

Title	Combinatorial and Algebraic Studies on Integral Convex Polytopes
Author(s)	Higashitani, Akihiro
Citation	大阪大学, 2012, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/24732
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	東 谷 章 弘 ひがし たに あき ひろ
博士の専攻分野の名称	博 士 (理学)
学位記番号	第 25616 号
学位授与年月日	平成24年9月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 情報科学研究科情報基礎数学専攻
学位論文名	Combinatorial and Algebraic Studies on Integral Convex Polytopes (整凸多面体の組合せ論的及び代数的研究)
論文審査委員	(主査) 教 授 日比 孝之 (副査) 教 授 伊達 悦朗 教 授 和田 昌昭

論 文 内 容 の 要 旨

凸多面体の研究は、組合せ論や離散幾何などの様々な視点にたち、古くから多様な研究が遂行されてきた。しかしそれらの研究は、頂点の座標は特に考慮せず、主に幾何的構造について注目して研究が行われてきた。一方で、凸多面体の頂点に具体的な整数座標を与えた整凸多面体として考察することにより、座標を考慮しなかった場合よりさらに興味深い問題が浮上する。本論文では、この整凸多面体について、組合せ論的及び代数的に考察し、得られた結果についてまとめたものである。具体的には、整凸多面体に関する組合せ論的及び代数的研究として、具体的な3つの対象「エルハート多項式」「ファノ凸多面体」「アフィン半群環」の研究を遂行した。

本論文は、大きく分けて三部で構成されており、各部において、上述の各テーマに関する研究において得られた結果をまとめている。

第一部では、整凸多面体を組合せ論の立場に立った研究として、整凸多面体に付随するエルハート多項式の研究を行っている。エルハート多項式とは、数え上げ組合せ論においてしばしば登場する多項式で、非常に重要な対象である。第一部では特に、エルハート多項式の特徴付け、エルハート多項式の零点について詳しく考察している。

第二部においては、整凸多面体の代数幾何的研究として、ファノ凸多面体の研究に従事している。代数幾何において重要な研究対象として、トーリックファノ多様体と呼ばれるものがあるが、ファノ凸多面体とはトーリックファノ多様体と密接に関連している対象であり、トーリックファノ多様体の代数幾何的研究において非常に重宝である。第二部では具体的には、ファノ凸多面体の様々な有用な例を構成している。

最後に第三部では、整凸多面体の可換環論的研究として、整凸多面体に付随するアフィン半群環の研究を遂行している。整凸多面体に付随するアフィン半群環は、可換環論において様々な重要な例を提供し得るものであり、それを研究することは必要不可欠な仕事である。第三部では特に、ある特殊な整凸多面体に付随するアフィン半群環の可換環論的性質について詳しく議論している。

論文審査の結果の要旨

東谷章弘君の学位論文では、整凸多面体に関する多岐に及ぶ研究が展開されている。具体的には、数え上げ数学、代数幾何、可換代数の視点から整凸多面体を考察している。一般の凸多面体は、組合せ論、離散幾何などにおいて伝統的な研究が継承されているが、格子点を頂点とする整凸多面体は、抽象代数学、計算代数学などとの深い関連性を保ちながら研究が推進されており、現代数学のキーワードの一つにもなっている。

東谷君の学位論文では、第1に、整凸多面体の数え上げ数学の側面から、エルハート多項式の研究が展開されている。エルハート多項式とは、膨らませた整凸多面体に含まれる格子点の数え上げ関数である。東谷君は、エルハート多項式の特徴付け、及び、エルハート多項式の零点に関する著しい結果を証明することに成功し、エルハート多項式の理論の発展に多大なる貢献をしている。

第2に、整凸多面体の代数幾何の側面から、ファノ凸多面体の研究を遂行している。代数幾何における重要な研究対象の一つにトーリックファノ多様体があるが、ファノ凸多面体はトーリックファノ多様体と密接な関係があり、トーリックファノ多様体の研究において不可欠である。東谷君は、有限半順序集合、有限有向グラフに付随するファノ凸多面体为非特異であるための必要十分条件を組合せ論の言葉で記述することに成功し、その応用として、非特異ファノ凸多面体の幾つかの有益な具体例を構成している。

第3に、整凸多面体の可換代数の側面から、アフィン半群環の研究を推進している。一般に、整凸多面体には自然にアフィン半群環が付随するが、アフィン半群環は、数え上げ数学との関連から、可換代数におけるきわめて重要な研究対象である。東谷君は、有限グラフの辺凸多面体、及び、格子巡回凸多面体に付随するアフィン半群環を、グレブナー基底などのテクニックを駆使して研究し、深度などに関する成果を挙げている。

よって、博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。