは例えば $n_e = n_i = 10^{24}$, $T_e = T_i = 10 \text{ keV}$, $B = 10 \text{ MG}$ のときである。

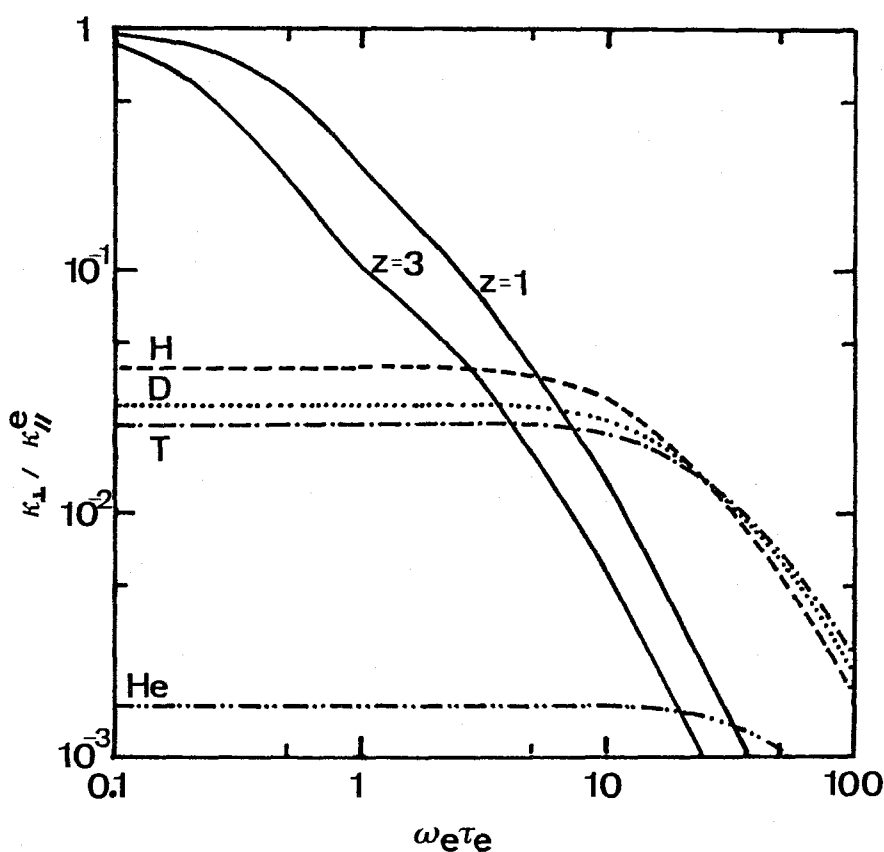


図5-4 イオンの熱伝導係数のホールパラメータ依存性

§ 5-3 一電子流体モデルにおける thermal force (温度勾配による力)

一電子流体モデルによる誘導方程式は§3-4で与えた。この節では、温度勾配による力の効果とその重要性を示す。(3-12)式で温度勾配による力を含む項

は、(3-16)式を用いて

$$\frac{ck_B}{e} \nabla \times \left\{ \beta_0 \nabla_{\parallel} T_e + \frac{\beta_1' \chi^2 + \beta_0'}{A} \nabla_{\perp} T_e + \frac{\chi (\beta_1'' \chi^2 + \beta_0'')}{A} \mathbf{h} \times \nabla T_e \right\} \quad (5-4)$$

と書ける。(5-4)式第一項はゼロとなる。第三項の χ は $\omega_e \tau_e$, $\omega_e = \frac{eB}{m_e c}$ であるから B を含む。この B を分離して $\mathbf{h}$ との積は $\mathbf{B}$ となる。したがって(5-4)式は

$$\frac{ck_B}{e} \times \{ \beta \nabla_{\perp} T_e \} + \nabla \times \mathbf{V}_T \times \mathbf{B} \quad (5-5)$$

$$\beta = \frac{\beta_1' \chi^2 + \beta_0'}{A}, \quad \mathbf{V}_T = -\frac{k_B}{m_e} \tau_e \frac{\beta_1'' \chi^2 + \beta_0''}{A} \nabla T_e$$

と書き表わせる。(5-5)式第一項が磁場のピンチングを生じさせることは既に述べた。第二項は流体による磁場のコンベクションと同じ形をしており、速度 $\mathbf{V}_T$ で磁場が運ばれることを示している。磁場に垂直な方向の熱伝導による熱波の速度 $\mathbf{V}_W$ は、イオンを含めて

$$\mathbf{V}_W = \frac{(r-1) \mathbf{q}_e}{\frac{Z+1}{Z} n_e k_B T_e} = -\frac{Z(r-1) K_{\perp}^e \nabla T_e}{(Z+1) n_e T_e k_B} = -\frac{Z \tau_e (r-1) k_B}{(Z+1) m_e} \frac{r_1' \chi^2 + r_0'}{A} \nabla T_e \quad (5-6)$$

となる。 $\mathbf{V}_T$ と $\mathbf{V}_W$ の比をとると

$$\frac{\mathbf{V}_T}{\mathbf{V}_W} = \frac{\beta_1'' \chi^2 + \beta_0''}{r_1' \chi^2 + r_0'} \cdot \frac{1}{r-1} \frac{Z+1}{Z} \quad (5-7)$$

となる。この比は、比熱比 $r = 5/3$ のとき、あらゆる χ 及び Z について

$$0.693 \leq \frac{\mathbf{V}_T}{\mathbf{V}_W} \leq 1.097$$

である。(5-4)式第三項は一般にネルンスト効果と呼ばれている。ネルンスト効果は、電子熱伝導によるアブレーションにおいては重要である。エネルギー吸収領域からアブレーション前面間では $|\mathbf{V}_W|$ 及び $|\mathbf{V}_T|$ は流体速度 $|\mathbf{V}_i|$ より大きい。また $\mathbf{V}_T$ はアブレーション構造では高密度側を向いており、流速と逆方向である。また $\nabla \cdot \mathbf{V}_T < 0$ であるから、磁場は臨界密度領域からアブレーション前面へ増幅されながら運ばれる。したがってアブレーション前面付近に大きな磁場ができ、熱輸送に大き

な影響を与える可能性が高くなる。

§ 5-4 二電子流体モデルによるネルンスト効果の解析

この節では、温度勾配による力を含まない二電子流体方程式を用いて磁場生成を調べる。これによりネルンスト効果の物理的意味が明確に示される。二電子流体方程式は温度の低い電子と高い電子について、それぞれ

$$m_e n_e \frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} = -n_e e \left[\mathbf{E} + \frac{\mathbf{V}_e \times \mathbf{B}}{c} \right] - \nabla P_e - n_e m_e \nu_{ei} (\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i) \quad (5-8)$$

$$m_e n_e \frac{\partial \mathbf{V}_h}{\partial t} = -n_h e \left[\mathbf{E} + \frac{\mathbf{V}_h \times \mathbf{B}}{c} \right] - \nabla P_h - n_h m_e \nu_{hi} (\mathbf{V}_h - \mathbf{V}_i) \quad (5-9)$$

である。ここで ν はイオンと電子の衝突周波数で、この項は(3-11)式の摩擦力 R_u に対応する。(5-8)及び(5-9)式をそれぞれ ν_{ei} 、及び ν_{hi} で除して加算すると

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = & - \left(\frac{n_e}{\nu_{ei}} + \frac{n_h}{\nu_{hi}} \right)^{-1} \left[\frac{1}{c} \left(\frac{n_e \mathbf{V}_e}{\nu_{ei}} + \frac{n_h \mathbf{V}_h}{\nu_{hi}} \right) \times \mathbf{B} + \frac{1}{e} \left(\frac{\nabla P_e}{\nu_{ei}} + \frac{\nabla P_h}{\nu_{hi}} \right) \right. \\ & \left. + \frac{m_e}{e} (n_e \mathbf{V}_e + n_h \mathbf{V}_h - Z n_i \mathbf{V}_i) + \frac{m_e}{e} \left(\frac{n_e}{\nu_{ei}} \frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + \frac{n_h}{\nu_{hi}} \frac{\partial \mathbf{V}_h}{\partial t} \right) \right] \end{aligned} \quad (5-10)$$

を得る。ここで電荷中性 $n_e + n_h = Z n_i$ を仮定した。(5-10)式右辺最後の慣性項を無視し、 $n_e \mathbf{V}_e + n_h \mathbf{V}_h - Z n_i \mathbf{V}_i \equiv -\mathbf{J}/e = -\frac{c}{4\pi e} \nabla \times \mathbf{B}$ を用いると

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = & -\frac{1}{\sigma} \left[\frac{\omega_p T^2}{c \nu_{ei}} \mathbf{V}_i \times \mathbf{B} + \frac{\omega_p h^2}{c} \left(\frac{1}{\nu_{hi}} - \frac{1}{\nu_{ei}} \right) \mathbf{V}_h \times \mathbf{B} - \frac{e}{m_e \nu_{ei}} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \right. \\ & \left. + \frac{1}{e} \left(\frac{\omega_p h^2}{n_h \nu_{hi}} \nabla P_h + \frac{\omega_p e^2}{n_e \nu_{ei}} \nabla P_e \right) - C \nabla \times \mathbf{B} \right], \end{aligned} \quad (5-11)$$

