OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	位相シフトキーイング変調方式における搬送波再生系に関する研究
Author(s)	藤野, 忠
Citation	大阪大学, 1985, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2476
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

位相シフトキーイング変調方式における搬送波再生系に関する研究

藤野　忠

位相シフトキーイング変調方式における
搬送波再生系に関する研究

昭和60年3月

藤野　忠

内　容　梗　概

近年，ディジタル無線通信の発展はめざましいものがあり，PCM通信やデータ通信を基盤としてディジタル統合通信網や計算機網，更にはテレビ会議網など高度情報社会の到来に向けて，その一翼をになうべく広く活用されようとしている。この中にあって，ディジタル無線システムのための変復調は欠くことのできないものである。特に，位相シフトキーイング（PSK：Phase Shift Keying）変調方式を用いた変復調は衛星通信や地上無線などにおいて幅広く活用され，今後も活用され続けるであろう。

本論文は，筆者が行ったディジタル無線通信におけるPSK変調方式の搬送波再生系に関する研究の成果をまとめたものである。本論文は7章より構成されている。本研究の目的は，時分割多元接続（TDMA：Time Division Multiple Access）方式などに用いられるPSK変調信号のバースト伝送に適応するPSK変復調系の動作，及びそれにかかわるもろもろの伝送特性について明らかにすることであり，特に，

1）再生搬送波の静的な位相誤差や動的な位相ジッタ，サイクルスリップが，符号誤り率やユニークワード・ミス検出確率に及ぼす影響，

2）バースト伝送に対する，再生搬送波の位相ジッタの大きさやサイクルスリップ発生確率の過渡応答，

3）搬送波再生系の逓倍回路で発生するパターン雑音の大きさ，

など，搬送波再生系を中心とした考察を行うことである。

第1章は本論文全体にわたる序論である。PSK変調方式に関する研究のあらましを述べ，これらの研究課題を整理し，本研究の意義及び位置づけを明らかにしている。

第2章では，PSK変調信号及び雑音に関する基礎的な考察を行っている。始めに本論文で扱う変復調系の構成を述べている。受信部の搬送波再生系は，バースト伝送の際よく適用される“周波数逓倍／狭帯域フィルタ／分周”方式を仮定している。次に，第3章以降で展開される理論及び実験的考察の前準備として，PSK変調信号及び雑音に関する一般論を述べている。定常状態における逓倍動作，サイクルスリップ発生確率，符号誤り率など，既に明らかにされている諸理論について整理すると共に，実験を行って理論と比較している。特に逓倍動作については，その入出力CN比特性（CN比＝搬送波電力対雑音電

力比）に関し，無変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の実験結果がその理論値とよく一致することのみならず，2相PSK変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の実験結果も無変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の理論値と近似的によく一致することを示している。これに対し，4相PSK変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の実験では，入力CN比→大 で出力CN比は理論値と一致しないことを示し，この不一致性はいわゆるパターン雑音に起因することを示唆している。パターン雑音については第5章で詳述している。またサイクルスリップ発生確率については，狭帯域フィルタの雑音帯域幅が同じでも振幅スカート特性が急峻なほど小さく良好な特性を与える傾向のあることを示している。

第3章では，バースト伝送に対する再生搬送波の過渡応答について考察している。TDMA方式などにおいては，着目しているバースト信号の直前に先行バースト信号が配置されることがよくある。このような場合，再生搬送波は先行バースト信号によって干渉を受ける。本章ではこの干渉の影響を考慮に入れて，

1） 搬送波再生系の狭帯域フィルタ出力のCN比，

2） 再生搬送波位相の確率密度関数，

3） 符号誤り率，

4） 再生搬送波のサイクルスリップ発生確率，

などの諸特性のバースト伝送に対する過渡応答特性を理論的に明らかにすると共に，一部については実験によって確かめている。また過渡応答の収束性については狭帯域フィルタの特性に依存し，同じ雑音帯域幅でも振幅スカート特性の緩やかなほど速く収束する傾向のあることを示している。またこのことは狭帯域フィルタの構成を定める上で，第2章のサイクルスリップ発生確率の場合と相反する関係にあり，両者を考慮すると，フィルタの構成には，2つの単同調回路（タンク）を縦続に接続した回路が良いと思われることを述べている。またサイクルスリップ発生確率については既にS.O.Riceが定常解として，“B_{rms} × erfc$\sqrt{\text{狭帯域フィルタ出力CN比}}$”，（$B_{rms}$＝狭帯域フィルタのrms帯域幅），を与えているが，本章で得られた過渡解では単に上式の“CN比”を“バースト伝送に対する過渡的CN比”に置き換えるだけでは不十分で，これ以外に“B_{rms}”を時間関数に置き換える必要のあることを示している。

第4章では，再生搬送波の位相ジッタやサイクルスリップの現象と，それらのユニークワード（UW：Unique Word）・ミス検出に及ぼす影響について考察している。始めに

再生搬送波の位相ジッタやサイクルスリップ発生期間中の位相の動きについて理論的に考察している。次にこの結果を用いて，再生搬送波に位相ジッタやサイクルスリップが存在する場合，これらがUW ミス検出に多大の影響を及ぼすことを理論的に明らかにすると共に，実験によって確かめている。考察の結果，再生搬送波に上記の位相ジッタやサイクルスリップが存在する場合，UW 長を長くすれば，それに伴いUW ミス検出確率は始めの内は良好になるが，ある値を越えてUW 長を長くしても，UW ミス検出確率は一定値に留まってそれ以上良好にならず，UW ミス検出確率はUW 長の増加に対してボトミング効果を呈することを明らかにしている。

第5章では，搬送波再生系における逓倍動作に関し，4相PSK 変調信号の周波数4逓倍で発生するパターン雑音を計算機シミュレーションによって考察している。再生搬送波に付随する雑音はこれまでに述べられた回線ガウス雑音に起因する雑音のほかに，いわゆるパターン雑音がある。これは帯域制限されたPSK変調信号が逓倍された際，信号そのものによって生ずる雑音であり，再生搬送波に伴う雑音としては，逓倍回路入力のCN比が大きい場合，このパターン雑音が支配的となる。逓倍回路入力の受信PSK変調信号のスペクトルは全余弦及び平方根余弦のロールオフを仮定し，ロールオフ率は0～100%を対象としている。また逓倍の非線形素子はメモリのない $|\cdot|^{\gamma}$ 素子（$\gamma=4$ 及び0）を仮定している。シミュレーションの結果，ロールオフ率や非線形素子のクラス（γ の値）にかかわらず，またPSK変調信号のスペクトルの形状（全余弦ロールオフ又は平方根余弦ロールオフ）にかかわらず，パターン雑音の直交成分の大きさは同相成分の大きさに比べて小さく，またロールオフ率が大きいほどパターン雑音の発生する量が小さいことを明らかにしている。

第6章では，レート2／3の符号化8相PSK伝送系に及ぼす再生搬送波の位相誤差及び位相ジッタの影響について考察している。この伝送系はレート2／3のたたみ込み符号化で増えた符号化器出力シンボルのビット数を，1シンボル当りの変調位相数の増加に対応させることによって誤り訂正機能を保持させる方式であり，1シンボル当り2情報ビットを伝送するという点では4相PSK伝送と同じであるが，4相伝送よりも良好な符号誤り率特性を与えるものである。始めに再生搬送波の位相誤差の関数として符号誤り率，及び等価CN 比劣化量の一般式を理論的に導出している。次に，$\mathcal{E}_b/\mathcal{N}_0 \to \infty$（$\mathcal{E}_b/\mathcal{N}_0=1$ 情報ビットのエネルギー対受信雑音電力スペクトル密度比）における漸近的等価CN 比劣化

量の一般式を理論的に導出し，これの簡易計算法を提案している。これらの一般式を計算した結果，

1） 符号誤り率は一般に位相誤差$\phi = 0$に対して非対称であり，

2） 位相誤差ϕや位相ジッタϕ_{rms}に対する符号誤り率の劣化特性はたたみ込み符号化則そのものに依存し，

3） 特にレート2／3の符号化8相PSK伝送系に対して大きい符号化利得を与えるといわれているUngerboeckの符号化則の場合は，4相PSK伝送の場合に比べて，符号誤り率は，位相誤差の増加に対してより大きく劣化し，また$\phi_{rms} \geq 2 \sim 3°$で急激に劣化現象を呈する，

などのことを明らかにしている。

第7章は本論文全体にわたる結論であり，結果を要約し，今後の問題についてもふれている。

関 連 発 表 論 文

A．投稿論文

（A1） 藤野，梅田：

“TDMA衛星通信用の4相PSK変復調系に関する考察”

電子通信学会論文誌(B)，*Vol.63−B*，No.8，pp.775−782

（1980−08）（論文）

（A2） 藤野，梅田，山崎：

“符号化8相PSK伝送系に及ぼす再生搬送波の位相誤差及びジッタの影響”

電子通信学会論文誌(B)，*Vol.J67−B*，No.10，pp.1095−1102

（1984−10）（論文）

（A3） 藤野，梅田：

“サイクルスリップ発生確率の過渡特性”

電子通信学会論文誌(B)，*Vol.J64−B*，No.6，pp.554−555

（1981−06）（技術談話室）

（A4） 藤野，梅田：

“低受信CN比動作用のPCM−PSK−TDMA復調器の一提案”

電子通信学会論文誌(B)，*Vol.62−B*，No.4，pp.438−439

（1979−04）（技術談話室）

（A5） 藤野，岡野：

“20GHz帯四相位相変調器の波形応答”

電子通信学会論文誌(B)，*Vol.57−B*，No.4，pp.265−267

（1974−04）（技術談話室）

（A6） T.Fujino and Y.Umeda：

“Effects of jitter and cycle slipping of phase reference upon unique word missed detection in QPSK systems”

IEEE Journal on Selected Areas in Communications,

Vol. SAC-1, No. 1, pp. 95-102 (1983-01) (Paper)

(A7) T. Fujino, Y. Moritani and Y. Umeda :

"Self-noise produced by quadrupling of QPSK signals"

IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, *Vol. AES-18*, No. 5, pp. 701-704 (1982-09) (Correspondence)

(A8) T. Fujino, Y. Umeda and E. Yamazaki :

"Transient probability response of cycle slip occurrence in the PSK-TDMA carrier recovery"

IEE Proceedings, *Vol. 131*, Part F, No. 7, pp. 729-733 (1984-12) (Paper)

B. 国際会議講演論文

(B1) T. Fujino and Y. Umeda :

"Effects of jitter and cycle slipping of phase reference upon unique word missed detection in QPSK systems"

AIAA 9th Communications Satellite Systems Conference, San Diego, pp. 92-99 (1982-03) (著者口頭発表)

(B2) G. Dill, K. Hodson, C. Burwell, R. Edy, Y. Umeda, T. Fujino, H. Ito and S. Tachikawa :

"120-Mbit/s TDMA test bed"

4th International Conference on Digital Satellite Communications, Montreal, pp. 291-298 (1978-10)

(B3) K. Kawakami, K. Irie, M. Nakanishi and T. Fujino :

"Some consideration on the transmission parameter for the digital domestic satellite communication system"

3rd International Conference on Digital Satellite Communications, Kyoto, pp. 354-362 (1975-11)

C．電子通信学会関係講演論文

（C１） 藤野，伊藤，岡野，尾形，陶山，鍛治：

“準ミリ波帯ＰＳＫの動作原理の一考察”

輻射科学研究会資料（１９７１－０２）

（C２） 藤野，町野，尾形：

“準ミリ波帯高速位相変調器”

電気関係学会関西支部連合大会，Ｇ７－１０（１９７１－１０）

（C３） 藤野，町野，尾形：

“ＭＩＣ化２０ＧＨｚ　ＰＣＭ変調器”

電子通信学会マイクロ波研究会資料，ＭＷ７２－４８（１９７２－０７）

（C４） 藤野，町野，岡野，尾形，池川：

“準ミリ波帯位相変調器に関する一検討”

電子通信学会全国大会，１９０６（１９７３－０３）

（C５） 藤野，岡野，ミスラ：

“位相変調器に関する一検討”

電子通信学会マイクロ波研究会資料，ＭＷ７３－５（１９７３－０４）

（C６） 藤野，田中，繁田，岡野：

“２０ＧＨｚ帯四相位相変調器”

電子通信学会全国大会，２２６９（１９７４－０７）

（C７） 藤野，梅田：

“ＴＤＭＡ衛星通信用ＰＳＫ復調器に関する一検討”

電子通信学会技術研究報告（通信方式），ＣＳ７７－１１６（１９７７－１０）

（C８） 藤野，梅田：

“ＴＤＭＡ用搬送波再生回路に関する一考察”

電気関係学会関西支部連合大会，Ｇ７－５（１９７９－１１）

（C９） 藤野，梅田：

“ＴＤＭＡ衛星通信用４相ＰＳＫ変復調器に関する二・三の考察”

電子通信学会技術研究報告（通信方式），ＣＳ７９－１８６（１９７９－１２）

(C10) 藤野，梅田：

“バーストPSK信号プラス定常ガウス雑音の4逓倍”

電子通信学会技術研究報告（通信方式），CS80−156（1980−11）

(C11) 藤野，梅田：

“TDMA搬送波再生器に関する一提案”

電子通信学会総合全国大会，2081（1981−04）

(C12) 藤野，梅田：

“QPSK系における再生基準位相雑音のユニークワードミス検出に与える影響”

電子通信学会技術研究報告（通信方式），CS81−7（1981−04）

D．業界誌論文

（D1） 梅田，藤野，森谷，三宅，村上：

“衛星通信用120Mbit／s 4相PSK変復調装置”

三菱電機技報，*Vol.53*，pp.904−908（1979−12）

（D2） T. Fujino and Y. Umeda：

“A 120 Mbps QPSK modem for satellite communications”

Mitsubishi Electric Advance，*Vol.12*，pp.25−27（1980−06）

目　　次

第1章　序　論 …… 1

1.1　PSK変調方式の概念 …… 1

1.2　PSK変調方式に関連する信号及び雑音の研究の歴史 …… 2

1.3　PSK変調方式の研究の歴史 …… 3

1.4　PSK変調方式の研究課題 …… 6

1.5　本研究の意義と位置づけ …… 7

第2章　PSK変調信号及び雑音に関する基礎的考察 …… 9

2.1　序　言 …… 9

2.2　PSK変復調系の構成 …… 9

2.3　搬送波再生系 …… 12

2.3.1　狭帯域フィルタ出力CN比及び再生搬送波位相の確率密度関数 … 14

2.3.2　再生搬送波のサイクルスリップ発生確率 …… 16

2.3.3　数値計算と実験 …… 17

2.4　符号誤り率 …… 22

2.4.1　絶対位相変調・同期検波PSK伝送の符号誤り率 …… 22

2.4.2　差動符号化位相変調・同期検波PSK伝送の符号誤り率 …… 25

2.4.3　数値計算と実験 …… 26

2.5　結　言 …… 28

第3章　PSK変調信号のバースト伝送に対する再生搬送波の過渡応答 …… 29

3.1　序　言 …… 29

3.2　狭帯域フィルタ出力の信号及び雑音の応答 …… 32

3.2.1　着目バースト信号（$S \times S$）及び先行バースト信号（$I \times I$） …… 32

3.2.2　定常雑音（$N \times N$） …… 33

3.2.3　バースト雑音（$S \times N$）及び先行バースト雑音（$I \times N$） …… 36

3.3 狭帯域フィルタ出力CN比及び再生搬送波位相の確率密度関数の過渡応答 …… 39
3.4 サイクルスリップ発生確率の過渡応答 …… 42
3.5 過渡応答の評価 …… 48
3.5.1 符号誤り率による再生搬送波位相の確率密度関数の評価 …… 48
3.5.2 サイクルスリップ発生確率の評価 …… 50
3.6 結 言 …… 52

第4章 再生搬送波の位相ジッタ及びサイクルスリップ現象とそれらのユニークワード・ミス検出に及ぼす影響 …… 53
4.1 序 言 …… 53
4.2 再生搬送波の位相ジッタとそれのユニークワード・ミス検出に及ぼす影響 …… 54
4.2.1 狭帯域フィルタ出力位相 $\phi(t)$ 及びその時間微分 $\dot{\phi}(t)$ の自己相関関数 …… 56
4.2.2 位相 $\phi(t)$ のふらつき現象 …… 58
4.2.3 ユニークワード・ミス検出確率 …… 61
4.3 再生搬送波のサイクルスリップ現象とそれのユニークワード・ミス検出に及ぼす影響 …… 64
4.4 数値計算と実験 …… 65
4.5 結 言 …… 75

第5章 4相PSK変調信号の周波数4逓倍で発生するパターン雑音 …… 77
5.1 序 言 …… 77
5.2 パターン雑音の計算機シミュレーション …… 78
5.3 計算機シミュレーションの結果 …… 79
5.4 結 言 …… 84

第6章　符号化8相PSK伝送系に及ぼす再生搬送波の位相誤差及び位相ジッタの影響 …… 85
6.1　序　言 …… 85
6.2　誤り事象発生確率及び符号誤り率の解析 …… 88
6.2.1　パスメトリック …… 88
6.2.2　誤り事象発生確率 …… 89
6.2.3　生成関数と符号誤り率 …… 93
6.2.4　漸近的符号化利得及び漸近的等価CN比劣化量 …… 94
6.2.5　符号誤り率の計算 …… 96
6.2.6　漸近的等価CN比劣化量の計算 …… 107
6.3　符号化8相PSK伝送系の特性評価 …… 111
6.4　結　言 …… 113

第7章　結　論 …… 115

謝　辞 …… 117
付　録 …… 119
文　献 …… 121

第1章　序　　論

近年，ディジタル無線通信の発展はめざましいものがあり，PCM 通信やデータ通信を基盤として，ディジタル統合通信網や計算機網，更にはテレビ会議網など高度情報社会の到来に向けて，その一翼をになうべく広く活用されようとしている。この中にあって，ディジタル無線システムのための変復調は欠くことのできないものである。このようなディジタル無線システムでは，一般に，周波数や時間を有効に利用するために，搬送周波数を帯域制限したり時分割伝送したりするが，このために，

1）搬送波再生などにおける変復調系固有の動作の不完全さ，

2）送受信フィルタや伝送路のひずみによる符号間干渉，

3）同一チャンネル干渉や隣接チャンネル干渉，

4）フェージング，

などが発生し，伝送特性は劣化する。これらの劣化要因を考慮に入れた上で，良好な伝送特性を得るための研究が活発に行われている[(1)]。本論文は，これらの内で(1)に関連するものであって，ディジタル無線システムによく用いられる位相シフトキーイング（PSK：Phase Shift Keying）変調方式の搬送波再生系に関して行った研究の成果をまとめるものである。本章は本論文全体にわたる序論である。PSK変調方式の研究のあらましを述べ，これらの研究課題を整理し，本研究の意義を述べて位置づけを行う。

1.1　PSK変調方式の概念

図1.1にディジタル無線通信系の概要を示す。通信系とは情報源，通信回線，情報使用者を縦続に接続したものである。通信回線は送信系，伝送路，受信系から構成される。送信系は符号化器と変調器とから構成され，受信系は復調器と復号器とから構成される。

本論文では，変調器は，“0”と“1”とから構成されるディジタル信号を帯域制限された無線周波数帯の搬送波位相に変換するPSK 変調器を対象とする。復調器は一般に(1)同期検波方式と(2)遅延検波方式とがあるが，本論文では同期検波方式を対象とする。符号

化器及び復号器は一般に(1)差動符号化・復号方式を対象とする場合と(2)たたみ込み符号化・復号方式などの誤り訂正機能を有する方式を対象とする場合とがある。本論文では(1),(2)の両方の場合，及び符号化・復号を用いない場合の都合３つの場合を対象とする。いずれの場合を適用しているかは各章に記す。伝送路は無線周波数帯の線形の線路を仮定する。ここにおいて送信ＰＳＫ 変調信号に白色ガウス雑音が付加される。衛星通信の場合，伝送路には衛星中継器の進行波管増幅器などの非線形伝送路も含まれるが，本論文ではこれは対象としない。文献(1)～(7)にディジタル無線通信に関する種々の文献を挙げる。

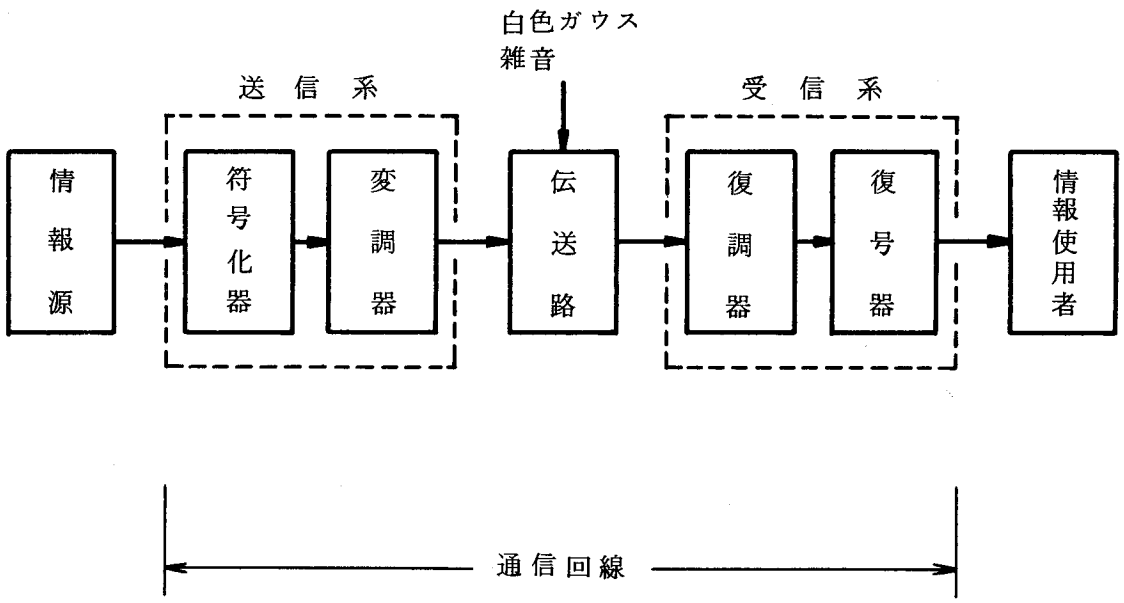


図 1.1　ディジタル無線通信系の概要

1.2　ＰＳＫ変調方式に関連する信号及び雑音の研究の歴史

S. O. Rice は信号とランダム雑音の理論を数学的解析手法によって体系化し[8]，この分野に大きく貢献した。またFMクリックの解析モデルを作成し，その発生確率を解析的に明らかにした[9]。この理論は第３章で展開するサイクルスリップの理論に適用される。W. B. Davenport，W. L. Root[10]は通信系のランダム信号と雑音のための確率論，統計論を体系化した。その中で，Rice[8]の非線形伝達関数を用いて信号プラスガウス雑音

を非線形回路に入力した場合の出力信号及び雑音を解析的に求める手法を与えた。A. Papoulis[11]はランダム雑音を取扱うための確率論を確立し体系づけた。ここで非定常過程の解析手法について述べている。この解析手法は第3章で展開するバースト伝送に対する再生搬送波の過渡応答に適用される。ここに挙げたRice, Davenport－Root, Papoulisらは, それぞれに信号とランダム雑音を数学的に取扱う分野で大きな業績を残し, 現在では古典的雑音理論の出発点と考えられている。W. R. Bennett, J. R. Davey[12], H. L. Van Trees[13], S. Stein, J. J. Jones[14], H. Taub, D. L. Schilling[15], R. W. Lucky, J. Salz, E. J. Weldon[16]らは通信理論, 波形伝送, 変復調, 符号化方式などを集成した。特に, Taub, Schilling[15]は, Rice[9]のFMクリックの理論を解説した。J. M. Wozencraft, I. M. Jacobs[17]はディジタル信号理論を確立し体系づけた。A. J. Viterbi, J. K. Omura[18]は上記の理論を符号化変調方式へと発展させた。このようなディジタル信号理論や, 先に述べた古典的雑音理論などを統合してできた符号化変調方式による伝送技術は, 最近のLSIなどの半導体技術の急速な発達に伴って, 実用化へ向けて着実に前進している。J. J. Spilker[20]や, V. K. Bhargava, D. Haccoun, R. Matyas, P. Nuspl[21]らはディジタル衛星通信に適用できる変調方式, 符号化・復号方式などの技術を集成した。

1.3 PSK変調方式の研究の歴史

1.2の研究を基盤にして, PSK変調信号の伝送に関する種々の研究[22)~(33)]が行われてきた。C. R. Cahn[22]は, フェージングや干渉波が存在しない場合の多相PSK伝送系の特性の解析を行った。ここで, 信号プラスガウス雑音の位相の確率密度関数を与えた。その後, W. C. Linsey[23], S. A. Rhodes[24], V. K. Prabhu[25),(26)], 樺沢, 森永, 滑川[27], A. S. Rosenbaum[28]らはそれぞれ別々に, 基準搬送波に雑音があったり, 受信信号に他チャンネルの信号が干渉を与えたりする場合の伝送特性の解析を行った。Rosenbaum[28]は, 信号波に干渉波及びガウス雑音が重畳する場合の位相の確率密度関数を与えた。W. Schrempp, T. Sekimoto[30]は, 基準搬送波の位相誤差が0で, 従ってユニークワードを構成する全てのビットの誤り率が同一であるとの仮定のもとで, ユ

ニークワードの検出について考察した。

以上に関連しながら，PSK変復調系に関する研究[34)~(64)]が行われてきた。K. Nosaka，A. Ogawa，T. Muratani[34)]や小川，村谷，大川，野坂[35)]は，インテルサット系TDMA衛星通信システムの4相PSKモデムの設計について考察を行った。ここにおいて，再生クロックのSN比を解析的に求めた。F. M. Gardner[54)]は，波形が二乗余弦型という特定の場合について，4相PSK変調信号の周波数4逓倍で生ずるパターン雑音のスペクトルの形状を解析的に求めた。L. C. Palmer，S. A. Rhodes，S. H. Lebowitz[55)]は，再生搬送波及び再生クロックが熱雑音やパターン雑音で影響を受けた場合の4相PSK伝送系の特性を計算機シミュレーションで求めた。しかしながら，パターン雑音に関する一般的な考察は，これまで詳しく検討されていない。村谷，大川，中邨[56)]は，“逓倍／単同調フィルタ”方式の搬送波再生系について検討した。ここにおいて，単同調フィルタ出力のCN比の簡単な過渡解析を示したが，解析の精度は十分とはいいがたい。

PSK変復調系においては，搬送波再生系の諸動作を解明することは重要であり，逓倍動作やサイクルスリップ現象に関連して，数々の研究が行われてきた[65)~(74)]。G. Canovai，G. Corazza[65),(66)]は，Davenport，Root[10)]の非線形理論を用いて，2相PSK変調信号プラスガウス雑音の2逓倍，及び正弦波プラスガウス雑音の4逓倍を論じた。J. F. Oberst，D. L. Schilling[67)]は，波形が方形という仮定のもとで，2相PSK変調信号プラスガウス雑音の2逓倍特性を，同じ理論[10)]を用いて解析した。以上の2つの場合においても，4相PSK変調信号の4逓倍で生ずるパターン雑音については解析していない。また，解析は全て定常状態を仮定している。E. Bozzoni，G. Marchetti，U. Mengali，F. Russo[69)]や，A. J. Rainal[70),(71)]らは，FMクリックの時間幅の大きさを解析的に調べた。これらの結果から，再生搬送波のサイクルスリップの時間幅を推測することができる。D. Yavus[72)]は，FMクリックの波形を調べる興味深い実験を行った。この結果から，再生搬送波のサイクルスリップの波形を推測することができる。

誤り訂正機能を有する符号化PSK変調方式は，最近活発に研究され始めた[75)~(83)]。A. S. Acampora[75)]は，再生搬送波や再生クロックに位相誤差のある場合の，符号化2相及び4相PSK伝送系の符号誤り率を解析した。G. Ungerboeck[76)]は，レート2／3の8相PSK変調方式に適合する優れたたたみ込み符号化則を提案した。S.H.Lebowitz，

S. A. Rhodes[77]やS. A. Rhodes, R. J. Fang, P. Y. Chang[78]は, Ungerboeckの符号化則[76]などを用いて符号化8相PSK変調方式の伝送特性を計算機シミュレーションで求めた。J. S. Snyder[79]は, 符号化8相PSK変調方式に適用する高速ヴィタビ復号器の考察を行った。J. B. Cain, G. C. Clark, J. M. Geist[80]は, 符号化率を下げて伝送効率を良好にするパンクチャド符号を提案した。Y. Yasuda, Y. Hirata, K. Nakamura, S. Otani[81]や安田, 平田, 小川[82]は, 衛星通信システムへの適用を目指して, パンクチャド符号を用いた符号化4相PSK変調方式に適用する符号化・復号方式について考察した。

PSK変調方式以外のディジタル変調方式として, 例えば16値QAM変調方式がある。これはスペクトル効率(1Hz当りのビットレート)の点で4相や8相のPSK変調方式より有利で, S. Kokami, I. Horikawa, K. Morita, Y. Okamoto[84]や I. Horikawa, T. Murase, Y. Saito[85]らが研究している。

衛星通信では衛星中継器の進行波管増幅器のような非線形伝送路が用いられる。非線形伝送路における伝送特性の解析は, これまでいろいろなされてきた[86]~[93]。E. Bedrosian, S. O. Rice[86]は, Volterra級数を用いた非線形解析手法を与えた。これを用いて, S. Benedetto, E. Biglieri, R. Daffara[87]は非線形衛星中継器を介した伝送特性の解析を行った。J. L. Sevy[88]やT. Mizuno, N. Morinaga, T. Namekawa[89]らは, 合流型超幾何関数を用いた非線形解析手法[8],[10]を用いて, PSK変調信号のバンドパス・リミッタ通過特性を解析的に求めた。これらのほかに, R. G. Lyons[90], O. Shimbo[91], N. M. Blachman[92], S. Murakami, Y. Furuya, Y. Matsuo, M. Sugiyama[93]らは, 非線形伝送路の解析や計算機シミュレーションを行った。以上によって, 非線形伝送路を通過したPSK変調信号には, 符号間干渉が大きく現れることが明らかとなった。最近これに対する対策が研究されており, D. Chakraborty[94]は, 最尤検定法によって符号間干渉を軽減する方式を述べ, G. Satoh, T. Mizuno[95]は, 非線形伝送路に対するリニアライザの適用によって, 符号間干渉を軽減する方式を提案している。

1.4　ＰＳＫ変調方式の研究課題

ここでは1.2及び1.3で述べた内容を整理し，これまでになされた研究と本論文で解明する課題を挙げる。

これまでになされた主な研究内容を次に示す。

(1) 着目しているＰＳＫ変調信号にガウス雑音や干渉信号（同一チャンネル干渉や隣接チャンネル干渉）が付加された伝送系や，フェージングのある伝送系における定常的な伝送特性の解析。

(2) 再生搬送波に位相誤差や位相ジッタがなく，従って全てのビットの誤り率が同一という仮定のもとでのユニークワード検出特性。

(3) 波形が二乗余弦型という特定の場合の４相ＰＳＫ変調信号の周波数４逓倍で生ずるパターン雑音の解析。

(4) 信号プラスガウス雑音の２逓倍や４逓倍の動作解析。

(5) 定常状態におけるサイクルスリップ発生確率の解析。

(6) サイクルスリップの時間幅の解析。

(7) 符号化２相ＰＳＫ伝送系，及び２つの独立な情報系列がそれぞれ互いに直交する2つのチャンネルに供給される場合の符号化４相ＰＳＫ伝送系において，再生搬送波に位相誤差のある場合の伝送特性の解析。

(8) 非線形伝送路を通過したＰＳＫ変調信号の伝送特性の解析，及び非線形伝送路で生ずる伝送ひずみを軽減する対策。

次に，本論文で解明する課題を示す。

(1) バースト伝送に対する，再生搬送波の位相ジッタの大きさやサイクルスリップ発生確率の過渡応答，及び符号誤り率の過渡応答の解明。

(2) 再生搬送波に静的な位相誤差や動的な位相ジッタのある場合，これらがバースト伝送に不可欠なユニークワードの検出に及ぼす影響の解明。

(3) 再生搬送波のサイクルスリップの観点からのユニークワード・ミス検出に関する考察。

(4) 全余弦及び平方根余弦ロールオフスペクトルを呈する４相ＰＳＫ変調信号の周波数４逓倍で生ずるパターン雑音の大きさ及びスペクトル形状の解明。

(5) 符号化8相PSK伝送系に関し，再生搬送波に位相誤差や位相ジッタのある場合，これらが符号誤り率に及ぼす影響の解明。

1.5 本研究の意義と位置づけ

本研究の目的は，時分割多元接続（TDMA：Time Division Multiple Access）方式などに用いられるPSK変調信号のバースト伝送に適応するPSK変復調系の動作，及びそれにかかわるもろもろの伝送特性について明らかにすることであり，特に4相PSK変復調系について，搬送波再生系を中心とした動作の考察を行うことである。また4相PSK伝送系と同じ情報伝送速度及び占有帯域幅を有し，それよりも良好な符号誤り率を与える，レート2／3の符号化8相PSK伝送系について，再生搬送波の位相誤差や位相ジッタの符号誤り率に及ぼす影響の考察を行うことである。

第2章では，まず本論文で扱う4相PSK変復調系の構成を述べ，次に第3章以降で展開する理論及び実験的考察の前準備として，PSK変復調系に関する信号と雑音についての基礎的考察を行う。第3章では，バースト伝送に対する搬送波再生系にかかわる諸動作の過渡応答を考察する。第4章では，まず再生搬送波の位相ジッタやサイクルスリップの現象を理論的に考察し，次にこの結果を用いて，位相ジッタやサイクルスリップのユニークワード検出に及ぼす影響について考察する。第5章では，4相PSK変調信号の周波数4逓倍で発生するパターン雑音について考察する。第6章では，レート2／3の符号化8相PSK伝送系に及ぼす再生搬送波の位相誤差及び位相ジッタの影響について考察する。

第2章　PSK変調信号及び雑音に関する基礎的考察

2.1　序　　言

本章では，PSK変調信号及び雑音に関する基礎的考察を行う。まず，本論文で扱う4相PSK変復調系の構成を述べる。次に，第3章以降で展開する理論及び実験的考察の前準備として，PSK変調信号及び雑音に関する一般論を述べる。ランダム雑音の定常状態におけるふるまいについては，これまで数々の理論的研究がなされてきたが，特に信号プラスガウス雑音の逓倍動作については，Davenport，Root[10]が非線形伝達関数を用いた解析手法を与え，サイクルスリップに関しては，Rice[9]が軸交叉の解析モデルを確立した。ここでは，これらの定常状態における逓倍動作や再生搬送波のサイクルスリップ発生確率，更には受信PSK変調信号の符号誤り率など，既に明らかにされている諸理論について整理すると共に，実験を行って理論と比較する。

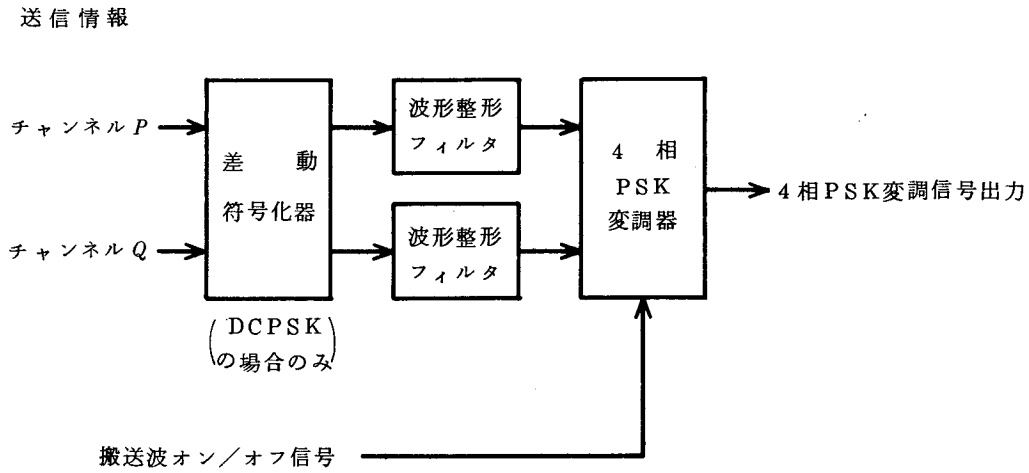
2.2　PSK変復調系の構成

図2.1(a)，(b)に本論文で扱う4相PSK変復調系の基本構成を示す。復調は同期検波方式とし，変調方式は絶対位相変調（CPSK†），及び差動符号化位相変調（DCPSK††）の両方を考察の対象とする。搬送波再生系は，バースト伝送の際よく適用される“周波数4逓倍／狭帯域フィルタ／4分周”方式を仮定する。送信情報系列は2ビット列で構成される。各々のビット列はそれぞれチャンネルP及びQに割当てられ，CPSK伝送の場合は直接に，DCPSK伝送の場合は4値の差動符号化を施された後，波形整形用の低域フィルタを通過する。その後，4相PSK変調器に入り，チャンネルP及びQの信号は互いに

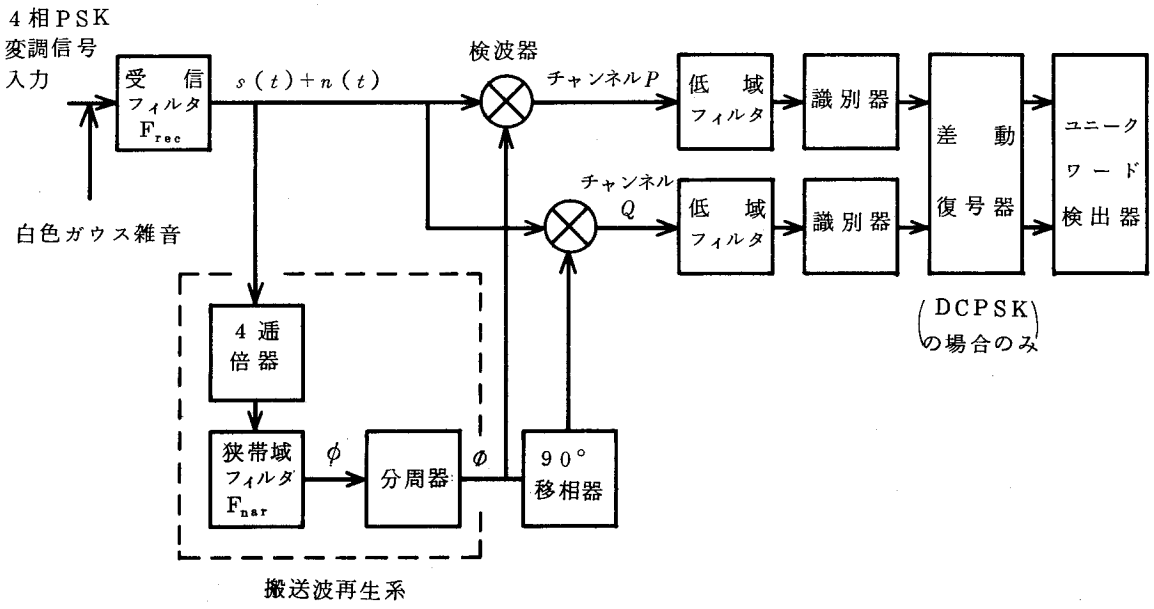
---

† Coherent−detection, nondifferentially encoded (absolute−phase) PSKの意。

†† Differentially encoded, Coherent−detection PSKの意。



(a) 変 調 系



(b) 復 調 系

図 2.1　4相PSK変復調系の基本構成

直交する搬送波に載せられ，4相PSK変調信号として送出される。受信側では，この信号が定常白色ガウス雑音を伴って受信帯域フィルタF_{rec}で受信され，その後，一部は受信信号系として直接検波器に入り，他の一部は搬送波再生系に入る。搬送波再生系では，雑音を伴った4相PSK変調信号は周波数4逓倍された後，狭帯域フィルタF_{nar}で信号成分が抽出される。これが4分周器を通過後，再生搬送波となって検波器に入る。受信信号系の受信波はこの再生搬送波の位相を基準にして検波され，互いに直交する2つの基底帯域（ベースバンド）の受信信号に変換される。この受信信号は低域フィルタを通過後，識別器で硬判定識別され，受信データとなって出力する。DCPSK伝送の場合は，この後，差動復号器で復号される。

送信側の低域フィルタは搬送帯域幅を制限すると共に，符号間干渉を除去するための波形整形を行う。本論文では，この低域フィルタの特性に関して，フィルタ出力の送信信号スペクトルの形状を，

