The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	引きつれ効果を考慮した生体粘弾性パラメータのアクティブセンシング
Author(s)	田中, 信行
Citation	大阪大学, 2011, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/24875
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

引きつれ効果を考慮した
生体粘弾性パラメータのアクティブセンシング

2011 年 1 月

大阪大学大学院工学研究科
機械工学専攻

田中 信行

概　要

生体柔軟組織では力印加部だけでなく，その近傍まで引きつられて変形するため，引きつれ度合いも考慮した弾性評価方法の構築が望まれていた．さらにこの変形特性に起因して，力印加時と力遮断時で変形の応答特性が異なる方向依存型応答特性が現れる．本論文では，4 つの線形粘弾性パラメータで引きつれ効果と方向依存型応答特性が表現できるシンプルな生体柔軟組織モデルを構築し，力印加と組織の変形情報から 4 つの粘弾性パラメータを推定する逆問題について考察することを目的としている．このモデルは位置と粘弾性パラメータが積の形で現れるため，運動方程式は一般に非線形になるものの，表面形状が計測可という条件を付与することによって粘弾性パラメータに関して線形方程式に帰着できる．この逆問題に関して，解の存在性及び一意性はモデルの節点数とサンプリング数から決まり，また解の推定精度は力印加時だけでなく力遮断時のデータもサンプリングすることで向上することを指摘している．また定常状態だけに着目すると，力印加点で大きさが異なる力を複数回印加することで 2 つの弾性パラメータが近似的に推定できることを示している．提案手法をヒト肌変形に適用するため，応答時定数 1[ms] を有する空気噴流を利用した力印加系とフレームレート 2000[fps] を有する高速カメラを用いた変位取得系の二つからなる実験システムを構築している．ヒト肌表面にスリットレーザを照射し，レーザ光を高速カメラで捉えることでヒト肌の変形形状の非接触計測を行っている．提案手法を用いて印加力と表面の変形形状から逆問題を解いてパラメータ推定を行い，さらに推定されたパラメータを用いて順問題を解いた結果，モデルは引きつれ効果だけでなく方向依存型応答特性も明快に表現できることを示している．また実験結果から，3 × 3 の節点数を有するモデルであれば力印加点だけの計測データを用いたパラメータ推定であっても，表面変形全体の計測データを用いた場合と同等のパラメータ推定が可能であることを確認している．今後の展開として，提案モデルの順問題計算の高速性に着目し，ハプティックシステムでの反発力計算やポイント変位計測による小型センサを利用した低侵襲手術下での組織弾性評価への応用可能性についても述べる．

目　次

第 1 章　序論 1
1.1 研究背景と動機 1
1.2 なぜバネ · ダンパ要素でモデル化するのか？ 3
1.3 研究目的 5
1.4 従来研究 5
1.5 論文構成 8
1.6 記号の定義 9

第 2 章　生体柔軟組織の変形特性 13
2.1 概要 13
2.2 非接触変形計測 13
2.2.1 計測システム 13
2.2.2 計測実験 15
2.3 引きつれ効果 17
2.4 方向依存型応答 17
2.5 均一性の評価 20
2.6 まとめ 20

第 3 章　生体柔軟組織のモデリング 21
3.1 概要 21
3.2 問題設定と仮定 21
3.3 モデルの構造 22
3.4 運動方程式 22
3.5 4 つのバネ · ダンパの十分性 · 必要性の考察 26
3.5.1 引きつれ効果表現のための 2 種類のバネ 26
3.5.2 k_h, k_v を変えたときに f_c–u_c 平面の第 1 象限を張る十分性 31
3.5.3 方向依存型応答表現のための 2 種類のダンパ 33

3.5.4 パラメータの配分 34
3.6 順問題と逆問題 35
3.7 引きつれ効果 35
3.8 方向依存型応答 40
3.9 組織の体積変化 41
3.10 まとめ 44

第 4 章 表面変形計測に基づく逆問題 45
4.1 概要 45
4.2 問題設定 45
4.3 定式化 45
4.4 逆問題の適切性 49
4.5 シミュレーションによる解の推定精度の考察 50
4.6 まとめ 55

第 5 章 ポイント変位計測に基づく逆問題 61
5.1 概要 61
5.2 問題設定 61
5.3 定式化 61
5.4 未知変位が隣接節点の z 方向変位に限定される場合の解の一意性 63
5.5 シミュレーションによる初期値 $\boldsymbol{\beta}_0$ の検討 66
5.6 まとめ 78

第 6 章 ヒト肌変形への応用 79
6.1 概要 79
6.2 表面変形計測に基づくパラメータ推定 79
6.3 ポイント変位計測に基づくパラメータ推定 82
6.4 まとめ 86

第 7 章 結論 89
7.1 まとめ 89
7.2 今後の展開 90

参考文献 93

謝 辞 103

業　績 105

第 1 章

序論

1.1　研究背景と動機

内臓や皮膚，筋肉といった組織は，骨や歯と比べて外力に対して大きく変形することから生体柔軟組織と呼ばれ，その硬さは医療診断の重要な指標として利用されている[1)–5)]．例えば，医師は触診することで，組織の中で局所的に硬い部位を探し，腫瘍の有無，浮腫や炎症の度合いといった診断を下す．一般的に弾性は外力に対する変形抵抗として定義される．最も単純な弾性評価手法としては，生体組織に対する単軸方向の印加力 f を発生した変位 u で割った値 f/u をフックの法則に従うような線形バネのバネ定数 k として扱うことが考えられる．しかしながら生体柔軟組織は，組織同士のつながりによる連続性によって力印加点だけでなくその周辺部も引きつれて変形するという引きつれ効果を有する．Fig. 1.1 は内径 2[mm] のノズルから空気噴流を噴射し皮膚表面に局所的に力印加している様子である．ノズル直下の力印加点だけでなく，力印加点から離れて力が直接印加されていないにもかかわらず変形している様子が分かる．このような引きつれ効果を有する生体柔軟組織に対して，Fig. 1.2 に示すような単軸方向の線形バネとして弾性を評価し

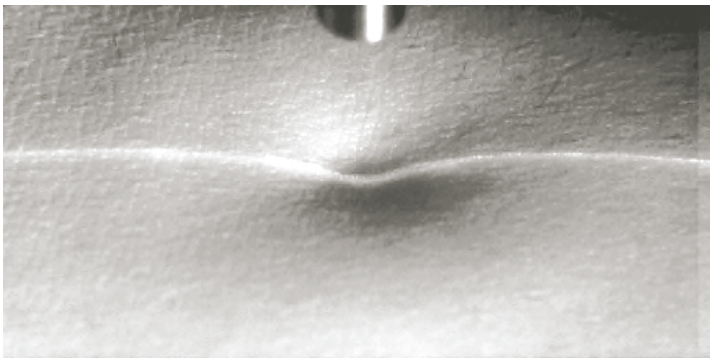


Fig. 1.1 Skin deformation with coupling effect

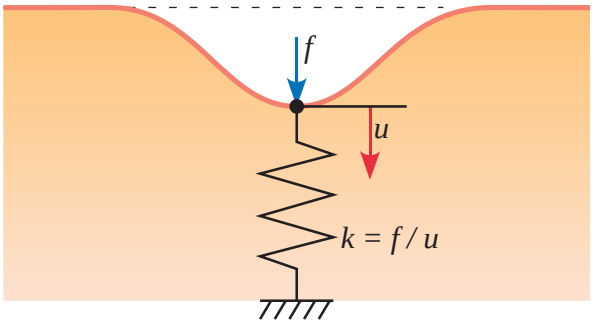


Fig. 1.2 Linear spring obeying to Hooke's law

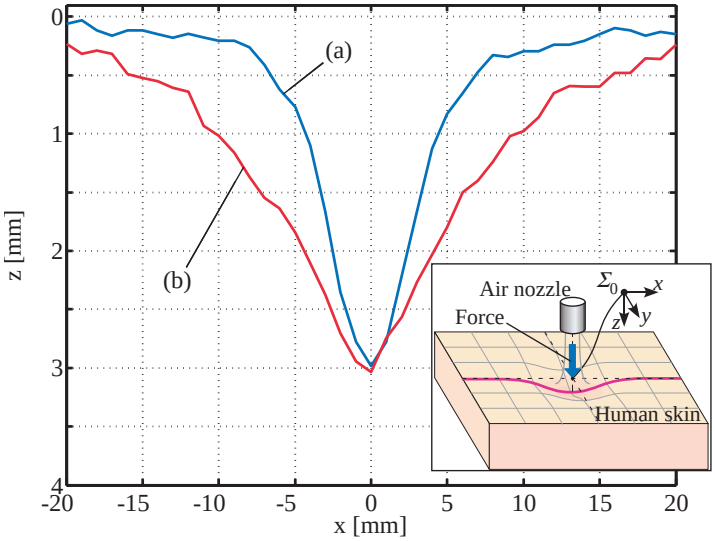


Fig. 1.3 Coupling effect

ても組織の硬さを必ずしも正しく評価できない．例えば，異なる二人の被験者に対して同じ力を印加した際に，Fig. 1.3 に示すように力印加点の変位は同じでありながら，力印加点から離れた周辺部の変形形状が異なる組織に対して，これらを同じ硬さと分類するのは不自然である．このような引きつれ効果を取り込んだ生体柔軟組織の弾性評価法が望まれていた．

また，本研究を進める中で新たに観測された生体柔軟組織に特徴的な変形特性として方向依存型応答がある．これは生体組織に対してステップ状に力を印加・遮断すると，力印加時に比べて力遮断時の変位応答のほうが遅くなるという特性である．Fig. 1.4 は皮膚に対して空気噴流を用いてステップ状の力印加と力遮断を行った際の力印加点の変位応答を示している．ここで τ_1, τ_2 はそれぞれ力印加時および力遮断時の時定数である．Fig. 1.4 から，力印加時に比べて力遮断時のほうが約 2 倍時定数が大きいことが分かる．一般的に力印加に対する変位速度の受動的な抵抗要素は粘性であり，粘性が線形ダンパ要素であ

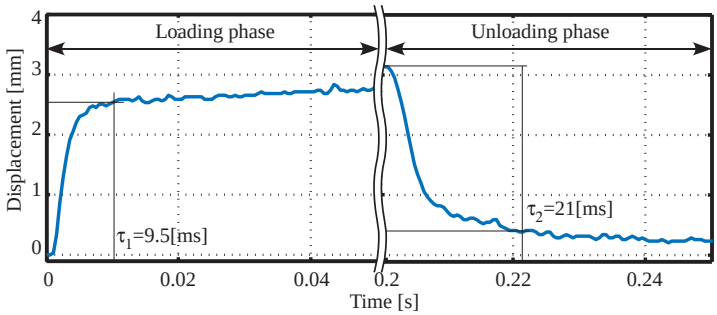
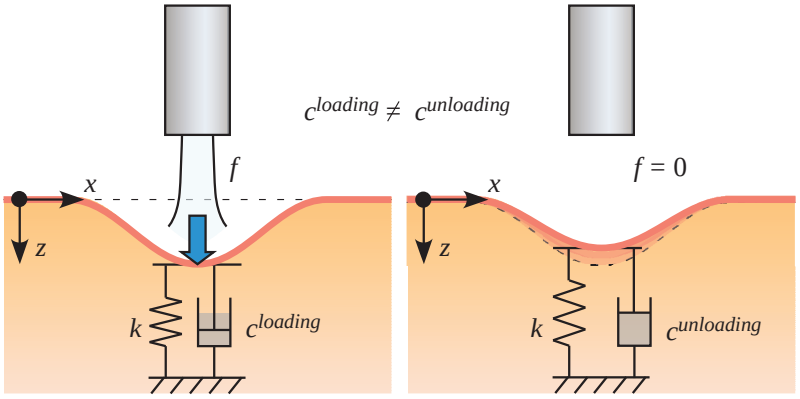


Fig. 1.4 Direction-dependent response



(a) Loading / Deformation phase　　(b) Unloading / Recovering phase

Fig. 1.5 Two phases of human skin surface deformation

ると仮定すれば，この変形例では力印加時と力遮断時とではダンパ要素の値についても約 2 倍変化することを意味している．このような変化は，Fig. 1.5 に示すような単軸方向の集中バネ · ダンパモデルに置き換えて考えると，単一のモデルでありながら二種類のダンパが存在することになる．力印加時と力遮断時においては，組織自体は変わっていないため，この原因がどのような物理現象に起因するものなのかよくわかっていなかった．

一方で引きつれ効果と方向依存型応答を組み込んだ最もシンプルな生体柔軟組織モデルとはどんなものが考えられるのだろうか？この素朴な疑問に答えるため，シンプルかつ生体組織の本質を組み込んだモデルを探し，そのモデルを使って生体組織内部の弾性や粘性パラメータを推定してみたいというのが本研究の動機付けである．

1.2　なぜバネ · ダンパ要素でモデル化するのか？

材料の分野で粘弾性材料を解析する最も一般的な方法として有限要素法がある．有限要素法は材料を微小要素に分割し，各要素に対してヤング率，粘性係数，ポアソン比を用い

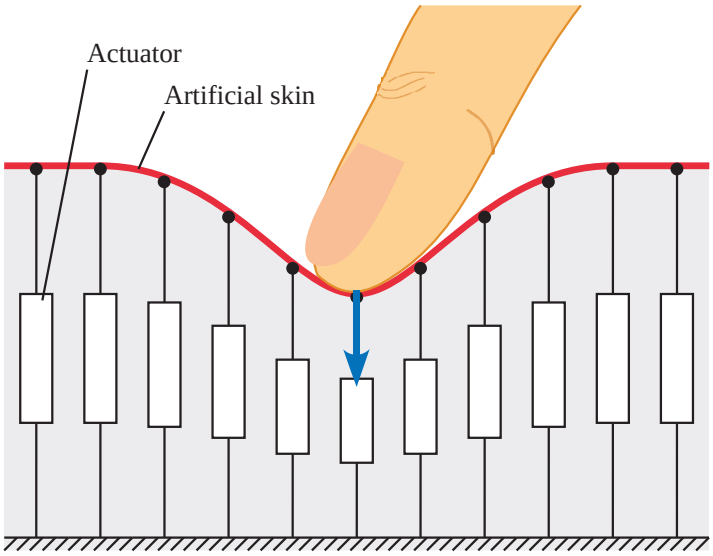


Fig. 1.6 An example of haptic system

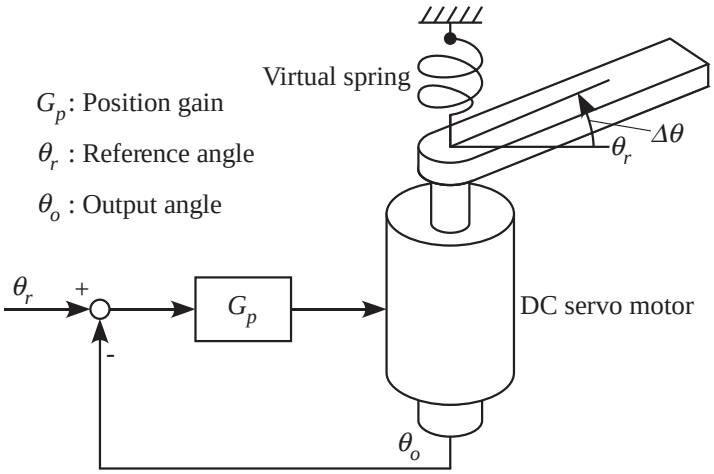


Fig. 1.7 Virtual spring produced by DC servo motor

て構成方程式を導入し，各要素に対して，ひずみやひずみ速度に関する境界条件を考慮して要素間をリンクし，未知数に対して行列演算を行って，ひずみやひずみ速度を算出する方法である．有限要素法については多くの汎用的なパッケージも市販されており，機械材料だけでなく，生体柔軟組織の解析にも広く使われている．このような汎用的なソフトがある中で，本研究ではなぜ生体柔軟組織をバネ・ダンパ要素でモデル化しようとしているのか？その一番大きな理由としてハプティックシステムへの応用を視野に入れている点があげられる．ハプティックシステムとは Fig.1.6 に示すような触感提示システムのことである．例えば患部組織の柔らかさを人工的に自由に変えることができるハプティックシステムができたとしよう．このようなシステムができると研修医が患部組織の触感を感覚的

に習得することができるようになる．さて，このようなハプティックシステムを構築する際に必ず必要になるのが粘弾性提示機構である．Fig. 1.7 はこのうち弾性（硬さ）を提示する最も典型的な制御法の一例を示したものである．一般に DC サーボモータの発生トルクは電流に比例するという性質がある．したがって，目標値からのずれ $\Delta\theta$ に比例して電流が増えるようにしておけば，DC サーボモータの回転軸に対して，見かけ上，仮想バネを生成することができる．これを目標速度に対して行えば，見かけ上，仮想粘性を生成することもできる．このように生体柔軟組織をバネ · ダンパ要素でモデル化しておくと，ハプティックスシステムへ応用する際に DC サーボモータに設定するパラメータが 1 対 1 に決定することができる．一方，有限要素モデルで解析した場合，得られた物性値に対して DC サーボモータ制御用にパラメータ変換する必要があり，その等価変換は必ずしも自明ではない．さらにバネ · ダンパ要素モデルは，連続体モデルに比べて精度面，モデルの正確さでは劣るものの，低要素モデルに対して解析的に解ける場合があり，直観的に理解しやすいという点も挙げられる．以上の点を踏まえ，本論文では，バネ · ダンパ要素を使ったモデルを採用する．

1.3　研究目的

本研究の目的は以下の 3 点である．

1. 引きつれ効果と方向依存型応答を表現可能な最もシンプルな組織モデルの構築
2. 構築したモデルに対して内部パラメータを決定するための逆問題解析手法の構築
   （a）表面変形が計測可能な場合
   （b）力印加点の変位しか計測できない場合
3. 応用の一例として，構築した逆問題解析手法をヒト肌に適用した際の利便性に関する考察

1.4　従来研究

医療診断を行う際に医師が行っている触診を人工の機械で実現するための基礎研究が数多く提案されてきた[6)–20)]．

さて，本研究のように引きつれ効果を考慮した上で生体組織の弾性を評価しようとすると，生体組織の変形計測が必要となる．ここで，時刻 t において組織の (x, y, z) 地点にはたらく力 $\boldsymbol{f}(x, y, z, t) \triangleq [f_x(x, y, z, t), f_y(x, y, z, t), f_z(x, y, z, t)]^t \in \mathfrak{R}^{3\times 1}$ と変位 $\boldsymbol{u}(x, y, z, t) \triangleq [u_x(x, y, z, t), u_y(x, y, z, t), u_z(x, y, z, t)]^t \in \mathfrak{R}^{3\times 1}$ を考える．例えば，Fig. 1.8 に示すように，$\boldsymbol{f}(0, 0, 0, t)$ は原点に加わる力，$\boldsymbol{u}(2, 1, 0, t)$ は組織表面の $(2, 1, 0)$ 地点の変位をそれぞれ表

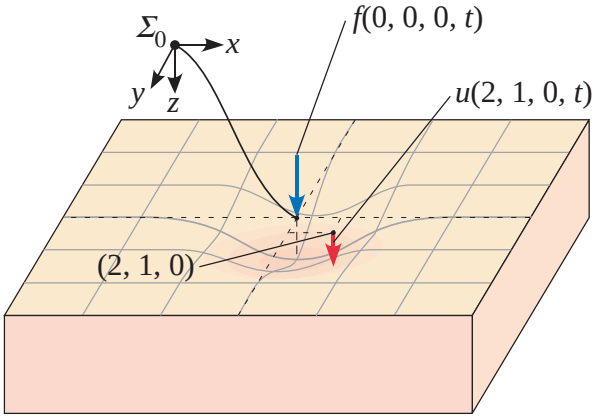


Fig. 1.8 The definition of $\boldsymbol{f}(x, y, z, t)$ and $\boldsymbol{u}(x, y, z, t)$ at t

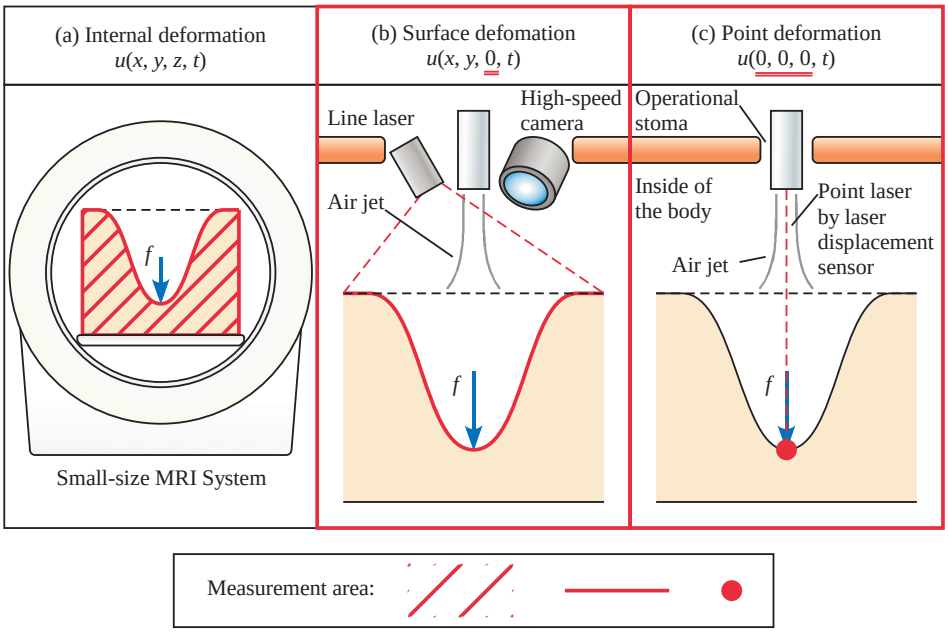
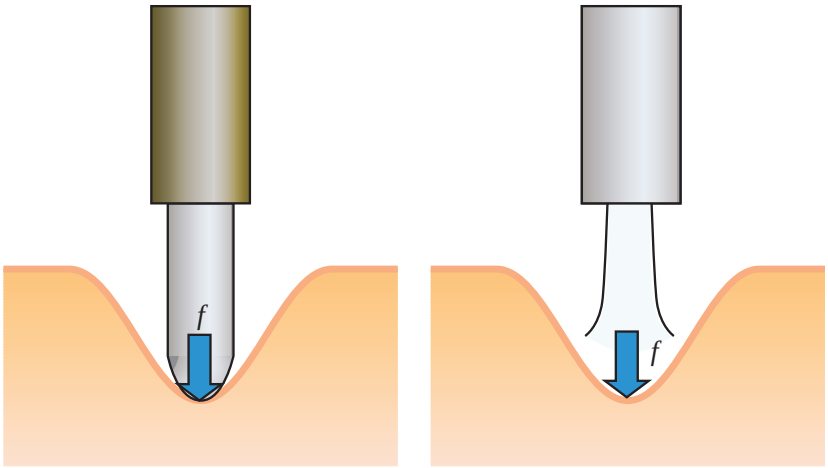


Fig. 1.9 Three approaches of stiffness measurement of soft tissue and their examples

す．この定義を踏まえて，組織の変形計測手法は Fig. 1.9(a), (b), (c) に示すように，内部変形 $\boldsymbol{u}(x, y, z, t)$ を計測する手法，表面変形 $\boldsymbol{u}(x, y, 0, t)$ を計測する手法，力印加点のポイント変位 $\boldsymbol{u}(0, 0, 0, t)$ を計測する手法の 3 つに分類できる．

まず，Fig. 1.9(a) に示すような内部変形 $\boldsymbol{u}(x, y, z, t)$ を計測する手法について考えてみる．内部変形の計測手法としては，超音波エコー[21)–28)]，MRI[29)–36)]を用いる方法がある．Hendriks らは，光干渉断層計 (OCT) と吸引式の力印加装置を組み合わせることで，内部変形まで含めた計測を行い，皮膚の層構造に着目し変形解析を行っている[37)]．医療応用としては，Bercoff らは加振器と超音波エコーを組み合わせた超音波エラストグラフィ装置を用いて，乳がんの腫瘍部を検出している[28)]．Rouviere らは MR エラストグラフィを用



(a) Contact approach　　(b) Non-contact approach

Fig. 1.10 Two approaches for applying an external force

いて健常者と慢性疾患がある患者とで肝臓の弾性率の比較を行っている[34]．ただし，MRI では装置が大掛かりであり時間分解能が低く，OCT では計測領域が数ミリと狭く，超音波エコーでは接触面での拘束があるという問題がある．

次に，Fig. 1.9(b) に示すような表面変形 $\boldsymbol{u}(x, y, 0, t)$ を計測するについて考えてみよう．生体組織の表面 (xy 平面) は，視覚情報として直接観察することができるためカメラを用いた計測が可能という利点がある[38)–44)]．特に金子らは，非接触眼圧計と高速度カメラを組み合わせたシステムを用いて角膜の高速変形を捉え，眼剛性計測を行っている[42),43)]．しかしながら，この研究ではモデルパラメータの推定問題については取り扱っていない．なお，精度面では内部変形から弾性を評価する方が，表面変形情報だけを使って弾性を評価するよりも優れている．

最もシンプルな計測手法は，Fig. 1.9(c) に示すように，力印加点のポイント変位 $\boldsymbol{u}(0, 0, 0, t)$ だけを計測して弾性を推定する手法である．この方法は，皮膚[45)–62)]，筋肉[63)–65)]，骨[66)–68)]，内臓[69),70)]，細胞[71)–73)]，タンパク質[74)]といった生体組織の弾性評価に応用されている．Samur らは，低侵襲手術で生体内に差し込むことが可能な小型の押し込み試験センサを開発し，動物実験で内臓の弾性評価を行っている[75)]．

しかしながら，従来研究は単軸の力–変位関係だけに着目しており，バネ · ダンパネットワークモデルにより引きつれ効果を考慮し，かつ物体の変形形状を評価するというところまで踏み込んだ研究はない．

次に力印加方法について整理してみよう．力印加方法としては，Fig. 1.10 に示すように，接触方式と非接触方式の二つに大別できる．Fig. 1.10(a) の接触方式は組織に直接プローブが接触する手法である[6)–41),45)–75)]．これに対して，Fig. 1.10(b) の非接触方式は空気や水の噴流を生体組織に衝突させ，流体力によって力を印加する手法である[42)–44),76)–84)]．

非接触方式は接触方式に比べて精度の面では劣るものの，接触方式に対して接触による病原体の混入や摩擦力による対象物の破壊を防止できる，プローブ接触による拘束から解放される，さらに流体が透明性を有する場合には変形を直接観察できるという 3 つの利点がある．

ここで視点を変えて生体組織モデルについて見てみると，有限要素法[85)–88)]，粒子法[89)]，バネやダンパの組み合わせモデル[90)–102)]の 3 つに大別できる．Delalleau らは接触式プローブをヒト肌に押し当てた際の力–変位関係から反復計算により有限要素モデルのヤング率とポアソン比を求める逆問題解析を行っている[103)]．また，平井らは柔軟物体をレオロジーモデルとして取り扱い，MR 画像から内部変形を計測することで非均一な柔軟物体の内部パラメータ同定を行っている[104)–106)]．

ただし，生体柔軟組織の弾性評価に着目した研究は数多くあるものの，筆者の知る限り，生体柔軟組織特有の引きつれ効果と方向依存型応答特性の原因解明からはじめ，それらをバネ · ダンパという直感的に理解しやすい内部パラメータだけを用いて表現できるシンプルなモデルを考察し，内部パラメータ推定まで行った研究はない．

1.5　論文構成

本論文の構成を以下に示す．

第 1 章 序論:　研究背景および研究目的についてまとめ，従来研究との比較から本研究の位置付けについて示す．また，本論文で使用する記号の定義を行う．

第 2 章 生体柔軟組織の変形特性:　非接触変形計測システムを用いて，力印加を行った際の生体柔軟組織の変形を計測し，生体柔軟組織には引きつれ効果と方向依存型応答という特徴的な特性が観察されることを示す．

第 3 章 生体柔軟組織のモデリング:　引きつれ効果と方向依存型応答を表現可能な最もシンプルな組織モデルについて考察する．また，数値シミュレーションにより提案モデルの特性評価を行い，わずか 4 つの内部パラメータだけで生体柔軟組織の変形特性を表現可能であることを示す．

第 4 章 表面変位計測に基づく逆問題:　表面変形データと印加力データから提案モデルの 4 つの内部パラメータを決定する逆問題解法を提案する．さらに，その適切性および解の推定精度について考察する．

第 5 章 ポイント変位計測に基づく逆問題:　点として近似できる力印加に対して力印加点でのポイント変位データから提案モデルの内部パラメータ (2 つの弾性) を反復計算により決定する逆問題解法を提案する．また，限定された条件において逆問題の解が一意に存在することを示す．さらに，反復計算時の解の収束性について検証

する．

第 6 章 ヒト肌変形への応用:　ヒト肌変形に対して本研究で提案する 2 つの逆問題解法を適用し，推定された内部パラメータを使って順問題を解くことで得たモデルの変形応答から提案モデルの適用範囲について考察する．

第 7 章 結論:　本論文で得られた結果をまとめ，今後の展望について述べる．

1.6　記号の定義

f :　印加力

u :　変位

k :　バネ定数

c :　ダンパ定数

τ_1 :　力印加時の変位時定数

τ_2 :　力遮断時の回復時定数

Σ_0 :　ノズル中心軸と変形前の生体表面との交点を基準とする xyz 直交座標系

t :　計測開始を基準とした時刻

$\boldsymbol{f}(x,y,z,t)$:　時刻 t において (x,y,z) 地点にはたらく x, y, z 方向の分力を要素とする力ベクトル，$\boldsymbol{f}(x,y,z,t) \triangleq [f_x(x,y,z,t), f_y(x,y,z,t), f_z(x,y,z,t)]^t \in \mathfrak{R}^{3\times 1}$

$\boldsymbol{u}(x,y,z,t)$:　時刻 t において (x,y,z) 地点の x, y, z 方向の変位を要素とする変位ベクトル，$\boldsymbol{u}(x,y,z,t) \triangleq [u_x(x,y,z,t), u_y(x,y,z,t), u_z(x,y,z,t)]^t \in \mathfrak{R}^{3\times 1}$

p :　印加圧力

r :　ノズル中心軸からの半径

R^2 :　決定係数

$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{c})$:　粘性マトリックス，$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{c}) \in \mathfrak{R}^{3N\times 3N}$

$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{k})$:　弾性マトリックス，$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{c}) \in \mathfrak{R}^{3N\times 3N}$

N :　拘束されていない節点数

$\boldsymbol{f}$:　モデルの各節点力ベクトルで構成される全体力ベクトル，$\boldsymbol{f} \triangleq [\boldsymbol{f}_1^t, \boldsymbol{f}_2^t, \ldots, \boldsymbol{f}_N^t]^t \in \mathfrak{R}^{3N\times 1}$

$\boldsymbol{u}$:　モデルの各節点変位ベクトルで構成される全体変位ベクトル，$\boldsymbol{u} \triangleq [\boldsymbol{u}_1^t, \boldsymbol{u}_2^t, \ldots, \boldsymbol{u}_N^t]^t \in \mathfrak{R}^{3N\times 1}$

$\boldsymbol{f}_i$:　モデルの節点 i における x, y, z 方向の力ベクトル，$\boldsymbol{f}_i \triangleq [f_{ix}, f_{iy}, f_{iz}]^t \in \mathfrak{R}^{3\times 1}$

$\boldsymbol{u}_i$:　モデルの節点 i における x, y, z 方向の変位ベクトル，$\boldsymbol{u}_i \triangleq [u_{ix}, u_{iy}, u_{iz}]^t \in \mathfrak{R}^{3\times 1}$

$\boldsymbol{k}$:　モデルに含まれる各バネ要素のバネ定数で構成される弾性ベクトル，$\boldsymbol{k} \in \mathfrak{R}^{N_e\times 1}$

$\boldsymbol{c}$:　モデルに含まれる各ダンパ要素のダンパ定数で構成される粘性ベクトル，$\boldsymbol{c} \in \mathfrak{R}^{N_e\times 1}$

N_e :　モデルに含まれるバネ・ダンパ要素の種類の数

k_h :　モデルの水平方向のバネ定数

c_h :　モデルの水平方向のダンパ定数

k_v :　モデルの垂直方向のバネ定数

c_v :　モデルの垂直方向のダンパ定数

$\boldsymbol{C}_{ij}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$:　節点 i, j 間の粘性マトリックス，$\boldsymbol{C}_{ij}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c}) \in \Re^{6\times 6}$

$\boldsymbol{K}_{ij}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{k})$:　節点 i, j 間の弾性マトリックス，$\boldsymbol{K}_{ij}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c}) \in \Re^{6\times 6}$

$\boldsymbol{f}_{ij}$:　モデルの節点 i, j における x, y, z 方向の力ベクトル，$\boldsymbol{f}_{ij} \triangleq [\boldsymbol{f}_i^t, \boldsymbol{f}_j^t]^t \in \Re^{6\times 1}$

$\boldsymbol{u}_{ij}$:　モデルの節点 i, j における x, y, z 方向の変位ベクトル，$\boldsymbol{u}_{ij} \triangleq [\boldsymbol{u}_i^t, \boldsymbol{u}_j^t]^t \in \Re^{6\times 1}$

c_{ij} :　節点 i, j 間のダンパ定数

k_{ij} :　節点 i, j 間のバネ定数

$\boldsymbol{T}_{ij}$:　節点 i, j 間の要素の方向余弦で構成されるマトリックス，$\boldsymbol{T}_{ij} \in \Re^{6\times 6}$

l, m, n :　x, y, z 軸方向への方向余弦

$\boldsymbol{P}_i$:　原点 Σ_0 を基準とした節点 i の位置ベクトル，$\boldsymbol{P}_i \in \Re^{3\times 1}$

$\boldsymbol{C}_{ij}^{11}, \boldsymbol{C}_{ij}^{12}, \boldsymbol{C}_{ij}^{21}, \boldsymbol{C}_{ij}^{22}$:　節点 i, j 間の粘性マトリックスを 4 分割した際の部分マトリックス，
$\boldsymbol{C}_{ij}^{11} \in \Re^{3\times 3}, \boldsymbol{C}_{ij}^{12} \in \Re^{3\times 3}, \boldsymbol{C}_{ij}^{21} \in \Re^{3\times 3}, \boldsymbol{C}_{ij}^{22} \in \Re^{3\times 3}$

$\boldsymbol{K}_{ij}^{11}, \boldsymbol{K}_{ij}^{12}, \boldsymbol{K}_{ij}^{21}, \boldsymbol{K}_{ij}^{22}$:　節点 i, j 間の弾性マトリックスを 4 分割した際の部分マトリックス，
$\boldsymbol{K}_{ij}^{11} \in \Re^{3\times 3}, \boldsymbol{K}_{ij}^{12} \in \Re^{3\times 3}, \boldsymbol{K}_{ij}^{21} \in \Re^{3\times 3}, \boldsymbol{K}_{ij}^{22} \in \Re^{3\times 3}$

L :　生体柔軟組織モデルの隣接節点間距離

g :　ある節点にはたらく力の総和で構成される関数

f_c :　中心節点にはたらく印加力

u_c :　中心節点の変位

g_h :　水平バネが作り出す力成分

c_c :　簡易モデルにおけるダンパ係数

k_c :　簡易モデルにおけるバネ係数

u_c' :　簡易モデルの中心節点における力遮断時の変位

B :　水平方向の要素成分の係数

E :　ヤング率

ν :　ポアソン比

r_s :　対象表面におけるノズル中心軸からの半径

u_{mid} :　組織の中間地点における z 方向の変位

S_i :　節点 i に隣接する節点の集合

$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u}, \dot{\boldsymbol{u}})$:　粘性ベクトルの係数行列，$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u}, \dot{\boldsymbol{u}}) \in \Re^{3N\times 2}$

$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u})$:　弾性ベクトルの係数行列，$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u}) \in \Re^{3N\times 2}$

m :　サンプリング数

$\boldsymbol{\Pi}$:　サンプリング後の粘性ベクトルの係数行列，$\boldsymbol{\Pi} \in \mathfrak{R}^{3Nm\times 2}$

$\boldsymbol{\Theta}$:　サンプリング後の弾性ベクトルの係数行列，$\boldsymbol{\Theta} \in \mathfrak{R}^{3Nm\times 2}$

$\mathcal{F}$:　サンプリング後の印加力ベクトル，$\mathcal{F} \in \mathfrak{R}^{3Nm\times 1}$

$\mathcal{A}$:　$\boldsymbol{\lambda}$ の係数行列，$\mathcal{A} \triangleq (\boldsymbol{\Pi},\ \boldsymbol{\Theta}) \in \mathfrak{R}^{4\times 1}$

$\boldsymbol{\lambda}$:　粘性ベクトルと弾性ベクトルで構成される未知パラメータベクトル，$\boldsymbol{\lambda} \triangleq (\boldsymbol{c}^t, \boldsymbol{k}^t)^t \in \mathfrak{R}^{4\times 1}$

κ :　行列の条件数

$\boldsymbol{G}$:　各節点における x, y, z 方向それぞれの力の総和ベクトル，$\boldsymbol{G} \in \mathfrak{R}^{3N\times 1}$

$\boldsymbol{f}_c$:　力の点印加を仮定した際の M 回の計測に対するモデルの力印加節点の z 方向の印加力を要素とする力ベクトル，$\boldsymbol{f}_c \triangleq [f_c^{(1)}, f_c^{(2)}, \ldots, f_c^{(M)}]^t \in \mathfrak{R}^{M\times 1}$

$\boldsymbol{u}_c$:　M 回の計測に対するモデルの力印加節点の z 方向の変位, $\boldsymbol{u}_c \triangleq [u_c^{(1)}, u_c^{(2)}, \ldots, u_c^{(M)}]^t \in \mathfrak{R}^{M\times 1}$

$\boldsymbol{u}_s$:　M 回の計測に対する未知変位節点の変位ベクトル，$\boldsymbol{u}_s \triangleq [\boldsymbol{u}_s^{(1)}, \boldsymbol{u}_s^{(2)}, \ldots, \boldsymbol{u}_s^{(M)}] \in \mathfrak{R}^{M(3N-1)\times 1}$

M :　計測回数

$\boldsymbol{e}_z$:　z 方向単位ベクトル

$\boldsymbol{\beta}$:　$k_h, k_v, \boldsymbol{u}_s$ で構成される未知変数ベクトル，$\boldsymbol{\beta} \triangleq [\boldsymbol{k}^t, \boldsymbol{u}_s^t]^t \in \mathfrak{R}^{\{M(3N-1)+2\}\times 1}$

λ :　反復計算を安定化するダンピングファクタ

f_{bz} :　モデル境界の固定節点にはたらく z 方向分力

k'_h :　$k_v = 0$ を仮定した場合の水平方向のバネ定数

k'_v :　$k_h = 0$ を仮定した場合の垂直方向のバネ定数

W :　モデルのポテンシャルエネルギーの総和

S_k :　モデルに含まれるすべてのバネ要素の集合

τ_h :　生体柔軟組織モデルの水平方向のバネ・ダンパ要素の時定数

τ_v :　生体柔軟組織モデルの垂直方向のバネ・ダンパ要素の時定数

第 2 章

生体柔軟組織の変形特性

2.1　概要

本章では，生体柔軟組織の力印加に対する変位応答について調べる．ヒト肌を対象として実験を行い，生体柔軟組織では引きつれ効果と方向依存型応答という興味深い特性が表れることを示す．さらに，組織の均一性を評価するため決定係数を定義し，ヒト肌に対して適用した結果について示す.