となる。ここで $\sigma \equiv \omega_p h^2 / \nu_{hi} + \omega_p e^2 / \nu_{ei}$ は導電率、 ω_p は電子プラズマ周波数で $\omega_p T^2 = \omega_p h^2 + \omega_p e^2$ である。(5-11)式をファラデーマクスウェル式(3-10)に代入すると、第1項は流体速度 $\mathbf{V}_i$ によるコンベクション、第3項は磁場の圧力、

第4項は熱電気電流，第5項は拡散項になる。第2項は(3-10)に代入すれば

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times \left\{ \frac{\omega_{ph}}{\sigma} \left(\frac{1}{\nu_{hi}} - \frac{1}{\nu_{ei}} \right) \mathbf{V}_h \right\} \times \mathbf{B} \\ &\equiv \nabla \times \mathbf{V}_H \times \mathbf{B}\end{aligned}\quad (5-12)$$

と書ける。(5-12)式の $\mathbf{V}_H$ は，高温電子の温度が十分高く($\nu_{hi}^{-1} \gg \nu_{ei}^{-1}$)密度が十分低ければ($n_e \nu_{ei}^{-1} \gg n_h \nu_{hi}^{-1}$ 或いは $n_e T_e^{3/2} \gg n_h T_h^{3/2}$)，

$$\mathbf{V}_H = \frac{n_h}{n_e} \left(\frac{T_h}{T_e} \right)^{3/2} \mathbf{V}_h \quad (5-13)$$

となる。レーザーによるアブレーション過程では臨界密度点からアブレーション前面に向かって $n_h \mathbf{V}_h / n_e$ は減少し，低密度で発生した磁場をアブレーション前面へ運ぶとともに増幅する。この現象はネルンスト効果と相似している。 $\mathbf{V}_H$ と $\mathbf{V}_T$ の相似は他の局限 $T_h \simeq T_e$, $n_h \simeq n_e$, $V_h^2 \ll T_h / m_e$ 及び $V_e \ll T_e / m_e$ を取ることにより明らかになる。このとき

$$\mathbf{V}_H \simeq \frac{3}{4} \frac{T_h - T_e}{T_e} \mathbf{V}_h \simeq \frac{\mathbf{q}_h + \mathbf{q}_e}{(n_e + n_h) T_e} \quad (5-14)$$

となる。(5-14)式で全熱流 $\mathbf{q}_h + \mathbf{q}_e$ は，高温及び低温電子の分布関数をマクスウエル分布

$$\begin{aligned}f &= n_h \left(\frac{m_e}{2\pi T_h} \right)^{3/2} \exp \left[-m_e \frac{(V - V_h)^2}{2T_h} \right] \\ &+ n_e \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \exp \left[-m_e \frac{(V - V_e)^2}{2T_e} \right]\end{aligned}$$

とすると $(3/2)(n_h \mathbf{V}_h T_h + n_e \mathbf{V}_e T_e) = (3/2) n_h \mathbf{V}_h (T_h - T_e)$ となる。ここで $\mathbf{q}_e + \mathbf{q}_h = (1/2) \int f m_e V^2 \mathbf{V} d\mathbf{V}$ で $n_h \mathbf{V}_h + n_e \mathbf{V}_e \simeq 0$ を仮定した。(5-14)式は一部の係数を除いて(5-6)式の $\mathbf{V}_W$ と同じである。この相似性は，ネルンスト効果で速度 $\mathbf{V}_T$ による磁場のコンベクションと二流体モデルによる速度 $\mathbf{V}_H$ での磁場のコンベクションが同じ現象であることを示唆する。衝突周波数 ν_{hi} が ν_{ei} に等しければ低温電子流と高温電子流は互いに打ち消し合い， $\mathbf{V}_H$ は零になる。このことはネルンスト効果が衝突周波数の速度依存性から生じていることを示している。磁場はより衝突の少ない高温電子に凍りつき，高温領域から低温領域に運ば

れる。

ネルンスト効果の物理的意味は、以下のような現象論的考察でも理解できる。図5-5に示すように、 y 方向に広がりをもつ二つの向い合った面から x 方向に電子が放出される場合を考える。面 H より高温電子、面 C より低温電子を放出する時、 z 方向に磁場が存在すると電子の軌道はローレンツカにより、矢印で示すように曲げられる。このとき磁場による y 方向の摂動電流 δj_y は衝突なしの時

$$\frac{\partial \delta j_y}{\partial t} = -\frac{e^2}{cm_e} (n_h V_{hx} + n_e V_{ex}) B_z = \frac{e}{cm_e} j_x B_z \quad (5-15)$$

となる。 x 方向の無摂動電流 $j_x = 0$ とすれば y 方向電流は零である。衝突を導入すると(5-15)式は

$$\frac{\partial \delta j_y}{\partial t} = \frac{e}{cm_e} j_x B_z - \nu_{ei} \delta j_{ey} - \nu_{hi} \delta j_{hy} \quad (5-16)$$

となる。ここで j_e 及び j_h は低温及び高温電子による電流である。もし衝突周波数 ν_{ei} が ν_{hi} と同じであれば $\delta j_{ey} \simeq \delta j_{hy}$ となり、衝突なしの時と同様 y 方向電流は生じない。しかし実際には、衝突周波数は速度に依存し、低温電子の方が大きく δj_{ey} が抑制されて高温電子による電流 δj_{hy} が δj_y に寄与する。 δj_y は図5-5に示されるごとく y 方向を向いている。アンペアの法則から

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\frac{4\pi \delta j_y}{c} < 0$$

であるから、初期に均一であった磁場は、図中実線で示される分布になる。これは磁場が高温電子により運ばれたと見ることができる。

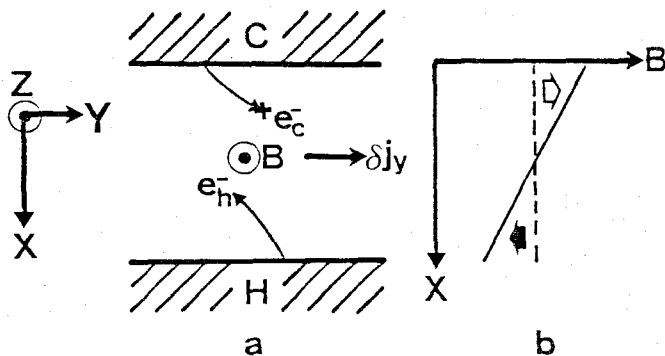


図5-5 ネルンスト効果による磁場のコンベクション

§ 5-5 レーザープラズマ中におけるネルンスト効果

この節ではレーザーによるアブレーション構造における、ネルンスト効果の定量的解析を行なう。この効果の吸収強度、レーザー波長、物質、磁場源の大きさ依存性を調べるために、一次元平面及び円筒座標系でのシミュレーションを行う。計算には第3章で述べた電磁流体粒子コードを用いた。1次元での誘導方程式は

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{1}{\hat{r}} \left[\frac{\partial \hat{r} V_i B}{\partial r} + \frac{\partial \hat{r} V_T B}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\hat{r} D \frac{\partial B}{\partial r} \right) \right] \quad (5-17)$$

となる。平面座標の場合は $\hat{r} = 1$ であり、円筒座標の場合には $\hat{r} = r$ となる。以下の計算においては、一温度の磁気流体方程式を用いる。連続の式、運動方程式及びエネルギー方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V}_i &= 0 \\ \frac{\partial \rho \vec{V}_i}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V}_i \vec{V}_i &= -\nabla (P + \frac{B^2}{8\pi}) \\ \frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V}_i \epsilon &= -\nabla \cdot P \vec{V}_i + \nabla \cdot \kappa \cdot \nabla T + Q \end{aligned} \quad (5-18)$$

シミュレーションでは、厚さ $30 \mu m$ の CH_2 或いは $15 \mu m$ の SiO_2 の薄膜又は円筒を、波長 $1.06 \mu m$ 或いは $0.53 \mu m$ のレーザーで加速する。円筒の半径は $300 \mu m$ である。レーザーエネルギーは臨界密度点で吸収させる。平面の場合吸収強度は 10^{13} から $10^{15} W/cm^2$ まで変える。円筒の場合には、強度を半径によって変え全パワーが一定になるようにする。強度は円筒の初期外半径で 10^{13} から $10^{15} W/cm^2$ とする。レーザーパルス波形は、100 ピコ秒で線形に最大強度まで立ち上り、その後は一定強度を保つ。 r 方向がターゲット面に垂直方向で、自由境界条件（物理量の勾配が零）を仮定する。円筒座標の場合には、擬似的定常状態をつくるために半径方向に加速度を導入し、円筒がほぼ停止するようにする。平面座標の場合は薄膜と同じ速度の動メッシュを採用した。初期 $t = 0$ から臨界密度点に定常磁場 B_0 を置き、時間発展を追跡した。図5-6に1ナノ秒後における各物理量の空間分布を示す。流体速度 V_i は低密度方向、 V_T は高密度方向を向いている。二つの和である磁場のコンベクション速度 $V_i + V_T$ は臨界密度点付近では高密度方向、アブレーション前面より高密度領域では、低密度方向を向いている。しかし磁場が最大にな

