

Title	固体と液体が共存する加工の有限要素解析
Author(s)	塩見, 誠規
Citation	大阪大学, 1994, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/3075118">https://doi.org/10.11501/3075118</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

# 固体と液体が共存する加工の有限要素解析

1994年 1月

塩見 誠規

# 固体と液体が共存する加工の有限要素解析

1994年 1月

塩見 誠規

## 目 次

第1章	緒 言	1
1. 1	固体と液体が共存する加工	1
1. 2	薄板連続鋳造法	1
1. 3	半溶融・半凝固加工	5
1. 4	塑性加工解析における有限要素法	6
1. 5	本論文の概要	7
	参考文献	8
第2章	有限要素法の定式化	12
2. 1	まえがき	12
2. 2	剛塑性有限要素法（圧縮特性法）	12
2. 2. 1	構成式	12
2. 2. 2	汎関数	14
2. 2. 3	離散化	16
2. 2. 4	摩擦の取扱い	17
2. 2. 5	定常解析法	18
2. 3	弾性有限要素法	20
2. 4	温度回復法	21
2. 5	熱伝導有限要素法	23
2. 6	まとめ	26
	参考文献	27
第3章	双ロール式ストリップキャストのシミュレーション	28
3. 1	まえがき	28
3. 2	計算モデル	30
3. 3	定常解析法による計算	30
3. 4	非定常計算による定常解析	32
3. 5	非定常計算による定常解析結果	33
3. 6	考察	40
3. 7	まとめ	41
	参考文献	41

第4章	双ロール式ストリップキャストのモデル実験	43
4. 1	まえがき	43
4. 2	パラフィンによるモデル実験	43
4. 2. 1	実験装置	43
4. 2. 2	実験方法	45
4. 3	熱画像装置による温度分布測定	46
4. 4	熱伝達率測定	49
4. 5	実験結果とシミュレーションとの比較	50
4. 5. 1	シミュレーションに用いた条件	50
4. 5. 2	モデル実験	50
4. 5. 3	温度分布	55
4. 6	考察	58
4. 7	まとめ	58
	参考文献	59
第5章	半溶融・半凝固鍛造	60
5. 1	まえがき	60
5. 2	粘塑性解析法	60
5. 3	液体部分に要素分割を行わない計算方法	64
5. 4	内部に液体を含む円柱のすえ込み実験とシミュレーション	67
5. 5	実験およびシミュレーションの結果	71
5. 6	考察	74
5. 7	まとめ	74
	参考文献	76
第6章	静水圧押出し	77
6. 1	まえがき	77
6. 2	剛塑性有限要素法における境界条件	77
6. 3	圧力の境界条件の取扱い方法	79
6. 4	丸棒の静水圧押出しシミュレーション	81
6. 5	考察	83
6. 6	まとめ	87
	参考文献	87

第7章	塑性加工における残留応力	88
7.1	まえがき	88
7.2	非定常塑性変形で生じる残留応力の予測	88
7.2.1	除荷直後の残留応力	88
7.2.2	熱応力を考慮した残留応力	90
7.2.3	素材温度分布の計算方法	90
7.2.4	シミュレーション結果	91
7.3	定常塑性変形状態で生じる残留応力の予測	96
7.3.1	変形計算結果からの予測の検討	96
7.3.2	弾性変形を考慮した予測	99
7.4	考察	101
7.5	まとめ	103
	参考文献	103
第8章	結言	104

謝 辞

## 第1章 緒言

### 1. 1 固体と液体が共存する加工

塑性加工は金属材料などに塑性変形を与えて目的の製品形状に成形する加工方法で、切削加工と比べて少ない材料損失、高い生産性、塑性変形による材質改善などの長所を有している。最近塑性加工において、省材料、省エネルギー化、高精度化などの要求が高まってきており、塑性加工後の形状を製品形状に近づけるニヤネットシャイプ (Near Net Shape) 化も求められている。これらの要求から、素材の温度を融点以上にし固相と液相とが共存する状態で鍛造、圧延、押出しなどを行う加工法、熔融金属を冷却、凝固させながら塑性変形させる加工法などが開発されている。このような固体と液体が共存する状態での加工は従来の鋳造加工と熱間塑性加工との境界領域に位置した新しい加工方法であり、実用化に際して多くの問題点が残されている。

塑性加工の大半は工具を用いて素材を成形するものであるが、その中には液体を利用した加工方法も存在する。液体を利用した加工には静水圧押出し、液圧張出し成形、爆発成形、ハイドロフォーム法などがあり、ポンチやダイスのかわりに液体を利用することにより、製品にきづが付かず、摩擦が低減でき、素材の成形限界を向上させることができる[1]。このような加工では、固体と液体が共存するために通常の加工とは異なった取扱いが必要である。

### 1. 2 薄板連続鋳造法

現在大部分の鉄鋼製品は、溶鋼をモールドと呼ばれる底無しの鋳型に流し込み、冷却、凝固させながら連続的に鋼片を製造する連続鋳造法により素材を作成し、それを熱間圧延することにより製造されている。この連続鋳造法は1950年代に実用化されて以来造塊一分塊法に比べ分塊圧延工程を省略でき、エネルギーの節約によるコストの低減が認められ、鋳造工程の機械化および自動化により発展し、鉄鋼生産量全体のほぼ100% (平成4年96.6%) を占めるに至っている[2-4]。最近ではさらに製造工程の短縮化を図るためにニヤネットシェイプ化も求められており、鋼板の製造においても溶鋼から直接鋼板を製造する技術の開発が進められている。

溶鋼から直接製品を製造する発想は19世紀中ごろBessemer[5,6]により発表されており、図1-1に示すような双ロール式の薄板製造法が提案された。この方法は

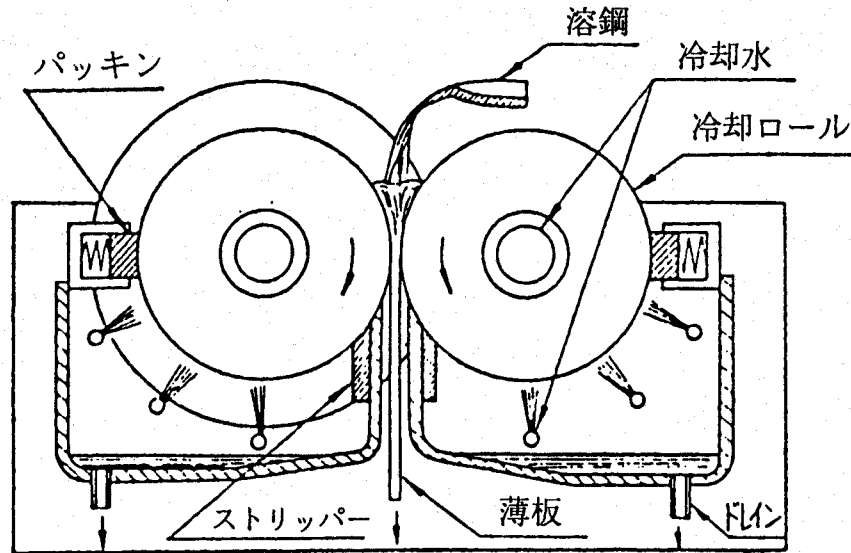
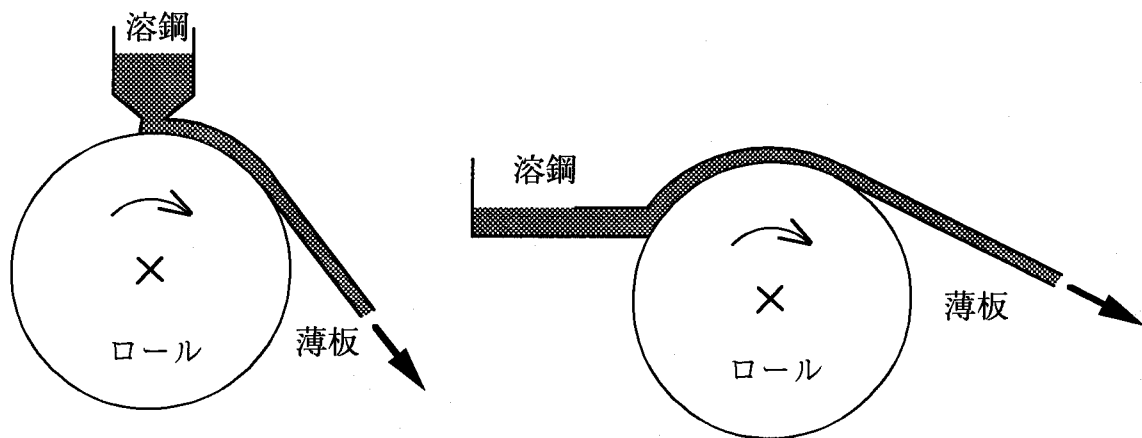