2.2　非接触変形計測

2.2.1　計測システム

ヒト肌に衝撃的な力が作用した場合，3[m/s] 程度の進行波が発生することが知られている[60]．従って，ヒト肌のような生体柔軟組織のダイナミック変形を計測するためには, 高速な力印加系と高速な変形取得系が要求される. この点を踏まえ本研究では，圧縮空気により力印加を行うことで最大立ち上がり時定数 1[ms] を実現し，そのときの生体組織の応答をフレームレート 2000[fps]，解像度 256×512 ピクセルで取得できるシステム構築から始める.

Fig. 2.1 に構築した非接触変形計測装置の概要図を示す. 計測時には PC からの指令で高速電磁弁を作動させ，SMC（株）製の圧力レギュレータ ITV2030 を用いて一定の圧力に保たれた圧縮空気が内径 2[mm] の空気ノズルから噴射される．同時に高速カメラへ撮影開始のトリガ信号が送られ，高速電磁弁の動作時刻と高速カメラの計測時刻を同期させている．Fig. 2.2 は高速電磁弁（(株）サタケ製，特別仕様品）を示している．電磁弁動作時に一時的に駆動電圧を昇圧することでバルブの駆動スピードを高めている．また，Fig. 2.3 は高速カメラ（Vision Research Inc. 製，Phantom）を示している．カメラ本体に内蔵されたメモリにデータを保存することで，解像度 256×512 の画像をフレームレート 2000[fps]

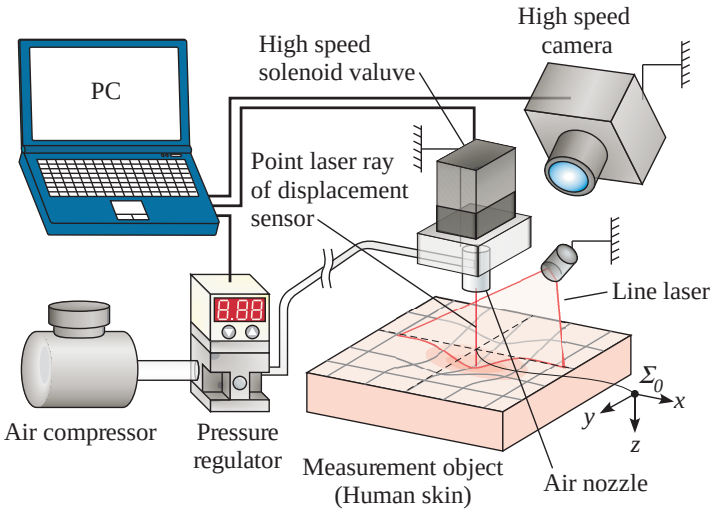


Fig. 2.1 Schematic diagram of experimental system

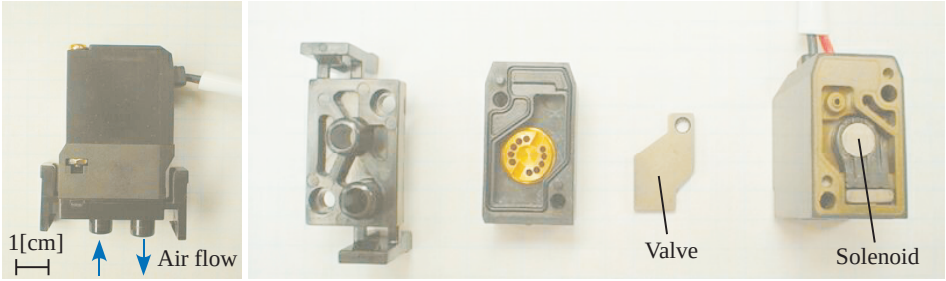


Fig. 2.2 High-speed solenoid valve (Satake Co. Ltd.)

で 0.5[s] 間撮影可能である．計測終了後に PC に画像データが転送され計測が完了する．計測時には酒井硝子エンジニアリング（株）製の半導体レーザ投光器 LD-10RCS を用いてライン状のレーザ光（スリットレーザ）を計測対象表面に対して照射する．変形形状計測は光切断法を用いる[107]．

Fig. 2.4 は実際の計測システムを示している．空気ノズルの軸，スリットレーザ光面，および高速カメラの光軸は，それぞれ規定された位置に配置し，十分な剛性が保たれた支持台に設置されている．また，計測システムの支持台には昇降機能が備わっており，計測対象のヒト肌面と空気ノズルとの間を一定の距離 (10[mm]) に保った状態で計測できるように配慮されている．なお，空気ノズル直下 10[mm] の地点を計測システムの座標原点 Σ_0 としている．

Fig. 2.3 High-speed camera (Vision Research Inc.)

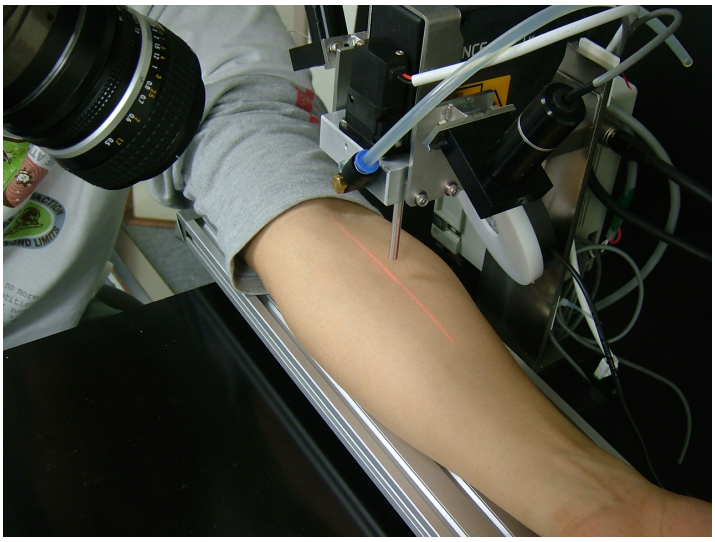


Fig. 2.4 An overview of experiment

2.2.2　計測実験

Fig. 2.4 はヒト肌に対して，開発したシステムを用いて，空気噴流印加時の変形特性を調べている様子を示したものである．被験者は 20 歳代 9 人, 70 歳代 12 人であり, 計測部位は下腕部内側の肘から約 5[cm] の地点で, スリットレーザ光面と平行に腕を置いて計測している. 空気噴流による印加力, 印加時間, 計測時間はそれぞれ 0.18[N], 0.2[s], 0.5[s] である．印加力は，印加圧力を計測することで事前にキャリブレーションしている．圧力計測は，Fig. 2.5 に示すように空気噴流印加時に日本電産コパル電子（株）製圧力センサ PA-400-501G を用いておこなっている．ただし，圧力センサは計測ごとに $x = 0 \sim 3$[mm] の領域では 0.1[mm] ずつ，$x = 3 \sim 5$[mm] の領域では 1[mm] ずつ移動させている．この

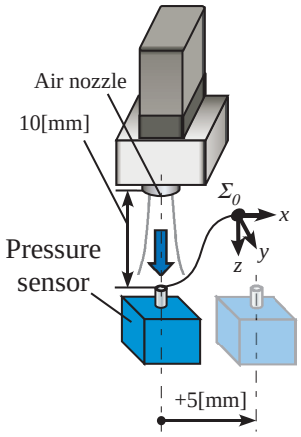


Fig. 2.5 Pressure measurement

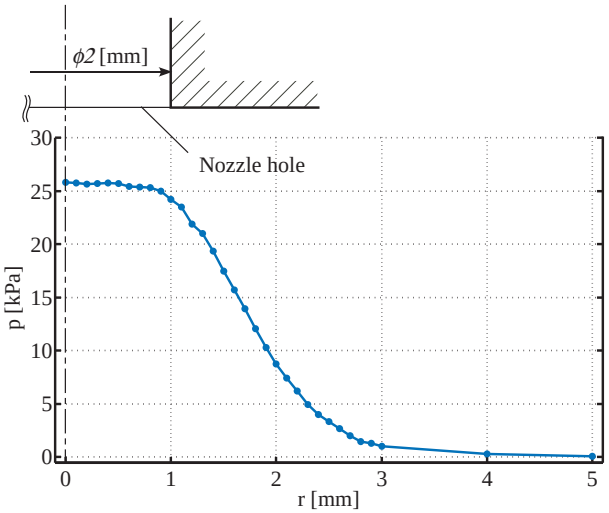


Fig. 2.6 Pressure distribution

とき得られた印加圧力分布を Fig. 2.6 に示す．ここで，横軸は計測点から原点までの距離に相当する半径を示す．この圧力分布をノズル中心軸 $r = 0$ を中心とする軸対称と仮定して数値積分を行うことで印加力を算出している．また，圧力は $r = 5$[mm] の地点で 0 となっており，ここでは $r = 5$[mm] の内側を力印加領域と定義する．Fig. 2.7 は印加力のステップ応答を示したものである．印加時には 1[ms], 遮断時には 2[ms] 程度で印加力が切り替わっていることが確認できる．このような高応答性は空気の密度が標準状態において 1.293[kg/m^3] と極めて小さいことに起因する．Fig. 2.8(a), (b) は力印加時と力遮断時の変位応答を高速カメラで捉えた画像である．これらの画像からスリットレーザ光の抽出によって肌の変形情報に変換したものを Fig. 2.9 に示す．なお，図中の実線と破線はそれぞれ代表的な 20 歳代と 70 歳代の変形を示している．Fig. 2.9(a), (b) を時系列順に比較する

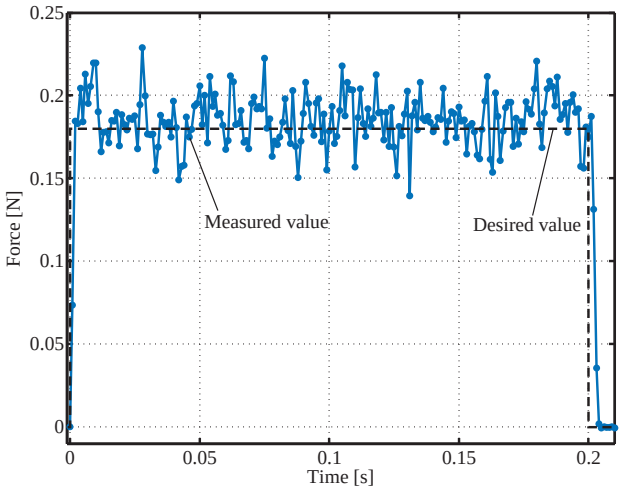


Fig. 2.7 Time history of external force

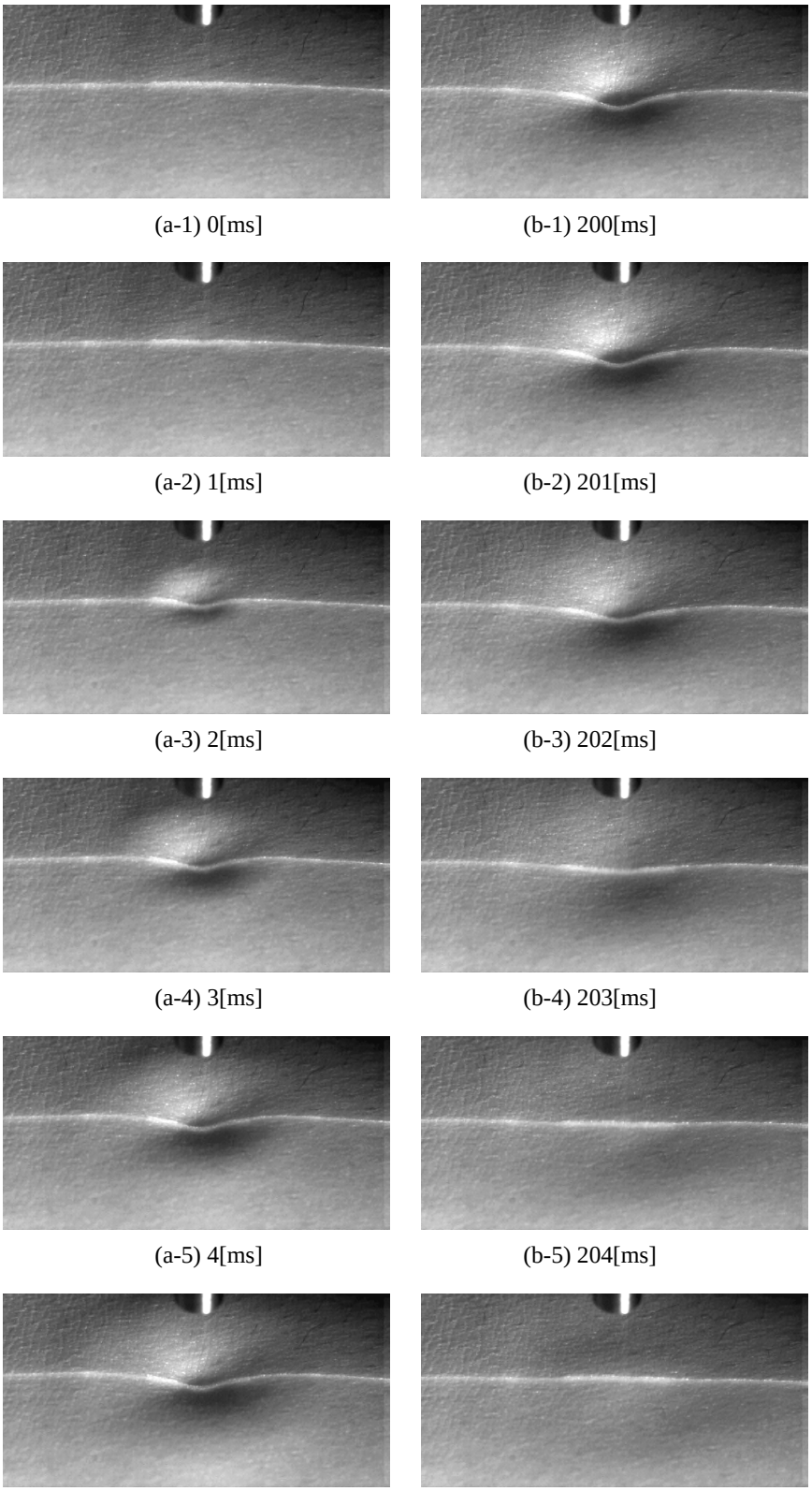
と，力印加時には時刻とともに力印加点から外側に変形領域が広がっていくのに対して，変形回復時には組織全体が一様に z 軸の負方向に動いている様子が分かる．

2.3　引きつれ効果

ヒト肌においては，Fig. 2.8 に示すように，ノズル直下の力印加部だけでなく周辺部にも変形が広がっていることが分かる．ここで特徴的なことは，Fig. 2.9(b-1) に示すように 2 名の被験者の変形形状が，定常状態において力印加点の変位は等しいにもかかわらず，それ以外の部分の変形形状が異なっている点である．このことは被験者によって引きつれ効果が異なり，中心点の変位だけを計測してヒト肌の弾性を評価してもこの 2 名の被験者の組織を区別することはできないことを意味している．このように被験者によって引きつれ効果が違うのは，ヒト肌の場合，表皮，真皮，皮下組織という機械的性質の異なる組織によって層構造を成していることに由来すると考えられる．

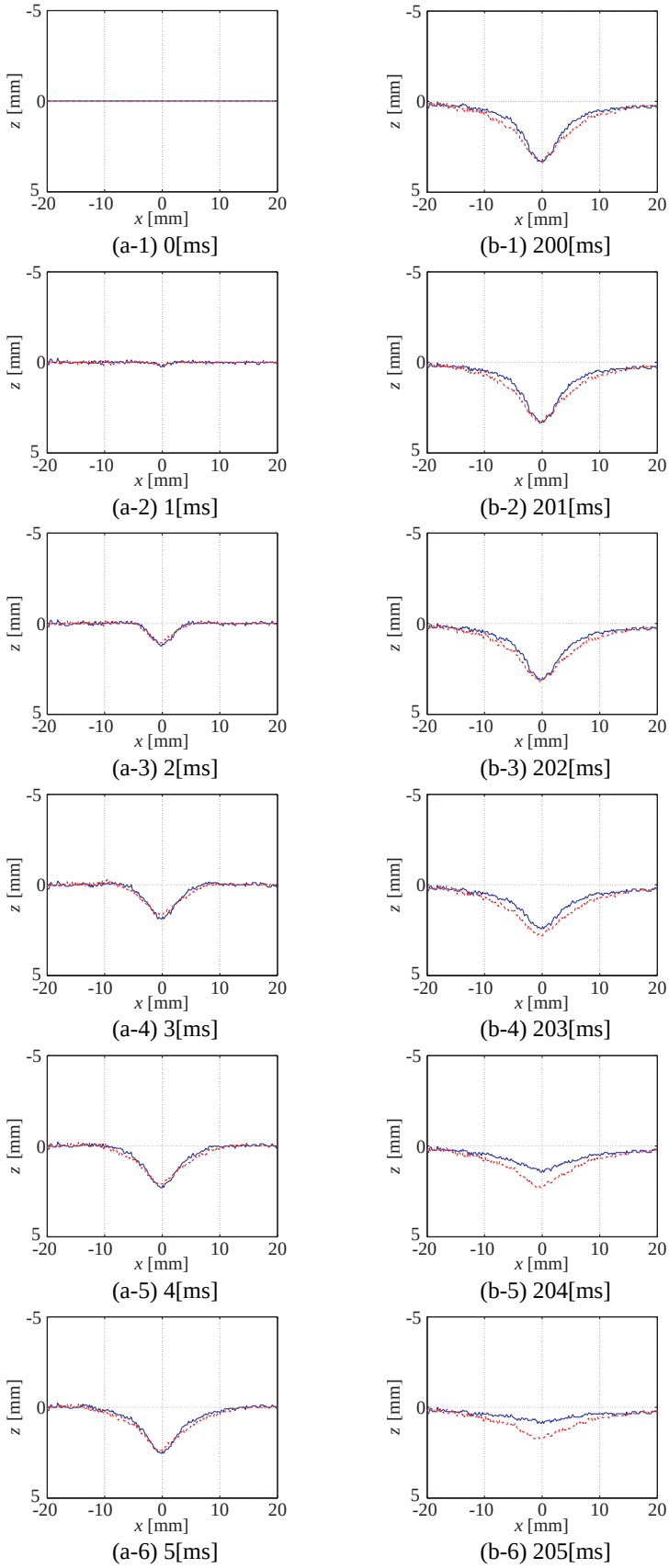
2.4　方向依存型応答

ここでは，ヒト肌変形の時系列応答に着目する．Fig. 2.9(a-1)~(a-6) からわかるように，20 代と 70 代の被験者の変形は力印加時の応答を比較すると，時定数はほぼ同じになっていることが分かる．これに対して，Fig. 2.9(b-1)~(b-6) に示すように力を遮断した後の変形回復過程では，20 代の被験者の変形よりも 70 代の被験者の方が圧倒的に遅れて変形回復が起こっている．特に 70 代の被験者の変形応答から分かるように，ヒト肌には力印加時，力遮断時とでその変位の方向によって変位応答特性が異なる方向依存型応答があるこ



(a) Loading / Deformation phase　　(b) Unloading / Recovering phase

Fig. 2.8 An example of a series of high-speed camera images



(a-1) 0[ms]　(b-1) 200[ms]
(a-2) 1[ms]　(b-2) 201[ms]
(a-3) 2[ms]　(b-3) 202[ms]
(a-4) 3[ms]　(b-4) 203[ms]
(a-5) 4[ms]　(b-5) 204[ms]
(a-6) 5[ms]　(b-6) 205[ms]

(a) Loading / Deformation phase　(b) Unloading / Recovering phase

Fig. 2.9 2D deformation

Table 2.1 Coefficient of determination for tissue lateraity

	Mean ± SD	Max	Min
R^2	0.980 ± 0.0128	0.997	0.914

とが確認できる．

2.5　均一性の評価

ヒト肌変形の均一性を評価するため引きつれ時の変形形状の対称性に着目する．対称性はノズル中心から左右に等距離にある地点のヒト肌の変位量について，次式で定義される決定係数を用いて評価する．

$$R^2 = \frac{\left\{\sum_i \left(u_i^{left} - \overline{u}^{left}\right)\left(u_i^{right} - \overline{u}^{right}\right)\right\}^2}{\sum_i \left(u_i^{left} - \overline{u}^{left}\right)^2 \sum_i \left(u_i^{right} - \overline{u}^{right}\right)^2} \tag{2.1}$$

ここで，u_i および $\overline{u}$ はそれぞれ i 番目の計測点におけるヒト肌の変位およびその平均値を示す．また，上付添字 ^{left}，^{right} はそれぞれ力印加点に対して左側と右側を示している．例えば，変形形状が完全に左右対称であれば R^2 の値は 1 になり，組織の不均一性によって左右の対称性が崩れるほど R^2 の値は低下する．21 名の被験者に対して，算出した R^2 の平均値，標準偏差，最大値および最小値を Table 2.1 に示す．Table 2.1 より，各被験者間で R^2 の値のばらつきは小さくまた 1 に近いことが分かる．このことから，今回の計測部位および計測範囲においてはほぼ均一な組織であると考えられる．

2.6　まとめ

開発したシステムを用いて，ヒト肌を対象として実験を行ったところ，引きつれ効果，方向依存型応答という 2 種類の特徴的な変形特性が表れることが分かった．また，引きつれ効果は被験者によってその度合いが異なり，方向依存型応答は 20 代の被験者よりも 70 代の被験者の方が顕著に表れることも分かった．このことから，生体柔軟組織のモデル化を行う上で，引きつれ効果と方向依存型応答を取り込むことは必要不可欠である．また，ヒト肌の場合，計測領域がノズルを中心とした ±20[mm] の領域においては，組織の変形がほぼ均一とみなすことができる領域であることが分かった．第 3 章では，この組織の均一性に着目してモデル化を進めることにする．

第 3 章

生体柔軟組織のモデリング

3.1　概要

本章では，モデリングを進める上での仮定について整理した後，生体柔軟組織に表れる引きつれ効果と方向依存型応答を取り込み，かつ最もシンプルな生体柔軟組織のバネ · ダンパモデルについて模索する．次に，モデルの運動方程式を定式化し，モデルに必要なパラメータ数について考察する．さらに順問題と逆問題を定義し，引きつれ効果および方向依存型応答について数値例を示す．また，有限要素法を用いた変形解析を行い，体積変化に対する提案モデルの適用範囲について考察する．

3.2　問題設定と仮定

モデリングを行う上でのポイントは，以下の 2 点である．

《1》 引きつれ効果が組み込めるか？

《2》 方向依存型応答が組み込めるか？

上記 2 点が表現でき，かつできるだけシンプルなモデルを構築することを考える．バネ · ダンパの最も単純な組み合わせは，Fig. 3.1 に示すような組織全体を単一の集中バネ · ダンパでモデル化する方法であるが，この組み合わせでは《1》,《2》に対処できない．このため，モデルはバネ · ダンパを並列結合した要素を複数組み合わせたものを取り扱い，最もシンプルな組み合わせについて，以下の仮定のもとで考察する．

仮定 1: モデル化領域内で組織は xy 平面に沿って均一とする．

仮定 2: 各要素同士が連結される節点は摩擦のない球関節とする．

仮定 3: 各要素のバネ定数およびダンパ定数はそれぞれ定数とする．

仮定 4: 表面に加わる印加力分布は既知とする．

仮定 5: 表面の変形形状は計測可能とする．

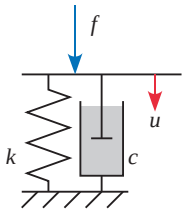


Fig. 3.1 Lumped viscoelastic model

3.3　モデルの構造

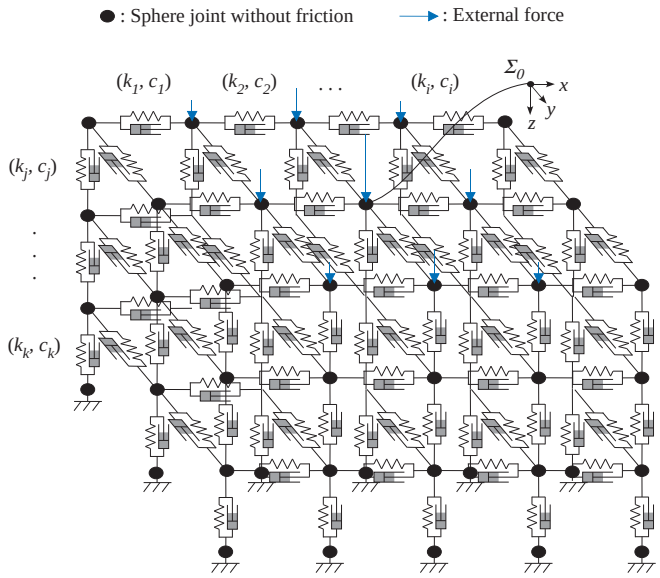
最も一般的な構成としては，Fig. 3.2(a) に示すような多層ネットワーク構造のモデルが考えられる．これは，ヒト肌の場合，表皮，真皮，皮下組織といった層構造となっているので，実際の生体柔軟組織の構造をよく表していると言える．また，組織の連続性を各要素のつながりで表現できるため，引きつれ効果が表現できるのは自明である．しかしながら，このような多層構造のモデルでは，問題設定で仮定しているように表面の変形形状のみ計測可能であるという場合には表層を除いた内部の層にある各節点の変位量が未知となり，層の数が増えれば増えるほど未知変位の数が増加するため，結果的に逆問題を解くことが難しくなってしまう．そこで本研究では，Fig. 3.2(b) に示すような表層の要素ネットワークは維持しつつ，内部の層を取り除いた単層ネットワークモデルを考える．このような構造にすることで，内部の未知変位問題から完全に解放される．以上の議論から，本研究ではモデルの構造として Fig. 3.2(b) に示すような表層と内部要素からなるモデルを採用する．

3.4　運動方程式

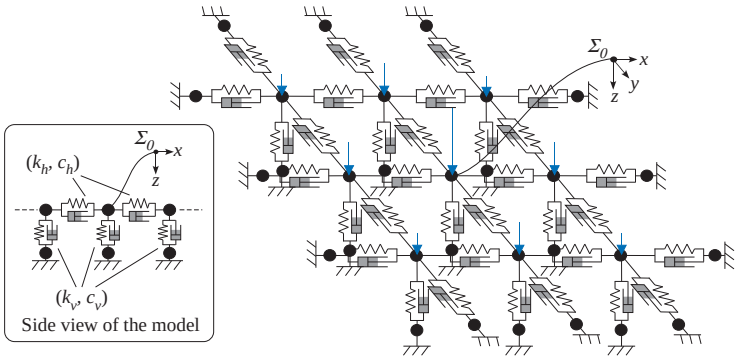
Fig. 3.2(b) のモデルに対する運動方程式は，次式で表わすことができる．

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{c})\dot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{K}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{k})\boldsymbol{u} = \boldsymbol{f} \tag{3.1}$$

ただし，$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{c}) \in \Re^{3N\times 3N}$ および $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{c}) \in \Re^{3N\times 3N}$ はそれぞれ粘性マトリックス，弾性マトリックスを示す．また，$\boldsymbol{u} \triangleq [\boldsymbol{u}_1^t, \boldsymbol{u}_2^t, \ldots, \boldsymbol{u}_N^t]^t \in \Re^{3N\times 1}$，$\dot{\boldsymbol{u}} \triangleq [\dot{\boldsymbol{u}}_1^t, \dot{\boldsymbol{u}}_2^t, \ldots, \dot{\boldsymbol{u}}_N^t]^t \in \Re^{3N\times 1}$，$\boldsymbol{f} \triangleq [\boldsymbol{f}_1^t, \boldsymbol{f}_2^t, \ldots, \boldsymbol{f}_N^t]^t \in \Re^{3N\times 1}$ はそれぞれ変位ベクトル，変位速度ベクトルおよび力ベクトルであり，$\boldsymbol{u}_i \triangleq [u_{ix}, u_{iy}, u_{iz}]^t \in \Re^{3\times 1}$，$\dot{\boldsymbol{u}}_i \triangleq [\dot{u}_{ix}, \dot{u}_{iy}, \dot{u}_{iz}]^t \in \Re^{3\times 1}$，$\boldsymbol{f}_i \triangleq [f_{ix}, f_{iy}, f_{iz}]^t \in \Re^{3\times 1}$ は第 i 番目の節点の x, y, z 方向の変位，変位速度および力をそれぞれ示す．ただし，N は節点数である．なお，$\boldsymbol{c} \in \Re^{N_e\times 1}$，$\boldsymbol{k} \in \Re^{N_e\times 1}$ は粘性ベクトル，弾性ベクトルを示す．ただし，N_e はモデルに含まれるバネ・ダンパ要素の種類の数を示す．ここで，弾性マトリック



(a) A general model



(b) The proposed model

Fig. 3.2 Tissue model with springs and dampers

ス，粘性マトリックスの構成を考える．$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$ および $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{c})$ はモデルを構成するバネ・ダンパ要素について，節点間毎の運動方程式の弾性マトリックスおよび粘性マトリックスをモデルに含まれる全要素をまとめたものである．Fig. 3.3 に示すような節点 i, j を両端に持つバネ・ダンパ要素の運動方程式は次式で表される．

$$\boldsymbol{C}_{ij}(\boldsymbol{u}_{ij}, \boldsymbol{c})\dot{\boldsymbol{u}}_{ij} + \boldsymbol{K}_{ij}(\boldsymbol{u}_{ij}, \boldsymbol{k})\boldsymbol{u}_{ij} = \boldsymbol{f}_{ij} \tag{3.2}$$

ただし，$\boldsymbol{u}_{ij} \triangleq [\boldsymbol{u}_i^t, \boldsymbol{u}_j^t]^t \in \mathfrak{R}^{6\times 1}$ および $\boldsymbol{f}_{ij} \triangleq [\boldsymbol{f}_i^t, \boldsymbol{f}_j^t]^t \in \mathfrak{R}^{6\times 1}$ はそれぞれ節点 i, j の変位および力を示す．また，粘性マトリックス $\boldsymbol{C}_{ij}(\boldsymbol{u}_{ij}, \boldsymbol{c})$ および弾性マトリックス $\boldsymbol{K}_{ij}(\boldsymbol{u}_{ij}, \boldsymbol{k})$ はそれぞれ次式で表される．

$$\boldsymbol{C}_{ij}(\boldsymbol{u}_{ij}, \boldsymbol{c}) \triangleq c_{ij}\boldsymbol{T}_{ij} \in \mathfrak{R}^{6\times 6} \tag{3.3}$$

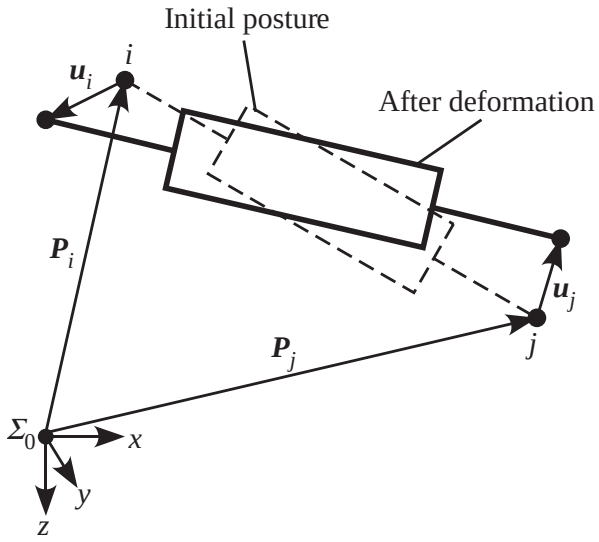


Fig. 3.3 The relationship between deformation and posture of element ij

$$\boldsymbol{K}_{ij}(\boldsymbol{u}_{ij}, \boldsymbol{k}) \triangleq k_{ij}\boldsymbol{T}_{ij} \in \Re^{6\times 6} \tag{3.4}$$

ただし，

$$\boldsymbol{T}_{ij} \triangleq \begin{pmatrix} l^2 & lm & ln & -l^2 & -lm & -ln \\ lm & m^2 & mn & -lm & -m^2 & -mn \\ ln & mn & n^2 & -ln & -mn & -n^2 \\ -l^2 & -lm & -ln & l^2 & lm & ln \\ -lm & -m^2 & -mn & lm & m^2 & mn \\ -ln & -mn & -n^2 & ln & mn & n^2 \end{pmatrix} \in \Re^{6\times 6}$$

ここで，c_{ij} および k_{ij} は節点 i, j 間のダンパおよびバネの値である．また，l, m, n はそれぞれ x, y, z 軸方向への方向余弦であり，次式で与えられる．

$$(l, m, n) \triangleq \frac{(\boldsymbol{P}_j + \boldsymbol{u}_j) - (\boldsymbol{P}_i + \boldsymbol{u}_i)}{\|(\boldsymbol{P}_j + \boldsymbol{u}_j) - (\boldsymbol{P}_i + \boldsymbol{u}_i)\|} \tag{3.5}$$

なお，$\boldsymbol{P}_i$ は Fig. 3.3 に示すように原点 Σ_0 を基準とした節点 i の位置ベクトルを示す．式 (3.5) の中に節点変位が含まれ，これを要素とする弾性マトリックスと変位との積の項が運動方程式に含まれるため，式 (3.1) は変位，変位速度，$\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{k}$ に対して非線形方程式となる．

具体例

ここで，Fig. 3.4 に示すようなモデルに対して実際に定式化を行ってみよう．便宜上，式 (3.3)，式 (3.4) の粘性マトリックスおよび弾性マトリックスを次式のように分解する．

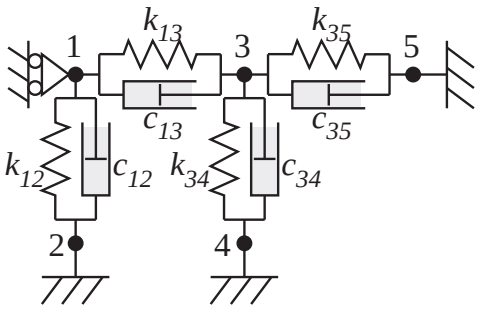


Fig. 3.4 An example of model

$$\boldsymbol{C}_{ij} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{C}_{ij}^{11} & \boldsymbol{C}_{ij}^{12} \\ \boldsymbol{C}_{ij}^{21} & \boldsymbol{C}_{ij}^{22} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_{ij} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{K}_{ij}^{11} & \boldsymbol{K}_{ij}^{12} \\ \boldsymbol{K}_{ij}^{21} & \boldsymbol{K}_{ij}^{22} \end{pmatrix}$$

ただし,

$$\boldsymbol{C}_{ij}^{11} = \boldsymbol{C}_{ij}^{22} = c_{ij} \begin{pmatrix} l^2 & lm & ln \\ lm & m^2 & mn \\ ln & mn & n^2 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3\times 3}$$

$$\boldsymbol{C}_{ij}^{12} = \boldsymbol{C}_{ij}^{21} = c_{ij} \begin{pmatrix} -l^2 & -lm & -ln \\ -lm & -m^2 & -mn \\ -ln & -mn & -n^2 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3\times 3}$$

$$\boldsymbol{K}_{ij}^{11} = \boldsymbol{K}_{ij}^{22} = k_{ij} \begin{pmatrix} l^2 & lm & ln \\ lm & m^2 & mn \\ ln & mn & n^2 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3\times 3}$$

$$\boldsymbol{K}_{ij}^{12} = \boldsymbol{K}_{ij}^{21} = k_{ij} \begin{pmatrix} -l^2 & -lm & -ln \\ -lm & -m^2 & -mn \\ -ln & -mn & -n^2 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3\times 3}$$

まず，節点 1–2 間を考えると次式を得る.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{C}_{12}^{11} & \boldsymbol{C}_{12}^{12} \\ \boldsymbol{C}_{12}^{21} & \boldsymbol{C}_{12}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{u}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{u}}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{K}_{12}^{11} & \boldsymbol{K}_{12}^{12} \\ \boldsymbol{K}_{12}^{21} & \boldsymbol{K}_{12}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}_1 \\ \boldsymbol{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{f}_1 \\ \boldsymbol{f}_2 \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

節点 1–3，3–4，3–5 間についてもそれぞれ同様に,

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{C}_{13}^{11} & \boldsymbol{C}_{13}^{12} \\ \boldsymbol{C}_{13}^{21} & \boldsymbol{C}_{13}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{u}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{u}}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{K}_{13}^{11} & \boldsymbol{K}_{13}^{12} \\ \boldsymbol{K}_{13}^{21} & \boldsymbol{K}_{13}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}_1 \\ \boldsymbol{u}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{f}_1 \\ \boldsymbol{f}_3 \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{C}_{34}^{11} & \boldsymbol{C}_{34}^{12} \\ \boldsymbol{C}_{34}^{21} & \boldsymbol{C}_{34}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{u}}_3 \\ \dot{\boldsymbol{u}}_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{K}_{34}^{11} & \boldsymbol{K}_{34}^{12} \\ \boldsymbol{K}_{34}^{21} & \boldsymbol{K}_{34}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}_3 \\ \boldsymbol{u}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{f}_3 \\ \boldsymbol{f}_4 \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{C}_{35}^{11} & \boldsymbol{C}_{35}^{12} \\ \boldsymbol{C}_{35}^{21} & \boldsymbol{C}_{35}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{u}}_3 \\ \dot{\boldsymbol{u}}_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{K}_{35}^{11} & \boldsymbol{K}_{35}^{12} \\ \boldsymbol{K}_{35}^{21} & \boldsymbol{K}_{35}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}_3 \\ \boldsymbol{u}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{f}_3 \\ \boldsymbol{f}_5 \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