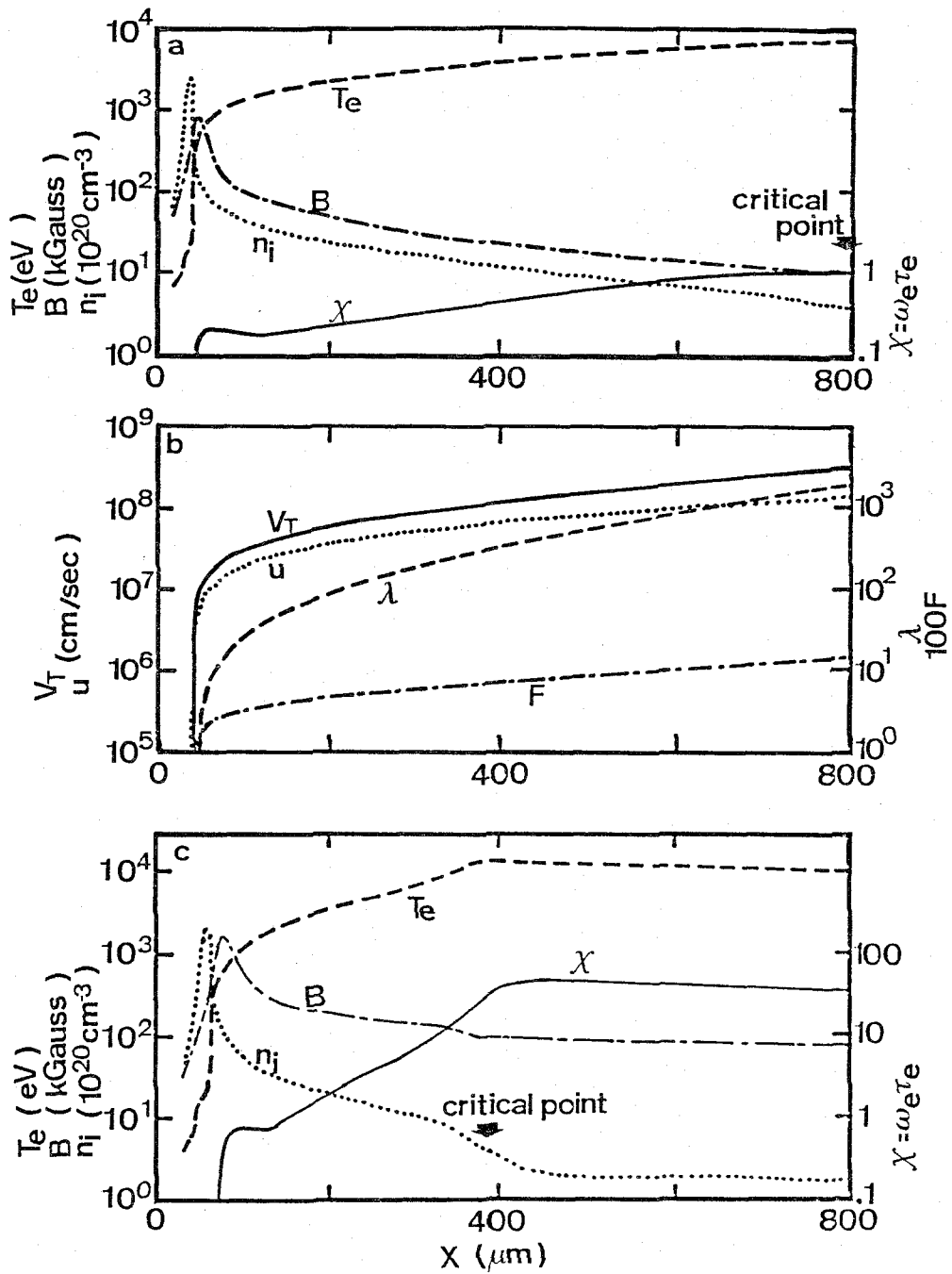


図 5 - 6 1 ナノ秒における各物理量の空間分布
(a)及び(b)は $B_0 = 10 \text{ KG}$, (c)は $B_0 = 100 \text{ KG}$ である。

っている場所は $V_i + V_T = 0$ の点と少し違っている。これは拡散の効果によるものである。拡散項は

$$-V_{\alpha} \frac{\partial B}{\partial r} + \frac{D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial B}{\partial r} \right) \quad (5-19)$$

$$V_{\alpha} = - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{c^2 \alpha_{\perp}}{4 \pi n_e^2 e^2} \right)$$

と分割できる。 $\alpha_{\perp}/n_e^2$ はアブレーション前面では温度 T_e のみの関数となり、 V_{α} は V_T と逆方向である。(5-19)式第一項は速度 V_{α} での磁場のコンベクションを示している。したがって磁場の最大点は $V_i + V_T + V_{\alpha} = 0$ なる点に生ずるはずである。 V_T と V_{α} の比を取ると

$$\frac{V_T}{V_{\alpha}} = - \frac{2}{3} \frac{\beta_0''}{\delta_0} \left(1 - \frac{\alpha_0'}{\delta_0} \right)^{-1} \left(\frac{\lambda_{mfp} \omega_{pe}}{c} \right)^2$$

となる。ここで λ_{mfp} は電子の平均自由行程である。図5-6に λ_{mfp} と表皮深さ $\lambda_{sd} = \omega_{pe}/c$ の比 λ を図示してある。これより磁場が $\lambda \simeq 1$ 付近で最大となっていることがわかる。これは $V_T/V_{\alpha} \simeq -\lambda^2$ であり、流体速度 V_i が他に比べて小さく、磁場増幅の飽和が V_T と拡散の釣り合いにより生じていることを示している。図5-6(a)に示す例では磁場が約百倍に増幅されている。また磁場 B と密度 n_i を比較してわかるように、アブレーション前面から臨界密度領域まで B/n_i がほぼ一定になっている。ホールパラメータは $\lambda_{mfp} > \lambda_{sd}$ の領域で、0.2から1.0の範囲にある。この範囲で垂直熱伝導係数は $\kappa_{\perp}/[1 + (3\chi)^2]$ と近似でき、この領域の熱伝数は磁場なしの場合の熱伝導係数の0.7～0.1倍位に抑制されている。

上記の $B/n_i \simeq \text{一定}$ は、ネルンスト効果のない場合でも生ずる。磁場と密度の式

$$\frac{\partial B}{\partial t} = - \nabla \cdot \nabla B$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot n_i \mathbf{V} = 0$$

から

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_i \cdot \nabla \right) \left(\frac{B}{n_i} \right) = 0 \quad (5-20)$$

が得られる。(5-20)式は、流体運動に凍りついて B/n_i が一定に保たれることを示している。しかし、シミュレーションで得られた $B/n_i \simeq \text{一定}$ という関係は、これとは違った要因によるものである。磁場は主としてネルンスト速度 V_T で流体

とは逆方向に運ばれる。磁場は近似的に

$$\begin{aligned}\frac{\partial B}{\partial t} &\simeq \nabla \cdot [(\mathbf{V}_i + \mathbf{V}_T) B] = -\nabla \cdot \left[(n_i \mathbf{V}_i + n \mathbf{V}_T) \frac{B}{n_i} \right] \\ &\simeq -\nabla \cdot \left(n_i \mathbf{V}_T \frac{B}{n_i} \right)\end{aligned}\quad (5-21)$$

と表わされる。ここで $|\mathbf{V}_T| \gg |\mathbf{V}_i|$ を用いた。 $n_i V_T \propto T^{3/2} \nabla T$ は密度 n_i に比べて空間的に緩やかに変化し、準定常状態 $\partial B / \partial t \simeq 0$ では $B/n_i \simeq$ 一定が近似的に成り立つ。

物質、レーザー波長及び強度を変えてシミュレーションを行ない、磁場の増幅を調べた。得られた磁場増幅率 B_m/B_0 を図 5-7(a) に平面の場合、図 5-7(b) に円筒の場合について示す。最大値 B_m は、準定常状態に達した時、或いは薄膜の速度が $3 \times 10^7 \text{ cm/s}$ に達した時の値をとった。図から、増幅率はレーザー強度に大きく依存し、物質やレーザー波長にはあまり依存しないことがわかる。この依存性は磁場のコンベクション速度 V_T が熱流束に比例しているからで、磁場の増幅率も熱流束の増加と共に増大する。磁場源 B_0 が大きくなる程、 χ の値が大きくなり $\kappa_{\perp}$ は非常に低減されるが、磁場増幅率はそれ程小さくなっていない。これは ∇T_e が増加し、 q_e の変化は $\kappa_{\perp}$ の変化より小さくなるためである。例えば、 $B_0 = 100 \text{ KG}$ の場合 [図 5-6(c)] には $\kappa_{\perp}$ の減少が臨界密度点温度を 2 倍にし、アブレーション領域の長さが $B_0 = 10 \text{ KG}$ の場合の $1/2$ 以下になっている。図 5-6(c) に示すように、得られた温度分布は $\chi \gg 1$ の領域において $\kappa_{\perp}$ の $T_e^{-1/2}$ 依存性を反映している。アブレーション圧力は $B_0 = 100 \text{ KG}$ の場合も $B_0 = 10 \text{ KG}$ の場合もほぼ同じである。円筒の場合 (図 5-7(b)) には増幅率 B_m/B_0 が平面の場合よりも大きくなっている。これは幾何学的効果によるものであろう。