図 1-1 Bessemer により提案された薄板連続铸造法

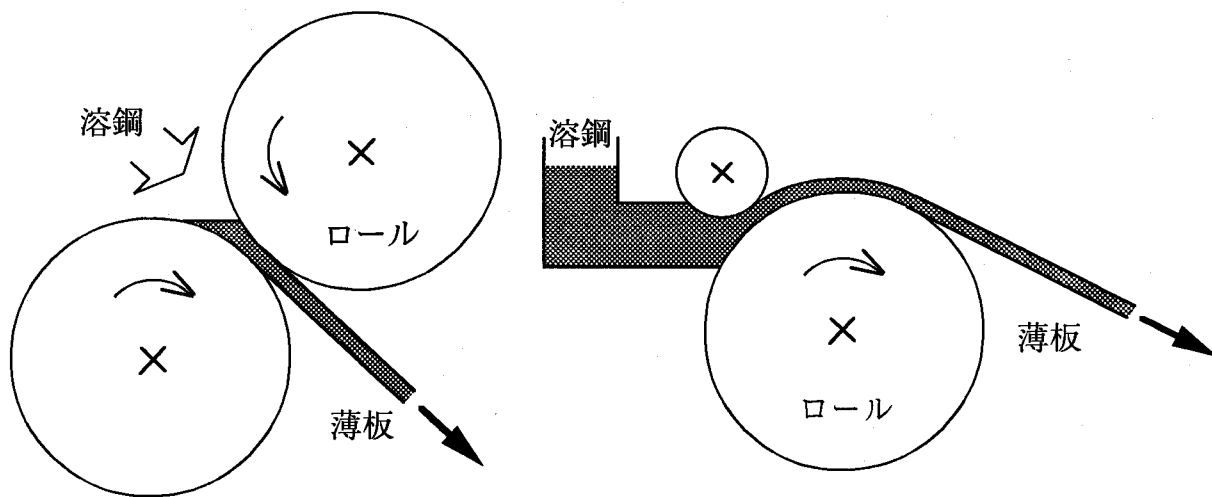
溶鋼を回転する二つのロールの間に流し込みロール表面で冷却，凝固させて薄板を製造するものである。この他ベルトを利用したものなど種々の製造法が開発された[7-11]。しかしながら，その後開発された連続铸造法に比べ生産速度が低くまた製造された薄板の表面性状や形状，組織的な問題から主としてアルミなどの可塑性のある非鉄金属の分野で発展し実用化されてきた。最近では各種生産技術の発展にともない，省工程や省設備に加えて，難加工性材料の直接成形，急冷凝固による材質向上および新材料の開発などの可能性が見いだされ，比較的少量生産の鋼あるいはステンレスの薄板を対象とした高生産速度技術の開発および急冷凝固効果が期待できる鉄・非鉄を含めた新薄板材料製造への応用が試行され始めている[12,13]。

現在，研究開発されている薄板連続铸造法は得られる薄板の表面性状や形状の関係から単ロール法と双ロール法の二種類であり，図1-2に主な薄板連続铸造法の模式図を示す。米国では単ロール法，日本では双ロール法の開発が中心になっている[14]。単ロール法では主にロール面側での抜熱により凝固させるため，その冷却性能から製造される薄板は0.1～数ミリ厚さのものが主である。双ロール法ではロール間の熔融金属が両面から冷却されるために抜熱性が良く，厚肉のものが製造でき，表面性状も両表面で同一という利点があり，さらに薄板の厚さも0.1～数十ミリの範囲のものが可能である。今までにいくつかの双ロール式の薄板連続铸造機が開発されており[15-21]，最近では実用機の製造が進められている。





(a) 単ロール法



(b) 双ロール法

図 1-2 各種の薄板連続铸造法

双ロール法による薄板連続铸造法は、図1-3(a)に示すように、ロール間隙に溶融金属を流し込みメタルプールを作成し、ロール表面で溶融金属を冷却、凝固させてロール表面上に凝固殻を生成させ、他のロール表面上で成長した凝固殻と圧着させることにより薄板を製造する方法である。この方法により良好な薄板を製造するには溶融金属を凝固させて適切な量の凝固殻を生成させ、しかも圧着時に薄板の表面性状や形状精度を高めるために適度な圧延を加える必要があると考えられ、一種の圧延加工とみなすことができる。ロールの冷却性能はロール回転数、ロールギャップ、ロール温度、ロール材質、形状寸法、凝固殻とロールとの間の熱伝達量など様々な条件が相互に関連して決まるため、铸造機の形状寸法特性に見合った注湯温度と注湯量および加工条件が適合した状態で可否が決まる。ロールの冷却性能が高い場合、図1-3(b)のように、両方のロール表面で発達した凝固殻がロール出口に到達する前に圧着されるために過大な圧下力が発生し、薄板表面性状の悪化やロール表面の荒れ、ヒートクラックの発生などが起こると考えられる。また、ロールの冷却性能が低い場合、図1-3(c)のように、ロール出口で凝固殻が圧着されず、内部に未凝固金属を含んだ薄板が生じ、冷却ロールから離れた後に復熱による表面酸化や凝固殻の破壊などが発生すると考えられる。

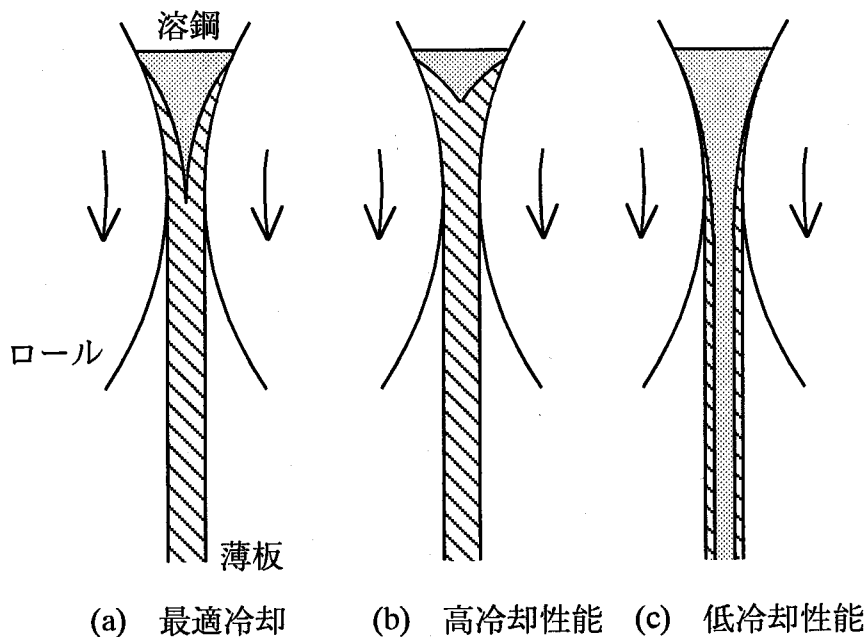


図1-3 ロールの冷却性能による加工状態

薄板連続鋳造では、製造される薄板の精度や材質が直接製品特性に影響するため、種々の合金系の凝固特性やプロセスの解析に基づく高精度な制御や材質予測が必要である。そのためにも、ロールの回転や凝固殻の移動にともなう強制対流中、非常に高温の状態が生じる溶融金属の凝固やその塑性変形、およびそれに影響を与える温度分布の理解が必要である。