1）全余弦ロールオフにする場合，及び

2）平方根余弦ロールオフにする場合，

を対象とする。(1)の場合は送信低域フィルタのみで波形整形が行われ，受信低域フィルタは単に検波器出力に発生する高調波を除去するためのものであり，(2)の場合は，受信低域フィルタは，その振幅周波数特性が送信信号スペクトルと同じ平方根余弦ロールオフ特性を有し，高調波を除去する以外に，送信低域フィルタと共に波形整形機能を有するものである。

なお，ユニークワードの検出は，ユニークワード検出器にあらかじめ格納されているユニークワード・パターンと受信データとの相関をとることによって行われる。ユニークワード検出については第4章で詳述する。

2.3 搬送波再生系

搬送波再生系の狭帯域フィルタ F_{nar} の等価低域の伝達関数及びインパルス応答をそれぞれ $F(j2\pi f)$ 及び $h(t)$ とする。本論文では，$F(j2\pi f)$ の振幅特性 $|F(j2\pi f)|$ 及び群遅延特性 $(-d/df)\cdot(\arg\{F(j2\pi f)\}/2\pi)$ は周波数 $f=0$ に対して対称と仮定する。この場合，$h(t)$ は $t<0$ で0となる実関数であり，$F(j2\pi f)$ と $h(t)$ との間には次の関係が成立する。

$$h^{(m)}(t)\equiv\frac{d^m h}{dt^m}=\int_{-\infty}^{\infty}(j2\pi f)^m F(j2\pi f)e^{j2\pi ft}df \qquad (2.3.1)$$

ここに，$h(t)$ は時間変数 t に関して少なくとも1階微分可能とする（$m=0,1$）。狭帯域フィルタ F_{nar} の雑音帯域幅 B_0 及びrms帯域幅 B_{rms} は次式で定義される。

$$B_0=\int_{-\infty}^{\infty}|F(j2\pi f)|^2\,df \qquad (2.3.2)$$

$$B_{rms}=\left[\frac{1}{B_0}\int_{-\infty}^{\infty}f^2|F(j2\pi f)|^2\,df\right]^{1/2} \qquad (2.3.3)$$

ここに，$F(j2\pi f)$ は $F(0)=1$ と正規化することにする。

受信帯域フィルタ F_{rec} の雑音帯域幅を B_r とする。本論文では，受信フィルタ F_{rec} 及び狭帯域フィルタ F_{nar} の帯域幅に関して，

$$B_0,\ B_{rms}\ll B_r \qquad (2.3.4)$$

を仮定する。

受信フィルタ F_{rec} 出力点における受信信号を次式で表す。

$$s(t)=A\cos(2\pi f_c t+\theta) \qquad (2.3.5)$$

ここに，f_c は搬送波の中心周波数，A は振幅，θ は信号位相であり，符号間干渉がない場合は，標本化時点（$t=kT$；k は整数，T はシンボル時間幅）において，A は定数，θ は，

$$\theta \in \{ 0 , \pi/2 , \pi , -\pi/2 \}$$

である†。

受信フィルタ F_{rec} 出力点における受信雑音を次式で表す。

$$n(t) = n_c(t)\cos 2\pi f_c t - n_s(t)\sin 2\pi f_c t \qquad (2.3.6)$$

ここに，n_c 及び n_s は互いに統計的に独立な低域の狭帯域ガウス雑音であり，共に平均値は0，分散は σ_n^2（$=E[n^2(t)]$）で，それぞれの確率密度関数は次式で表される。

$$p(n_c)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-n_c^2/2\sigma_n^2}, \qquad p(n_s)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}e^{-n_s^2/2\sigma_n^2} \qquad (2.3.7)$$

受信雑音 $n(t)$ の自己相関関数 $R_n(\tau)$ は，その電力スペクトルが $f_c = 0$ に対して対称とすると(10)，

$$R_n(\tau) = E[n(t)n(t-\tau)] = \mathscr{R}_n(\tau)\cos 2\pi f_c \tau \qquad (2.3.8)$$

で表される。ここに，$\mathscr{R}_n(\tau)$ は等価低域の雑音の自己相関関数であり，等価低域の雑音電力スペクトル密度 $\mathscr{S}_n(f)$ のフーリエ逆変換で表現できる。いま，受信フィルタ F_{rec} が理想的な方形フィルタであるとすると，

$$\mathscr{R}_n(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathscr{S}_n(f) e^{j2\pi f\tau}\, df = \sigma_n^2 \cdot \frac{\sin \pi B_r \tau}{\pi B_r \tau} \qquad (2.3.9)$$

で表される。ここに，

$$\sigma_n^2 = E[n^2(t)] = R_n(0) = \mathscr{R}_n(0) \qquad (2.3.10)$$

である。

---

† 4相PSK変調信号が平方根余弦ロールオフスペクトルを呈する場合は，F_{rec} 出力点では符号間干渉は存在するが，この場合でも，波形整形用受信低域フィルタ出力点では符号間干渉は存在しない。従って，本論文では，図2.1(b)における F_{rec} から直接検波器に入力する受信信号系については，符号間干渉は存在しないものと考える。

2.3.1　狭帯域フィルタ出力CN比及び再生搬送波位相の確率密度関数

4遍倍回路がメモリのない $|\cdot|^r$ 素子で構成されているとする。この場合，入力の振幅 $\xi(t)\{=s(t)+n(t)\}$ と出力の振幅 $\zeta(t)$ との間に，

$$\zeta(t)=|\xi(t)|^r$$

の関係がある。受信信号 $s(t)$ が無変調の正弦波の場合，$\zeta(t)$ の自己相関関数 $R_\zeta(\tau)$ は次式のように与えられる[10]。

$$R_\zeta(\tau)=h_{00}^2+2\sum_{m=1}^{\infty}h_{m0}^2\cos 2\pi m f_c\tau + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{h_{0k}^2}{k!}R_n^k(\tau) + 2\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{h_{mk}^2}{k!}R_n^k(\tau)\cos 2\pi m f_c\tau \qquad (2.3.11)$$

ここに，

$$h_{mk}=\begin{cases}\dfrac{\Gamma(r+1)\cdot\rho_r^{m/2}\cdot{}_1F_1\left(\dfrac{m+k-r}{2};m+1;-\rho_r\right)}{m!\,\Gamma\left(1-\dfrac{m+k-r}{2}\right)\cdot(\sigma_n^2/2)^{(k-r)/2}} & ;\ m+k=\text{偶数}\\ 0 & ;\ m+k=\text{奇数}\end{cases} \qquad (2.3.12)$$

$$R_n^k(\tau)=\frac{\mathscr{R}_n^k(\tau)}{2^{k-1}}\left\{\sum_{r=0}^{\text{整数}[(k-1)/2]}\frac{k!\cos 2\pi(k-2r)f_c\tau}{(k-r)!\,r!}+K(k)\right\} \qquad (2.3.13)$$

である。但し，

$$K(k)=\begin{cases}\dfrac{k!}{2[(k/2)!]^2} & ;\ k=\text{偶数}\\ 0 & ;\ k=\text{奇数}\end{cases}$$

である。また，ρ_r は受信フィルタ F_{rec} 出力点における受信CN比† で，

$$\rho_r = A^2 / 2\sigma_n^2 \qquad (2.3.14)$$

であり，${}_1F_1$ は合流型超幾何関数である。

ここで式（2.3.11）を考える。右辺第1項は出力直流成分，第2項は受信信号（S）同士の積による出力信号成分（$S\times S$），第3項は受信雑音（N）同士の積による出力雑音成分（$N\times N$），第4項は受信信号（S）と受信雑音（N）との相互の積による出力雑音成分（$S\times N$）を表す(10)。狭帯域フィルタ F_{nar} の中心周波数は $4f_c$ で，式（2.3.11）の級数のうち $4f_c$ 付近の項だけを取出し，これをフーリエ変換すると，狭帯域フィルタ F_{nar} 出力の電力スペクトル密度が得られる。$B_0 \ll B_r$ の場合，出力雑音電力は $4f_c$ における雑音電力スペクトル密度と B_0 との積になる。$\gamma=4$ としてこの計算を行うと，狭帯域フィルタ F_{nar} 出力点における定常状態のCN比 $\rho_{0,\infty}$ は，

$$\{\rho_{0,\infty}\}^{-1} = \frac{B_0}{B_r}\frac{16}{\rho_r}\cdot\left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3+\frac{1.5}{\rho_r^3}T_4\right) \qquad (2.3.15)$$

となる。ここに，T_i，$i=2$，3，4，は次式で表される定数である。

$$T_i = \frac{B_r}{\sigma_n^{2i}}\int_{-\infty}^{\infty}\mathscr{R}_n^{\,i}(\tau)\,d\tau \quad ; i=2,\ 3,\ 4 \qquad (2.3.16)$$

特に受信フィルタ F_{nar} が方形フィルタの場合は，

$$T_i = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^i dx \quad ; i=2,\ 3,\ 4 \qquad (2.3.17)$$

すなわち，

$$T_2=1,\ T_3=3/4,\ T_4=2/3$$

となる。式（2.3.15）の第1～3項の雑音成分は（$S\times N$）雑音によるものであり，第4項の雑音成分は（$N\times N$）雑音によるものである。

---

† 搬送波電力対雑音電力比（Carrier power-to-Noise power Ratio）の意。

$B_0 \ll B_r$の場合，狭帯域フィルタF_{nar}出力の雑音は近似的にガウス性とみなせる[8]。この場合，狭帯域フィルタF_{nar}出力位相ϕの確率密度関数$g(\phi)$は，

$$g(\phi)=\frac{1}{2\pi}e^{-\rho_{0,\infty}}\left\{1+\sqrt{\pi\rho_{0,\infty}}\cos\phi \cdot \mathrm{erfc}(-\sqrt{\rho_{0,\infty}}\cos\phi)\cdot e^{\rho_{0,\infty}\cos^2\phi}\right\} \quad (2.3.18)$$

で与えられる[14),(22]。4分周後の位相Φの確率密度関数$p_{CR}(\Phi)$は，$\Phi=\phi/4$より，

$$p_{CR}(\Phi)=4g(\phi=4\Phi) \quad ; \quad |\Phi|\leqq\pi/4 \quad (2.3.19)$$

となる[10]。

2.3.2 再生搬送波のサイクルスリップ発生確率

狭帯域フィルタF_{nar}から抽出される信号に雑音が重畳している場合，サイクルスリップが発生する。サイクルスリップの現象は本質的にFMクリックの現象と同じであり，Rice[9),(15]の定常状態におけるFMクリック発生確率の理論をそのまま適用して，定常状態のサイクルスリップ発生確率N_Cを，狭帯域フィルタF_{nar}出力CN比$\rho_{0,\infty}$の関数として，次式のように表すことができる。

$$N_C=B_{rms}\cdot\mathrm{erfc}\sqrt{\rho_{0,\infty}} \quad (回/秒) \quad (2.3.20)$$

ここに，erfc(・)はガウスの誤差余関数であり，次式で定義される。

$$\mathrm{erfc}\ a=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_a^\infty \exp(-t^2)\,dt \quad (2.3.21)$$

同じ雑音帯域幅でも狭帯域フィルタF_{nar}の特性によってrms帯域幅の大きさは異なる。表2.1に種々のフィルタ構成に対する雑音帯域幅B_0とrms帯域幅B_{rms}との関係を示す。表から，振幅スカート特性が急峻なフィルタほどサイクルスリップ発生確率N_Cの値は小さくなる傾向のあることがわかる。式(2.3.15)を式(2.3.20)に代入すれば，受信CN比ρ_rに対するサイクルスリップ発生確率が得られる。

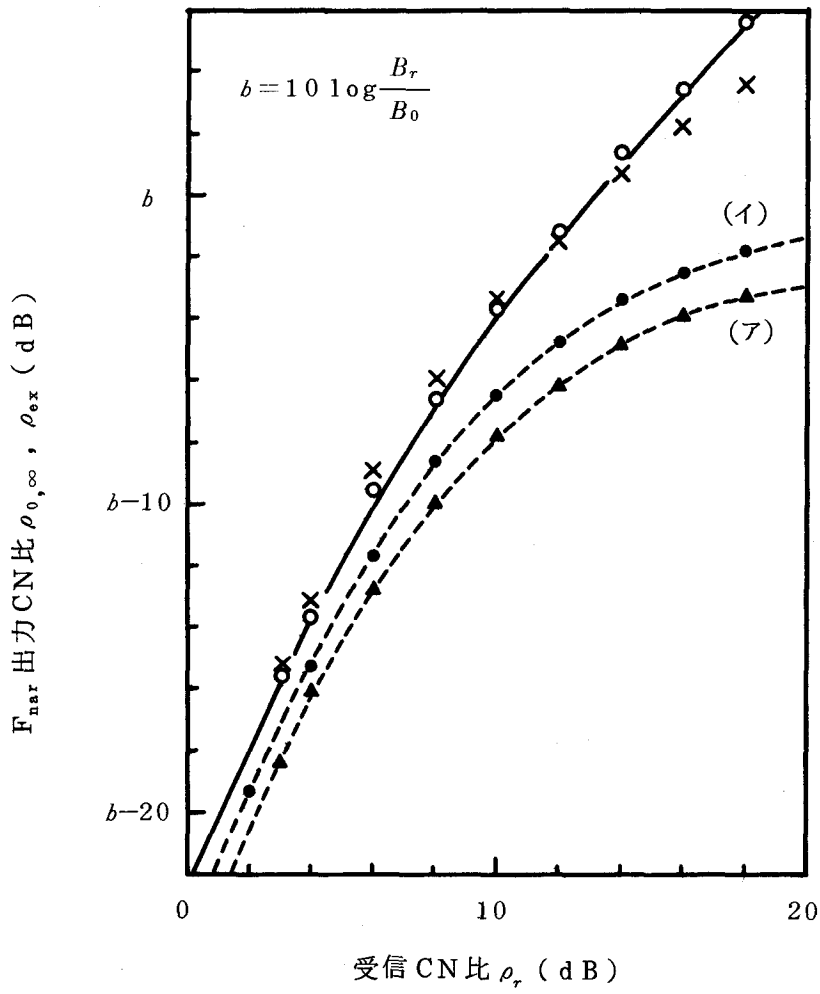
表2.1　種々のフィルタの雑音帯域幅とrms帯域幅

フィルタの構成	伝達関数 $F(s)$	雑音帯域幅 B_0	rms帯域幅 B_{rms}	備　　考
理想方形フィルタ	――――	B_0	$\frac{B_0}{2\sqrt{3}}$	――――
単同調回路	$\frac{2\pi f_B}{s+2\pi f_B}$	πf_B	∞	f_B ：3dB片帯域幅
2つの単同調回路の縦続接続構成	$\frac{4\pi^2 f_{B1} f_{B2}}{(s+2\pi f_{B1})(s+2\pi f_{B2})}$	$\frac{\beta}{1+\beta}\pi f_{B1}$	$\frac{1}{\pi}\cdot\frac{1+\beta}{\sqrt{\beta}}B_0$	f_{B1}，f_{B2} ：各々の単同調回路の3dB片帯域幅 $\beta = f_{B2}/f_{B1}$
2段バタワース	$\frac{(2\pi f_\alpha)^2}{(s+\sqrt{2}\pi f_\alpha)^2+2\pi^2 f_\alpha^2}$	$\frac{\pi}{\sqrt{2}}f_\alpha$	$\frac{\sqrt{2}}{\pi}B_0$	f_α ：3dB片帯域幅

2.3.3　数値計算と実験

ここでは，搬送波再生系に関して，定常状態における狭帯域フィルタ F_{nar} 出力のCN比やサイクルスリップ発生確率の理論式を数値計算し，また実験を行って両者を比較する。

図2.2に“4逓倍／狭帯域フィルタ F_{nar} ”出力のCN比の理論値と実験値とを比較する。無変調信号プラスガウス雑音入力の場合の理論値（式（2.3.15）の計算値）を実線で示す。無変調信号プラスガウス雑音入力の場合，理論値と実験値とはよく一致している。2相PSK変調信号プラスガウス雑音入力の場合の実験値も，無変調信号プラスガウス雑音入力の場合の理論値（実線）と近似的によく一致している。4相PSK変調信号プラスガウス雑音入力の場合の実験値は，入力CN比→大 で無変調信号プラスガウス雑音入力の場合の理論値（実線）より悪い特性を呈する。この悪さは，受信信号波形がロールオフ率30％の全余弦ロールオフスペクトルを呈する場合と，40％の平方根余弦ロールオフスペクトルを呈する場合とで異なっている。この特性の劣化はパターン雑音の発生に起因すると考えられる。パターン雑音は，帯域制限されたPSK変調信号が逓倍された際，信号そのものによって生ずる雑音であり，これについては第5章で詳述する。



—— 理論値（式（2.3.15））

----- 実験式（2.3.22）による値

(ア)：（A，B）＝（2.5，1.5）

(イ)：（A，B）＝（1.5，−0.6）

実験値

○ 無変調信号入力

× 2相PSK変調信号入力 ｝… ロールオフ率30%の全余弦ロールオフスペクトル

▲ 4相PSK変調信号入力 ｝

● 4相PSK変調信号入力 … ロールオフ率40%の平方根余弦ロールオフスペクトル

図2.2 “4逓倍／狭帯域フィルタF_{nar}”出力のCN比の理論値と実験値の比較

さて，ここで4相PSK変調信号プラスガウス雑音入力の場合の出力CN比の実験式を作る。

$$\{\rho_{ex}\}^{-1} = \{10^{-A/10} \cdot \rho_{0,\infty}\}^{-1} + 10^{-(c-B)/10} \qquad (2.3.22)$$

ここに，

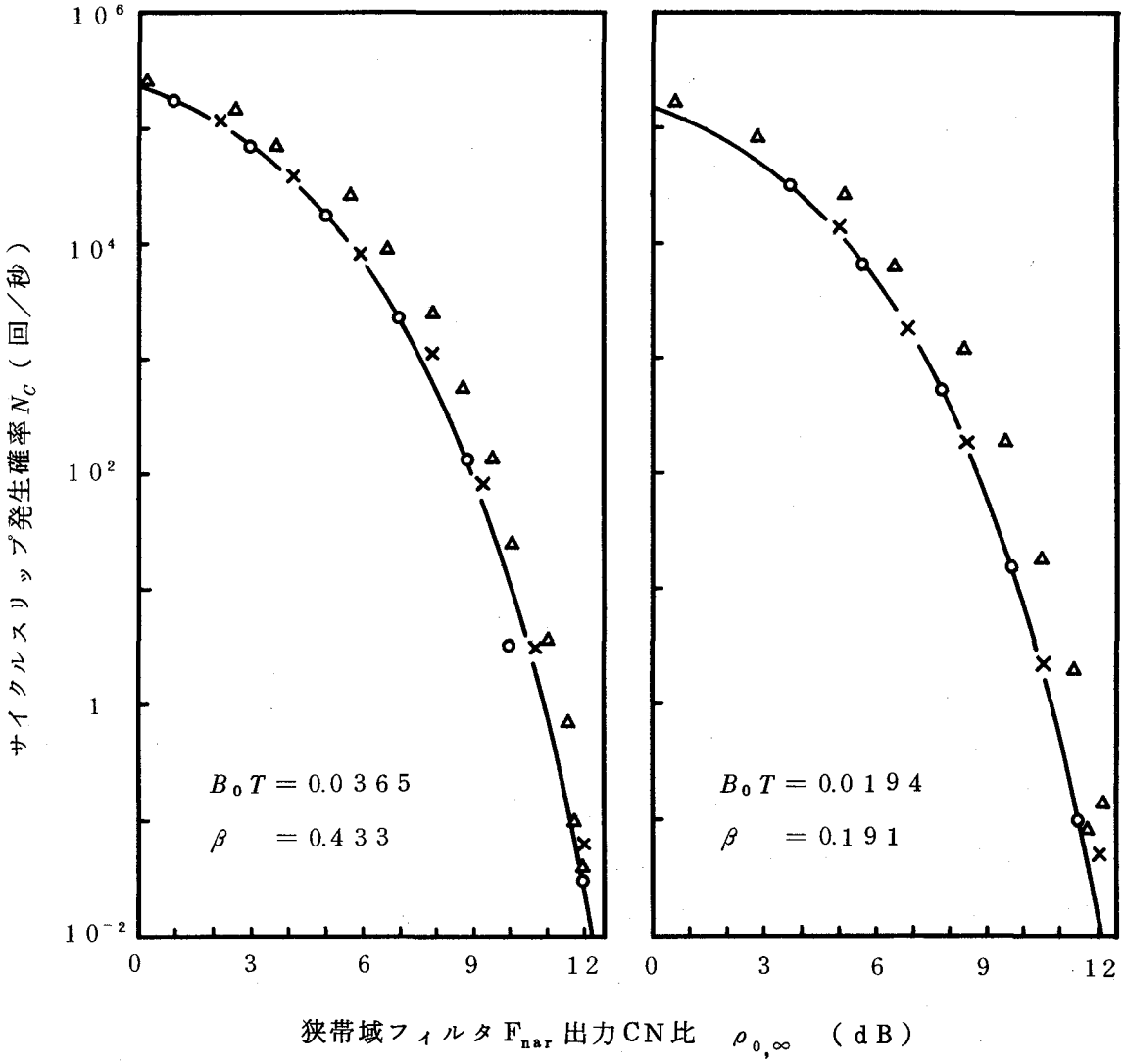
$$c \triangleq 10 \log (1/B_0T) = b - 10 \log B_rT$$

$$b \triangleq 10 \log (B_r/B_0)$$

と定義する。ρ_{ex}はパターン雑音を含む出力CN比であり，A及びBは受信PSK変調信号の波形によって定まる定数で，Aは$\rho_r \rightarrow$小 のときの出力CN比の，無変調信号受信の場合からの劣化量（dB）であり，$c-B$は$\rho_r \rightarrow$大 のときの出力信号電力対パターン雑音電力比（dB）である。実験結果から，ロールオフ率30%の全余弦ロールオフスペクトルを呈する受信PSK変調信号に対して，$(A, B) = (2.5, 1.5)$，40%平方根余弦ロールオフスペクトルに対して，$(A, B) = (1.5, -0.6)$となった。

図2.3に狭帯域フィルタF_{nar}出力CN比に対するサイクルスリップ発生確率の理論値（式（2.3.20）の計算値）と実験値とを比較する。逓倍入力信号が無変調信号，2相及び4相PSK変調信号のいずれの場合の実験値も理論値とよく一致している。

図2.4(a)～(c)に受信CN比に対するサイクルスリップ発生確率の理論値と実験値とを比較する。入力信号が無変調信号及び2相PSK変調信号の場合の実験値は，式（2.3.20）に式（2.3.15）を代入した理論値とよく一致している。4相PSK変調信号の場合の実験値は，式（2.3.20）の$\rho_{0,\infty}$に実験式（2.3.22）のρ_{ex}を代入した理論値とよく一致している。



—— 理論値（式（2.3.20））

実験値

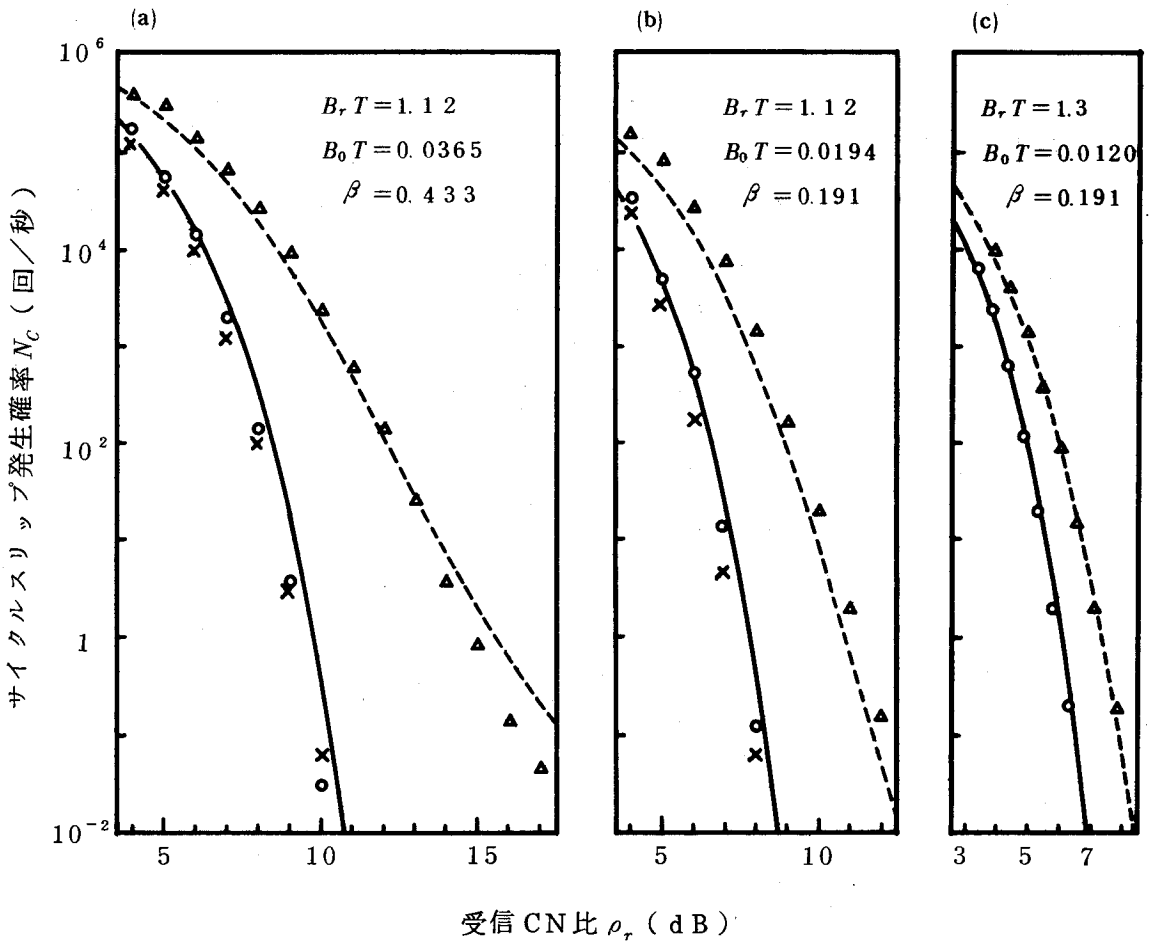
○ 無変調信号入力

× 2相PSK変調信号入力

△ 4相PSK変調信号入力

… ロールオフ率30%の全余弦ロールオフスペクトル

図2.3 狭帯域フィルタ F_{nar} 出力CN比に対するサイクルスリップ発生確率の理論値と実験値の比較；F_{nar} は2つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタで，β は2つの単同調回路の帯域幅の比



—— 理論値（式（2.3.15），（2.3.20））

----- 実験式（2.3.22）を式（2.3.20）に代入した値

(a)，(b)：（A，B）＝（2.5，1.5）

(c)　　：（A，B）＝（1.5，−0.6）

実験値

○　無変調信号入力

×　2相PSK変調信号入力

△　4相PSK変調信号入力

…(a)，(b)：30%全余弦ロールオフスペクトル

(c)　　：40%平方根余弦ロールオフスペクトル

図2.4　受信CN比に対するサイクルスリップ発生確率の理論値と実験値の比較；F_{nar}は2つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタで，βは2つの単同調回路の帯域幅の比

2.4 符号誤り率

2.4.1 絶対位相変調・同期検波PSK伝送の符号誤り率

再生搬送波の位相誤差がϕであるとき，受信チャンネルP及びQの振幅はそれぞれ$s(t)+n(t)$と$2\cos(2\pi f_c t-\pi/4+\phi)$との積，及び$s(t)+n(t)$と$-2\sin(2\pi f_c t-\pi/4+\phi)$との積から低域成分を抽出することによって得られる。式(2.3.5)，(2.3.6)から受信波$s(t)+n(t)$を上記の2つの搬送波位相の成分に分解すると，

$$s(t)+n(t)=\left\{A\cos\left(\frac{\pi}{4}-\phi\right)+n_P(t)\right\}\cdot\cos\left(2\pi f_c t-\frac{\pi}{4}+\phi\right)$$

$$-\left\{A\sin\left(\frac{\pi}{4}-\phi\right)+n_Q(t)\right\}\cdot\sin\left(2\pi f_c t-\frac{\pi}{4}+\phi\right) \quad (2.4.1)$$

となる。ここに，式(2.3.5)の信号位相θは，一般性を失うことなく代表的に0とした。また$n_P(t)$及び$n_Q(t)$はそれぞれ

$$n_P(t)=n_c(t)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\phi\right)-n_s(t)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\phi\right) \quad (2.4.2)$$

$$n_Q(t)=n_s(t)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\phi\right)+n_c(t)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\phi\right) \quad (2.4.3)$$

である。図2.5に$s(t)+n(t)$の位相ベクトルダイヤグラムを示す。式(2.3.7)，(2.4.2)，(2.4.3)から，再生搬送波の位相誤差がϕのときの(n_P，n_Q)の条件付結合確率密度関数は次式のように得られる[14]。

$$p(n_P,n_Q)=\left|\frac{\partial(n_c,n_s)}{\partial(n_P,n_Q)}\right|p(n_c)\,p(n_s)$$

$$=p(n_P)\,p(n_Q) \quad (2.4.4)$$

ここに，$|\partial(\cdot,\cdot)/\partial(\cdot,\cdot)|$はヤコビアンであり，また$p(n_P)$及び$p(n_Q)$はそ

れぞれ，

$$p(n_P)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_n}\,e^{-n_P^2/2\sigma_n^2},\quad p(n_Q)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_n}\,e^{-n_Q^2/2\sigma_n^2}\qquad(2.4.5)$$

である。式（2.4.4）において，（n_P，n_Q）の条件付結合確率密度関数 $p(n_P, n_Q)$ は，全ての ϕ に対して，n_P の確率密度関数 $p(n_P)$ と n_Q の確率密度関数 $p(n_Q)$ との積になる。このことは，n_P と n_Q とは ϕ の値によらず互いに統計的に独立であることを意味する。

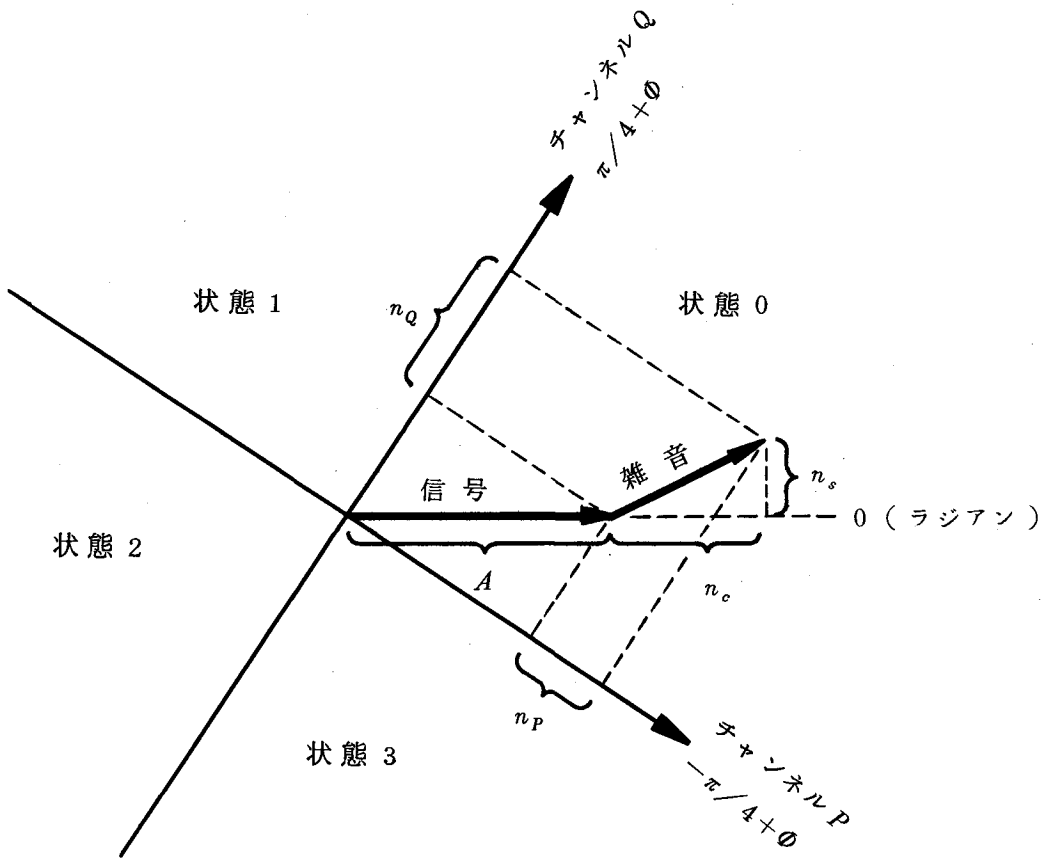


図 2.5　受信波 $s(t)+n(t)$ の位相ベクトルダイヤグラム

さて，$s(t)+n(t)$が状態m，$m\in[0,3]$，（“状態”は図2.5に定義する），で検出される確率を$q_m(\Phi)$とすると，

$$q_0(\Phi)=\int_{-A\cos(\pi/4-\Phi)}^{\infty} dn_P \int_{-A\sin(\pi/4-\Phi)}^{\infty} p(n_P, n_Q)\, dn_Q$$

$$=\{1-q_P(\Phi)\}\cdot\{1-q_Q(\Phi)\} \qquad (2.4.6)$$

となる。同様に，

$$q_1(\Phi)=q_P(\Phi)\cdot\{1-q_Q(\Phi)\} \qquad (2.4.7)$$

$$q_2(\Phi)=q_P(\Phi)\cdot q_Q(\Phi) \qquad (2.4.8)$$

$$q_3(\Phi)=\{1-q_P(\Phi)\}\cdot q_Q(\Phi) \qquad (2.4.9)$$

となる。ここに，$q_P(\Phi)$及び$q_Q(\Phi)$はそれぞれ，再生搬送波の位相誤差がΦのときの，チャンネルP及びQの符号誤り率であり，次式で表現される。

$$q_P(\Phi)=\Pr[n_P<-A\cos(\frac{\pi}{4}-\Phi)]$$

$$=\int_{-\infty}^{-A\cos(\pi/4-\Phi)} p(n_P)\, dn_P$$

$$=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\{\sqrt{\rho_r}\ \cos(\frac{\pi}{4}-\Phi)\} \qquad (2.4.10)$$

$$q_Q(\Phi)=\Pr[n_Q<-A\sin(\frac{\pi}{4}-\Phi)]$$

$$=\frac{1}{2}\mathrm{erfc}\{\sqrt{\rho_r}\ \sin(\frac{\pi}{4}-\Phi)\} \qquad (2.4.11)$$

但し，ρ_rは受信フィルタF_{rec}の出力点における受信CN比であり，式（2.3.14）に定義した通りである†。

式（2.3.19）の$p_{CR}(\Phi)$を重み関数として，$q_P(\Phi)$及び$q_Q(\Phi)$の集合平均をとると，絶対位相変調・同期検波PSK（CPSK）伝送の符号誤り率の平均が得られる。

$$\overline{P_b} = E[q_P(\Phi)] = E[q_Q(\Phi)]$$

$$= \int_{-\pi/4}^{\pi/4} q_P(\Phi)\, p_{CR}(\Phi)\, d\Phi$$

$$= \int_{-\pi/4}^{\pi/4} q_Q(\Phi)\, p_{CR}(\Phi)\, d\Phi \qquad (2.4.12)$$

2.4.2 差動符号化位相変調・同期検波PSK伝送の符号誤り率

Φ_1及びΦ_2をそれぞれ1シンボル時間前及び現時点の再生搬送波の位相誤差とすると，差動符号化位相変調・同期検波PSK（DCPSK）伝送の符号誤り率は次式で表される[20]。

$$q_{DC}(\Phi_1, \Phi_2) = \sum_{m_1=0}^{3} \sum_{m_2=m_1+1}^{m_1+2} q_{m_1}(\Phi_1)\, q_{m_2}(\Phi_2)$$

$$; m_2 = \text{法}4\text{の整数} \qquad (2.4.13)$$

第4章で詳述するが，再生搬送波の位相の動きはシンボルレートに比べて十分ゆっくりであり，近似的に$\Phi_1 \approx \Phi_2$とみなすことができる。このことを考慮すれば，DCPSK伝送の符号誤り率の平均は次式のように得られる。

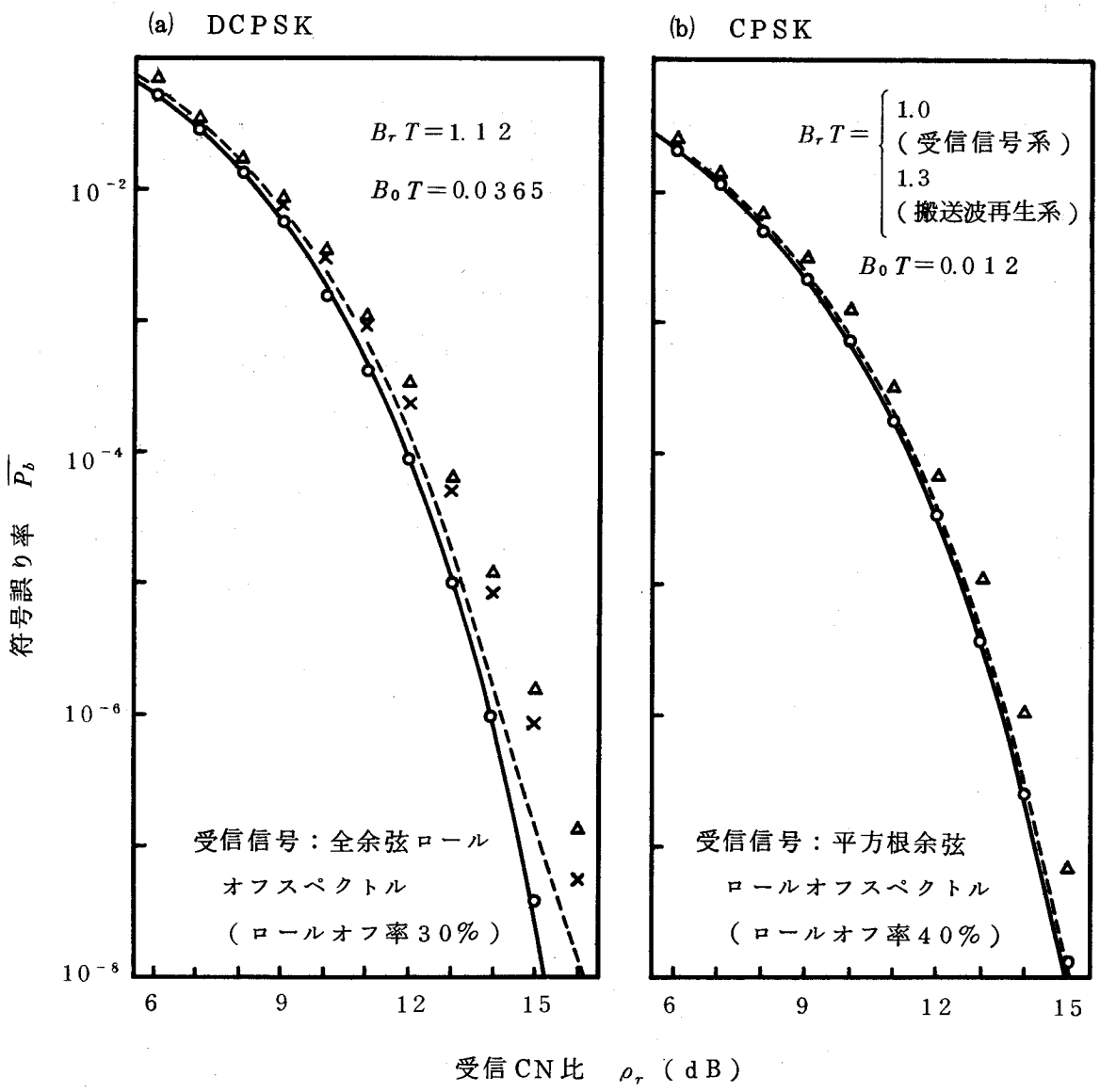
$$\overline{P_b} = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} q_{DC}(\Phi, \Phi)\, p_{CR}(\Phi)\, d\Phi \qquad (2.4.14)$$

---

† 図2.1(b)の受信低域フィルタが波形整形用に用いられる場合（4相PSK変調信号が平方根余弦ロールオフスペクトルを呈する場合）は，この雑音帯域幅は受信帯域フィルタF_{rec}の等価低域雑音帯域幅よりも狭い。従ってこの場合は，これら2つの雑音帯域幅の比を，式（2.4.5）のσ_n^2及び式（2.4.10），（2.4.11）のρ_rに対して補正する必要がある。（式（2.4.5），（2.4.10），（2.4.11）におけるσ_n^2，ρ_rはF_{rec}の雑音帯域幅に対して定められている。）