最大磁場の時間的发展は図 5-8 のようになっている。実線、点線及び一点鎖線は CH_2 、レーザー波長 $1.06 \mu\text{m}$ で、強度がそれぞれ 10^{15} W/cm^2 , 10^{14} W/cm^2 , 10^{13} W/cm^2 の場合である。破線は CH_2 、レーザー波長 $0.53 \mu\text{m}$ で強度 10^{15} W/cm^2 である。磁場は初期の大きな熱流により増大する。その後熱流が減少し、準定常状態へと移行する。このとき、磁場の拡散がネルンスト効果による増幅を上回ると B_m が減少する。(c)(d) の場合がこれに相当する。さらに磁場が拡散により、薄膜

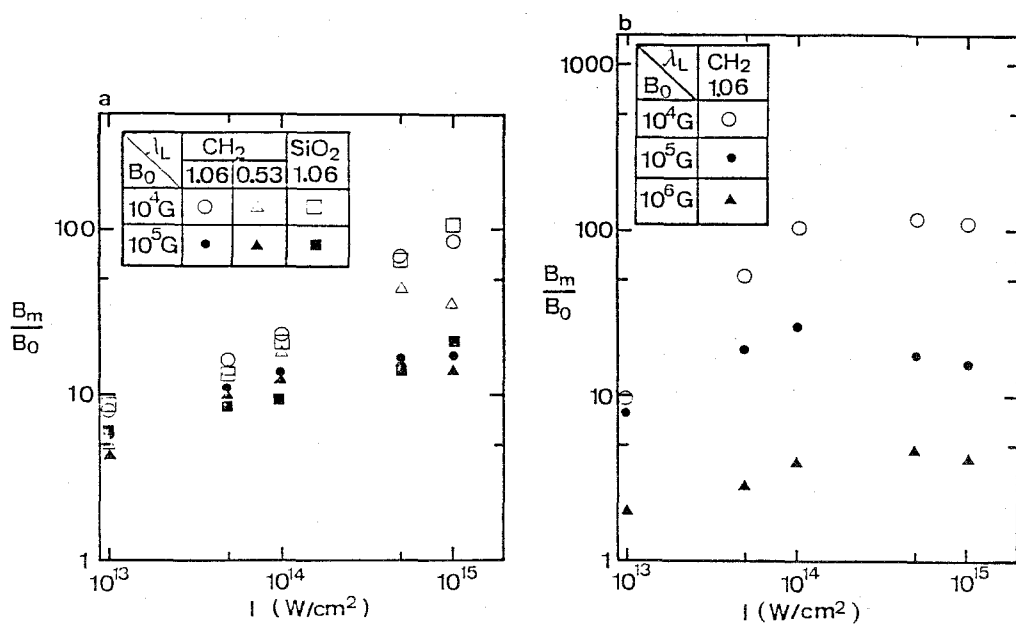


図 5-7 アブレーションにおける磁場増幅率(a) 平面及び(b)円筒型ターゲットの場合。

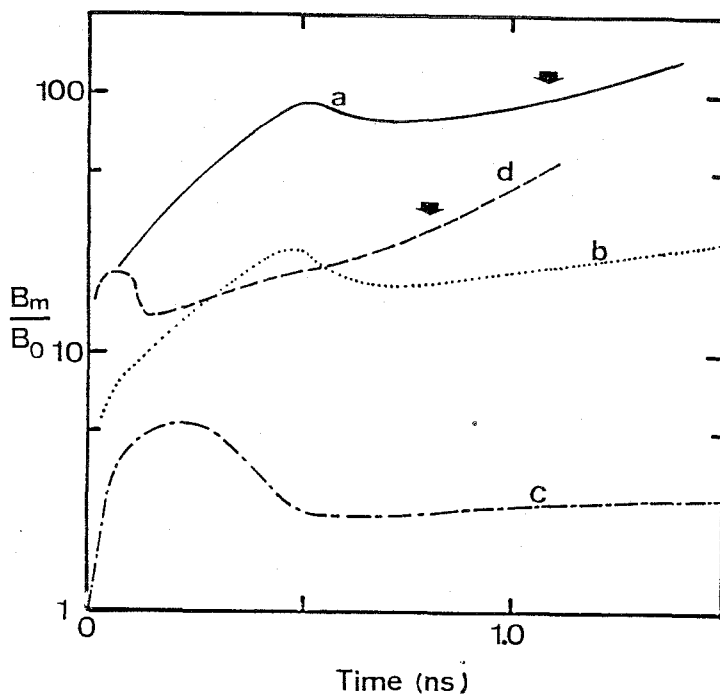


図 5-8 各パラメータにおける磁場の時間的成長，吸収強度は(a) $10^{15} W/cm^2$, (b) $10^{14} W/cm^2$, (c) $10^{13} W/cm^2$ でレーザー波長 1.06 μm , (d) は 0.53 μm , $10^{15} W/cm^2$ である。

中に浸透すると勾配が減少するため、磁場拡散効果が鈍ってきて磁場が緩やかに増大をはじめめる。磁場の増減はこのように拡散とネルンスト効果及び流速の釣合いによるためにレーザー波長・強度によって違った振舞をみせる。

§ 5-6 磁場の爆縮の一様性への影響

アブレーション過程では図5-9に示すように多くの磁場生成機構がある。臨界密度点より内側で発生した磁場はネルンスト効果により増幅されながらアブレーション前面へと運ばれ大きな磁場が形成されることがわかった。この節では、この磁場が爆縮の一様性にどのような影響を与えるかについて述べる。問題となるのは磁場が存在すると加速の一様性が悪くなるか良くなるかということにある。磁場の球殻加速への影響として二つの場合を考える。すなわちレーリーテラー不安定で発生する磁場とその他の原因による磁場である。レーリーテラー不安定で発生する磁場はアブレーション前面に発生しネルンスト効果によりこの部分に閉じ込められる。これに対してその他の場合にはアブレーション前面へ増幅されながら運ばれて

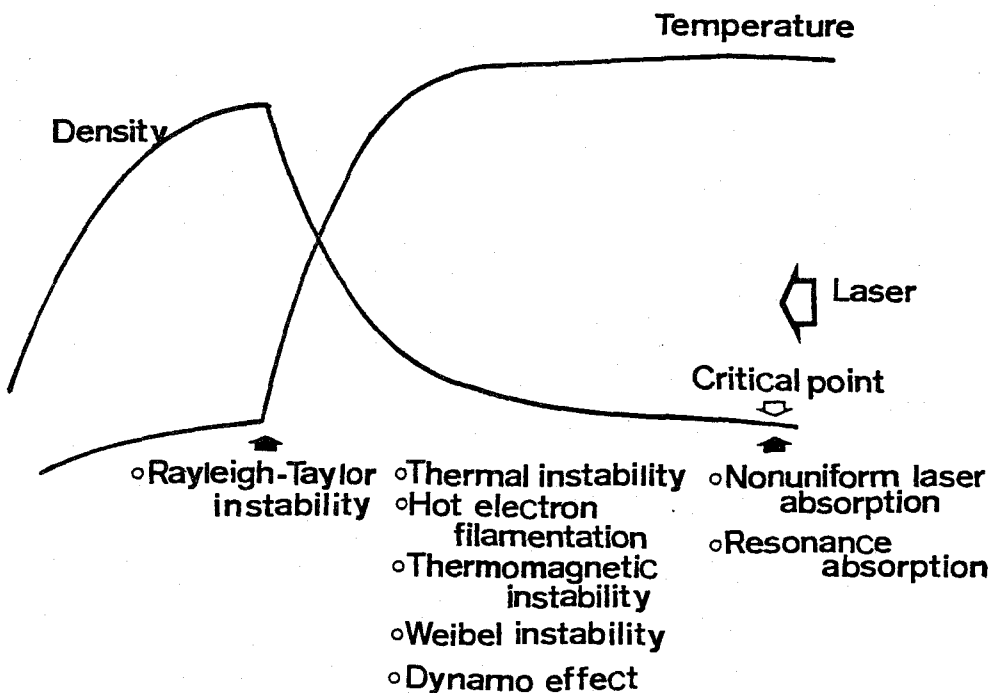


図5-9 アブレーションにおける磁場生成機構

来る。

5-6-1 レーリー-テラー不安定による磁場

球殻加速中に発生するレーリー-テラー不安定による磁場はアブレーション前面付近で生成される。磁場の発展方程式 (3-12) で熱電気電流項だけを考える。簡単のために平面的 2 次元を考えて薄膜加速時の磁場源を求める。加速方向を x として磁場源 S は

$$S = \frac{c}{e} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{n_e} \frac{\partial}{\partial y} P_e \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{1}{n_e} \frac{\partial}{\partial x} P_e \right\} \right] \quad (5-22)$$