### 1. 3 半溶融・半凝固加工

塑性加工における省材料、省エネルギー化を実現する加工方法として、凝固させた合金を再加熱し、半溶融状態にして加工を行う半溶融加工法および溶融金属から固相と液相が均一に混在した金属スラリー（Slurry）を造り、それを用いて直接最終製品の形状に近いものを造る半凝固加工法が現在注目されている。これらの加工方法は従来の鋳造加工と熱間加工の工程を少なくすることができる他に、以下のことが期待できる[22-25]。

- (1) 固体と液体とが共存する状態で加工を行うので、素材の変形抵抗が小さく、小さな加工力で大きな加工率を得ることが可能である。
- (2) 素材の流動性が高いので、複雑な形状の製品の製造やニヤネットシェイプ加工が可能である。
- (3) 従来の加工では困難であった難加工性材料の長尺、細径、薄肉形状製品の生産が可能である。
- (4) 結晶粒の微細化、析出物の均一分散化などを通じて、製品の機械的特性を改善するとともに、内部欠陥の発生を防止し、製品の高強度化や疲労寿命の向上を図ることが可能である。
- (5) 半凝固金属の粘性が高いことを利用して、比重差の異なる材料を均一に混合させることにより新しい複合材料の製造が可能である。

半溶融・半凝固加工法は金属スラリーの製造およびその加工という二つの技術の開発により発展してきた。金属スラリーの製造方法は、1970年のはじめに Flemings[26]らによって半凝固金属中の結晶粒の形状による流動性について研究され、回転攪拌凝固実験を基に金属スラリーを連続的に製造する製造機が考案された。その他にも金属スラリーの製造方法が開発され[25,27]、今までに、金属スラリーの機械的特性[28-33]や解析モデルの提案がなされ[34-37]、それを用いた鋳造、鍛造、圧延、押出しなどの半溶融・半凝固加工およびこの加工方法を利用した材料開発へと発展してきた[38-45]。現在、自動車部品の一部がアルミ合金によ

る半溶融・半凝固加工により生産されている。

この半溶融・半凝固加工においても、薄板連続鋳造法と同様、製造される製品の精度や材質が直接製品特性に影響を与えるため、金属の凝固特性やプロセスの解析に基づく高精度な制御が必要となる。そのためには金属スラリー、つまり固体と液体とが共存する状態での素材の塑性変形、凝固、熱の移動などを理解する必要がある。

#### 1. 4 塑性加工解析における有限要素法

各種の塑性加工において、最も効果的で信頼できる加工条件を限られた時間内に決定できるようにすることが必要である。そこで、実験による試行錯誤の回数を減少させ、生産コストの低下や設計時間の短縮化を図るためにコンピュータによる数値シミュレーションが盛んに行われている。特に、最近開発された新しい加工では経験的な知識の蓄積が乏しいため、数値シミュレーションによる効果は大きい。数値シミュレーションでは実験による方法と比較して工具や素材の形状を容易に変化させることができ、実験では求めることが困難な素材内部の材料流動や応力、ひずみ分布が計算できる。また、実験装置の作成や実験を行う手間がないので、時間が短くてすみ、低いコストで行うことができるなどの利点を有している。

固体と液体が共存する加工のシミュレーションを行う場合、固液共存状態での固体の変形計算および液体の流動計算が必要である。また、薄板連続鋳造や半溶融・半凝固加工のように素材の融点近傍での温度領域で加工が行われる場合は溶融金属の凝固を考慮した温度計算や偏析などの組織予測も必要となる。類似する加工である連続鋳造のシミュレーションでは凝固時の温度解析[46-52]や応力解析[53-61]が行われているが、基本的に凝固した素材に塑性変形を加える加工ではないので固体の塑性変形計算は行われていない。このため、シミュレーションでは固体の変形解析、液体の流動解析および素材の凝固を考慮した温度解析を連成的に取扱い、しかも材質や組織変化も取扱える方法が必要である。これらの目的に対して有限要素法は最も有効な方法であると考えられる。

塑性加工への有限要素法の応用は、1960年代の終わりごろ弾性有限要素法の塑性域への拡張として、微小変形理論に基づいた弾塑性有限要素法が開発された[62-64]。しかしながら、塑性加工の場合、素材の塑性変形は一般に大きく、このような大変形問題に対して微小変形弾塑性有限要素法では解の精度に問題が生じ

た。そこで、有限変形理論による大変形弾塑性有限要素法が開発された[65-67]。また一方では、大変形問題において弾性ひずみが塑性ひずみに比べて非常に小さいことから素材を剛塑性体として近似して変形解析を行う剛塑性有限要素法が開発された。この方法は最初、Marcalら[68]によって平面応力問題に対して上界法におけるエネルギーを最小化するために用いられたが、体積一定条件の取扱いについては検討されていなかった。その後、体積一定の条件の処理方法としてLagrange未定乗数法[69,70]、Penalty法[71-73]、圧縮特性法[74,75]等が提案された。

剛塑性有限要素法では、各変形の段階において力の釣合いが取れた応力が求められるため応力に関する誤差の累積が少なく、一段階当りの変形増分を大きく取ることができ、工具角部における材料流れ、応力、ひずみ速度の急変を取扱うことができる。また、ひずみ速度依存性を考慮する[76]ことにより素材の粘塑性挙動を取扱うこともでき、定常塑性加工解析[77]も容易に行える等の利点が挙げられる。これらの利点のため、大きな変形を伴う塑性加工の解析に剛塑性有限要素法が最近よく用いられるようになってきている。

## 1. 5 本論文の概要

加工工程の短縮化、ニアネットシャイプ化および難加工性材料の成形、新素材の開発などの期待から、薄板連続铸造や半溶融・半凝固加工のような固体と液体とが共存する状態での加工が研究開発されている。このような加工方法では製造される製品の精度や材質が直接最終製品の質に影響を与えるため、最適加工条件の設定が複雑であり、その設定に対して数値シミュレーションは有益な情報を与える。

本論文では、溶融金属から直接製品を製造する加工の場合に限らず、一般に固体と液体が共存する加工における素材の変形挙動を解析する場合の問題およびその加工を用いた製造における問題について取扱う。以下に本論文の構成を示す。

第2章では素材の塑性変形に用いた剛塑性有限要素法、温度計算に用いた熱伝導有限要素法、凝固潜熱の取扱いに用いた温度回復法および残留応力予測に用いた弾性有限要素法について示す。

第3章では薄板連続铸造法の一つである双ロール式ストリップキャストの定常加工状態を、凝固を考慮した熱伝導有限要素法とひずみ速度依存性を考慮した剛塑性有限要素法を用いてシミュレーションする方法を示す。本方法では、

温度計算と変形計算を交互に繰返し行うことにより、ロールによる冷却、凝固によって生じる素材内の温度および固液相分布と固相の塑性変形との相互作用を考慮している。本方法によりステンレス鋼のストリップキャストイングについてシミュレーションを行い、湯溜まり内での現象や最適加工条件について考察する。

第4章では双ロール式ストリップキャストイングにおける湯溜まり部分の現象を確認するためにパラフィンによるモデル実験を行う。そして、第3章で示した計算方法によるシミュレーションの結果との比較によりその有効性と問題点について示す。また、赤外線感知式熱画像装置を用いて湯溜まり部分の温度分布を測定することによる可視化、定量化についても試みる。

第5章では、半溶融・半凝固鍛造あるいは双ロール式ストリップキャストイングなどの固体と液体が共存する状態での素材の変形モデルとして、内部に液体を含む固体金属の変形挙動を有限要素法により計算する場合の問題点を示し、固体内部の液体部分に要素分割を行わずに計算する方法を示す。そして、内部にグリースを密閉したアルミニウム円柱のすえ込み実験を行い、シミュレーション結果との比較により本計算方法の有効性を確認する。

第6章では、剛塑性有限要素法により静水圧押出しの定常解析を行う場合の素材と液体とが接触する面での圧力の境界条件の取扱いについて問題点を明らかにし、第5章での液体部分の取扱い方法を利用した圧力の境界条件の取扱い方法を示す。

第7章では塑性変形した製品に生じる残留応力を剛塑性有限要素法による計算結果から予測する方法について示す。

第8章では本論文における総括を示す。

## 参考文献

- [1] 大矢根守哉：塑性加工学, 1986, p. 13, 養賢堂.
- [2] 藤田米章：連続鋳造プロセスへの塑性加工の適用に関する研究, 博士論文, 1988.
- [3] 大橋徹郎：日本金属学会会報, 25-6(1986), pp. 505-513.
- [4] 山本全作：鉄と鋼, 80-1(1994), pp. N4-N17.
- [5] H. Bessemer: J. Iron and Steel Institute, 1891, pp. 23-41.
- [6] H. Bessemer: J. Metals, 1965, pp. 1189-1191.