2.4.3　数値計算と実験

ここでは，定常状態における符号誤り率の理論式を数値計算し，また実験を行って両者を比較する。図2.6(a)及び(b)に，それぞれ式（2.4.14）及び式（2.4.12）を用いて計算したDCPSK伝送及びCPSK伝送の符号誤り率の理論値を実線で示す。両図において，破線は，4相PSK変調信号に対する実験式（2.3.22）のρ_{ex}を用いて式（2.3.19）の$p_{CR}(\phi)$を計算した場合の符号誤り率の計算値である。また同図には実験値も示す。両図とも無変調信号受信の場合の符号誤り率の実験値は理論値（実線）とよく一致している。2相及び4相PSK変調信号受信の場合の実験値は，波形整形フィルタの設計の不完全さなどで生ずる符号間干渉のため，理論値（実線）や実験式を用いた計算値（破線）よりやや悪い。なお，図2.6(a)のDCPSK伝送の場合は，PSK変調信号としてロールオフ率30％の全余弦ロールオフスペクトルを呈する波形を用い，図2.6(b)のCPSK伝送の場合は，ロールオフ率40％の平方根余弦ロールオフスペクトルを呈する波形を用いた。



—— 理論値

----- 実験式（2.3.22）を用いた計算値

(a)：（A，B）＝（2.5，1.5）

(b)：（A，B）＝（1.5，−0.6）

実験値

○ 無変調信号受信

× 2相PSK変調信号受信

△ 4相PSK変調信号受信

図2.6 符号誤り率対受信CN比特性の理論値と実験値の比較

2.5 結　言

本章では，まず本論文で扱う4相PSK変復調系の構成を述べた。搬送波再生系は“周波数4逓倍／狭帯域フィルタ／分周”方式を仮定した。次に，第3章以降の前準備として，PSK変調信号及び雑音に関する基礎的考察を行った。定常状態における逓倍動作，サイクルスリップ発生確率，符号誤り率などの諸理論について整理すると共に，実験を行って理論と比較した。特に，逓倍動作については，その入出力CN比特性に関し，無変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の実験結果がその理論値とよく一致することのみならず，2相PSK変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の実験結果も無変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の理論値と近似的によく一致することを示した。これに対し，4相PSK変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の実験では，入力CN比→大 で出力CN比は理論値と一致しないことを示し，この不一致性はいわゆるパターン雑音に起因することを示唆した。また，サイクルスリップ発生確率については，狭帯域フィルタ F_{nar} の雑音帯域幅が同じでも，振幅スカート特性が急峻なほど小さく良好な特性を与える傾向のあることを示した。

第3章　PSK変調信号のバースト伝送に対する再生搬送波の過渡応答

3.1　序　　言

TDMA通信では，バースト伝送に対する再生搬送波の諸特性の過渡応答や，それに伴う符号誤り率の過渡応答を知ることは大切である。この通信方式では，受信信号（S）はバースト状であり，受信雑音（N）は定常的である。また，着目しているバースト信号（S）の直前にしばしば先行バースト信号（I）が配置される。これらの着目バースト信号（S），先行バースト信号（I），プラス定常雑音（N）が搬送波再生系に入力すれば，まず逓倍回路で周波数逓倍されて，その出力には着目バースト信号（$S\times S$），先行バースト信号（$I\times I$），定常雑音（$N\times N$），（$S\times S$）に付随するバースト雑音（$S\times N$），（$I\times I$）に付随する先行バースト雑音（$I\times N$）が現れる。次に，これらの信号や雑音が狭帯域フィルタF_{nar}を通過すれば，着目バースト信号（$S\times S$）はバースト先頭部において，先行バースト信号（$I\times I$）から干渉を受け，また上記の3種類の雑音（$N\times N$，$S\times N$，$I\times N$）の影響を受ける。

本章では，このような条件のもとで，

1）狭帯域フィルタF_{nar}出力CN比，

2）再生搬送波位相の確率密度関数，

3）符号誤り率，

4）再生搬送波のサイクルスリップ発生確率，

の過渡応答を解析的に明らかにすると共に，一部については実験を行って理論と比較する。図3.1に搬送波再生系の基本構成を示し，図3.2にバースト信号と雑音の関係を示す。

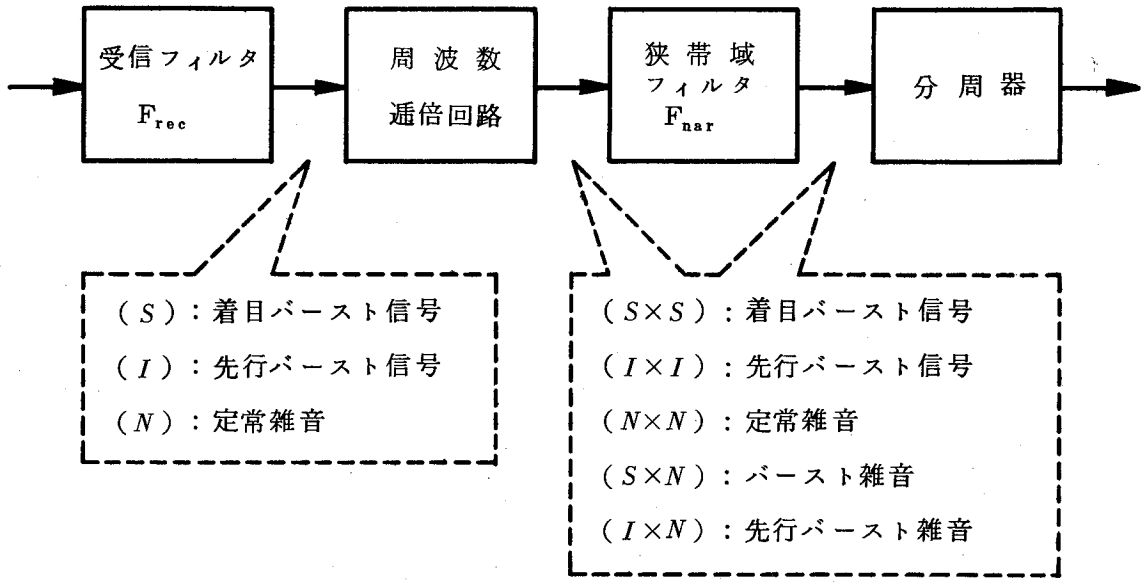
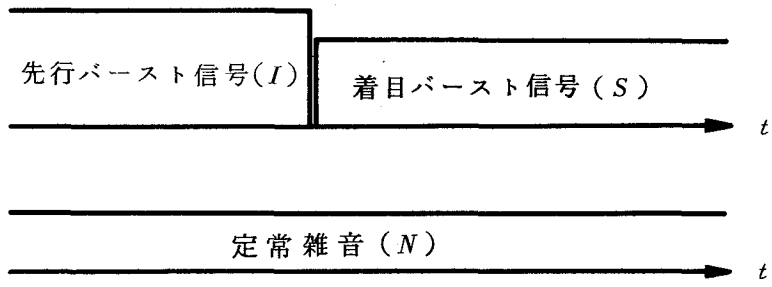
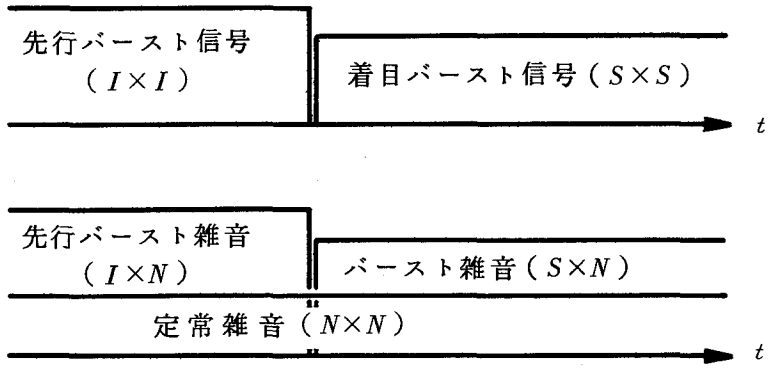


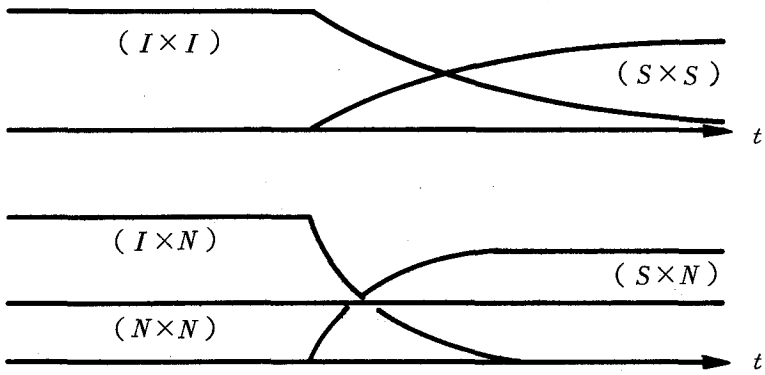
図 3.1　搬送波再生系の基本構成



(a)　周波数逓倍回路入力点



(b)　周波数逓倍回路出力点（F_{nar} 入力点）



(c)　F_{nar} 出力点

図 3.2　バースト信号と雑音の関係

3.2　狭帯域フィルタ出力の信号及び雑音の応答

3.2.1　着目バースト信号（$S\times S$）及び先行バースト信号（$I\times I$）

図3.3に解析モデルを示す。図において，$h(t)$は狭帯域フィルタF_{nar}の等価低域のインパルス応答であり，等価低域の伝達関数$F(j2\pi f)$との間には式（2.3.1）に示す関係がある。

A．着目バースト信号（$S\times S$）

狭帯域フィルタF_{nar}に入力する着目バースト信号（$S\times S$）を

$$s_A(t)=P_{(S\times S)}\,u(t)\cos(8\pi f_c t+\phi_0) \qquad (3.2.1)$$

とすると，出力信号は次式のように表される。

$$s_B(t)=P_{(S\times S)}\,E_C(t)\cos(8\pi f_c t+\phi_0) \qquad (3.2.2)$$

ここに，$P_{(S\times S)}$は信号の振幅の大きさを表し，$u(t)$及び$E_C(t)$はそれぞれ次式で表される。

$$u(t)=\begin{cases}1\ ; & t\geqq 0\\ 0\ ; & t<0\end{cases} \qquad (3.2.3)$$

$$E_C(t)=u(t)*h(t)=\int_0^t h(v)\,dv \qquad (3.2.4)$$

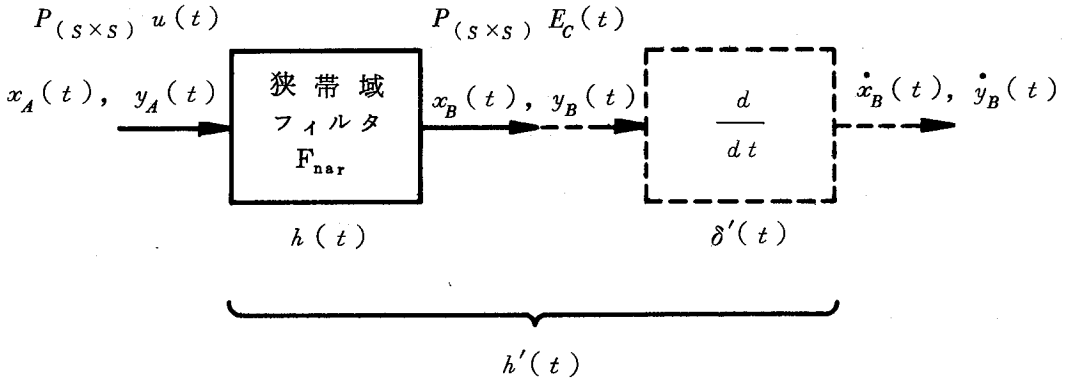


図3.3　解析モデル

但し，記号（＊）はたたみ込みを表す。式（3.2.4），式（2.3.1）からわかるように，$E_C(0)=0$，$E_C(\infty)=1$ であり†，$E_C(t)$を正規化信号振幅応答と称することにする。

B．先行バースト信号（$I\times I$）

着目バースト信号（$S\times S$）の直前に先行バースト信号（$I\times I$）が配置されている場合を考える。狭帯域フィルタ F_{nar} 入力点において，先行バースト信号（$I\times I$）を

$$s_{AI}(t)=P_{(I\times I)}\,u(-t)\cos(8\pi f_c t+\phi_1) \qquad (3.2.5)$$

で表すと，出力信号は次式のように表される。

$$s_{BI}(t)=P_{(I\times I)}\{1-E_C(t)\}\cos(8\pi f_c t+\phi_1) \qquad (3.2.6)$$

ここに，$P_{(I\times I)}$は信号の振幅の大きさを表す。位相の差 $\Delta\phi$（$=\phi_1-\phi_0$）は区間〔$-\pi$，π〕で一様分布するものとする。

3.2.2 定常雑音（$N\times N$）

狭帯域フィルタ F_{nar} の入力点及び出力点における定常雑音（$N\times N$）の波形をそれぞれ n_A 及び n_B とし，次式のように表す。

$$n_A(t)=x_A(t)\cos 8\pi f_c t-y_A(t)\sin 8\pi f_c t \qquad (3.2.7)$$

$$n_B(t)=x_B(t)\cos 8\pi f_c t-y_B(t)\sin 8\pi f_c t \qquad (3.2.8)$$

ここに，x_A，y_A 及び x_B，y_B は等価低域の雑音波形を表す。x_B 又は y_B の自己相関関数 $R_B(t_1,t_2)$ は次式のように表される(11)。

$$R_B(t_1,t_2)=E[x_B(t_1)x_B(t_2)]=E[y_B(t_1)y_B(t_2)]$$

$$=R_A(t_1,t_2)*h(t_1)*h(t_2) \qquad (3.2.9)$$

ここに，$R_A(t_1,t_2)$はx_A 又は y_A の自己相関関数である。

---

† 式（2.3.1）及び2.3の記述から，$F(j2\pi f)=\int_0^\infty h(t)e^{-j2\pi ft}dt$ であり，また$F(0)=1$であることから，$\int_0^\infty h(t)dt=1$ が成立する。

$B_r \gg B_0$ を仮定すると，x_A，y_A は白色雑音とみなすことができる。この場合，$R_A(t_1, t_2)$は次式のように表現できる。

$$R_A(t_1, t_2)=\mathcal{N}_{(N\times N)}\,\delta(t_1-t_2) \qquad (3.2.10)$$

ここに$\mathcal{N}_{(N\times N)}$は$x_A$ 又は y_A に対する電力スペクトル密度である。式(3.2.10)を式(3.2.9)に代入すると$R_B(t_1, t_2)$は次式のように得られる。

$$R_B(t_1, t_2)\triangleq\widetilde{R}_B(\tau)=\mathcal{N}_{(N\times N)}\int_0^\infty h(v)\,h(v+\tau)\,dv$$

$$=\mathcal{N}_{(N\times N)}\int_{-\infty}^{\infty}|F(j2\pi f)|^2\,e^{j2\pi f\tau}\,df \qquad (3.2.11)$$

但し，上式の導出には次の公式を用いた[14]。

$$\int_{-\infty}^{\infty}a(t)\,b(t+\tau)\,dt=\int_{-\infty}^{\infty}\overline{A(f)}\,B(f)\,e^{j2\pi f\tau}\,df \qquad (3.2.12)$$

ここに，$a(t)$，$b(t)$は共に実関数とし，$A(f)$，$B(f)$は各々のフーリエ変換とする。また記号$(\bar{\cdot})$は複素共役を表す。

x_B 又は y_B の分散（すなわち雑音電力）$\sigma^2_{(N\times N)}$は式(3.2.11)，(2.3.2)から次式のように表される。

$$\sigma^2_{(N\times N)}=\widetilde{R}_B(0)=\mathcal{N}_{(N\times N)}\int_0^\infty h^2(v)\,dv=B_0\,\mathcal{N}_{(N\times N)} \qquad (3.2.13)$$

雑音(x_B, y_B)がインパルス応答$\delta'(t)\{\triangleq d\delta/dt\}$の線形回路を通過すれば，その出力には$(x_B, y_B)$の時間微分$(\dot{x}_B, \dot{y}_B)$が現れる。すなわち，$(x_A, y_A)$がインパルス応答$h(t)*\delta'(t)$の線形回路を通過すれば，その出力には$(\dot{x}_B, \dot{y}_B)$が現れる。ところで，

$$h(t)*\delta'(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t-v)\,\delta'(v)\,dv=h'(t)\equiv\frac{dh}{dt} \qquad (3.2.14)$$

が成立するから[10]，$\dot{x}_B$ 又は $\dot{y}_B$ の自己相関関数 $R_C(t_1, t_2)$ は式（3.2.11）において，h を h' に，$F(j2\pi f)$ を $j2\pi f \cdot F(j2\pi f)$ に置き換えることによって得られる。

$$R_C(t_1, t_2) \triangleq \widetilde{R}_C(\tau) = \mathcal{N}_{(N\times N)} \int_0^\infty h'(v)\, h'(v+\tau)\, dv$$

$$= \mathcal{N}_{(N\times N)} \int_{-\infty}^{\infty} |j2\pi f \cdot F(j2\pi f)|^2 \, e^{j2\pi f\tau}\, df \qquad (3.2.15)$$

従って，$\dot{x}_B$ 又は $\dot{y}_B$ の分散 $\hat{\sigma}^2_{(N\times N)}$ は式（3.2.15），（2.3.3）を用いて，次式のように得られる。

$$\hat{\sigma}^2_{(N\times N)} = \widetilde{R}_C(0) = \mathcal{N}_{(N\times N)} \int_0^\infty h'^2(v)\, dv$$

$$= (2\pi B_{\mathrm{rms}})^2 \, B_0 \mathcal{N}_{(N\times N)} \qquad (3.2.16)$$

$y_B(t)$ と $\dot{y}_B(t)$ との相互相関関数 $R_{y\dot{y}(N\times N)}(t_1, t_2)$ は，式（3.2.11）の $R_B(t_1, t_2)$ を用いて，次式のように表現できる[11]。

$$R_{y\dot{y}(N\times N)}(t_1, t_2) = \mathrm{E}[\dot{y}_B(t_1)\, y_B(t_2)]$$

$$= R_B(t_1, t_2) * \delta'(t_1) = \frac{\partial}{\partial t_1} R_B(t_1, t_2)$$

$$= \mathcal{N}_{(N\times N)} \int_0^\infty h(v) \frac{\partial}{\partial t_1} h(t_1 - t_2 + v)\, dv$$

$$= \mathcal{N}_{(N\times N)} \int_0^\infty h(v)\, h'(t_1 - t_2 + v)\, dv$$

$$= \mathcal{N}_{(N\times N)} \int_{-\infty}^{\infty} j2\pi f \cdot |F(j2\pi f)|^2 \, e^{j2\pi f(t_1 - t_2)}\, df$$

$$= \mathcal{N}_{(N\times N)} \int_0^\infty (-4\pi f) \cdot |F(j2\pi f)|^2 \sin 2\pi f(t_1 - t_2)\, df$$

（3.2.17）

$t_1-t_2=0$ と置くことによって，y_B と $\dot{y}_B$ との相互共分散 $\mu_{(N\times N)}$ は次式のように得られる。

$$\mu_{(N\times N)}=R_{y\dot{y}(N\times N)}(t_1,\ t_1)$$

$$=\mathcal{N}_{(N\times N)}\int_0^{\infty}h(v)\,h'(v)\,dv$$

$$=0 \qquad (3.2.18)$$

式（3.2.18）は，定常状態では y_B と $\dot{y}_B$ とは無相関であり，互いに統計的に独立であることを意味する。

本論文では B_0，$B_{rms}\ll B_r$ を仮定しているので，狭帯域フィルタ F_{nar} 出力の雑音（x_B，y_B）及びその時間微分（$\dot{x}_B$，$\dot{y}_B$）は共に近似的にガウス性とみなせる[8]。

3.2.3 バースト雑音（$S\times N$）及び先行バースト雑音（$I\times N$）

A. バースト雑音（$S\times N$）

狭帯域フィルタ F_{nar} の入力点及び出力点におけるバースト雑音（$S\times N$）の波形をそれぞれ n_A 及び n_B とし，次式のように表す。

$$n_A(t)=u(t)\{x_A(t)\cos 8\pi f_c t-y_A(t)\sin 8\pi f_c t\} \qquad (3.2.19)$$

$$n_B(t)=x_B(t)\cos 8\pi f_c t-y_B(t)\sin 8\pi f_c t \qquad (3.2.20)$$

$x_A(t)\,u(t)$ 又は $y_A(t)\,u(t)$ の自己相関関数 $R_A(t_1,\ t_2)$ は次式のように表される[11]。

$$R_A(t_1,\ t_2)=\mathcal{N}_{(S\times N)}\,\delta(t_1-t_2)\,u(t_1)\,u(t_2) \qquad (3.2.21)$$

ここに，$\mathcal{N}_{(S\times N)}$ は $t\geqq 0$ における x_A 又は y_A の電力スペクトル密度である。式（3.2.21）

を式（3.2.9）に代入することによって，x_B 又は y_B の自己相関関数 $R_B(t_1, t_2)$ が得られる。

$$R_B(t_1, t_2) = \mathcal{N}_{(S\times N)} \int_0^{t_2} h(v)\, h(t_1 - t_2 + v)\, dv \qquad (3.2.22)$$

従って，x_B 又は y_B の分散 $\sigma^2_{(S\times N)}$ は次のような時間関数で与えられる。

$$\sigma^2_{(S\times N)}(t) = R_B(t, t) = B_0 \mathcal{N}_{(S\times N)} E_N(t) \qquad (3.2.23)$$

ここに $E_N(t)$ は，

$$E_N(t) = \frac{1}{B_0} \int_0^t h^2(v)\, dv \qquad (3.2.24)$$

で表される。式（3.2.24），（3.2.13）からわかるように，$E_N(0) = 0$，$E_N(\infty) = 1$ であり，$E_N(t)$ を正規化雑音電力応答と称することにする。

$\dot{x}_B$ 又は $\dot{y}_B$ の自己相関関数 $R_C(t_1, t_2)$ は式（3.2.22）において，h を h' で置換することによって得られる。

$$R_C(t_1, t_2) = \mathcal{N}_{(S\times N)} \int_0^{t_2} h'(v)\, h'(t_1 - t_2 + v)\, dv \qquad (3.2.25)$$

従って，$\dot{x}_B$ 又は $\dot{y}_B$ の分散 $\hat{\sigma}^2_{(S\times N)}$ は次のような時間関数で与えられる。

$$\hat{\sigma}^2_{(S\times N)}(t) = R_C(t, t) = (2\pi B_{\mathrm{rms}})^2 B_0 \mathcal{N}_{(S\times N)} E_N^{\cdot}(t) \qquad (3.2.26)$$

ここに，$E_N^{\cdot}(t)$ は

$$E_N^{\cdot}(t) = \frac{1}{(2\pi B_{\mathrm{rms}})^2 B_0} \int_0^t h'^2(v)\, dv \qquad (3.2.27)$$

で表される。式（3.2.27），（3.2.16）からわかるように，$E_N^{\cdot}(0) = 0$，$E_N^{\cdot}(\infty) = 1$ であり，$E_N^{\cdot}(t)$ を正規化微分雑音電力応答と称することにする。

$y_B(t)$ と $\dot{y}_B(t)$ との相互相関関数 $R_{y\dot{y}(S\times N)}(t_1, t_2)$ は，式（3.2.22）の $R_B(t_1, t_2)$ を用いて，次式のように表現できる[11]。

$$R_{y\dot{y}(S\times N)}(t_1, t_2)=\frac{\partial}{\partial t_1}R_B(t_1, t_2)$$

$$=\mathcal{N}_{(S\times N)}\int_0^{t_2} h(v)\,h'(t_1-t_2+v)\,dv \qquad (3.2.28)$$

従って，y_B と $\dot{y}_B$ との相互共分散の過渡応答 $\mu_{(S\times N)}(t)$ は次式のように表される。

$$\mu_{(S\times N)}(t)=R_{y\dot{y}(S\times N)}(t,\ t)$$

$$=\mathcal{N}_{(S\times N)}\int_0^{t} h(v)\,h'(v)\,dv \qquad (3.2.29)$$

B．先行バースト雑音（$I\times N$）

狭帯域フィルタ F_{nar} 入力点における先行バースト雑音（$I\times N$）の波形 n_A を次式のように表す。

$$n_A(t)=u(-t)\{x_A(t)\cos 8\pi f_c t-y_A(t)\sin 8\pi f_c t\} \qquad (3.2.30)$$

式（3.2.13），（3.2.23）と同様にして，狭帯域フィルタ F_{nar} の出力点における先行バースト雑音（$I\times N$）の分散 $\sigma^2_{(I\times N)}$ は次式のように得られる。

$$\sigma^2_{(I\times N)}(t)=B_0\mathcal{N}_{(I\times N)}\{1-E_N(t)\} \qquad (3.2.31)$$

ここに，$\mathcal{N}_{(I\times N)}$ は $t<0$ における雑音電力スペクトル密度である。

式（3.2.16），（3.2.26）と同様にして，狭帯域フィルタ F_{nar} の出力点における先行バースト雑音（$I\times N$）の時間微分波の分散 $\hat{\sigma}^2_{(I\times N)}$ は次式のように得られる。

$$\hat{\sigma}^2_{(I\times N)}(t)=(2\pi B_{rms})^2 B_0\mathcal{N}_{(I\times N)}\{1-E_N^{\cdot}(t)\} \qquad (3.2.32)$$

式（3.2.18），（3.2.29）と同様にして，y_B と $\dot{y}_B$ との相互共分散の過渡応答 $\mu_{(I\times N)}(t)$ は次式のように表される。

$$\mu_{(I\times N)}(t)=R_{y\dot{y}(I\times N)}(t,\ t)$$

$$=\mathcal{N}_{(I\times N)}\int_t^{\infty}h(v)\,h'(v)\,dv$$

$$=-\mathcal{N}_{(I\times N)}\int_0^{t}h(v)\,h'(v)\,dv \qquad (3.2.33)$$

3.3 狭帯域フィルタ出力CN比及び再生搬送波位相の確率密度関数の過渡応答

式（2.3.15）は $t\to\infty$ での定常状態における狭帯域フィルタ F_{nar} 出力のCN比を与えている。第2章で述べたように，この式において右辺第1～3項は受信信号（S）と受信雑音（N）との相互の積による雑音（$S\times N$）の項を表し，第4項は受信雑音（N）同士の積による雑音（$N\times N$）の項を表している。ところで着目している受信信号（S）がバースト状で，受信雑音（N）が定常的であれば，狭帯域フィルタ F_{nar} の出力端に抽出された信号（$S\times S$）及びそれに付随している雑音（$S\times N$）は共にバースト状であり，出力バースト信号（$S\times S$）の振幅の過渡応答は $E_C(t)$ に比例し，出力バースト雑音（$S\times N$）の電力の過渡応答は $E_N(t)$ に比例する。一方，出力雑音（$N\times N$）は定常的である。ところでバースト雑音（$S\times N$）と定常雑音（$N\times N$）とは互いに統計的に独立であるから[10]，総合の雑音電力はこれらの算術和になる。以上のことを考慮すると，狭帯域フィルタ F_{nar} の出力点におけるCN比（着目バースト信号（$S\times S$）対総合雑音（$N\times N+S\times N$）の電力比）の過渡応答 $\tilde{\rho}_0(t)$ は次式のように表現できる。

$$\{\tilde{\rho}_0(t)\}^{-1}=\{\rho_1(t)\}^{-1}+\{\rho_2(t)\}^{-1}\quad ;\quad t\geqq 0 \qquad (3.3.1)$$

ここに，

$\rho_1(t)$：狭帯域フィルタ F_{nar} の出力点における着目バースト信号（$S\times S$）対定常雑

音（$N\times N$）の電力比の過渡応答

$\rho_2(t)$：狭帯域フィルタF_{nar}の出力点における着目バースト信号（$S\times S$）対バースト雑音（$S\times N$）の電力比の過渡応答

であり，逓倍回路がメモリのない$|\cdot|^4$素子で構成される場合，それぞれ次式のように表される。

$$\{\rho_1(t)\}^{-1}=\frac{2\sigma^2_{(N\times N)}}{P^2_{(S\times S)}E_C^2(t)}=\frac{B_0}{B_r}\frac{16}{\rho_r}\cdot\frac{1.5}{\rho_r^3}T_4\cdot\frac{1}{E_C^2(t)}\quad;\quad t\geqq 0 \tag{3.3.2}$$

$$\{\rho_2(t)\}^{-1}=\frac{2\sigma^2_{(S\times N)}(t)}{P^2_{(S\times S)}E_C^2(t)}=\frac{B_0}{B_r}\frac{16}{\rho_r}\left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3\right)\cdot\frac{E_N(t)}{E_C^2(t)}$$

$$;\quad t\geqq 0 \tag{3.3.3}$$

次に，先行バースト信号（$I\times I$）の影響について考えよう。着目バースト信号（S）の直前に先行バースト信号（I）がある場合，狭帯域フィルタF_{nar}の出力点では着目バースト信号（$S\times S$）は先行バースト信号（$I\times I$）によって干渉を受ける。ここでは2つのバースト信号（S）及び（I）の搬送波周波数は等しく，位相の差が区間$[-\pi,\pi]$で一様分布するものとする。更に，受信先行バースト信号（I）の振幅が受信着目バースト信号（S）の振幅のα倍あると仮定し，また逓倍回路がメモリのない$|\cdot|^4$素子で構成されていると仮定する。狭帯域フィルタF_{nar}の出力点では，着目バースト信号（$S\times S$）の振幅は式（3.2.2）から$P_{(S\times S)}E_C(t)$であり，先行バースト信号（$I\times I$）の振幅は式（3.2.6）から$P_{(I\times I)}\{1-E_C(t)\}$である。また$P_{(I\times I)}/P_{(S\times S)}=\alpha^4$である。以上から，狭帯域フィルタ$F_{nar}$の出力点における着目バースト信号（$S\times S$）対先行バースト信号（$I\times I$）の電力比$\eta_0$は次式のように表される。

$$\eta_0(t)=\frac{E_C^2(t)}{\alpha^8\{1-E_C(t)\}^2}\quad;\quad t\geqq 0 \tag{3.3.4}$$

次に，狭帯域フィルタF_{nar}の出力点における着目バースト信号（$S\times S$）対先行バースト雑音（$I\times N$）の電力比（CN比）の過渡応答$\rho_3(t)$について考える。以下の3点，すな

わち，

1) 定常状態における先行バースト信号（$I\times I$）対先行バースト雑音（$I\times N$）の電力比は，式（3.3.3）で$t\to\infty$とし，ρ_rを$\alpha^2\rho_r$に置換することによって得られる；

2) 定常状態における着目バースト信号（$S\times S$）の電力$P^2_{(S\times S)}/2$は，先行バースト信号（$I\times I$）の電力$P^2_{(I\times I)}/2$の$1/\alpha^8$倍である；

3) 先行バースト雑音（$I\times N$）の電力の，$t\geqq 0$における過渡応答は$\{1-E_N(t)\}$に比例する；

を考慮すると，$\rho_3(t)$は次式のように表される。

$$\{\rho_3(t)\}^{-1}=\frac{2\sigma^2_{(I\times N)}(t)}{P^2_{(S\times S)}E_C^2(t)}$$

$$=\frac{B_0}{B_r}\frac{16}{\rho_r}\left(\alpha^6+\frac{4.5}{\rho_r}\alpha^4T_2+\frac{6}{\rho_r^2}\alpha^2T_3\right)\cdot\frac{1-E_N(t)}{E_C^2(t)}$$

$$;\quad t\geqq 0 \qquad (3.3.5)$$

ところで，（$S\times S$）に付随するバースト雑音（$S\times N$）と，（$I\times I$）に付随する先行バースト雑音（$I\times N$）と，定常雑音（$N\times N$）とは互いに統計的に独立であるから[10]，総合の雑音電力はこれらの算術和になる。従って，狭帯域フィルタF_{nar}の出力点における総合のCN比（着目バースト信号（$S\times S$）対総合雑音（$N\times N+S\times N+I\times N$）の電力比）の過渡応答$\rho_0(t)$は次式のように表される。

$$\{\rho_0(t)\}^{-1}=\{\rho_1(t)\}^{-1}+\{\rho_2(t)\}^{-1}+\{\rho_3(t)\}^{-1}$$

$$;\quad t\geqq 0 \qquad (3.3.6)$$

B_0，$B_{rms}\ll B_r$を仮定しているので，狭帯域フィルタF_{nar}出力の雑音は近似的にガウス性とみなせる[8]。この場合，文献（28）を用いれば，狭帯域フィルタF_{nar}の出力位相ϕの確率密度関数の過渡応答$g'(\phi\mid t)$は次式で与えられる。

$$g'(\phi \mid t) = \frac{1}{\pi}\rho_0(t)\int_0^{\infty} \exp\left\{-\rho_0(t)\left[r^2+\frac{1}{\eta_0(t)}+1-2r\cos\phi\right]\right\}$$

$$\cdot I_0\left\{\frac{2\rho_0(t)}{\sqrt{\eta_0(t)}}\cdot\sqrt{r^2+1-2r\cos\phi}\right\} r\,dr \qquad (3.3.7)$$

ここに$I_0(\cdot)$は第1種変形ベッセル関数である。4分周後の位相の確率密度関数$p'_{CR}(\Phi \mid t)$は式(2.3.19)と同様にして,

$$p'_{CR}(\Phi \mid t) = 4\,g'(\phi = 4\Phi \mid t) \quad ; \quad |\Phi| \leqq \pi/4 \qquad (3.3.8)$$

となる[10]。式(2.4.12), (2.4.14)の$p_{CR}(\Phi)$に式(3.3.8)の$p'_{CR}(\Phi \mid t)$を代入すれば, 符号誤り率の集合平均$\overline{P}_b$の過渡応答が得られる。なお, 付録に式(3.3.7)の$g'(\phi \mid t)$が$t \to \infty$で式(2.3.18)の$g(\phi)$と一致することを示す。

3.4 サイクルスリップ発生確率の過渡応答

ここでは, 狭帯域フィルタF_{nar}の出力点において, 着目バースト信号($S \times S$), 先行バースト信号($I \times I$), 並びにバースト雑音($S \times N$), 先行バースト雑音($I \times N$), 定常雑音($N \times N$)が共存している場合のサイクルスリップ発生確率の過渡応答について考察する。上記の3種類の雑音の各々の振幅及び各々の微分波の振幅は, B_0, $B_{rms} \ll B_T$の場合, 近似的にガウス過程[8],[15]とみなせる。また, 各々の雑音波の振幅x_B(又はy_B)は3種類の雑音の間で相互に独立であり, 各々の微分雑音波の振幅$\dot{x}_B$(又は$\dot{y}_B$)についても相互に独立であるから[10], 結局, 総合の雑音電力は各々の雑音電力の算術和で表され, 総合の微分雑音電力は各々の微分雑音電力の算術和で表される[10]。従って, 狭帯域フィルタF_{nar}の出力点における総合の雑音の振幅及び総合の微分雑音の振幅は, 共に平均値が0で, 分散がそれぞれ$\sigma_0^2(t)$, $\hat{\sigma_0^2}(t)$のガウス分布に従う。

$$\sigma_0^2(t) = \sigma^2_{(N\times N)} + \sigma^2_{(S\times N)}(t) + \sigma^2_{(I\times N)}(t)$$

$$= B_0 \cdot \left[\mathcal{N}_{(N\times N)} + \mathcal{N}_{(S\times N)} E_N(t) + \mathcal{N}_{(I\times N)}\{1 - E_N(t)\}\right] \qquad (3.4.1)$$

$$\hat{\sigma}_0^2(t)=\hat{\sigma}^2_{(N\times N)}+\hat{\sigma}^2_{(S\times N)}(t)+\hat{\sigma}^2_{(I\times N)}(t)$$

$$=(2\pi B_{\rm rms})^2 B_0\cdot\{\mathcal{N}_{(N\times N)}+\mathcal{N}_{(S\times N)}E_N^{\bullet}(t)+\mathcal{N}_{(I\times N)}\{1-E_N^{\bullet}(t)\}\} \quad (3.4.2)$$

また，総合の y_B 及び $\dot{y}_B$ に対する相互共分散の過渡応答 $\mu_{y\dot{y}}^{\bullet}(t)$ は次式で表現できる。

$$\mu_{y\dot{y}}^{\bullet}(t)=\mu_{(N\times N)}+\mu_{(S\times N)}(t)+\mu_{(I\times N)}(t)$$

$$=\{\mathcal{N}_{(S\times N)}-\mathcal{N}_{(I\times N)}\}\cdot\int_0^t h(v)\,h'(v)\,dv \quad (3.4.3)$$

従って，$y_B(t)$ と $\dot{y}_B(t)$ との相関係数の過渡応答 $r_{y\dot{y}}^{\bullet}(t)$ は次のように表される[14]。

$$r_{y\dot{y}}^{\bullet}(t)=\frac{\mathrm{E}[y_B(t)\dot{y}_B(t)]}{\sqrt{\mathrm{E}[y_B^2(t)]\mathrm{E}[\dot{y}_B^2(t)]}}=\frac{\mu_{y\dot{y}}^{\bullet}(t)}{\sigma_0(t)\hat{\sigma}_0(t)} \quad (3.4.4)$$

なお，式（3.2.18），（3.2.29），（3.2.33），及び式（3.4.1）～（3.4.4）から，

$$t\to\infty \quad \text{のとき} \quad r_{y\dot{y}}^{\bullet}(t)\to 0 \quad (3.4.5)$$

であるから，定常状態では y_B と $\dot{y}_B$ とは無相関（すなわち，相互に統計的に独立）であることがわかる。

狭帯域フィルタ $\mathrm{F_{nar}}$ の出力点における着目バースト信号（$S\times S$）プラス先行バースト信号（$I\times I$）の振幅の過渡応答 $G(t\mid\Delta\phi)$ は，式（3.2.2），（3.2.6）から次のように表される。

$$G(t\mid\Delta\phi)=[P^2_{(S\times S)}E_C^2(t)+P^2_{(I\times I)}\{1-E_C(t)\}^2$$

$$+2P_{(S\times S)}P_{(I\times I)}E_C(t)\{1-E_C(t)\}\cos\Delta\phi]^{1/2} \quad (3.4.6)$$

式（3.4.1）～（3.4.4），及び式（3.4.6）を用いて，サイクルスリップ発生確率の過渡応答 $N_C(t\mid\Delta\phi)$ は次式のように導出できる[9],[15]。

$$N_C(t \mid \Delta\phi) = \Pr[x_B < -G,\ y_B = 0,\ \dot{y}_B > 0] + \Pr[x_B < -G,\ y_B = 0,\ \dot{y}_B < 0]$$

$$= \frac{2}{\Delta t}\int_{-\infty}^{-G} dx_B \int_0^{\infty} d\dot{y}_B \int_{-\dot{y}_B \Delta t/2}^{\dot{y}_B \Delta t/2} dy_B \quad p(x_B)\, p(y_B,\ \dot{y}_B)$$

$$\approx \frac{2}{\Delta t}\int_{-\infty}^{-G} p(x_B)\, dx_B \cdot \int_0^{\infty} p(y_B = 0,\ \dot{y}_B)\, \dot{y}_B\, \Delta t\, d\dot{y}_B$$

$$= \frac{\hat{\sigma}_0(t)}{2\pi\sigma_0(t)}\sqrt{1 - r_{y\dot{y}}^2(t)}\ \ \mathrm{erfc}\sqrt{\frac{G^2(t \mid \Delta\phi)}{2\sigma_0^2(t)}}$$

$$= B_{\mathrm{rms}} \cdot \sqrt{\frac{\mathcal{N}_{(N\times N)} + \mathcal{N}_{(S\times N)} E_N^{\bullet}(t) + \mathcal{N}_{(I\times N)}\{1 - E_N^{\bullet}(t)\}}{\mathcal{N}_{(N\times N)} + \mathcal{N}_{(S\times N)} E_N(t) + \mathcal{N}_{(I\times N)}\{1 - E_N(t)\}}}$$

$$\cdot \sqrt{1 - r_{y\dot{y}}^2(t)}$$

$$\cdot\ \mathrm{erfc}\sqrt{\frac{P_{(S\times S)}^2 E_C^2(t) + P_{(I\times I)}^2\{1 - E_C(t)\}^2}{2B_0\left[\mathcal{N}_{(N\times N)} + \mathcal{N}_{(S\times N)} E_N(t)\right.}}\ {}^{*}_{**}$$

$$\left.{}^{*}_{**}\ \frac{+2P_{(S\times S)}P_{(I\times I)}\ E_C(t)\{1 - E_C(t)\}\cos\Delta\phi}{+\mathcal{N}_{(I\times N)}\ \{1 - E_N(t)\}}\right] \qquad (3.4.7)$$