である。 $P_e = \frac{Z}{Z+1} P$, $n_e = \frac{Z\rho}{mm_p}$ として線形化する。

$$\frac{\partial P}{\partial y} \rightarrow i k P_1, \quad \frac{\partial \rho}{\partial y} \rightarrow i k \rho_1, \quad \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho g$$

x 方向には圧力勾配と加速度の釣り合いを考える。このとき磁場源 S は

$$S = \frac{cm_p \bar{m}}{e(Z+1)} \left\{ P_1 \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho_1 \rho g \right\} \frac{ik}{\rho^2} \quad (5-23)$$

となる。非圧縮の場合を考えて連続の式及び $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$ を線形化すると

$$\sigma \rho_1 = -u_{x1} \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$\frac{\partial u_{x1}}{\partial x} + i k u_{y1} = 0$$

$$\rho \sigma u_{y1} = -i k P_1$$

となる。これを (5-23) に代入すれば

$$S = \frac{cm_p \bar{m}}{e(Z+1)} \left\{ \frac{\rho^2}{k} \frac{\partial}{\partial x} - g k \right\} u_{x1} \frac{i}{\sigma \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (5-24)$$

となる。磁場源 S に虚数 i を含むのは、 S と摂動速度 u_{x1} の位相が空間的に $\frac{\pi}{2}$ だけずれていることを表わす。密度分布 $\rho_0 = \rho_{00} \exp(\frac{x}{L})$ のときのレーリー-テラー不安定の解を用いて $\partial u_{x1} / \partial x = -u_{x1} / (2L)$, また $\frac{\partial \rho_0}{\partial x} / \rho_0 = 1/L$ であるから

(5-24) 式は

$$\frac{\partial B}{\partial t} = S = -\frac{cm_p \bar{m}}{e(Z+1)} \frac{\sqrt{gk}}{L} \sqrt{\frac{1+4h^2 L^2}{4kL}} \left\{ \frac{2}{1+4k^2 L^2} + 1 \right\} u_{x1}$$

となる。これを積分して

$$\frac{B}{Ak} = \frac{cm_p \bar{m}}{e(Z+1)} \frac{\sqrt{gk}}{kL} \sqrt{\frac{1+4k^2 L^2}{4kL}} \left\{ \frac{2}{1+4k^2 L^2} + 1 \right\} \quad (5-25)$$

を得る。図5-10に $\bar{m}/(Z+1)=2$ のときの B/Ak の値を示す。 A は摂動振幅である。(5-25)式は磁場の拡散や温度勾配による力等の効果を含んでいない。現実には、これにネルンスト効果や拡散が加わる。これらの効果はレーザー強度・波長、ターゲットの物質等によって違いスケーリングは難しい。磁場源の大きさは短波長摂動のほうが大きいですが、拡散が効いてくると磁場が小さくなる。したがって磁場はある適当な波長で最大となると考えられる。

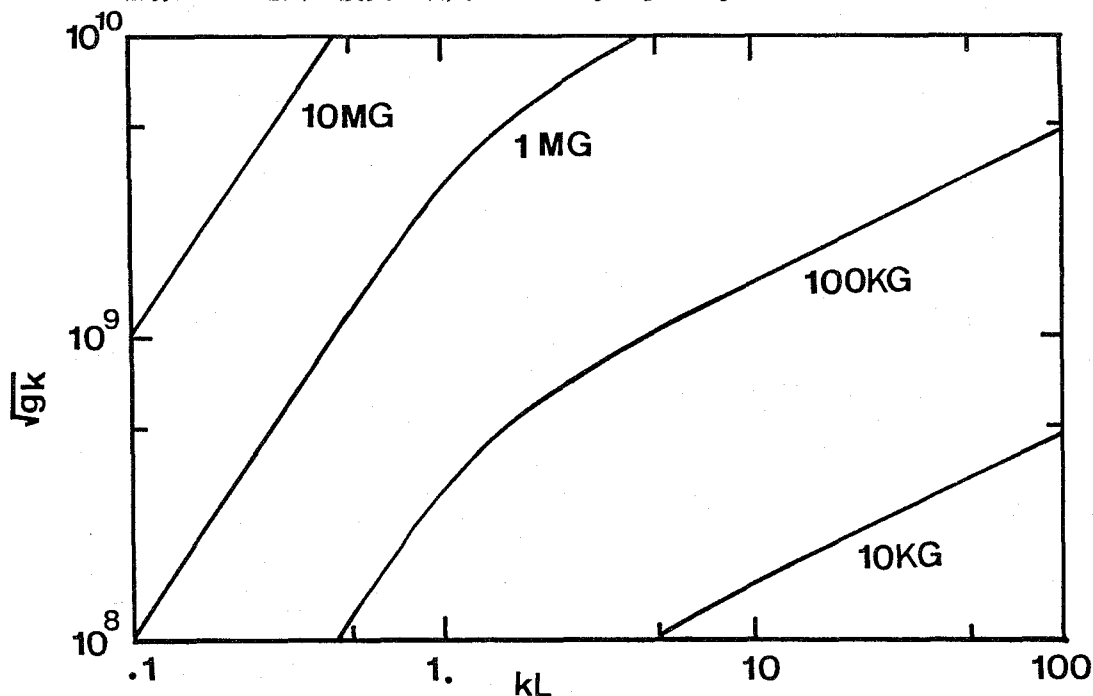


図5-10 レーリーテラー不安定による自発磁場

図5-11にレーリーテラー不安定の計算の一例を示す。厚さ $20\mu\text{m}$ の CH_2 薄膜を波長 $1.06\mu\text{m}$ のレーザーで加速、吸収強度は $1 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$ である。摂動は初期に速度で与えた。図5-11(A)は磁場の効果を入れた時、図5-11(B)は磁場な

しの時の10ナノ秒及び11ナノ秒における密度等高線である。レーリーテラー不安定の初期摂動波長は $200\text{ }\mu\text{m}$ である。(A)では磁場が熱伝導を変調し、初期摂動波長とは違った高調波モードが生じている。また磁場がある場合のほうがターゲットの内側がわずかであるが摂動が小さい。外側では違いがさらにはっきりしている。摂動振幅の成長を比較すると(A)の場合のほうが(B)の場合に比べて約10%小さくなっている。(B)の場合も磁場を示してあるがこれは磁場の計算を行なっていないが、熱伝導には磁場の効果を含んでいないからである。

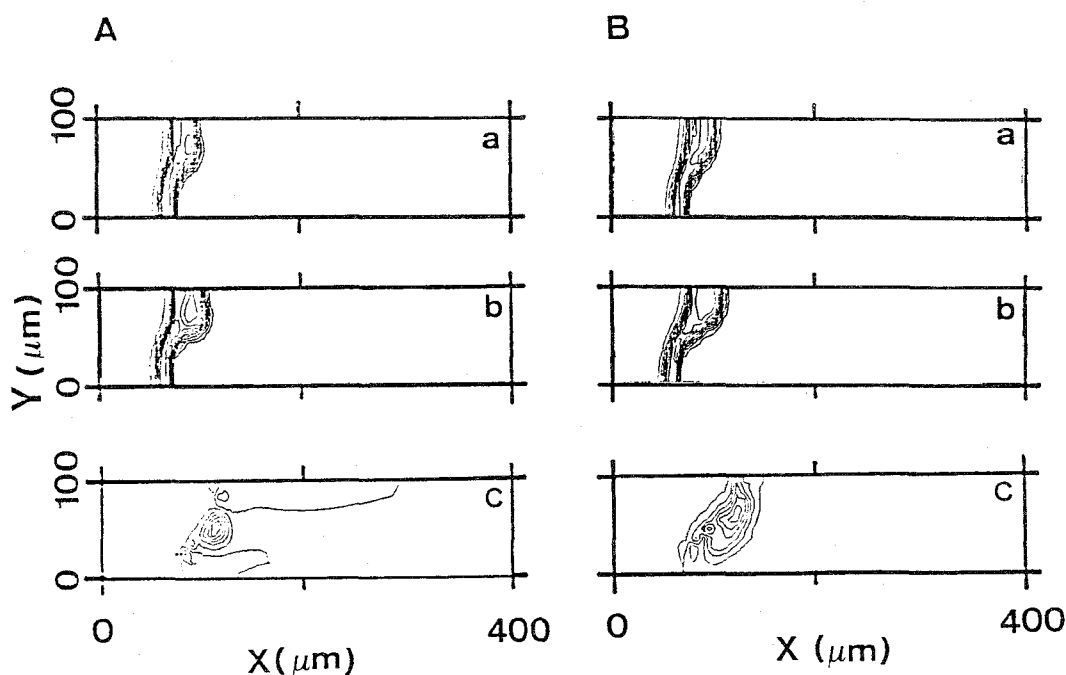


図5-11 レーリーテラー不安定による自発磁場の影響，レーザー波長 $1.06\text{ }\mu\text{m}$ 吸収強度 10^{13} W/cm^2
(A)磁場の効果あり (B)磁場の効果なし
(a)は10 nsにおける密度(b)は11 nsの密度及び(c)磁場を示す。