- [7] B. C. Whitmore and J. W. Hlinka: *J. Metals*, 21-8(1969), pp. 68-73.
- [8] C. J. Petry: *Light Metal Age*, 33-12(1975), pp. 34-37.
- [9] P. K. Raiford: *Light Metal Age*, 33-12(1975), pp. 16-22.
- [10] G. Vassily: *Light Metal Age*, 33-9(1975), pp. 5-8.
- [11] 大中逸雄, 荒木孝雄: *溶融加工学*, 1987, pp. 217-239, コロナ社.
- [12] 日本鉄鋼協会圧延理論部会: *圧延技術の発展の歴史と最近の進歩*, 1985, pp. 33-47.
- [13] 宮沢憲一: *第141回塑性加工シンポジウム*, 1992, pp. 13-21.
- [14] K. Shibuya and M. Ozawa: *ISIJ Int.*, 31-7(1991), pp. 661-668.
- [15] 塩沢正一, 草川隆次, 松浦佑次: *塑性と加工*, 1-2(1960), pp. 99-106.
- [16] 梶山正孝, 福迫達一, 佐藤彰: *日本金属学会誌*, 32-6(1968), pp. 590-594.
- [16] 梶山正孝, 福迫達一, 佐藤彰: *日本金属学会誌*, 33-10(1969), pp. 1099-1103.
- [17] 宮沢憲一, 長隆郎, 井上道雄: *日本金属学会誌*, 46-9(1982), pp. 944-949.
- [18] K. Miyazawa, T. Choh and M. Inouye: *Trans. Japan Institute of Metals*, 24-11(1983), pp. 781-788.
- [19] S. Miyake, H. Yamane, M. Yukumoto and M. Ozawa: *ISIJ Int.*, 31-7(1991), pp. 689-695.
- [20] 齊藤好弘, 有馬修治, 佐藤宏秀, 加藤健三: *第38回塑性加工連合講演会講演論文集*, 1987, pp. 125-128.
- [21] 木内学: *日本塑性加工学会鍛造分科会第51回研究集会*, 1991, pp. 1-16.
- [22] 木内学: *塑性と加工*, 22-247(1981), pp. 767-773.
- [23] 木内学: *日本金属学会会報*, 21-9(1982), pp. 687-695.
- [24] 岡野忍: *ダイカスト*, No. 97, 1993, pp. 29-37.
- [25] M. C. Flemings: *Metallurgical Trans. B*, 22B(1991), pp. 269-293.
- [26] 市川洸: *鉄と鋼*, 74-1(1988), pp. 51-60.
- [27] 木内学, 福岡新五郎, 新井樽男: *塑性と加工*, 17-186(1976), pp. 595-602.
- [28] 浅枝敏夫, 吉川昌範, 津田英明: *日本機械学会論文集*, 42-360(1976), pp. 2632-2642.
- [29] 木内学, 杉山澄雄, 新井樽男: *塑性と加工*, 20-223(1979), pp. 762-769.
- [30] 吉川昌範: *塑性と加工*, 22-247(1981), pp. 760-766.
- [31] 申健, 梶谷敏之, 鈴木俊夫, 梅田高照: *鉄と鋼*, 78-4(1992), pp. 587-593.
- [32] M. Suery, M. C. Flemings: *Metallurgical Trans. A*, 13A(1982), pp. 1809-1819.

- [33] L. A. Lalli: *Metallurgical Trans. A*, 16A(1985), pp. 1393-1403.
- [34] P. O. Charreyron and M. C. Flemings: *Int. J. Mech. Sci.*, 27-11/12(1985), pp. 781-795.
- [35] W. Lapkowski, M. Pietrzyk and J. Sinczak: *J. Materials Processing Technology*, 34(1992) pp. 481-488.
- [36] S. Toyoshima and Y. Takahashi: *ISIJ Int.*, 31-6(1991), pp. 577-582.
- [37] 木内学, 福岡新五郎, 新井樽男: *塑性と加工*, 18-199(1977), pp. 633-640.
- [38] 木内学, 杉山澄雄, 新井樽男: *塑性と加工*, 20-224(1979), pp. 826-833.
- [39] C. Y. Chen, J. A. Sekhar, D. G. Backman and R. Mehrabian: *Materials Science and Engineering*, 40(1979), pp. 265-272.
- [40] T. Matsumiya and M. C. Flemings: *Metallurgical Trans. B*, 12B(1981), pp. 17-31.
- [41] 木内学, 杉山澄雄: *塑性と加工*, 23-258(1982), pp. 700-707.
- [42] 木内学, 杉山澄雄: *塑性と加工*, 23-260(1982), pp. 915-923.
- [43] 木内学, 杉山澄雄: *塑性と加工*, 24-272(1983), pp. 974-980.
- [44] 木内学, 杉山澄雄: *塑性と加工*, 24-274(1983), pp. 1113-1119.
- [45] E. A. Mizikar: *Trans. Metall. Soc. AIME.*, 239(1967), pp. 1747-1753.
- [46] P. G. Kroeger and S. Ostrach: *Int. J. Heat Mass Transfer*, 17(1974), pp. 1191-1207.
- [47] R. Siegel: *Int. J. Heat Mass. Transfer*, 21(1978), pp. 1421-1430.
- [48] T. W. Clyne, A. Garcia, P. Ackermann and W. Kurz: *J. Metals*, 2(1982), pp. 34-39.
- [44] S. E. Chidiac, I. V. Samarasekera and J. K. Brimacombe: *Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, eds. E. G. Thompson et al., 1989, pp. 121-128, A. A. BALKEMA.
- [45] 王志剛, 田中誠, 井上達雄: *日本機械学会論文集 A編*, 53-492(1987), pp. 1735-1738.
- [46] 高橋忠義, 大笹憲一, 片山教幸: *鉄と鋼*, 76-5(1990), pp. 728-734.
- [47] 木下勝雄, 江見俊彦, 笠井学: *鉄と鋼*, 65-14(1979), pp. 2022-2031.
- [48] J. O. Kristiansson: *J. of Thermal Stresses*, 5(1982), pp. 315-330.
- [49] J. O. Kristiansson and E. H. Zetterlund: *Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, eds. J. F. T. Pittman et al., 1982, pp. 413-423, Pineridge Press.
- [50] T. C. Tszeng and S. Kobayashi: *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, 29-1(1989), pp. 121-140.
- [51] 王志剛, 井上達雄: *日本機械学会論文集 A編*, 53-492(1987), pp. 1739-1742.