ここに，x_B の確率密度関数 $p(x_B)$，及び $(y_B,\ \dot{y}_B)$ の結合確率密度関数 $p(y_B,\ \dot{y}_B)$ はそれぞれ

$$p(x_B) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma_0}\exp(-x_B^2 / 2\sigma_0^2) \qquad (3.4.8)$$

$$p(y_B, \dot{y}_B) = \frac{1}{2\pi\,\sigma_0\hat{\sigma}_0\sqrt{1-r_{y\dot{y}}^2}}$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r_{y\dot{y}}^2)}\left(\frac{y_B^2}{\sigma_0^2}+\frac{\dot{y}_B^2}{\hat{\sigma}_0^2}-2r_{y\dot{y}}\frac{y_B\dot{y}_B}{\sigma_0\hat{\sigma}_0}\right)\right\} \qquad (3.4.9)$$

である。ところで，$\Delta\phi$は区間〔$-\pi$，π〕で一様分布するから，サイクルスリップ発生確率の過渡応答の集合平均$\overline{N_C(t)}$は次のように表現できる。

$$\overline{N_C(t)} = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2\pi} N_C(t \mid \Delta\phi)\, d\Delta\phi \quad (回／秒) \qquad (3.4.10)$$

さて，図3.1の逓倍回路がメモリのない$|\cdot|^4$素子で構成されていると仮定しよう。受信フィルタF_{rec}によって受信される着目バースト信号（S）及び先行バースト信号(I)が共に無変調の正弦波で，先行バースト信号（I）の振幅が着目バースト信号（S）の振幅のα倍あるとすると，狭帯域フィルタF_{nar}の出力点におけるCN比（($S\times S$)対($N\times N+S\times N+I\times N$)の電力比）の過渡応答$\rho_0(t)$は式（3.3.6）に示される通りとなる。従って，CN比に関する式（3.3.6），（3.3.2），（3.3.3），（3.3.5），及び狭帯域フィルタF_{nar}出力点の雑音電力，微分雑音電力，及び雑音の相互共分散に関する式（3.2.13），（3.2.16），（3.2.18），（3.2.23），（3.2.26），（3.2.29），及び式（3.2.31）～（3.2.33）をサイクルスリップ発生確率の式（3.4.7），（3.4.10）に代入すれば，上記の場合のサイクルスリップ発生確率の過渡応答$\overline{N_C(t)}$は次式のように書き換えられる。

$$\overline{N_C(t)} = B_{\rm rms} \cdot \left[\frac{\left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3\right)E_N^{\cdot}(t)+\frac{1.5}{\rho_r^3}T_4}{\left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3\right)E_N(t)+\frac{1.5}{\rho_r^3}T_4} * \right.$$

$$\left. * \frac{+\left(\alpha^6+\frac{4.5}{\rho_r}\alpha^4T_2+\frac{6}{\rho_r^2}\alpha^2T_3\right)\cdot\left\{1-E_N^{\cdot}(t)\right\}}{+\left(\alpha^6+\frac{4.5}{\rho_r}\alpha^4T_2+\frac{6}{\rho_r^2}\alpha^2T_3\right)\cdot\left\{1-E_N(t)\right\}} \right]^{1/2} \cdot \sqrt{1-r_{y\dot{y}}^2(t)}$$

$$\cdot \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\Delta\phi}{2\pi} \mathrm{erfc} \sqrt{\rho_0(t)\cdot\left[E_C^2(t)+\alpha^8\{1-E_C(t)\}^2 ** \right.}$$

$$** \left. +2\alpha^4E_C(t)\{1-E_C(t)\}\cos\Delta\phi\right] \Big/ E_C^2(t) \qquad (3.4.11)$$

ここに，$r_{y\dot{y}}(t)$は次式のように表される。

$$r_{y\dot{y}}(t) = \frac{1}{2\pi B_{\rm rms} B_0} \int_0^t h(v)h'(v)dv \cdot \left\{(1-\alpha^6)+\frac{4.5}{\rho_r}(1-\alpha^4)T_2+\frac{6}{\rho_r^2}(1-\alpha^2)T_3\right\}$$

$$\cdot \Bigg/ \left[\left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3\right)E_N(t)+\frac{1.5}{\rho_r^3}T_4+\left(\alpha^6+\frac{4.5}{\rho_r}\alpha^4T_2+\frac{6}{\rho_r^2}\alpha^2T_3\right)\right.$$

$$\left.\cdot\left\{1-E_N(t)\right\}\right]^{1/2} \cdot \left[\left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3\right)E_N^{\cdot}(t)+\frac{1.5}{\rho_r^3}T_4\right.$$

$$\left.+\left(\alpha^6+\frac{4.5}{\rho_r}\alpha^4T_2+\frac{6}{\rho_r^2}\alpha^2T_3\right)\left\{1-E_N^{\cdot}(t)\right\}\right]^{1/2} \qquad (3.4.12)$$

いま，先行バースト信号（I）の存在しない場合を考えよう。式（3.4.11）で$\alpha=0$と置けば，次式が得られる。

$$\overline{N_C(t)} = B_{\rm rms} \cdot \left[\frac{\left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3\right)E_N^{\cdot}(t)+\frac{1.5}{\rho_r^3}T_4}{\left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3\right)E_N(t)+\frac{1.5}{\rho_r^3}T_4} \right]^{1/2}$$

$$\cdot\sqrt{1-\tilde{r}_{yy}^{2}(t)}\cdot \mathrm{erfc}\sqrt{\tilde{\rho}_0(t)} \qquad (3.4.13)$$

ここに，$\tilde{\rho}_0(t)$は式（3.3.1）に示される通りであり，また$\tilde{r}_{yy}(t)$は

$$\tilde{r}_{yy}(t)=\frac{1}{2\pi B_{\rm rms}B_0}\int_0^t h(v)h'(v)\,dv \cdot \left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3\right)$$

$$\cdot\left/\left\{\left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3\right)E_N(t)+\frac{1.5}{\rho_r^3}T_4\right\}\right.^{1/2}$$

$$\cdot\left\{\left(1+\frac{4.5}{\rho_r}T_2+\frac{6}{\rho_r^2}T_3\right)E_N^{\cdot}(t)+\frac{1.5}{\rho_r^3}T_4\right\}^{1/2} \qquad (3.4.14)$$

である。

次に定常状態について考える。式（3.4.11）（又は式（3.4.7））で$t\to\infty$と置くと，次式が得られる。

$$\overline{N_C(t\to\infty)} = B_{\rm rms}\cdot \mathrm{erfc}\sqrt{\rho_{0,\infty}} \qquad (3.4.15)$$

ここに，$\rho_{0,\infty}$は式（2.3.15）に示される通りである。式（3.4.15）はRiceの定常状態におけるクリック発生確率を与える式（2.3.20）と一致することがわかる[9]。

3.5 過渡応答の評価

3.5.1 符号誤り率による再生搬送波位相の確率密度関数の評価

ここでは，再生搬送波位相の確率密度関数の過渡応答を符号誤り率の過渡応答特性によって評価する。図3.4は式（2.4.12）の $p_{CR}(\phi)$ に式（3.3.8）の $p'_{CR}(\phi \mid t)$ を代入することによって計算した結果であり，種々の狭帯域フィルタ F_{nar} の構成に対するCPSK

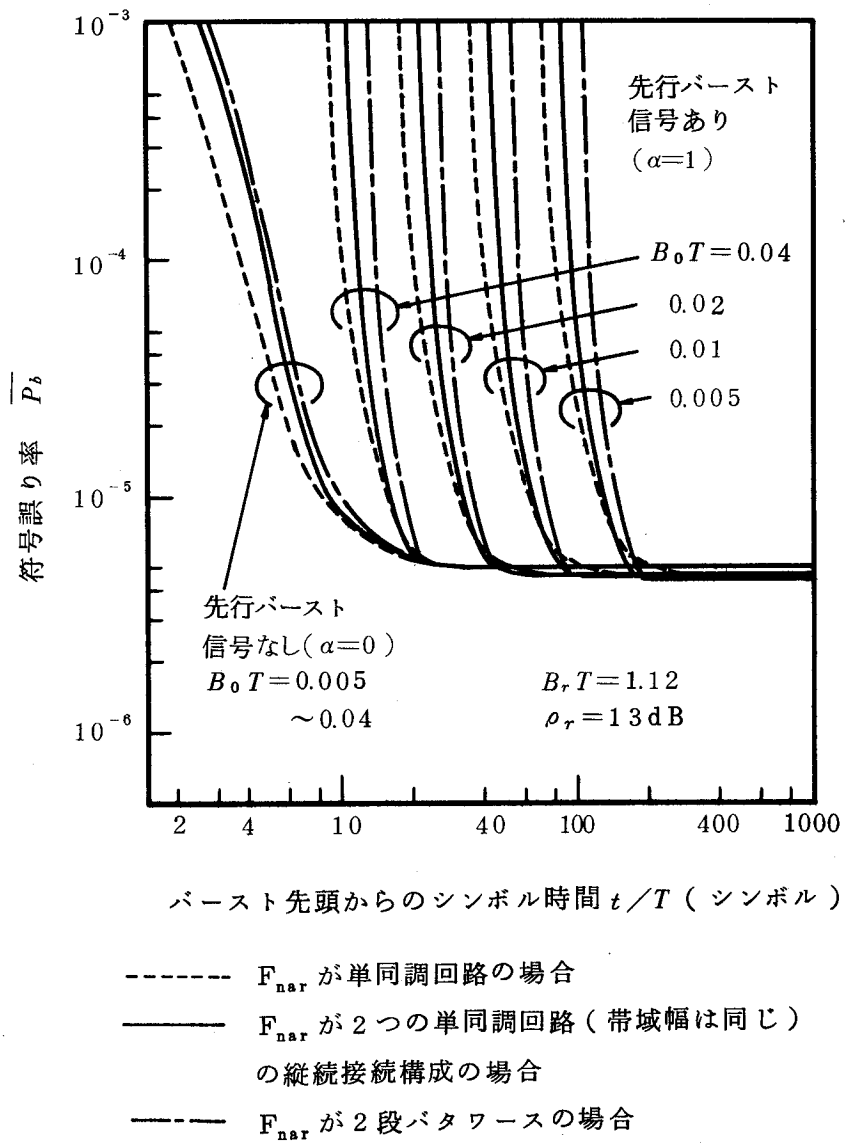


図3.4 種々の狭帯域フィルタ F_{nar} の構成に対するCPSK伝送の符号誤り率の過渡応答

伝送の符号誤り率の過渡応答の理論値を与える。図から，単同調回路や，２つの単同調回路を縦続に接続した回路の収束速度は，２段バタワース回路の収束速度よりも速く，振幅スカート特性の緩やかなフィルタ構成ほど速く収束する傾向のあることがわかる。このことは，狭帯域フィルタ F_{nar} の構成を定める上で，第２章のサイクルスリップの場合と相反する関係にあり，両者を考慮すると，フィルタの構成には２つの単同調回路の縦続接続構成がよいと思われる。また，先行バースト信号のある場合，バースト先頭部では，狭帯域フィルタ F_{nar} の帯域幅 B_0 が小さいほど，再生搬送波の位相ジッタの大きさは大きく，従って符号誤り率は悪い。またそれらの収束速度は遅い。これに対し，先行バースト信号のない場合，バースト先頭部では，B_0 の大きさにかかわらず，位相ジッタの大きさはほとんど同じで，従って符号誤り率の大きさはほとんど同じである。またそれらの収束速度もほとんど同じである。

図3.5には，DCPSK伝送の符号誤り率の過渡応答の理論値と実験値の比較を行う。理論値は，式（ 2.4.14 ）の $p_{CR}(\phi)$ に式（ 3.3.8 ）の $p'_{CR}(\phi|t)$ を代入することによって計算したものである。先行バースト信号（I）の存在しない場合（ $\alpha=0$ ）と，先行バースト信号（I）が着目バースト信号（S）の直前に同一の振幅値（ $\alpha=1$ ）で存在する場合とについて，理論値と実験値との比較を行い，いずれの場合も理論値と実験値とは概ね一致する結果を得た。

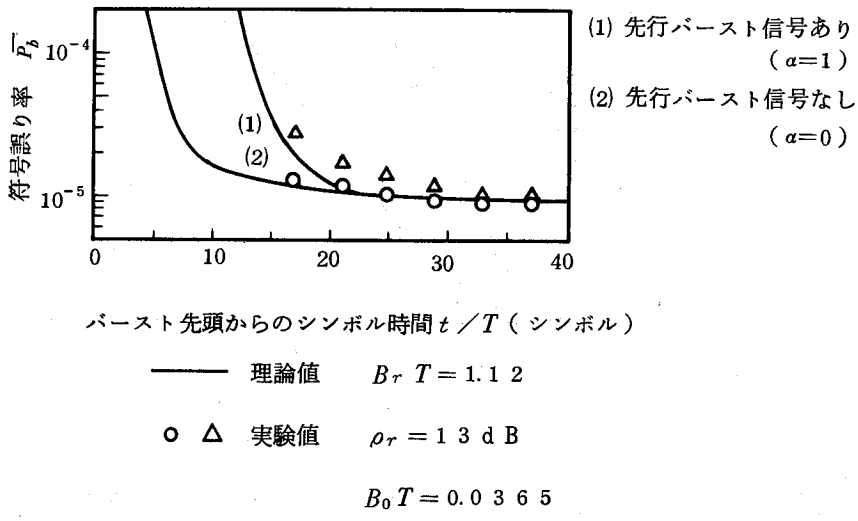


図 3.5　DCPSK伝送の符号誤り率の過渡応答の理論値と実験値の比較；F_{nar} は２つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタで，２つの単同調回路の帯域幅の比は $\beta=0.433$

3.5.2　サイクルスリップ発生確率の評価

図3.6に，狭帯域フィルタF_{nar}の構成が，2つの単同調回路（帯域幅は等しい）の縦続接続構成である場合の，正規化信号振幅応答の二乗$E_C^2(t)$，正規化雑音電力応答$E_N(t)$，及び正規化微分雑音電力応答$E_N^{\cdot}(t)$をそれぞれ式（3.2.4），（3.2.24），（3.2.27）を用いて計算した結果を示す。

図3.7に，4逓倍回路がメモリのない$|\cdot|^4$素子で構成されている場合の，再生搬送波のサイクルスリップ発生確率の過渡応答を，式（3.4.11）を用いて計算した結果を示す。逓倍入力の着目バースト信号（S），及びその直前にある先行バースト信号（I）は共に無変調の正弦波で，両信号の搬送波周波数は等しく，位相差はランダムで一様分布するものと仮定する。バースト先頭部ではサイクルスリップは非常に頻繁に発生することがわかる。先行バースト信号のある場合，バースト先頭部では，狭帯域フィルタF_{nar}の帯域幅B_0が小さいほど，サイクルスリップの発生確率は大きく，またその収束速度は遅い。これに対し，先行バースト信号のない場合，バースト先頭部ではB_0の大きさにかかわらず，サイクルスリップの発生確率はほとんど同じで，またその収束速度もほとんど同じである。

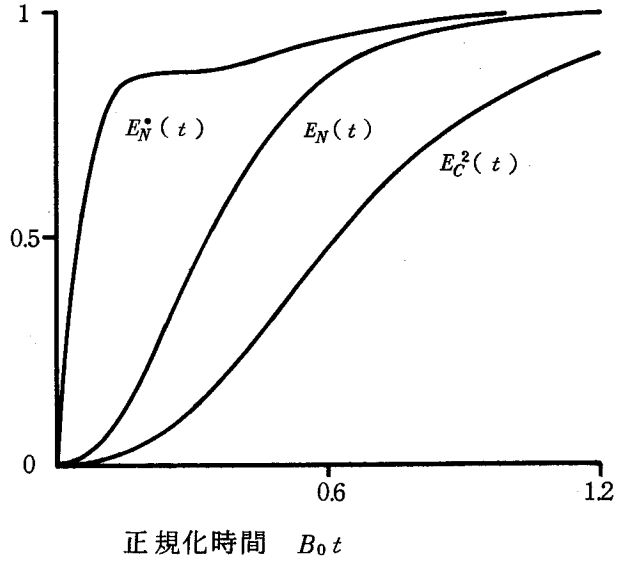


図3.6　狭帯域フィルタF_{nar}出力における正規化信号振幅応答の二乗$E_C^2(t)$，正規化雑音及び微分雑音電力応答$E_N(t)$及び$E_N^{\cdot}(t)$の計算結果；F_{nar}は2つの単同調回路の縦続接続回路で構成され，2つの単同調回路の帯域幅は等しいと仮定

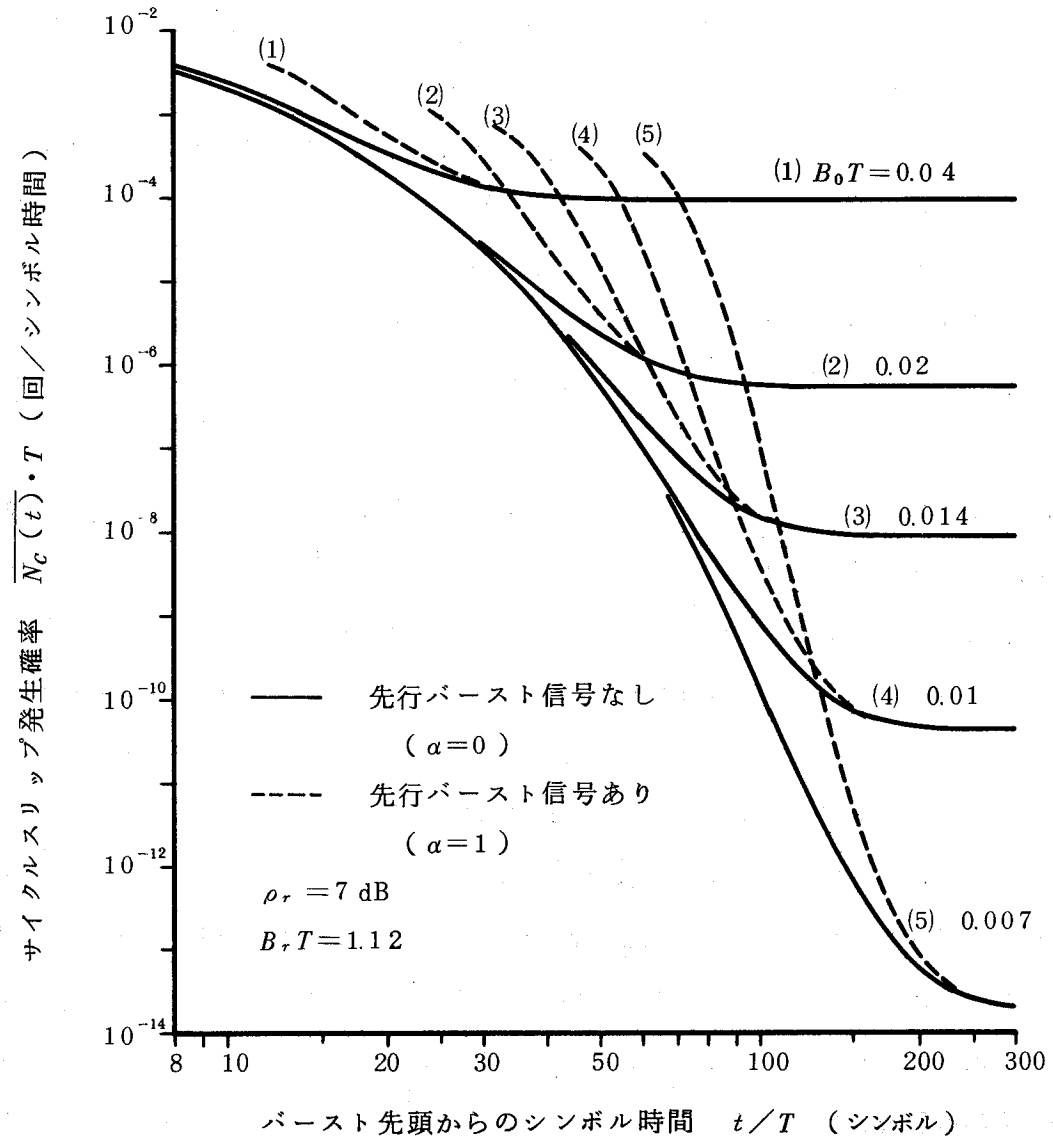


図 3.7　4逓倍回路がメモリのない $|\cdot|^4$ 素子で構成されている場合のサイクルスリップ発生確率の過渡応答の計算結果；逓倍入力信号は無変調信号を仮定；F_{nar} は2つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタで，2つの単同調回路の帯域幅は等しいと仮定

3.6 結　言

着目バースト信号（S），先行バースト信号（I），プラス定常雑音（N）を受信したときの，搬送波再生系を中心とした考察を行った。すなわち，

1）狭帯域フィルタF_{nar}出力の信号振幅，雑音電力，及び微分雑音電力の過渡応答，

2）再生搬送波位相の確率密度関数の過渡応答，

3）符号誤り率の過渡応答，

4）再生搬送波のサイクルスリップ発生確率の過渡応答，

を理論的に明らかにした。また，符号誤り率の過渡応答については，実験を行って理論と比較した。

過渡応答の収束性については，狭帯域フィルタF_{nar}の特性に依存し，同じ雑音帯域幅でも振幅スカート特性の緩やかなほど速く収束する傾向のあることを示した。またこのことは，狭帯域フィルタF_{nar}の構成を定める上で，第2章のサイクルスリップ発生確率の場合と相反する関係にあり，両者を考慮すると狭帯域フィルタF_{nar}の構成には，2つの単同調回路の縦続接続構成がよいと思われることを示した。

サイクルスリップ発生確率については，既にRiceが定常解として，

“ $B_{rms} \times \mathrm{erfc}\sqrt{\text{狭帯域フィルタ}F_{nar}\text{出力CN比}}$ ”を与えているが，一方，本章で得られた過渡解では，単に上式の“CN比”を“バースト伝送に対する過渡的CN比”に置き換えるだけでは不十分で，この置換以外に，“B_{rms}”を“$E_N(t)$と$\dot{E_N}(t)$を含む時間関数”で置き換える必要のあることを示した。本章で導出したサイクルスリップ発生確率の過渡応答の理論式を数値計算したところ，先行バースト信号（I）が着目バースト信号（S）の直前にある場合，バーストの先頭部では非常に頻繁にサイクルスリップが発生することが明らかになった。

第４章　再生搬送波の位相ジッタ及びサイクルスリップ現象とそれらのユニークワード・ミス検出に及ぼす影響

4.1　序　　言

TDMA通信においては，PSK変調信号はバースト伝送されるが，この種の伝送方式ではバースト同期や再生搬送波の位相不確定除去を行うことは大切な問題で，これらはユニークワード（UW：Unique Word）の検出を通して行われる。この検出は一般には，復調系にあるUW検出器にあらかじめ格納されているUWパターンと受信データとの相関をとることによって行われる。UWの検出特性は無線回線の状態に依存するものであり，この検出特性を評価することは大切なことである。このことは，TDMA方式[3]において，しばしばUWミス検出確率の回線状態に対する目標値や，それの測定手法が仕様として定められていることをみてもわかる。ところで，W・Schrempp，T・Sekimoto[30]は既に，符号誤り率（BER）とUWミス検出確率との関係を次式で表現した。

$$\text{UWミス検出確率}=\sum_{i=\varepsilon+1}^{2M}\binom{2M}{i}BER^{i}\cdot\{1-BER\}^{2M-i} \qquad (4.1.1)$$

$2M$：UWのビット数（M：UW長（単位：シンボル））

ε：許容誤りビット数

この式は表現が極めて簡単であり，再生搬送波の位相雑音が少なく無視できる限り，有用で実用的な式である。この式によると，“UW長を長くすると（UWを構成するビット数を多くすると），UWミス検出確率は際限なく良好にできる”ことが示唆されている。再生搬送波のサイクルスリップがUWミス検出に及ぼす影響については，これまで定量的な検討はなされていない。

ところで，最近筆者がUWのミス検出動作について理論的及び実験的に検討したところ，再生搬送波に位相ジッタやサイクルスリップが存在する場合，これらがUWミス検出に多大の影響を及ぼすことを発見した。すなわち，UW長を長くすれば，それに伴い始めの内はUWミス検出確率は良好になるが，UW長をある値を越えて長くしても，UWミス検出確

率は一定値に留まって，それ以上良好にはならず，UWミス検出確率はUW長の増加に対して“ボトミング効果”を呈することがわかった。

本章では以上について理論的に考察すると共に，実験を行って理論と比較する。図2.1(b)にUW検出に用いる復調系の基本構成を示す。解析は，簡単のため，定常状態で行う。図4.1に本章で考える送信信号のフレーム構成を示す。

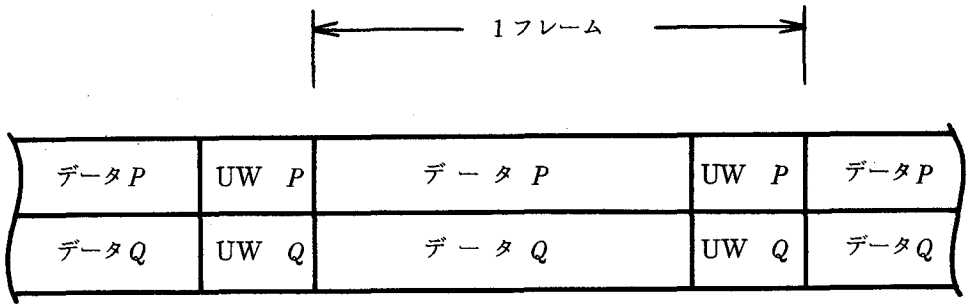


図4.1　送信信号のフレーム構成

4.2　再生搬送波の位相ジッタとそれのユニークワード・ミス検出に及ぼす影響

狭帯域フィルタ F_{nar} の出力点における信号 $s_B(t)$ 及び雑音 $n_B(t)$ をそれぞれ次式で表す。

$$s_B(t) = \cos 8\pi f_c t \tag{4.2.1}$$

$$n_B(t) = x_B(t)\cos 8\pi f_c t - y_B(t)\sin 8\pi f_c t \tag{4.2.2}$$

B_0 , $B_{rms} \ll B_r$ を仮定しているので，雑音 x_B , y_B 及びこれらの時間微分 $\dot{x}_B$, $\dot{y}_B$ は近似的にガウス性[8]であり，平均値は共に0で，分散はそれぞれ[15]，

$$E[x_B^2] = E[y_B^2] = 1/2\rho_{0,\infty} \tag{4.2.3}$$

$$E[\dot{x}_B^2] = E[\dot{y}_B^2] = (2\pi B_{rms})^2/2\rho_{0,\infty} \tag{4.2.4}$$

である。ここに，$\rho_{0,\infty}$ は狭帯域フィルタ F_{nar} 出力のCN比である。

次に狭帯域フィルタ F_{nar} 出力の位相 $\phi(t)$ の動きについて考察する。一定の $\rho_{0,\infty}$ の値に対しては，B_0 が小さければ $x_B(t)$，$y_B(t)$ はゆっくり動き，B_{rms} が小さければ $\dot{x}_B(t)$，$\dot{y}_B(t)$ はゆっくり動くであろう。従って，B_0，B_{rms} が共に小さければ，$\phi(t)$，$\dot{\phi}(t)$ は共にゆっくり動くと推測される。もちろん，$\phi(t)$ の動きの大きさや滑らかさは $\rho_{0,\infty}$ の値に依存するであろう。図4.2に $\phi(t)$ の典型的な動きを描く。以下に $\phi(t)$ の動きについて解析する。

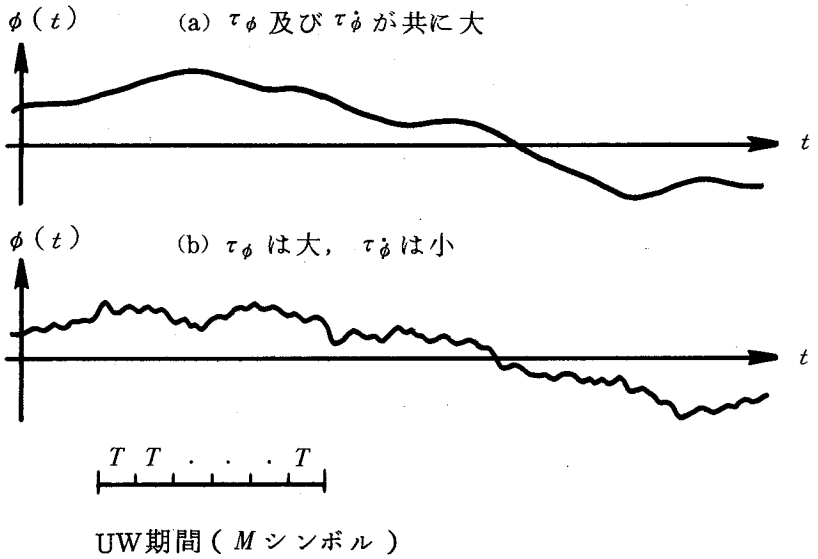


図4.2　$\phi(t)$ の典型的な動き；（a）τ_ϕ，$\tau_{\dot{\phi}}$ が共に大きい場合（$\phi(t)$ はUW期間中で滑らかに動き，その変化量は小さい），（b）τ_ϕ は大きく，$\tau_{\dot{\phi}}$ は小さい場合（$\phi(t)$ のUW期間中での動きは滑らかではないが，その変化量は小さい）

4.2.1　狭帯域フィルタ出力位相$\phi(t)$及びその時間微分$\dot{\phi}(t)$の自己相関関数

式（4.2.1），（4.2.2）から$\phi(t)$及び$\dot{\phi}(t)$はそれぞれ次式で表される。

$$\phi(t)=\tan^{-1}\frac{y_B(t)}{1+x_B(t)} \tag{4.2.5}$$

$$\dot{\phi}(t)\equiv\frac{d\phi}{dt}=\frac{\{1+x_B(t)\}\dot{y}_B(t)-\dot{x}_B(t)y_B(t)}{\{1+x_B(t)\}^2+y^2_B(t)} \tag{4.2.6}$$

従って，$\phi(t)$及び$\dot{\phi}(t)$の自己相関関数$R_\phi(\tau)$及び$R_{\dot{\phi}}(\tau)$はそれぞれ次式のように得られる。

$$R_\phi(\tau)=\mathrm{E}\left[\phi(t)\phi(t-\tau)\right]$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\!\!\int\!\!\int\!\!\int\!\!\int dx_t\,dx_{t-\tau}\,dy_t\,dy_{t-\tau}\quad\tan^{-1}\frac{y_t}{1+x_t}\tan^{-1}\frac{y_{t-\tau}}{1+x_t}$$

$$\cdot\,p(x_t,x_{t-\tau})\,p(y_t,y_{t-\tau}) \tag{4.2.7}$$

$$R_{\dot{\phi}}(\tau)=\mathrm{E}\left[\dot{\phi}(t)\dot{\phi}(t-\tau)\right]$$

$$=\frac{(2\pi B_{\mathrm{rms}})^2}{2\rho_{0,\infty}}r_1(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}\!\!\int\!\!\int\!\!\int\!\!\int dx_t\,dx_{t-\tau}\,dy_t\,dy_{t-\tau}$$

$$\cdot\frac{(1+x_t)(1+x_{t-\tau})+y_t\,y_{t-\tau}}{\{(1+x_t)^2+y_t^2\}\{(1+x_{t-\tau})^2+y_{t-\tau}^2\}}$$

$$\cdot\,p(x_t,x_{t-\tau})\,p(y_t,y_{t-\tau}) \tag{4.2.8}$$

ここに，x_t，y_t，及び$x_{t-\tau}$，$y_{t-\tau}$は，それぞれ時点t及び$t-\tau$において$x_B(t)$，$y_B(t)$がとり得る値を表す不規則変数である。また，結合確率密度関数[14]は，

$$p(x_t, x_{t-\tau}) = \frac{\rho_{0,\infty}}{\pi\sqrt{1-r_0^2}} \cdot \exp\left[\frac{-\rho_{0,\infty}}{1-r_0^2}(x_t^2 + x^2_{t-\tau} - 2r_0 x_t x_{t-\tau})\right] \tag{4.2.9}$$

$$p(y_t, y_{t-\tau}) = \frac{\rho_{0,\infty}}{\pi\sqrt{1-r_0^2}} \cdot \exp\left[\frac{-\rho_{0,\infty}}{1-r_0^2}(y_t^2 + y_{t-\tau}^2 - 2r_0 y_t y_{t-\tau})\right] \tag{4.2.10}$$

である。$r_0(\tau)$及び$r_1(\tau)$はそれぞれ$x_B(t)$，$y_B(t)$及び$\dot{x}_B(t)$，$\dot{y}_B(t)$の相関係数であり，次式で与えられる[14),(15)]。

$$r_0(\tau) = 2\rho_{0,\infty}\, \mathrm{E}[x_B(t)x_B(t-\tau)] = 2\rho_{0,\infty}\, \mathrm{E}[y_B(t)y_B(t-\tau)]$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |F(j2\pi f)|^2 e^{j2\pi f\tau} df}{\int_{-\infty}^{\infty} |F(j2\pi f)|^2 df}$$

$$= \frac{1}{B_0}\int_{-\infty}^{\infty} |F(j2\pi f)|^2 e^{j2\pi f\tau} df \tag{4.2.11}$$

$$r_1(\tau)=\frac{2\rho_{0,\infty}\,\mathrm{E}\left[\dot{x}_B(t)\dot{x}_B(t-\tau)\right]}{(2\pi B_{\mathrm{rms}})^2}=\frac{2\rho_{0,\infty}\,\mathrm{E}\left[\dot{y}_B(t)\dot{y}_B(t-\tau)\right]}{(2\pi B_{\mathrm{rms}})^2}$$

$$=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}(2\pi f)^2\left|F(j2\pi f)\right|^2 e^{j2\pi f\tau}df}{\int_{-\infty}^{\infty}(2\pi f)^2\left|F(j2\pi f)\right|^2 df}$$

$$=\frac{1}{B_0B_{\mathrm{rms}}^2}\int_{-\infty}^{\infty}f^2\left|F(j2\pi f)\right|^2 e^{j2\pi f\tau}df \qquad (4.2.12)$$

4.2.2 位相$\phi(t)$のふらつき現象

$\phi(t)$及び$\dot{\phi}(t)$の自己相関関数$R_\phi(\tau)$及び$R_{\dot{\phi}}(\tau)$の半値幅をそれぞれτ_ϕ及び$\tau_{\dot{\phi}}$とし，これらを相関時間幅と称することにする。本項ではτ_ϕや$\tau_{\dot{\phi}}$の大きさをもとに$\phi(t)$のふらつき（フラクチュエーション；fluctuation）について考察する。

1) $|\tau|<\tau_\phi/2$に対しては$R_\phi(\tau)$の値は大きく，従って時間間隔$t-\tau\sim t$の間の$\phi(t)$の変化量$\sqrt{\mathrm{E}\left[\{\phi(t-\tau)-\phi(t)\}^2\right]}$は小さい；

2) $|\tau|<\tau_{\dot{\phi}}/2$に対しては$R_{\dot{\phi}}(\tau)$の値は大きく，従って時間間隔$t-\tau\sim t$の間の$\dot{\phi}(t)$の変化量$\sqrt{\mathrm{E}\left[\{\dot{\phi}(t-\tau)-\dot{\phi}(t)\}^2\right]}$は小さい。すなわち，この期間中での$\phi(t)$の動きは滑らかである；

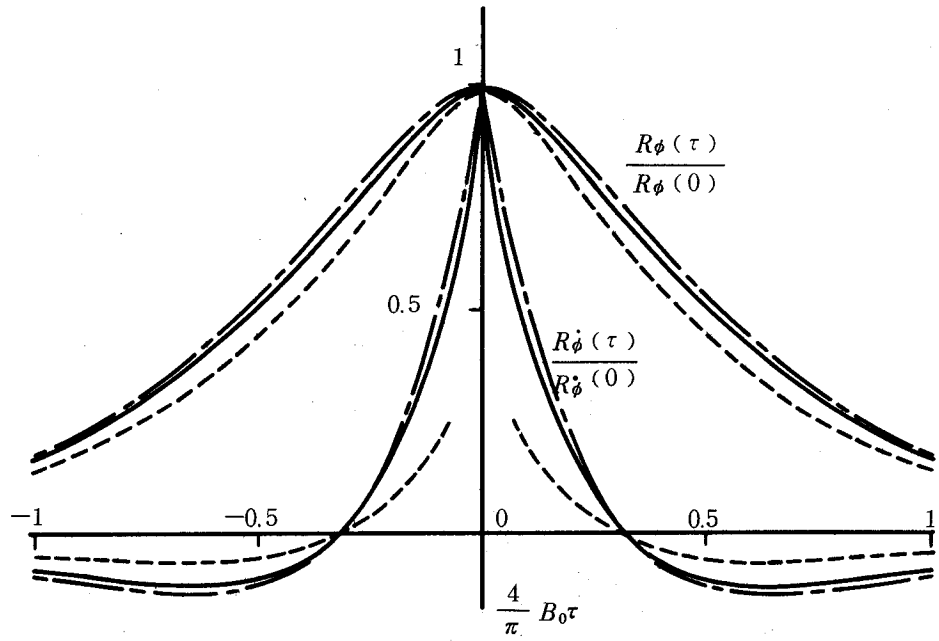
ということができよう。従って，

1) $MT<\tau_\phi$（M＝UW長（単位：シンボル）；T＝1シンボルの時間幅）の場合，UW期間中での$\phi(t)$の変化量は小さい。また，

2) $MT<\tau_{\dot{\phi}}$の場合，UW期間中での$\phi(t)$の動きは滑らかで，その変化量の推定値$\Delta\phi_e$は次式で与えられる[11]。

$$\Delta\phi_e\approx\dot{\phi}(t)\text{のrms値}\times MT$$
$$=\sqrt{R_{\dot{\phi}}(0)}\times MT\quad(\text{ラジアン}) \qquad (4.2.13)$$

図4.3に式（4.2.7）及び（4.2.8）の$R_\phi(\tau)$及び$R_{\dot{\phi}}(\tau)$の計算結果を示す。ここ



$\rho_{0,\infty}$ (dB)	曲　線	$2\rho_{0,\infty}R_\phi(0)$	$\frac{2\rho_{0,\infty}R_{\dot\phi}(0)}{(2\pi B_{rms})^2}$
5	-------	1.30	2.08
9	———	1.08	1.19
>20	—·—	1.00	1.00

図4.3　$\phi(t)$ 及び $\dot\phi(t)$ の自己相関関数 $R_\phi(\tau)$ 及び $R_{\dot\phi}(\tau)$ ；狭帯域フィルタ F_{nar} は2つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタで，2つの単同調回路の帯域幅は等しいと仮定

では狭帯域フィルタF_{nar}は，２つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタで，２つの単同調回路の帯域幅は等しいとしている。

いま一例として，狭帯域フィルタF_{nar}の帯域幅が$B_0 T = 0.01$で，UW長が$M = 10$シンボルの場合について$\phi(t)$の動きを考察しよう。

1） $\rho_{0,\infty} = 5$dBの場合，図4.3から$(4/\pi) B_0 \tau_\phi = 0.89$（例えば，$B_0 T = 0.01$に対しては$\tau_\phi / T = 69.9$シンボル）で，$\tau_{\dot{\phi}} < MT \ll \tau_\phi$である。このことからUW期間中での$\phi(t)$は，図4.2（b）のように，その変化量は小さいが，滑らかには動かないと推測される。

2） $\rho_{0,\infty} = 9$dBの場合，同図から$(4/\pi) B_0 \tau_\phi = 1.03$，$(4/\pi) B_0 \tau_{\dot{\phi}} = 0.14$（例えば，$B_0 T = 0.01$に対しては$\tau_\phi / T = 80.9$シンボル，$\tau_{\dot{\phi}} / T = 11.0$シンボル）で，$MT < \tau_{\dot{\phi}} \ll \tau_\phi$である。このことから，UW期間中での$\phi(t)$は，図4.2（a）のように，その変化量は小さく，動きは滑らかで，変化量の推定値は，式（4.2.13）から$\Delta\phi_e \approx 6.3°$（すなわち，４分周後の再生搬送波の位相の変化量は，約1.6°）である。

図4.4に，式（4.2.7）を用いて計算した，狭帯域フィルタF_{nar}出力CN比$\rho_{0,\infty}$に対する相関時間幅τ_ϕ / T特性を示す。$\rho_{0,\infty} < 8$dBでτ_ϕ / Tは急速に減少しているが，狭帯域フィルタF_{nar}の出力CN比は通常$\rho_{0,\infty} > 3$dBであり，またその帯域幅は$B_0 T < 0.02$（例えば，シンボルレート$1/T = 60$MHzに対して$B_0 < 1.2$MHz）に選ばれることから，$\tau_\phi / T > 30$シンボルは保持される。UW長Mは通常10～30シンボルで構成されることを考慮すると，$MT < \tau_\phi$となり，再生搬送波位相はUW期間中ではほとんど変化せず，この期間中の変化量は0とみなすことができる。