図5-12にもう一例を示す。厚さ $30\text{ }\mu\text{m}$ の CH_2 薄膜をレーザーで加速，吸収強度は $6 \times 10^{14}\text{ W/cm}^2$ である。摂動速度の大きさは $1 \times 10^5\text{ cm/s}$ で時刻1.5 nsに与えた。摂動波長は $200\text{ }\mu\text{m}$ で，図5-12(A)が磁場あり，(B)が磁場なしの結果で6.5 ns，7 ns 及び7.5 nsにおける密度等高線を示す。磁場の影響により(A)の場

合はB)の場合に比べてスパイクの部分が広がっている。これは図5-11の時と同様高調波成分の発生によるものである。この計算の場合でもA)のほうがB)に比べて摂動振幅の成長率が約10%小さくなった。

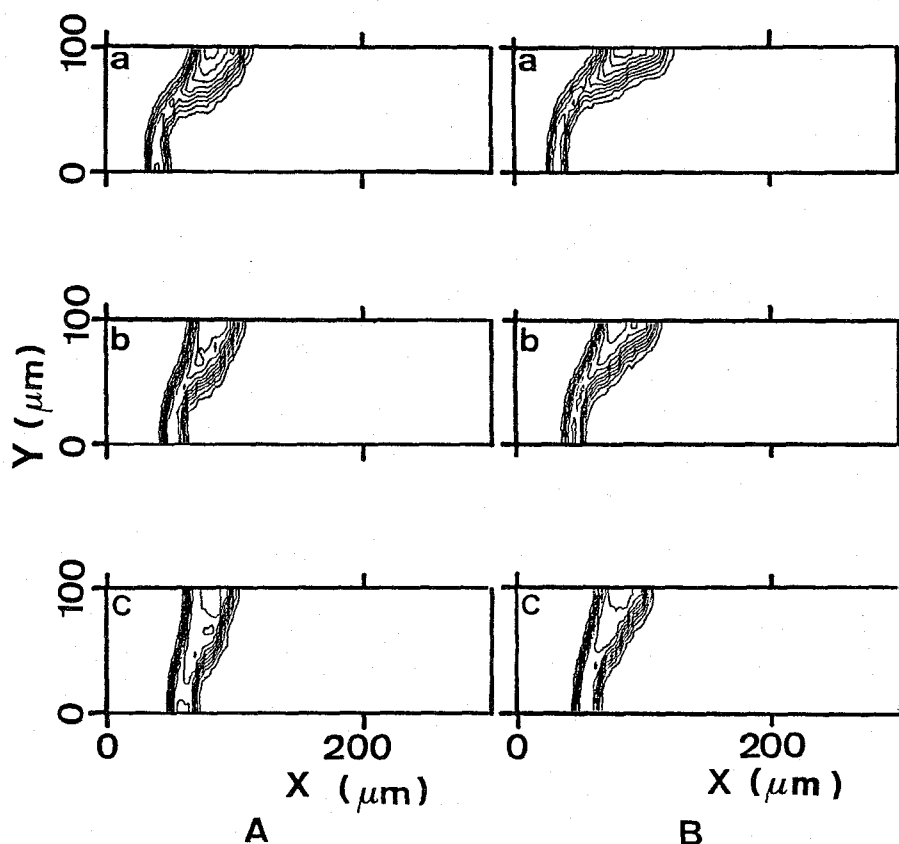


図5-12 レーリー-テラー不安定による自発磁場の影響, レーザー波長 $1.06 \mu m$, 吸収強度 $6 \times 10^{14} W/cm^2$
A) 磁場あり B) 磁場なし
a) 6.5 ns b) 7 ns c) 7.5 ns における密度等高線

同様のシミュレーションを波長 $10 \sim 800 \mu m$, レーザー吸収強度 $1 \times 10^{13} \sim 2 \times 10^{15} W/cm^2$ の範囲で行なったが, 磁場がある場合とない場合の違いは成長率で最大10%程度の結果が得られた。このパラメータ範囲外でより大きな影響が現われる可能性があるかもしれないが, 摂動波長が短い場合や強度が低い場合は拡散の効果が大きく大きな磁場は期待できない。摂動波長が長すぎる場合も磁場源自身が

小さくなりこれも大きな磁場は期待されない。また短波長摂動は安定化機構が大きく効きレーリーテラー不安定が発生しなくなる可能性が大きい。

5-6-2 低密度領域で発生する磁場

低密度領域、特に臨界密度付近では磁場生成機構が多くある。これらには流体力学的な取り扱いができないものも多く、コード中で自己無撞着に解くことができずここでは境界条件として磁場源を置くことにする。図5-13は厚さ $30\text{ }\mu\text{m}$ の CH_2 薄膜を $1.06\text{ }\mu\text{m}$ のレーザーで加速吸収強度は $1 \times 10^{14}\text{ W/cm}^2$ である。磁場源として臨界密度点に正弦波状の $B_0 \sin kx$ を与えつつける。磁場源の波長は $200\text{ }\mu\text{m}$, $B_0 = 10^4$ ガウスである。図5-13に(a)1 ns (b)3 ns (c)6 ns における磁場, 温度, 密度の空間分布を示す。臨界密度点に与えられた磁場はネルンスト効果によりターゲットの方向に運ばれ, アブレーション前面で大きな磁場が形成される。この磁場により熱伝導が変調を受け薄膜加速が様でなくなる。その結果レーリーテラー不安定が発生する。レーリーテラー不安定が発生するとこれによる磁場とネルンスト効果により運ばれて来た磁場が結合し複雑な磁場分布が形成される。また磁場は熱伝導を変調して新しい温度勾配を形成しこれがまた新しい磁場を生成する。この過程はカスケード的に短波長へ移行する摂動を生成し磁場は高調波を多く含む分布となる。

同様のシミュレーションを磁場源 B_0 を変えておこなった結果 B_0 が 10^8 ガウス位より大きいと熱伝導を変調してレーリーテラー不安定を発生させる原因となることがわかった。ただしこれは吸収強度が 10^{14} W/cm^2 の結果であり, 吸収強度が変わるとこの値も変わる。強度が大きくなるとこの値はもっと小さくなる。その値は図5-7に示す増幅率を掛けて 10 K ガウス程度になる磁場源 B_0 となる。このように臨界密度点とアブレーション前面の距離が熱伝導で温度不均一が十分一様になる程あったとしても, 磁場が界在すると均一な加速ができなくなる。したがって磁場をなるべく発生しない爆縮スキームが望ましいと思われる。実際斜方向入射時の共鳴吸収による磁場が計算されている⁴⁾これによると例えば $1.06\text{ }\mu\text{m}$ のレーザーで強度が $2.2 \times 10^{16}\text{ W/cm}^2$, プラズマ温度が 5 keV のとき $\partial \langle B_z \rangle / \partial t = 6\text{ MG/ps}$, $\langle B_z \rangle = 3\text{ MG}$ と非常に大きな磁場が生成される。この磁場は垂直入射時にはこ