- [52] 辰巳尚弥, 王志剛, 井上達雄 : 日本機械学会論文集 A編, 55-514(1989), pp. 1389-1393.
- [53] 豊島史郎, 森賀幹夫, 仲山公規, 蝦名清, 藤井晃二, 竹内正道 : 塑性と加工, 31-350(1990), pp. 398-405.
- [54] O. Pawelski, W. Rasp and B. Cremer: Numerical Methods in Industrial Forming Processes, eds. J. L. Chenot et al., 1992, pp. 743-747, A. A. BALKEMA.
- [55] K. Sawamiphakdi and J. E. Ives: Proc. 7th Int. Conf. Numerical Methods in Thermal Problems, 1992, pp. 224-235.
- [56] P. V. Marcal and I. P. King: Int. J. Mech. Sci., 9(1967), 143.
- [57] Y. Yamada, N. Yoshimura and T. Sakurai: Int. J. Mech. Sci., 10(1968), pp. 343-354.
- [58] O. C. Zienkiewicz, S. Valliappan and I. P. King: Int. J. Numerical Methods in Engineering, 1(1969), 75.
- [59] H. D. Hibbitt, P. V. Marcal and J. R. Rice: Int. J. Solids Struct., 6(1970), 1069.
- [60] 北川浩, 富田佳宏 : 塑性と加工, 14-153(1973), pp. 788-795.
- [61] R. M. McMeeking and J. R. Rice: Int. J. Solids Struct., 11(1975), pp. 601-616.
- [62] D. J. Hayes and P. V. Marcal: Int. J. Mech. Sci., 9(1967), pp. 245-251.
- [63] C. H. Lee and S. Kobayashi: Trans. ASME, J. Eng. Ind., 95-3(1973), pp. 865-873.
- [64] 小林史朗, C. H. Lee and S. N. Shah: 塑性と加工, 14-153(1973), pp. 770-778.
- [65] M. Lung and O. Mahrenholtz: Trans. CSME, 2-1(1973), pp. 31-36.
- [66] 秦謹一, 石川博将, 山本一英 : 塑性と加工, 15-167(1974), pp. 1003-1010.
- [67] J. W. Price and J. M. Alexander: Proc. 4th NAMRC, (1976), pp. 46-53.
- [73] K. Osakada, J. Nakano and K. Mori: Int. J. Mech. Sci., 24-8(1982), pp. 459-468.
- [74] 森謙一郎, 島進, 小坂田宏造 : 日本機械学会論文集 A編, 45-396(1979), pp. 965-974.
- [75] K. Mori and K. Osakada: Int. J. Mech. Sci., 29-4(1987), pp. 229-238.
- [76] K. Mori, K. Osakada and T. Oda: Int. J. Mech. Sci., 24-9(1982), pp. 519-527.

## 第2章 有限要素法の定式化

### 2. 1 まえがき

固体と液体が共存する加工のシミュレーションを行う場合、固液共存状態での固体の変形計算および液体の流動計算が必要である。また、薄板連続鋳造や半溶融・半凝固加工のように素材の融点近傍での温度領域で加工が行われる場合は溶融金属の凝固を考慮した温度計算も必要となる。そこで、シミュレーションにおける計算には固体の変形計算、液体の流動計算および素材の凝固を考慮した温度計算を組み合わせ、統一した取扱いができる有限要素法を用いる。

薄板連続鋳造や半溶融・半凝固加工における素材の塑性変形において、加工温度は素材の融点付近であるため、半溶融および凝固金属の変形に対して弾性変形は無視できるが、粘性の影響は大きいので考慮する必要がある。そこで、凝固した素材の塑性変形計算にはひずみ速度依存性を考慮した剛塑性有限要素法を用いる[1]。このとき、溶融、半溶融状態の素材を粘塑性体として取扱うことによりその流動および変形についても凝固した素材の塑性変形と同様にひずみ速度依存性を考慮した剛塑性有限要素法を用いる。また、温度計算には熱伝導有限要素法を用い、凝固潜熱の取扱いについては鋳造加工のシミュレーションにおいて、等価比熱法、エンタルピ法、温度回復法が提案されているが[2]、本質的な違いはないので、比較的取扱いの容易な温度回復法を用いる。

本章では、素材の変形計算に用いた剛塑性有限要素法、温度計算に用いた熱伝導有限要素法、凝固潜熱の取扱いに用いた温度回復法および残留応力予測に用いた弾性有限要素法についてその概要を示す。

### 2. 2 剛塑性有限要素法 (圧縮特性法[3,4])

#### 2. 2. 1 構成式

Misesの降伏条件は静水圧応力に依存しないために、降伏状態の素材の体積は一定に保たれる。このため、一つの変形状態に対して、無限に多くの静水圧応力が存在し得ることになり、ひずみ速度成分と静水圧応力とを結び付けることができないために、ひずみ速度成分と応力成分を関係付けることもできない。そこで、素材に非常にわずかな体積変化(圧縮性)を考えることにより、非圧縮性材料の塑性変形挙動を近似することにする。この方法を圧縮特性法という。

素材が圧縮性を持つことは降伏条件に静水圧応力の影響があることである。そ

の降伏条件を次式のように近似する.

$$\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} + g \sigma_m^2 - \bar{\sigma}^2 = 0 \quad (2-1)$$

ここで,  $\sigma'_{ij}$  は偏差応力,  $g$  は 0.01~0.0001 の正の定数,  $\sigma_m$  は静水圧応力,  $\bar{\sigma}$  は相当応力である.  $g$  の値が微小な場合, 通常の塑性加工に及ぼす静水圧応力の影響はごくわずかとなる. 式(2-1)の左辺を塑性ポテンシャル  $\phi(\sigma_{ij})$  とすると,

$$\dot{\epsilon}_{ij} = d\lambda \frac{\partial \phi(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda (3\sigma'_{ij} + \frac{2}{3} g \delta_{ij} \sigma_m) \quad (2-2)$$

となる. これより,  $\dot{\epsilon}_v$  を求めると,

$$\dot{\epsilon}_v = 2g d\lambda \sigma_m \quad (2-3)$$

となる. 式(2-2), (2-3)より

$$\sigma'_{ij} = \frac{1}{3} \frac{1}{d\lambda} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (2-4)$$

式(2-3), (2-4)を式(2-1)に代入すると

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{d\lambda^2} \left( \frac{2}{3} \dot{\epsilon}'_{ij} \dot{\epsilon}'_{ij} + \frac{1}{g} \dot{\epsilon}_v^2 \right) \quad (2-5)$$

ここで, 相当ひずみ速度  $\dot{\bar{\epsilon}}$  を次のように定義する.

$$\dot{\bar{\epsilon}}^2 = \frac{2}{3} \dot{\epsilon}'_{ij} \dot{\epsilon}'_{ij} + \frac{1}{g} \dot{\epsilon}_v^2 \quad (2-6)$$

これより,

$$d\lambda = \frac{1}{2} \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\bar{\sigma}} \quad (2-7)$$

よって, 式(2-4), (2-7)より

$$\sigma'_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \dot{\epsilon}'_{ij} \quad (2-8)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \left\{ \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} + \delta_{ij} \left( \frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \dot{\epsilon}_v \right\} \quad (2-9)$$

となる. このように微小な体積変化を許すことによりひずみ速度から応力が直接求めることができるようになり, さらにひずみに対する体積一定の拘束条件がな

くなるので取扱いが容易である。

## 2. 2. 2 汎関数

式(2-1)で示す降伏条件に従う素材に対して、その表面の一部  $S_f$  で外力  $\bar{T}_i$  が、残りの表面において速度  $\bar{v}_i$  が与えられているとする。  $S_v$  上での速度境界条件を満足する動的可容速度場  $v^*$  を仮定し、  $\dot{\epsilon}_{ij}^*$  を  $v^*$  より計算されるひずみ速度とする。正解の応力  $\sigma_{ij}$  と  $\dot{\epsilon}_{ij}^*$  とのなす塑性仕事率  $\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^*$  を考えると、

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* &= (\sigma'_{ij} + \delta_{ij} \sigma_m) \left( \dot{\epsilon}_{ij}^{*'} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \dot{\epsilon}_v^* \right) \\ &= \sigma'_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^{*'} + \sigma_m \dot{\epsilon}_v^*\end{aligned}\quad (2-10)$$

を得る。ここで、Schwarzの不等式より、

$$\begin{aligned}\sigma'_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^{*'} + \sigma_m \dot{\epsilon}_v^* &= \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma'_{ij} \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\epsilon}_{ij}^{*'} + \sqrt{g} \sigma_m \frac{1}{\sqrt{g}} \dot{\epsilon}_v^* \\ &\leq \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} + g \sigma_m^2} \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^{*'} \dot{\epsilon}_{ij}^{*'} + \frac{1}{g} \dot{\epsilon}_v^{*2}}\end{aligned}\quad (2-11)$$

となる。式(2-1), (2-6)より、上式は次式のように表される。

$$\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* \leq \bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}} \quad (2-12)$$

一方、正解の応力とひずみ速度との積の和が  $\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = \bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}}$  であるので、次の不等式が成り立つ。

$$\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* - \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \leq \bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}}^* - \bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}} \quad (2-13)$$