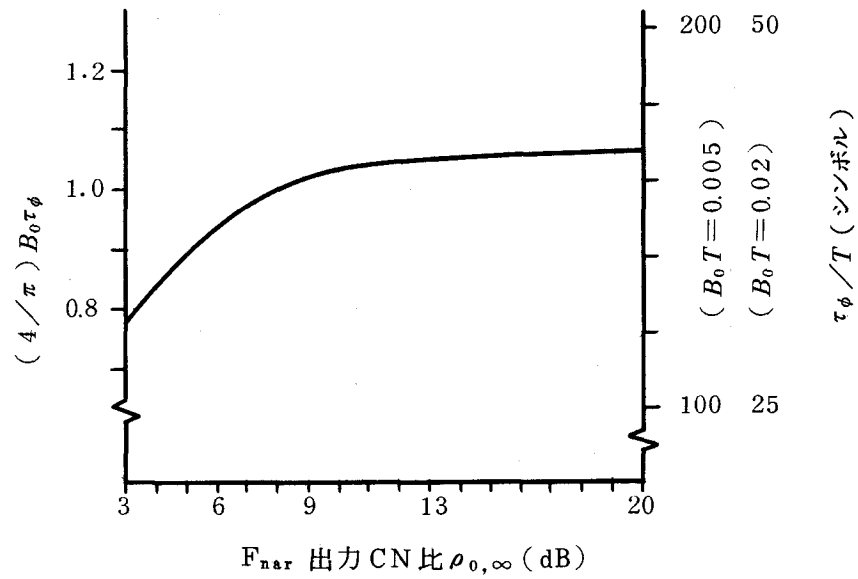


図 4.4　相関時間幅 τ_ϕ/T 対狭帯域フィルタ F_{nar} 出力CN比 $\rho_{0,\infty}$ 特性；F_{nar}は２つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタで，２つの単同調回路の帯域幅は等しいと仮定

4.2.3　ユニークワード・ミス検出確率

総計Mシンボル（すなわち２Mビット）で構成されるUWのシンボルのうち，i_1，i_2，及びi_3シンボルがそれぞれ状態１，２，及び３で誤って検出され，（$M-i_1-i_2-i_3$）シンボルが状態０で正しく検出される場合を考える（“状態”は図2.5に定義した通り）。この場合，誤って検出されるビットの総数は（$i_1+2i_2+i_3$）ビットである。このような誤り形態が発生する確率は，再生搬送波の位相誤差がΦのとき，式（2.4.6）～（2.4.9）を用いて，

$$q_1^{i_1}(\Phi)\, q_2^{i_2}(\Phi)\, q_3^{i_3}(\Phi)\, q_0(\Phi)^{M-i_1-i_2-i_3}$$

と表すことができ，その組合せ総数は，

$$\binom{M}{i_1}\binom{M-i_1}{i_2}\binom{M-i_1-i_2}{i_3}$$

と表すことができる。従って，再生搬送波の位相誤差がϕのときのCPSK伝送のUWミス検出確率は次のように表現できる。

$$P_C(\phi)=\sum_{\substack{i_1=0\\(i_1+2i_2+i_3\geqq\varepsilon+1)}}^{M}\sum_{i_2=0}^{M-i_1}\sum_{i_3=0}^{M-i_1-i_2}\binom{M}{i_1}\binom{M-i_1}{i_2}\binom{M-i_1-i_2}{i_3}$$

$$\cdot\, q_1{}^{i_1}(\phi)\,q_2{}^{i_2}(\phi)\,q_3{}^{i_3}(\phi)\,q_0(\phi)^{M-i_1-i_2-i_3} \qquad (4.2.14)$$

ここにεは許容誤りビット数である。ところで4.2.2の考察から，UW期間中では再生搬送波の位相はほとんど変化せず，準静的とみなすことができる。従って，UWミス検出確率の平均は次のように表現できる。

$$\overline{P_C}=\mathrm{E}\left[P_C(\phi)\right]=\int_{-\pi/4}^{\pi/4}P_C(\phi)\,p_{CR}(\phi)\,d\phi \qquad (4.2.15)$$

ここに$p_{CR}(\phi)$は式（2.3.19）に示す通りである。

さて，特別な場合として位相ジッタのない場合（つまり$B_0\rightarrow 0$とすることによって常に$\phi=0$とする場合）を考えよう。式（2.4.10），（2.4.11）で$\phi=0$と置くと，符号誤り率$\tilde{q}$は，

$$\tilde{q}=q_P(0)=q_Q(0)$$

となり，式（2.4.6）～（2.4.9）から，シンボル検出確率$q_m(0)$，$m=0$，1，2，3，は，

$$q_1(0)=q_3(0)=\tilde{q}(1-\tilde{q})$$
$$q_2(0)=\tilde{q}^2$$
$$q_0(0)=(1-\tilde{q})^2$$

となる。従って，式（4.2.14）において

$$q_1{}^{i_1}(0)\,q_2{}^{i_2}(0)\,q_3{}^{i_3}(0)\,q_0(0)^{M-i_1-i_2-i_3}=\tilde{q}^{i}(1-\tilde{q})^{2M-i}$$
$$(i=i_1+2i_2+i_3)$$

が得られる。これは，総計$2M$ビットのUWのビットのうち，iビットが誤って検出され，$(2M-i)$ビットが正しく検出される確率を意味している。これの組合せ総数は，

$$\binom{2M}{i} \quad \left\{ = \sum_{i_1+i_2+i_3 \leq M} \binom{M}{i_1} \binom{M-i_1}{i_2} \binom{M-i_1-i_2}{i_3} \quad ; \quad i_1+2i_2+i_3 = i \right\}$$

であり，またこの場合のΦの確率密度関数$p_{CR}(\Phi)$は

$$p_{CR}(\Phi) = \delta(\Phi)$$

である。以上からUWミス検出確率は

$$\sum_{i=\varepsilon+1}^{2M} \binom{2M}{i} \tilde{q}^{\,i} (1-\tilde{q})^{2M-i}$$

となり，Schrempp，Sekimoto[30]の結果と一致する。

次に，DCPSK伝送の場合のUWミス検出確率について考察する。DCPSK伝送では，P（又はQ）チャンネルの第m番目のビットが誤って検出されれば，Q（又はP）チャンネルの第$(m+1)$番目のビットも同時に誤る。つまり，一方のチャンネルにビット誤りが発生すれば，それに伴って他方のチャンネルにもビット誤りが発生することになるから，UWミス検出確率を考える場合，PとQの両チャンネルのビットではなく，P又はQのいずれか一方のチャンネルのビットのみに着目すればよい。従って，再生搬送波の位相誤差がΦのときの，DCPSK伝送のUWミス検出確率は次のように表現できる。

$$P_{DC}(\Phi) = \sum_{i=\text{整数}(\varepsilon/2)+1}^{M} \binom{M}{i} q_{DC}{}^{i}(\Phi, \Phi) \cdot \{1 - q_{DC}(\Phi, \Phi)\}^{M-i} \qquad (4.2.16)$$

従って，UWミス検出確率の平均は次のように表現できる。

$$\overline{P_{DC}} = \mathrm{E}\,[\,P_{DC}(\Phi)\,] = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} P_{DC}(\Phi)\, p_{CR}(\Phi)\, d\Phi \qquad (4.2.17)$$

4.3 再生搬送波のサイクルスリップ現象とそれのユニークワード・ミス検出に及ぼす影響

ここでは，再生搬送波のサイクルスリップ現象の観点から，これのUWミス検出に及ぼす影響について考察する。まずサイクルスリップの時間幅を考える。サイクルスリップの現象は本質的にFMクリックと同じである。Bozzoni ら[69]はクリックの時間幅の平均値を次のように与えている。

$$\overline{\tau} = (1.27 - 0.615 \log \rho_{0,\infty}) / 2\pi B_{\mathrm{rms}} \qquad (4.3.1)$$

Raina1[70]はこれとは別にクリックの時間幅の最確値を次のように与えている。

$$\tau_0 = \sqrt{(2/\rho_{0,\infty})} / \pi B_{\mathrm{rms}} \qquad (4.3.2)$$

式（4.3.1）と式（4.3.2）とは異なった関数で表現されているが，一般に $B_{\mathrm{rms}} T \ll 1$ であることを考えると，$\overline{\tau}/T$ 及び τ_0/T は共に少なくとも数シンボルの長さを有する。図4.5に両式を用いて計算した $\overline{\tau}/T$ 及び τ_0/T の大きさの一例を示す。サイクルスリップ期間中では再生搬送波の位相は $\pm\pi/4$ 付近にあるため，受信シンボルは誤って検出される傾向にある。ところでUW長は通常10～30シンボルに選ばれ，許容誤りビット数 ε は4～10ビットに選ばれる。以上から，CPSK伝送，DCPSK伝送ともに，UWを受信中にサイクルスリップが発生すれば，UWミス検出が発生すると考えられる。従って，**サイクルスリップの観点からみたUWミス検出確率は**，Riceのクリック発生確率[9]を直接適用することによって，概ね次のように表現できる。

$$P_{CS} \sim MT B_{\mathrm{rms}} \cdot \mathrm{erfc}\sqrt{\rho_{0,\infty}} \qquad (4.3.3)$$

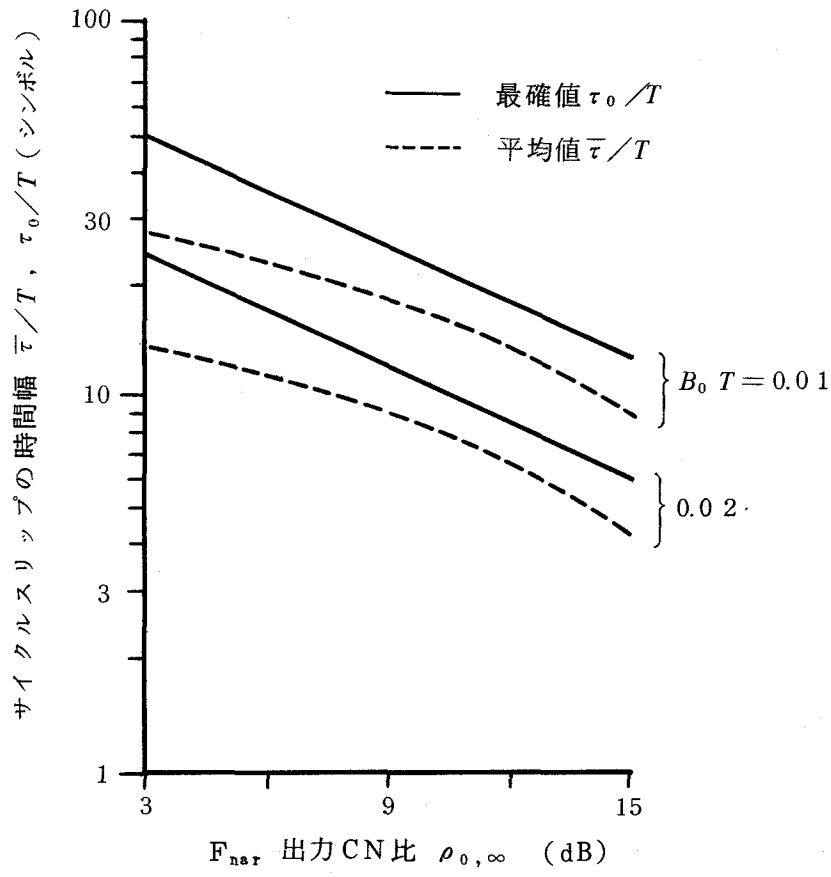


図 4.5　サイクルスリップの時間幅の平均値$\overline{\tau}$及び最確値τ_0 ； F_{nar} は２つの単同調回路（帯域幅は同じ）の縦続接続構成によるフィルタを仮定

4.4　数値計算と実験

図 4.6，図 4.7 (a)，(b)，図 4.8，及び図 4.10 にUWミス検出確率$\overline{P_C}$，$\overline{P_{DC}}$，及びP_{CS}を，それぞれ式（4.2.15），（4.2.17），及び（4.3.3）を用いて計算した結果を示す。計算において狭帯域フィルタF_{nar}は，２つの単同調回路の縦続接続構成とし，２つの単同調回路の帯域幅は等しいとした。

図4.6はUWミス検出確率の受信CN比 ρ_r に対する特性を示す。計算に際し，

1） UWには2相PSK変調がよく用いられること[3]，及び

2） 2相PSK変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の実験結果は，第2章で述べたように，無変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の理論値や実験値に近似的によく一致すること，

を考慮に入れて，無変調信号プラスガウス雑音の4逓倍の入出力CN比特性を与える式（2.3.15）を用いた。

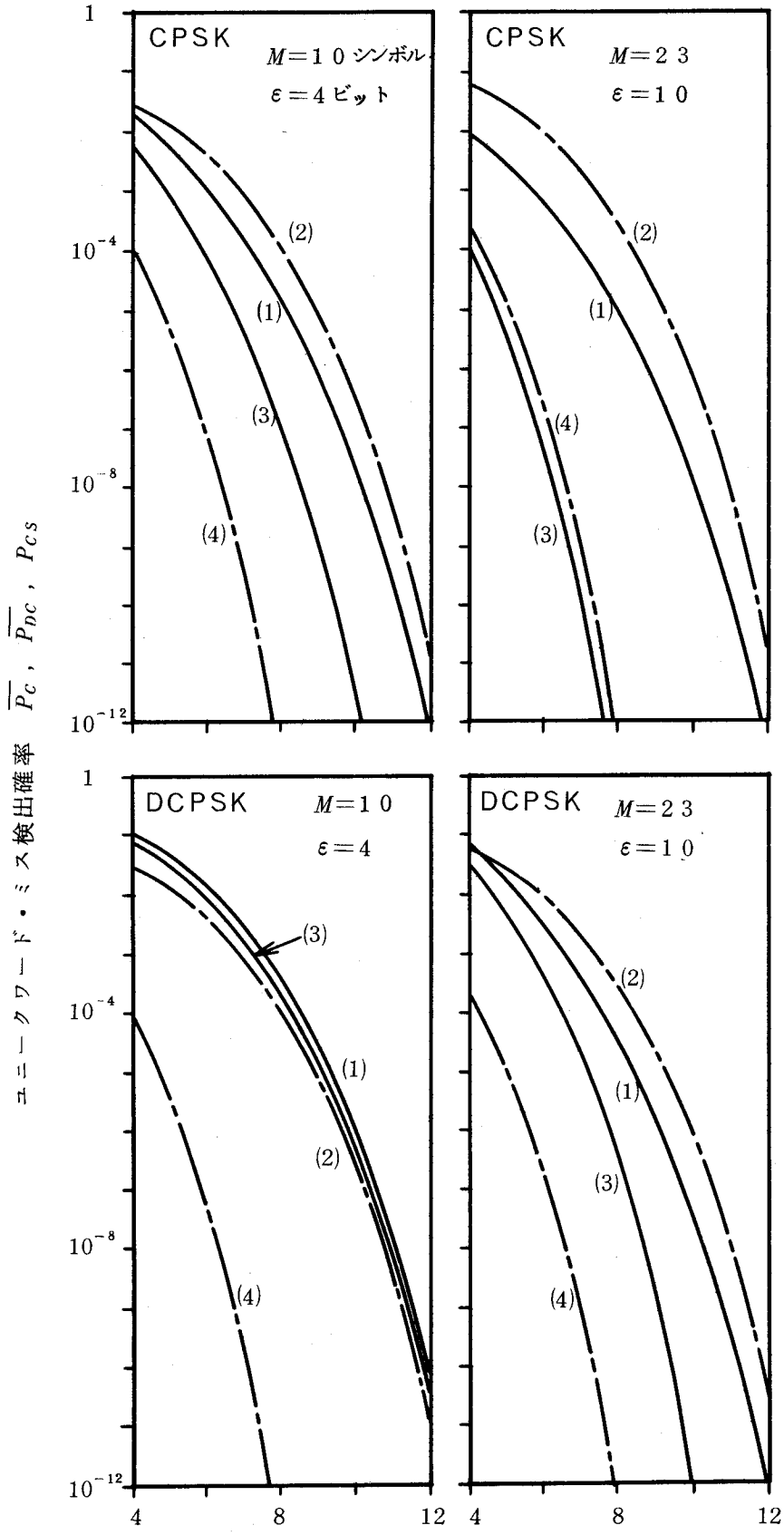
図4.7(a)及び(b)に再生搬送波の位相ジッタの大きさ ϕ_{rms} に対するCPSK伝送及びDCPSK伝送のUWミス検出確率特性を示す。位相ジッタの大きさ ϕ_{rms} は次式によって定義される。

$$\phi_{rms} = \left\{ E\left[\phi^2 \right] \right\}^{1/2} = \left\{ \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \phi^2 p_{CR}(\phi)\, d\phi \right\}^{1/2} \tag{4.4.1}$$

ここに，$p_{CR}(\phi)$ は式（2.3.19）に示される通りである。図から，$\phi_{rms} \gtrsim 1.5 \sim 3°$ でUWミス検出確率は急激に劣化することがわかる。また，UW長Mが大きいほど，ϕ_{rms} の大きさに対して敏感な特性を示すことがわかる。

図4.8には，受信CN比 ρ_r 及び狭帯域フィルタ F_{nar} 出力の信号電力対雑音電力スペクトル密度比 $\rho_{0,\infty} B_0 T$ を固定したときの，狭帯域フィルタ F_{nar} の帯域幅 $B_0 T$ に対するUWミス検出確率を示す。さて，図4.8に注目しよう。まず狭帯域フィルタ F_{nar} の帯域幅 $B_0 T$ が比較的狭い場合を考える。UWミス検出は主として受信UWパターンとUW検出器に格納されているUWパターンとの相関ミスによって起こる。この相関ミスによるUWミス検出確率を式（4.2.15），（4.2.17）を用いて計算した結果を実線で示す。

$B_0 T \to 0$ に対しては，式（4.2.15）及び式（4.2.17）のUWミス検出確率はSchrempp，Sekimoto[30]の検討結果から導出した値と一致する。しかしながら，TDMA通信[3]のようなバースト伝送では，通常，高速アクイジションのできる搬送波再生系が要求されるため，狭帯域フィルタ F_{nar} の帯域幅 $B_0 T$ は十分には狭くできないことがしばしばある。このような場合（$B_0 T$ が十分には狭くない場合），再生搬送波に付随する位相雑音は無視できなくなる。つまり位相ジッタやサイクルスリップなどの位相のふらつき（フラクチュエーション）が発生することになり，これがUW検出における相関特性に悪影響を及



B_rT＝1.12

B_0T＝0.04の場合：

(1) $\overline{P_C}$ 又は $\overline{P_{DC}}$

(2) P_{CS}

B_0T＝0.01の場合：

(3) $\overline{P_C}$ 又は $\overline{P_{DC}}$

(4) P_{CS}

図4.6　受信ＣＮ比ρ_rに対するＵＷミス検出確率特性；F_{nar} は２つの単同調回路（帯域幅は同じ）の縦続接続構成によるフィルタを仮定

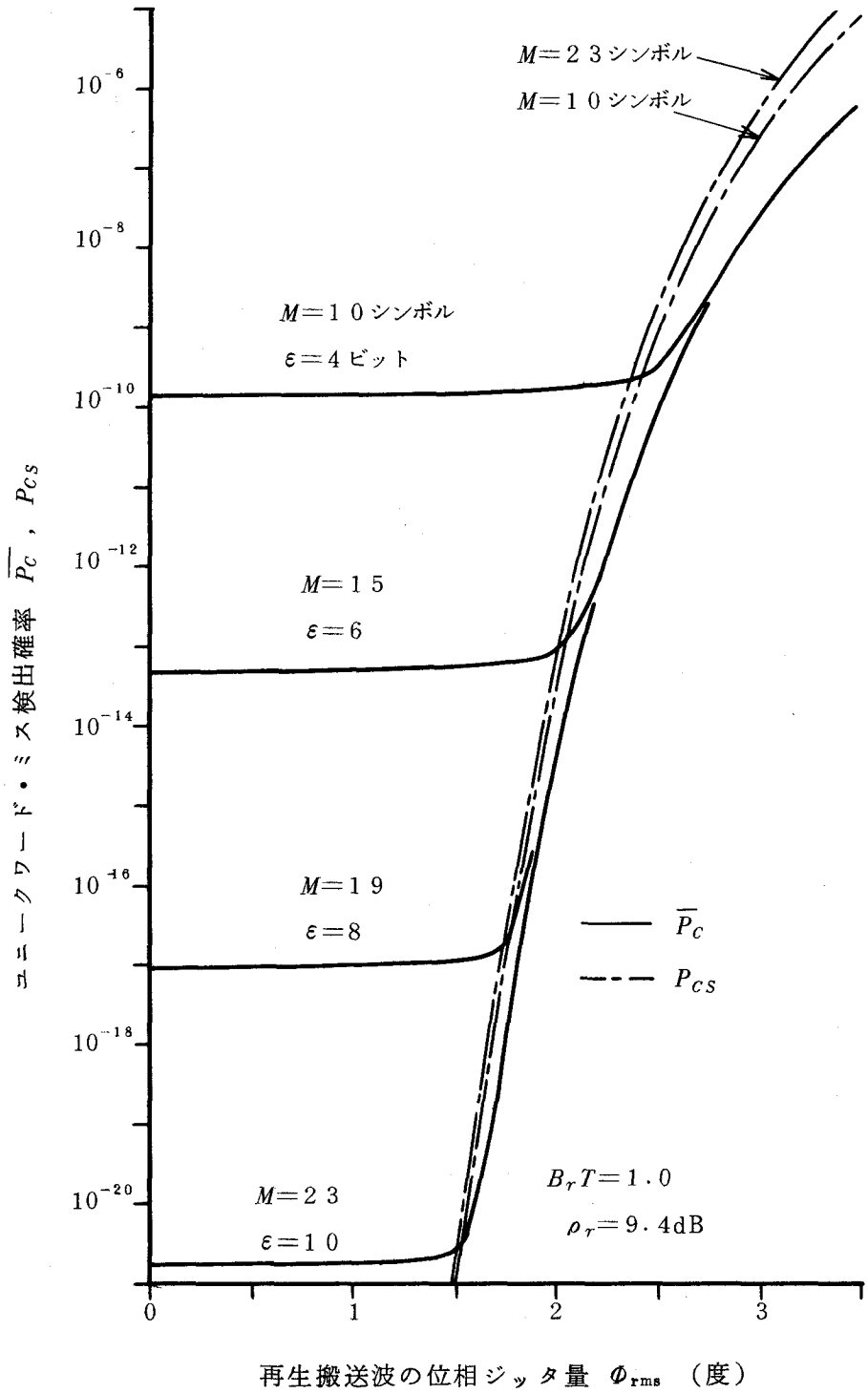


図 4.7 (a)　再生搬送波の位相ジッタ量 ϕ_{rms} に対するＣＰＳＫ伝送のＵＷミス検出確率特性

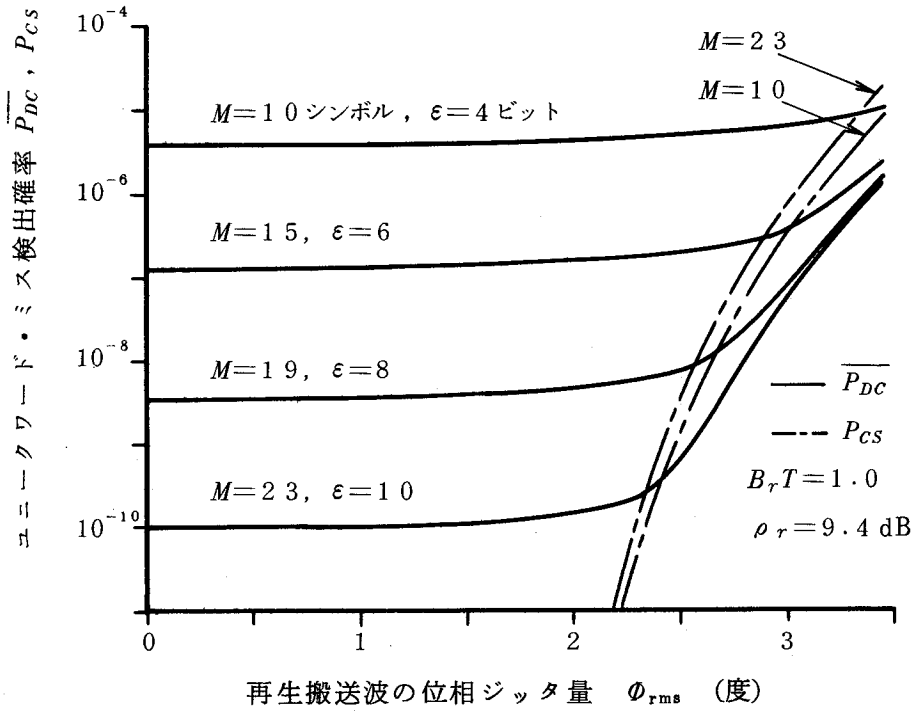
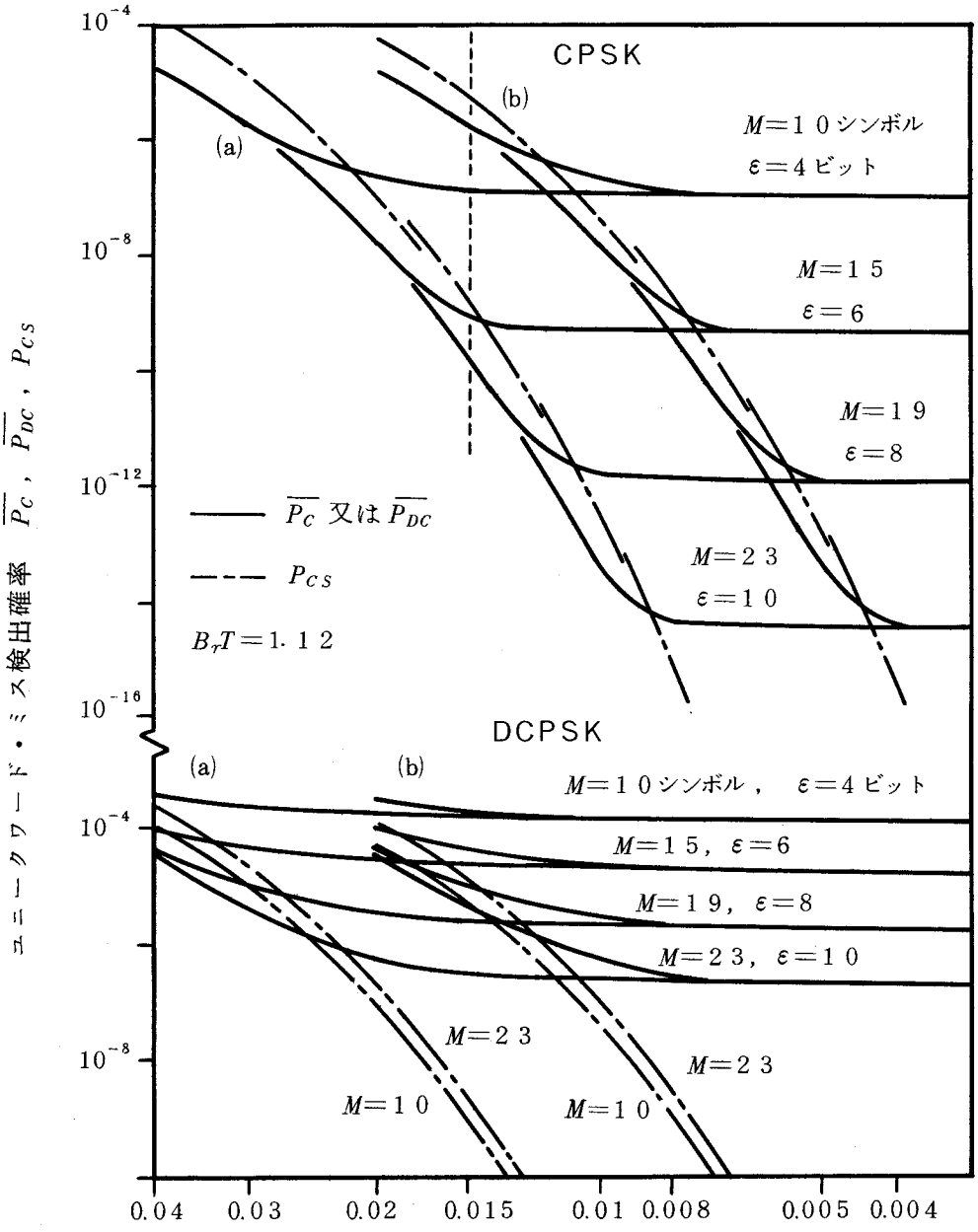


図 4.7 (b)　再生搬送波の位相ジッタ量 ϕ_{rms} に対するＤＣＰＳＫ伝送のＵＷミス検出確率特性



$$\rho_r = 8\ \mathrm{dB},\quad \rho_{0,\infty} = \begin{cases} \text{(a)} & -6.17-10\log B_0T\ (\mathrm{dB}) \\ \text{(b)} & -9.17-10\log B_0T\ (\mathrm{dB}) \end{cases}$$

図 4.8　狭帯域フィルタ F_{nar} の雑音帯域幅 B_0T に対するUWミス検出確率特性；F_{nar} は２つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタで，２つの単同調回路の帯域幅は等しいと仮定

ぼし，UWミス検出確率は著しく劣化する。例えば，$B_0T=0.015$で，$\rho_{0,\infty}=$CPSK伝送のケース(a)を考えよう。UWミス検出確率$\overline{P_C}$は，UW長$M\lesssim 15$シンボルでは，Mの増加に対し$\overline{P_C}$は改善されていく。しかし，$M\gtrsim 19$シンボルでは，Mを増加しても$\overline{P_C}$は一定値（$\sim 10^{-10}$）に留まって，それ以上良好にはならない。この現象を**ボトミング効果**（bottoming effect）と称することにする。

図4.9はUW長Mに対するUWミス検出確率を示す。従来の理論[30]では，Mの増加に対しUW長は際限なく良好になるのに対し，本章で述べた理論ではボトミング効果の存在することがわかる。

本章でのP_{CS}の計算には，狭帯域フィルタF_{nar}の構成は，2つの単同調回路の縦続接続回路を仮定したが，これ以外のフィルタ構成に対しても，B_{rms}が定義可能（すなわち，$|f|\to\infty$に対する$f\cdot|F(j2\pi f)|$の減衰特性が$1/f$より遅くはないこと）である限り，P_{CS}の値は上記のフィルタ構成の場合とあまり変わらない。$|f|\to\infty$に対する$f\cdot|F(j2\pi f)|$の減衰特性は方形フィルタが最も速く，2つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタが最も緩やかな一つである。表2.1から，方形フィルタのB_{rms}の値は$B_0/2\sqrt{3}$に等しく，これと同じ雑音帯域幅を有する，2つの単同調回路（帯域幅は同じ）の縦続接続構成によるフィルタのB_{rms}の値は$2B_0/\pi$に等しい。これらの値の比は0.453であり，従って狭帯域フィルタF_{nar}に方形フィルタを用いれば，P_{CS}の値は図4.6，図4.7(a)，(b)，図4.8，及び図4.10に示した値（一点鎖線）より45.3％小さいにすぎない。

図4.10には，図4.8と同様に，狭帯域フィルタF_{nar}の帯域幅B_0Tに対するUWミス検出確率特性を示す。ここでは，UW長Mを23シンボルに固定し，許容誤りビット数は$\varepsilon=4$，6，8，及び10ビットとする。この図からもボトミング効果の存在することがわかる。

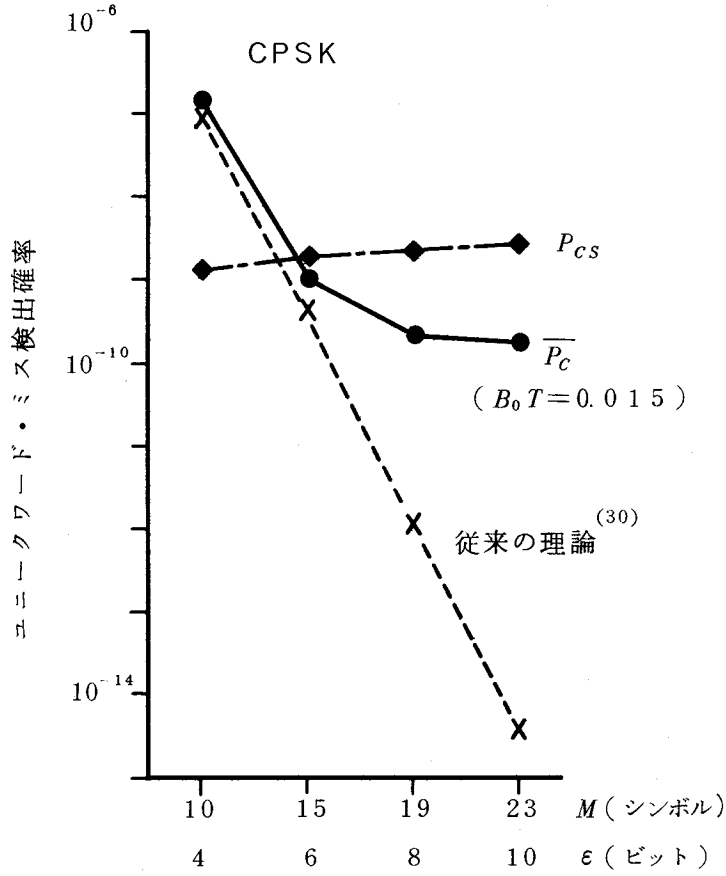
図4.11に理論値と実験値の比較を行う。ここではCPSK伝送及びDCPSK伝送のそれぞれに対して次の3つのケースを比較する。

1) $M=23$シンボル，　$\varepsilon=4$ビット；　$\beta=0.191$，　$B_0T=0.0194$

2) $M=10$シンボル，　$\varepsilon=4$ビット；　$\beta=0.433$，　$B_0T=0.0365$

3) $M=10$シンボル，　$\varepsilon=0$ビット；　$\beta=0.433$，　$B_0T=0.0365$

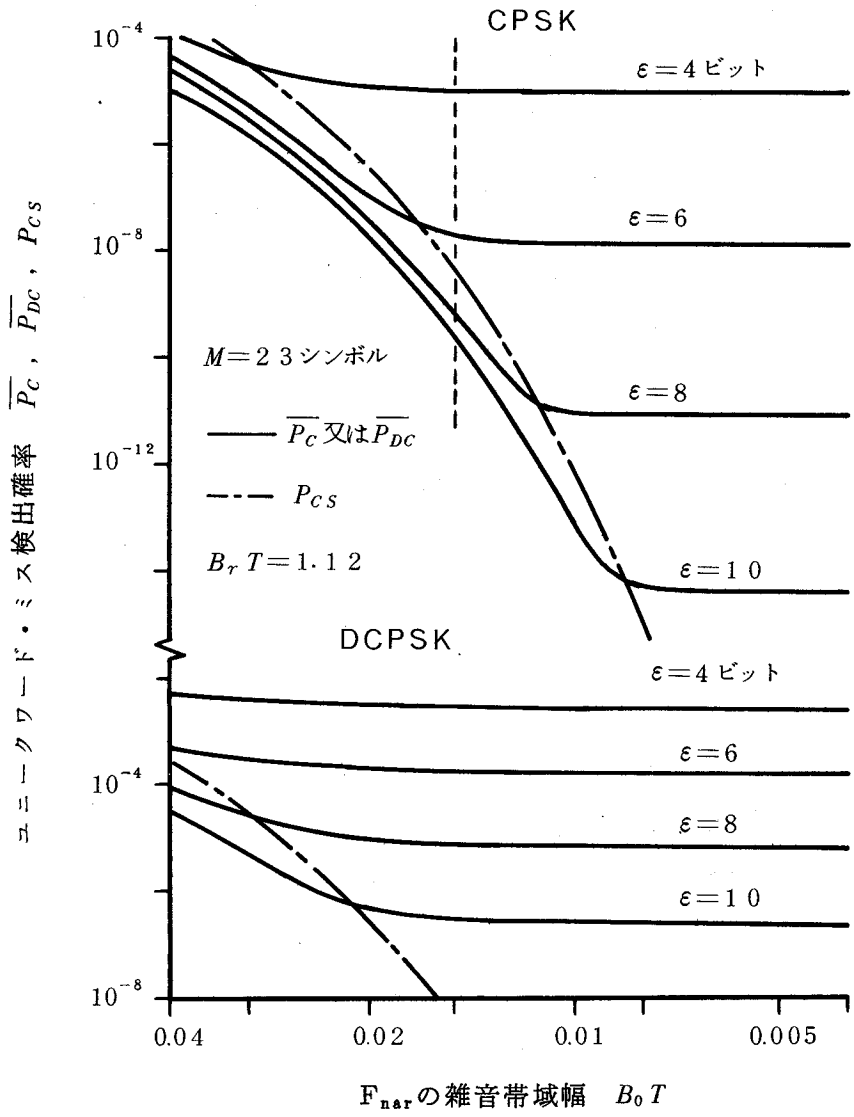
ここに狭帯域フィルタF_{nar}は，2つの単同調回路の縦続接続による構成とし，βは2つの



M：ユニークワード長

ε：許容誤りビット数

図 4.9　UW長Mに対するUWミス検出確率の大きさ



ρ_r＝8 dB，　$\rho_{0,\infty}$＝－6.17－10 log $B_0 T$ （dB）

図4.10　狭帯域フィルタ F_{nar} の雑音帯域幅 $B_0 T$ に対するUWミス検出確率特性；F_{nar} は2つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタで，2つの単同調回路の帯域幅は等しいと仮定

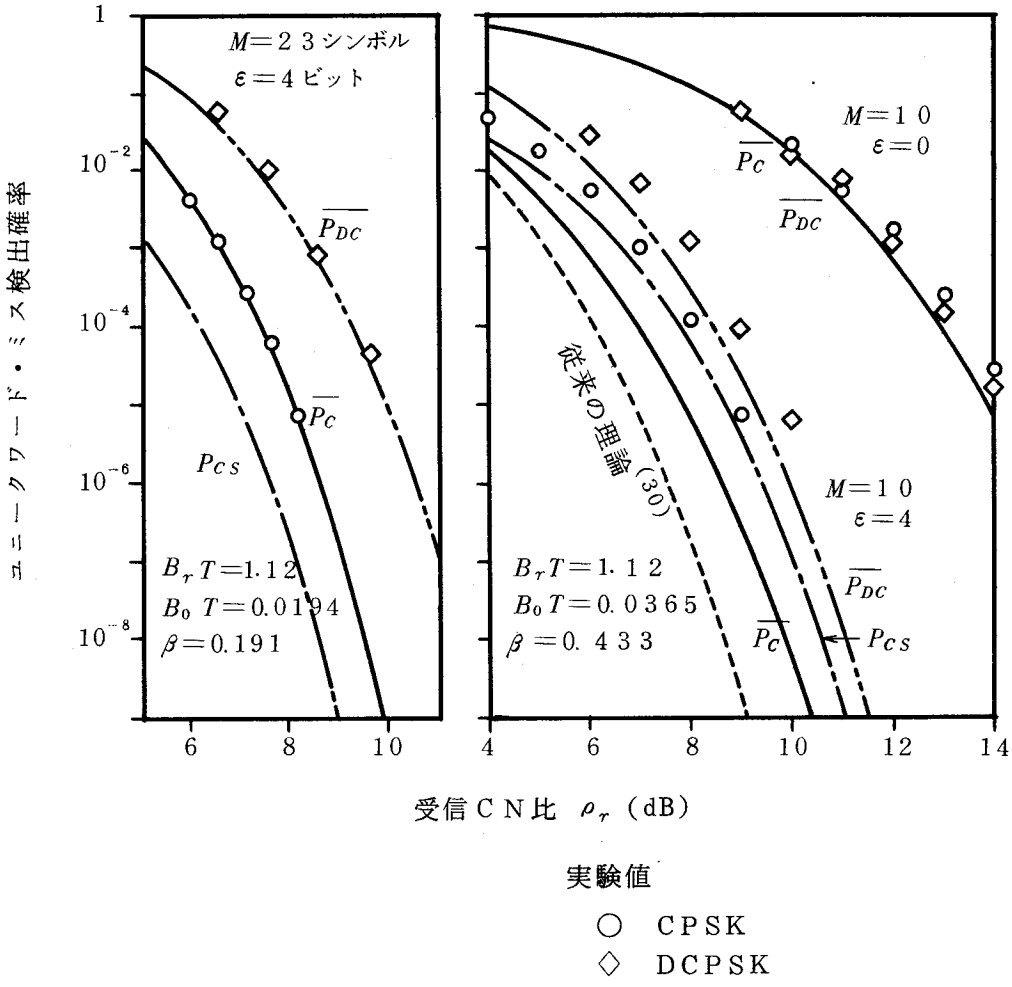


図 4.11　UWミス検出確率の理論値と実験値の比較；狭帯域フィルタ F_{nar} は2つの単同調回路の縦続接続構成によるフィルタで，2つの単同調回路の帯域幅は等しいと仮定