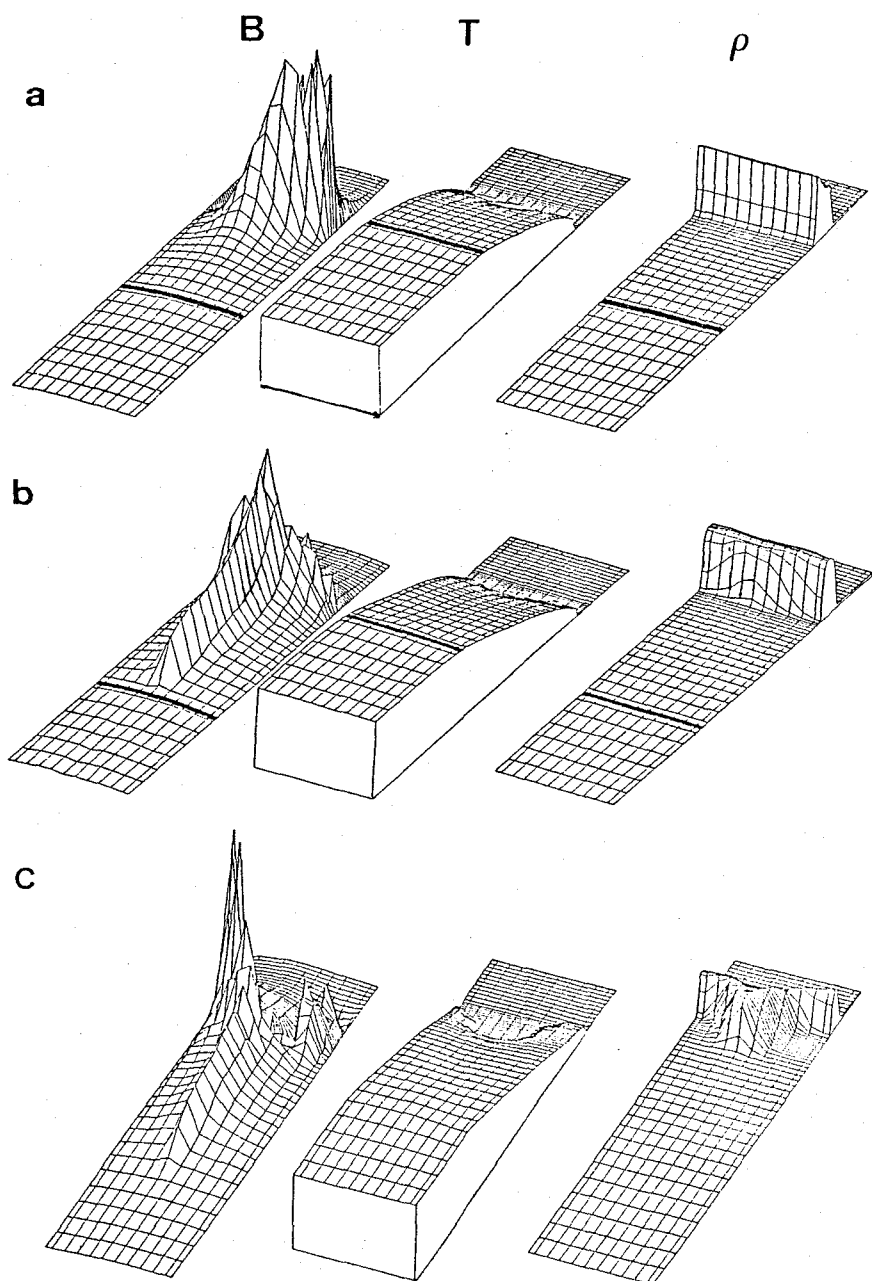


図 5-13 不均一磁場によるレーリー-テーラー不安定の発生
 a) 1 ns b) 3 ns c) 6 ns における各物理量の
 空間分布レーザー波長 $1.06 \mu m$, 吸収強度 $10^{14} W/cm^2$, 臨界密度点での磁場源 $B_0 = 10^4 G$

れよりずっと小さくなる。このパラメータでは $\omega_e \tau_e \sim 600$ にもなり磁場の影響は著しい。

§ 5-7 ま と め

この章では、プラズマ中における巨視的磁場の生成、振舞い及び熱輸送への影響について調べた結果を述べた。これらの結果を要約すると次のようになる。

1. 熱輸送における磁場の重要性を示し、プラズマ中での磁場の振舞いを明らかにした。特に磁場の輸送におけるネルンスト効果の重要性を示し、その物理的意味を二電子流体モデルを用いた解析等により明確に示した。
2. ネルンスト効果はプラズマ中で磁場を熱波の速度で伝播させることを見出した。そしてアブレーション構造では、ネルンスト効果が磁場を増幅しながらアブレーション前面へ運びここに大きな磁場を形成することがわかった。アブレーション前面に大きな磁場が形成されるという現象により爆縮における磁場の重要性がより一層大きくなった。
3. 多次元では、空間的に不均一な磁場がアブレーション前面へ運ばれて熱伝導を変調するため球殻加速の一樣性を妨げることが示された。レーリー-テラー不安定による磁場は不安定成長率を最大10%程度小さくする効果や高調波を発生させる効果をもつが、不安定全体への影響としてはそれ程大きくないことがわかった。これに対し臨界密度付近で発生する磁場はネルンスト効果により大きく増幅され、その影響が非常に大きいことがわかった。

以上のように、爆縮の一樣性に磁場が大きく関与していることがわかった。磁場の影響は一樣性を低下させる場合と向上させる場合があるが、全体から見れば低下の効果の方が大きい。一樣爆縮のためには、なるべく磁場を発生させない方法が望ましいと考えられる。しかし磁場の生成要因は数多くあり、これらすべてを抑制できる適当な方法は現在のところまだ見られない。唯一の方法はやはりエネルギー吸収の空間的均一化に帰着される。

参 考 文 献

- 1) J.A.Stamper, K.Papadopoulos, R.N.Sudan, S.O.Dean and E.A.Mclean, and J.M.Dawson, Phys. Rev. Lett. **26**, 1012 (1971)
- 2) T.Yabe and K.Niu, J.Phys. Soc. Japan, **40**, 1221 (1976);
Yu. V. Afanasev, E.G.Gamalij, I.G.Lebe, and V.B.Rozanov. Zh. Eksp. Teor. Fiz. **74**, 516 (1978). [Sov. Phys. JETP. **47**, 271 (1978)] ;
K.Mima, T. Tajima, and J.N.Leboeuf, Phys. Rev. Lett. **41**, 1715 (1978).
- 3) M.G.Haines, Phys. Rev. Lett. **47**, 917 (1981)
- 4) J.J.Thomson, C.E.Max, and K.Estabrook, Phys. Rev. Lett. **35**, 663 (1975).
- 5) T.Yabe, K.Mima, T.Sugiyama, and K.Yoshikawa, Phys. Rev. Lett. **48**, 242 (1982).
- 6) D.A.Tidman and R.A.Shanny, Phys. Fluids **17**, 1207 (1974);
J.H.Brownell, Comm. Plasma Phys. Cont. Fusion **4**, 131 (1979);
A.Hirano and M.Ogasawara, J.Phys. Soc. Jap. **50**, 668 (1981).
- 7) T.Okada, T.Yabe, and K.Niu, J.Phys. Soc. Jap. **43**, 1042 (1977);
A.Ramani and G.Laval, Phys. Fluids **21**, 980 (1978);
K.Estabrook, Phys. Rev. Lett. **40**, 42 (1978).
- 8) T.Mochizuki, T.Yabe, K.Mima, K.Yoshikawa, H.Azechi, A.Kikuchi, and C.Yamanaka, Jpn. J.Appl. Phys. **19**, L645 (1980);
E.M.Epperlein, PhD Thesis, Imperial College, London (1984).
- 9) T.Yabe, Y.Kitagawa, A.Ishizaki, M.Naito, A.Nishiguchi, M.Yokoyama, and C.Yamanaka, Phys. Rev. Lett. **51**, 1869 (1983).
- 10) R.D.Jones, Phys. Rev. Lett. **51**, 1269 (1983);
P.Amendt, H.U.Rahman, and M.Strauss, Phys. Rev. Lett. **53**, 1226 (1984).
- 11) A.Z.Dolginov and V.A.Urpin, Zh. Eksp. Teor. Fiz., **77**, 1921 (1979)
[Sov. Phys. JETP **50**, 912 (1979)]

- 12) O.G.Parfenov and A.A.Shishko, Fiz. Plazmy **4**, 297 (1978).
- 13) M.Psimopoulos, Private communication.
- 14) D.G.Colombant and N.K.Winsor, Phys. Rev. Lett. **38**, 697 (1977).
- 15) J.U.Brackbill and S.R.Goldman, Communications on Pure and Applied Mathematics **36**, 415 (1983).
- 16) S.I.Braginskii, in Reviews of Plasma Physics, edited by M.A.Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1965). vol.1, P.205.

第 6 章 結

論

多次元電磁流体コードの作成を目的とした多次元流体方程式の解法スキームの開発と磁場中の熱伝導及び巨視的磁場の生成と輸送の解法スキームの確立を行ない、多次元流体粒子コードを完成した。これにより爆縮現象を流体力学的なシミュレーションにより取り扱える。特に多次元現象を取り扱えるようになったことは意義が大きい。さらにこのコードを用いたシミュレーションを中心に爆縮の一様性に関する現象の理論的研究を行ない、レーリー・テラー不安定、幾何学的収縮効果及び爆縮速度不均一の利得への影響について定量的評価を得た。またプラズマ中における磁場の挙動を解析し熱輸送及び爆縮の一様性に大きな影響を持つことを明らかにした。本論文で得られた結果を各章ごとに総括すると次の様になる。

第 2 章では低雑音・低粘性で且つ安定に精度良く多次元流体方程式を解くことができる 2 次精度流体粒子法を開発した。この方法により計算に必要な粒子数、計算時間及び記憶容量が減少した。また不均一・動グリッドを導入して物理量の変化範囲や分解能、精度の向上が効率良く行なえるようになった。さらにこの方向は数値的な向心力等を生ずることなく容易に極座標及び非直交座標系へも拡張した。

第 3 章では第 2 章で述べた 2 次精度流体粒子法による多次元流体方程式の解法スキームを基にして、巨視的磁場及び磁場中の熱伝導の解法スキームの確立を行ない多次元電磁流体粒子コードを完成した。コードは慣性核融合爆縮のシミュレーションをするために必要な物理現象をすべて含んでおり、また座標系の拡充もされており汎用性の高いコードである。またベクトル計算機で高速計算ができるためのコードのベクトル化も完成しており、粒子法であるが高速計算が可能になった。

第 4 章では第 3 章で述べたコードによるシミュレーションを中心として爆縮の一様性に関連した現象の解析を行ない、それぞれ定量的な評価を得た。アブレーション構造におけるレーリー・テラー不安定では、古典的成長率に密度勾配の効果等が加わりある波長で成長率が最大となる傾向を示すことが確められた。その最大成長