また、素材がひずみ速度依存性材料であるとして、次式の関数を考える[1].

$$E(\dot{\bar{\epsilon}}) = \int_0^{\dot{\bar{\epsilon}}} \bar{\sigma} d\dot{\bar{\epsilon}} \quad (2-14)$$

この関数が、図2-1のように、下に凸の関数であるとする、

$$E(\dot{\bar{\epsilon}}^*) - E(\dot{\bar{\epsilon}}) \geq \frac{\partial E}{\partial \dot{\bar{\epsilon}}} (\dot{\bar{\epsilon}}^* - \dot{\bar{\epsilon}}) = \bar{\sigma} (\dot{\bar{\epsilon}}^* - \dot{\bar{\epsilon}}) \quad (2-15)$$

ゆえに、式(2-13)と(2-15)より、

$$E(\dot{\bar{\epsilon}}^*) - \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* \geq E(\dot{\bar{\epsilon}}) - \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (2-16)$$

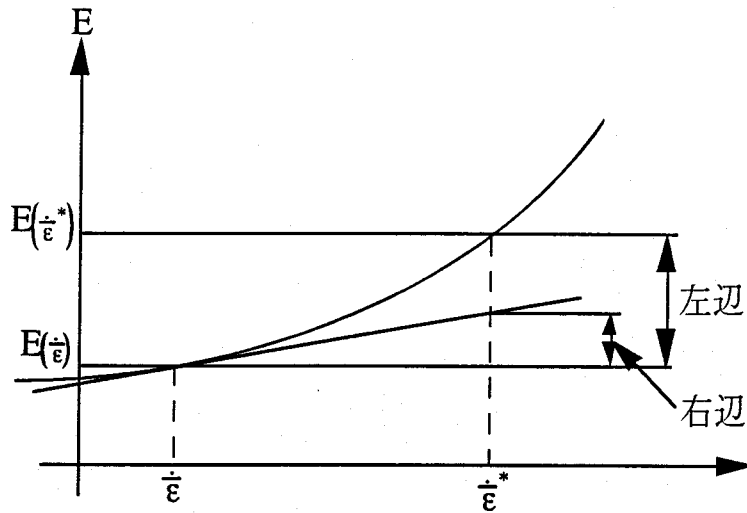


図 2-1 ひずみ速度依存性材料の関数における不釣り合い

上式の左辺を全領域で積分して、仮想仕事の原理を適用すると次式のようになる。

$$\int_V E(\dot{\epsilon}^*) dV - \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^* dV = \int_V E(\dot{\epsilon}^*) dV - \int_{S_t} \bar{T}_i v_i^* dS - \int_{S_v} T_i \bar{v}_i dS \quad (2-17)$$

右辺第三項は境界速度条件を満足する可容速度場では一定値になるので、式(2-16)より次の不等式が得られる。

$$\int_V E(\dot{\epsilon}^*) dV - \int_{S_t} \bar{T}_i v_i^* dS \geq \int_V E(\dot{\epsilon}) dV - \int_{S_t} \bar{T}_i v_i dS \quad (2-18)$$

これは、汎関数  $\Phi$

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_V E(\dot{\epsilon}^*) dV - \int_{S_t} \bar{T}_i v_i^* dS \\ &= \int_V \left[ \int_0^{\dot{\epsilon}^*} \bar{\sigma} d\dot{\epsilon} \right] dV - \int_{S_t} \bar{T}_i v_i^* dS \end{aligned} \quad (2-19)$$

は正解のとき最小となることを示している。

また、素材の変形抵抗が

$$\bar{\sigma} = a \bar{\epsilon}^n \left( \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0} \right)^m \quad (2-20)$$

のとき、

$$E(\dot{\bar{\epsilon}}) = \frac{1}{m+1} a \bar{\epsilon}^n \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^{-m+1}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0^m} \quad (2-21)$$

となる。普通、金属材料のひずみ速度依存性指数 $m$ は正の値であるので、上式より、関数 $E$ は下に凸の関数である。

以上より、式(2-1)で表される降伏条件において、式(2-19)のような汎関数を最小にする速度場を求めることにより素材のひずみ速度依存性を考慮した変形解析ができる。このとき、体積一定の拘束条件がないので汎関数の取扱いは容易となり、また、式(2-9)より応力を直接求めることができる。

### 2. 2. 3 離散化

有限要素法では素材を有限個の要素に分割し、ある要素内の点における $i$ 方向の速度 $u_i$ をその要素を構成する $n$ 個の節点の節点変位により表される速度ベクトル $\{u\}$ と形状関数 $N$ により次のように表す。

$$\begin{aligned} u_i &= N_1 u_{1i} + N_2 u_{2i} + \dots + N_n u_{ni} \\ &= [N]\{u\} \end{aligned} \quad (2-22)$$

式(2-22)より、ひずみ速度は次式のように表されるから、

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial [N]^T}{\partial x_j} + \frac{\partial [N]^T}{\partial x_i} \right) \{u\} \quad (2-23)$$

$\{\dot{\epsilon}\}^T = \{\dot{\epsilon}_x \ \dot{\epsilon}_y \ \dot{\epsilon}_z \ \dot{\gamma}_{xy} \ \dot{\gamma}_{yz} \ \dot{\gamma}_{zx}\}$  とすると、

$$\{\dot{\epsilon}\} = [B]\{u\} \quad (2-24)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 & 0 \\ & & & \dots & & & & & & \\ \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$\{u\}^T = \{u_{1x} \ u_{1y} \ u_{1z} \ u_{2x} \ \dots \ u_{nz}\}$$

と表される。

圧縮特性法の場合，微小な体積変化を許すことから式(2-9)のように応力とひずみ速度の関係式が得られる。これより，応力を  $\{\sigma\}^T = \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}\}$  とすると，

$$\{\sigma\} = [D^p]\{\dot{\epsilon}\} = [D^p][B]\{u\} \quad (2-25)$$

$$[D^p] = \begin{bmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} a &= \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \left( \frac{1}{g} + \frac{4}{9} \right) \\ b &= \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \left( \frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \\ c &= \frac{1}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \end{aligned}$$

となる。汎関数を最小にする速度場を求めるために，速度により汎関数を微分し，零とする。式(2-19)より，

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} &= \sum \int_{V_e} \frac{\partial(E(\dot{\epsilon}))}{\partial u_i} dV - \sum \int_{S_e} \bar{T}_i dS \\ &= \sum \int_{V_e} \frac{\partial(E(\dot{\epsilon}))}{\partial \dot{\epsilon}} \frac{\partial \dot{\epsilon}}{\partial \dot{\epsilon}_{ij}} \frac{\partial \dot{\epsilon}_{ij}}{\partial u_i} dV - \sum \int_{S_e} \bar{T}_i dS \\ &= \sum \int_{V_e} \frac{\partial \dot{\epsilon}_{ij}}{\partial u_i} \sigma_{ij} dV - \sum \int_{S_e} \bar{T}_i dS = 0 \end{aligned} \quad (2-26)$$

式(2-24), (2-25)からマトリックス形で表し，全節点について行う。

$$\left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial u} \right\} = \sum \int_{V_e} [B]^T [D^p] [B] dV \{u\} - \{T\} = 0 \quad (2-27)$$

ここで  $\Sigma$  は微分した節点を含む要素の和である。上式は節点速度を変数とする非線形連立方程式である。この非線形連立方程式を解き，節点速度場を求めることにより，素材内部のひずみ速度分布や応力分布を求めることができる。

#### 2. 2. 4 摩擦の取扱い[5]

素材と工具との間の摩擦は，その接触面  $S_f$  における摩擦損失エネルギーを式

(2-19)で表される汎関数に考慮することにより取扱う。

$$\Phi = \int_V \left[ \int_0^{\dot{\epsilon}^*} \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} \right] dV - \int_{S_t} \bar{T}_i v_i^* dS + \int_{S_f} |\tau_f| |\Delta v| dS \quad (2-28)$$