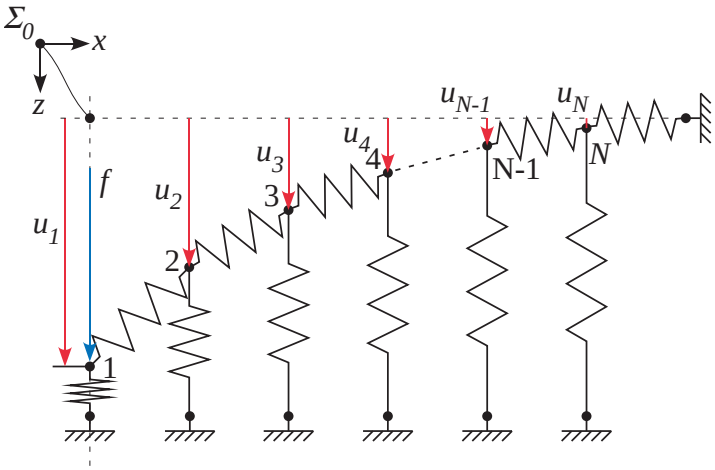


Fig. 3.5 N-free-node model

を得る．これを全節点にはたらく力と変位について重ね合わせると次式を得る．

$$
\begin{pmatrix}
\boldsymbol{C}_{12}^{11}+\boldsymbol{C}_{13}^{11} & \boldsymbol{C}_{12}^{12} & \boldsymbol{C}_{13}^{12} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\
\boldsymbol{C}_{12}^{21} & \boldsymbol{C}_{12}^{22} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\
\boldsymbol{C}_{13}^{21} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{C}_{13}^{22}+\boldsymbol{C}_{34}^{11}+\boldsymbol{C}_{35}^{11} & \boldsymbol{C}_{34}^{12} & \boldsymbol{C}_{35}^{12} \\
\boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{C}_{34}^{21} & \boldsymbol{C}_{34}^{22} & \boldsymbol{0} \\
\boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{C}_{35}^{21} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{C}_{35}^{22}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{u}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{u}}_2 \\ \dot{\boldsymbol{u}}_3 \\ \dot{\boldsymbol{u}}_4 \\ \dot{\boldsymbol{u}}_5 \end{pmatrix} +
\begin{pmatrix}
\boldsymbol{K}_{12}^{11}+\boldsymbol{K}_{13}^{11} & \boldsymbol{K}_{12}^{12} & \boldsymbol{K}_{13}^{12} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\
\boldsymbol{K}_{12}^{21} & \boldsymbol{K}_{12}^{22} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\
\boldsymbol{K}_{13}^{21} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{13}^{22}+\boldsymbol{K}_{34}^{11}+\boldsymbol{K}_{35}^{11} & \boldsymbol{K}_{34}^{12} & \boldsymbol{K}_{35}^{12} \\
\boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{34}^{21} & \boldsymbol{K}_{34}^{22} & \boldsymbol{0} \\
\boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{35}^{21} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{35}^{22}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \boldsymbol{u}_1 \\ \boldsymbol{u}_2 \\ \boldsymbol{u}_3 \\ \boldsymbol{u}_4 \\ \boldsymbol{u}_5 \end{pmatrix} =
\begin{pmatrix} \boldsymbol{f}_1 \\ \boldsymbol{f}_2 \\ \boldsymbol{f}_3 \\ \boldsymbol{f}_4 \\ \boldsymbol{f}_5 \end{pmatrix}
\tag{3.10}
$$

式 (3.10) は，運動方程式 (3.1) の中身まで考慮した具体的な表現である．

3.5　4 つのバネ · ダンパの十分性 · 必要性の考察

モデルの特性を決定する内部パラメータは各バネ · ダンパ要素のバネ定数，ダンパ定数である．では，このような構造を有するモデルにおいてモデルパラメータの数をいくつ割り振ればよいのだろうか．ここでは，引きつれ効果と方向依存型応答が表現可能という観点から最小限のバネとダンパの数について考察する．

3.5.1　引きつれ効果表現のための 2 種類のバネ

まず，バネだけに着目してみよう．対称性の仮定から Fig. 3.5 に示すような力印加点から固定端に向かって一方向に N 個の節点が連なるモデルを考える．なお，Fig. 3.5 において下向きを正としている．ここで，このモデルのすべてのバネ定数が同じ値 k であるとす

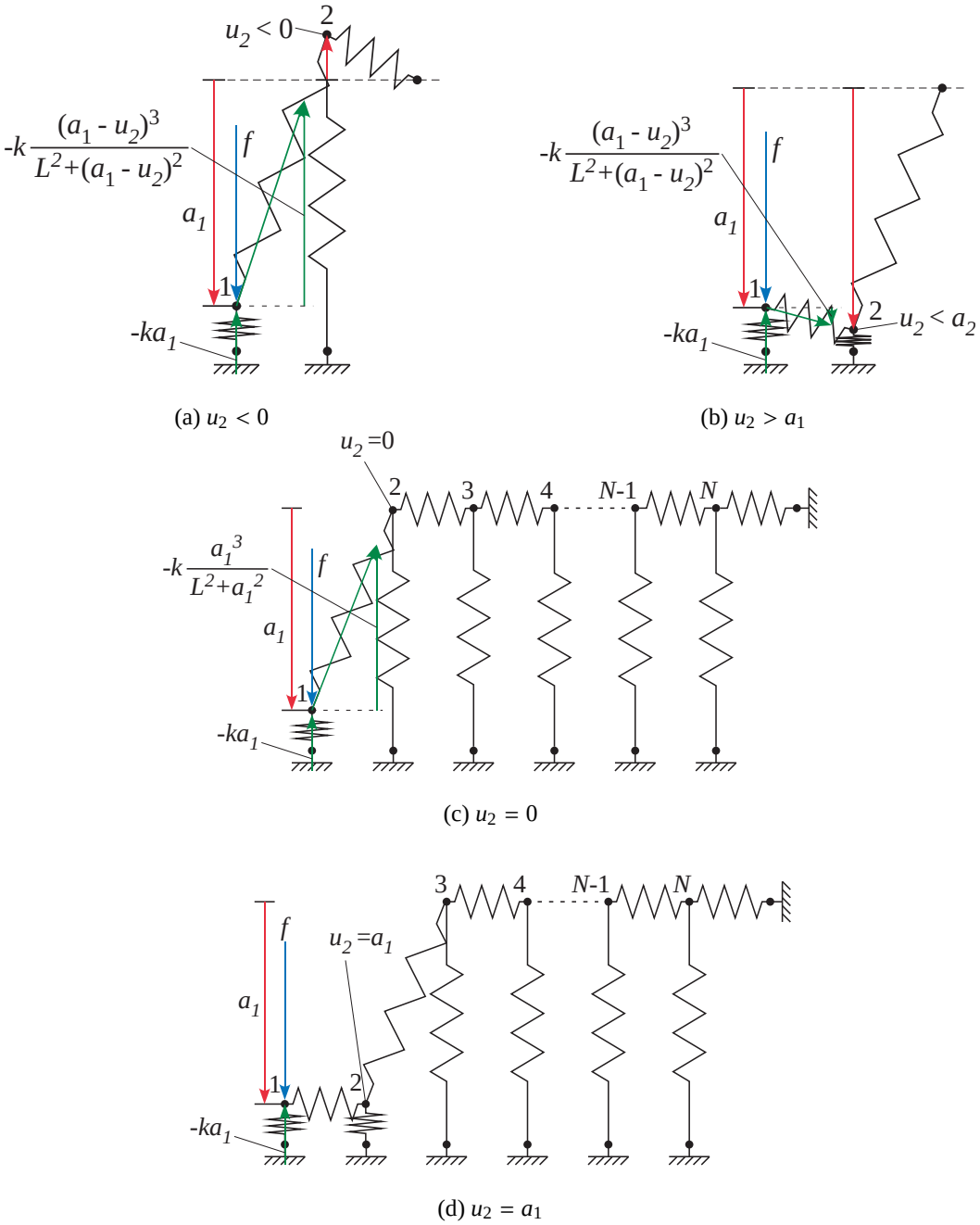


Fig. 3.6 Four cases of u_2

る．力 f が節点 1 に加わった際に，節点 1 に変位 a_1 が生じたとする．このとき，節点 1 にはたらく z 方向の力のバランスを考えると次式を得る．

$$-ka_1 - k\frac{(a_1 - u_2)^2}{L^2 + (a_1 - u_2)^2} + f = 0 \tag{3.11}$$

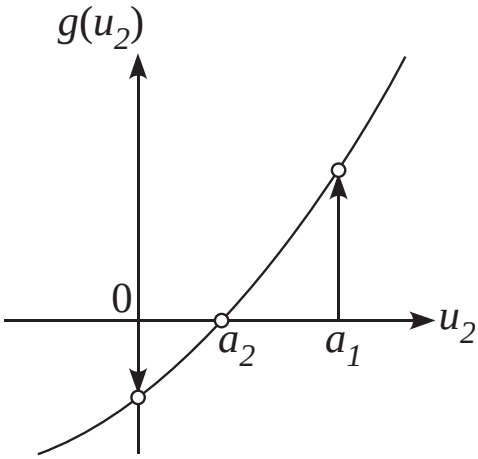


Fig. 3.7 Relationship between $g(u_2)$ and u_2

ここで，u_2 および L はそれぞれ節点 2 の変位および節点間の距離を示す．式 (3.11) の左辺に含まれる 3 つの項はそれぞれ節点 1 を垂直方向に支持するバネによる弾性力，節点 1, 2 間をつなぐバネによる弾性力の z 方向成分，外力を示す．このことは，力印加点に加わる外力 f は，節点 1 を垂直方向に支持するバネによる弾性力と節点 1, 2 間をつなぐバネによる弾性力に分解されることを意味する．式 (3.11) の左辺を u_2 を変数とする関数 $g(u_2)$ とおく．

$$g(u_2) \triangleq -ka_1 - k\frac{(a_1-u_2)^3}{L^2+(a_1-u_2)^2} + f \tag{3.12}$$

また，

$$\frac{\partial g(u_2)}{\partial u_2} = k\frac{(a_1-u_2)^2\left\{3L^2+(a_1-u_2)^2\right\}}{\left\{L^2+(a_1-u_2)^2\right\}^2} \tag{3.13}$$

より，$k>0$ とすると $\frac{\partial g(u_2)}{\partial u_2} \geq 0$ であるから式 (3.12) は u_2 に対して単調増加関数である．このことから，$g(u_2)=0$ を満たす解 u_2 は $-\infty < u_2 < \infty$ の間に必ず一つ存在する．ここで，u_2 の取りうる範囲を考えてみよう．Fig. 3.6(a) に示すように $u_2<0$ であるとすると，節点 1, 2 間のバネによって節点 2 が押し上げられるような力が働く必要がある．これは，節点 1, 2 間のバネが伸びるに従って，伸長するような力が発生していることになる．すなわち，節点 1, 2 間のバネの値がマイナスとなってしまう．一方，Fig. 3.6(b) に示すように $u_2>a_1$ であるとすると，節点 1, 2 間のバネによって節点 2 が押し下げられるような力が働く必要がある．これは，$u_2<0$ の場合と同様に節点 1, 2 間のバネが伸びるに従って，伸長するような力が発生していることになる．よって，節点 1, 2 間のバネの値はマイナスとなる．次に，Fig. 3.6(c), (d) のような範囲の境界値を考える．$u_2=0$ の場合，Fig. 3.6(c) に示すように節点 1, 2 間のバネによって節点 2 に z 方向の力 $k\frac{a_1^3}{L^2+a_1^2}$ が伝達されているに

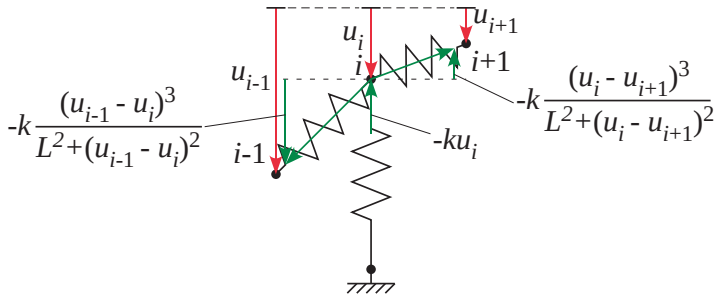


Fig. 3.8 Force balance of the i-th node

もかかわらず節点 2 が変位しないということは，節点 2 を垂直方向に支持するバネの値が ∞ であることを意味する．これに対して，$u_2 = a_1$ の場合，Fig. 3.6(c) に示すように節点 1, 2 間で力伝達が行われないにもかかわらず節点 2 が変位しているということは，節点 2 を垂直方向に支持するバネおよび節点 2, 3 間のバネの値が 0 であることを意味する．このため，境界値 $u_2 = 0$ および $u_2 = a_1$ は範囲に入らない．以上から，Fig. 3.7 に示すように $0 < k < \infty$ を考えると u_2 の取りうる範囲は $0 < u_2 < a_1$ であり，かつその範囲で唯一解をとる．

次に，節点 3 から節点 N までの変位についても考えてみよう．ある節点 i, $(i \geq 2)$ にはたらく z 方向の力のバランスを考えると，Fig. 3.8 に示す関係から次式を得る．

$$k\frac{(u_{i-1}-u_i)^3}{L^2+(u_{i-1}-u_i)^2} - ku_i - k\frac{(u_i-u_{i+1})^3}{L^2+(u_i-u_{i+1})^2} = 0 \tag{3.14}$$

ここで，式 (3.14) の左辺に含まれるの 3 つの項はそれぞれ，節点 $(i-1)$, i 間をつなぐバネによる弾性力の z 方向成分，節点 i を垂直方向に支持するバネの弾性力，節点 i, $(i+1)$ 間をつなぐバネによる弾性力の z 方向成分に対応する．このことは，ひとつ前の節点 $(i-1)$ から伝達された力 $k\frac{(u_{i-1}-u_i)^3}{L^2+(u_{i-1}-u_i)^2}$ は節点 i を支持する力 ku_i と次の節点 $(i+1)$ に伝達される力 $k\frac{(u_i-u_{i+1})^3}{L^2+(u_i-u_{i+1})^2}$ の 2 つに分解されることを意味する．

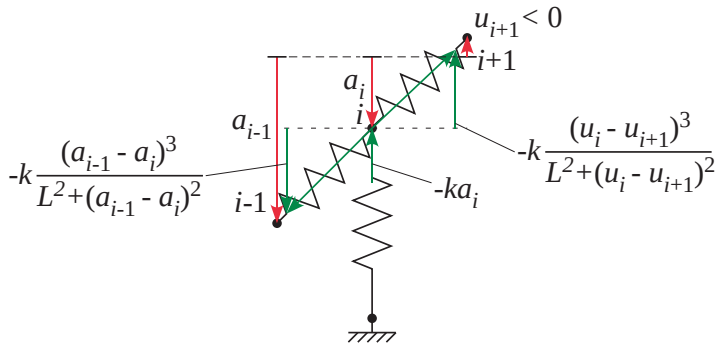
ここで，$u_{i-1} = a_{i-1}$, $u_i = a_i$ が与えられていると仮定した場合に u_{i+1} について考えてみよう．このとき，式 (3.14) の未知数は u_{i+1} だけとなり次式を得る．

$$k\frac{(a_{i-1}-a_i)^3}{L^2+(a_{i-1}-a_i)^2} - ka_i - k\frac{(a_i-u_{i+1})^3}{L^2+(a_i-u_{i+1})^2} = 0 \tag{3.15}$$

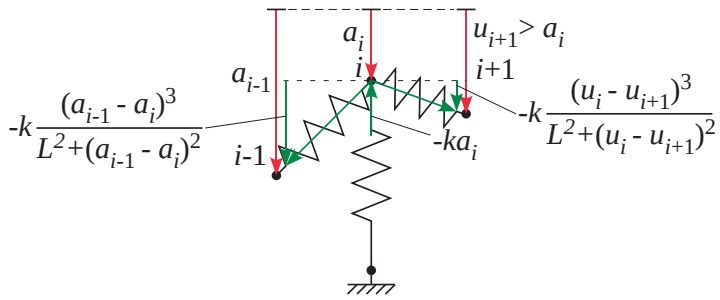
ここで，式 (3.15) の左辺を u_{i+1} を変数とする関数 $g(u_{i+1})$ とおく．

$$g(u_{i+1}) \triangleq k\frac{(a_{i-1}-a_i)^3}{L^2+(a_{i-1}-a_i)^2} - ka_i - k\frac{(a_i-u_{i+1})^3}{L^2+(a_i-u_{i+1})^2} \tag{3.16}$$

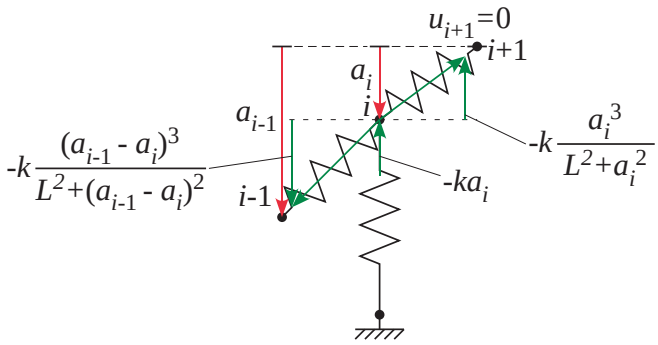
また，



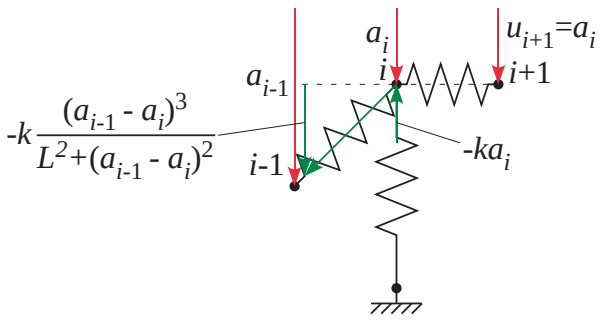
(a) $u_{i+1} < 0$



(b) $u_{i+1} > a_i$



(c) $u_{i+1} = 0$



(d) $u_{i+1} = a_i$

Fig. 3.9 Force relationships of the *i*-th node

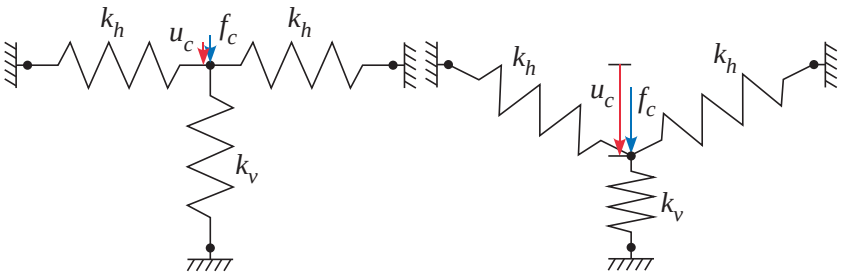
$$\frac{\partial g\left(u_{i+1}\right)}{\partial u_{i+1}} = k\frac{\left(a_i - u_{i+1}\right)^2\left\{3L^2 + \left(a_i - u_{i+1}\right)^2\right\}}{\left\{L^2 + \left(a_i - u_{i+1}\right)^2\right\}^2} \tag{3.17}$$

より，$k > 0$ とすると $\frac{\partial g(u_{i+1})}{\partial u_{i+1}} \geq 0$ であるから式 (3.16) は u_{i+1} の増加に対して単調増加関数である．このことから，$g\left(u_{i+1}\right) = 0$ を満たす解 u_{i+1} は $-\infty < u_{i+1} < \infty$ の間に必ず一つ存在する．ここで，u_{i+1} の取りうる範囲を考えてみよう．Fig. 3.9(a) に示すように $u_{i+1} < 0$ であるとすると，節点 $i, (i+1)$ 間のバネによって節点 $(i+1)$ が押し上げられるような力が働く必要がある．これは，節点 $i, (i+1)$ 間のバネが伸びるに従って，伸長するような力が発生していることになる．すなわち，節点 $i, (i+1)$ 間のバネの値がマイナスとなってしまう．一方，Fig. 3.9(b) に示すように $u_{i+1} > a_i$ であるとすると，節点 $i, (i+1)$ 間のバネによって節点 $(i+1)$ が押し下げられるような力が働く必要がある．これは，$u_{i+1} < 0$ の場合と同様に節点 $i, (i+1)$ 間のバネが伸びるに従って，伸長するような力が発生していることになる．よって，節点 1, 2 間のバネの値はマイナスとなる．さらに，Fig. 3.9(c), (d) のような範囲の境界値を考える．$u_{i+1} = 0$ の場合，Fig. 3.9(c) に示すように節点 $i, (i+1)$ 間のバネによって節点 $(i+1)$ に z 方向の力 $k\frac{a_i^3}{L^2+a_i^2}$ が伝達されているにもかかわらず節点 $(i+1)$ が変位しないということは，節点 $(i+1)$ を垂直方向に支持するバネの値が ∞ であることを意味する．これに対して，$u_{i+1} = a_i$ の場合，Fig. 3.9(c) に示すように節点 $i, (i+1)$ 間で力伝達が行われないにもかかわらず節点 $(i+1)$ が変位しているということは，節点 $(i+1)$ を垂直方向に支持するバネおよび節点 $(i+1), (i+2)$ 間のバネの値が 0 であることを意味する．このため，境界値 $u_{i+1} = 0$ および $u_{i+1} = a_i$ は範囲に入らない．従って，$0 < k < \infty$ を考えると u_{i+1} の取りうる範囲は $0 < u_{i+1} < a_i$ であり，かつその範囲で唯一解をとる．

以上から，節点 i 生じた変位を a_i とすると, $i = 2$ において a_1 が与えられたときに $0 < a_2 < a_1$ であるような a_2 が唯一存在し，$i \geq 2$ の任意の i に対して a_{i-1} および a_i が与えられたときに $0 < a_{i+1} < a_i$ であるような a_{i+1} が唯一存在する．このことから，数学的帰納法により a_1 が与えられたときに任意の i について $0 < a_{i+1} < a_i$ であるような a_{i+1} が唯一存在する．このことは，Fig. 1.3 のように同じ大きさの力印加に対して力印加点の変位が同じであるにもかかわらず，周囲の変位が異なるような組織を表現することはできないことを意味する．これに対して，水平方向のバネ k_h と垂直方向のバネ k_v を導入することで，周辺部に伝達される力に違いが生まれるため，Fig. 1.3 のような変形を表現することができるようになる．

3.5.2　k_h, k_v を変えたときに f_c–u_c 平面の第 1 象限を張る十分性

$k_h(0 \leq k_h \leq \infty)$ および $k_v(0 \leq k_v \leq \infty)$ の 2 つのバネから構成されたバネネットワークを用いると，f_c–u_c 平面内で任意の関数形を作り出すことはできないが，f_c–u_c 平面の第 1



(a) $u_c \simeq 0$　　(b) u_c is large

Fig. 3.10 Simple model

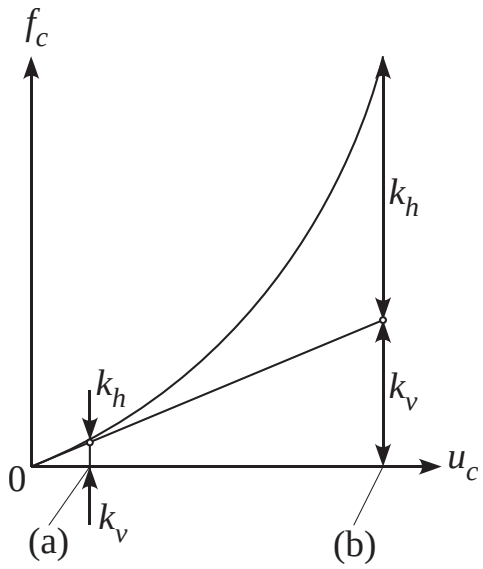
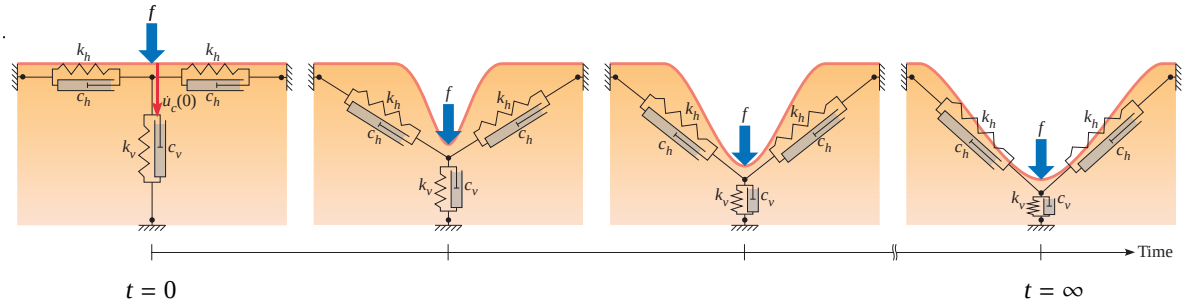


Fig. 3.11 Relationship between applied force and deformation

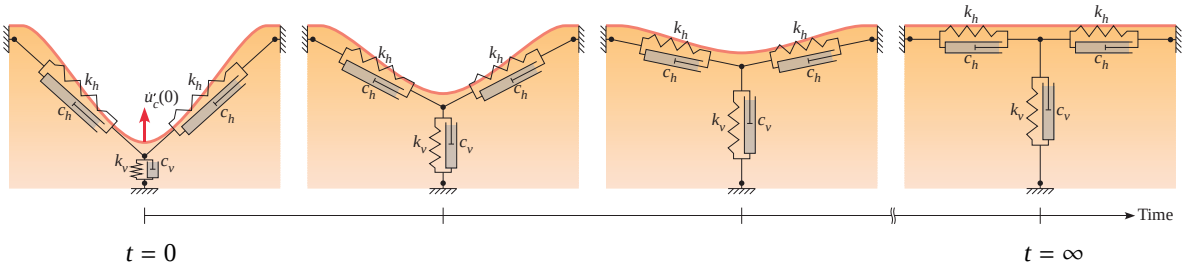
象限 ($f_c > 0, u_c > 0$) をすべてカバーするような力–変位特性を与えることができることを示す．

(a) **微小変形の場合** ($u_c \simeq 0$)

Fig. 3.10(a) のように k_h が 2 本，k_v が 1 本のモデルを考えてみよう．このモデルで十分性が示されれば，これより要素数が増えたモデルに対しても十分性は保証される．この場合，Fig. 3.11(a) のように k_v が発生する力が印加力とバランスするため，近似的に $f_c \simeq k_v u_c$ と考えることができる．ここで k_v は $0 \leq k_v \leq \infty$ であるから，u_c が小さい場合でも $0 \leq f_c \leq \infty$ になる．つまり，与えられた $0 \leq u_c \leq u_{max}$ に対して f_c は $0 \leq f \leq \infty$ が表現できる．



(a) The loading phase (phase of applying force)



(b) The unloading phase (phase of shutting down force)

Fig. 3.12 Direction-dependent response, during the loading and the unloading phases

(b) 変形が大きい場合

Fig. 3.10(b) のモデルにおいて．k_v の成分と k_h の成分は力印加方向に対して並列バネと考えることができるから，

$$f_c = k_v u_c + g_h(k_h, u_c) \tag{3.18}$$

と書くことができる．ここで，g_h は水平方向のバネが作る上向きの力成分を示す．従って，g_h は Fig. 3.11 に示すように変位 u_c に対して単調増加関数であり，$k_h = 0$ のとき 0，$k_h \to \infty$ で $g_h(k_h, u_c) \to \infty$, $(u_c \neq 0)$ となるような関数であるから k_v, k_h を連続的に変えることにより，$u_{min} \leq u_c \leq u_{max}$ に対して，$f_{min} \leq f \leq \infty$ を生成することができる．ただし，u_{min} は十分大きな値とし，このとき発生する力を f_{min} とする．

3.5.3　方向依存型応答表現のための 2 種類のダンパ

次にダンパの数について考えてみよう．Fig. 3.12 に示すような提案モデルを簡易化したモデルにおいて，単一のバネ定数 k，単一のダンパ定数 c が与えられた場合，モデルの運動方程式は次式で与えられる．

$$c_c(u_c, c)\dot{u}_c + k_c(u_c, k)u_c = f_c \tag{3.19}$$

ここで $c_c(u_c, c)$ および $k_c(u_c, k)$ はそれぞれ粘性係数，弾性係数であり，次式で定義される．

$$c_c(u_c, c) \triangleq c + 2c\frac{u_c^2}{L^2 + u_c^2} \tag{3.20}$$

$$k_c(u_c, k) \triangleq k + 2k\frac{u_c^2}{L^2 + u_c^2} \tag{3.21}$$

なお，各式の右辺第一項および第二項はそれぞれ垂直方向のバネ・ダンパ，水平方向のバネ・ダンパ要素からの寄与である．このモデルに対して，ステップ状の力が印加された瞬間において，垂直および水平方向の要素は初期状態のままである．このとき水平方向のダンパは中心節点の変位に寄与しないため，変位初速度は次式で表される．

$$\dot{u}_c(0) = \frac{f_c}{c} \tag{3.22}$$

一方，$t = \infty$ の定常状態において，式 (3.19) は次式となる．

$$k_c(u_c(\infty), k)u_c(\infty) = f_c \tag{3.23}$$

定常状態から印加力を遮断すると式 (3.19) から次式を得る．

$$c_c(u_c(\infty), c)\dot{u}_c'(0) + k_c(u_c(\infty), k)u_c(\infty) = 0 \tag{3.24}$$

ここで $\dot{u}_c'(0)$ は力を遮断した瞬間の変位初速度である．式 (3.23), (3.24) より次式を得る．

$$\dot{u}_c'(0) = -\frac{f_c}{(1 + B)c} \tag{3.25}$$

ここで $B = 2u_c^2/(L^2 + u_c^2)$ であり，$0 < B < 2$ である．式 (3.22), (3.25) より，

$$\dot{u}_c(0) > \dot{u}_c'(0) \tag{3.26}$$

式 (3.26) は力遮断時に比べて力印加時の変位初速度のほうが速く，結果として方向依存型応答が発生することを意味している．このように単一のダンパ定数であっても方向依存型応答は表現可能であるが，力遮断時のダンパ係数の増加比率 $(1 + B)$ は固定である．このため，第 2 章で観測された被験者の違いによる方向依存型応答の違いを表現するには，$(1 + B)$ に任意性を与えるために二つ以上のダンパを導入すれば十分である．なお，ここでは単一のバネ定数 k を仮定して考察したが，バネ定数が二つになれば方向依存型応答の動作領域を広げるような自由度を作り出すだけで方向依存性を作り出す十分性は保証される．

3.5.4　パラメータの配分

以上の議論から，本研究では水平方向のバネ・ダンパ (k_h, c_h) と垂直方向のバネ・ダンパ (k_v, c_v) の 4 つのパラメータを有し，水平方向のバネ・ダンパの節点を垂直方向のバネ・ダンパで支持する単層構造のモデルを採用する．

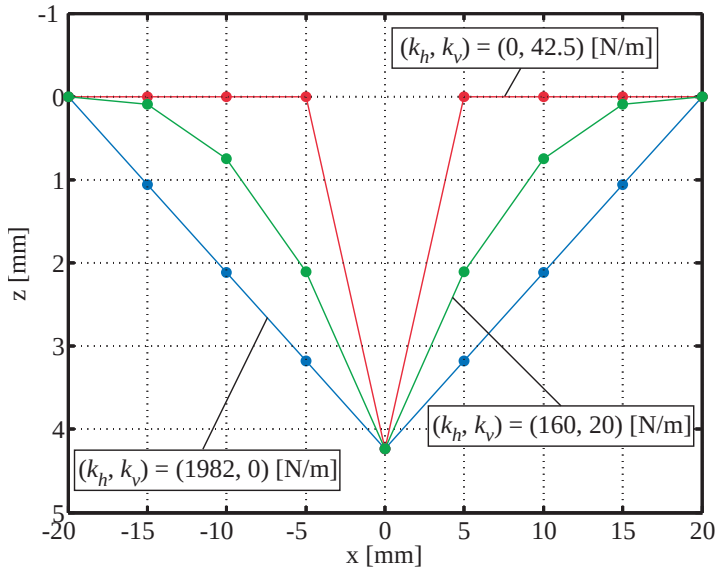


Fig. 3.13 Deformation profiles for various parameter sets

3.6　順問題と逆問題

ここで，提案モデルの順問題と逆問題について整理する．順問題とは，「内部パラメータ (k_h, c_h, k_v, c_v) を設定したモデルに対して，節点にはたらく力 $\boldsymbol{f}$ を与えた際の節点変位 $\boldsymbol{u}$ を算出する問題」である．この場合，式 (3.1) は $\boldsymbol{f}$ を入力，$\boldsymbol{u}$ を出力とする微分方程式に帰着し，これを数値的に解くことでモデルの変形を算出することができる．一方，逆問題は，「$\boldsymbol{f}$ および $\boldsymbol{u}$ が与えられたとき，$\boldsymbol{f}$ と $\boldsymbol{u}$ の関係を満たす内部パラメータ (k_h, c_h, k_v, c_v) を算出する問題」である．なお，逆問題をどのように定式化するかについては第 4 章，第 5 章で詳しく述べる．

3.7　引きつれ効果

ここでは提案モデルの静特性のシミュレーション例を示す．簡単化のため xz 平面に限定した 2 次元モデルを取り扱う．Fig. 3.13 は k_v, k_h の比率を変え，力印加点で同じ変位が生じるようにしたときの組織の表面形状の違いを調べたものである．例えば，節点数 $N = 7$, $(k_h, k_v) = (1982, 0)$[N/m] に設定すると，全体がチェーンのように力印加点を頂点とした三角形のような形状になるのに対し，$(k_h, k_v) = (0, 42.5)$[N/m] に設定すると，力印加点のバネ k_v のみが変位し，引きつれ効果が全く無くなる．このとき提案モデルは力印加点の力と変位のみを取り扱う Fig. 1.2 に示す集中バネモデルに帰着する．このように提案モデルは k_h, k_v の割り振り方によって，チェーンのようなモデルから，単一集中バネモデ

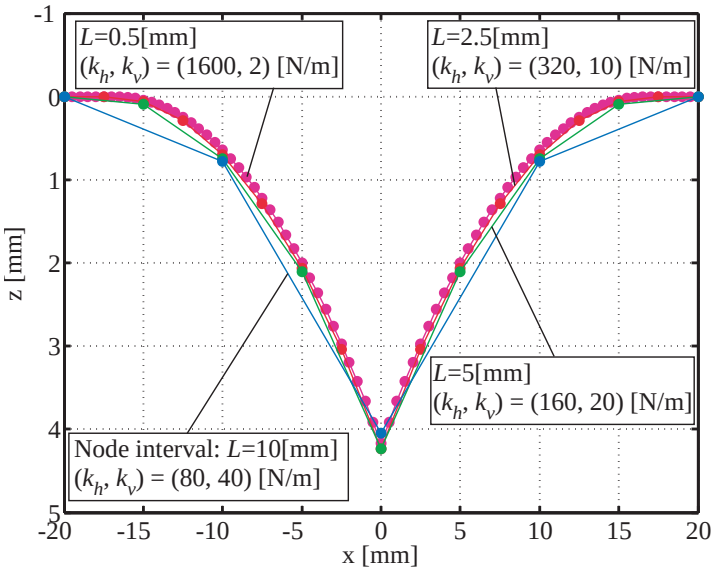


Fig. 3.14 Similarity of deformation

ルまで幅広く表現できることがわかる．

Fig. 3.14 に異なる節点間隔のモデルに対して，単位長さあたりのバネの値が一定となるように値を設定した際の変形形状を示す．いずれの変形形状もよく一致していることが分かる．本モデルの垂直要素は並列に配置されているため，節点間隔が半分になると要素数は 2 倍となるため合成バネの値は半分になり，逆に各水平要素は直列結合であるため 2 倍の値になる．例えば，Fig. 3.14 を例にとると，k_h と k_v の値が L を基準とした単位長さのバネ要素に換算したときそれぞれ 800[N/m]，4[N/m] となる．このようにこのシミュレーション例では節点間隔に対する変形の相似性が成り立っていることが分かる．

提案モデルで使用しているバネは外力と変位の間で線形性が成り立つが，モデル全体でみると外力と変位との関係は引きつれ効果によって非線形となる．Fig. 3.15 は $(k_h, k_v) = (2, 20)$[N/m] と設定した引きつれ効果を有するモデル (実線) と $(k_h, k_v) = (0, 20)$[N/m] としたモデル (破線) に対して準静的条件下で外力を加えた際の力印加点の変位をプロットしたものである．後者の $k_h = 0$ のモデルはとりもなおさず Fig. 1.2 に示す単純な集中バネモデルに帰着し，力と変位の関係は線形となる．これに対して，引きつれ効果を有するモデルでは，変位の小さい領域では力と変位とはほぼ比例関係にあるが，変位が大きくなると力の増加に対して変位の増加量は小さくなる．すなわち，引きつれ効果がある場合，変位が大きくなるにしたがって硬くなることがわかる．このような外力に対する変位の非線形性は，生体組織の変形特性にも見られる．提案モデルが力–変位関係においても生体組織の変形特性をうまく表現できるモデルになっていることはこれらのシミュレーションによっても確認することができる．