率は古典的成長率の約二分の一となる。またレーリー-テラー不安定に対してはレーザーの短波長化が有力な改善法である。幾何学的収縮効果では角運動量保存による不安定が存在することを示した。この不安定による球殻破壊を防ぐには方位角方向の速度を爆縮速度の約4%以下に抑える必要があることが示された。また爆縮速度の不均一性の利得、燃料 $\rho R \cdot$ 温度への影響を定量的に示した。これにより効率良い圧縮には爆縮速度の不均一を3~4%以下に抑える必要があることがわかった。

第5章ではプラズマ中における巨視的磁場の挙動を解析し爆縮において熱輸送及び一様性に大きな影響を及ぼすことを示した。特に磁場がネルンスト効果により熱波の速度で増幅されながら運ばれることを見い出して、アブレーション前面付近に大きな磁場が形成され得ることを示した。これにより爆縮において磁場の効果がより一層重要となることがわかった。

謝 辞

本研究の遂行に際し、終始懇篤なる御指導、御鞭撻を賜りました山中千代衛教授に深厚なる感謝の意を表します。あわせて大学院在学中御指導、御教示を戴きました西村正太郎元教授、犬石嘉雄元教授、木下仁志元教授、藤井克彦教授、鈴木胖教授、平木昭夫教授、横山昌弘教授、中井貞雄教授、山中龍彦教授、井沢靖和教授、加藤義章教授、望月孝晏教授、三間罔興教授、西原功修教授に謝意を表します。

本研究を通じてたゆまぬ御指導、討論、助言、激励を戴きました矢部孝助教授に謝意を表します。

また終始変らぬ御討論、助言を戴きました佐々木孝友助教授、山中正宣助教授、中塚正大助教授、故的場幹史助教授、北川米嘉助教授、今崎一夫助教授、吉田国雄講師、井門俊治助手、大道博行助手、乗松孝好助手、西村博明助手、藤田尚徳助手、畦地宏助手、高部英明助手、藤原関夫助手、仁木秀明助手、宮永憲明助手、宮本修治助手、阪部周二助手、実野孝久助手、田口俊弘氏に厚く感謝致します。

終わりに本研究を進めるにあたり数々の御協力を戴きましたレーザー核融合研究センターの方々特に理論シミュレーショングループ及び計算機室の方々に深く感謝致します。

研 究 業 績

主要論文

- 1) Finite-Sized Fluids Particle in a Nonuniform Moving Grid
A.Nishiguchi and T.Yabe
J.Comput. Phys. **47**, 297 (1982)
- 2) Second-Order Fluid Particle Scheme
A.Nishiguchi and T.Yabe
J.Comput. Phys. **52**, 390 (1983)
- 3) Convective Amplification of Magnetic Fields in Laser-Produced Plasmas by the Nernst Effect
A.Nishiguchi, T.Yabe, M.G.Haines, M.Psimopoulos, and H.Takewaki Phys. Rev. Lett. **53**, 262 (1984)
- 4) Cavity-Type Target and Its Scaling Law in Laser-Driven Fusion
A.Nishiguchi and T.Yabe
Jpn. J. Appl. Phys. **23**, L254 (1984)
- 5) Analysis of Density Perturbations of a Freely Imploding Shell
T.Yabe, A.Nishiguchi, and N.Ueda
Appl. Phys. Lett. **39**, 222 (1981)
- 6) Vector Calculation of Particle Code
A.Nishiguchi, S.Orii, and T.Yabe
(to be published in J.Comput. Phys. (1985))
- 7) Nernst Effect in Laser-Produced Plasmas
A.Nishiguchi, T.Yabe, and M.G.Haines
(to be published in the Physics Fluids. 1985)
- 8) Cubic Interpolated Pseudo-Particle Method (CIP)
for Solving Hyperbolic-Type Equation
H.Takewaki, A.Nishiguchi, and T.Yabe
(to be published in J.Comput. Phys. 1985)

発表論文

- 1) Theoretical and Computational Investigation on Implosion Process
T.Yabe, A.Nishiguchi, K.Mima, K.Nishihara, and C.Yamanaka
Laser Interaction and Related Plasma Phenomena **6**, 857 (1984)
- 2) Generation of Long-Scale Magnetic Fields from Rippled Surface Irregularities
T.Yabe, Y.Kitagawa, A.Ishizaki, M.Naito, A.Nishiguchi, M.Yokoyama, and C.Yamanaka
Phys. Rev. Lett. **51**, 1869 (1983)
- 3) Two-Dimensional Simulation of Laser-Driven Target Plasma by Collisional Particle-in-Cell Code
A.Nishiguchi, T.Yabe, N.Ueda, H.Doi, N.Asami and C.Yamanaka
Technology Reports of the Osaka University **31**, 23 (1981)
- 4) Theoretical and Computational Studies on Rayleigh-Taylor Instability
H.Takabe, K.Mima, A.Nishiguchi, T.Yabe, and C.Yamanaka
14th European Conference on Laser Interaction with Matter, Palaiseau, September 15-19 (1980)
- 5) 1-D and 2-D Computational Studies on Implosion and Ignition of Laser Fusion, S.Ido, T.Yabe, K.Nishihara, K.Mima, J.Okehara, A.Nishiguchi, and C.Yamanaka, 1980 IEEE International Conference on Plasma Science
- 6) High Implosion Efficiency Target Experiments with the Gekko Laser Systems at ILE OSAKA
C.Yamanaka, S.Nakai, T.Yamanaka, Y.Izawa, Y.Kato, K.Nishihara, K.Mima, T.Mochizuki, M.Yamanaka, M.Nakatsuka, K.Yoshida, Y.Kitagawa, T.Yabe, S.Ido, H.Azechi, H.Nishimura, M.Miyanaga, H.Niki, H.Takabe, T.Norimatsu, S.Sakabe, M.Nakai, K.Okada, H.Shiraga, Y.Kishimoto, A.Nishiguchi, and T.Jitsuno

9th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Baltimore, IAEA-CN-41, F-1, September (1982).

- 7) Scaling and Double Structure in Soft X-Ray Driven Ablation-Experiment and Simulation

T.Mochizuki, T.Yabe, S.Sakabe, S.Kiyokawa, K.Okada, H.Shiraga, A.Nishiguchi, and C.Yamanaka

American Physical Society, 24th Annual Meeting of the Division of Plasma Physics, 2F2, New Orleans, Louisiana, USA, November 1-5 (1982).

- 8) Geometrically Converging Effect on Stability of Imploding Shell
T.Yabe and A.Nishiguchi

American Physical Society 24th Annual Meeting of the Division of Plasma Physics, November, 1982.

- 9) Effects of self-induced magnetic field on Rayleigh-Taylor Instability
T.Yabe and A.Nishiguchi

16th European Conference on Laser Interaction with Matter, B1-P, September 26-30, 1983, London, England.

学 会 発 表

主 著

- 1) 流体粒子コードの開発とレーザープラズマへの応用
日本物理学会 早稲田大学 1980年 3 月
- 2) 流体粒子コードの開発とレーザープラズマへの応用 II
日本物理学会 福井大学 1980年10月
- 3) 流体粒子コードの開発とレーザープラズマへの応用 III
日本物理学会 広島大学 1981年 4 月
- 4) 「IZANAMI」- Particle in cell method in moving grid
日本物理学会 新潟大学 1981年10月
- 5) 爆縮の非一様性と利得の低下
日本物理学会 北海道大学 1982年10月
- 6) 爆縮の一様性と自発磁場の影響
日本物理学会 中央大学 1983年 3 月
- 7) 激光XII号用ターゲットシミュレーション
日本物理学会 岡山大学 1983年10月
- 8) レーザー不安定性への自発生成磁場の影響
日本物理学会 岡山大学 1983年10月
- 9) 非一様性緩和への自発磁場の影響
日本物理学会 九州大学 1984年 4 月
- 10) ω , 2ω , 3ω 激光XII号における輻射駆動爆縮
日本物理学会 富山大学 1984年10月
- 11) 非平衡輻射輸送を含む二次元シミュレーション
日本物理学会 富山大学 1984年10月

その他

- 1) レーザー不均一照射の改善策
日本物理学会 横浜国立大学 1982年 4 月

- 2) Radiation-Driven Compression VIII—キャビティからのスペクトルと
爆縮のシミュレーション—
日本物理学会 岡山大学 1983年10月
- 3) 三次関数補間擬似粒子法による双曲型方程式の解法
日本物理学会 富山大学 1984年10月
レーザーによるX線輻射駆動爆縮の基礎研究Ⅲ
日本物理学会 富山大学 1984年10月
- 4) 激光XII号ガラスレーザーによる爆縮核融合実験
—X線輻射駆動型爆縮—
日本物理学会 富山大学 1984年10月
- 5) 2次元爆縮シミュレーションコード「飛翔」の開発 I, モデル
II, シミュレーション
日本物理学会 富山大学 1984年10月
- 6) ダイナモ効果による磁場の発生
日本物理学会 京都大学 1985年4月

研究会・シンポジウム

二次元流体粒子コードによる爆縮過程の解析

電磁流体力学シンポジウム

東京大学宇宙航空研究所 1981年2月3日