ここで、 $\tau_f$  は摩擦せん断応力、 $\Delta v$  は工具に対する素材の相対すべり速度で、すべての場合正の値となるため絶対値で表すことができる。

素材と工具の接触面上における素材の速度成分を  $v_x, v_y$ 、工具の速度成分を  $V_x, V_y$  とすると、素材の工具に対する相対すべり速度は次のように表わされる。

$$\Delta v = \sqrt{(v_x - V_x)^2 + (v_y - V_y)^2} \quad (2-29)$$

式(2-28)の汎関数の停留（最小）条件を仮想仕事の原理と一致させることにより、摩擦せん断応力の成分が得られる。

$$\begin{cases} \tau_{fx} = |\tau_f| (V_x - v_x) / |\Delta v| \\ \tau_{fy} = |\tau_f| (V_y - v_y) / |\Delta v| \end{cases} \quad (2-30)$$

式(2-30)は摩擦せん断応力の絶対値を二つの接線方向に速度成分によって分解したものと対応している。

摩擦モデルとしては、クーロン摩擦モデルと摩擦せん断係数を仮定するモデルとがある。クーロン摩擦モデルでは摩擦係数  $\mu$ 、接触面圧  $P$  により摩擦せん断応力は次式のように表される。

$$|\tau_f| = \mu P \quad (2-31)$$

剛塑性解析では汎関数の最小化における繰返し計算ごとに接触面圧を変化させて収束させることができる。また、摩擦せん断係数を仮定するモデルでは摩擦せん断係数  $m'$ 、せん断降伏応力  $k$  により、

$$|\tau_f| = m' k \quad (0 \leq m' \leq 1) \quad (2-32)$$

と表し、 $m'$  を与えることにより摩擦せん断応力の値は一定となる。

## 2. 2. 5 定常解析法[6]

定常塑性変形の解析方法としては、変形初期から非定常的に変形を追跡し、解



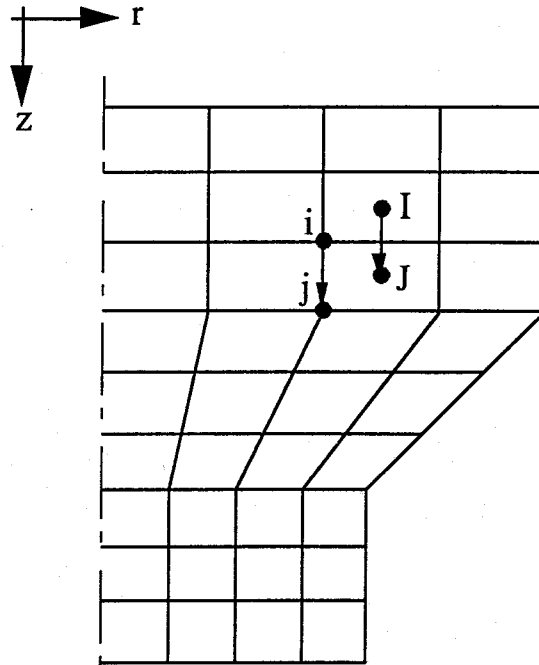


図 2-2 押出しの定常塑性変形の計算方法

が定常になるまで繰返す方法がある。この方法では大きな変形が生じる加工における定常状態を求める場合、定常状態に至るまでに要素が大きく崩れてしまうために要素の再分割が必要となり、また、変形を非定常的に追跡しているため計算時間が長くなる。そこで、定常塑性変形状態における流線を仮定し、その流線および素材内のひずみ分布などを繰返し計算により収束させることにより定常解を求める定常解析法を用いる。

加工硬化の生じる素材の押し出し加工の定常解析の場合、まず、素材を図2-2に示すような要素分割を行い、加工硬化がないとして汎関数の最小化を行い、素材全体における節点速度分布と相当ひずみ速度分布を求める。軸方向に隣接する要素 I, J の重心の速度を  $(u_r^I, u_z^I), (u_r^J, u_z^J)$  とすると、要素 I の重心から要素 J の重心に移動するまでの時間を、それらの軸方向の平均速度と距離  $l_{ij}$  から次式のよう求める。

$$\Delta t_{IJ} = \frac{l_{ij}}{\frac{u_z^I + u_z^J}{2}} \quad (2-33)$$

相当ひずみ速度は要素内において一様とし、軸方向の分割線が流線と一致すると

考えて、要素Jの相当ひずみを次式により求める。

$$\bar{\epsilon}^J = \bar{\epsilon}^I + \Delta t_{IJ} \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^J + \bar{\epsilon}^J}{2} \quad (2-34)$$

$z = 0$  の面を持つ要素は塑性変形をしていないので、相当ひずみは零である。これを軸方向に沿って各要素について行い、素材全体における相当ひずみ分布を求める。次に、要素分割を流線に沿うように分割する。節点  $i (u_r^i, u_z^i)$ 、 $j (u_r^j, u_z^j)$  において、その距離  $l_{ij}$  と節点速度の平均とから、節点  $j$  の半径方向の座標を次式のように修正する。

$$\Delta t_{ij} = \frac{l_{ij}}{\frac{u_z^i + u_z^j}{2}} \quad (2-35)$$

$$r_j = r_i + \Delta t_{ij} \frac{u_r^i + u_r^j}{2} \quad (2-36)$$

$z = 0$  の面上に存在する節点は固定である。このように軸方向の分割線が流線に近づくにしたがい、要素の重心を結ぶ線も流線に近づくので要素内の相当ひずみも真の値に近づく。これを相当ひずみ分布が収束するまで繰り返し行うことにより素材の定常塑性変形状態を求める。

### 2. 3 弾性有限要素法

素材の弾性変形を有限要素法により計算する場合、剛塑性有限要素法の場合と同様に、可容変位場において式(2-37)で表される弾性変形における全ポテンシャルエネルギーを最小にする変位場を求めればよい。

$$\Phi = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij}^* \epsilon_{ij}^* dV - \int_{S_t} \bar{P}_i w_i^* dS \quad (2-37)$$

式(2-24)と同様にして、ある要素内のひずみ速度は形状関数マトリックスの導関数を用いて節点変位ベクトル  $\{w\}$  により、

$$\{\epsilon\} = [B]\{w\} \quad (2-38)$$

と表される。

弾性変形では、Hookeの法則により応力とひずみの関係は次式のようなになる。

$$\{\sigma^e\} = [D^e]\{\varepsilon\} = [D^e][B]\{w\} \quad (2-39)$$

$$[D^e] = \begin{bmatrix} 2\mu+\lambda & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 2\mu+\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & 2\mu+\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \mu &= \frac{E}{2(1+\nu)} \\ \lambda &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \end{aligned}$$

ここで、Eは縦弾性係数、 $\nu$ はポアソン比である。

したがって、式(2-37)を離散化し、微分すると式(2-27)と同様の次式が得られる。

$$\{P\} = \sum \int_{V_e} [B]^T \{\sigma^e\} dV = \sum \int_{V_e} [B]^T [D^e] [B] dV \{w\} \quad (2-40)$$

上式は節点における力の釣り合い式を表している。この節点変位の連立一次方程式を解くことにより弾性変形が求められる。

## 2. 4 温度回復法[7,8]

実用金属の場合には通常平滑な凝固界面は生じず、デンドライト凝固をする場合がほとんどである。そこで凝固界面における境界条件を考慮するかわりに、液相線温度以下の領域では失われる熱量に相当する潜熱が放出され固相率が増大すると考える。

いま、単位体積、単位時間あたりの固相率 $\xi$ の増加割合を $\partial\xi/\partial t$ とすると、凝固により放出される発熱量 $q$ は次のように表される。

$$q = \rho L \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (2-41)$$

ここで、 $\rho$ は密度、 $L$ は凝固潜熱、 $\xi$ は体積固相率、 $t$ は時間である。

したがって、この発熱量を考慮した熱エネルギー保存則は次のように表される。

$$\begin{aligned} \rho C \frac{\partial T}{\partial t} &= \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \rho L \frac{\partial \xi}{\partial t} \\ \rho \left( C \frac{\partial T}{\partial t} - L \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) &= \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2-42)$$