次に単層化の影響について見てみよう．Fig. 3.16 にモデルの層数を 1 から 16 層まで 2

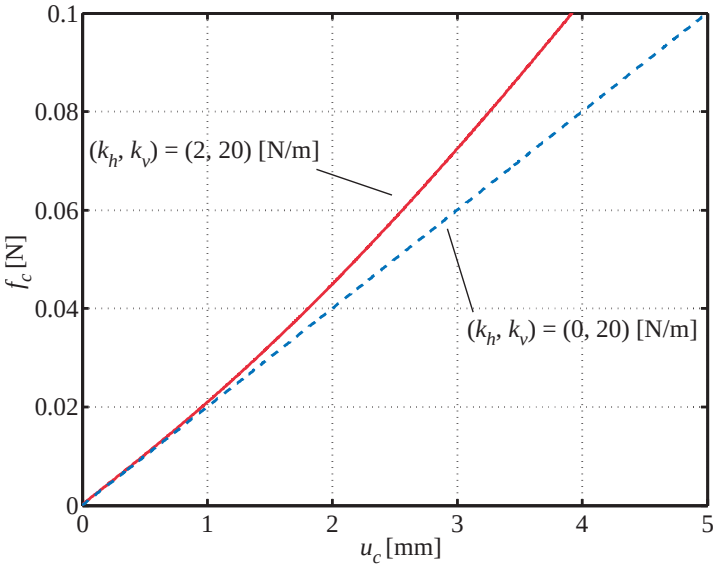
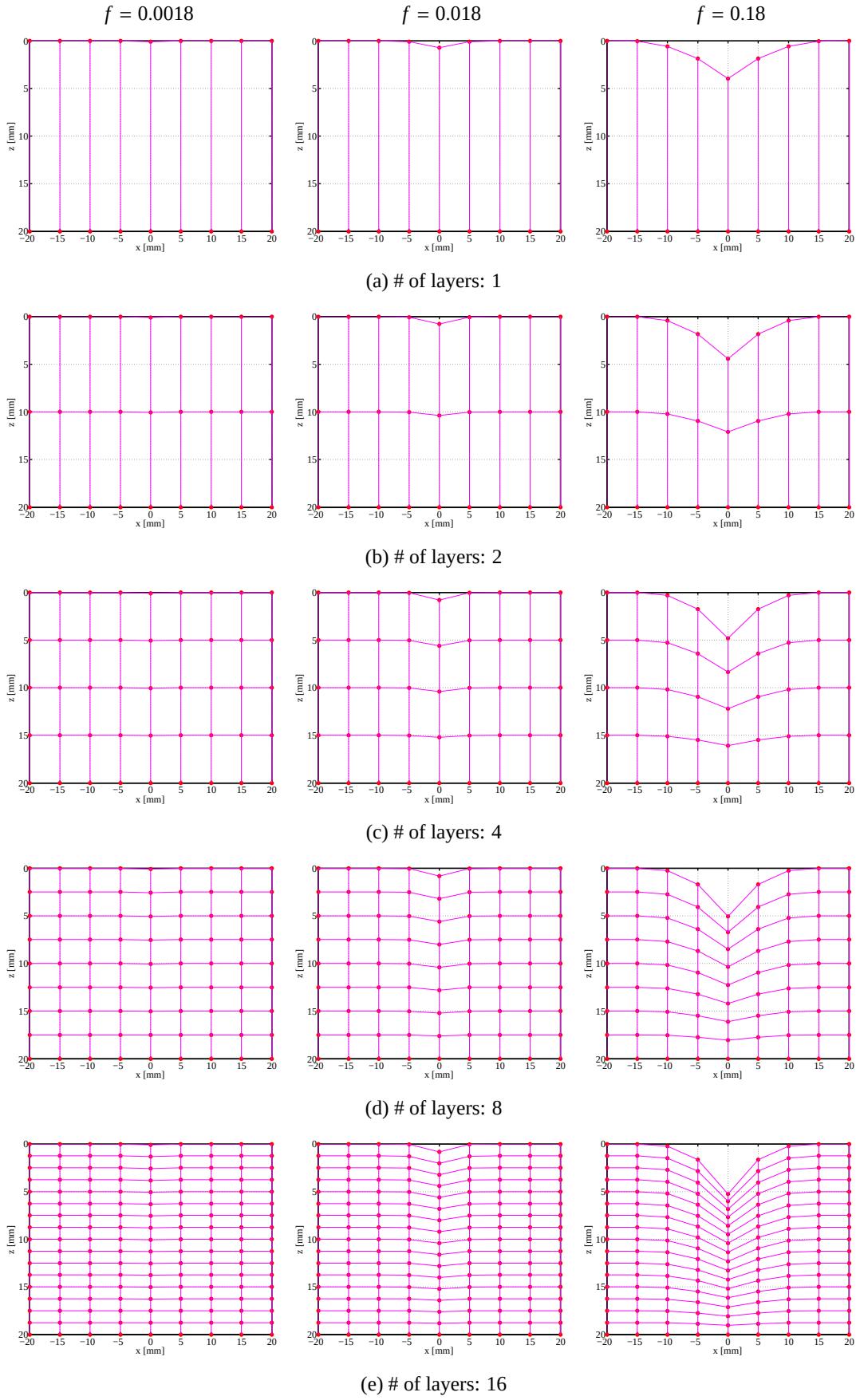


Fig. 3.15 Nonlinearity of the proposed model under quasi-static condition

Table 3.1 Model conditions

# of layers	Vertical distance of node [mm]	k_h [N/m]	k_v [N/m]
1	20	160	20
2	10	80	40
4	5	40	80
8	2.5	20	160
16	1.25	10	320

倍ずつ変化させたモデルに対して，3 種類の力 f = 0.0018, 0.018, 0.18[N] を印加した際のモデルの変形を示す．また，解析条件を Table 3.1 にまとめている．なお，モデルの層数が増加した際に水平方向のバネ k_h は並列結合，垂直方向のバネ k_v は直列結合とみなして，各バネの値を設定している．境界と接している要素の最大変位を調べたところ，いずれの層数に対しても，印加力 f = 0.0018, 0.018[N] の場合，それぞれバネの初期長の 0.5% および 5% 以下であるのに対して，印加力 f = 0.18[N] の場合，バネの初期長に対して 20% を超える変位が生じていた．このことから，印加力 f = 0.0018, 0.018[N] の場合，モデルの変形に対する境界の影響は小さいが，印加力 f = 0.18[N] の場合，境界の影響を強く受けていると考えられる．Fig. 3.16(a) から (e) へとモデルの層数が増加するに従って，中心点の変位は増加し，逆に周辺部の変位は小さくなる傾向があることが分かる．Table 3.2 から Table 3.4 に 3 種類の力を印加した際に発生した x = 0, 5, 10, 15[mm] の地点におけるモデルの表面変位を示す．Table 3.2 から，f = 0.0018[N] の力印加に対しては層数の違い



(a) # of layers: 1

(b) # of layers: 2

(c) # of layers: 4

(d) # of layers: 8

(e) # of layers: 16

Fig. 3.16 Deformation for various number of layers

Table 3.2 Simulation results under $f = 0.0018$[N]

# of layers	u [mm]			
	$x = 0$	$x = 5$[mm]	$x = 10$[mm]	$x = 15$[mm]
1	8.95×10^{-2}	2.28×10^{-4}	0.0	0.0
2	8.98×10^{-2}	1.22×10^{-4}	0.0	0.0
4	8.98×10^{-2}	8.00×10^{-5}	0.0	0.0
8	8.99×10^{-2}	6.20×10^{-5}	0.0	0.0
16	8.99×10^{-2}	5.39×10^{-5}	0.0	0.0

Table 3.3 Simulation results under $f = 0.018$[N]

# of layers	u [mm]			
	$x = 0$	$x = 5$[mm]	$x = 10$[mm]	$x = 15$[mm]
1	0.730	8.46×10^{-2}	1.92×10^{-4}	0.0
2	0.778	6.11×10^{-2}	3.92×10^{-5}	0.0
4	0.806	4.68×10^{-2}	1.23×10^{-5}	0.0
8	0.822	3.92×10^{-2}	6.14×10^{-6}	0.0
16	0.829	3.54×10^{-2}	4.19×10^{-6}	0.0

Table 3.4 Simulation results under $f = 0.18$[N]

# of layers	u [mm]			
	$x = 0$	$x = 5$[mm]	$x = 10$[mm]	$x = 15$[mm]
1	3.97	1.87	0.589	4.96×10^{-2}
2	4.42	1.84	0.433	1.27×10^{-2}
4	4.80	1.77	0.324	4.01×10^{-3}
8	5.07	1.70	0.265	1.91×10^{-3}
16	5.24	1.64	0.235	1.25×10^{-3}

による力印加点の変位の違いは最大で 0.5% 以下であるが，$x = 5$[mm] の地点においては最大 4.2 倍であることが分かる．Table 3.3 および Table 3.4 から，$f = 0.018, 0.18$[N] の力印加に対しては力印加点の変位の違いは $f = 0.0018$[N] の場合に比べて大きくなり，それぞれ 12%，24% であった．全体的な傾向として，力印加点 ($x = 0$) の変位は，層数が増加するに従って単調に増え見かけ上硬くなるのに対して，周辺部 ($x = 5, 10, 15$[mm]) の変位

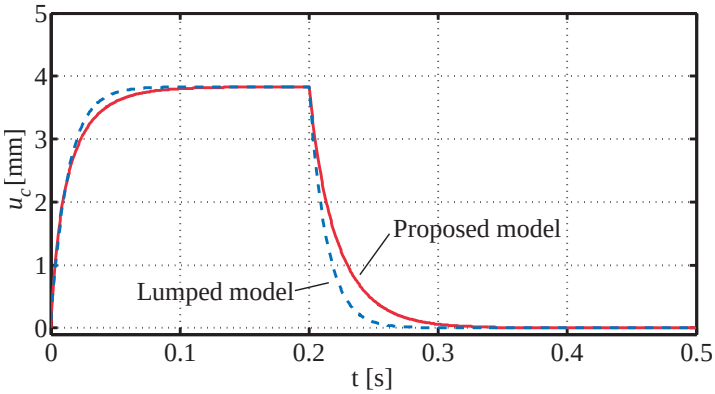


Fig. 3.17 Response for the step input

は逆に単調に減少していくことが分かる．これは，力印加点の変位が大きくなり，周辺部のバネの要素が影響するためと考えられる．例えば，単層モデルでは周辺部のバネの影響は 1 層分しか含まれないのに対して，16 層モデルでは周辺部のバネの影響が 16 層分加わることになる．また，Table 3.4 から，$x = 5, 10, 15$[mm] と力印加点から離れるに従って，異なる層数に対する変位の違いは大きくなる傾向がある．これは，多層の影響が力印加点から離れるに従って累積していくためと考えられる．以上から，このシミュレーションにおいて単層モデルと 16 層モデルでは，$f = 0.0018, 0.018, 0.18$[N] のとき両者の中心節点変位の誤差は，0.445%，11.9%，24.2% となり，バネの初期長に対して 0.5% 程度の変位であれば，この単層モデルでも 16 層モデルと同様に利用できるものと考えられる．

3.8　方向依存型応答

提案モデルに対してステップ状の力を入力した際の動特性について確認する．Fig. 3.17 は，節点数 $N = 7$, $(c_h, c_v) = (2, 0.5)$[Ns/m], $(k_h, k_v) = (200, 20)$[N/m] のモデルに対して，中心節点に力 $f = 0.18$[N] をステップ状に与えた際の力印加点の変位応答を順問題を解いて算出した結果である．また，比較のため Fig. 3.1 に示す集中バネ・ダンパモデルに対して同じ大きさの力をステップ状に与えた際の変位応答を破線で示す．なお，集中バネ・ダンパモデルの最大変位と時定数は，提案モデルの最大変位と力印加時の時定数に一致させている．当然のことながら，集中バネ・ダンパモデルのステップ応答に対する時定数は力印加時，力遮断時とで同じ値となる．Fig. 3.17 から，提案モデルと集中モデルの力印加時の応答は最大変位の 6 割の変位の範囲ではほぼ一致しているものの，最大変位付近では提案モデルの変形応答が遅れて最大変位に達していることが分かる．さらに力遮断時では提案モデルの変形のほうが集中モデルよりも全範囲において遅れて回復していることが分かる．このように提案モデルでは方向依存型特性が明確に現れていることが確認できる．

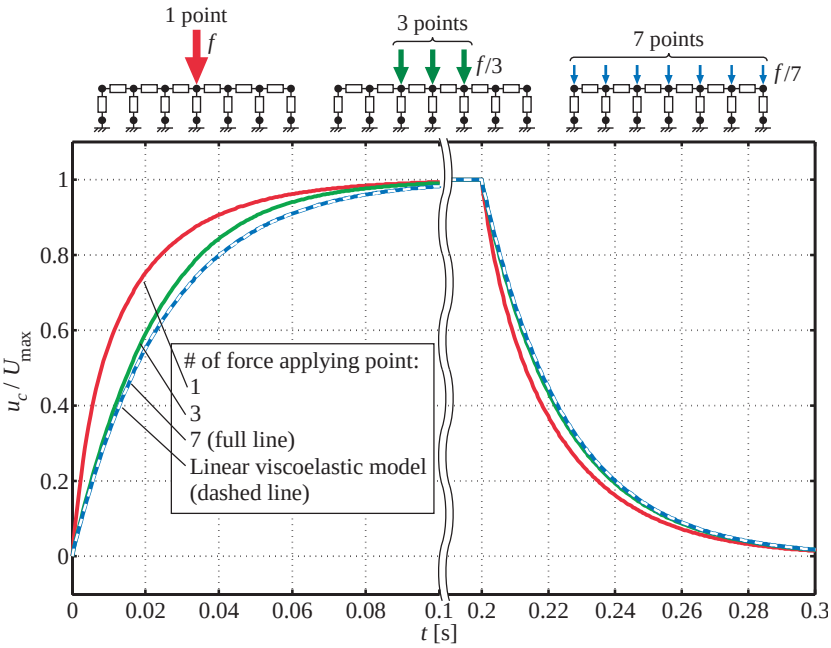
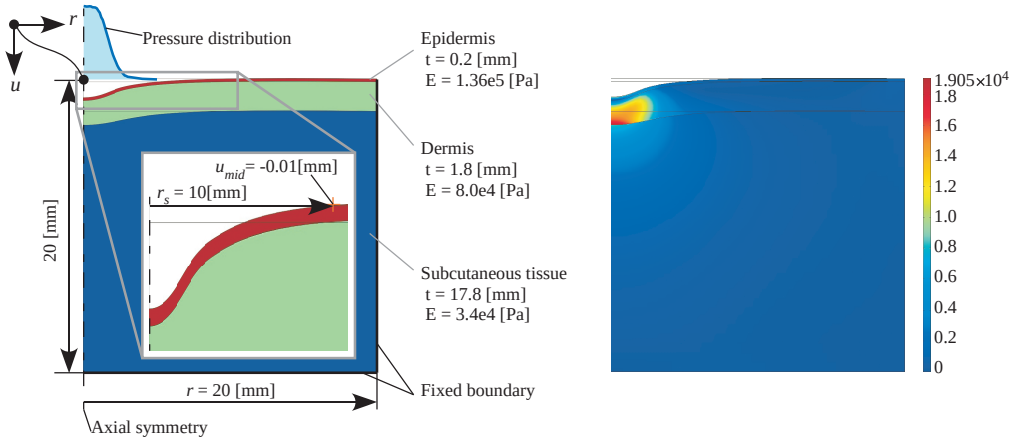


Fig. 3.18 Dynamic characteristics with different number of force applying nodes

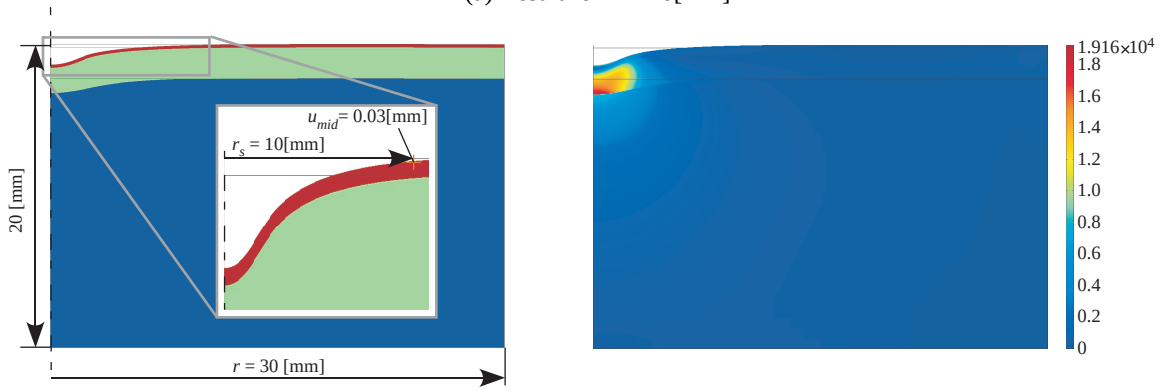
また，方向依存型特性は力の印加領域に強く依存する．Fig. 3.18 は，力のかかる節点数を 1, 3, 7 と増やしたときの最大変位で規格化した中心点の変位応答を示したものである．なお，各条件で分布力の総和は等しく，また各節点に均等に分布させている．ここで力のかかる節点をモデル全体に広げた際 (7 点)，モデルの応答は Fig. 3.1 の線形の粘弾性モデルと一致し，方向依存型応答は確認できなくなる．このとき各節点の z 方向の節点はすべて同じ変位量であり，水平方向の節点間の変位は 0 であるので k_h による引きつれ効果は表れなくなる．一方，力印加の領域を極端に小さくし 1 点に集中させたとき，提案モデルと線形の粘弾性モデルの応答の差が最も大きくなる．つまり，提案モデルにおいて方向依存型特性は，引きつれ効果によって節点間の粘弾性が各節点の z 方向の変位に寄与することによって引き起こされることがわかる．このシミュレーション結果の範囲内においては，提案モデルは《2》の方向依存型応答性を表現できていることがわかる．

3.9　組織の体積変化

非圧縮性材料において，局所的な力印加によってその表面が凹形に変形した場合，材料全体の体積変化が生じないという拘束条件から材料表面の一部に盛り上がり変形が生じる．しかしながら，提案モデルでは線形のバネ・ダンパで構成されているため，このような非圧縮性材料の盛り上がり変形を取り扱うことはできない．一般に，ヒト肌は非圧縮性材料として取り扱われるが，前野らは実際のヒト肌切片を使って試験を行い，ヒト肌のポ



(a) Result for r = 20[mm]



(b) Result for r = 30[mm]

Fig. 3.19 Results of finite element analysis for human skin

アソン比が 0.48 であり，完全な非圧縮性材料ではないことを指摘している[86]．またこの研究の中で，表皮，真皮，皮下組織のヤング率も測っており，それぞれ 1.69 ×10^5 [Pa], 8.0 ×10^4 [Pa], 3.4 ×10^4 [Pa] であることが報告されている．本研究では，これらのヒト肌のヤング率，ポアソン比をもとに有限要素法パッケージ COMSOL Multiphysics を用いて変形解析を行い，ヒト肌に対してどの範囲まで，提案モデルが適合可能であるかを確認する．Fig. 3.19 に有限要素解析により変形解析を行った際の変形形状とミーゼス応力分布 ([Pa]) を示す．Fig. 3.19(a), (b) は解析対象の大きさがそれぞれ 20×20 (深さ × 半径) [mm] および 20×30[mm] の時の解析結果である．解析モデルは両者とも上から表皮，真皮，皮下組織に対応するヤング率を与え，各層のポアソン比はそれぞれ 0.48 に設定している．また，境界条件については底面と側面は固定とし，上面に実際の力印加時と同じ圧力分布を加えている．さらに，ノズル中心軸を中心とした軸対称を仮定している．そのほかの解析条件は Table 3.5 に示すとおりである．要素の種類および補間の種類はそれぞれ四辺形要素および 2 次のラグランジュ補間を用いている．また，解析モデルの要素数は Fig. 3.19(a) お

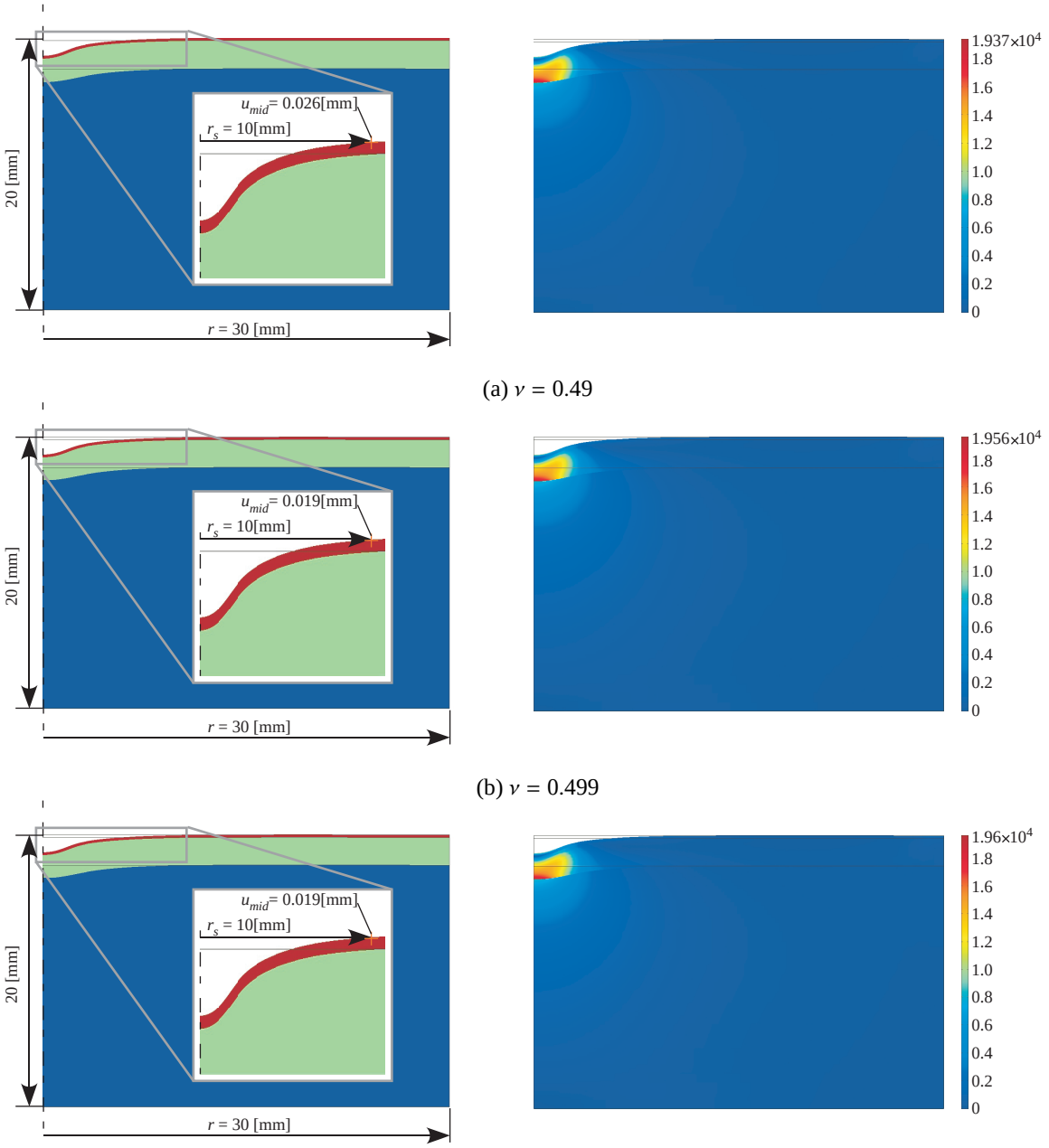


Fig. 3.20 Results of finite element analysis for various Poisson's ratio

よび (b) の条件においてそれぞれ 800, 1200 とした．応力分布から圧力印加直下の内部組織が局所的に大きな応力を受けており，周辺部に行くに従って応力が減少していることが分かる．

解析結果の中で興味深い点として，解析対象の大きさによって組織表面のノズル中心軸から半径 r_s = 10.0[mm] の地点の変位量に違いが表れている点である．Fig. 3.19(a) に示すように，20×20[mm] の大きさでは，r_s = 10.0[mm] 地点の変位が 0.01[mm] 盛り上がっ

Table 3.5 FE analysis conditions

	Model (a)	Model (b)
# of elements	800	1200
Type of element	Quadrilateral element	
Type of interpolation	Second order Lagrange interpolation	

ている．これに対して，Fig. 3.19(b) に示すように，20×30[mm] の大きさでは，このような盛り上がり変形は生じていない．ポアソン比が 0.5 という完全非圧縮性を仮定すると，力印加点が押し込まれる分だけ周辺部が必ず盛り上がり変形を生じる．しかしながら，ヒト肌のように圧縮性を有する組織では中心部が押し込まれるような変形は，その圧縮性により，組織が体積変化を起こすことで吸収され，Fig. 3.19(b) に示すように 20×30[mm] の大きさがあれば，結果的に盛り上がり変形は観察されない．また，Fig. 3.20(a), (b), (c) は 20×30[mm] のモデルに対してポアソン比を 0.49, 0.499, 0.4999 を設定した際の解析結果をそれぞれ示したものである．いずれの場合においても，r_s = 10.0[mm] 地点においては盛り上がり変形は起こっていない．これは，中心部が押し込まれる体積変化を周辺部が吸収してしまい，盛り上がり変形が観察されないものと推察する．実際の実験条件を考えてみると，今回の計測部位は前腕の最も太い部分に相当し，その大きさは少なくとも半径 30[mm] 以上あることから，盛り上がり変形が陽には観察されないものと考えられる．

3.10　まとめ

本章では，ヒト肌を対象とした変形計測実験で得られた知見をもとに生体柔軟組織に対して単層構造のバネ · ダンパネットワークモデルを提案し，運動方程式の定式化を行った．さらに引きつれ効果と方向依存型応答を表現するためのパラメータ数について考察し，(k_h, c_h, k_v, c_v) のわずか 4 つのパラメータで両特性を表現できることを示した．提案モデルに対して数値的に順問題を解くことにより変形特性を調べ，節点間隔に対する相似性，非線形力–変位特性，局所力印加による方向依存型応答および単層化の影響を示した．さらに，有限要素法を用いた変形解析との比較を行い，皮膚の場合，深さ 20[mm]，半径 30[mm] 程度を対象とする限り，非圧縮性組織特有の盛り上がり効果は観察されず，本モデルはヒト肌変形に適用可能であることを確認した．

第 4 章

表面変形計測に基づく逆問題

4.1 概要

本章では，表面変形計測が可能という条件のもとで，第 3 章で提案した生体柔軟組織モデルに対して 4 つの内部パラメータを決定する逆問題を取り扱う．はじめに，3 章で導出した運動方程式を用いて逆問題に対する解法を示す．次に，逆問題に対する適切性について考察する．さらに，正解が分かった例題に対して順問題と逆問題を数値的に解き，解の推定精度について考察する．

4.2 問題設定

本章で取り扱う表面変位計測に基づく逆問題を以下に示す．

$$\begin{aligned} \text{given}: &\ \boldsymbol{f}(x,y,z,t)|_{z=0}\ \textit{and}\ \boldsymbol{u}(x,y,z,t)|_{z=0} \\ \text{find}: &\ k_h, c_h, k_v,\ \textit{and}\ c_v \end{aligned}$$

これは，入力として組織表面に加わる印加力分布の時系列応答 $\boldsymbol{f}(x,y,z,t)|_{z=0}$ と組織表面の変形形状の時系列応答 $\boldsymbol{u}(x,y,z,t)|_{z=0}$ が与えられたとき，水平 · 垂直方向のバネ · ダンパの値 (k_h, c_h, k_v, c_v) の 4 つのパラメータを出力とする問題である．

4.3 定式化

節点にはたらく力のつり合いを考える．式 (3.1) の運動方程式の中で，節点 a にはたらく力ベクトル $\boldsymbol{f}_a \in \mathfrak{R}^{3\times 1}$ に対応する行だけを抜き出すと次式を得る．

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\in S_i}(\boldsymbol{C}_{ij}^{(a)}\dot{\boldsymbol{u}}_i + \boldsymbol{K}_{ij}^{(a)}\boldsymbol{u}_i) = \boldsymbol{f}_a \tag{4.1}$$

ここで，$\boldsymbol{C}_{ij}^{(a)} \in \mathfrak{R}^{3\times3}$，$\boldsymbol{K}_{ij}^{(a)} \in \mathfrak{R}^{3\times3}$ はそれぞれ $\boldsymbol{f}_a$ に対応する行の節点 i, j 間にあるダンパとバネの粘性マトリックスおよび弾性マトリックスの部分配列である．なお，$\boldsymbol{u}_i \triangleq [u_{ix}, u_{iy}, u_{iz}]^t \in \mathfrak{R}^{3\times1}$ および $\dot{\boldsymbol{u}}_i \triangleq [\dot{u}_{ix}, \dot{u}_{iy}, \dot{u}_{iz}]^t \in \mathfrak{R}^{3\times1}$ は第 i 番目の節点の x, y, z 方向の変位と速度をそれぞれ示す．また，N および S_i はそれぞれ節点数および節点 i に隣接する節点の集合を示す．ここで，式 (3.3)，式 (3.4) より次式を得る．

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\in S_i}(c_{ij}\boldsymbol{T}_{ij}^{(a)}\dot{\boldsymbol{u}}_i + k_{ij}\boldsymbol{T}_{ij}^{(a)}\boldsymbol{u}_i) = \boldsymbol{f}_a \tag{4.2}$$

提案モデルの未知パラメータは (k_h, c_h, k_v, c_v) の 4 つなので，それぞれのパラメータを陽に出した形で表現すると次式を得る．

$$\begin{aligned} &c_v\sum_{i=1}^{N}\sum_{\{(i,j)|j\in S_i\bigcap c_{ij}=c_v\}}\boldsymbol{T}_{ij}^{(a)}\dot{\boldsymbol{u}}_j + c_h\sum_{i=1}^{N}\sum_{\{(i,j)|j\in S_i\bigcap c_{ij}=c_h\}}\boldsymbol{T}_{ij}^{(a)}\dot{\boldsymbol{u}}_j + \\ &k_v\sum_{i=1}^{N}\sum_{\{(i,j)|j\in S_i\bigcap c_{ij}=k_v\}}\boldsymbol{T}_{ij}^{(a)}\boldsymbol{u}_j + k_h\sum_{i=1}^{N}\sum_{\{(i,j)|j\in S_i\bigcap c_{ij}=k_h\}}\boldsymbol{T}_{ij}^{(a)}\boldsymbol{u}_j = \boldsymbol{f}_a \end{aligned} \tag{4.3}$$

これらをまとめると次式を得る．

$$\boldsymbol{P}_{(a)}\boldsymbol{c} + \boldsymbol{Q}_{(a)}\boldsymbol{k} = \boldsymbol{f}_a \tag{4.4}$$

ただし，

$$\boldsymbol{P}_{(a)} \triangleq \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{\{(i,j)|j\in S_i\bigcap c_{ij}=c_v\}}\boldsymbol{T}_{ij}^{(a)}\dot{\boldsymbol{u}}_j \ , \quad \sum_{i=1}^{N}\sum_{\{(i,j)|j\in S_i\bigcap c_{ij}=c_h\}}\boldsymbol{T}_{ij}^{(a)}\dot{\boldsymbol{u}}_j\right) \in \mathfrak{R}^{3\times2} \tag{4.5}$$

$$\boldsymbol{Q}_{(a)} \triangleq \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{\{(i,j)|j\in S_i\bigcap k_{ij}=k_v\}}\boldsymbol{T}_{ij}^{(a)}\boldsymbol{u}_j \ , \quad \sum_{i=1}^{N}\sum_{\{(i,j)|j\in S_i\bigcap k_{ij}=k_h\}}\boldsymbol{T}_{ij}^{(a)}\boldsymbol{u}_j\right) \in \mathfrak{R}^{3\times2} \tag{4.6}$$

ここで，すべての節点に対して式 (4.4) を適用すると次式を得る．

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u}, \dot{\boldsymbol{u}})\boldsymbol{c} + \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{k} = \boldsymbol{f} \tag{4.7}$$

ただし，$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u}, \dot{\boldsymbol{u}}) \in \mathfrak{R}^{3N\times2}$ および $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u}) \in \mathfrak{R}^{3N\times2}$ はそれぞれ粘性ベクトル $\boldsymbol{c} \triangleq [c_v, c_h]^t \in \mathfrak{R}^{2\times1}$ の係数行列および弾性ベクトル $\boldsymbol{k} \triangleq [k_v, k_h]^t \in \mathfrak{R}^{2\times1}$ の係数行列であり，次式で定義される．

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u}, \dot{\boldsymbol{u}}) \triangleq \begin{pmatrix} \boldsymbol{P}_{(1)} \\ \boldsymbol{P}_{(2)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{P}_{(N)} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3N\times2} \tag{4.8}$$

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u}) \triangleq \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{(1)} \\ \boldsymbol{Q}_{(2)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Q}_{(N)} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3N\times2} \tag{4.9}$$

ここで，$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u},\dot{\boldsymbol{u}})$, $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u})$ は，それぞれ変位ベクトル $\boldsymbol{u} \triangleq [\boldsymbol{u}_1^t, \boldsymbol{u}_2^t, \ldots, \boldsymbol{u}_N^t]^t \in \mathfrak{R}^{3N\times 1}$ と速度ベクトル $\dot{\boldsymbol{u}} \triangleq [\dot{\boldsymbol{u}}_1^t, \dot{\boldsymbol{u}}_2^t, \ldots, \dot{\boldsymbol{u}}_N^t]^t \in \mathfrak{R}^{3N\times 1}$ の関数である．従って時間的に変化する関数になっている点に留意されたい．もともとの運動方程式である式 (3.1) における $\boldsymbol{u}$ と $\boldsymbol{f}$ の関係は非線形であるものの，表面の変形形状 $\boldsymbol{u}(x,y,z,t)|_{z=0}$ と印加力 $\boldsymbol{f}(x,y,z,t)|_{z=0}$ は仮定より計測できるため既知である．従って，式 (4.7) において $\boldsymbol{u}$, $\dot{\boldsymbol{u}}$, $\boldsymbol{f}$ は既知になるため，式 (4.7) の未知数は c_h, c_v, k_h, k_v の 4 つだけとなり，式 (4.7) は，未知数 c_h, c_v, k_h, k_v に対して線形方程式に帰着する．ここで，$t = \{t_1, t_2, \ldots, t_m\}$ でデータをサンプリングするものとすると次式を得る．

$$\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{c} + \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{k} = \mathcal{F} \tag{4.10}$$

ただし，

$$\boldsymbol{\Pi} \triangleq \begin{pmatrix} \boldsymbol{P}(\boldsymbol{u}(t_1), \dot{\boldsymbol{u}}(t_1)) \\ \boldsymbol{P}(\boldsymbol{u}(t_2), \dot{\boldsymbol{u}}(t_2)) \\ \vdots \\ \boldsymbol{P}(\boldsymbol{u}(t_m), \dot{\boldsymbol{u}}(t_m)) \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3Nm\times 2}$$

$$\boldsymbol{\Theta} \triangleq \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u}(t_1)) \\ \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u}(t_2)) \\ \vdots \\ \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u}(t_m)) \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3Nm\times 2}$$

$$\mathcal{F} \triangleq \begin{pmatrix} \boldsymbol{f}(t_1) \\ \boldsymbol{f}(t_2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{f}(t_m) \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3Nm\times 1}$$

式 (4.10) より

$$\mathcal{A}\,\boldsymbol{\lambda} = \mathcal{F} \tag{4.11}$$

ただし，

$$\mathcal{A} \triangleq \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Pi} & \boldsymbol{\Theta} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3Nm\times 4}$$

$$\boldsymbol{\lambda} \triangleq \left(\boldsymbol{c}^t, \boldsymbol{k}^t\right)^t \in \mathfrak{R}^{4\times 1}$$

式 (4.11) から式 (4.12) を得る．

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \mathcal{A}^{\#}\mathcal{F} \tag{4.12}$$

ただし，$\mathcal{A}^{\#}$ は $\mathcal{A}$ の擬似逆行列である．式 (4.12) から 4 つのパラメータ $\hat{\boldsymbol{\lambda}} \triangleq [\hat{c}_v, \hat{c}_h, \hat{k}_h, \hat{k}_v]^t$ を同時に算出することができる．

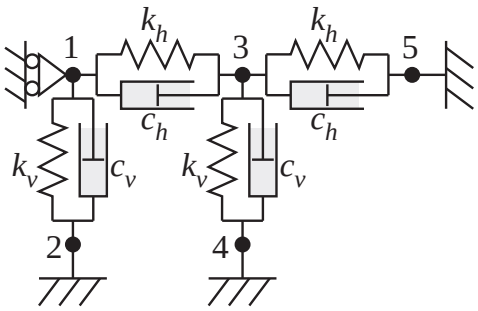


Fig. 4.1 An example of model

ここで，定常状態 ($t_m = \infty$) を考える．定常状態では，$\dot{\boldsymbol{u}}(\infty)$ がゼロになるため，式 (4.7) は k_h, k_v の 2 つのバネだけを含んだ式に帰着する．

$$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u}(\infty))\boldsymbol{k} = \boldsymbol{f}(\infty) \tag{4.13}$$

式 (4.13) より，次式を得る．

$$\hat{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u}(\infty))^{\#}\boldsymbol{f}(\infty) \tag{4.14}$$

式 (4.14) から $\hat{\boldsymbol{k}} \triangleq [\hat{k}_v, \hat{k}_h]^t$ を算出することができる．この $\hat{\boldsymbol{k}}$ を式 (4.10) に代入して式 (4.15) のように変形する．

$$\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{c} = \mathcal{F} - \boldsymbol{\Theta}\hat{\boldsymbol{k}} \tag{4.15}$$

ここで，右辺は既知であるから，式 (4.15) から式 (4.16) を得る．

$$\hat{\boldsymbol{c}} = \boldsymbol{\Pi}^{\#}(\mathcal{F} - \boldsymbol{\Theta}\hat{\boldsymbol{k}}) \tag{4.16}$$

ただし，$\boldsymbol{\Pi}^{\#}$ は $\boldsymbol{\Pi}$ の擬似逆行列である．式 (4.16) から粘性パラメータ $\hat{\boldsymbol{c}} \triangleq [\hat{c}_v, \hat{c}_h]^t$ を算出することができる．このように定常状態が保障されるデータが得られる場合，弾性パラメータと粘性パラメータを個別に算出することができる．

具体例

ここで，Fig. 4.1 に示すようなモデルについて，実際に各マトリックスの内部成分を求めてみよう．式 (3.10) より各節点の力のバランスについて考える．このとき，節点 2, 4, 5 は固定されているため各節点にはたらく力が未知であるが，各節点の変位および変位速度は 0 である．そこで，節点 1, 3 に対して次式を得る．

$$\boldsymbol{C}_{12}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_1 + \boldsymbol{C}_{13}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_1 + \boldsymbol{C}_{13}^{12}\dot{\boldsymbol{u}}_3 + \boldsymbol{K}_{12}^{11}\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{K}_{13}^{11}\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{K}_{13}^{12}\boldsymbol{u}_3 = \boldsymbol{f}_1 \tag{4.17}$$

$$\boldsymbol{C}_{13}^{21}\dot{\boldsymbol{u}}_1 + \boldsymbol{C}_{13}^{22}\dot{\boldsymbol{u}}_3 + \boldsymbol{C}_{34}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_3 + \boldsymbol{C}_{35}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_3 + \boldsymbol{K}_{13}^{21}\dot{\boldsymbol{u}}_1 + \boldsymbol{K}_{13}^{22}\dot{\boldsymbol{u}}_3 + \boldsymbol{K}_{34}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_3 + \boldsymbol{K}_{35}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_3 = \boldsymbol{f}_3 \tag{4.18}$$