単同調回路の帯域幅の比である。CPSK伝送のケース(2)からわかるように，実験値は，従来の理論[30]よりも本章で展開した理論によく一致している。

4.5 結　言

本章では，再生搬送波の位相のふらつき現象（フラクチュエーション）について理論的に考察し，UW期間中では位相はほとんど静止しているとみなせることを示した。次に，このことを考慮に入れて，位相ジッタの影響を受けたUWミス検出確率を解析的に式で表現した。更に，再生搬送波のサイクルスリップ発生期間中の位相の動きを調べ，サイクルスリップの観点からUWミス検出について考察して，これによるUWミス検出確率を式で表現した。

上記の式を計算した結果，再生搬送波に位相ジッタやサイクルスリップの存在する場合，UWミス検出確率にボトミング効果（UW長を長くすれば，それに伴いUWミス検出確率は始めのうちは良好になるが，ある値を越えてUW長を長くしても，UWミス検出確率は一定値に留まって，それ以上良好にならないこと）の現れることが明らかになった。更に，この効果について実験を行い，理論と比較した。

第5章　4相PSK変調信号の周波数4逓倍で発生するパターン雑音

5.1　序　　言

再生搬送波に付随する雑音はこれまでに述べた回線ガウス雑音に起因する雑音のほかに，いわゆるパターン雑音†がある。これは帯域制限されたPSK変調信号が逓倍された際，信号そのものによって生ずる雑音であり，再生搬送波に伴う雑音としては，受信CN比が大きい良好な回線状態ではこのパターン雑音が支配的となる。パターン雑音の大きさやそのスペクトルの形状は，4相PSK変調信号の波形，すなわちそのスペクトルの形状や，逓倍回路の非線形素子のクラスに依存する。F. M. Gardner[54]は特定の場合についてのパターン雑音のスペクトルの形状について解析を行っているが，一般的な場合の解析は複雑で，これまでなされていない。

本章では，このパターン雑音について計算機シミュレーションを用いて考察する。図5.1に計算機シミュレーションに用いる逓倍回路の基本構成を示す。逓倍入力の4相PSK

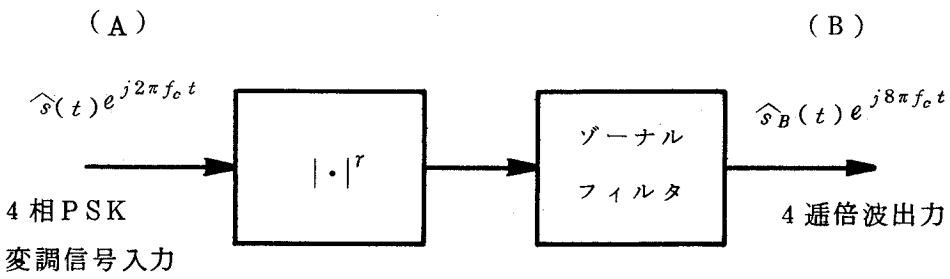


図5.1　計算機シミュレーションに用いる系の基本構成；ゾーナルフィルタは4 f_c付近の周波数成分を通過させる広帯域フィルタであり，第4章までに述べた狭帯域フィルタF_{nar}とは異なる（F_{nar}及び4分周回路はゾーナルフィルタの出力側に接続される

† pattern−noise；セルフ雑音（self−noise）ともいう。

変調信号のスペクトルの形状は全余弦ロールオフ及び平方根余弦ロールオフを仮定し，ロールオフ率rは両者とも０～１００％ を対象とする。逓倍回路の非線形素子はメモリのない$|\cdot|^r$ 素子を対象とする。rの値には解析上便利な4が仮定されることが多い。しかし実際には，逓倍回路の出力電力の飽和のため，必ずしも$r=4$は適当とはいえない。そこでここでは$r=4$のほかに，逓倍回路の出力振幅がハードリミットされた場合を考え，$r=0$についても考察の対象とする。この逓倍回路の基本構成では，非線形素子$|\cdot|^r$の出力側にゾーナルフィルタを置くことにする。このゾーナルフィルタは，$4f_c$付近の周波数成分は全て通過させ，それ以外は阻止する広帯域フィルタであり，第4章までに述べた狭帯域フィルタF_{nar}とは異なるものである。狭帯域フィルタF_{nar}は，このゾーナルフィルタの出力側に接続される。

本章でのシミュレーションでは，互いに独立な2つのランダムビット列$\{\alpha_k\}$及び$\{\beta_k\}$のサンプル数をそれぞれ２５６とし，高速フーリエ変換のサイズを４０９６×４０９６とする。

5.2 パターン雑音の計算機シミュレーション

逓倍回路入力の4相ＰＳＫ変調信号の波形の複素包絡線を

$$\hat{s}(t)=s_P(t)+js_Q(t) \tag{5.2.1}$$

と表すと，出力の波形の複素包絡線は次式で表される[10]。

$$\hat{s}_B(t)=\{s_P^2(t)+s_Q^2(t)\}^{r/2}$$

$$\cdot\exp[j4\tan^{-1}\{s_Q(t)/s_P(t)\}] \tag{5.2.2}$$

$$s_P(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha_k\, g(t-kT) \tag{5.2.3}$$

$$s_Q(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\beta_k\, g(t-kT) \tag{5.2.4}$$

ここに，$s_P(t)$及び$s_Q(t)$は互いに独立な低域の入力信号波形で，Tは1シンボルの

時間幅である。また，α_k，β_k =+1 又は－1（生起確率 1／2 ）である。$g(t)$は単一パルス波形で，そのフーリエ変換$G(f)$は$f=0$に対して対称な正の実関数であり，全余弦ロールオフ（full cosine roll-off）又は平方根余弦ロールオフ（root cosine roll-off）のスペクトル形状を呈すると仮定する。

$$G(f)=G_{\mathrm{full}}(f)=\begin{cases} T & ; \ |f|\leqq(1-r)/2T \\ 0 & ; \ |f|>(1+r)/2T \\ \dfrac{T}{2}\left\{1-\sin\dfrac{\pi(2|f|T-1)}{2r}\right\} & ; (1-r)/2T<|f|\leqq(1+r)/2T \end{cases} \tag{5.2.5}$$

$$G(f)=G_{\mathrm{root}}(f)=\sqrt{T\cdot G_{\mathrm{full}}(f)} \tag{5.2.6}$$

ここにrはロールオフ率である。

さて，出力波形の同相成分Re $\{\hat{s}_B(t)\}$及び直交成分 Im $\{\hat{s}_B(t)\}$のフーリエ変換をそれぞれ$S_i(f)$及び$S_q(f)$とすると，それぞれの電力スペクトル密度$W_i(f)$及び$W_q(f)$は次式で与えられる[12]。

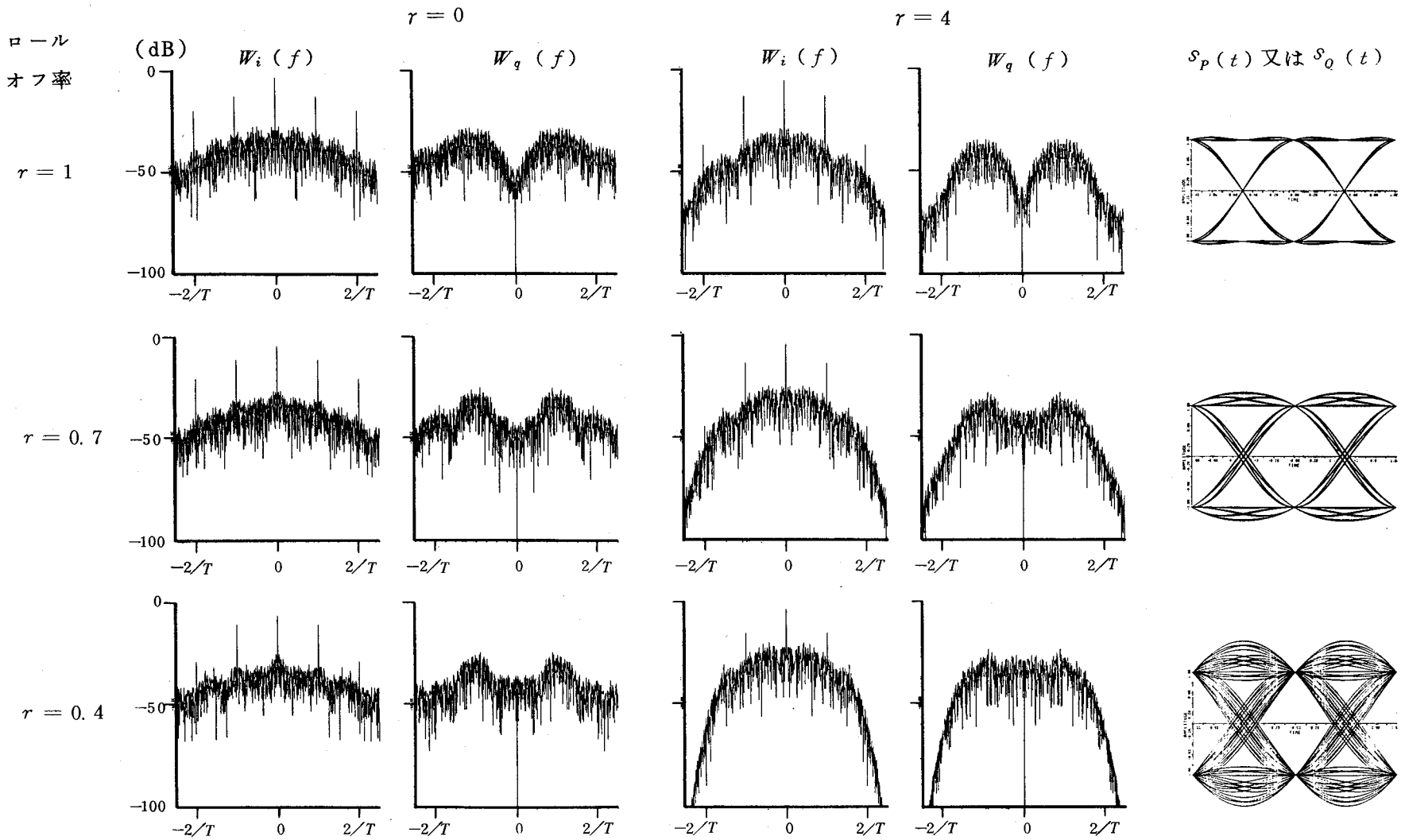
$$W_i(f)=C\cdot|S_i(f)|^2 \tag{5.2.7}$$

$$W_q(f)=C\cdot|S_q(f)|^2 \tag{5.2.8}$$

ここに，Cは，全てのkに対して$\alpha_k=\beta_k=1$のとき，$W_i(f)=1\cdot\delta(f)$となるように決定される定数である。

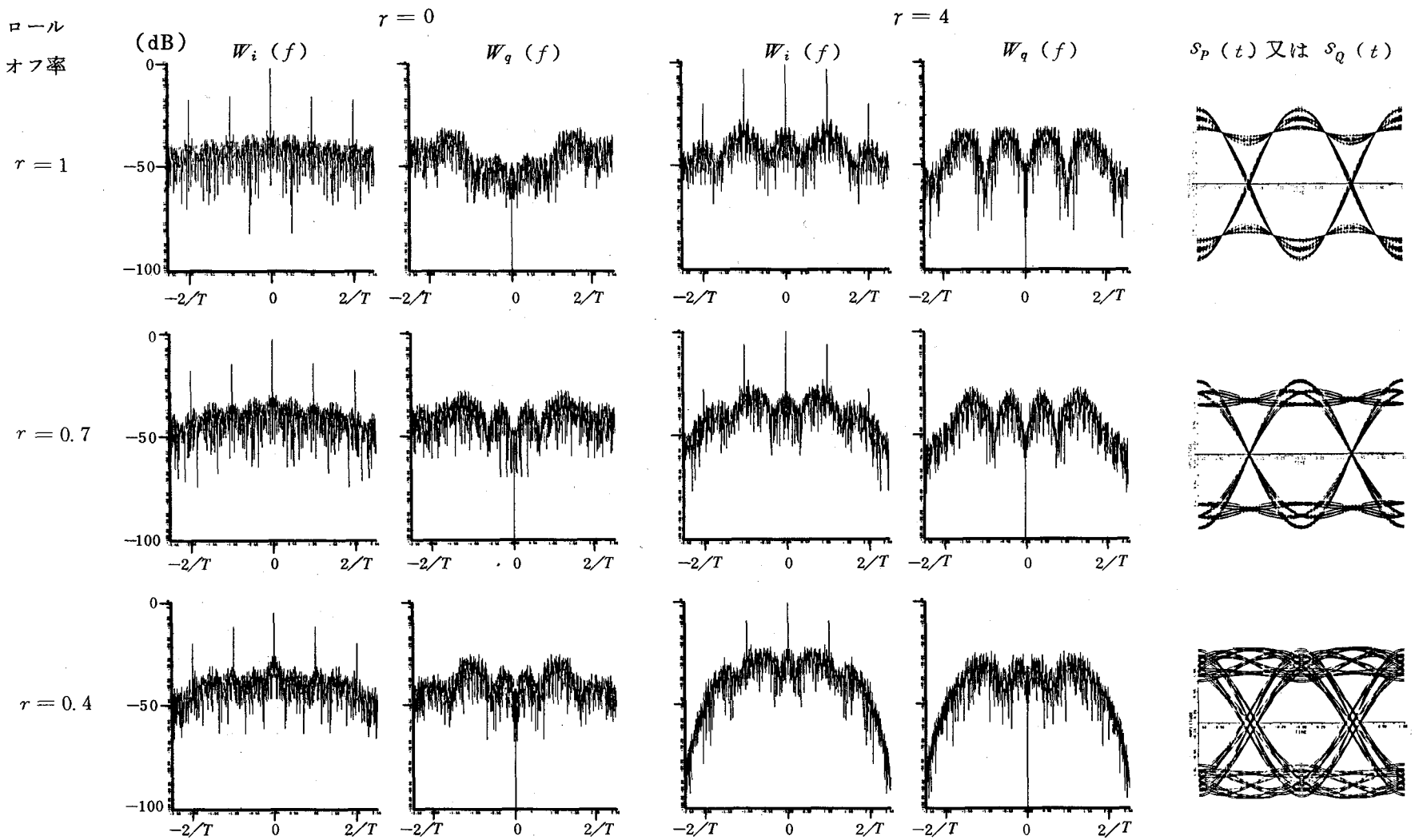
5.3 計算機シミュレーションの結果

図 5.2 (a)，(b)は逓倍回路への入力信号波形（$s_P(t)$及び$s_Q(t)$）及び出力電力スペクトル（$W_i(f)$及び$W_q(f)$）を示す。入力信号波形は図 5.1 の点Aにおいて観測し，出力電力スペクトルは同図の点Bにおいて，周波数スロット1／256T（Hz）で観測したものである。図 5.3 (a)，(b)にロールオフ率rに対する逓倍出力の搬送波信号電力（周波数$4f_c$）及び$4f_c$近傍の同相雑音及び直交雑音の電力の大きさを示す。



(a) 入力波形が全余弦ロールオフスペクトルを呈する場合

図 5.2 遅倍入力信号波形（$s_P(t)$, $s_Q(t)$）と出力電力スペクトル（同相成分$W_i(f)$, 直交成分$W_q(f)$）;
周波数スロットは1／256T(Hz)（T＝シンボル時間幅）



(b) 入力波形が平方根余弦ロールオフスペクトルを呈する場合

図 5.2（つづき）

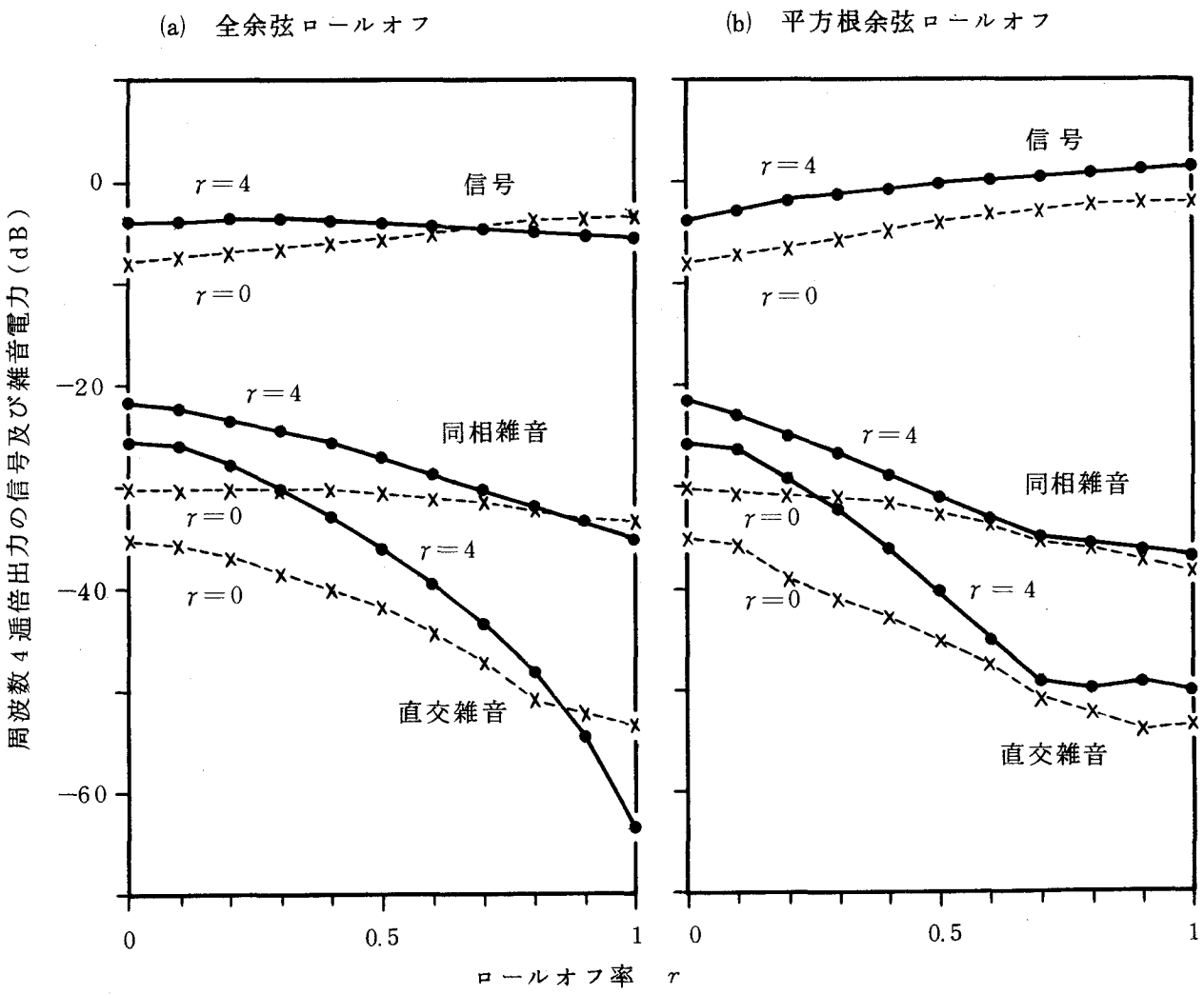


図 5.3　逓倍出力の搬送波信号電力と雑音電力；雑音電力は，$4f_c$ 近傍の雑音を周波数スロット 1／256T (Hz)（T＝シンボル時間幅）で観測したもの

以下に本章で行った計算機シミュレーションで明らかになったことを整理する。

(1) パターン雑音のスペクトルは非線形素子のクラスが$r=4$の場合よりも$r=0$の場合の方が拡散する。

(2) ロールオフ率γの値や，非線形素子のクラスrの値や，4相PSK変調信号のスペクトルの形状（全余弦ロールオフ及び平方根余弦ロールオフ）にかかわらず，パターン雑音の電力の大きさは，中心周波数$4f_c$近傍では，直交雑音の方が同相雑音よりも小さい。通常の搬送波再生系では，逓倍回路の出力側（すなわち，ゾーナルフィルタの出力側）に，狭帯域フィルタF_{nar}と振幅リミッタが縦続に接続される。F_{nar}出力点におけるCN比は一般に大きく，従って振幅リミッタの出力点では同相雑音はほとんど抑圧されることになる。このことを考慮すると，上記の結果は，パターン雑音の再生搬送波位相ジッタに及ぼす影響について過度に心配する必要のないことを示唆している。

(3) 非線形素子のクラスrの値やロールオフの形状が同じである場合，ロールオフ率γの値が大きいほど出力CN比（同相雑音，直交雑音とも）は良好である。但し，雑音は中心周波数$4f_c$近傍に着目するものとする。

(4) ロールオフ率γの値や非線形素子のクラスrの値が同じである場合，平方根余弦ロールオフのスペクトルを呈する4相PSK変調信号の4逓倍の方が，全余弦ロールオフのスペクトルを呈する4相PSK変調信号の4逓倍よりも良好な出力CN比を与える傾向がある。

(5) ロールオフ率γの値が小さい場合，非線形素子のクラス$r=0$に対する雑音電力（同相雑音，直交雑音とも）の大きさは，$r=4$に対する雑音電力の大きさよりも小さい。これに対し，ロールオフ率γの値が大きい場合，両者はほとんど等しい。

(6) Gardner[54]は4相PSK変調信号が二乗余弦波形を有し，且つ非線形素子のクラスが$r=4$の場合について解析している。ところで，4相PSK変調信号がロールオフ率$\gamma=1$の全余弦ロールオフスペクトルを呈し，且つ非線形素子のクラス$r=4$の場合，入力波形（$s_P(t)$又は$s_Q(t)$）は二乗余弦波形に近い波形を呈するが，この場合，パターン雑音の電力スペクトルの形状はGardner[54]の結果とよく類似することになる。すなわち，パターン雑音の直交成分の電力スペクトルは，中心周波数$4f_c$近傍ではほとんど消失する。

5.4 結　　言

本章では，4相PSK変調信号の周波数4逓倍で発生するパターン雑音について，計算機シミュレーションを用いて考察した。4相PSK変調信号のスペクトルの形状（全余弦ロールオフ及び平方根余弦ロールオフ）やロールオフ率や逓倍素子の非線形性のクラスと，パターン雑音の電力スペクトルの形状や電力の大きさとの関係を明らかにした。

第6章　符号化8相PSK伝送系に及ぼす再生搬送波の位相誤差及び位相ジッタの影響

6.1　序　　言

たたみ込み符号で符号化されたPSK変調方式に関するこれまでの研究の多くは[18],[21],[75]，符号化されたシンボル系列の1ビットに対し信号空間上の1次元を割当てるいわゆる陪直交信号系（biorthogonal signaling）[17],[19]で，ハミング距離とユークリッド距離の二乗とは直接比例関係にあって[77]，2相及び4相PSK変調方式とよく適合する。A.S. Acampora[75]は，互いに独立な2つの1ビット情報系列の各々を別々にレート1／nで符号化し，1情報ビット当りnビットの符号化されたシンボルをインタリーブした後，各々の情報系列を互いに直交する搬送波に載せること（インタリーブ型・陪直交信号系）を条件として，符号化4相PSK伝送系における再生搬送波の位相誤差の符号誤り率に及ぼす影響を解析的に調べている。

ところが符号化2相及び4相PSK変調方式では搬送波帯域が制限された場合，情報伝送速度の低下は避けられない。そこで最近，この帯域制限の点で有利な符号化8相PSK変調方式が注目され始めた[76]~[79]。これは1つの2ビット情報系列をレート 2／3 のたたみ込み符号で符号化し，その結果得られる3ビットのシンボル系列を毎クロック2次元信号空間上に直接8相配置すること（直接位相配置型）によって誤り訂正する方式であり，1次元当り1.5ビットゆえ陪直交信号系ではなく，ハミング距離とユークリッド距離の二乗とは比例しない（非直交多値信号系†）。この方式は，1クロック当り2情報ビットを8相配置して伝送するゆえ，4相PSK変調方式と同じ情報伝送速度及び占有帯域幅を有し，また4相PSK変調方式よりも良好な符号誤り率を与える。これらの点で，符号化8相PSK変調方式はTDMA衛星通信のような狭帯域伝送に適しているといえよう。

ところでPSKモデムを設計する場合，各ユニットの性能に対し劣化配分を行うことは

---

† 直交（orthogonal），超直交（simplex），陪直交（biorthogonal）[17],[19]のいずれでもない信号系の意。

大切である。この劣化を定量的に取扱うパラメータとして，等価CN比劣化量が便利でよく用いられる[37),(51),(57)]。モデムの劣化配分を行う際，特に搬送波再生系の位相誤差や位相ジッタに対する劣化量の配分は重要である。例えば，第2章～第5章で扱ったような非符号化4相PSKモデムでは通常0.2～0.3 dBが配分されるが[(37),(51)]，これは位相ジッタの大きさに換算して3°程度に相当することが知られている。ところが符号化8相PSKモデムについては，これまでこの種の検討に関する報告は見当らない。

本章ではレート 2／3 のUngerboeckのたたみ込み符号化則を用い[(76)]，直接位相配置型で非直交多値信号系の符号化8相PSKモデムにおける再生搬送波の位相誤差や位相ジッタの符号誤り率に及ぼす影響を考察する。図6.1に系の基本構成を示す。2ビットの送信情報系列 $\{x_k\}$ はまずレート 2／3 のたたみ込み符号化器で符号化されて3ビットの送信シンボル系列 $\{y_k\}$ となり，これが直接8相配置されて8相PSK変調信号系列（すなわち遷移パス系列）$\{s_k\}$ として送出される。受信側では s_k に白色ガウス雑音 n_k が付加された系列 $\{s_k+n_k\}$ が再生搬送波の位相を基準として同期検波され，更に軟判定されて受信シンボル系列 $\{z_k\}$ を得た後，ヴィタビ復号器で最尤復号される。図6.2 (a)，(b)，(c)にそれぞれ拘束長 $\nu=2$，3，4の符号化器の構成を示す。

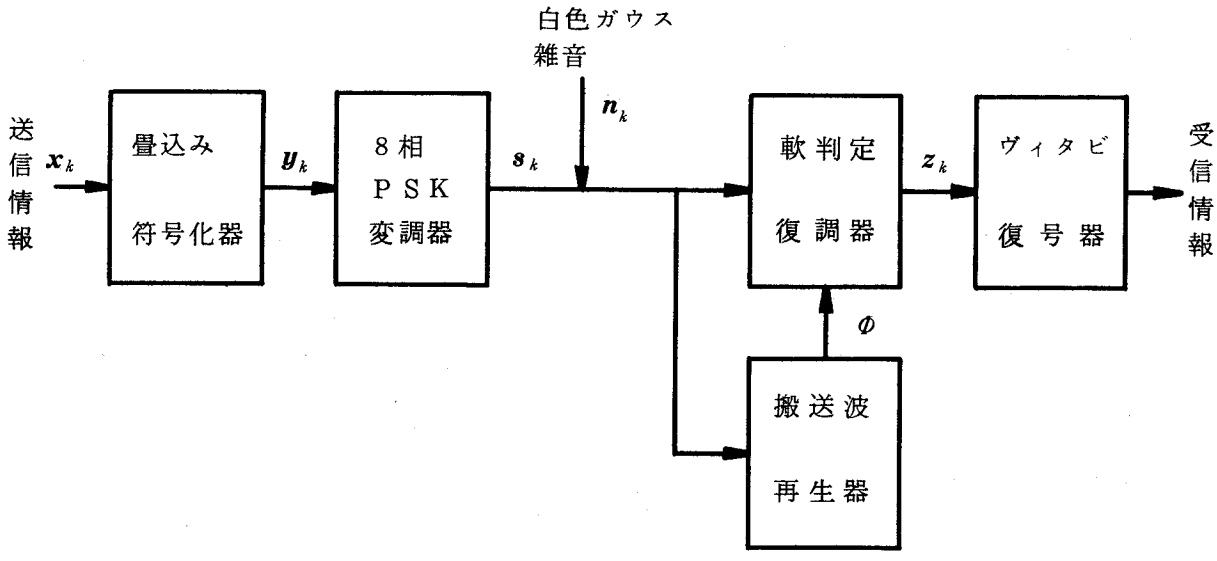
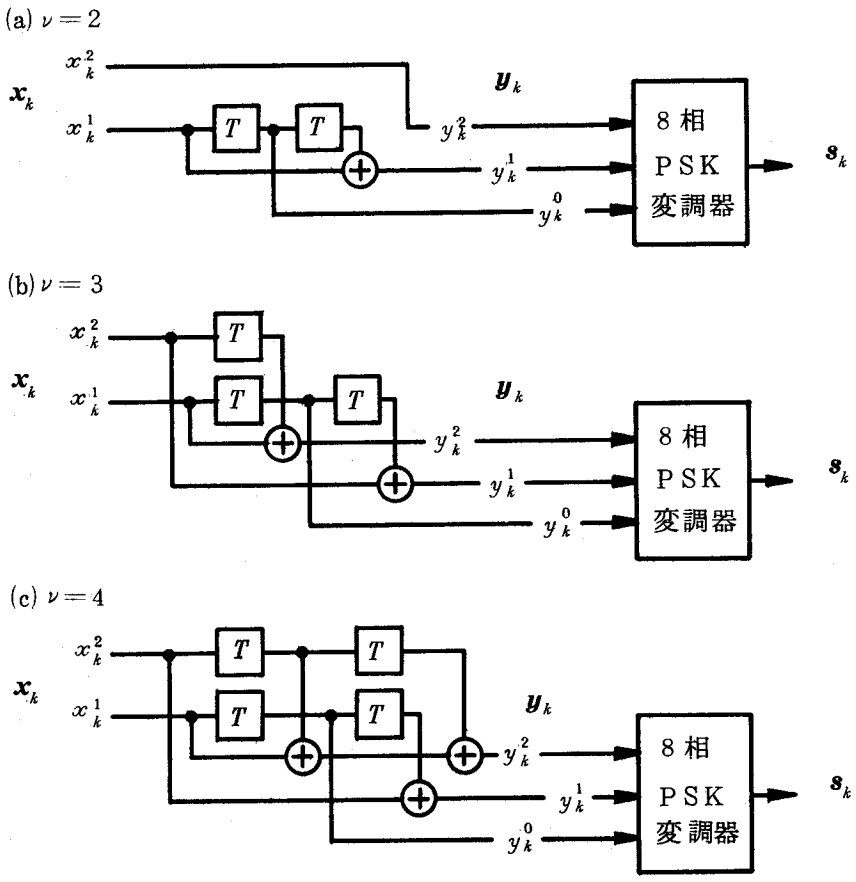


図6.1　符号化8相PSK伝送系の基本構成



T ：1クロック遅延回路（ディレー・フリップフロップ）

⊕：法2の加算回路（排他的論理和）

図6.2　レート 2／3 のUngerboeckの符号化器の構成
（文献（76）から転載）

6.2　誤り事象発生確率及び符号誤り率の解析

6.2.1　パスメトリック

8相PSK変調信号を

$$s_k = \sqrt{\mathscr{E}_s}\, e^{j\theta_k} \tag{6.2.1}$$

と表す。ここに $\mathscr{E}_s$ は1シンボル当りのエネルギー，k は離散的時間，θ_k は時刻 k における信号位相で，

$$\theta_k \in \{\pm\pi/8,\ \pm 3\pi/8,\ \pm 5\pi/8,\ \pm 7\pi/8\} = \mathscr{A} \tag{6.2.2}$$

とする。再生搬送波が位相誤差 Φ を有する場合，受信シンボル $z_k(\Phi)$ は，

$$z_k(\Phi) = (s_k + n_k)\, e^{j\Phi} \tag{6.2.3}$$

で表される。ここに n_k は $\mathrm{Re}(n_k)$ と $\mathrm{Im}(n_k)$ とが互いに独立な白色ガウス雑音とする。雑音の電力スペクトル密度を $\mathscr{N}_0$ とすると次式が成立する[18]。

$$\begin{aligned}\mathscr{N}_0/2 &= \mathrm{E}[\,|n_k|^2/2\,] \\ &= \mathrm{E}[\,\{\mathrm{Re}(n_k)\}^2\,] = \mathrm{E}[\,\{\mathrm{Im}(n_k)\}^2\,]\end{aligned} \tag{6.2.4}$$

正しい遷移パス系列 $\{s_k\}$ 及び任意の誤り遷移パス系列 $\{s'_k\}$ をそれぞれ**正しいパス** π 及び**誤りパス** π' と称することにしよう。時刻 p で π' が π から分岐し，q で再び合流する場合，π 及び π' の**パスメトリック** $\Lambda(\Phi)$ 及び $\Lambda'(\Phi)$ はそれぞれ次式で表される。

$$\Lambda(\Phi) = \sum_{k=p+1}^{q} \lambda_k(\Phi),\quad \Lambda'(\Phi) = \sum_{k=p+1}^{q} \lambda'_k(\Phi) \tag{6.2.5}$$

ここに，$\lambda_k(\Phi)$ 及び $\lambda'_k(\Phi)$ はそれぞれ時刻 k における受信シンボル $z_k(\Phi)$ と正しい遷移パス s_k との間の遷移パス長，及び $z_k(\Phi)$ と誤り遷移パス s'_k $(= \sqrt{\mathscr{E}_s}\, e^{j\theta'_k}$; $\theta'_k \in \mathscr{A})$ との間の遷移パス長であり，次式で与えられる[18]。

$$\lambda_k(\Phi)=(z_k(\Phi),\ s_k/\sqrt{\mathscr{E}_s})$$

$$=\sqrt{\mathscr{E}_s}\cos\Phi+\mathrm{Re}\{n_k\ e^{j(\Phi-\theta_k)}\} \tag{6.2.6}$$

$$\lambda_k'(\Phi)=(z_k(\Phi),\ s_k'/\sqrt{\mathscr{E}_s})$$

$$=\sqrt{\mathscr{E}_s}\cos(\tilde{\theta}_k-\Phi)+\mathrm{Re}\{n_k\ e^{j(\Phi-\theta_k')}\} \tag{6.2.7}$$

但し,

$$\tilde{\theta}_k\equiv\theta_k'-\theta_k\in\{0,\ \pm\pi/4,\ \pm\pi/2,\ \pm3\pi/4,\ \pi\}$$

であり,（・,・）は内積を表す。

6.2.2 誤り事象発生確率

$\Lambda(\Phi)-\Lambda'(\Phi)$ に着目する。式（6.2.5）～（6.2.7）から,

$$\Lambda(\Phi)-\Lambda'(\Phi)=\mu(\Phi)+\sum_{k=p+1}^{q}\mathrm{Re}\{n_k\ e^{j\Phi}(e^{-j\theta_k}-e^{-j\theta_k'})\} \tag{6.2.8}$$

を得る。ここに,

$$\mu(\Phi)\equiv\sum_{k=p+1}^{q}\sqrt{\mathscr{E}_s}\{\cos\Phi-\cos(\tilde{\theta}_k-\Phi)\} \tag{6.2.9}$$

である。いま,

$$\mathrm{E}\left[\left(\sum_{k=p+1}^{q}\mathrm{Re}\{n_k\ e^{j\Phi}\ (e^{-j\theta_k}-e^{-j\theta_k'})\}\right)^2\right]$$

$$=\mathcal{N}_0\sum_{k=p+1}^{q}(1-\cos\tilde{\theta}_k)\equiv\sigma^2 \tag{6.2.10}$$

とおくと,$\Lambda(\Phi)-\Lambda'(\Phi)$ は平均値 $\mu(\Phi)$, 分散 σ^2 のガウス分布に従う。従って,誤り事象発生確率 $P_e(\Phi)$（誤りパス π' が残存パスとして選択される確率）は次式で表現できる。

$$P_e(\Phi)=\Pr[\Lambda(\Phi)-\Lambda'(\Phi)<0\mid\Phi]$$

$$=Q\left\{\frac{\mu(\Phi)}{\sigma}\right\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\mu(\Phi)/\sigma}^{\infty}\exp(-x^2/2)\,dx \tag{6.2.11}$$

ここに，$Q(\cdot)$はガウスの積分関数である。

さて，時刻kにおける正しい遷移パスs_kと誤り遷移パスs'_kとの間のユークリッド距離を，

$$d_k \triangleq |s'_k - s_k|/\sqrt{2\mathscr{E}_s} = \sqrt{2}\,|\sin(\tilde{\theta}_k/2)| \tag{6.2.12}$$

と定義すると，これから誘導できる次式

$$1-\cos\tilde{\theta}_k = d_k^2 \tag{6.2.13}$$

$$\sin\tilde{\theta}_k = \varepsilon_k\, d_k\,\sqrt{2-d_k^2} \tag{6.2.14}$$

$$\varepsilon_k \equiv \mathrm{sgn}(\sin\tilde{\theta}_k) \tag{6.2.15}$$

を用いて，式(6.2.9)，(6.2.10)から$\mu(\Phi)/\sigma$は次のように導かれる。

$$\frac{\mu(\Phi)}{\sigma}=\sqrt{\frac{\mathscr{E}_s}{\mathscr{N}_0}}\cdot\frac{\sum_{k=p+1}^{q}\{\cos\Phi-\cos(\tilde{\theta}_k-\Phi)\}}{\sqrt{\sum_{k=p+1}^{q}(1-\cos\tilde{\theta}_k)}}$$

$$=\sqrt{\frac{\mathscr{E}_s}{\mathscr{N}_0}}\cdot\frac{\cos\Phi\sum_{k=p+1}^{q}(1-\cos\tilde{\theta}_k)-\sin\Phi\sum_{k=p+1}^{q}\sin\tilde{\theta}_k}{\sqrt{\sum_{k=p+1}^{q}(1-\cos\tilde{\theta}_k)}}$$

$$=\sqrt{\frac{\mathscr{E}_s}{\mathscr{N}_0}}\cdot\frac{\cos\Phi\sum_{k=p+1}^{q}d_k^2-\sin\Phi\sum_{k=p+1}^{q}\varepsilon_k\,d_k\sqrt{2-d_k^2}}{\sqrt{\sum_{k=p+1}^{q}d_k^2}} \tag{6.2.16}$$

時刻 $p+1 \sim q$ 期間中の誤りパス π' において，正しいパス π との間のユークリッド距離が d_{0j}，$j \in [0, 7]$，に等しい遷移パスが m_j 回ずつ現れるならば，この期間中の全ユークリッド距離 d は，

$$d^2 = \sum_{k=p+1}^{q} d_k^2 = \sum_{j=0}^{7} m_j \, d_{0j}^2 \tag{6.2.17}$$

$$d_{0j} \equiv \sqrt{2} \, | \sin(\tilde{\theta}_{0j} / 2) | \quad ; \quad \tilde{\theta}_{0j} \equiv \pi j / 4 \tag{6.2.18}$$

と表すことができる。同様に次に定義する g も，

$$g \triangleq \sum_{k=p+1}^{q} \varepsilon_k \, d_k \sqrt{2 - d_k^2} = \sum_{j=0}^{7} m_j \, g_{0j} \tag{6.2.19}$$

と表すことができる。ここに，

$$g_{0j} \equiv \tilde{\varepsilon}_{0j} \, d_{0j} \sqrt{2 - d_{0j}^2} \tag{6.2.20}$$

$$\tilde{\varepsilon}_{0j} \equiv \mathrm{sgn}(\sin \tilde{\theta}_{0j}) \tag{6.2.21}$$

である。式（6.2.17）～（6.2.21）を用いれば，式（6.2.16）は次式のように書き換えることができる（等号は $\Phi = 0$ のとき成立する）。

$$\frac{\mu(\Phi)}{\sigma} = \sqrt{\frac{\mathscr{E}_s}{\mathscr{N}_0}} \cdot \left\{ \sum_{j=0}^{7} m_j \, (d_{0j}^2 \cos^2 \Phi - 2 \, g_{0j} \cos \Phi \sin \Phi) \right.$$

$$\left. + \sin^2 \Phi \cdot \left(\sum_{j=0}^{7} m_j \, g_{0j} \right)^2 \Big/ \sum_{j=0}^{7} m_j \, d_{0j}^2 \right\}^{1/2}$$

$$\geqq \sqrt{\frac{\mathscr{E}_s}{\mathscr{N}_0} \sum_{j=0}^{7} m_j \, (d_{0j}^2 \cos^2 \Phi - 2 \, g_{0j} \cos \Phi \sin \Phi)} \tag{6.2.22}$$

式（6.2.22）を式（6.2.11）に代入し，不等式

$$Q(\sqrt{a+b}) \leqq Q(\sqrt{a})\, e^{-b/2}\ ;\quad a \geqq 0,\ b \geqq 0 \tag{6.2.23}$$