ここで，要素 1–2 および要素 3–4 は垂直方向，要素 1–3 および要素 3–5 は水平方向の要素であるため，それぞれの要素の項としてまとめると次式を得る．

$$\left(\boldsymbol{T}_{13}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_1 + \boldsymbol{T}_{13}^{12}\dot{\boldsymbol{u}}_3\right)c_h + \left(\boldsymbol{T}_{12}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_1\right)c_v + \left(\boldsymbol{T}_{13}^{11}\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{T}_{13}^{12}\boldsymbol{u}_3\right)k_h + \left(\boldsymbol{T}_{12}^{11}\boldsymbol{u}_1\right)k_v = \boldsymbol{f}_1 \tag{4.19}$$

$$\left(\boldsymbol{T}_{13}^{21}\dot{\boldsymbol{u}}_1 + \boldsymbol{T}_{13}^{22}\dot{\boldsymbol{u}}_3 + \boldsymbol{T}_{35}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_3\right)c_h + \left(\boldsymbol{T}_{34}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_3\right)c_v + \left(\boldsymbol{T}_{13}^{21}\dot{\boldsymbol{u}}_1 + \boldsymbol{T}_{13}^{22}\dot{\boldsymbol{u}}_3 + \boldsymbol{T}_{35}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_3\right)k_h + \left(\boldsymbol{T}_{34}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_3\right)k_v = \boldsymbol{f}_3 \tag{4.20}$$

以上から，式 (4.7) の係数は以下のように求めることができる．

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u},\dot{\boldsymbol{u}}) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{T}_{13}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_1 + \boldsymbol{T}_{13}^{12}\dot{\boldsymbol{u}}_3 & \boldsymbol{T}_{12}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_1 \\ \boldsymbol{T}_{13}^{21}\dot{\boldsymbol{u}}_1 + \boldsymbol{T}_{13}^{22}\dot{\boldsymbol{u}}_3 + \boldsymbol{T}_{35}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_3 & \boldsymbol{T}_{34}^{11}\dot{\boldsymbol{u}}_3 \end{pmatrix} \tag{4.21}$$

$$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u}) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{T}_{13}^{11}\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{T}_{13}^{12}\boldsymbol{u}_3 & \boldsymbol{T}_{12}^{11}\boldsymbol{u}_1 \\ \boldsymbol{T}_{13}^{21}\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{T}_{13}^{22}\boldsymbol{u}_3 + \boldsymbol{T}_{35}^{11}\boldsymbol{u}_3 & \boldsymbol{T}_{34}^{11}\boldsymbol{u}_3 \end{pmatrix} \tag{4.22}$$

さらに実際の計測データを入力し，式 (4.12) から解を得ることができる．

4.4　逆問題の適切性

一般に逆問題の適切性は，次の 3 つの条件を満たすかどうかで判断される．

1. 解の存在性: 解が存在すること
2. 解の一意性: 解が一意に決まること
3. 解の安定性: 入力の微小な変化に対して，パラメータの変化も微小であること

ここでは提案手法における逆問題の適切性について考察する．

式 (4.12) について，節点数 N およびサンプリング数 m の違いによって解の種類が異なる．ここでは，ノイズやモデル化誤差が無い理想的な入力が与えられた場合を仮定する．まず，$N = 1, m = 1$ の場合，$\mathrm{rank}\,(\mathcal{A}) = 3 < 4$ であるから，式 (4.12) はノルム最小解をあたえるが，この場合は一般にモデルの真値が求まるわけではない．一方，$N \geq 2, m \geq 1$ もしくは $N \geq 1, m \geq 2$ の場合，$\mathrm{rank}\,(\mathcal{A}) = 4$ となり式 (4.12) は最小二乗解を示す．また，節点の x, y, z 方向への変位自由度のうち，いずれかの自由度が拘束されている場合，$\mathcal{A}$ が正方行列かつが正則であれば逆行列を使って解が求まる．以上の考察から提案手法において，$N \geq 2, m \geq 1$ もしくは $N \geq 1, m \geq 2$ の場合，1. 解の存在性および 2. 解の一意性についても満たすことが分かる．

一方，解の安定性に影響する要因については，サンプリングの区間が重要な変動要因として挙げられる．例えば，Fig. 4.2(b) の変位応答のように定常状態においては，$\dot{\boldsymbol{u}} = 0$ となり粘性効果は一切現れないため，定常状態の区間をいくらサンプリングしても $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u},\dot{\boldsymbol{u}})$ のランクが 0 となってしまいダンパの値を決定することはできない．さらに，$\dot{\boldsymbol{u}}$ の小さい領域ではノイズやセンサの分解能に起因する量子化誤差が $\dot{\boldsymbol{u}}$ に支配的に作用し，結果と

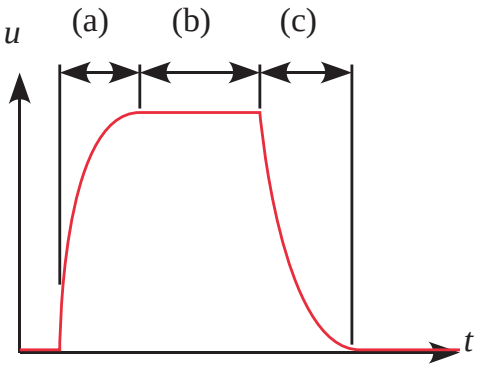
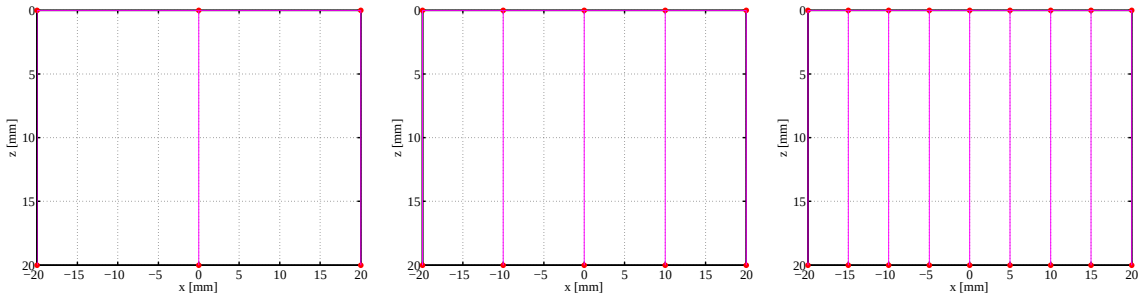


Fig. 4.2 Deformation responce with respect to time



(a) $N = 1$　　(b) $N = 4$　　(c) $N = 8$

Fig. 4.3 Simulation model

して算出したパラメータに強く影響する．つまり，ダンパの値を安定的に決定するためには，Fig. 4.2(a), (c) のような $\dot{\boldsymbol{u}}$ が最も大きくなる力印加直後および力遮断直後の区間をサンプリングすることが重要である．逆に，バネの値については，Fig. 4.2(b) の定常状態の区間をサンプリングすることで安定的に決定することができる．逆に過渡状態において変形が小さい場合，力印加点直下の垂直方向のバネ k_v が支配的に印加力を支持しているのに対して，水平方向のバネ k_h はほとんど寄与せず，結果的に k_h を安定的に決定できない．k_h を安定的に決定するために，変形が最大となる時間領域が適当である．以上の考察から，3. 解の安定性についてはサンプリングの区間が影響し，ダンパの値は力印加直後および力遮断直後の $\dot{\boldsymbol{u}}$ が極大となる区間，バネの値は変形が最大となる定常状態の区間のデータを用いることが望ましいと考えられる．

4.5　シミュレーションによる解の推定精度の考察

ここでは，ノードの数 N とサンプリング数 m を変化させたときに，解の推定精度がどのように変化するかを評価する．まず順問題を解くことでモデルの印加力と変形の時系列

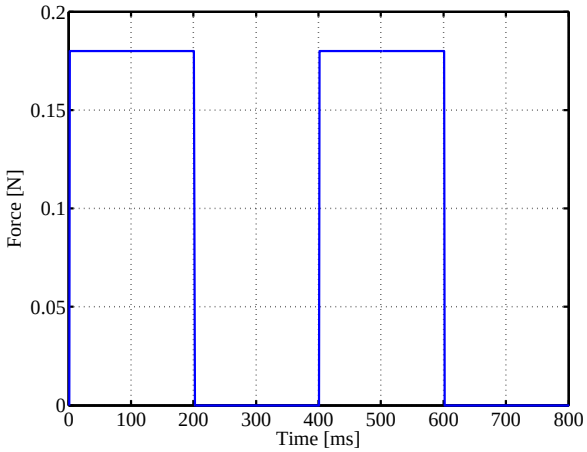


Fig. 4.4 Force input

Table 4.1 Geometric conditions of model

N	# of k_h	L [mm]
1	2	20
3	4	10
7	8	5

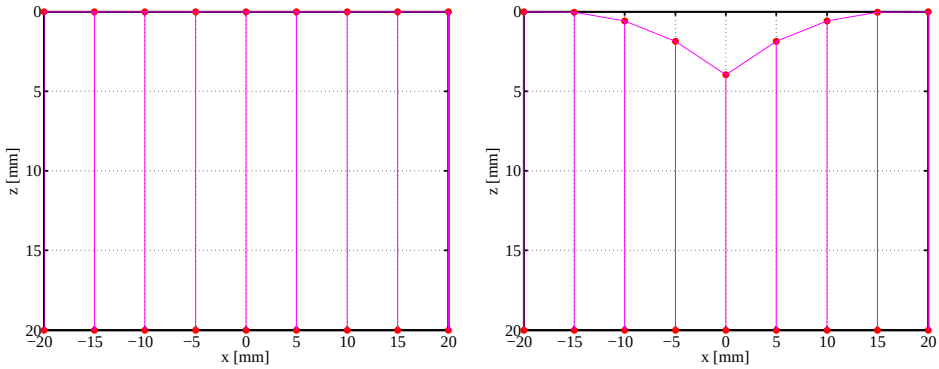
Table 4.2 Model parameters per number of k_h

No.	k_h [N/m]	k_v [N/m]	c_h [Ns/m]	c_v [Ns/m]
1	20	160	0.2	1.6
2	20	160	0.2	16
3	20	160	2	1.6
4	20	160	2	16

応答を算出し，次にこれらを入力として逆問題を解くことでパラメータを算出し，算出されたパラメータと事前に設定したパラメータとの誤差を比較する．また，次式で表される行列の条件数も同時に算出する．

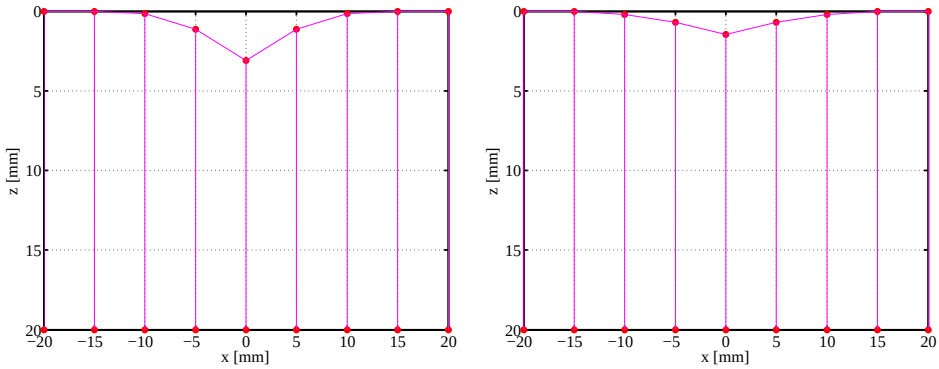
$$\kappa(\mathcal{A}) = \|\mathcal{A}^{-1}\| \cdot \|\mathcal{A}\| \tag{4.23}$$

ここで $\kappa(\mathcal{A})$ は式 (4.11) の行列 $\mathcal{A}$ の条件数を示したものである．条件数は，式 (4.11) に含まれる誤差が解に与える相対的な大きさを示すものであり，例えば，条件数が大きい場合，式 (4.11) に含まれる誤差が小さなものであっても，得られた解には大きな誤差が含まれることになる．従って，条件数を使って解の安定性を大まかに評価できる．



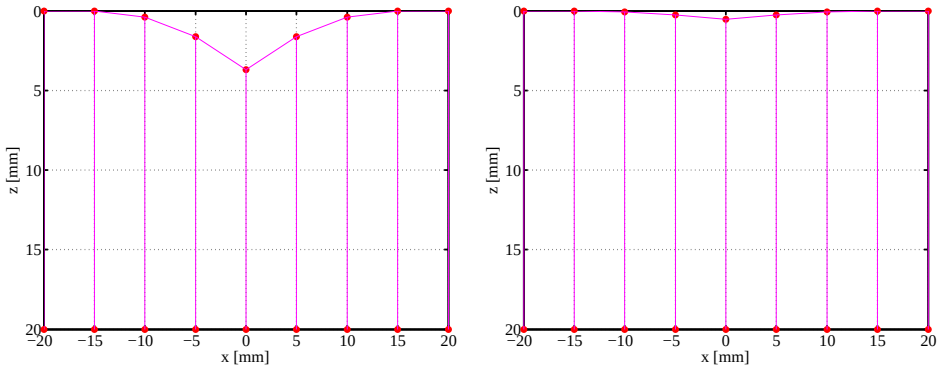
(a-1) 0[ms]

(b-1) 200[ms]



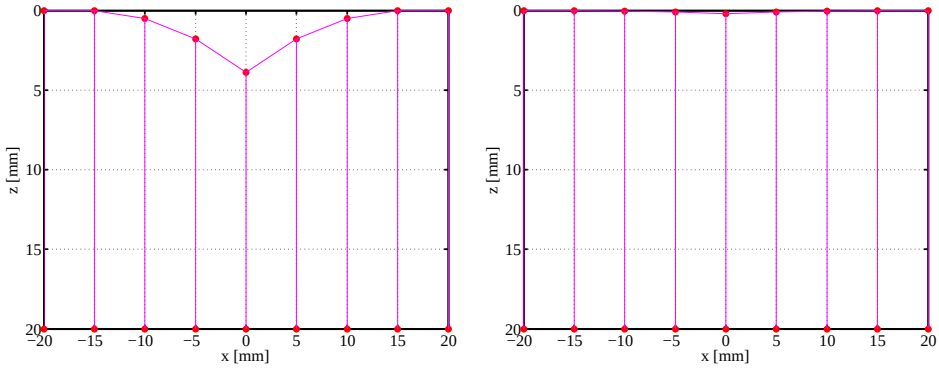
(a-2) 10[ms]

(b-2) 210[ms]



(a-3) 20[ms]

(b-3) 220[ms]

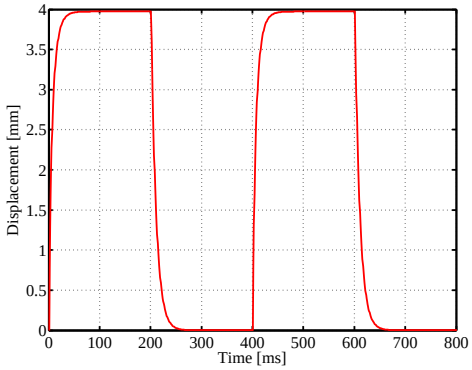


(a-4) 30[ms]

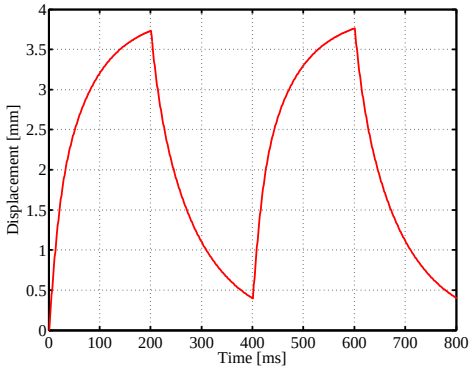
(b-4) 230[ms]

(a) Loading phase　　(b) Unloading phase

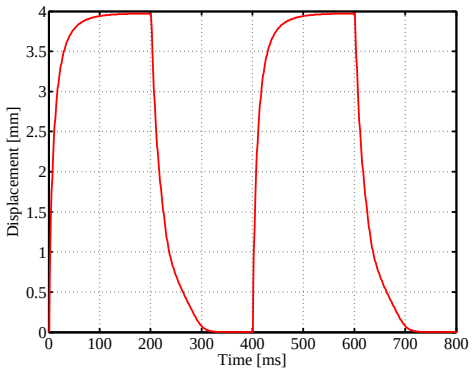
Fig. 4.5 Deformation of the proposed model



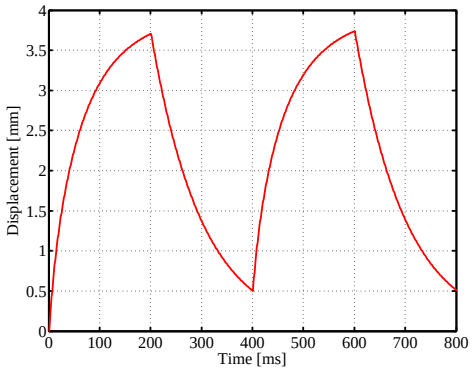
(a) Model parameter No. 1



(b) Model parameter No. 2



(c) Model parameter No. 3



(d) Model parameter No. 4

Fig. 4.6 Responses for rectangular force input

ここでは簡単化のため z 方向の変位自由度のみに限定した 2 次元モデルを用いる．Table 4.1 にモデルの幾何学的パラメータの一覧を示す．Fig. 4.3 に示すように変位自由度を有する節点の数を $N = 1, 3, 7$ としている．また，モデルの両端は $x = \pm 20$[mm] に固定し，水平方向の各節点間距離は $N = 1, 3, 7$ に対してそれぞれ $L = 20, 10, 5$[mm] としている．Table 4.2 に k_h, k_v, c_h, c_v の設定値を示す．なお，水平 · 垂直方向のバネの値は k_h の数に対して，$(k_h, k_v) = (20, 160)$[N/m] となるようにそれぞれ設定している．

Fig. 4.5 に順問題を解いた一例として，$N = 7$, No. 1 のパラメータを設定したモデルに対して，Fig. 4.4 に示すように大きさが 0.18[N]，印加時間が 200[ms] の矩形波状の力を加えた際の変形の時系列応答を示す．Fig. 4.5(a-1)~(a-4) および (b-1)~(b-4) はそれぞれ力印加時と力遮断時の最初の 30[ms] 間の変形応答を 10[ms] ごとに示したものである．Fig. 4.6 に力印加点の変位の時系列応答を示す．Fig. 4.6(a), (b), (c), (d) はそれぞれ Table 4.2 に示した各モデルパラメータの組み合わせに対する応答である．Fig. 4.6 から，$c_v = 1.6$[Ns/m] とした No. 1 および No. 3 の場合の応答は $c_v = 16$[Ns/m] とした No. 2 および No. 4 の場合より速く，力印加点の応答性は垂直方向のダンパ c_v が支配的に影響していることがわかる．

Fig. 4.7，Fig. 4.8，Fig. 4.9 はそれぞれ推定されたバネの値 k_h, k_v，推定されたダンパの値 c_h, c_v および行列 $\mathcal{A}$ の条件数 $\kappa(\mathcal{A})$ を示す．ただし，Fig. 4.7，Fig. 4.8，Fig. 4.9 の縦軸はそれぞれ推定された k_h, k_v，推定された c_h, c_v および条件数を示し，各図の横軸はサンプリング数 m を示している．なお，Fig. 4.7，Fig. 4.8 の推定されたパラメータの値のグラフにおいて，青色および緑色のラインはそれぞれ水平方向，垂直方向の値を示す．Table 4.3 に各ノード数および各パラメータの組み合わせに対して真値に対する推定値の誤差の最良値を示す．また，Table 4.4 に各サンプリング数 m と節点数 N の違いによる行列 $\mathcal{A}$ のランクの変化を示す．

推定されたバネの値 k_h, k_v を見てみよう．Fig. 4.7 と Table 4.3 から，$N = 3, 7$ の場合，サンプリング数が概ね 100 より多い領域では一定の値に収束し，かつ 1% 以内の誤差で推定できていることがわかる．一方，$N = 1$ の場合，変位応答が速い No. 3 の組み合わせにおいて，38.2% もの誤差が生じていることが分かる．以上から，今回のシミュレーション条件においては，$N = 3, 7$ において十分な精度で k_h, k_v を求めることができている．

次に，推定された c_h, c_v の値について見てみよう．Fig. 4.8 と Table 4.3 から，平均的にみると c_h に比べて c_v の方が推定精度が良い傾向があり，また $N = 3, 7$ の場合，サンプリング数が概ね 100 より少ない領域では c_h の誤差が大きいことがわかる．水平方向のダンパの値 c_h の推定精度が c_v に比べて悪くなる理由としては，パラメータの感度が影響していると考えられる．$N = 1$ の場合を例にすると，式 (4.7) は次式となる．

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{u}, \dot{\boldsymbol{u}})\boldsymbol{c} + \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{k} = \left[\dot{u},\ \frac{u^2}{L^2 + u^2}\dot{u}\right]\begin{bmatrix} c_v \\ c_h \end{bmatrix} + \left[u,\ \frac{u^2}{L^2 + u^2}u\right]\begin{bmatrix} k_v \\ k_h \end{bmatrix} = f \tag{4.24}$$

ここで，c_h の項にかかる $\dot{u}$ の係数 $\frac{u^2}{L^2+u^2}$ は $0 < u \ll L$ の場合，$0 < \frac{u^2}{L^2+u^2} \ll 1$ であるので，式 (4.24) を解く際に表れる $\frac{u^2}{L^2+u^2}$ の逆数をとると $\frac{L^2+u^2}{u^2} \gg 1$ となり，わずかな入力の誤差が拡大されて解に表れることになる．

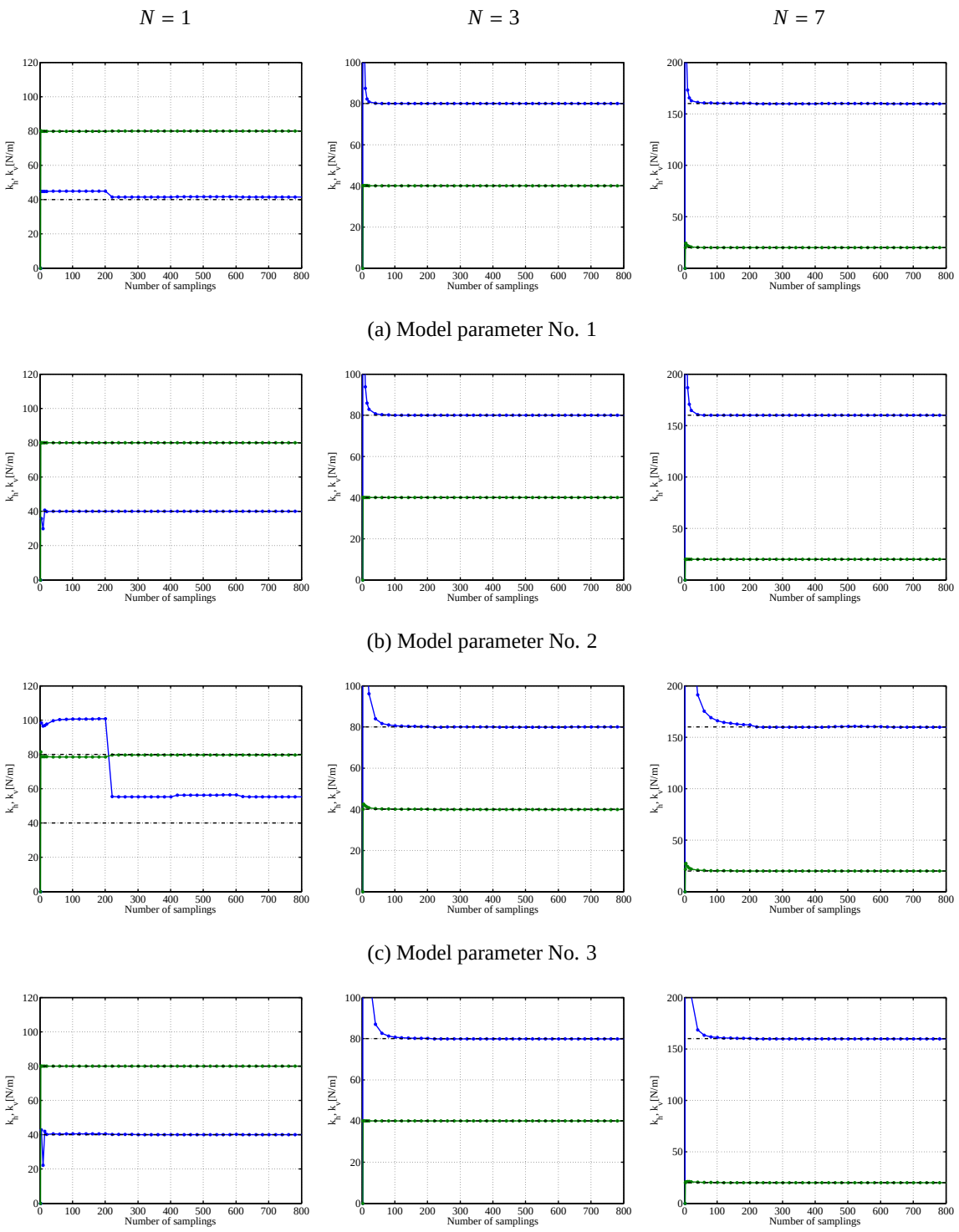
ここで，パラメータの推定精度に関する要因について考えてみよう．まず，行列 $\mathcal{A}$ のランクを見てみると，Table 4.4 から $(N, m) = (1,1), (1,2), (1,3), (3,1), (7,1)$ においてランク落ちが生じ正しい解を求めることはできない．これ以外の条件ではフルランクとなっていることが分かる．しかしながら，フルランクであっても，必ずしも精度よく解を求められるわけではなく，$N = 1$ かつ No. 3 のパラメータの場合のように 38.2% を超えるような誤差が含まれる場合がある．次に行列 $\mathcal{A}$ の条件数 $\kappa(\mathcal{A})$ を見てみよう．Fig. 4.9 より，傾向としてはサンプリング数が大きくなるにつれて条件数は小さくなっていることが分かる．今回のシミュレーションでは，力遮断時も含めた 200 点強のサンプリングによって解の安定性が保障され，結果的に推定値と真値との誤差が小さくなっていると考えられる．

以上のシミュレーションから節点数 N およびサンプリング数 m を変化させたときの解の精度に対する影響を以下にまとめる．

- $(N, m) = (1,1), (1,2), (1,3), (3,1), (7,1)$ の場合，行列 $\mathcal{A}$ がランク落ちしているためこの場合の推定値をもって粘弾性を評価することはできない．
- 行列 $\mathcal{A}$ がフルランクであってもサンプリング数が少ない領域では行列 $\mathcal{A}$ の条件数 $\kappa(\mathcal{A})$ が大きく推定精度が低下する．
- $N = 3, 7$ において k_h, k_v は 1% 以下の誤差で推定できる．

4.6　まとめ

本章では，組織表面の変形形状が既知であるという条件の下，印加力と変形形状の時系列応答がそれぞれ与えられた場合に，提案モデルを構成する水平・垂直方向のバネ・ダンパの値 (k_h, c_h, k_v, c_v) を算出する逆問題を定式化し，その解法を示した．この逆問題解析の中で，モデルの各節点の印加力と変位が既知である場合，もともと非線形方程式で表されるモデルの運動方程式が 4 つの内部パラメータに対して線形方程式に帰着させることができることを強調しておきたい．また，逆問題の適切性についてモデルの節点数，サンプリング数，サンプリング区間の観点から考察し，パラメータをパラメータを安定的に決定するためには，ダンパでは変位速度が大きい力印加および力遮断の直後の区間をサンプリングする必要があることを指摘した．



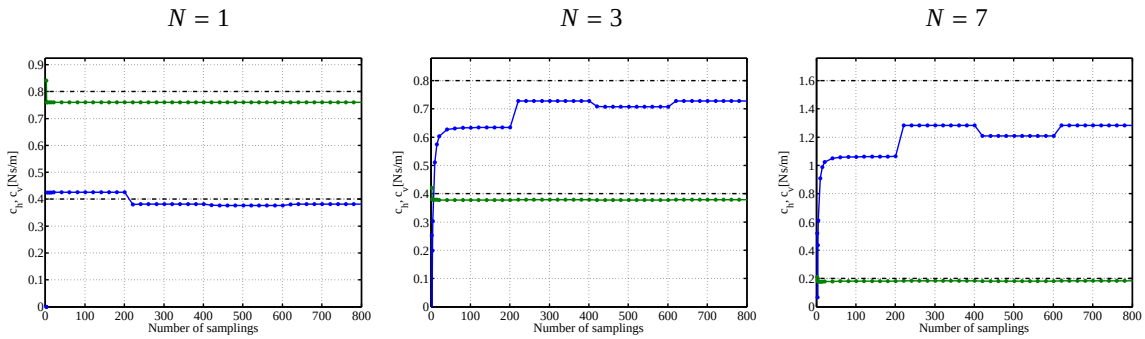
(a) Model parameter No. 1

(b) Model parameter No. 2

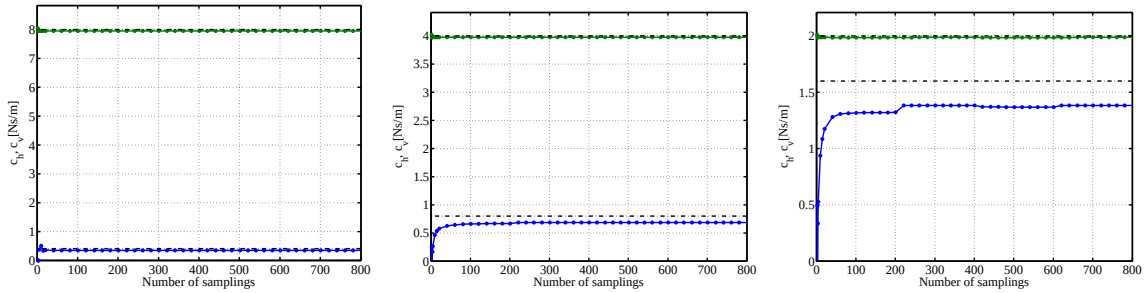
(c) Model parameter No. 3

(d) Model parameter No. 4

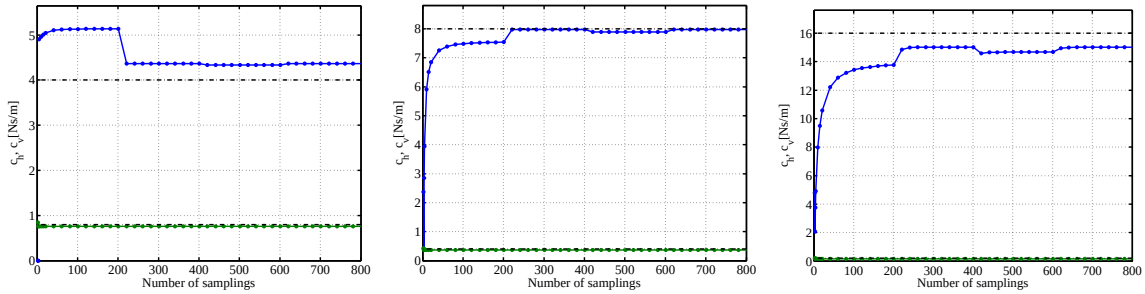
Fig. 4.7 Estimated parameters for k_h and k_v with respect to the number of samplings



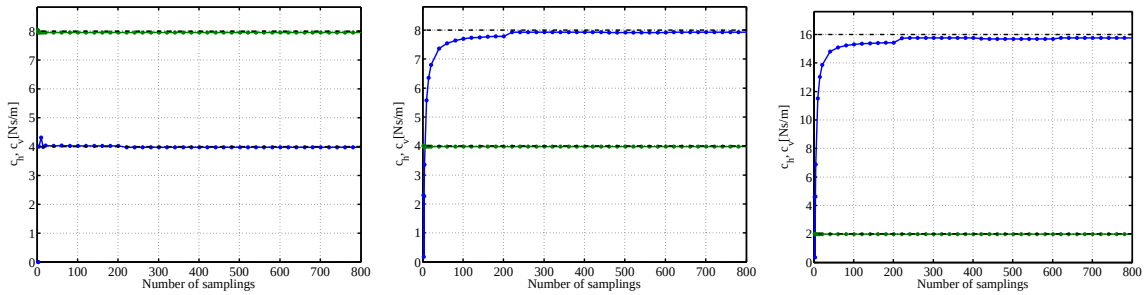
(a) Model parameter No. 1



(b) Model parameter No. 2

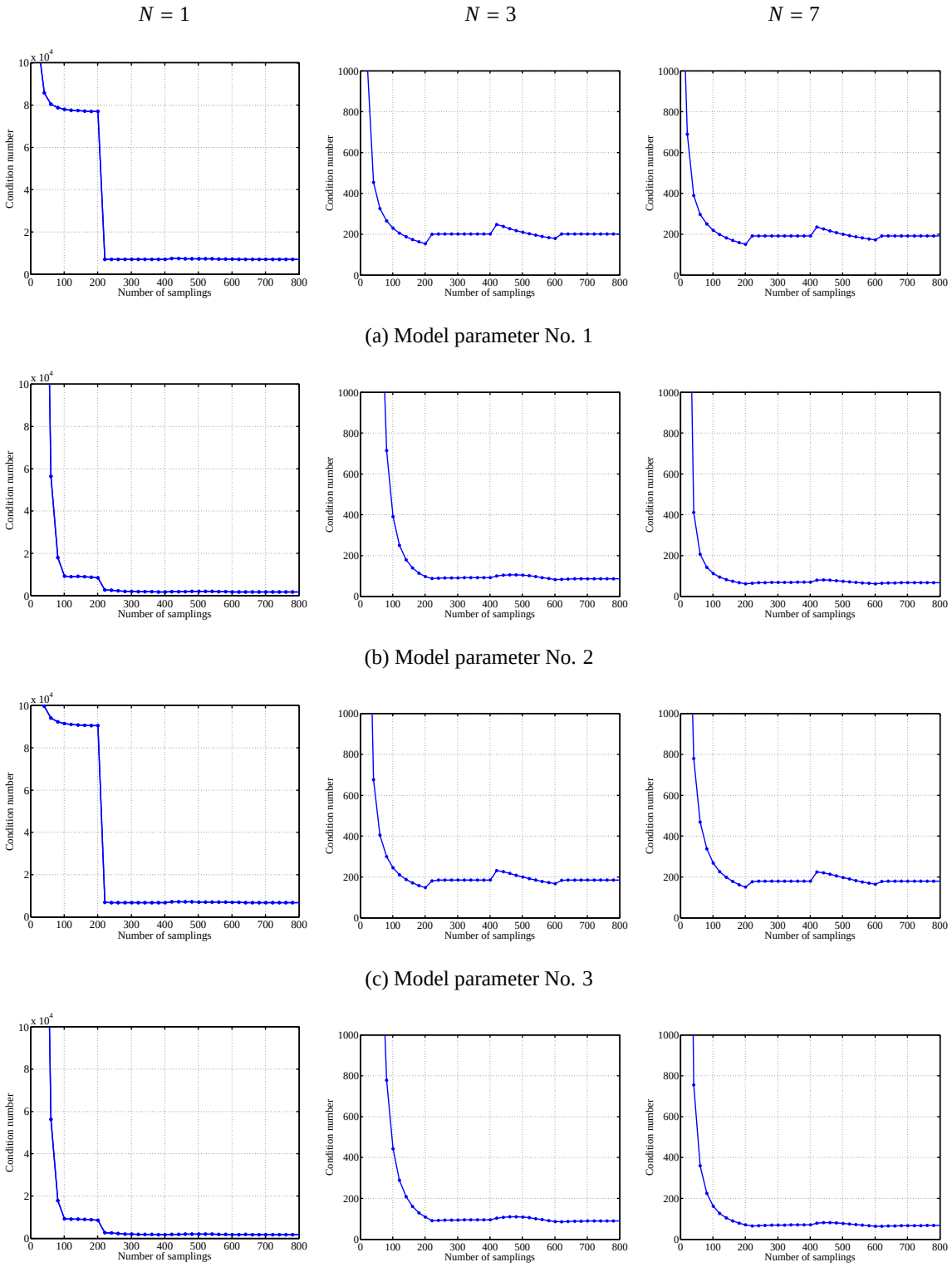


(c) Model parameter No. 3



(d) Model parameter No. 4

Fig. 4.8 Estimated parameters for c_h and c_v with respect to the number of samplings



(a) Model parameter No. 1

(b) Model parameter No. 2

(c) Model parameter No. 3

(d) Model parameter No. 4

Fig. 4.9 Condition number $\kappa(\mathcal{A})$ with respect to the number of samplings

Table 4.3 Error rate of estimated parameters

	No.	Error rate [%]			
		k_h	k_v	c_h	c_v
$N = 1$	1	3.81	0.0468	4.73	4.94
	2	0.0160	0.000331	6.91	0.499
	3	38.2	0.469	8.35	4.84
	4	0.178	0.00363	0.130	0.499
$N = 3$	1	0.0141	5.22×10^{-6}	8.93	4.92
	2	0.0117	7.07×10^{-5}	14.3	0.499
	3	0.0665	9.57×10^{-5}	0.270	4.92
	4	0.113	0.000120	0.834	0.499
$N = 7$	1	0.0182	0.00436	19.8	4.92
	2	0.00925	0.000172	13.5	0.499
	3	0.0122	0.0457	6.14	5.06
	4	0.0995	0.000465	1.45	0.499

Table 4.4 Rank of matrix $\mathcal{A}$

m	$N = 1$	$N = 3$	$N = 7$
1	1	2	2
2	2	4	4
3	3	4	4
4∼	4	4	4

第 5 章

ポイント変位計測に基づく逆問題

5.1 概要

本章では，力印加点に集中して加わる印加力と力印加点でのポイント変位のみ計測可能という条件下での逆問題を取り扱う．ただし，ここでは問題を簡単にするため，平衡状態に着目して，2 つのバネ k_v, k_h のみを決定する問題を取り扱う．次に，逆問題の適切性に関して，モデルの変位を力印加点に相当する中心節点と隣接節点の 2 つに限定した場合について解の一意性について考察する．また，反復法による逆問題解法において，初期値と解の収束性との関係について考察する．

5.2 問題設定

本章では，力印加により生じた変形が定常状態と仮定できる場合を取り扱う．ポイント変位計測に基づく逆問題を次のように設定する．

$$\begin{aligned} \text{given}: \ & \boldsymbol{f}(x,y,z,t)|_{(x,y,z,t)=(0,0,0,\infty)} \ \textit{and} \ \boldsymbol{u}(x,y,z,t)|_{(x,y,z,t)=(0,0,0,\infty)} \\ \text{find}: \ & k_h \ \textit{and} \ k_v \end{aligned}$$

この問題は，力印加点に集中して加わる印加力 $\boldsymbol{f}(x,y,z,t)|_{(x,y,z,t)=(0,0,0,\infty)}$ と力印加点の変位 $\boldsymbol{u}(x,y,z,t)|_{(x,y,z,t)=(0,0,0,\infty)}$ の関係が与えられたとき，生体柔軟組織モデルを構成するバネの値 k_h, k_v の 2 つのパラメータを出力とするものである．

5.3 定式化

x, y, z 方向の自由度を有する N 個の節点で構成される提案モデルにおいて，外力と各節点の変位および内部パラメータとして水平・垂直方向のバネの値 $\boldsymbol{k} \triangleq [k_v, k_h]^t \in \mathfrak{R}^{2\times 1}$ を変

数とする関数を次式のように定義する．

$$\boldsymbol{G} \triangleq \boldsymbol{K}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{k})\boldsymbol{u} - \boldsymbol{f} \tag{5.1}$$

ここで，$\boldsymbol{G} \in \Re^{3N\times 1}$ および $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{k}) \in \Re^{3N\times 3N}$ は各節点における x, y, z 方向それぞれの力の残差ベクトルおよび $\boldsymbol{k}$ と各節点変位で定義される弾性マトリックスである．また，$\boldsymbol{f} \triangleq [\boldsymbol{f}_1^t, \boldsymbol{f}_2^t, \ldots, \boldsymbol{f}_N^t]^t \in \Re^{3N\times 1}$, $\boldsymbol{u} \triangleq [\boldsymbol{u}_1^t, \boldsymbol{u}_2^t, \ldots, \boldsymbol{u}_N^t]^t \in \Re^{3N\times 1}$ はそれぞれ各節点の外力ベクトルおよび変位ベクトルを示す．ここで，$\boldsymbol{f}_i \triangleq [f_{ix}, f_{iy}, f_{iz}]^t \in \Re^{3\times 1}$ および $\boldsymbol{u}_i \triangleq [u_{ix}, u_{iy}, u_{iz}]^t \in \Re^{3\times 1}$ はそれぞれ第 i 番目の節点における x, y, z の力および変位を要素とするベクトルである．このとき $\boldsymbol{G}$ は各節点に加わる外力と各節点の変位によるバネの弾性力との差であり，外力と内力が釣り合う場合 $\boldsymbol{G} = \boldsymbol{0}$ となる．なお，$\boldsymbol{K}$ は $\boldsymbol{u}$ の関数であり，さらに内力は弾性マトリックス $\boldsymbol{K}$ と $\boldsymbol{u}$ の積で表されることから，個々の k_h や k_v は力–変位関係が線形であるものの，式 (5.1) は変位 $\boldsymbol{u}$ に対して非線形となる．

ここで，中心節点に集中的に印加されている外力 $\boldsymbol{f}_c \triangleq [f_c^{(1)}, f_c^{(2)}, \ldots, f_c^{(M)}]^t \in \Re^{M\times 1}$ とその力印加点の変位 $\boldsymbol{u}_c \triangleq [u_c^{(1)}, u_c^{(2)}, \ldots, u_c^{(M)}]^t \in \Re^{M\times 1}$ は既知であるので，式 (5.1) は次式となる．

$$\mathcal{G} \triangleq \begin{pmatrix} \boldsymbol{G}(\boldsymbol{k}, [\boldsymbol{u}_s^{(1)}, u_c^{(1)}], f_c^{(1)}) \\ \boldsymbol{G}(\boldsymbol{k}, [\boldsymbol{u}_s^{(2)}, u_c^{(2)}], f_c^{(2)}) \\ \vdots \\ \boldsymbol{G}(\boldsymbol{k}, [\boldsymbol{u}_s^{(M)}, u_c^{(M)}], f_c^{(M)}) \end{pmatrix} \in \Re^{3MN\times 1} \tag{5.2}$$

ここで，M および $\boldsymbol{u}_s = [\boldsymbol{u}_s^{(1)t}, \boldsymbol{u}_s^{(2)t}, \ldots, \boldsymbol{u}_s^{(M)t}]^t \in \Re^{M(3N-1)\times 1}$ はそれぞれ力印加に対する変位の計測回数および節点の中で $\boldsymbol{u}_c$ を除いた未知変位節点の変位ベクトルを示す．つまり $\boldsymbol{u}_s$ は未知である．ここで，以下の最小化問題を考える．

$$\text{minimize} \quad \|\mathcal{G}\| \tag{5.3}$$

$$\text{subject to} \quad \boldsymbol{e}_z^t \boldsymbol{u} \geq 0 \tag{5.4}$$

$$\boldsymbol{e}_z^t \boldsymbol{u}_i \geq \boldsymbol{e}_z^t \boldsymbol{u}_j \quad (r_i \leq r_j) \tag{5.5}$$

$$k_v, k_h \geq 0 \tag{5.6}$$

なお，$\boldsymbol{e}_z$ および r_i はそれぞれ，z 方向単位ベクトルおよび中心節点からの半径を表す．定常状態においては力が平衡しているので，式 (5.3) は $\|\mathcal{G}\| = 0$ となる．なお，各制約条件の詳細は次のとおりである．式 (5.4) は，各節点の z 方向の変位は力印加方向に限定することを示す．すなわち，表面が盛り上がる方向の変位は考慮しない．式 (5.5) は，中心節点の変位が最も大きく中心節点から離れるに従って，各節点の変位は単調に減少することを示す．式 (5.6) は，バネ定数は正値であることを示す．

式 (5.2) の中で，未知数ベクトル $\boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{k}^t, \boldsymbol{u}_s^t]^t \in \Re^{\{M(3N-1)+2\}\times 1}$ とおくと，次式に示すよ

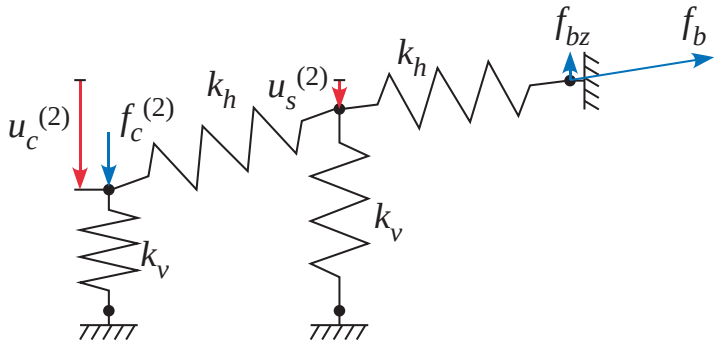


Fig. 5.1 An example of model

うに非線形最小二乗法（Levenberg-Marquardt 法）を用いて $\boldsymbol{\beta}$ の値を決定する[108]．

$$\boldsymbol{\beta}_{l+1} = \boldsymbol{\beta}_l - \left(\boldsymbol{J}^t\boldsymbol{J} + \lambda \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{J}^t\boldsymbol{J}\right)\right)^{-1} \boldsymbol{J}^t\mathcal{G}(\boldsymbol{\beta}_l) \tag{5.7}$$

ここで $\boldsymbol{J} \triangleq \boldsymbol{J}_{\mathcal{G}} \in \mathfrak{R}^{3MN\times\{M(3N-1)+2\}}$ および λ はそれぞれ $\mathcal{G}$ の $\boldsymbol{\beta}$ に対するヤコビ行列，Marquardt によって提案された反復計算を安定化するダンピングファクタである[108]．最小二乗解を得るためには，少なくとも $\mathrm{rank}(\boldsymbol{J}_{\mathcal{G}}) \geq 2$ でなければならない．従って，$\boldsymbol{J}_{\mathcal{G}}$ の行と列の大きさの比較から $M \geq 2$ であり，これは異なる力印加に対する定常変位を少なくとも 2 回計測する必要があることを意味する．式 (5.7) は反復解法であり，$\boldsymbol{\beta}_l$ が収束するまで反復計算した後，最終的に提案モデルの内部パラメータ $\hat{\boldsymbol{k}} = [\hat{k}_h, \hat{k}_v]^t \in \mathfrak{R}^{2\times1}$ および $\hat{\boldsymbol{u}}_s = [\hat{\boldsymbol{u}}_s^{(1)t}, \hat{\boldsymbol{u}}_s^{(2)t}, \ldots, \hat{\boldsymbol{u}}_s^{(M)t}] \in \mathfrak{R}^{M(3N-1)\times1}$ を同時に得ることができる．ただし，式 (5.7) 自体は式 (5.4)~(5.6) で示される制約条件を考慮していないため，収束値が求まった時点で得られた値が制約条件を満たすかどうかのチェックを行う．

初期値 $\boldsymbol{\beta}_0$ については本章第 5 節で数値シミュレーションによる検討を行う．

5.4　未知変位が隣接節点の z 方向変位に限定される場合の解の一意性

Fig. 5.1 のモデルに対してポイント変位計測を行った場合の逆問題の解の一意性について考えてみよう．ここでは，未知変位が隣接接点の z 方向変位に限定される場合を考える．力印加点に微小変位 $u_c^{(1)}$ を生成する力 $f_c^{(1)}$ を与えられた際にまず k_v 求め，次に大きな変位 $u_c^{(2)}$ を生成する力 $f_c^{(2)}$ を与えられた際に k_h を求める 2 段階逆問題を考える．

力印加によって微小変位が発生したとき，力のバランスより，

$$f_c^{(1)} = k_v u_c^{(1)} + g_h\left(k_h, u_c^{(1)}\right) \tag{5.8}$$

が成立する．ただし，$g_h\left(k_h, u_c^{(1)}\right)$ は水平方向のバネ k_h の変形が作り出す力である．ここでは $g_h\left(k_h, u_c^{(1)}\right)$ が無視できる程度の微小変位 $u_c^{(1)}$ を仮定する．このとき，隣接節点の変

位は $u_s^{(1)} \simeq 0$ である．これより，k_v は近似的に式 (5.9) で求めることができる．

$$k_v \simeq \frac{f_c^{(1)}}{u_c^{(1)}} \tag{5.9}$$

次に力印加点に $f_c^{(2)}$ を与えたときに力印加点での変位 $u_c^{(2)}$ が発生したと仮定する．このとき力印加点と隣接節点での力のバランスより次式を得る．

$$f_c^{(2)} = k_v u_c^{(2)} + k_h \frac{\left(u_c^{(2)} - u_s^{(2)}\right)^3}{L^2 + \left(u_c^{(2)} - u_s^{(2)}\right)^2} \tag{5.10}$$

$$k_h \frac{\left(u_c^{(2)} - u_s^{(2)}\right)^3}{L^2 + \left(u_c^{(2)} - u_s^{(2)}\right)^2} = k_v u_s^{(2)} + k_h \frac{\left(u_s^{(2)}\right)^3}{L^2 + \left(u_s^{(2)}\right)^2} \tag{5.11}$$

ここで，L は初期状態における力印加点と隣接節点との間の距離である．式 (5.10) より，

$$k_h = \frac{f_c^{(2)} - k_v u_c^{(2)}}{\left\{\frac{\left(u_c^{(2)} - u_s^{(2)}\right)^3}{L^2 + \left(u_c^{(2)} - u_s^{(2)}\right)^2}\right\}} \tag{5.12}$$

式 (5.10)，式 (5.11) より，式 (5.12) を代入して k_h を消去すると，

$$k_v u_c^{(2)} + k_v u_s^{(2)} + \frac{f_c^{(2)} - k_v u_c^{(2)}}{\left\{\frac{\left(u_c^{(2)} - u_s^{(2)}\right)^3}{L^2 + \left(u_c^{(2)} - u_s^{(2)}\right)^2}\right\}} \frac{\left(u_s^{(2)}\right)^3}{L^2 + \left(u_s^{(2)}\right)^2} - f_c^{(2)} = 0 \tag{5.13}$$

k_v, $u_c^{(2)}$, $f_c^{(2)}$, L は既知であるため，式 (5.13) は隣接節点の変位 $u_s^{(2)}$ に対する方程式とみなすことができる．つまり，解の一意性を証明するためには，式 (5.13) の左辺が $u_s^{(2)}$ の存在範囲に対して単調増加であることを調べればよい．ここで，式 (5.13) の第 1 項，第 2 項，第 3 項，第 4 項の物理的意味はそれぞれ，Fig. 5.1 の力印加点のバネ k_v に作用する力，隣接節点 k_v に作用する力，境界固定部に作用する力の z 方向の分力 f_{bz}，さらに力印加点に作用する印加力に対応している．ここで，第 1 項 $k_v u_c^{(2)}$ と第 4 項 $f_c^{(2)}$ は定数である．また，第 2 項 $k_v u_s^{(2)}$ は $u_s^{(2)}$ に対して単調増加関数である．次に第 3 項の境界固定部に作用する力の z 方向の分力 f_{bz} について考察してみよう．$u_s^{(2)} = 0$ では $f_{bz} = 0$，ここから $u_s^{(2)}$ が増加するにつれてバネ k_h が伸びるため，f_{bz} は $u_s^{(2)}$ に対して単調増加関数である．つまり，式 (5.13) の左辺を $g\left(u_s^{(2)}\right)$ とおくと式 (5.14) が成立する．

$$\frac{dg\left(u_s^{(2)}\right)}{u_s^{(2)}} > 0 \tag{5.14}$$

ここで，$u_s^{(2)}$ の取りうる範囲は $0 \leq u_s^{(2)} \leq \frac{u_c^{(2)}}{2}$ である．この範囲の上限と下限について，そ

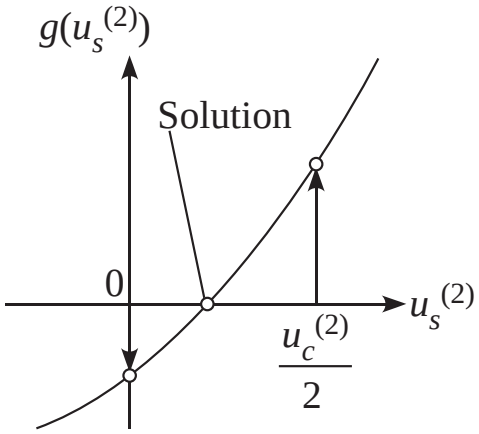


Fig. 5.2 Relationship between $g(u_c^{(2)})$ and $u_c^{(2)}$

れぞれ $g\left(u_s^{(2)}\right)$ の値を求めてみよう．まず，$u_s^{(2)} = 0$ の場合，

$$
\begin{aligned}
g(0) &= k_v u_c^{(2)} + k_v\,(0) + \frac{f_c^{(2)} - k_v u_c^{(2)}}{\left[\frac{\left\{u_c^{(2)}-(0)\right\}^3}{L^2+\left\{u_c^{(2)}-(0)\right\}^2}\right]}\frac{(0)^3}{L^2+(0)^2} - f_c^{(2)} \\
&= k_v u_c^{(2)} - f_c^{(2)} \leq 0
\end{aligned}
\tag{5.15}
$$

印加力 $f_c^{(2)}$ は中心節点のバネ k_h と中心節点と隣接節点をつなぐバネ k_h の 2 つに分解されることから，$g(0) \leq 0$ である．一方，$u_s^{(2)} = \frac{u_c^{(2)}}{2}$ の場合，

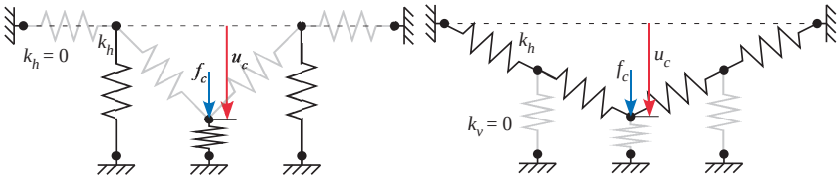
$$
\begin{aligned}
g\left(\frac{u_c^{(2)}}{2}\right) &= k_v u_c^{(2)} + k_v \frac{u_c^{(2)}}{2} - \frac{f_c^{(2)} - k_v u_c^{(2)}}{\left[\frac{\left\{u_c^{(2)}-\left(\frac{u_c^{(2)}}{2}\right)\right\}^3}{L^2+\left\{u_c^{(2)}-\left(\frac{u_c^{(2)}}{2}\right)\right\}^2}\right]}\frac{\left(\frac{u_c^{(2)}}{2}\right)^3}{L^2+\left(\frac{u_c^{(2)}}{2}\right)^2} - f_c^{(2)} \\
&= k_v u_c^{(2)} + k_v \frac{u_c^{(2)}}{2} - \frac{f_c^{(2)} - k_v u_c^{(2)}}{\left\{\frac{\left(\frac{u_c^{(2)}}{2}\right)^3}{L^2+\left(\frac{u_c^{(2)}}{2}\right)^2}\right\}}\frac{\left(\frac{u_c^{(2)}}{2}\right)^3}{L^2+\left(\frac{u_c^{(2)}}{2}\right)^2} - f_c^{(2)} \\
&= \frac{1}{2} k_v u_c^{(2)} > 0
\end{aligned}
\tag{5.16}
$$

k_v, $u_c^{(2)}$ は正値であるから，$g\left(\frac{u_s^{(2)}}{2}\right) > 0$ である．

したがって，Fig. 5.2 に示すように単調増加関数の性質により，$g\left(u_s^{(2)}\right) = 0$ の解は $0 \leq u_s^{(2)} \leq \frac{u_c^{(2)}}{2}$ において唯一解が存在する．このとき，k_h は式 (5.12) より一意に決まる．以上より，未知変位が隣接節点の z 方向変位に限定される場合，解の一意性が保障される．

Table 5.1 Simulation conditions

N	# of k_h	L[mm]	k_h[N/m]	k_v[N/m]
1	2	20	320	160
3	4	10	640	80
5	6	6.67(= 40/6)	960	53.3(= 320/6)



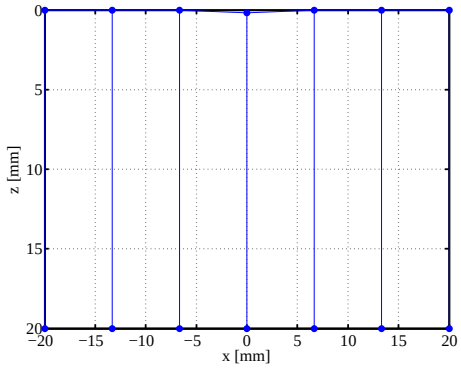
(a) Condition 1: $k_h = 0$　　(b) Condition 2: $k_v = 0$

Fig. 5.3 Initial condition

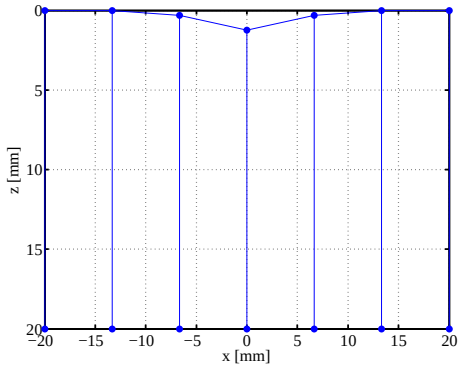
5.5　シミュレーションによる初期値 β_0 の検討

式 (5.7) による解の収束性を確認するために数値シミュレーションを行う．ここでは，モデルの条件や逆問題を解く際の条件を変えた際に解の収束性がどのように変化するかを確認する．検証は，まず順問題を解くことでモデルの印加力と変位関係を算出し，次にこの印加力と変位関係を入力として逆問題を解くことでパラメータを得るという手順で行う．ここでは簡単化のため z 方向の変位自由度のみに限定した 2 次元モデルを用いる．Table 5.1 にシミュレーション条件の一覧を示す．変位自由度を有する節点の数を $N = 1, 3, 5$ としている．また，モデルの両端は $x = \pm 20$[mm] に位置し，水平方向の各節点間距離は $N = 1, 3, 5$ に対してそれぞれ $L = 20, 10, 6.67(= 40/6)$[mm] である．なお，水平・垂直方向のバネの値は k_h の数に対して，$(k_h, k_v) = (160, 320)$[N/m] となるようにそれぞれ設定している．

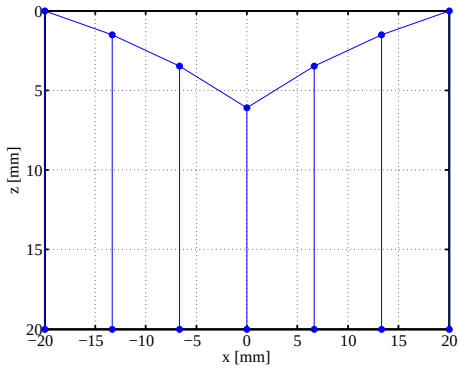
Lebenverg-Marquardt 法はニュートン法と最急降下法の両方の性質を有する手法であるため，大域的収束性は保証されず，さらに収束値に対する初期値依存性がある．大域的収束性については，3.5.1 節の考察から式 (5.4)~(5.6) で示される制約条件の範囲内であれば，解の唯一性が保障されるため，収束値が制約条件を満たすかどうかをチェックすることで解の唯一性が保障される．一方，初期値依存性については，初期値を制約条件を満たすような収束値の近傍に設定することによって，少ない反復計算回数で収束値を得ることができることが知られている[109]．ここでは，以下の示す 3 種類の初期値を設定し，解の収束性について評価する．



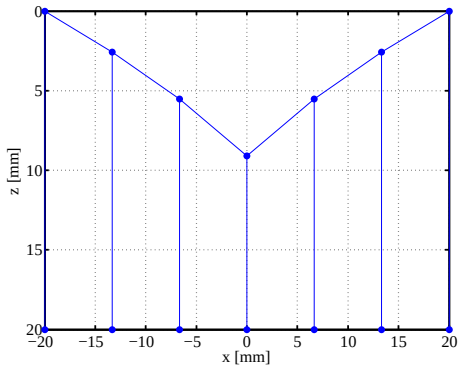
(a) f_c=0.010[N]



(b) f_c=0.100[N]



(c) f_c=1.000[N]



(d) f_c=2.000[N]

Fig. 5.4 Deformation of the proposed model

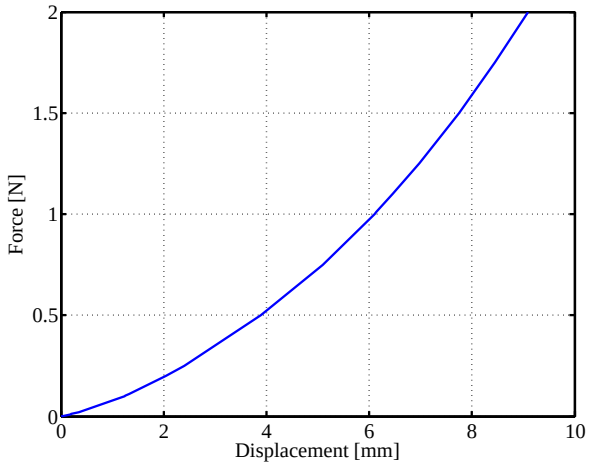


Fig. 5.5 Relationship between applied force and deformation

初期値 1:　$\boldsymbol{\beta}_0$ の要素をすべて 1 にしたもの

$$\boldsymbol{\beta}_0 = [1, 1, \ldots, 1]^t$$

初期値 2:　Fig. 5.3(a) に示すように $k_h = 0$ を仮定したもの

$$\boldsymbol{\beta}_0 = [0, k'_v, 0, \ldots, 0]^t$$
$$k'_v = \frac{f_c}{u_c}$$

なお，水平方向のバネは 0 であるために周辺部へは力が伝達されないため，周辺部の節点変位は 0 とする．

初期値 3:　Fig. 5.3(b) に示すように $k_v = 0$ を仮定したもの

$$\boldsymbol{\beta}_0 = [k'_h, 0, u'_i, \ldots, u'_N]^t$$
$$k'_h = \frac{f_c\left(u_c^2 + \left(L\frac{N}{2}\right)^2\right)}{u_c^3}$$

ただし，u'_i は中心節点を除いた節点の変位であり，Fig. 5.3(b) に示すようなチェーン形状となるように各節点の変位を割り振る．

次に逆問題に対する印加力と変位の組み合わせについて考える．Fig. 5.4 に $N = 5$ のモデルに対して，異なる大きさの力を中心節点に印加した際の変形形状を示す．Fig. 5.5 に印加力の大きさと力印加点の変位との関係（力-変位曲線）を示す．反復計算を行う際には，この力-変位曲線上の少なくとも 2 つの異なる力と変位の組み合わせが必要である．シミュレーションで用いた印加力の組み合わせを Table 5.2 に示す．ここでは，印加力の組み合わせによる解の収束性についても評価するため 12 通りの印加力の組み合わせを設

Table 5.2 Combinations of the applied force for solving the inverse problem

No.	Combinations of the applied force [N]	Graph legends
1	[0.001, 0.002]	◇
2	[0.010, 0.011]	○
3	[0.010, 0.020]	□
4	[0.100, 0.101]	△
5	[0.100, 0.110]	◇
6	[0.100, 0.200]	○
7	[1.000, 1.001]	□
8	[1.000, 1.010]	△
9	[1.000, 1.100]	◇
10	[1.000, 2.000]	○
11	[0.500, 1.000, 1.500, 2.000]	□
12	[0.250, 0.500, 0.750, 1.000, 1.250, 1.500, 1.750, 2.000]	△

Table 5.3 Convergence results under $N = 1$

Condition	1	2	3
Success	12	12	11
Different value	0	0	0
Not converge	0	0	1

定している．例えば，No. 1 や No. 2 の組み合わせは Fig. 5.4(a) に示すような微小変形の領域に対応し，No. 10 の組み合わせは Fig. 5.4(c), (d) に示す変形が大きい場合に対応する．また，3 つ以上の力と変位の計測データが得られた場合を考慮して，No. 11 および No. 12 を設定している．$N = 1, 3, 5$ の各モデルに対して，3 種類の初期値と 12 種類の印加力の組み合わせ条件の下でシミュレーションを行った．

$N = 1$ の場合

Table 5.3 は，100 回の反復計算を行った結果，Table 5.1 で示された順問題の設定値に収束したか，異なる値に収束したか，収束しなかったかどうかを調べ，その結果をまとめたものである．初期値 3, 印加力の組み合わせ No. 1 の場合のみ，反復計算時に途中で値が発散したため収束値を得ることができなかった．これ以外の条件では，事前に設定したパラメータに収束することを確認している．Fig. 5.6 に各条件のもとでパラメータが収束

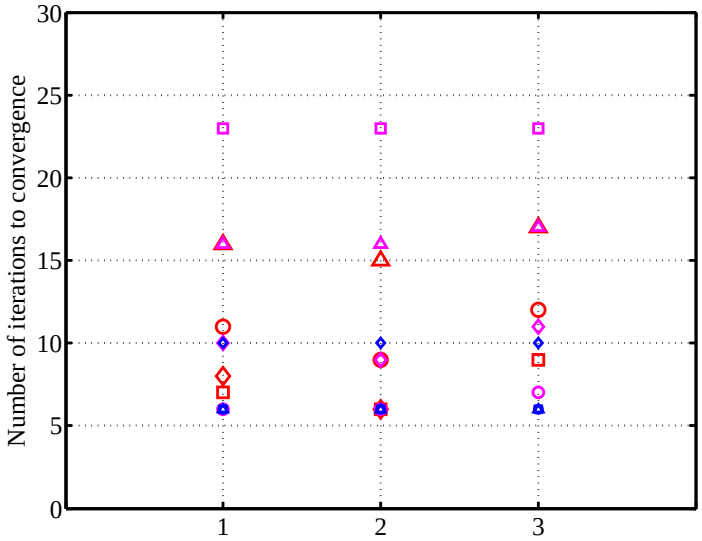


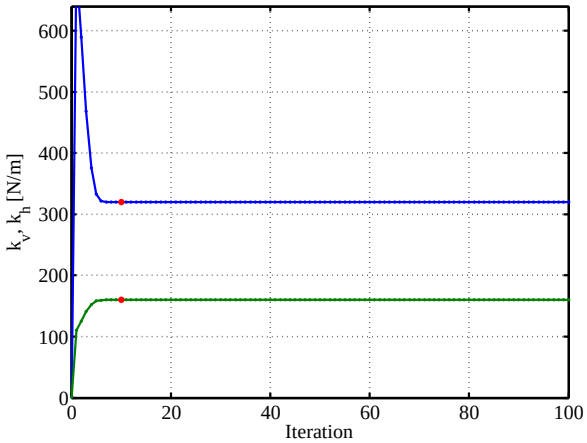
Fig. 5.6 Relationship between number of iterations to convergence and initial condition under $N = 1$

した場合に変動が 1.0×10^{-5} 以下に収束するまで行った反復計算の回数を示す．ここで，x 軸およびグラフの各マーカの色と形はそれぞれ 3 つの初期値，印加力の組み合わせの違いを示している．なお，マーカの色と形と印加力の組み合わせとの関係については Table 5.2 を参照されたい．いずれの条件においても 6 回から 23 回の反復回数で収束していることが分かる．Fig. 5.6 から分かるように，$N = 1$ のモデルでは，初期値の違いや印加力の組み合わせの大小や組み合わせの数の違いによって収束性の速さに違いは見られない．これに対して，初期値によってパラメータの収束挙動に違いがみられた．

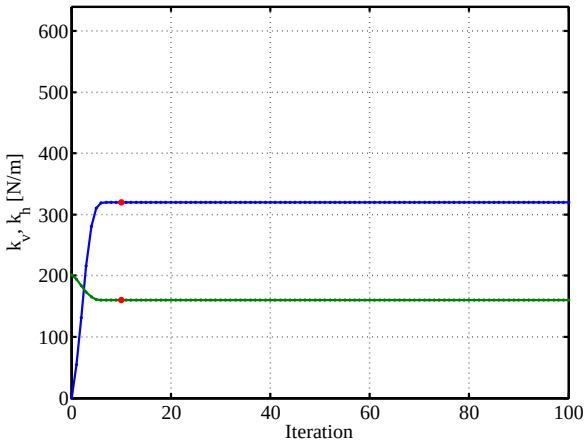
Fig. 5.7(a), (b), (c) に初期値 1, 2, 3 の代表的な k_h, k_v の収束挙動をそれぞれ示す．各グラフの中で赤点は変動が 1.0×10^{-5} 以下に収束した点を示す．Fig. 5.7(a) から分かるように，初期値 1 の場合，k_h が 1 回目の反復計算の後で極端に大きな値をとり，その後単調に事前に設定した値に収束していることが分かる．これに対して，Fig. 5.7(b), (c) に示すように，初期値 2, 3 の場合では，いずれも初期値から単調に事前に設定された値に収束していることが分かる．これらの挙動の比較から，初期値 1 は初期値 2, 3 に比べて収束挙動が初期値付近において不安定であることが分かる．

$N = 3$ の場合

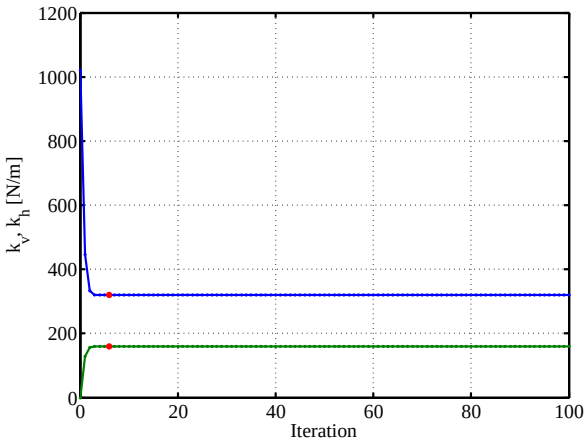
Table 5.4 に，100 回の反復計算を行った結果を示す．$N = 1$ の場合と大きく異なる点は，初期値 1 で逆問題を解いた場合，一度も正しく解くことができない点である．これは，$N = 1$ の場合には未知変位が無いモデルであるのに対して，$N = 3$ の場合では 2 つ



(a) Condition 1, Conbination No. 9

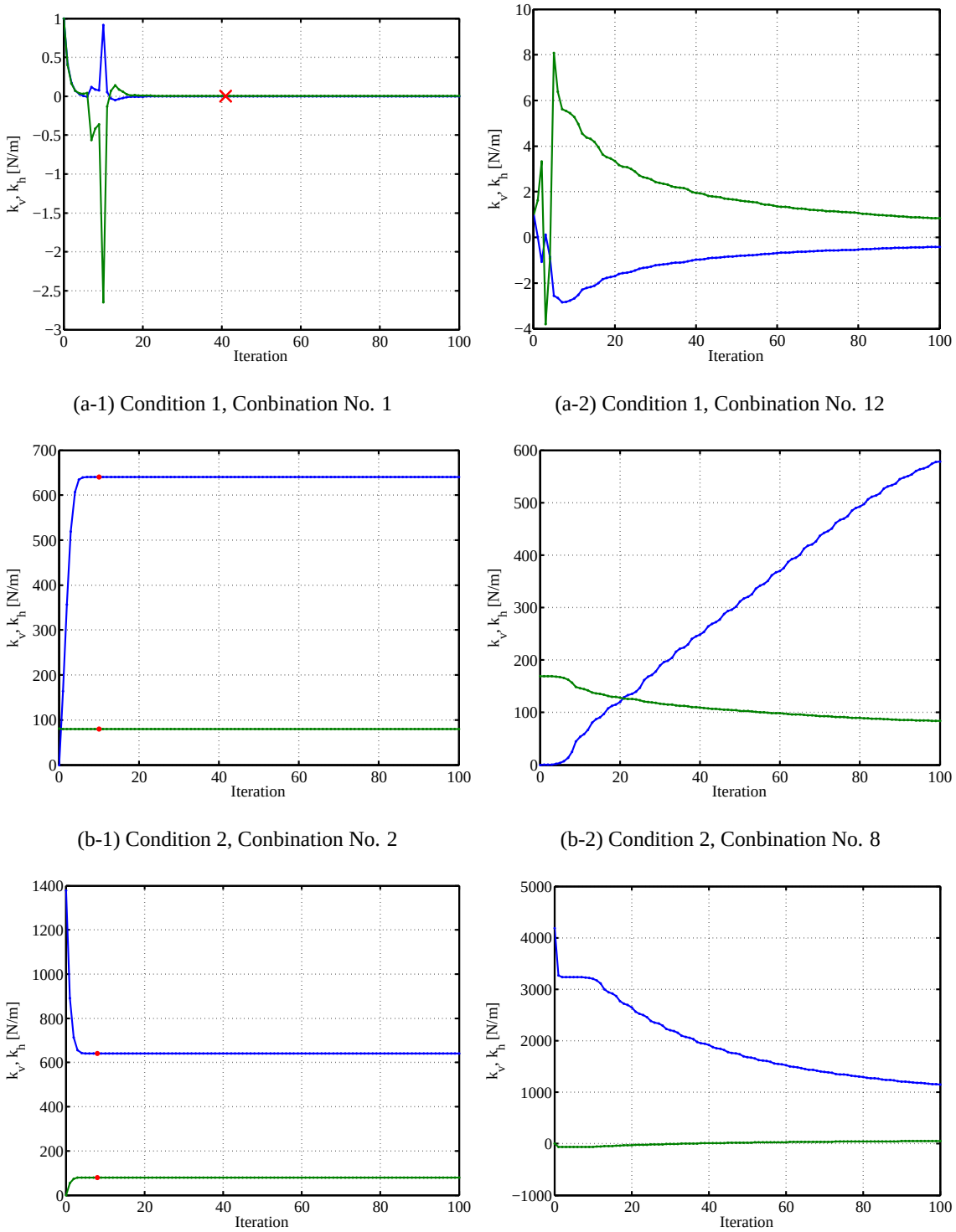


(b) Condition 2, Conbination No. 9



(c) Condition 1, Conbination No. 10

Fig. 5.7 Parameter convergence with respect to iteration under $N = 1$



(a-1) Condition 1, Conbination No. 1

(a-2) Condition 1, Conbination No. 12

(b-1) Condition 2, Conbination No. 2

(b-2) Condition 2, Conbination No. 8

(c-1) Condition 3, Conbination No. 10

(c-2) Condition 3, Conbination No. 7

Fig. 5.8 Parameter convergence with respect to iteration under $N = 3$

Table 5.4 Convergence results under $N = 3$

Condition	1	2	3
Success	0	9	10
Different value	4	0	0
Not converge	8	3	2

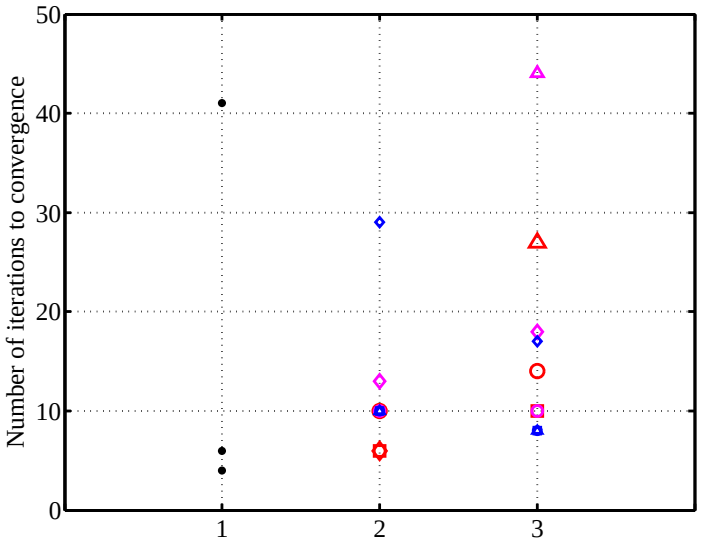


Fig. 5.9 Relationship between number of iterations to convergence and initial condition under $N = 3$