を用いれば，結局誤り事象発生確率$P_e(\Phi)$は，再生搬送波の位相誤差Φの関数として，次式で表現される。

$$P_e(\Phi) \leqq \mathscr{P}_e(\Phi) \leqq \widetilde{\mathscr{P}}_e(\Phi) \tag{6.2.24}$$

ここに$\mathscr{P}_e(\Phi)$及び$\widetilde{\mathscr{P}}_e(\Phi)$は共に$P_e(\Phi)$の上界であり，それぞれ次式で定義される。

$$\mathscr{P}_e(\Phi) \triangleq Q\left\{\sqrt{\frac{\mathscr{E}_s}{\mathscr{N}_0} d_f^2 \cos^2\Phi}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{\mathscr{E}_s}{2\mathscr{N}_0} d_f^2 \cos^2\Phi\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{\mathscr{E}_s}{2\mathscr{N}_0}\left(d^2\cos^2\Phi - 2\vartheta\cos\Phi\sin\Phi + \vartheta^2\sin^2\Phi/d^2\right)\right\} \tag{6.2.25}$$

$$\widetilde{\mathscr{P}}_e(\Phi) \triangleq Q\left\{\sqrt{\frac{\mathscr{E}_s}{\mathscr{N}_0} d_f^2 \cos^2\Phi}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{\mathscr{E}_s}{2\mathscr{N}_0} d_f^2 \cos^2\Phi\right\} \cdot \prod_{j=0}^{7} \exp\left\{-\frac{\mathscr{E}_s}{2\mathscr{N}_0} m_j\left(d_{0j}^2\cos^2\Phi - 2\vartheta_{0j}\cos\Phi\sin\Phi\right)\right\} \tag{6.2.26}$$

d_fは自由ユークリッド距離を表す。なお，$\mathscr{P}_e(\Phi)$と$\widetilde{\mathscr{P}}_e(\Phi)$との間には次に示す関係がある。

$$\mathscr{P}_e(\Phi) = \widetilde{\mathscr{P}}_e(\Phi) \cdot \exp\left\{-\frac{\mathscr{E}_s}{2\mathscr{N}_0} \cdot \frac{\vartheta^2\sin^2\Phi}{d^2}\right\} \tag{6.2.27}$$

6.2.3　生成関数と符号誤り率

遷移パスが8種類ある生成関数を次に定義する。

$$T(\boldsymbol{D},\ I) \triangleq \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{d \geqq d_f} a(\boldsymbol{m},\ i) I^i \prod_{j=0}^{7} D_j^{m_j} \tag{6.2.28}$$

$$\boldsymbol{D} \equiv (D_0,\ D_1,\ D_2,\ D_3,\ D_4,\ D_5,\ D_6,\ D_7)$$

$$\boldsymbol{m} \equiv (m_0,\ m_1,\ m_2,\ m_3,\ m_4,\ m_5,\ m_6,\ m_7)$$

ここに，$I^i \Pi_{j=0}^{7} D_j^{m_j}$ はある1つの誤りパス π' の特性 ——ユークリッド距離が d_{0j}，$j \in [0,\ 7]$，に等しい遷移パスが m_j 回ずつ現れ，且つその誤りパス π' における誤りビットの総数が i ビットに等しい —— を表す。$a(\boldsymbol{m},\ i)$ は上記の特性を有する誤りパスの総数を表す。

式（6.2.24）～（6.2.28）から符号誤り率 $P_b(\phi)$ は，再生搬送波の位相誤差 ϕ の関数として，次式のように上界される[18]。

$$P_b(\phi) \leqq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{d \geqq d_f} i\ a(\boldsymbol{m},\ i) P_e(\phi)$$

$$\leqq \frac{1}{2} Q\left\{\sqrt{\frac{2\mathscr{E}_b}{\mathscr{N}_0} d_f^2 \cos^2\phi}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{\mathscr{E}_b}{\mathscr{N}_0} d_f^2 \cos^2\phi\right\}$$

$$\cdot \left.\frac{\partial T(\boldsymbol{D},\ I)}{\partial I}\right|_{\substack{I=1 \\ D_j = \exp\left\{-\frac{\mathscr{E}_b}{\mathscr{N}_0}(d_{0j}^2 \cos^2\phi - 2\vartheta_{0j}\cos\phi\sin\phi)\right\} \\ ;\ j \in [0,\ 7]}} \tag{6.2.29}$$

ここに，$\mathscr{E}_b$（$=\mathscr{E}_s/2$）は1情報ビットのエネルギーを表す。式（6.2.29）の第2右辺は第1右辺の $P_e(\phi)$ に $\widetilde{\mathscr{P}}_e(\phi)$ を代入したものである。

6.2.4　漸近的符号化利得及び漸近的等価ＣＮ比劣化量

符号化による効果の程度を簡易に評価するパラメータとして，$\mathcal{E}_b/\mathcal{N}_0 \to \infty$ における漸近的符号化利得[78]がある。ここではこれを発展させ，再生搬送波の位相誤差 Φ の関数としての，$\mathcal{E}_b/\mathcal{N}_0 \to \infty$ における漸近的符号化利得及び漸近的等価ＣＮ比劣化量を考察する。図 6.3 に示すように，

$$\hat{d}_k \triangleq \sqrt{2}\,|\sin\{(\tilde{\theta}_k-\Phi)/2\}| \tag{6.2.30}$$

$$\hat{d}_{0j} \triangleq \sqrt{2}\,|\sin\{(\tilde{\theta}_{0j}-\Phi)/2\}| \tag{6.2.31}$$

$$;\ \tilde{\theta}_k \in\{\tilde{\theta}_{00},\ \cdots,\ \tilde{\theta}_{0j},\ \cdots,\ \tilde{\theta}_{07}\}$$

と定義すると，式（6.2.16）の第１右辺の分子において，

$$\cos\Phi-\cos(\tilde{\theta}_k-\Phi)$$

$$=\{1-\cos(\tilde{\theta}_k-\Phi)\}-\{1-\cos\Phi\} = \hat{d}_k^2-\hat{d}_{00}^2 \tag{6.2.32}$$

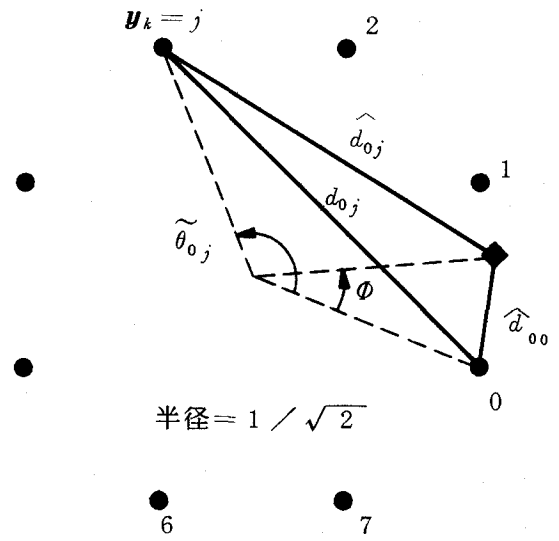


図 6.3　再生搬送波の位相誤差が Φ だけある場合のユークリッド距離 $\hat{d}_{0j}$

に留意すれば，次式の成立することがわかる。

$$\sum_{k=p+1}^{q} \{\cos\Phi - \cos(\tilde{\theta}_k - \Phi)\} = \sum_{k=p+1}^{q} (\hat{d}_k^2 - \hat{d}_{00}^2)$$

$$= \sum_{j=0}^{7} m_j \hat{d}_{0j}^2 - \ell \hat{d}_{00}^2 \qquad (6.2.33)$$

ここに，

$$\ell \equiv q - p = \sum_{j=0}^{7} m_j \qquad (6.2.34)$$

である。従って，式（6.2.16）は，

$$\frac{\mu(\Phi)}{\sigma} = \sqrt{\frac{2\mathscr{E}_b}{\mathscr{N}_0} \cdot \hat{d}^2(\Phi)} \qquad (6.2.35)$$

$$\hat{d}^2(\Phi) = \left(\sum_{j=0}^{7} m_j \hat{d}_{0j}^2 - \ell \hat{d}_{00}^2\right)^2 \Big/ \sum_{j=0}^{7} m_j d_{0j}^2 \qquad (6.2.36)$$

と書き換えることができる。ここに$\hat{d}(\Phi)$は，再生搬送波の位相誤差Φを考慮に入れた場合の正しいパスπと任意の誤りパスπ'との間のユークリッド距離である。$\hat{d}(\Phi)$を用いて，このパス対（pair）$\pi\pi'$に対する漸近的符号化利得$g_{\pi\pi'}(\Phi)$及び漸近的等価CN比劣化量$\Delta_{\pi\pi'}(\Phi)$は次のように表現できる。

$$g_{\pi\pi'}(\Phi) = 10 \log \hat{d}^2(\Phi) \quad (\mathrm{dB}) \qquad (6.2.37)$$

$$\Delta_{\pi\pi'}(\Phi) = 10 \log d_f^2 - g_{\pi\pi'}(\Phi) \quad (\mathrm{dB}) \qquad (6.2.38)$$

$\Delta_{\pi\pi'}(\Phi)$を全ての誤りパスπ'について計算し，個々のΦについて最大の$\Delta_{\pi\pi'}(\Phi)$を$\Delta_a(\Phi)$とすれば，$\Delta_a(\Phi)$はΦの関数としての漸近的等価CN比劣化量に等しくなる。

$$\Delta_a(\Phi) = \max_{\text{all}\,\pi';\,\pi' \neq \pi} \{\Delta_{\pi\pi'}(\Phi)\} \qquad (6.2.39)$$

6.2.5　符号誤り率の計算

まず，拘束長 $\nu = 2$ の場合の $P_b(\mathcal{O})$ の上界を考える。表 6.1 (a)に図 6.2 (a)の符号化器に対する状態遷移表を与える。状態遷移ベクトル及び状態遷移行列を用いて生成関数 $T(\boldsymbol{D}, I)$ を表現すると，

$$T(\boldsymbol{D}, I) = D_4 I + \boldsymbol{V}_2^{\top} \left(\sum_{\ell=1}^{\infty} \boldsymbol{T}^{\ell-1} \right) \boldsymbol{V}_1 \qquad (6.2.40)$$

となる。ここに表 6.1 (a)から，

$$\boldsymbol{V}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ D_2 I + D_6 I^2 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (6.2.41)$$

$$\boldsymbol{V}_2^{\top} = [D_2 + D_6 I \quad 0 \quad 0] \qquad (6.2.42)$$

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0 & D_1 + D_5 I & D_3 + D_7 I \\ D_0 I + D_4 I^2 & 0 & 0 \\ 0 & D_3 I + D_7 I^2 & D_1 I + D_5 I^2 \end{bmatrix} \qquad (6.2.43)$$

を得る。$\boldsymbol{V}_1$ は状態（００）から（０１），（１０），（１１）への遷移を表すベクトル，$\boldsymbol{V}_2^{\top}$ は（０１），（１０），（１１）から（００）への遷移を表すベクトル，$\boldsymbol{T}$ は（０１），（１０），（１１）から（０１），（１０），（１１）への遷移を表す行列である。０成分は遷移の存在しないことを表す。

式（6.2.40）を式（6.2.29）の第２右辺に代入すれば符号誤り率 $P_b(\mathcal{O})$ の上界が得られる。図 6.4 ～ 6.7 の(a)に破線でこの計算結果を示す。$\nu \geqq 3$ の場合も式（6.2.40）と同様に $T(\boldsymbol{D}, I)$ を解いてこれを式（6.2.29）の第２右辺に代入すれば $P_b(\mathcal{O})$ の上界は求まる。しかしながら，$\boldsymbol{T}$ は（$2^{\nu}-1$）行（$2^{\nu}-1$）列の行列であり，$\boldsymbol{V}_1$，$\boldsymbol{V}_2$ は（$2^{\nu}-1$）次元ベクトルであるため，ν が大きければ容易には解けない。

そこで，ここでは計算機シミュレーションのモンテカルロ法で数々の $I^i \prod_{j=0}^{7} D_j^{m_j}$ を算出することにより，式（6.2.28）の $T(\boldsymbol{D}, I)$ を近似的に求める†。式（6.2.29）の右辺は $\mathcal{E}_b/\mathcal{N}_0 \rightarrow$ 大 のとき真値に極めて近い，いわゆる“堅い上界”を与え，しかも

---

† 表 6.1 (b), (c)にそれぞれ図 6.2 (b), (c)の符号化器に対する状態遷移表を与えておく。

表 6.1　Ungerboeck の符号化則[76]の状態遷移表

(a)　$\nu = 2$

y_k / x_k		状態 $(x^1_{k-1} x^1_{k-2})$ から			
		(00)	(01)	(10)	(11)
状態 $(x^1_k x^1_{k-1})$ へ	(00)	0/0 4/2	2/0 6/2		
	(01)			1/0 5/2	3/0 7/2
	(10)	2/1 6/3	0/1 4/3		
	(11)			3/1 7/3	1/1 5/3

(b)　$\nu = 3$

y_k / x_k		状態 $(x_{k-1} x^1_{k-2})$ から			
		(00)(01)	(10)(11)	(20)(21)	(30)(31)
状態 $(x_k x^1_{k-1})$ へ	(00) (01)	0/0　2/0	1/0　3/0	4/0　6/0	5/0　7/0
	(10) (11)	4/1　6/1	5/1　7/1	0/1　2/1	1/1　3/1
	(20) (21)	2/2　0/2	3/2　1/2	6/2　4/2	7/2　5/2
	(30) (31)	6/3　4/3	7/3　5/3	2/3　0/3	3/3　1/3

表6.1（つづき）

(c) $\nu = 4$

y_k / x_k		状態（$x_{k-1}x_{k-2}$）から			
		(00)(01)(02)(03)	(10)(11)(12)(13)	(20)(21)(22)(23)	(30)(31)(32)(33)
状態（$x_k x_{k-1}$）へ	(00)	0/0 2/0 4/0 6/0	1/0 3/0 5/0 7/0	4/0 6/0 0/0 2/0	5/0 7/0 1/0 3/0
	(01)				
	(02)				
	(03)				
	(10)	4/1 6/1 0/1 2/1	5/1 7/1 1/1 3/1	0/1 2/1 4/1 6/1	1/1 3/1 5/1 7/1
	(11)				
	(12)				
	(13)				
	(20)	2/2 0/2 6/2 4/2	3/2 1/2 7/2 5/2	6/2 4/2 2/2 0/2	7/2 5/2 3/2 1/2
	(21)				
	(22)				
	(23)				
	(30)	6/3 4/3 2/3 0/3	7/3 5/3 3/3 1/3	2/3 0/3 6/3 4/3	3/3 1/3 7/3 5/3
	(31)				
	(32)				
	(33)				

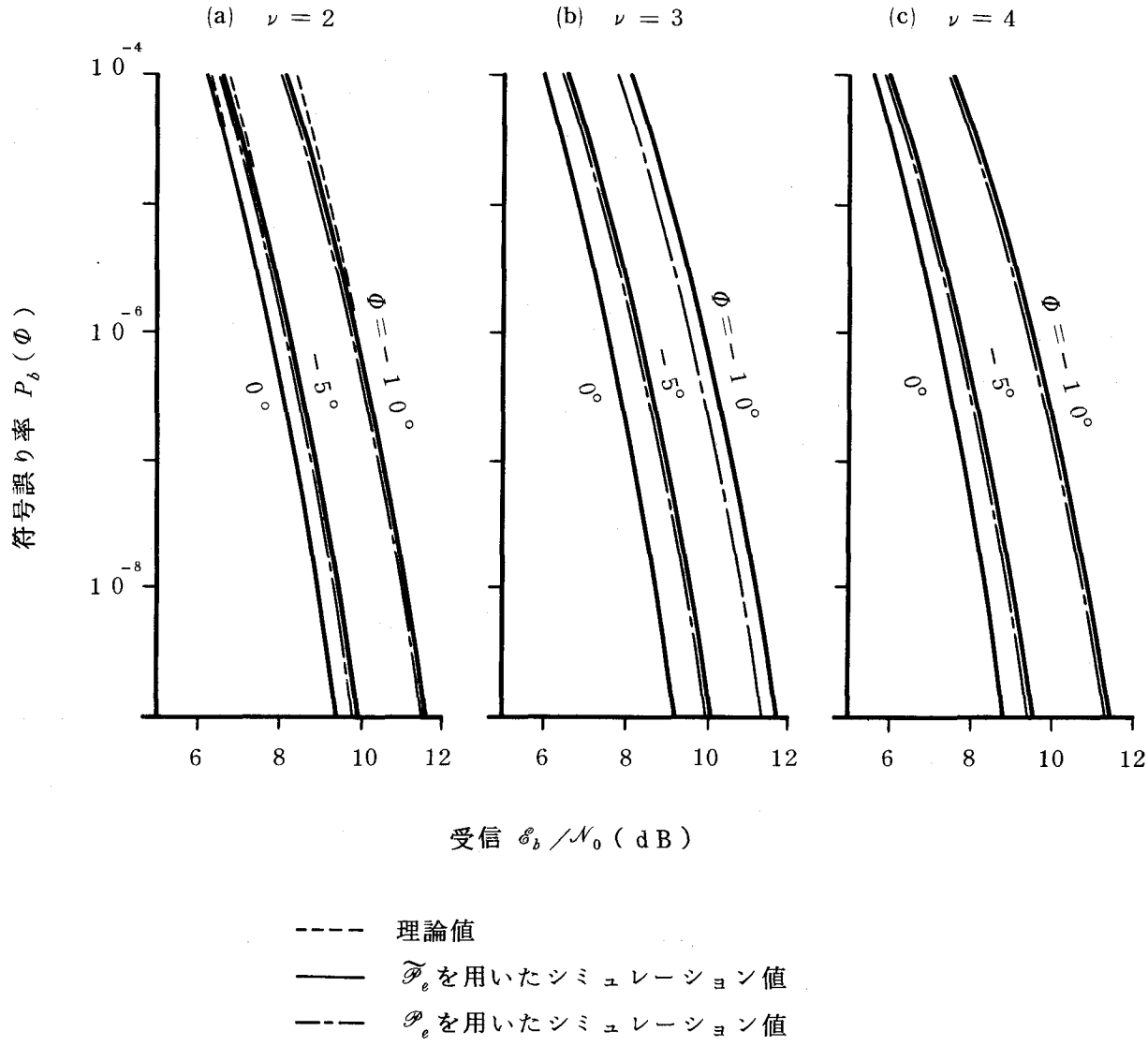


図 6.4　受信 $\mathscr{E}_b/\mathscr{N}_0$ に対する符号誤り率 P_b（Φ）の上界；Φは再生搬送波の位相誤差

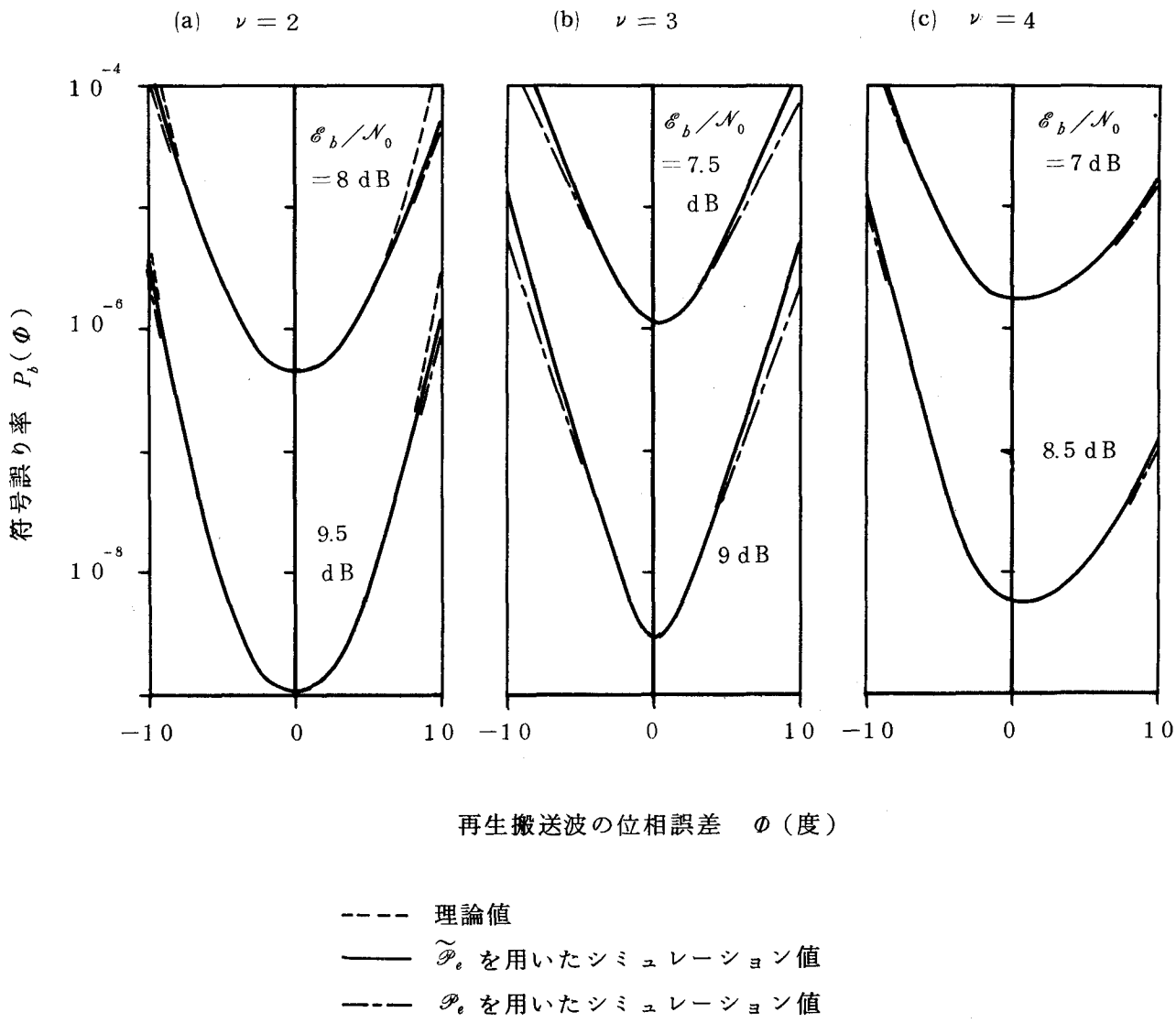


図 6.5　再生搬送波の位相誤差Φに対する符号誤り率 $P_b(\Phi)$ の上界

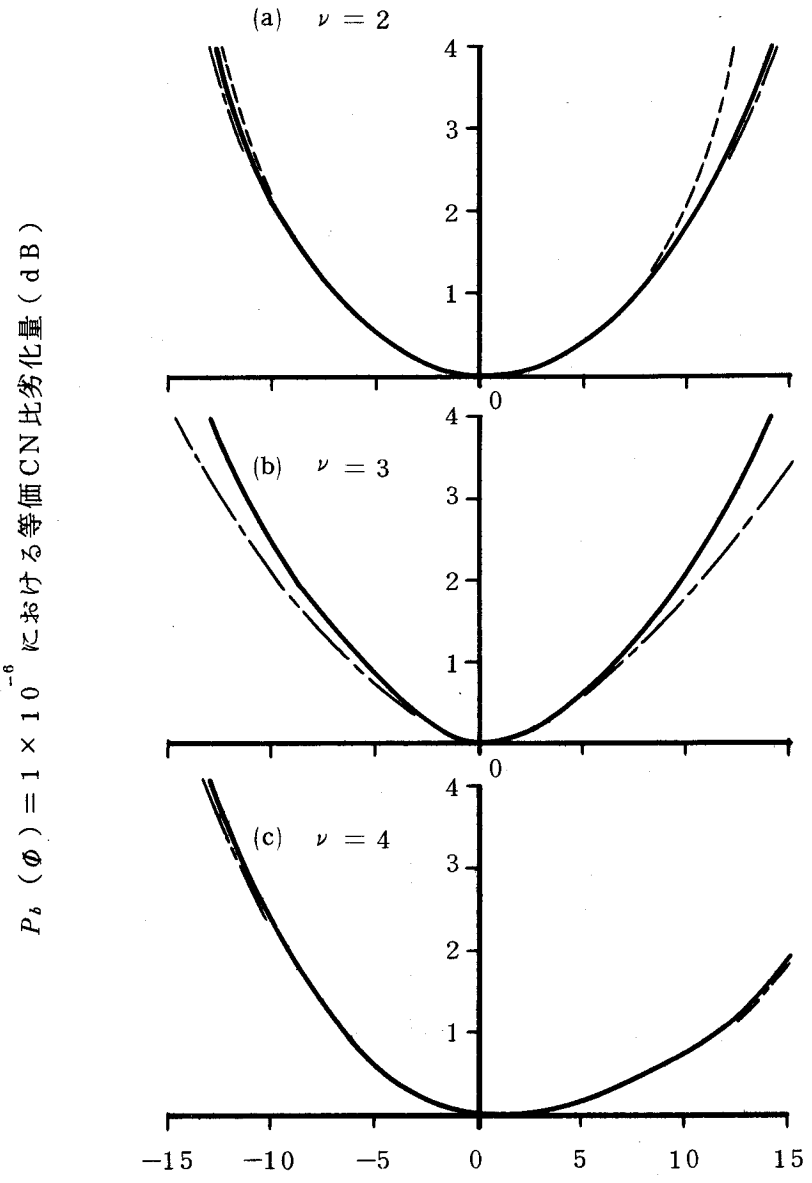


図 6.6　再生搬送波の位相誤差 ϕ に対する等価CN比劣化量；$P_b(\phi)=1\times10^{-6}$ の場合

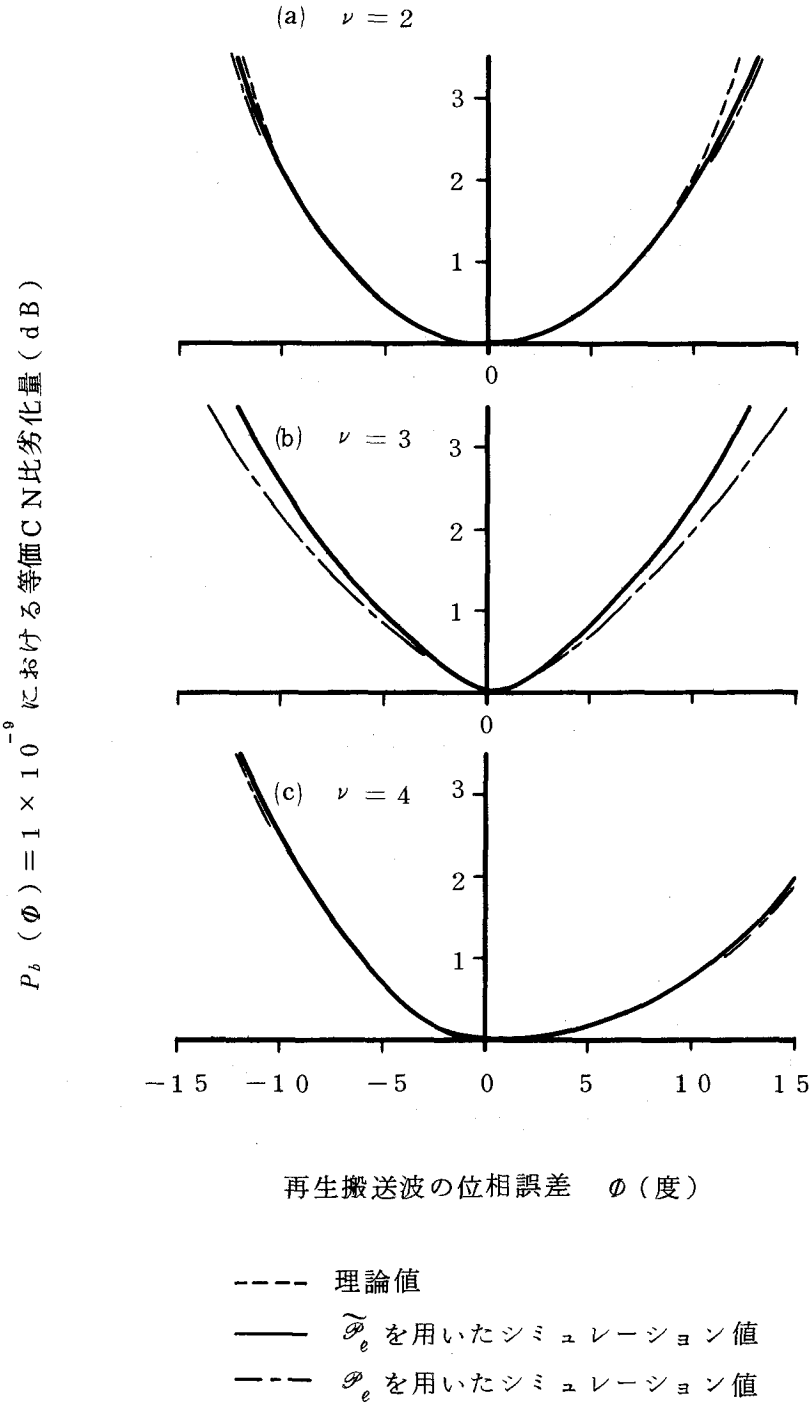


図 6.7　再生搬送波の位相誤差ϕに対する等価CN比劣化量；$P_b(\phi)=1\times10^{-9}$ の場合

その値はユークリッド距離dが自由ユークリッド距離d_fに等しいかあるいはその近傍の値を持つパス対によって概ね決定される特徴がある[18]。そこでここでは，$d^2 \leqq 3\,d_f^2$に対する誤りパスをランダムにおよそ２０００種類抽出して計算する。まずこの方法の精度を調べるため，$\nu = 2$について計算し，式（ 6.2.40 ）～（ 6.2.43 ）を用いて解析した理論値と比較する。図 6.4 ～ 6.7 の(a)に実線でシミュレーションによる計算値を示す。図 6.4 (a)から，$P_b(\Phi) \lesssim 10^{-4}$ で理論値（破線）とシミュレーションを用いた計算値（実線）とはよく一致している。また図 6.5 ～ 6.7 の(a)から，位相誤差 $|\Phi| \lesssim 10°$ で両者はよく一致している。通常の伝送では，符号誤り率は 10^{-4} 以下であり，また位相誤差が $10°$ を越えることは滅多にない。このことからシミュレーションを用いた方法は実用的といえよう。$\nu = 3$ 及び $\nu = 4$ についてはこの方法によって $P_b(\Phi)$ の上界値を計算した。計算結果を図 6.4 ～ 6.7 の(b), (c)に実線で示す。図 6.4 ～ 6.7 の(a)～(c)の実線は式（ 6.2.29 ）の第２右辺の計算値，すなわち第１右辺の $P_e(\Phi)$ に式（ 6.2.26 ）の $\tilde{\mathscr{P}}_e(\Phi)$ を代入したものである。次に式（ 6.2.25 ）の $\mathscr{P}_e(\Phi)$ において

$$\exp\{-(\mathscr{E}_s/2\mathscr{N}_0)\cdot(g^2\sin^2\Phi/d^2)\}$$

が $P_b(\Phi)$ の上界の堅さに及ぼす影響を調べるため，式（ 6.2.29 ）の第１右辺の $P_e(\Phi)$ に $\mathscr{P}_e(\Phi)$ を代入して計算を行い，結果を同図に一点鎖線で示す。$\nu=2$ 及び $\nu=4$ では実線と一点鎖線はほとんど一致しており，実線は堅い上界を与えることがわかる。$\nu=3$ の場合も両者はよく一致している。

次に再生搬送波の位相ジッタが符号誤り率に及ぼす影響を考える。搬送波再生系が“周波数８逓倍／狭帯域フィルタ／８分周”で構成されていると仮定する。この場合，再生搬送波の位相 Φ の確率密度関数は[10]，

$$p''_{CR}(\Phi) = 8\,g(\phi = 8\Phi) \quad ; \quad |\Phi| \leqq \pi/8 \qquad (6.2.44)$$

で表される。ここに $g(\phi)$ は式（2.3.18）に示す通りである。ところで，第４章において“再生搬送波の位相 $\phi(t)$ の相関時間幅 τ_ϕ は少なくとも数十シンボル時間（１シンボル時間＝T）以上あり，この期間中では位相はほとんど変化せず，準静的とみなすことができる”ことを示した。一方，後述する表 6.2 (a)～(c)からもわかるように，符号誤り率の劣化に支配的に影響を及ぼす誤りパスの発生している期間 ℓ（$= q - p$）はせいぜい数シ

ンボル時間である。以上から符号誤り率$P_b(\Phi)$の平均$\overline{P_b}$は次のように表現できる。

$$\overline{P_b} = \mathrm{E}[P_b(\Phi)] = \int_{-\pi/8}^{\pi/8} P_b(\Phi) p''_{CR}(\Phi) d\Phi \qquad (6.2.45)$$

図6.8及び図6.9の(a), (b), (c)にそれぞれ$\nu=2$, $\nu=3$, $\nu=4$に対する符号誤り率の平均値対位相ジッタ量特性，及び等価CN比劣化量対位相ジッタ量特性を示す。ここに位相ジッタ量は

$$\Phi_{rms} = \{\mathrm{E}[\Phi^2]\}^{1/2} = \left\{\int_{-\pi/8}^{\pi/8} \Phi^2 p''_{CR}(\Phi) d\Phi\right\}^{1/2} \qquad (6.2.46)$$

である。

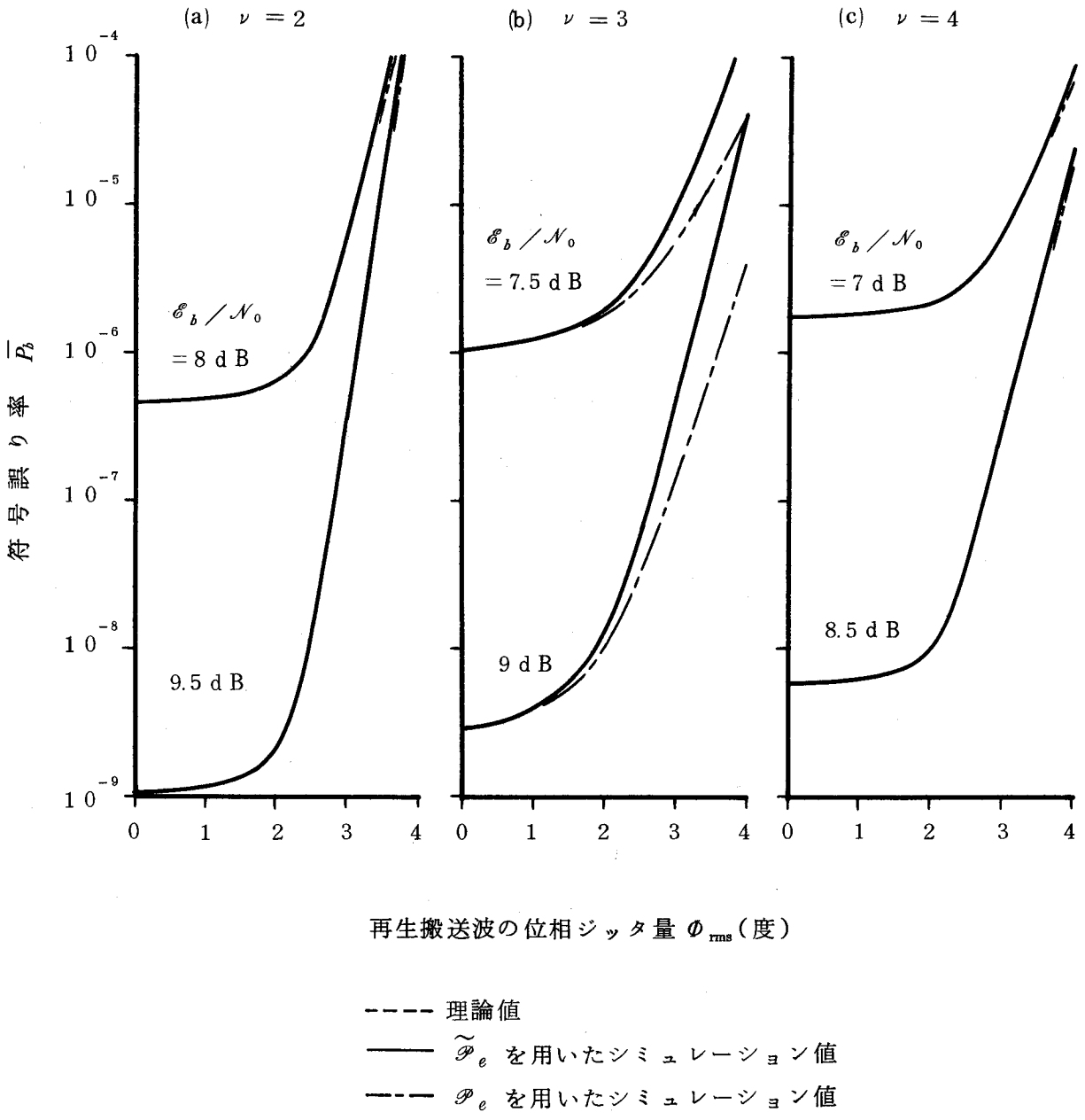


図 6.8　再生搬送波の位相ジッタ量 ϕ_{rms} に対する符号誤り率

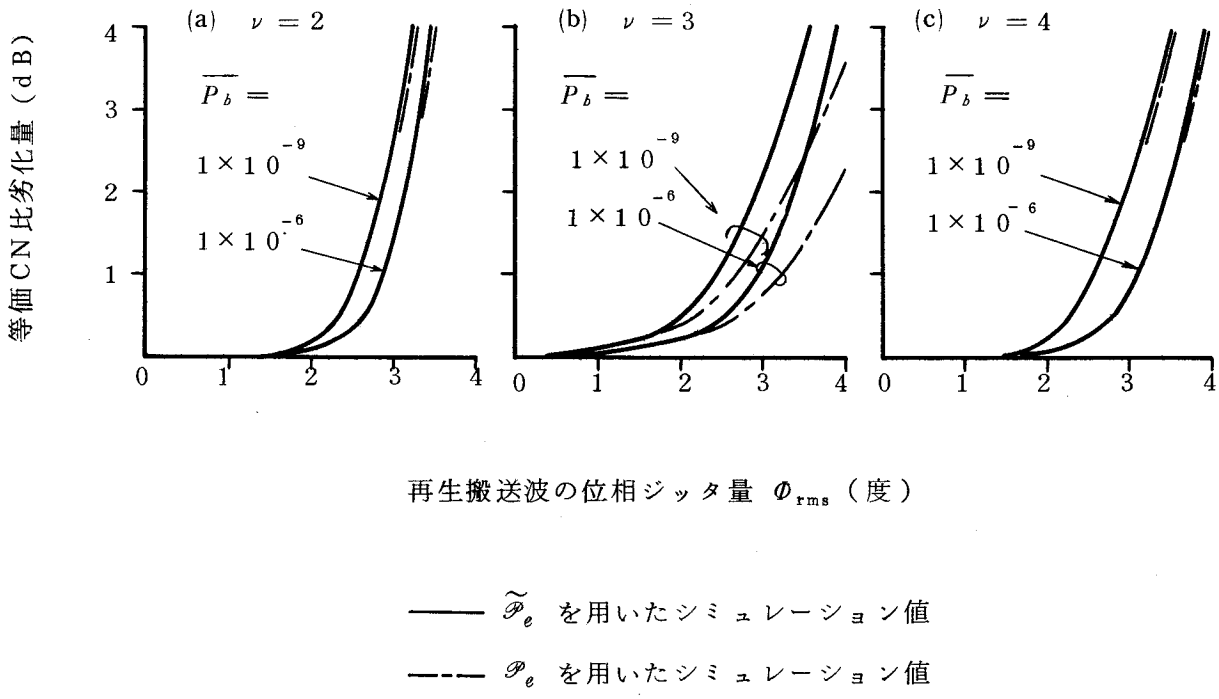


図 6.9　再生搬送波の位相ジッタ量 ϕ_{rms} に対する等価CN比劣化量

6.2.6　漸近的等価CN比劣化量の計算

図6.6及び図6.7の(a)～(c)にそれぞれ$P_b(\Phi)=10^{-6}$及び$P_b(\Phi)=10^{-9}$における等価CN比劣化量の計算結果を与えたが，モデムを設計する際，等価CN比劣化量をもっと簡易に求めたいことがある。そこでここでは漸近的等価CN比劣化量を求める簡易法を提案する。先にも述べたが，$P_b(\Phi)$の上界はユークリッド距離dが自由ユークリッド距離d_fに等しいかあるいはその近傍の値を持つパス対によって概ね決まる。このことは，式(6.2.36)～(6.2.39)において全てのパス対について計算を行う必要は実際上なく，dの小さいパスのみを選択して計算を行えばよいことを示唆している。表6.2(a)，(b)，(c)にそれぞれ$\nu=2$，$\nu=3$，$\nu=4$に対して選択すべきパスの候補を挙げる。次に，式(6.2.36)からわかるように，