未知変位分だけ未知数が増えたことに起因すると考えられる．また，初期値 2, 3 の場合についても $N = 1$ に比べて，正しく解けない場合が増えていることが分かる．まず収束挙動について詳しく見てみよう．Fig. 5.8 に各条件におけるパラメータの収束挙動の例を示す．Fig. 5.8(a-1) および (a-2) は初期値 1 において，パラメータが収束しているもののあらかじめ設定した値と異なる値である場合，パラメータが収束していない場合をそれぞれ示す．Fig. 5.8(b-1) および (c-1) は初期値 2, 3 においてパラメータが収束した場合，また (b-2) および (c-2) はパラメータが収束しなかった場合をそれぞれ示す．まず，初期値 1 について見てみると，Fig. 5.8(a-1) から k_h, k_v がいずれも 0 付近にあることが分かる．詳しく調べてみたところ，$(k_h, k_v) = (-1.13 \times 10^{-3}, 2.25 \times 10^{-3})$[N/m] であり，バネの値がマイナスになっていることから拘束条件を満たしていないことが分かった．一方，Fig. 5.8(a-2) から収束しない場合には，反復の初期段階で急峻かつ正負が逆転するような不安定な挙動が見られ，その後 k_h は正の方向から，k_v は負の方向から 0 付近に漸近するような挙動を示しており，発散によって収束しなかったわけではないことが分かる．いずれに

Table 5.5 Convergence results under $N = 5$

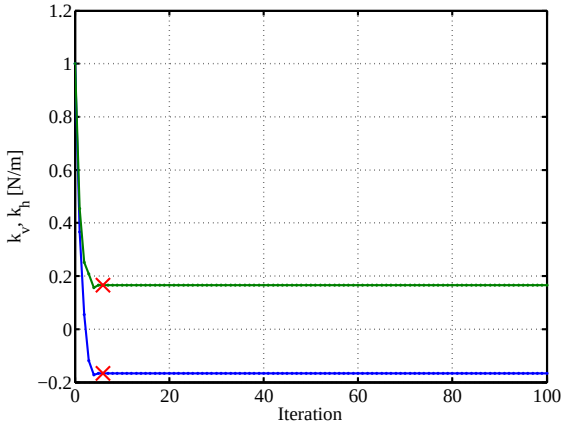
Condition	1	2	3
Success	0	9	8
Different value	9	0	0
Not converge	3	3	4

せよ，初期値 1 によって正しい値を求めることはできないと考えられる．次に初期値 2, 3 でパラメータが収束しなかった場合を見てみると，Fig. 5.8(a-2) および (b-2) の挙動は，パラメータが収束した場合に対応する Fig. 5.8(a-1) および (b-1) のグラフを x 軸方向に引き伸ばされたような形をしていることから，単に収束性が悪くなっているだけと考えられる．実際に，100 回を超えて反復計算を続けたところ，Fig. 5.8(a-2) および (b-2) はそれぞれ 220 回，2296 回で事前の設定値に収束することを確認した．

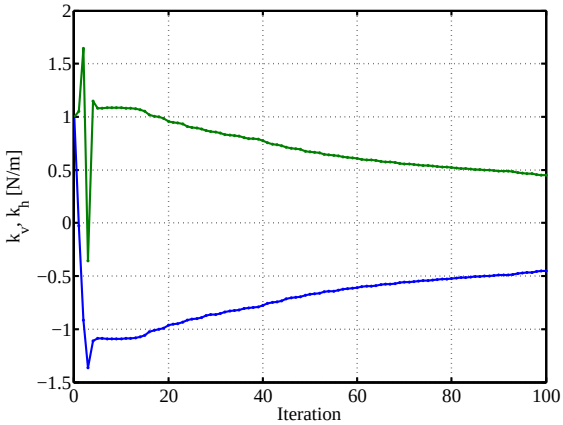
Fig. 5.9 に各初期値のもとで収束するまでにかかった計算回数を示す．ここで，黒色の点で表されたデータは収束値が事前の設定値と異なっていることを示している．初期値 1 に対する結果はいずれも事前の設定値に収束していないことからここでは取り扱わない．一方，初期値 2, 3 に対する結果を比較すると，収束までにかかった平均反復計算回数はそれぞれ 11.6 回，16.4 回であり，初期値 2 の方が 5 回ほど速く収束していることが分かる．以上の考察から，未知変位がある場合については初期値を注意深く選択する必要があり，初期値 2, 3 が比較的良い候補であることが分かった．

$N = 5$ の場合

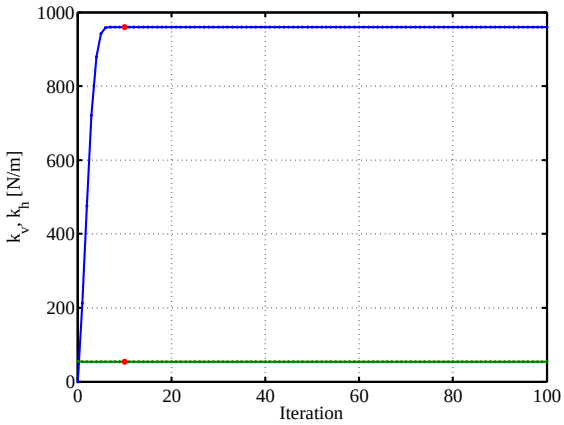
Table 5.5 に示すように，100 回の反復計算の結果，初期値 1 では正しく値を算出することができず，また，初期値 2, 3 の場合であっても $N = 3$ の時と比べて事前に設定された値に対する収束性が悪化していることが分かる．この収束性の悪化は計算過程で値が発散しているわけではなく，収束しなかった例として Fig. 5.10(b-2) および (c-2) に示すように，単に収束が遅くなっていることを付記しておく．しかしながら，$N = 3$ の時と比べて収束速度は圧倒的に遅いことから，印加力の組み合わせを工夫する必要があることが分かる．また，正しい値に収束した場合，Fig. 5.11 に示すように初期値 2, 3 に対する収束値を得るまでの反復計算回数の比較から，初期値 2 の方が比較的早く収束していることが分かる．このことから，$N = 3$ の場合で得られた初期値 2, 3 の収束性に関する傾向は $N = 5$ の場合においても同じであることが分かった．



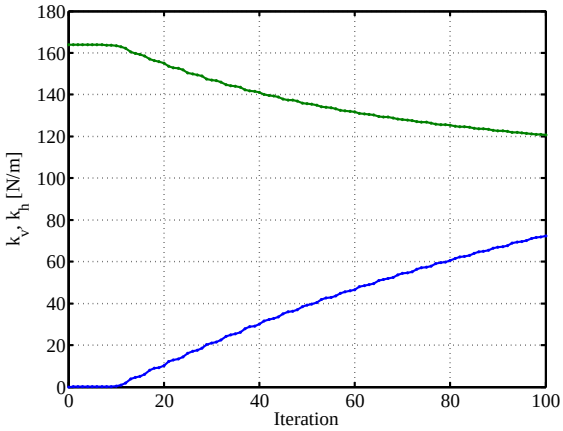
(a-1) Condition 1, Conbination No. 1



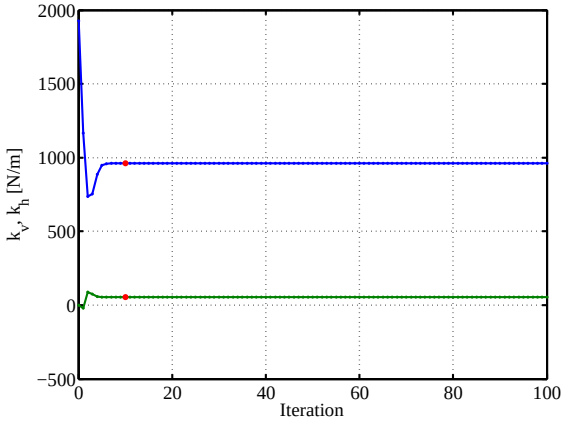
(a-2) Condition 1, Conbination No. 12



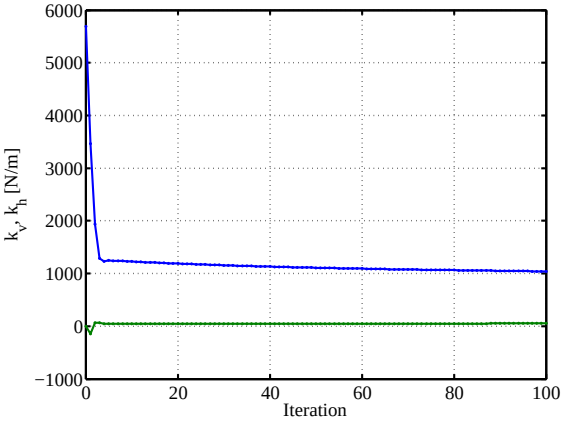
(b-1) Condition 2, Conbination No. 2



(b-2) Condition 2, Conbination No. 8



(c-1) Condition 3, Conbination No. 10



(c-2) Condition 3, Conbination No. 7

Fig. 5.10 Parameter convergence with respect to iteration under $N = 5$

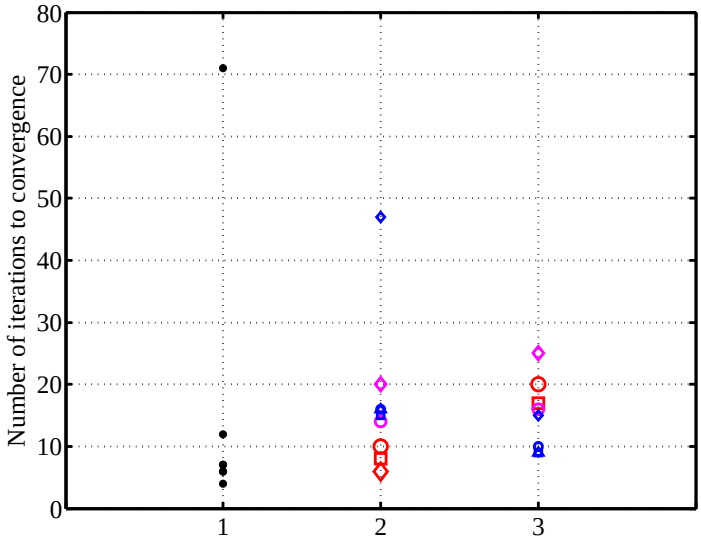


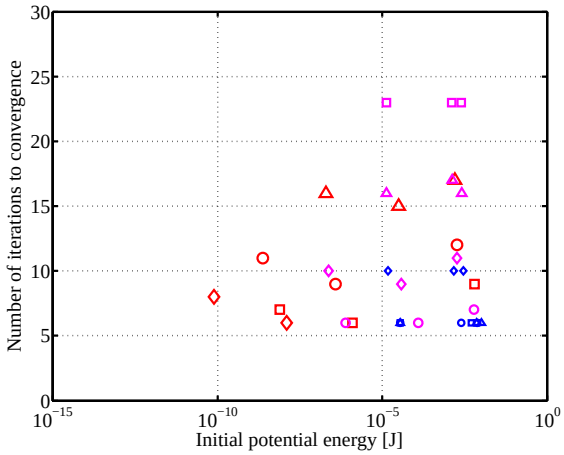
Fig. 5.11 Relationship between number of iterations to convergence and initial condition under $N = 5$

考察

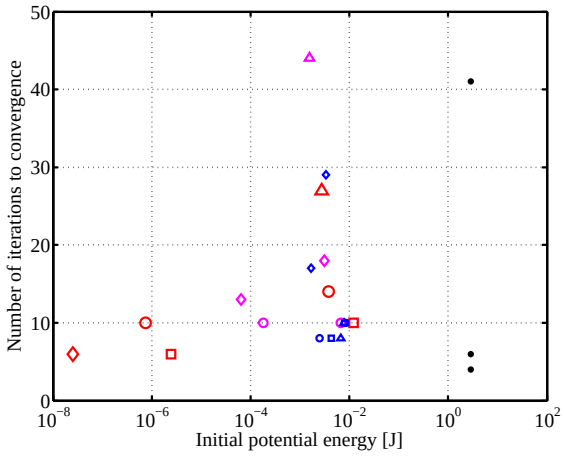
なぜ，初期値や逆問題に与える印加力の組み合わせによって，これほどまでに収束性が異なるのだろうか？この疑問を解き明かすために，初期値における系のポテンシャルエネルギーを用いて，収束性の違いを比較してみる．ここでポテンシャルエネルギーは，モデルの変形による弾性エネルギーの総和に相当し，次式によって定義される．

$$W \triangleq \frac{1}{2} \sum_{k_{ij} \in S_k} k_{ij} \|\boldsymbol{u}_j - \boldsymbol{u}_i\|^2 \tag{5.17}$$

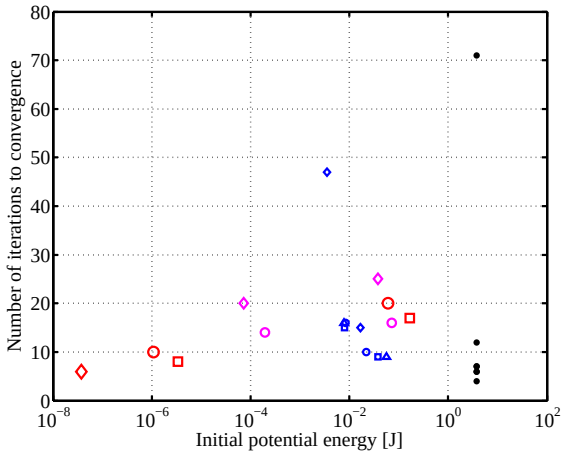
ここで，k_{ij} および S_k は節点 i, j 間にあるバネの値およびモデルに含まれるすべてのバネ要素の集合をそれぞれ示す．Fig. 5.12(a), (b), (c) に節点数 $N = 1, 2, 3$ における収束にかかった反復計算回数と初期値における系のポテンシャルエネルギーとの関係をそれぞれ示す．なお，x および y 軸はそれぞれポテンシャルエネルギーの対数をとったもの，反復回数を表す．グラフ中のマーカの色と形は Table 5.2 の凡例に対応する．また，黒い点で表されたマーカは収束値が事前に設定された値と異なり，パラメータ推定に失敗していることを表している．なお，失敗したケースはすべて初期値 1 に対応する．Fig. 5.12(a), (b), (c) から，全体的な傾向としてポテンシャルエネルギーが小さい場合には平均的には少ない反復計算で収束しているのに対して，ポテンシャルエネルギーが大きい場合，収束するまでの反復計算回数のばらつきが大きく，平均的にみるとより多くの反復計算を必要としていることが分かる．さらに，Fig. 5.12(b), (c) から節点数 $N = 3, 5$ の場合，収束したに



(a) $N = 1$



(b) $N = 3$



(c) $N = 5$

Fig. 5.12 Relationship between number of iterations to convergence and initial potential energy

もかかわらず収束値が事前に設定された値とは異なるケースはすべてポテンシャルエネルギーが 1[J] を超えるようなグループになっていることが分かる．

このような解の収束性と初期値におけるポテンシャルエネルギーとの相関は，ポテンシャルエネルギー最小原理が関連しているものと考えられる．一般的に印加力とバネによる弾性力がつり合い状態にあるとき，系のポテンシャルエネルギーが最小となる．このため，ポテンシャルエネルギーが小さい初期値はつり合い状態に相当する正解値に近い値であり，今回のシミュレーション例に関しては収束性が良い傾向にあると考えられる．さらにポテンシャルエネルギーが高い初期値は正解値から大きく離れることを意味し，最終的に拘束条件を逸脱した極小値に収束してしまうと考えられる．以上の考察から，初期値 $\boldsymbol{\beta}_0$ としては，収束性の速さと正解値への収束性の高さから初期値 2 および初期値 3 を用いることにする．

5.6　まとめ

本章では，定常状態において，組織に対する力印加による表面変形のうち，力印加点に集中して加わる印加力と中心変位のみが計測可能という場合に，提案モデルの 2 つのバネの値を算出する逆問題として，力残差を評価関数とする最小化問題に置き換えて収束計算で求める方法を示した．定式化を行う中で，逆問題を解くためには異なる大きさの力に対するポイント変位を少なくとも 2 回計測する必要があることを示した．逆問題の適切性については，モデルの変位を中心節点と隣接節点の z 方向に限定した場合において，節点の力のバランスをもとに解の一意性を示した．また，正解が分かった問題に対して逆問題を数値的に解くことでシミュレーションを行い，反復計算の初期値 $\boldsymbol{\beta}_0$ と解の収束性について考察した結果，k_h, k_v が取りうる境界（$k_h = 0$ もしくは $k_v = 0$）を初期値とすることで，正解値への収束性が高まり，収束するまでにかかる反復計算回数も少なく済むことが分かった．

第 6 章

ヒト肌変形への応用

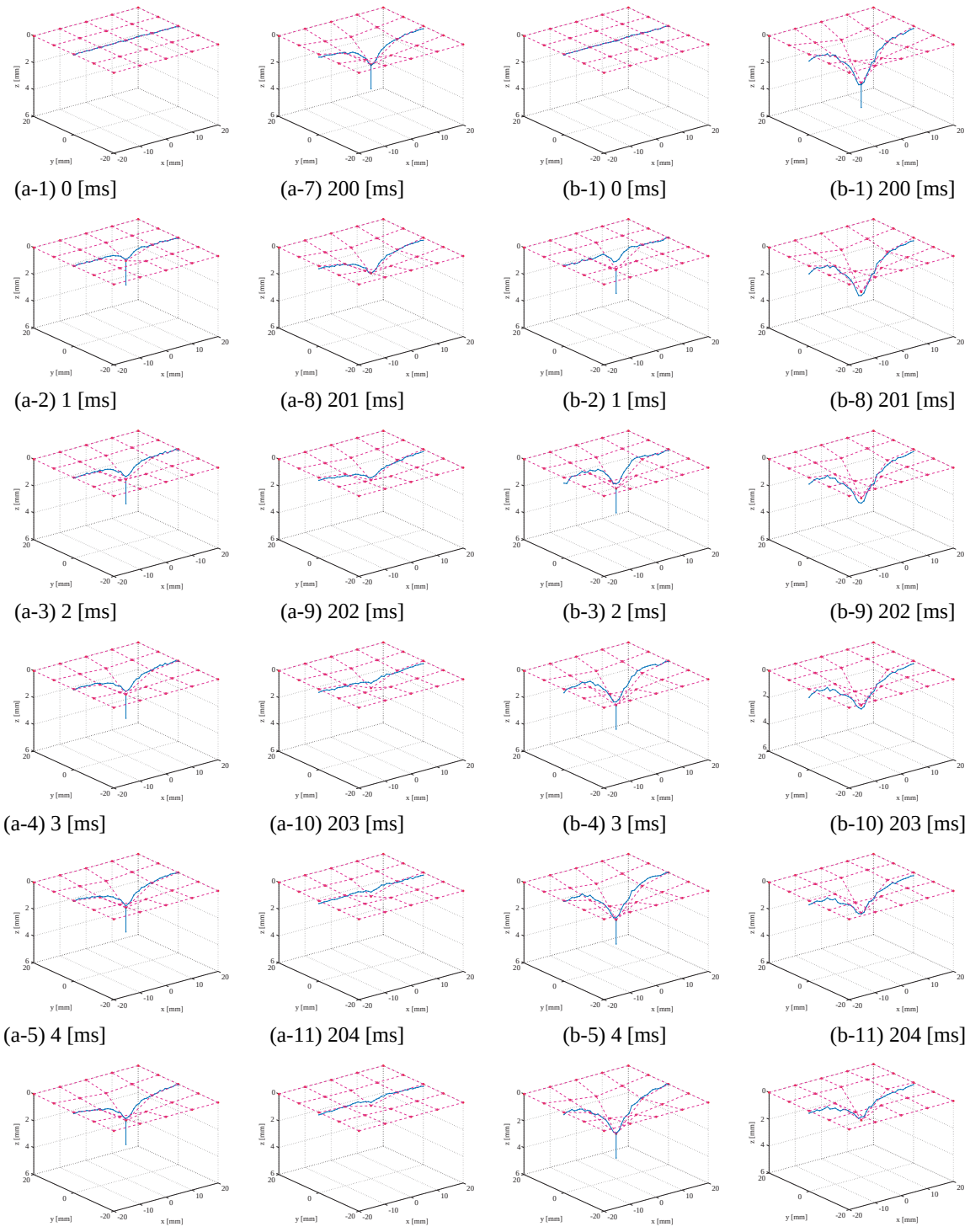
6.1　概要

本章では，第 2 章で構築した非接触型の変形計測システムを用いて取得した空気噴流による力印加時のヒト肌変形データから，第 3 章で構築した生体柔軟組織モデルの内部パラメータを第 4 章および第 5 章で提案した逆問題解法を適用し，内部パラメータを推定するとともに，推定したパラメータをモデルに代入し順問題を解くことにより得られたモデルの変形を算出し実験データとの比較，さらにはポイント変位計測に基づく逆問題の限界を探る．

6.2　表面変形計測に基づくパラメータ推定

入力には事前のキャリブレーションで得た印加力の時系列応答と非接触変形計測システムを用いて取得したヒト肌の力印加に対する変形形状の時系列応答を用いた．逆問題で用いたモデルの詳細は以下のとおりである．モデルの拘束されていない節点数は $N = 3 \times 3$, 隣接する節点間の距離は $L = 10$[mm]，力印加は 0.18[N] を中心節点に集中印加として与えた．Table 6.1 に式 (4.12) を用いて算出されたパラメータを示す．Fig. 6.1 は 2 名の被験者に対して，パラメータをもとに計算したモデルの変形形状，計測された実際のヒト肌変形をそれぞれ示したものである．なお，モデルの変形，計測値はそれぞれ破線，実線で示している．各時刻において，モデルの変形形状と計測値はよく一致していることが分かる．

ここで力印加点の変位に着目する．両被験者の力印加点の変位を Table 6.2 にまとめた．ここから被験者 A の皮膚の方が被験者 B の皮膚よりも硬いことが分かる．ただし，引きつれ効果の違いについては力印加点の変位だけでは評価できない．そこで，算出されたモデルの内部パラメータを使って両者の変形の違いを比較する．2 名の被験者に対して得ら



(a-1) 0 [ms]　(a-7) 200 [ms]　(b-1) 0 [ms]　(b-1) 200 [ms]

(a-2) 1 [ms]　(a-8) 201 [ms]　(b-2) 1 [ms]　(b-8) 201 [ms]

(a-3) 2 [ms]　(a-9) 202 [ms]　(b-3) 2 [ms]　(b-9) 202 [ms]

(a-4) 3 [ms]　(a-10) 203 [ms]　(b-4) 3 [ms]　(b-10) 203 [ms]

(a-5) 4 [ms]　(a-11) 204 [ms]　(b-5) 4 [ms]　(b-11) 204 [ms]

(a-6) 5 [ms]　(a-12) 205 [ms]　(b-6) 5 [ms]　(b-12) 205 [ms]

(a) Subject A:　(b) Subject B:

Fig. 6.1 Dynamic responses of the deformation of human skin

Table 6.1 Estimated parameters

	Subject A	Subject B
k_h[N/m]	688	107
k_v[N/m]	38.7	24.6
c_h[Ns/m]	0.428	0.254
c_v[Ns/m]	0.0155	0.00793

Table 6.2 Displacement at the point of force application

	Subject A	Subject B
u_c[mm]	1.89	3.35

Table 6.3 Time constant

	Subject A	Subject B
τ_h[ms]	0.622	2.37
τ_v[ms]	0.401	0.322

れたバネの値は水平および垂直方向において，被験者 B に対して被験者 A の値はそれぞれ 6.4 倍，1.6 倍である．このことは被験者 A の皮膚と被験者 B の皮膚の硬さの違いが主として水平方向の硬さの違いによるものであることを示している．

ここで 2 種類の時定数を定義する．

$$\tau_h = \frac{c_h}{k_h} \tag{6.1}$$

$$\tau_v = \frac{c_v}{k_v} \tag{6.2}$$

ただし，τ_h および τ_v はそれぞれ水平方向および垂直方向のバネ・ダンパ要素の時定数を示す．Table 6.3 に 2 名の被験者に対してそれぞれ算出した時定数を示す．被験者 A と被験者 B で比較すると，まず τ_h は被験者 A の方が被験者 B より 1.75[ms] 小さく，τ_v は被験者 A の方が被験者 B よりも 0.079[ms] 大きい．一方，実際の変形を見てみると Fig. 6.1(a-12)，(b-12) の比較から被験者 A はほぼ変形が回復しているのに対して，被験者 B ではまだ大きな変形が残っている．このことから被験者 A の皮膚の方が被験者 B の皮膚に比べて速い応答を示していることが分かる．これは被験者 A の皮膚の方が硬いこととも関係しているものと思われる．

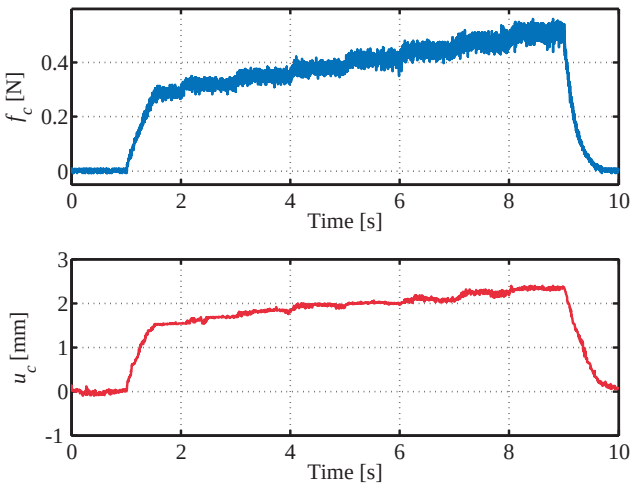


Fig. 6.2 Time history of applied force and deformation

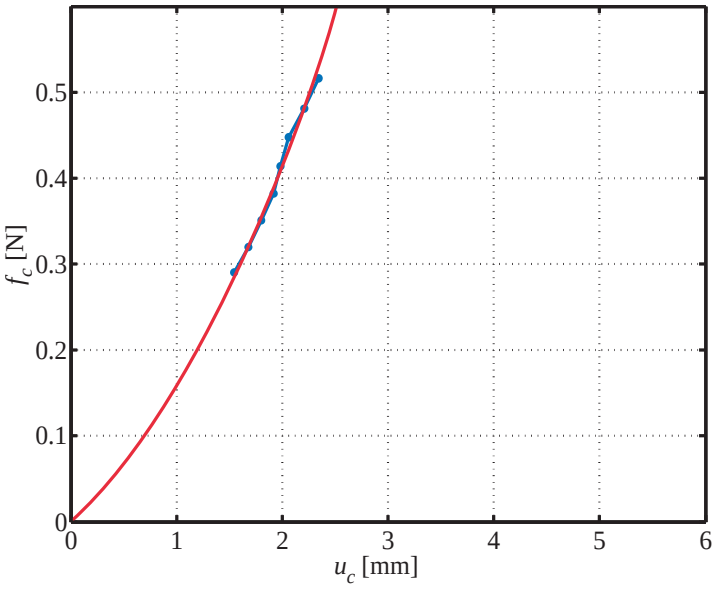
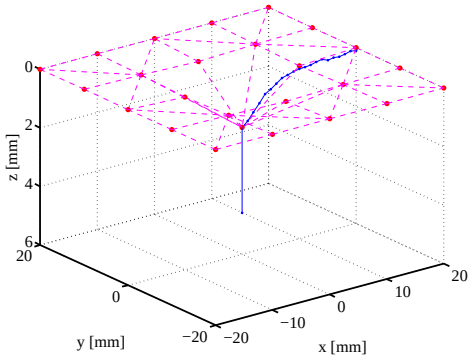


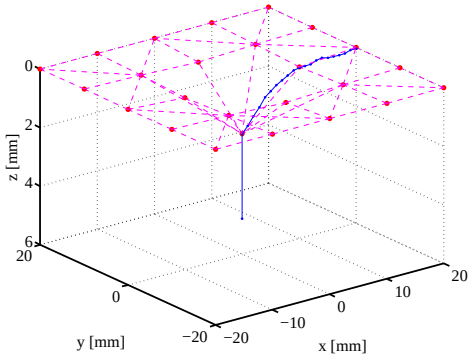
Fig. 6.3 Relationship between applied force and deformation

6.3　ポイント変位計測に基づくパラメータ推定

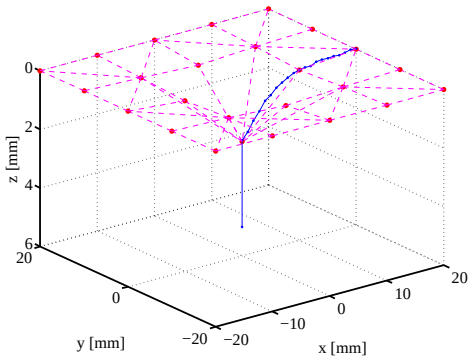
第 2 章で構築した非接触変形計測システムに空気ノズルの軸とレーザの光軸を一致させて設置した (株) キーエンス製非接触変位センサ LK-080 を用いて，力印加点のポイント変位を計測した．逆問題を解くには，少なくとも大きさの異なる 2 つの力を印加する必要がある．ここでは，圧力レギュレータを使ってノズル直前の圧力を変えることで，大きさが異なる印加力を生成している．実験時の印加力と変位の時系列応答を Fig. 6.2 に示す．変



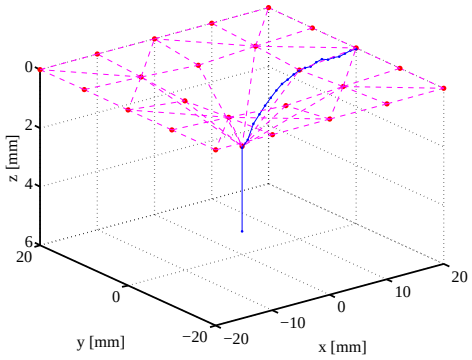
(a-1) f = 0.32 [N]



(a-2) f = 0.38 [N]



(a-3) f = 0.44 [N]



(a-4) f = 0.52 [N]

Fig. 6.4 Deformation comparison between the measured data and the model

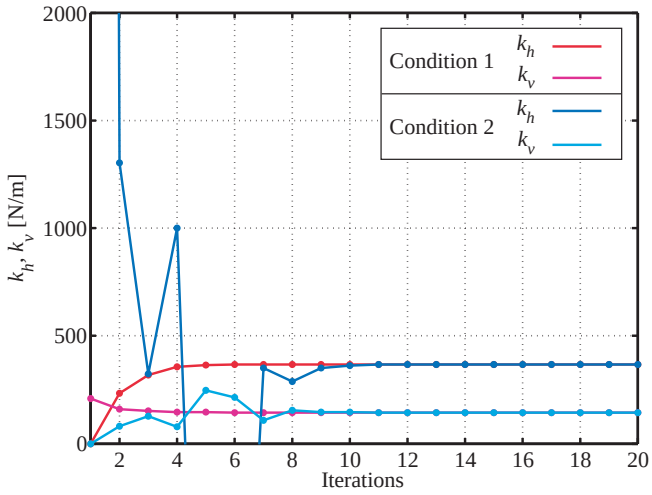
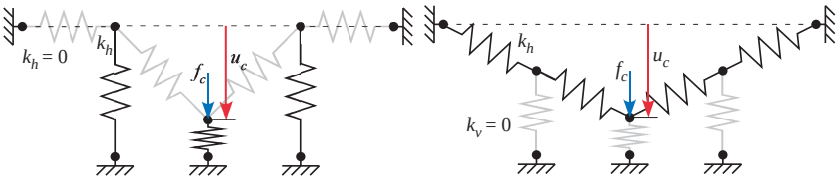


Fig. 6.5 Parameter convergence with respect to iteration

位が定常状態となるように，8 段階の異なる大きさの力を 1 秒間ずつ段階的に印加している．Fig. 6.3 に Fig. 6.2 の定常状態における力–変位関係を青点で示す．この力–変位関係を入力として逆問題を解く．ここでは，拘束されていない節点数は $N = 3 \times 3$ とした．式 (5.7) を用いて $(\hat{k}_h, \hat{k}_v) = (368, 144)$[N/m] を得た．Fig. 6.3 に得られたパラメータを用いて順問題を解いて得られたモデルの力–変位曲線を示す．Fig. 6.3 から，モデルの力–変位関係と計測で得られたヒト肌の力–変位関係はよく一致していることが分かる．

ポイント計測では力印加点の変位は計測可能であるものの周辺部の変形は直接計測できない．したがって，得られたモデルパラメータが引きつれ効果を有する柔軟物の周辺部の変形形状までうまく評価できていない可能性がある．そこで，モデルの変形とヒト肌変形との比較を行った．Fig. 6.4 に外力 0.32, 0.38, 0.44, 0.52[N] 時のモデル変形とヒト肌変形をそれぞれ破線と実線で示す．Fig. 6.4 から，中心点だけでなく，座標 $(x, y) = (10, 0)$[mm] の変位もよく一致していることがわかる．力印加点の変位しか計測していないのに，なぜ周辺部の節点変位もよく一致するのだろうか．その理由として考えられることは，バネネットワークを介して力印加点と周辺部が干渉し合っていることと，ここで取り扱ったモデルの拘束されていない節点が 3×3 であるため，力印加点と拘束点の間に自由に動ける節点は 1 つしかなく，その自由節点は自動的に両者の間の変位に決まらざるをえないという構造的制約という 2 点であると思われる．この結果は，生体組織のポイント変位のみの計測であっても引きつれ効果も表現できる内部パラメータの算出が可能であることを同時に示唆している．

次に反復解法で逆問題を解く際の未知数ベクトル $\boldsymbol{\beta}$ の収束挙動について考察する．Fig. 6.5 に $\boldsymbol{\beta}$ のうち $\boldsymbol{k}$ の反復計算の過程を示す．Fig. 6.6(a) に示すような $k_h = 0$ を条件とする



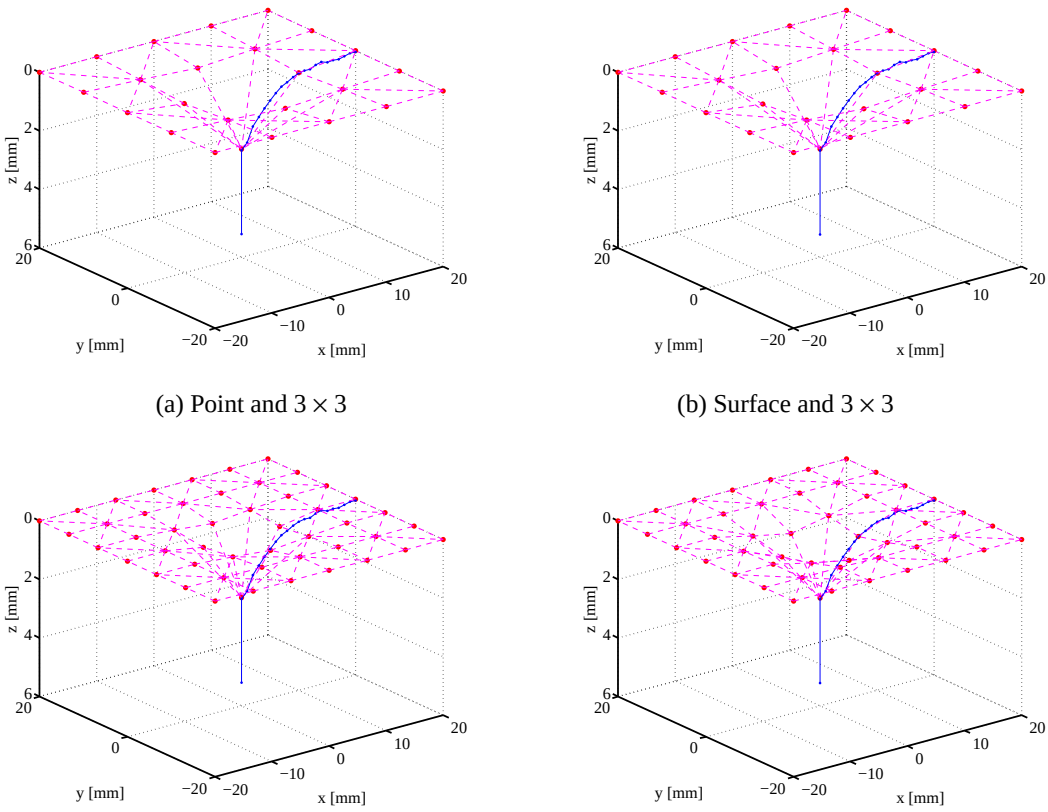
(a) Condition 1: $k_h = 0$　　(b) Condition 2: $k_v = 0$

Fig. 6.6 Initial condition

初期値では 6 回の繰り返し計算で，Fig. 6.6(b) に示すような $k_v = 0$ を条件とする初期値では 12 回の繰り返し計算でパラメータが同じ値に収束していることが分かる．このような収束挙動から，この場合パラメータの初期値依存性は小さい．

同一のヒト肌変形に対して，第 5 章，第 6 章の逆問題を適用し，2 つの方式を比較する．Table 6.4 に拘束されていない節点の数が 3×3, 5×5 の際に表面変形計測に基づく逆問題およびポイント変位計測に基づく逆問題を用いて算出した内部パラメータを示す．Fig. 6.7 に Table 6.4 に示した内部パラメータを代入した際のモデル変形および計測されたヒト肌変形をそれぞれ示す．ここで，モデル変形とヒト肌変形をそれぞれ破線と実線で示す．まず，3×3 の場合，ポイント変位計測に基づく逆問題および表面変形計測に基づく逆問題を用いて算出されたパラメータは誤差 7% 以内で一致する．Fig. 6.7(a)，(b) からもわかるようにモデル変形と実際のヒト肌変形はそれぞれよく一致している．つまり，ポイント変位計測という限られた情報量であっても，ライン変形計測と同等の弾性評価が十分可能であることを再度強調しておきたい．これに対して，5×5 の場合，2 種類の逆問題から算出されたパラメータには最大で 60% を超える誤差が生じる．このため，モデルの規模が 3×3 からわずかに大きくなっただけで，2 つの逆問題の解は大きく異なってくる点に注意されたい．このような誤差が生じる原因として，モデルの冗長性が考えられる．3×3 の場合決定すべき未知変位の数は $N = 5$ であるが，5×5 の場合では $N = 16$ である．さらに，5×5 のモデルには中心節点に隣接しない節点が存在する．従って，中心節点の変位情報だけでは，未知変位を推定するための情報が不足し，結果として大きな誤差につながっているものと推察する．

以上より，ポイント変位計測に基づきパラメータを算出する際には，節点数を増やすのではなく，3×3 というような節点の少ないモデルを使うことで，表面変位計測に基づく手法と同等のパラメータ推定が行える点に留意されたい．



(a) Point and 3 × 3

(b) Surface and 3 × 3

(c) Point and 5 × 5

(d) Surface and 5 × 5

Fig. 6.7 Deformation comparison between point and surface deformation method with different number of nodes of the model

Table 6.4 Estimated parameters (k_h, k_v)[N/m]

	Point-type	Surface-type
3 × 3	(368, 144)	(393, 140)
5 × 5	(178, 142)	(448, 86.5)

6.4　まとめ

本章で得られた結果は，以下の 2 つである．第 4 章，第 5 章で定式化した逆問題をヒト肌変形に適用した結果，推定パラメータを用いることで，適用対象となったヒト肌の変形形状および力–変位関係をうまく表現できる．ただし，モデルの節点数が 5 × 5 になると，ポイント変位計測方式では正しくパラメータ推定はできないものの，節点の少ない 3×3 の場合は単にパラメータ推定できるだけでなく，未知である変形形状までうまく予測でき

ることを示した．このことは組織の変形評価を力印加点のポイント変位で代用できることを意味し，今後の展望を考える上で，計測システムの簡略化の観点から特に有用な知見である．

第 7 章

結論

7.1 まとめ

本研究では，引きつれ効果と方向依存型特性を考慮した最もシンプルな生体柔軟組織モデルを提案し，実験データからその内部パラメータを算出するための逆問題について考察した．以下に得られた結果を示す．

- 空気噴流による流体力を用いた力印加系と高速度カメラを用いた変形計測系からなる非接触変形計測システムを構築し，ヒト肌実験を通して，引きつれ効果と方向依存型応答を見出した．
- 引きつれ効果と方向依存型応答を表現するために水平方向のバネ・ダンパ (k_h, c_h) と垂直方向のバネ・ダンパ (k_v, c_v) を有し，水平方向のバネ・ダンパの節点を垂直方向のバネ・ダンパで支持するような単層構造のモデルを構築した．
- モデルの各節点に加わる印加力と変位が与えられた場合，もともと非線形方程式であるモデルの運動方程式を内部パラメータに対して線形方程式に帰着し，これを解くことで内部パラメータ推定ができることを示した．
- モデルの各節点に加わる印加力と変位が与えられた場合の逆問題では，解の存在性および解の一意性についてはモデルの節点数とサンプリング数から決まることを指摘した．
- 力印加点に加わる力とポイント変位しかわからない場合であってもバネパラメータ (k_h, k_v) だけに限定すれば，複数回の押し込み動作でパラメータ推定ができることを示した．
- 提案手法をヒト肌変形に適用し，ポイント変位計測に基づく逆問題ではノード数の多い 5×5 モデルに対してはヒト肌変形との誤差が大きくなるものの，表面変形計測に基づく逆問題ではこのような誤差は見られなかった．ノード数の少ない 3×3

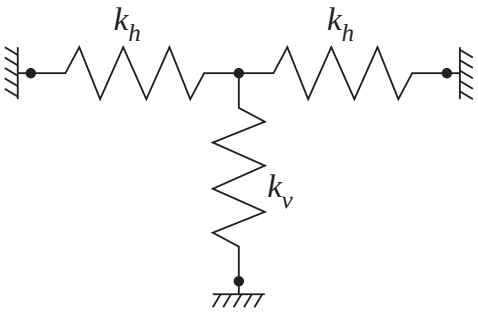


Fig. 7.1 Deformation model

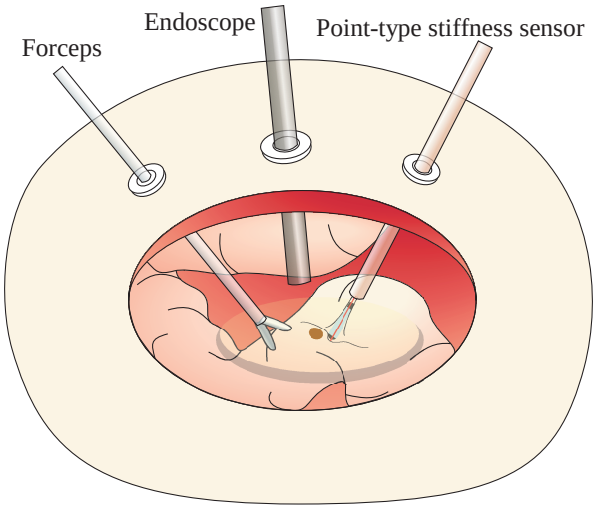


Fig. 7.2 Point-type stiffness sensing for minimally invasive surgery

モデルではポイント変位計測手法は表面変形計測手法と同等の精度が達成できることを示した．

7.2　今後の展開

近年，物体に触れた際の力などをアクチュエータを用いて操作者へ仮想的に提示するハプティックシステム (Fig. 1.6) の研究がおこなわれている[110]．ハプティックシステムと本研究で提案した生体柔軟組織モデルを組み合わせることで，仮想的に生体柔軟組織の力覚環境を構築することができる．例えば，医師の触診訓練システムへの応用が考えられる．力覚提示で重要な点は，ハプティックシステムに対する変位入力からリアルタイムで反発力を計算し，アクチュエータを駆動する必要があることである．このため，組織モデルとしては計算量の少なさが求められる．このため，集中バネ・ダンパモデルのような簡易モデルが用いられることが多く，正しく生体柔軟組織の変形特性を表現できない可能性が

あった．提案モデルは，Fig. 7.1 に示すような中心点の節点のみという構成にすることで力と変位の関係を解析的に求めることができるため，リアルタイムでの反発力計算に向いている．事前に逆問題を使って正常組織と患部のパラメータマップを用意することで，実際の患者や臓器を取り扱う機会が無くとも，ハプティックシステムに入力された医師の手の動きから仮想的に触診時の組織の反発力を提示することができると考えられる．

また，ポイント変位計測に基づく逆問題の応用としては，Fig. 7.2 に示すような腹腔鏡を用いた低侵襲手術の際に，体表に開けられた直径 10[mm] 程度の穴から小型のプローブを挿入することで内臓組織の弾性評価への応用が考えられる．低侵襲手術では，医師が自身の手で組織に触れることができないために，硬さ情報を使った診断が難しいという課題がある．そのため，ハプティックシステムとポイント型センサを組み合わせたシステムを構築することで，医師の診断支援が可能となる．まず，ポイント型センサを用いて体内にある臓器の力–変位特性を計測する．次に，計測された力–変位特性からポイント変位計測に基づく逆問題を用いて Fig. 7.1 のバネパラメータを算出する．そして，このパラメータをハプティックシステムに取り込み，医師がハプティックシステムに対して触診動作を行うことで，体内にあるはずの臓器の硬さを仮想的に体外で提示し，医師の診断支援を行うものである．

参考文献

1) I. Kato, K. Koganezawa, and A. Takanishi. Automatic breast cancer palpation robot: Wapro-4. *Advanced Robotics*, Vol. 3, No. 4, pp. 251–261, 1988.
2) P. S. Wellman and R. D. Howe. Modeling probe and tissue interaction for tumor feature extraction. In *1997 ASME Summer Bioengineering Conf.*, Vol. 35, pp. 237–238, 1997.
3) A. M. Galea and R. D. Howe. Mammography registered tactile imaging. *Surgery Simulation and Soft Tissue Modeling*, pp. 183–193, 2003.
4) M. B. Shields. Diagnostic and surgical techniques. *Survey of Ophthalmology*, Vol. 24, No. 4, pp. 211–219, 1980.
5) T. Kawahara, C. Toya, N. Tanaka, M. Kaneko, Y. Miyata, M. Okajima, and T. Asahara. Non-contact impedance imager with phase differentiator. In *Proc. of the 1st IEEE/RAS-EMBS Int. Conf. on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob2006)*, No. 159, 2006.
6) 岡久雄, 藤原史明, 大島正和. 筋の粘弾性を用いた筋疲労計測. 電子情報通信学会誌, Vol. MBE95, No. 63, pp. 123–130, 7 1995.
7) 岡久雄, 岸本寛志, 大島正和. 筋疲労の定量化. 電子情報通信学会誌, Vol. MBE96, No. 50, pp. 33–40, 7 1996.
8) 入江隆, 岡久雄. 生体機械インピーダンスによる筋疲労計測. 電子情報通信学会誌, Vol. MBE2003, No. 49, pp. 39–42, 7 2003.
9) Y. Murayamaa, M. Haruta, Y. Hatakeyamab, T. Shiina, H. Sakumab, S. Takenoshita, S. Omataa, and C. E. Constantinou. Development of a new instrument for examination of stiffness in the breast using haptic sensor technology. *Sensors and Actuators A*, Vol. 143, No. 2, pp. 430–438, 2008.
10) C. Kleesattel and G. M. L. Gladwell. The contact-impedance meter-1. *ULTRASONICS*, Vol. 6, pp. 175–180, 7 1968.
11) H. L. Oestreicher. Field and impedance of an oscillating sphere in a viscoelastic medium with an application to biophysics. *The Journal of Acoustical Society of Amer-*

ica, Vol. 23, No. 6, pp. 707–714, 1951.

12) G. M. L. Gladwell and C. Kleesattel. The contact-impedance meter-2. *ULTRASONICS*, Vol. 6, No. 4, pp. 244–251, 10 1968.

13) 尾股定夫. 圧電型バイブロメータによる接触コンプライアンスの測定とその応用. 日本音響学会誌, Vol. 44, No. 2, pp. 83–90, 1988.

14) S. Omata and Y. Terunuma. New tactile sensor like the human hand and its applications. *Sensors and Actuators A*, Vol. 35, pp. 9–15, 1992.

15) 尾股定夫, 吉田伸輔. 新しい硬さ測定用触覚センサの開発とその応用. 電子業法通信学会, Vol. EMD93, No. 80, pp. 13–19, 1 1994.

16) E. M. Timanin and E. V. Eremin. Interpretation of impedance characteristics of biological soft tissues in the models with a pressure source of vibrations with friction. *XIII Session of the Russian Acoustical Society*, pp. 581–584, 2003.

17) 浅野新, 尾股定夫, 鈴木正. 硬さ測定用触角センサによる皮膚の力学的特性の計測. 日本化粧品技術者会誌, Vol. 28, No. 4, pp. 336–343, 3 1995.

18) S. Chen, M. Fatemi, J. F. Greenleaf, and Mayo Clinic. Shear property characterization of viscoelastic media using vibrations induced by ultrasound radiation force. *Proc IEEE Ultrason Symp*, Vol. 2, pp. 1871–1875, 2002.

19) 根岸七雄. 硬度触覚センサーによる腹部大動脈瘤壁の硬度と病理組織学的検討. 上原記念生命科学財団研究報告集, pp. 396–398, 2003.

20) M. Ochi, J. Iwasa, M. Tobita, M. Katoh, T. Yamamoto, R. Fukushima, and T. Kurushima. Method for measuring stiffness of a cultured tissue, using a stiffness measurement device having a vibration detective unit. US Patent 7,198,908 B2, 2007.

21) S. K. Alam, J. Ophir, and E. E. Konofagou. An adaptive strain estimator for elastography. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 45, No. 2, pp. 461–472, 1998.

22) J. Ophir, I. Cespedes, H. Ponnekanti, Y. Yazdi, and X. Li. Elastography: A quantitative method for imaging the elasticity of biological tissues. *Ultrasonic Imaging*, Vol. 13, No. 2, pp. 111–134, 1991.

23) J. Ophir, I. Cespedes, B. Garra, H. Ponnekanti, Y. Huang, and N. Maklad. Elastography: ultrasonic imaging of tissue strain modulus in vivo. *European Journal of Ultrasound*, Vol. 3, pp. 49–70, 1996.

24) J Ophir, S K Alam, B Garra, F Kallel, E Konofagou, T Krouskop, and T Varghese1. Elastography: ultrasonic estimation and imaging of the elastic properties of tissues. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, Vol. 213, No. 3, pp. 203–233, 1999.

25) S. Catheline, J. L. Gennisson, G. Delon, M. Fink, R. Sinkus, and S. Abouelkaram. Measurement of viscoelastic properties of homogeneous soft solid using transient elastography: An inverse problem approach. *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 116, No. 6, pp. 3734–3741, 2004.

26) Matthew O'Donnell, Andrei R. Skovoroda, Benjamin M. Shapo, and Stanislav Y. Emelianov. Internal displacement and strain imaging using ultrasonic speckle tracking. *IEEE Trans UFFC*, Vol. 41, No. 3, pp. 314–325, 5 1994.

27) Laurent Sandrin, Mick"ael Tanter, Jean-Luc Gennisson, Stefan Catheline, and Mathias Fink. Shear elasticity probe for soft tissues with 1-d transient elastography. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 49, No. 4, pp. 436–446, 2002.

28) J. Bercoff, S. Chaffai, M. Tanter, L. Sandrin, S. Catheline, M. Fink, J. L. Gennisson, and M. Meunier. In vivo breast tumor detection using transient elastography. *Ultrasound in Medical and Biology*, Vol. 29, No. 10, pp. 1387–1396, 2003.

29) 笈田武範, 大野友和, 天野晃, 松田哲也, 姜有峯, 東高志, 提定美, 岡本淳, 瀧澤修. 弾性波あてはめ法による mr elastography からの粘弾性定数の導出. 電子情報通信学会誌, pp. 43–48, 5 2003.

30) A. L. McKnight, J. L. Kugel, P. J. Rossman, A. Manduca, L. C. Hartmann, and R. L. Ehman. Mr elastography of breast cancer: Preliminary results. *American Journal of Roentgenology*, Vol. 178, pp. 1411–1417, 2002.

31) Ralph Sinkus, Mickael Tanterb, Tanja Xydeas, Stefan Cathelineb, Jeremy Bercoff, and Mathias Fink. Viscoelastic shear properties of in vivo breast lesions measured by mr elastography. *Magnetic Resonance Imaging*, Vol. 23, pp. 159–165, 2005.

32) M. M. Doyley, E. E. Van Houten, J. B. Weaver, L. Duncan S. Poplack, F. Kennedy, and K. D. Paulsen. Shear modulus estimation using parallelized partial volumetric reconstruction. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. 23, No. 11, pp. 1404–1416, 2004.

33) S A Kruse, J A Smith, A J Lawrence, M A Dresner, A Manduca, J F Greenleaf, and R L Ehman. Tissue characterization using magnetic resonance elastography: preliminary results. *Physics in Medicine and Biology*, Vol. 45, No. 6, pp. 1579–1590, 2000.

34) O. Rouvie, M. Yin, M. Alex Dresner, P. J. Rossman L. J. Burgart, J. L. FidlerR., and L. Ehman. Mr elastography of the liver: Preliminary results. *Gastrointestinal imaging*, Vol. 240, pp. 440–448, 2006.

35) L. Huwart, F. Peeters, R. Sinkus, L. Annet, N. Salameh, L. C. Beek, Y. Horsmans, and B. E. Van Beers. Liver fibrosis: non-invasive assessment with mr elastography. *NMR*

in Biomedicine, Vol. 19, No. 2, pp. 173–179, 2006.

36) X. Papademetris, A. J. Sinusas, D. P. Dione, R. T. Constable, and J. S. Duncan. Estimation of 3-d left ventricular deformation from medical images using biomechanical models. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, Vol. 21, No. 7, pp. 786–800, 2002.

37) F. M. Hendriks, D. Brokken, C. W. J. Oomens, D. L. Bader, and F. P. T. Baaijens. The relative contributions of different skin layers to the mechanical behavior of human skin in vivo using suction experiments. *Med. Eng. Phys.*, Vol. 28, No. 3, pp. 259–266, 2006.

38) B. Ahn and J. Kim. Measurement and characterization of soft tissue behavior with surface deformation and force response under large deformations. *Med. image Analysis*, Vol. 14, No. 2, p. 138, 148 2009.

39) H. E. von Gierke, H. L. Oestreicher, E. K. Franke, H. O. Parrack, and W. W. von Wittern. Physics of vibrations in living tissues. *J Appl Physiol.*, Vol. 4, No. 12, pp. 886–900, 6 1952.

40) Y. Kurita, Y. Iida, R. Kempf, and M. Kaneko. Contact probe based stiffness sensing of human eye. In *Proc. of the 2006 IEEE International Conf. on Robotics and Automation (ICRA2006)*, pp. pp. 2972–2977, 2006.

41) Y. Kurita, Y. Iida, R. Kempf, and M. Kaneko. Contact based stiffness sensing of human eye. *IEEE Transaction on Biomedical Engineering*, Vol. 55, No. 2, pp. 739–745, 2008.

42) M. Kaneko, K. Tokuda, and T. Kawahara. Dynamic sensing of human eye. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA2005)*, pp. 2882–2887, 2005.

43) 金子, 徳田, 飯田, 栗田, ローランド, 川原, 石井, 河野, 三嶋, 塚本, 杉本. 眼剛性センシング. 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No. 2, pp. 103–110, 2006.

44) 古川功太, 西尾直人, 秋山直也, 山口康隆, 東森充, 金子真. 生体組織の新しい硬さ評価指標 “droplet hardness”. 日本機械学会論文集, Vol. 75, No. 754, pp. 205–212, 2009.

45) 加藤一郎, 一丸清貴, 尾島直哉, 笠木勝典. 乳癌触診の定量化に関する基礎研究. *1978*, Vol. 4, pp. 42–48, 6 バイオメカニズム.

46) 加藤一郎, 笠木勝典, 本間徹二, 岡野敦夫, 佐藤伸雄. 乳房自動触診システムに関する研究 (切出標本による実験). バイオメカニズム, Vol. 5, pp. 96–101, 5 1980.

47) 星. 妊娠中毒症浮腫のコンプライアンス計測による研究. 日本産科婦人科学会雑誌, Vol. 24, No. 3, pp. 179–188, 1972.

48) Y. Yoshitoshi and M. Nagasaka. Viscoelastic properties of edematous skin. *Japanese Heart Journal*, Vol. 3, No. 3, pp. 220–230, 1962.

49) 飯田一郎, 藤本雅子, 野呂影勇. 人の肌の柔らかさ評価システムに関する研究. ヒューマン サイエンス, Vol. 4, No. 2, pp. 6–13, 12 1991.

50) 入江隆, 中西透男, 藤田尚文. 軟体物の粘弾性特性と手指による硬さ評価との関係. 電

子情報通信学会論文誌, Vol. J87-A, No. 10, pp. 1329–1338, 10 2004.

51) R. A. Beasley and R. D. Howe. Tactile tracking of arteries in robotic surgery. In *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3801–3806, 2002.

52) A. M. Galea and R. D. Howe. Tissue stiffness from tactile imaging. In *Proceedings of the Second Joint EMBS/BMES Conference, 2002*, pp. 935–936, 2002.

53) S. Diridollou, F. Patat, F. Gens, L. Vaillant, D. Black, J. M. Lagarde, Y. Gall, and M. Berson. In vivo model of the mechanical properties of the human skin under suction. *Skin Research and Technology*, No. 6, pp. 214–221, 2000.

54) 入江隆, 岡久雄. 衝撃応答法による生体力学特性の計測 (i)―計測システムの開発―. バイオメカニズム学会誌, Vol. 24, No. 4, pp. 163–168, 1988.

55) 高谷治, 赤塚孝雄. 複合材料としての生体の力学的特性. 日本機械学会誌, Vol. 71, No. 593, pp. 153–157, 6 1968.

56) 大橋俊朗, 安部裕宣, 松本健郎, 青木隆平, 佐藤正明. 矩形断面ピペットを使った生体軟組織弾性率の測定に関する解析と実験. 日本機械学会論文集, 63 巻 607 号, No. 96-1108, pp. 867–874, 3 1997.

57) 梅屋潤一郎, 高橋元次, 小松日出夫, 町田靖彦, 福島正二. in vivo 皮膚粘弾性測定. 日本化粧品技術者会誌, Vol. 20, No. 2, pp. 98–102, 1986.

58) Parris S. Wellman, Edward P. Dalton, David Krag, Kenneth A. Kern, and Robert D. Howe. Tactile imaging of breast masses. *Arch Surg*, Vol. 136, pp. 204–208, 2009.

59) Shu Sasai, Ya-Xian Zhen, Takaki Suetake, Yasuo Tanita, Sadao Omata, and Hachiro Tagami. Palpation of the skin with a robot finger: an attempt to measure skin stiffness with a probe with a newly developed tactile vibration sensor and displacement sensor. *Skin Research and Technology*, Vol. 5, No. 4, pp. 237–246, 1999.

60) 入江隆, 岡久雄, 山本辰馬. 衝撃応答法による生体表面の力学特性の計測. 電子情報通信学会論文集, Vol. J75-D-II, No. 4, pp. 799–807, 4 1992.

61) J. Lang, D. K. Pai, and R. J. Woodham. Acquisition of elastic models for interactive simulation. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 21, No. 8, pp. 713–733, 2002.

62) Hie yong Jeong, Mitsuru Higashimori, and Makoto Kaneko. Improvement of vibration sensitivity by tangential vibration. *Journal of Robotics and Mechatronics*, Vol. 21, No. 4, pp. 554–562, 2009.

63) 長谷川正光. 生体組織の力学特性. 医用電子と生体工学, Vol. 19, No. 7, pp. 518–524, 12 1981.

64) 木山喬博, 岩月宏泰, 伊藤麻子, 太田敏幸, 金井章. 生体軟部組織の硬さ測定器の試作.

理学療法学, Vol. 19, No. 2, pp. 122–127, 1992.

65) 入江隆, 岡久雄. 衝撃応答法による生体力学特性の計測 (ii)—解析方法と筋収縮評価への応用—. バイオメカニズム学会誌, Vol. 24, No. 3, pp. 168–173, 2000.

66) 朴茂薫, 金井浩, 中鉢憲賢. 超音波ドプラ法による加振時の骨の曲げ振動伝搬速度の計測. 日本音響学会誌, Vol. 50, No. 2, pp. 103–109, 1994.

67) P. L. Mente and J. L. Lewis. Experimental method for the measurement of the elastic modulus of trabecular bone tissue. *Journal of Orthopaedic Research*, Vol. 7, No. 3, pp. 456–461, 1989.

68) J. Töyräs, T. Lyyra-Laitinen, M. NiinimaK ki, R. Lindgren, M. T. Nieminen, I. Kiviranta, and J. S. Jurvelin. Estimation of the young's modulus of articular cartilage using an arthroscopic indentation instrument and ultrasonic measurement of tissue thickness. *Journal of Biomechanics*, Vol. 34, pp. 251–256, 2001.

69) D. P. Noonan, H. Liu, Y. H. Zweiri, K. A. Althoefer, and L. D. Seneviratne. A dual-function wheeled probe for tissue viscoelastic property identification during minimally invasive surgery. In *Proc. of 2007 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2629–2634, 2007.

70) 高梨宏之, 加藤拓弥, 田中真美, 棚橋善克, 長南征二. 生体組織硬さ計測センサの開発. In *Proceedings of the 2008 JSME Conference on Robotics and Mechatronics*, 2008. 2P2-F20.

71) A. R. Bausch, F. Ziemann, A. A. Boulbitch, K. Jacobson, and E. Sackmann. Local measurements of viscoelastic parameters of adherent cell surfaces by magnetic bead microrheometry. *Biophysical Journal*, Vol. 75, No. 4, pp. 2038–2049, 1998.

72) 岡嶋孝治, 徳本洋志. 原子間力顕微鏡による生細胞ナノレオロジー計測. 日本レオロジー学会誌, Vol. 36, pp. 80–86, 2008.

73) Yong Zhang Xinyu Liu, Keekyoung Kim and Yu Sun. Nanonewton force sensing and control in microrobotic cell manipulation. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 28, No. 8, pp. 1065–1076, 2009.

74) Cornelis Storm, Jennifer J. Pastore, F. C. MacKintosh, T. C. Lubensky, and Paul A. Janmey. Nonlinear elasticity in biological gels. *Nature Publishing Group*, Vol. 435, pp. 191–194, 5 2005.

75) E. Samur, M. Sedef, C. Basdogan, L. Avtan, and O. Duzgun. A robotic indenter for minimally invasive measurement and characterization of soft tissue response. *Med. image Analysis*, Vol. 11, No. 4, pp. 361–373, 2007.

76) 藤村, 小山内, 森脇, 赤崎, 堀, 武馬. 新規非接触型皮膚弾力性測定装置の開発. 第 53 回日本化粧品技術会研究討論会, pp. 6–9, 2003.

77) M. Kaneko and T. Kawahara. Co-axis type non-contact impedance sensor. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICIA2004)*, No. 709-714, 2004.

78) 川原, 徳田, 金子. 軸心共有型非接触インピーダンスセンサ. 計測自動制御学会論文集, Vol. 40, No. 5, pp. 487–492, 2004.

79) T. Kawahara and M. Kaneko. Non-contact stiffness imager for medical application. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Inoformation Acquisition (ICIA2005)*, pp. 350–355, 2005.

80) T. Kawahara, S. Tanaka, and M. Kaneko. Non-contact stiffness imager. *The Int. J. of Robotics Research*, Vol. 25, No. 5-6, pp. 537–549, 2006.

81) T. Kawahara, K. Tokuda, N. Tanaka, and M. Kaneko. Noncontact impedance sensing. *Artificial Life and Robotics*, Vol. 10, No. 1, pp. 35–40, 2006.

82) 川原, 松永, 田中, 金子. 非接触剛性イメージャ. 日本ロボット学会誌, Vol. 24, No. 3, pp. 87–93, 2006.

83) 内田亮平, 水田知宏, 東森充, 金子真. 回復時定数に着目した虚血ダイナミクスの評価と指先への応用. 計測自動制御学会論文集, Vol. 45, No. 9, pp. 484–490, 2009.

84) R. Uchida, N. Tanaka, M. Higashimori, K. Tadakuma, M. Kaneko, M. Kondo, and M. Yamato. Cell sheet stiffness sensing without taking out from culture liquid. In *Proceeding of the 32th Annual International Conference Engineering in Medicine and Biology Society*, pp. 827–830, 2010.

85) 田村勇太, 高橋誠. 3d 臀部モデルの有限要素解析に基づく褥瘡予防具に関する検討. 生体医工学, Vol. 44, No. 4, pp. 598–605, 2006.

86) 前野隆司, 小林一三, 山崎信寿. ヒト指腹部構造と触覚受容器位置の力学的関係. 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 63, No. 607, pp. 881–888, 1997.

87) T. Maeno, K. Kobayashi, and N. Yamazaki. Relationship between the structure of human finger tissue. *Bulletin of JSME Internal Journal*, Vol. 41, No. 1-C, pp. 94–100, 1998.

88) M. Kauera, V. Vuskovicb, J. Duala, G. Szekelyc, and M. Bajkad. Inverse finite element characterization of soft tissues. *Medical Image Analysis*, Vol. 6, No. 3, pp. 275–287, 2002.

89) 越塚誠一. 粒子法シミュレーションと可視化. 第 12 回ビジュアリゼーションカンファレンス, 東京, 10 2006.

90) Ken ichi TSUBOTA, Shigeo WADA, and Takami YAMAGUCHI. Simulation study on effects of hematocrit on blood flow properties using particle method. *Journal of Biomechanical Science and Engineering*, Vol. 1, No. 1, pp. 159–170, 2006.

91) Ken ichi Tsubota, Shigeo Wada, and Takami Yamaguchi. Particle method for computer

simulation of red blood cell motion in blood flow. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, Vol. 83, pp. 139–146, 2006.

92) 和田成生, 小林亮, 高橋良昌, 狩野猛. 赤血球の形態変化の数値シミュレーション. 日本機械学会 2000 年度年次大会講演論文集, pp. 287–289, 2000.

93) 和田成生, 小林亮. 膨潤赤血球の体積減少に伴う形状変化の数値シミュレーション. 日本機械学会論文集, Vol. 69, No. 677, pp. 14–21, 2003.

94) 和田成生, 坪田健一, 山口隆実. エネルギ最小化原理に基づく赤血球の変形と流動挙動. 日本機械学会　第 15 回設計工学システム部門講演会講演論文集, No. 15, pp. 90–91, 2005.

95) Hiroshi Noborio, Ryo Nogami, and Ryo Enoki. Precise deformation of rheology msd model calibrated by randomized algorithm. *The Eurographics Association 2003*, 2003.

96) Hiroshi Noborio, Ryo Enoki, Shohei Nishimoto, and Takumi Tanemura. On the calibration of deformation model of rheology object by a modified randomized algorithm. *Proc IEEE Int Conf Rob Autom*, Vol. 3, pp. 3729–3736, 2003.

97) H. Delingette. Towards realistic soft tissue modeling in medical simulation. In *Proceedings of the IEEE : Special Issue on Surgery Simulation*, pp. 512–523, 1998.

98) S. Cotin, H. Delingette, and N. Ayache. Real-time elastic deformations of soft tissues for surgery simulation. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 5, No. 1, pp. 52–73, 1999.

99) G. Picinbono, H. Delingette, and N. Ayache. Non-linear and anisotropic elastic soft tissue models for medical simulation. In *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1730–1735, 2001.

100) G. Picinbono, H. Delingette, and Nicholas Ayache. Non-linear anisotropic elasticity for real-time surgery simulation. *Graphical Models*, Vol. 65, pp. 305–321, 2003.

101) J. Okamoto Y. Kobayashi and M. Fujie. Physical properties of liver and development of intelligent manipulator for needle insertion. In *Proc. of Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA2005)*, pp. 1644–1651, 2005.

102) 桑水流理, サウトンジャリヤポーン, 吉川暢宏. 顔皮膚のしわ形成に対する老化の影響. 理論応用力学講演会講演論文集, 2006.

103) A. Delalleau, G. Josse, J. M. Lagarde, H. Zahouani, and J. M. Bergheau. Characterization of the mechanical properties of skin by inverse analysis combined with the indentation test. *Journal of Biomechanics*, Vol. 39, No. 9, pp. 1603–1610, 2006.

104) P. Zhang, S. Hirai, K. Endo, and S. Morikawa. Local deformation measurement of biological tissues based on feature tracking of 3d mr volumetric images. In *Proc. of 2007 IEEE/ICME Int. Conf. on Complex Medical Eng.*, pp. 707–712, 2007.

105) P. Zhang, S. Hirai, and K. Endo and. A feature matching-based approach to deformation fields measurement from mr images of non-rigid object. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, Vol. 4, No. 7, pp. 1607–1615, 2008.

106) Z. Wang, K. Namima, and S. Hirai. Physical parameter identification of uniform rheological deformation based on fe simulation. 生体医工学, Vol. 47, No. 1, pp. 1–6, 2009.

107) R. A. Jarvis. A perspective on range finding techniques for computer vision. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. PAMI-5, No. 2, pp. 122–139, 1983.

108) D. W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 11, No. 2, pp. 431–441, 1963.

109) 山下信雄, 福島雅夫. Levenberg-marquardt 法の局所収束性について. 数理解析研究所講究録, Vol. 1174, pp. 161–168, 2000.

110) Kenji Inoue, Reiko Uesugi, Ryouhei Sasama, Tatsuo Arai, and Yasushi Mae. Development of integrated visual haptic display using translucent flexible sheet. *Journal of Robotics and Mechatronics*, Vol. 17, No. 3, pp. 302–309, 2005.

謝　辞

本論文の執筆に際して様々なご指導を頂きました金子真教授には，研究の最初期から大変貴重なご指導ご鞭撻を賜り心より感謝いたします．また大須賀公一教授，渋谷陽二教授には，ご多忙の中，本論文の審査を担当して頂き誠にありがとうございます．本論文の執筆にあたり，大須賀公一教授には多数の貴重なご意見を賜りました．渋谷陽二教授には有意義な議論の機会を与えて下さいました．このように数多くの大変貴重な経験を私は決して忘れることができません．

ニューヨーク州立大学ストーニーブルック校の Imin Kao 教授には提案モデルに関して有意義な議論をさせて頂く機会を与えて下さり心より感謝申し上げます．東森充准教授には，問題の定式化のアイデアを頂戴すると共に温かいご指導と力強い励ましを頂き，深く感謝いたします．私の母校である鈴鹿工業高等専門学校の白井達也准教授には，私が学術研究の道を歩むきっかけを与えて下さると共に今日に至るまで多大なご指導を頂戴し，心から感謝申し上げます．多田隈建二郎助教には，活発な議論と力強い励ましを頂き，深く感謝いたします．名古屋大学大学院工学研究科の川原知洋助教には，私が広島大学在学中から現在に至るまで公私ともにご指導と温かい励ましを頂きました．

日ごろから多くのご支援，ご助言を頂き，素晴らしい環境で研究させていただいた金子 · 東森研究室の皆様に心より感謝申し上げます．今橋弥生氏，大西由起氏，竹内佳奈氏にはいつも温かく接して下さり，また多大な支援を頂きました．内田亮平氏には実験と解析の協力を頂きました．吉本佳世氏には逆問題に関する有意義な議論をさせて頂きました．舩井皓平氏にはヒト肌の変形挙動に関する議論をさせて頂きました．伸澤佑一氏，廣瀬優紀氏には研究だけでなく趣味の自転車を通しても力強いエネルギーをもらいました．福井航氏には輪読を通してその熱心な研究姿勢に大変感銘を受けました．

最後に，私に学ぶことの楽しさを教えてくれた今は亡き祖母の千恵子にこの小著を捧げると共に，私の研究活動に理解を示し温かく見守ってくれた私の両親と，いつも私を気遣ってくれた弟の茂夫，そしていつもそばで支えてくれた妻の敦子に心から感謝します．

業　績

学術論文

1. N. Tanaka, M. Higashimori, M. Kaneko, and I. Kao. Non-Contact Active Sensing for Viscoelastic Parameters of Tissue with Coupling Effect. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2010. (Accepted)
2. 田中信行, 東森充, 金子真. 引きつれ効果を考慮した生体粘弾性パラメータのアクティブセンシング. 計測自動制御学会論文集, Vol. 44, No. 10, pp. 779–785, 2008.
3. 田中信行, 金子真. ひきつれ効果に着目したヒト肌の動特性評価. 計測自動制御学会論文集, Vol. 43, No. 4, pp. 256-263, 2007.

国際会議

Full-Paper Review

1. N. Tanaka, R. Uchida, M. Higashimori, K. Tadakuma, and M. Kaneko. Point-Type Non-Contact Stiffness Sensing of Soft Tissue with Coupling Effect. *Proceeding of the 32th Annual International Conference Engineering in Medicine and Biology Society*, pp. 5764–5767, Vuenos Aires, Argentina, Sep. 2010.
2. N. Tanaka, M. Higashimori, and M. Kaneko. Active Sensing of Viscoelastic Tissue with Coupling Effect. *Proceeding of the 30th Annual International Conference Engineering in Medicine and Biology Society*, pp. 106–111, Vancouver, Canada, Aug. 2008.
3. N. Tanaka and M. Kaneko. Direction Dependent Response of Human Skin. *Proceeding of the 29th Annual International Conference Engineering in Medicine and Biology Society*, pp. 1687–1690, Lyon, France, Aug. 2007.
4. N. Tanaka and M. Kaneko. Skin Surface Shock Wave. *Proceeding of the 28th Annual International Conference Engineering in Medicine and Biology Society*, pp. 4123–

4126, New York, USA, Aug. 2006.

Abstract Review

1. N. Tanaka, M. Higashimori, and M. Kaneko. Inverse Problem for Stiffness Sensing of Living Soft Tissue. *Proceeding of 2010 International Symposium on Micro-NanoMechatronics and Human Science* , pp. 89–94, Nagoya, Japan, Nov. 2010.

国内会議

1. 田中信行, 東森充, 金子真: 「生体柔軟組織の剛性計測にむけた変形モデルの逆問題解析」, 生体医工学シンポジウム 2010, 2-3-6, 北海道, 2010 年 9 月.
2. N. Tanaka, R. Uchida, M. Higashimori, and M. Kaneko: ”Stiffness Estimation for Living Tissue by Point-type Displacement Measurement”, 第 49 回日本生体医工学会大会, FC-25-4, 大阪, 2010 年 6 月.
3. 田中信行, 東森充, 金子真: 「スリット型非接触剛性センシング」, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 2010, 1A2-D14, 旭川, 2010 年 6 月.
4. 田中信行, 東森充, 金子真: 「引きつれ効果を有する柔軟物のポイント型アクティブ剛性センシング」, 第 10 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会, 1J3-2, 東京, 2009 年 12 月.
5. 田中信行, 東森充, 金子真: 「引きつれ効果を考慮したポイント型非接触剛性センシング」, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 2009, 1A1-C05, 福岡, 2009 年 5 月.
6. 田中信行, 東森充, 金子真: 「ひきつれ効果を有する粘弾性組織の非接触アクティブセンシング」, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 2008, 1P1-H10, 長野, 2008 年 6 月.
7. 田中信行, 東森充, 金子真: 「ひきつれ効果を有する生体組織粘弾性モデルの逆問題」, 第 25 回日本ロボット学会学術講演会, 1J34, 千葉, 2007 年 9 月.
8. 田中信行, 東森充, 金子真: 「生体組織パラメータ推定のための逆問題解析」, 日本機械学会 2007 年度年次大会学術講演会, S69-1, 4331, 大阪, 2007 年 9 月.
9. 田中信行, 金子真: 「ヒト肌の方向依存型変形特性に関する考察」, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 2007, 2A2-O10, 秋田, 2007 年 5 月.
10. 田中信行, 金子真: 「非接触ハンマーによる肌特性評価」, 第 7 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会, 1M4-2, 札幌, 2006 年 12 月.

11. 田中信行, 金子真: 「非接触インパクトハンマー」, 第２１回計測自動制御学会生体生理工学シンポジウム, 1A3-5, 鹿児島, 2006 年 11 月.
12. 田中信行, 片岡健, 金子真: 「リンパ浮腫計測に向けたグローバル弾性メジャー」, 第 24 回日本ロボット学会学術講演会, 2J23, 岡山, 2006 年 9 月.
13. 田中信行, 川原知洋, 金子真: 「２次元変形に着目した肌のダイナミック特性測定」, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 2006, 2P1-C33, 東京, 2006 年 5 月.
14. 田中信行, 川原知洋, 金子真: 「非接触インピーダンスセンサによる肌特性評価」, 第 6 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会, 1C1-1, 熊本, 2005 年 12 月.

特許

1. 日本国特許公開 2008-096315, 「外周変形に基づき、滑らかな外周を持った物体の弾性を評価する方法及び装置」, 田中信行, 金子真, 2008 年 4 月 24 日公開.
2. 日本国特許公開 2007-159798, 「肌年齢の測定方法及びその装置」, 金子真, 川原知洋, 田中信行, 保坂幸男, 2007 年 6 月 28 日公開.

受賞

1. IEEE EMBS Japan Chapter Young Researcher Award (2010), (国際会議, 1)
2. 2009 年度計測自動制御学会論文賞, (学術論文, 2)

研究助成

1. 非接触硬センシングと再生医療への応用. 文部科学省科学研究費補助金（特別研究員奨励費）. 課題番号 20·1124, 2008 年–2010 年.