1) $\hat{d}(\Phi)$を構成する$\hat{d}_{0j}$(表6.2(a)～(c)に示す)の配置が$\Phi=0$に対して対称ならば(すなわち，(m_5，m_6，m_7，m_0，m_1，m_2，m_3)の配置がm_0に対称ならば)，$\Delta_{\pi\pi'}(\Phi)$は$\Phi=0$に対して対称であり，

2) $\hat{d}_{0j}$の配置が$\Phi>0$($\Phi<0$)に片寄っておれば，$\Delta_{\pi\pi'}(\Phi)$は$\Phi>0$($\Phi<0$)で増加する。また，

3) $\Phi=0$付近では$\hat{d}(\Phi=0)=d_f$なる$\hat{d}(\Phi)$に対する$\Delta_{\pi\pi'}(\Phi)$が$\Delta_a(\Phi)$となる。

以上の3点を考慮して，表6.2(a)～(c)の$\boldsymbol{m}$のjに対する分布を見ながら更にパスを選択する(図6.10に一例として$\nu=2$の場合の$\hat{d}_{0j}$の配置を示す)。これらのパス対に対して式(6.2.38)の$\Delta_{\pi\pi'}(\Phi)$を計算した結果を図6.11(a)～(c)に示す。図において実線はこれらの$\Delta_{\pi\pi'}(\Phi)$のうちの最大値，すなわち$\Delta_a(\Phi)$を表す。図6.6及び図6.7の(a)～(c)の曲線とよく似た傾向を示していることがわかる。

表 6.2　ユークリッド距離の短い誤りパス

(a)　$\nu = 2$

	誤りパス $\{ x'_k \}$	誤りビット数 i	$\phi=0$ におけるユークリッド距離の二乗 d^2	係数 $(\ell ; m)$ †
(1)	2	1	$d_f{}^2 = 2$	(1; 0000 1000)
(2)	100	1	$d_f^2 + 0.2929$	(3; 0110 0010)
(3)	102	2		(3; 0120 0000)
(4)	300	2		(3; 0110 0010)
(5)	302	3		(3; 0100 0020)
(6)	1320	4	$d_f^2 + 0.5858$	(4; 0020 0002)
(7)	1322	5		(4; 0010 0012)
(8)	3320	5		(4; 0010 0012)
(9)	3322	6		(4; 0000 0022)
(10)	10100	2		(5; 1220 0000)
(11)	10102	3		(5; 1210 0010)
(12)	30100	3		(5; 1210 0010)
(13)	30102	4		(5; 1200 0020)

(b)　$\nu = 3$

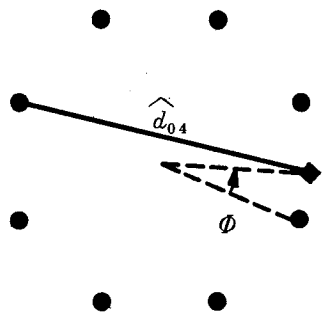
(1)	320	3	$d_f^2 = 2.2929$	(3; 0000 0021)
(2)	2100	2		(4; 1120 0000)
(3)	3120	4	$d_f^2 + 0.2929$	(4; 0200 0020)
(4)	21300	4		(5; 1020 0002)
(5)	32320	6		(5; 1000 0022)
(6)	2102100	4		(7; 3220 0000)
(7)	31120	5	$d_f^2 + 0.5858$	(5; 0200 0021)
(8)	312320	7		(6; 1200 0021)
(9)	323120	7		(6; 1200 0021)
(10)	213300	6		(6; 1120 0002)
(11)	3232320	9		(7; 2000 0023)

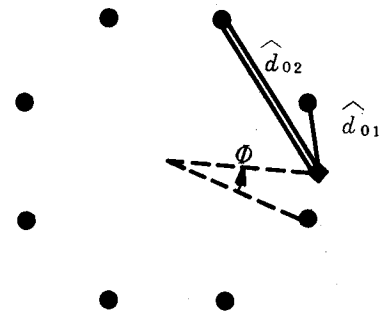
(c)　$\nu = 4$

(1)	3100	3	$d_f^2 = 2.5858$	(4; 0110 0011)
(2)	212300	5		(6; 2110 0011)
(3)	3220100	5		(7; 3110 0011)
(4)	31300	5	$d_f^2 + 0.2929$	(5; 0200 0021)
(5)	2112300	6		(7; 2310 0010)
(6)	32201300	7		(8; 3000 0023)
(7)	21112300	7	$d_f^2 + 0.5858$	(8; 2310 0011)
(8)	21233100	8		(8; 2020 0004)
(9)	212303100	8		(9; 3220 0002)

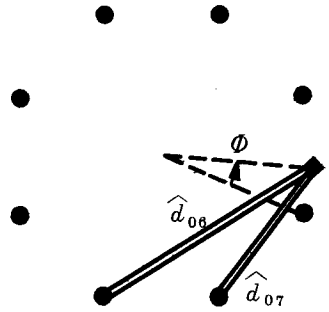
† $\boldsymbol{m} = \{ m_0, \cdots, m_j, \cdots, m_7 \}$；$m_j$ ＝期間 $\ell (= q - p)$ の間に発生する遷移パス d_{0j} の総数，すなわち $\hat{d}^2(\phi)$ を構成する $\hat{d}_{0j}$ の総数

誤りパス：(1) 2
（ユークリッド距離の二乗：d_f^2 ）　　(3) 1 0 2 ($d_f^2 + 0.2929$)





(9) 3 3 2 2 ($d_f^2 + 0.5858$)　　(10) 1 0 1 0 0 ($d_f^2 + 0.5858$)



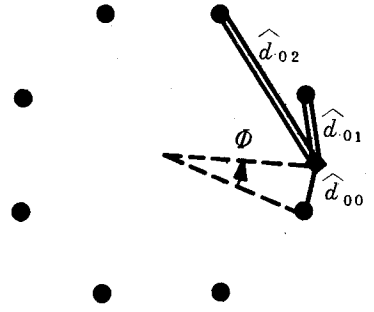


図 6.1 0　$\nu = 2$ の場合の $\hat{d}_{0j}$ の配置；ϕ は再生搬送波の位相誤差

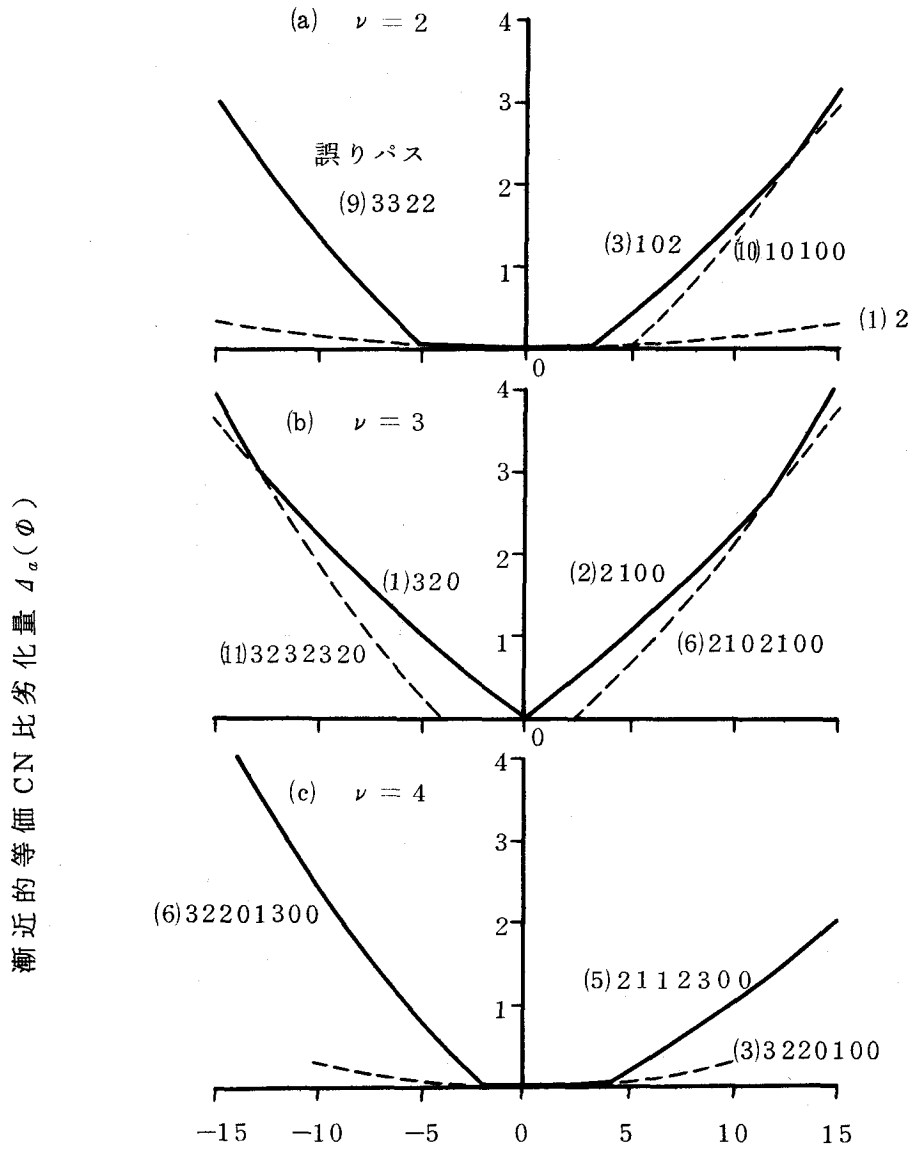


図 6.11　再生搬送波の位相誤差 Φ に対する漸近的等価CN比劣化量 $\Delta_a(\Phi)$

6.3 符号化8相PSK伝送系の特性評価

図6.5～6.7の(a)～(c)からわかるように，一般に $P_b(\phi)$ は $\phi=0$ に対して非対称である。この非対称性は図6.10の $\hat{d}_{0j}$ の配置の非対称性によって説明されるように，直接位相配置型に特有の現象と考えられる。

図6.12(a)，(b)に比較のため，第2章～第5章で扱った非符号化硬判定の4相PSK伝送における符号誤り率の，位相誤差及び位相ジッタ量に対する等価CN比劣化量特性を示す。ここに搬送波再生系は第2章で述べた“周波数4逓倍／狭帯域フィルタ／4分周”で構成されていると仮定する。まず等価CN比劣化量の位相誤差 ϕ に対する特性を比較しよう。非符号化硬判定の4相PSK伝送の特性（図6.12(a)）が $|\phi|$ の増加に伴い徐々に劣化するのに対し，符号化軟判定の8相PSK伝送の特性（図6.5～図6.7の(a)～(c)）は急激に劣化する。このような劣化現象は位相ジッタ量 ϕ_{rms} に対する特性においていっそう顕著になる。非符号化硬判定の4相PSK伝送の特性（図6.12(b)）が $\phi_{rms}\rightarrow$大 で徐々に劣化するのに対し，符号化軟判定の8相PSK伝送の特性（図6.8及び図6.9の(a)～(c)）は ϕ_{rms} が2～3°を越えると急激に劣化現象を呈する。

以上から次のことがわかる。本章で検討した直接位相配置型の8相PSK伝送系の場合，符号誤り率の劣化特性は ϕ や ϕ_{rms} に関して必ずしも鈍感ではなく，先に述べた非対称性と同様に，$\hat{d}_{0j}$ の j に対する配置の分布に依存する。Ungerboeckの符号化則の場合は，再生搬送波に対する劣化配分量にもよるが，ϕ_{rms} は概ね2～3°以内に設計するのが望ましい。但し，符号化軟判定の8相PSK変調信号は，非符号化硬判定の4相PSK変調信号に比べて，一般に低い受信CN比で伝送条件が設定されることを考慮する必要がある。また，本章で検討した劣化特性は，Acampora[75]の示したインタリーブ型・陪直交信号系の場合の $P_b(\phi)$ の劣化が非符号化4相PSK伝送の場合よりも ϕ に鈍感であるという結果とは対照的である。

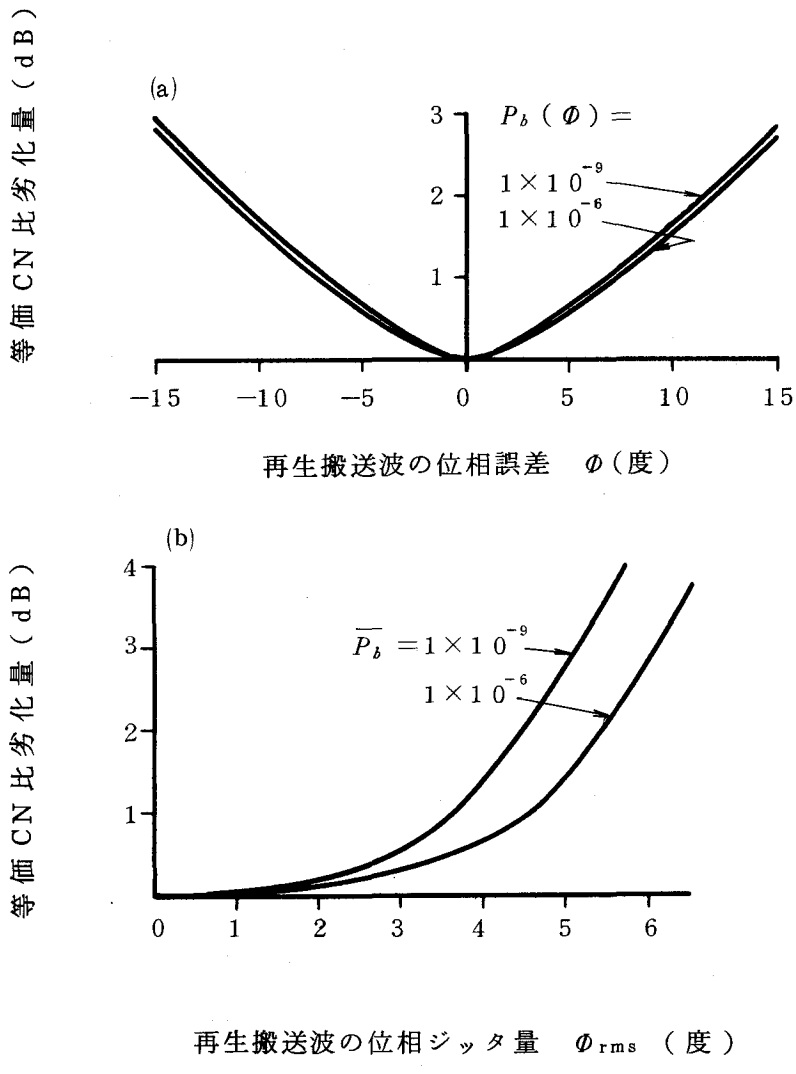


図 6.12　非符号化硬判定の 4 相ＰＳＫ伝送系の等価ＣＮ比劣化量

6.4 結　言

レート 2／3 の符号化8相PSK伝送系に関し，再生搬送波の位相誤差や位相ジッタが符号誤り率に及ぼす影響について理論的に解析を行った。位相誤差の関数として，符号誤り率及び等価CN比劣化量の一般式を与えた。更に，$\mathscr{E}_b/\mathscr{N}_0 \to \infty$ における漸近的等価CN比劣化量の一般式を与え，これの簡易計算法について述べた。これらの一般式を用いて数値計算を行い，符号化8相PSK伝送系の特徴を考察した。考察の結果，

(1) 一般に，符号誤り率 $P_b(\phi)$ は位相誤差 $\phi = 0$ に対して非対称である。この非対称性は直接位相配置型の符号化PSK変調方式に特有の現象と考えられる；

(2) 位相誤差 ϕ や位相ジッタ量 ϕ_{rms} に対する符号誤り率の劣化特性はたたみ込み符号化則そのものに依存する；

(3) 特に，レート 2／3 の符号化8相PSK伝送系に良好な特性を与えるといわれているUngerboeck の符号化則を用いた場合の符号誤り率は，非符号化硬判定の4相PSK伝送系の場合に比べて，位相誤差 $|\phi|$ の増加に対してより大きく劣化し，また位相ジッタ量 $\phi_{rms} \gtrsim 2 \sim 3^\circ$ で急激に劣化現象を呈する；

などのことが明らかになった。

第7章　結　　論

本論文では，TDMA方式などに用いられるPSK変調信号のバースト伝送に適応するPSK変復調系の動作，及びそれにかかわるもろもろの伝送特性について，搬送波再生系を中心とした考察を行った。ここでは，本論文全体にわたる結果を要約し，更に今後の問題についてもふれることにする。まず，本論文の主な研究成果を以下に要約する。

(1) TDMA伝送の典型的なモデルとして，着目しているバースト信号の直前に先行バースト信号の存在する場合について，再生搬送波のサイクルスリップ発生確率，狭帯域フィルタF_{nar}出力のCN比，符号誤り率などのバースト伝送に対する過渡応答について解析を行い，理論的に明らかにすると共に，一部については実験を行って理論と比較した。

(2) 再生搬送波の位相のふらつき現象（フラクチュエーション），及びサイクルスリップ発生期間中の位相の動きについて理論的に考察した。次にこの結果を用いて，再生搬送波に位相ジッタやサイクルスリップの存在する場合，ユニークワード・ミス検出確率にボトミング効果（ユニークワード長を長くすれば，それに伴いユニークワード・ミス検出確率は始めの内は良好になるが，ある値を越えてユニークワード長を長くしても，ユニークワード・ミス検出確率は一定値に留まって，それ以上良好にはならないこと）の存在することを理論的に明らかにすると共に，実験を行ってこれを確かめた。

(3) 4相PSK変調信号の4逓倍で生ずるパターン雑音について考察を行い，入力信号波形のスペクトルのロールオフ率や，逓倍回路の非線形素子のクラスにかかわらず，出力のパターン雑音の直交成分の大きさは同相成分の大きさに比べて常に小さく，またロールオフ率が大きいほど，中心周波数近傍のパターン雑音の発生量は小さいことを明らかにした。

(4) レート 2／3 の符号化8相PSK変復調系に関し，再生搬送波の位相誤差や位相ジッタの符号誤り率に及ぼす影響について理論的に解析を行った。

次に，今後に残された主な研究課題を挙げよう。

(1) 干渉やフェージングのある伝送路，及び非線形伝送路における場合の，

i) バースト伝送に対するPSK変復調系の諸特性の過渡応答,

ii) ユニークワード検出特性,

iii) 符号化PSK変復調系の符号誤り率,

などの解明。

(2) 符号化PSK変復調系において，再生搬送波の位相誤差の影響を受けないたたみ込み符号化方式の研究。

(3) ビット数縮少などヴィタビ復号器の簡易化に伴う符号化PSK伝送系の符号誤り率特性の劣化に関する研究。

以上，本論文では，ディジタル無線システムに用いられるPSK変調方式に関連して，搬送波再生系を中心に行った研究の成果をまとめた。ディジタル無線技術はこの数年来，衛星通信を中心として急速に発展を遂げ，今後も増々発展することが予想される。その中にあって変復調技術は，伝送特性などのシステム性能を左右するなど，常に伝送技術の中の中核的な技術として存在している。最近ではこの変復調技術は，符号化・復号技術と統合して符号化変調方式へと発展しつつあり，また半導体技術の急速な発達に伴い，従来の硬判定復調に代わって軟判定復調が実現可能になってきた。このような変復調技術を創造し発展させるには，信号理論，雑音理論，回路網理論などの基礎知識の修得に加えて，種々の知識を統合して新しい考え方に導くための創造力や解析力，更には精巧なハードウェアを設計し製作する能力など幅広い技術力が要求され，日進月歩に発達するエレクトロニクス技術に注目しながら，これらの知識や技術を基盤にして，地道な努力を積み重ねることが大切と思われる。ディジタル無線技術，変復調技術が今後いっそう発展することを願い，本論文がこれらの技術の発展に幾分なりとも貢献できれば幸いと念じつつ，筆をおくことにする。

謝　　辞

本研究をまとめるに当り，終始御懇切なる御指導と適切なる御助言を賜り，温かな励ましをもって力づけて下さった，大阪大学工学部滑川敏彦教授，手塚慶一教授に謹んで深謝の意を表します。また，本研究を完成する過程で御指導を賜った，大阪大学工学部中西義郎教授，熊谷信昭教授，倉薗貞夫教授に深謝いたします。

本研究をとりまとめることを勧めて下さるなど，多大の御助言御激励を賜った，大阪大学名誉教授・摂南大学工学部牧本利夫教授，摂南大学工学部杉山康夫助教授，大阪電気通信大学工学部橋本正弘教授に心から感謝いたします。

日頃種々の御指導をいただき，本研究の遂行及びとりまとめの機会を与えられた，三菱電機株式会社情報電子研究所所長・理事中原昭次郎博士，同研究所部長藤原謙一参与，部長・参事山崎英蔵博士，前グループマネージャー梅田義明参事に厚く感謝いたします。また本研究をとりまとめるに当り御鞭撻と御理解をいただいた部長・参事首藤　勝博士に感謝いたします。

本研究遂行の過程において御討論いただくなど，いろいろとお世話になった，同研究所森谷陽一主事，三宅　真主事，村上圭司技師ほか，三菱電機株式会社情報電子研究所並びに通信機製作所の関係各位に感謝します。

最後に，本論文の清書などを手伝ってくれた妻に感謝します。

付　　録

式（3.3.7）の $g'(\phi \mid t)$ が $t \to \infty$ のとき式（2.3.18）の $g(\phi)$ と一致することの証明

$t \to \infty$ のとき，式（3.3.4）及び式（3.3.6）において，$\eta_0(t) \to \infty$，$\rho_0(t) \to \rho_{0,\infty}$ となるから，これらを式（3.3.7）に代入し，

$$u = \sqrt{\rho_{0,\infty}}\ (r - \cos\phi) \qquad (A1)$$

で変数変換すると，

$$g'(\phi \mid t \to \infty) = \frac{1}{\pi} e^{-\rho_{0,\infty}} \cdot e^{\rho_{0,\infty}\cos^2\phi} \cdot \int_{-\sqrt{\rho_{0,\infty}}\cos\phi}^{\infty} \left(u e^{-u^2} + \sqrt{\rho_{0,\infty}}\cos\phi \cdot e^{-u^2} \right) du \qquad (A2)$$

となる。式（A2）の右辺第1項は，その被積分関数が奇関数ゆえ，積分領域の下限を $\sqrt{\rho_{0,\infty}}\,|\cos\phi|$ に置き換え，$v = u^2$ で変数変換すると $e^{-\rho_{0,\infty}}/2\pi$ を得る。第2項は容易に，

$$\frac{1}{2\pi} e^{-\rho_{0,\infty}} \cdot \sqrt{\pi\rho_{0,\infty}}\cos\phi \cdot e^{\rho_{0,\infty}\cos^2\phi} \cdot \operatorname{erfc}\left(-\sqrt{\rho_{0,\infty}}\cos\phi\right)$$

となる。従って，式（A2）は式（2.3.18）の $g(\phi)$ と一致する。

文　　献

（ディジタル無線方式全般）

(1) 森永，宮垣：“ディジタル無線通信方式”
信学誌，*Vol.64*，pp．304－308（1981－03）．

(2) 森永，宮垣，滑川：“最適受信機［Ⅰ］－［Ⅴ］”
信学誌，*Vol.67*，pp.558－563，pp.669－673，pp.795－798，
pp.875－880，pp.974－978（1984－05～09）．

(3) INTELSAT：“TDMA／DSI system specification”
INTELSAT Document BG－42－65E（1980－06）．

(4) INTELSAT：“System specification of the INTELSAT prototype TDMA system”
INTELSAT Document BG－1－18（1973）．

(5) INTELSAT：“Statement of work for TDMA test bed”
INTELSAT Document IS－836，Exhibit－A（1977－03）．

(6) G. Dill, K. Hodson, C. Burwell, R. Edy, Y. Umeda, T. Fujino, H. Ito and S. Tachikawa：“120－Mbit／s TDMA test bed”
in Proc. 4th Int. Conf. Digital Satellite Commun., Montreal, pp. 291－298（1978－10）．

(7) K. Kawakami, K. Irie, M. Nakanishi and T. Fujino：“Some consideration on the transmission parameter for the digital domestic satellite communication system”
in Proc. 3rd Int. Conf. Digital Satellite Commun., Kyoto, pp. 354－362（1975－11）．

(8) S. O. Rice："Mathematical analysis of random noise"
Bell Syst. Tech. J., *Vol.23*, pp. 282－332 (1944); *Vol.24*, pp. 46－156 (1945).

(9) S. O. Rice："Noise in FM receivers"
in Time Series Analysis, M. Rosenblatt, Ed., Wiley, New York (1963).

(10) W. B. Davenport and W. L. Root: "An introduction to the theory of random signals and noise"
McGraw－Hill, New York (1958).

(11) A. Papoulis："Probability, random variables and stochastic processes"
McGraw－Hill, New York (1965).

(12) W. R. Bennett and J. R. Davey："Data transmission"
McGraw－Hill, New York (1965).

(13) H. L. Van Trees："Detection, estimation, and modulation theory, Part Ⅱ"
John Wiley & Sons, New York (1971).

(14) S. Stein and J. J. Jones："Modern communication principles"
McGraw－Hill, New York (1967).

(15) H. Taub and D. L. Schilling："Principles of communication systems"
McGraw－Hill, New York (1971).

(16) R. W. Lucky, J. Salz and E. J. Weldon："Principles of data communication"
McGraw－Hill, New York (1968).

(17) J. M. Wozencraft and I. M. Jacobs："Principles of communication engineering"
John Wiley & Sons, New York (1965).

(18) A. J. Viterbi and J. K. Omura："Principles of digital communication and coding"
McGraw－Hill, New York (1979).

(19) 田中幸吉：“直交・多値変調方式”
信学誌，*Vol.53*，pp. 1498—1502(1970—11).

(20) J. J. Spilker：“Digital communications by satellite”
Prentice—Hall, Englewood Cliffs, New Jersey (1977).

(21) V. K. Bhargava, D. Haccoun, R. Matyas and P. Nuspl：“Digital communications by satellite”
John Wiley & Sons, New York (1981).

（ＰＳＫ変調信号の伝送）

(22) C. R. Cahn：“Performance of digital phase—modulation communication systems”
IRE Trans. Commun. Syst., pp. 3—6 (1959—05).

(23) W. C. Linsey：“Phase—shift—keyed signal detection with noisy reference signals”
IEEE Trans. Aerosp. Elec. Syst., *Vol. AES—2*, pp. 393—401(1966—07).

(24) S. A. Rhodes：“Effect of noisy phase reference on coherent detection of offset—QPSK signals”
IEEE Trans. Commun., *Vol. COM—22*, pp. 1046—1055 (1974—08).

(25) V. K. Prabhu：“Error rate considerations for coherent phase—shift keyed systems with co—channel interference”.
Bell Syst. Tech. J., *Vol.48*, pp. 743—767 (1969—03).

(26) V. K. Prabhu：“PSK performance with imperfect carrier phase recovery”
IEEE Trans. Aerosp. Elec. Syst., *Vol.AES—12*, pp.275—286(1976—03).

(27) 樺沢，森永，滑川：“多相同期ＰＳＫ信号に対する位相ジッタ及びガウス雑音の影響”
信学論（Ｂ），*Vol.J61—B*, pp.242—249 (1978—04).

(28) A. S. Rosenbaum：“PSK error performance with gaussian noise and interference”
Bell Syst. Tech. J., *Vol. 48*, pp. 413—442 (1969—02).

(29) L. Lundquist, M. Lopriore and F. M. Gardner：“Transmission of 4φ－phase－shift－keyed time－division multiple access over satellite channels”
IEEE Trans. Commun., *Vol. COM－22*, pp. 1354－1360 (1974－09).

(30) W. Schrempp and T. Sekimoto：“Unique word detection in digital burst communications”
IEEE Trans. Commun. Technol., *Vol. COM－16*, pp. 597－605(1968－08).

(31) T. Fujino and Y. Umeda：“Effects of jitter and cycle slipping of phase reference upon unique word missed detection in QPSK systems”
IEEE J. Sel.Areas Commun., *Vol. SAC－1*, pp. 95－102(1983－01).

(32) T. Fujino and Y. Umeda:“Effects of jitter and cycle slipping of phase reference upon unique word missed detection in QPSK systems”
in Proc. AIAA 9th Commun. Satellite Syst.Conf., San Diego, pp. 92－99 (1982－03).

(33) 藤野，梅田：“ＱＰＳＫ系における再生基準位相雑音のユニークワードミス検出に与える影響”
信学技報（通信方式），ＣＳ８１－７（１９８１－０４）.

（ＰＳＫ変復調系の設計）

(34) K. Nosaka, A. Ogawa and T. Muratani：“PSK demodulator with delay line for the PCM－TDMA system”
IEEE Trans. Commun. Technol., *Vol. COM－18*, pp. 427－434 (1970－08).

(35) 小川，村谷，大川，野坂：“衛星通信ＴＤＭＡ用４相ＰＳＫ変復調装置の設計”
信学論（Ｂ），*Vol. 55－B*, pp. 675－682 (1972－12).

(36) E. R. Cacciamani and C. J. Wolejsza:“Phase－ambiguity resolution in a four－phase PSK communications system”
IEEE Trans. Commun. Technol., *Vol. COM－19*, pp.1200－1210(1971－12).

(37) T. Noguchi and S. Otani: "Multilevel PSK modems for TDMA system" in Proc. EASCON'75, pp.139A-F (1975).

(38) 浅原，豊永，佐々木，御代：" SCPC衛星通信方式用4相PSK変復調器 " 信学技報（通信方式），CS74-84（1974-09）.

(39) 辻，吉沢，渡辺，峯島：" SBS社向けTDMAバーストモデム " FUJITSU, *Vol.31*, No.3 pp. 377-390（1980-06）.

(40) 藤野，梅田："TDMA衛星通信用の4相PSK変復調系に関する考察" 信学論（B），*Vol.63-B*, pp. 775-782 （1980-08）.

(41) 藤野，梅田："TDMA衛星通信用4相PSK変復調器に関する二・三の考察" 信学技報（通信方式），CS 79-186 （1979-12）.

(42) 藤野，梅田："低受信CN比動作用のPCM-PSK-TDMA復調器の一提案" 信学論（B），*Vol.62-B*, pp. 438-439 （1979-04）.

(43) 藤野，岡野："20GHz 帯四相位相変調器の波形応答" 信学論（B），*Vol.57-B*, pp. 265-267 （1974-04）.

(44) 藤野，伊藤，岡野，尾形，陶山，鍛治："準ミリ波帯PSKの動作原理の一考察" 輻射科学研究会資料（1971-02）.

(45) 藤野，町野，尾形："MIC化20GHz PCM変調器" 信学会マイクロ波研究会資料，MW72-48 （1972-07）.

(46) 藤野，町野，尾形："準ミリ波帯高速位相変調器" 電気関係学会関西連大，G7-10 （1971-10）.

(47) 藤野，町野，岡野，尾形，池川："準ミリ波帯位相変調器に関する一検討" 信学全大，1906 （1973-03）.

(48) 藤野，岡野，ミスラ："位相変調器に関する一検討" 信学会マイクロ波研究会資料，MW73-5 （1973-04）.

(49) 藤野，田中，繁田，岡野："20GHz帯四相位相変調器" 信学全大，2269 （1974-07）.

(50) 藤野，梅田："TDMA衛星通信用PSK復調器に関する一検討" 信学技報（通信方式），CS77-116 （1977-10）.

(51) 梅田，藤野，森谷，三宅，村上：“衛星通信用１２０Ｍｂｉｔ／ｓ４相ＰＳＫ変復調装置”
三菱電機技報，*Vol.53*,pp. ９０４－９０８（１９７９－１２）.

(52) T. Fujino and Y. Umeda:“A 120 Mbps QPSK modem for satellite communications”
Mitsubishi Electric Advance, *Vol. 12*, pp.25–27 (1980－06).

（搬送波再生系）

(53) L. E. Franks:“Carrier and bit synchronization in data communication－a tutorial review”
IEEE Trans.Commun., *Vol. COM–28*,pp.1107–1121(1980–08).

(54) F. M.Gardner:“Self–noise in synchronizers”
IEEE Trans. Commun., *Vol. COM–28*,pp.1159–1163(1980–08).

(55) L. C.Palmer,S. A. Rhodes and S. H. Lebowitz:“Synchronization for QPSK transmission via communications satellites”
IEEE Trans. Commun., *Vol. COM–28*, pp.1302–1314(1980–08).

(56) 村谷，大川，中邨：“単同調フィルタを用いた搬送波再生回路”
信学会通信方式研究会資料，ＣＳ７０－１０９（１９７１－０３）.

(57) 中島，渡辺：“ＡＰＣ付加タンク・リミタによるＴＤＭＡ用搬送波再生系”
信学論（Ｂ），*Vol.J61–B*，ｐｐ．３２７－３３４（１９７８－０５）.

(58) M. Asahara, N. Toyonaga, S. Sasaki and T. Miyo:“Analysis of carrier recovery adopting a narrow band passive filter with AFC loop”
in Proc. 3rd Int. Conf. Digital Satellite Commun., Kyoto, pp. 99–104(1975–11).

(59) 大谷，野口，横山：“搬送波抽出に於けるパターンジッター抑圧の一方式”
信学総全大，１７８４（１９７６－０３）.

(60) 水野，村谷：“搬送波再生回路における位相スリップの発生頻度とその対策”
信学総全大，２０５９（１９８０－０３）.

(61) H. Kurihara, T. Katoh, H. Komizo and H. Nakamura: "Carrier recovery circuit with low cycle skipping rate for CPSK/TDMA systems" in Proc. 5th Int. Conf. Digital Satellite Commun., Genoa, pp. 319–324(1981–03).

(62) T. Fujino, Y. Moritani and Y.Umeda: "Self–noise produced by quadrupling of QPSK signals" IEEE Trans. Aerosp. Elec. Syst., *Vol. AES–18*, pp.701–704(1982–09).

(63) 藤野，梅田："ＴＤＭＡ用搬送波再生回路に関する一考察" 電気関係学会関西連大，Ｇ7－5（１９７９－１１）.

(64) 藤野，梅田："ＴＤＭＡ搬送波再生器に関する一提案" 信学総全大，２０８１（１９８１－０４）.

（逓倍解析）

(65) G. Canovai and G. Corazza: "SNR at the output of a frequency doubler and quadrupler" Alta Frequenza, *Vol. XLI*, pp.646–655(1972–09).

(66) G. Canovai and G. Corazza: "Spectrum of the signal at the output of a frequency multiplier for carrier recovery in PSK systems" Alta Frequenza, *Vol. XLI*, pp.637–645(1972–09).

(67) J. F.Oberst and D. L. Schilling: "The SNR of a frequency doubler" IEEE Trans. Commun. Technol., pp.97–99(1971–02).

(68) 藤野，梅田："バーストＰＳＫ信号プラス定常ガウス雑音の４逓倍" 信学技報（通信方式），ＣＳ８０－１５６（１９８０－１１）.

（サイクルスリップ解析）

(69) E. Bozzoni, G. Marchetti, U. Mengali and F. Russo: "Probability density of the click duration in an ideal FM discriminator" IEEE Trans. Aerosp. Elec. Syst., *Vol. AES-6*, pp.249-252(1970-03).

(70) A. J. Rainal : "Theoretical duration and amplitude of an FM click" IEEE Trans. Inform. Theory, *Vol. IT-26*, pp. 369-372 (1980-05).

(71) A. J. Rainal : "Axis-crossings of the phase of sine wave plus noise" Bell Syst. Tech. J., pp. 737-754(1967-04).

(72) D. Yavus : "FM click shapes" IEEE Trans. Commun. Technol., *Vol. COM-19*, pp.1271-1273(1971-12).

(73) 藤野, 梅田 : "サイクルスリップ発生確率の過渡特性" 信学論(B), *Vol.J64-B*, pp. 554-555(1981-06).

(74) T. Fujino, Y. Umeda and E. Yamazaki : "Transient probability response of cyle slip occurrence in the PSK-TDMA carrier recovery" IEE Proc., *Vol.131*, Pt. F, pp. 729-733(1984-12).

（符号化変調方式）

(75) A. S. Acampora : "Bit error rate bounds for Viterbi decoding with modem implementation errors" IEEE Trans. Commun., *Vol.COM-30*, pp. 129-134(1982-01).

(76) G. Ungerboeck : "Channel coding with multilevel/phase signals" IEEE Trans. Inform. Theory, *Vol.IT-28*, pp.55-67(1982-01).

(77) S. H. Lebowitz and S. A. Rhodes : "Performance of coded 8PSK signaling for satellite communications" in Proc. Int. Conf. Commun., Denver, pp. 47.4.1-47.4.8 (1981-06).

(78) S. A. Rhodes, R. J. Fang and P. Y. Chang : "Coded octal phase shift keying in TDMA satellite communications"
COMSAT Tech. Review, *Vol. 13*, pp. 221−258(1983−Fall).

(79) J. S. Snyder : "High−speed Viterbi decoding of high−rate codes"
in Proc. 6th Int. Conf. Digital Satellite Commun., Phoenix, Arizona, pp. XII 16−23(1983−09).

(80) J. B. Cain, G. C. Clark and J. M. Geist : "Punctured convolutional codes of rate $(n-1)/n$ and simplified maximum likelihood decoding"
IEEE Trans. Inform. Theory, *Vol. IT−25*, pp. 97−100(1979−01).

(81) Y. Yasuda, Y. Hirata, K. Nakamura and S. Otani : "Development of variable−rate Viterbi decoder and its performance characteristics"
in Proc. 6th Int. Conf. Digital Satellite Commun., Phoenix, Arizona, pp. XII 24−31(1983−09).

(82) 安田, 平田, 小川 : "ヴィタビ復号の容易な高符号化率たたみ込み符号とその諸特性"
信学論(B), *Vol. J64−B*, pp. 573−580(1981−07).

(83) 藤野, 梅田, 山崎 : "符号化8相PSK伝送系に及ぼす再生搬送波の位相誤差及びジッタの影響"
信学論(B), *Vol. J67−B*, pp. 1095−1102(1984−10).

(その他のディジタル変調方式)

(84) S. Kokami, I. Horikawa, K. Morita and Y. Okamoto : "Characteristics of a high capacity 16QAM digital radio system in multipath fading"
IEEE Trans. Commun., *Vol. COM−27*, pp. 1854−1861(1979−12).

(85) I. Horikawa, T. Murase and Y. Saito : "Design and performances of a 200 Mbits/s 16QAM digital radio system"
IEEE Trans. Commun., *Vol. COM−27*, pp. 1953−1958(1979−12).

（非線形伝送路解析）

－Volterra 級数関係－

(86) E. Bedrosian and S. O. Rice : "The output properties of Volterra system (nonlinear systems with memory) driven by harmonic and gaussian inputs"
Proc. IEEE, *Vol. 59*, pp. 1688－1707(1971－12).

(87) S. Benedetto, E. Biglieri and R. Daffara : "Modeling and performance evaluation of nonlinear satellite links－a Volterra series approach"
IEEE Trans. Aerosp. Elec. Syst., *Vol. AES－15*, pp.494－507 (1979－07).

－非線形伝達関数（合流型超幾何関数）関係－

(88) J. L. Sevy : "The effect of hard limiting an angle－modulated signal plus noise"
IEEE Trans. Aerosp. Elec. Syst., *Vol. AES－4*, pp. 24－30 (1968－01).

(89) T. Mizuno, N. Morinaga and T. Namekawa : "Transmission characteristics of an M－ary coherent PSK signal via a cascade of N bandpass hard limiters"
IEEE Trans. Commun. *Vol. COM－24*, pp. 540－545(1976－05).

－その他の解析－

(90) R. G. Lyons : "The effect of a bandpass nonlinearity on signal detectability"
IEEE Trans. Commun., *Vol. COM－21*, pp. 51－60(1973－01).

(91) O. Shimbo : "Effects of intermodulation, AM-PM conversion, and additive noise in multicarrier TWT systems"
Proc. IEEE, *Vol. 59*, pp. 230-238(1971-02).

(92) N. M. Blachman : "The output signals and noise from a nonlinearity with amplitude-dependent phase shift"
IEEE Trans. Inform. Theory, *Vol. IT-25*, pp. 77-79(1979-01).

(93) S. Murakami, Y. Furuya., Y. Matsuo and M. Sugiyama : "Optimum modulation and channel filters for nonlinear satellite channels"
IEEE Trans. Commun., *Vol. COM-27*, pp. 1810-1819(1979-12).

(非線形伝送路対策)

(94) D. Chakraborty : "Maximum likelihood sequence detection in nonlinear satellite channels"
IEEE Commun. Magazine, pp. 47-53(1981-11).

(95) G. Satoh and T. Mizuno : "Nonlinear satellite channel design for QPSK/TDMA transmission"
in Proc. 5th Int. Conf. Digital Satellite Commun., Genoa, pp. 47-54(1981-03).