ここで、 $\lambda$ は熱伝導率、 $T$ は温度、 $\rho$ は密度、 $C$ は比熱、 $t$ は時間、 $x, y, z$ は座標である。

この凝固により放出される発熱量 $q$ は外部に伝わることなく、その領域における素材の温度上昇に用いられると仮定して、次の二つの計算ステップにより取扱う。まず、凝固が生じていない( $q=0$ )として熱伝導計算を行った場合、ある領域の温度が単位時間あたりに $T_1$ から $T_2$ へ変化したとする。このときの熱伝導による温度変化に要した熱量 $Q_1$ は次のように表される。

$$Q_1 = \int_{T_1}^{T_2} \rho C V dT \quad (2-43)$$

ここで、 $V$ は領域の体積である。

次に、その領域では凝固が生じており、温度は $T_1$ から $T_3$ へ変化するものとする。温度変化に要する熱量 $Q_2$ は、式(2-41)を次のように変形して、

$$q = \rho L \frac{\partial \xi}{\partial t} = \rho L \frac{\partial \xi}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-44)$$

より、

$$Q_2 = \int_{T_1}^{T_3} \rho C V dT - \int_{T_1}^{T_3} \rho L V \frac{\partial \xi}{\partial T} dT \quad (2-45)$$

となる。

これらの熱量 $Q_1$ と $Q_2$ が等しいとすると、

$$\int_{T_1}^{T_2} \rho C V dT = \int_{T_1}^{T_3} \rho \left( C - L \frac{\partial \xi}{\partial T} \right) V dT \quad (2-46)$$

となる。

本研究では温度と固相率の関係は、図2-3のように、固相線温度（この温度以下では素材は完全に固体になる温度） $T_s$ と液相線温度（この温度以上では完全に液体になる温度） $T_l$ との間で線形であるとして、次式のように表した。

$$\xi = \frac{T_l - T}{T_l - T_s} \quad (2-47)$$

したがって、式(2-46)、(2-47)より凝固が生じているときの温度 $T_3$ が求められる。

温度回復法では、素材の凝固を無視した熱伝導計算により求められる温度変化

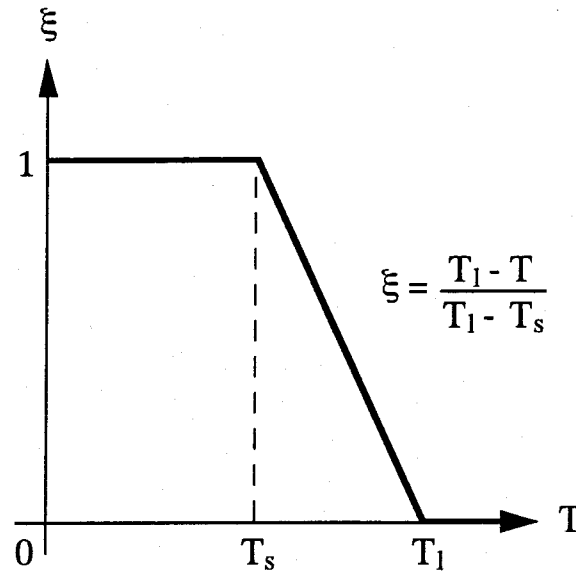


図 2-3 温度と固相率の関係

を基に、式(2-46)を用いて凝固により増加した固相率に相当する温度に回復させることにより凝固の影響を取り扱っている。

## 2. 5 熱伝導有限要素法

塑性加工における解析方法には非定常解析と定常解析がある。有限要素法による非定常解析の場合、要素は素材とともに変形するので、素材内部の温度計算を行う際、次式で表される非定常熱伝導方程式が用いられる。

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-48)$$

ここで、 $\lambda$  は熱伝導率、 $T$  は温度、 $\rho$  は密度、 $C$  は比熱、 $t$  は時間、 $x, y, z$  は座標である。 $\dot{Q}$  は単位体積、単位時間当たりの熱エネルギーであり、塑性変形仕事、摩擦仕事が増加したもので、変形解析により求められる。

一方定常解析の場合、要素は空間に固定された状態となり、素材とともに移動して変形しないため、温度計算には物質の移動を考慮した熱伝導方程式を用いることになる。

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} = \rho C \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (v_x T)}{\partial x} + \frac{\partial (v_y T)}{\partial y} + \frac{\partial (v_z T)}{\partial z} \right\} \quad (2-49)$$

ここで、 $v_x, v_y, v_z$  は速度成分である。

また、素材表面における境界条件としては工具や大気への熱の移動がある。これを素材内部と外部との間の熱伝達として取扱う。したがって、素材の外部温度（ある領域では工具温度、別の領域では大気温度）を  $T_a$  とすると、非定常解析の場合、

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} l_x + \frac{\partial T}{\partial y} l_y + \frac{\partial T}{\partial z} l_z \right) + h(T - T_a) = 0 \quad (2-50)$$

と表せ、定常加工の場合、

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} l_x + \frac{\partial T}{\partial y} l_y + \frac{\partial T}{\partial z} l_z \right) - \rho C T (v_x l_x + v_y l_y + v_z l_z) + h(T - T_a) = 0 \quad (2-51)$$

と表せる。ここで、 $h$  は熱伝達係数、 $l_x, l_y, l_z$  は  $x, y, z$  方向の方向余弦である。

熱伝導方程式の有限要素式への定式化に重み付き残差法の一つである Galerkin 法を用いる。重み付き残差法は微分方程式の残差  $R$  に対して、重み関数  $w$  を用いて、

$$\int_V w R dV = 0 \quad (2-52)$$

となる解を求める方法である。この重み関数に形状関数を用いたものが Galerkin 法である。以下に、非定常解析における熱伝導方程式の有限要素式への定式化を示す。ある要素において、要素内の温度は形状関数マトリックスを用いて次式のように内挿される。

$$T = [N]\{T\} \quad (2-53)$$

式(2-48)の残差  $R$  は

$$R = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} - \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-54)$$

であるから、Galerkin法を用いると、

$$\sum \int_{V_e} [N]^T \left\{ \lambda \left( \frac{\partial^2 [N]\{T\}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 [N]\{T\}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 [N]\{T\}}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} - \rho C \frac{\partial [N]\{T\}}{\partial t} \right\} dV = 0 \quad (2-55)$$

また、境界条件に対しても同様にして、

$$\sum \int_{S_e} [N]^T \left\{ \lambda \left( \frac{\partial [N]\{T\}}{\partial x} l_x + \frac{\partial [N]\{T\}}{\partial y} l_y + \frac{\partial [N]\{T\}}{\partial z} l_z \right) + h ([N]\{T\} - T_a) \right\} dS = 0 \quad (2-56)$$

となる。式(2-55)の第一項に Gauss の発散定理を用いると

$$\begin{aligned} & \sum \int_{V_e} [N]^T \lambda \left( \frac{\partial^2 [N]\{T\}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 [N]\{T\}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 [N]\{T\}}{\partial z^2} \right) dV \\ &= \sum \int_{S_e} [N]^T \left\{ \lambda \left( \frac{\partial [N]\{T\}}{\partial x} l_x + \frac{\partial [N]\{T\}}{\partial y} l_y + \frac{\partial [N]\{T\}}{\partial z} l_z \right) \right\} dS \\ & \quad - \sum \int_{V_e} \lambda \left( \frac{\partial [N]^T \partial [N]\{T\}}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T \partial [N]\{T\}}{\partial y} + \frac{\partial [N]^T \partial [N]\{T\}}{\partial z} \right) dV \end{aligned} \quad (2-57)$$

となり、式(2-55), (2-56)より

$$\begin{aligned} & \sum \int_{V_e} \lambda \left( \frac{\partial [N]^T \partial [N]\{T\}}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T \partial [N]\{T\}}{\partial y} + \frac{\partial [N]^T \partial [N]\{T\}}{\partial z} \right) dV \\ & + \sum \int_{S_e} h [N]^T ([N]\{T\} - T_a) dS - \sum \int_{V_e} [N]^T \dot{Q} dV \\ & \quad + \sum \rho C \int_{V_e} [N]^T \frac{\partial [N]\{T\}}{\partial t} dV = 0 \\ \therefore [C]\{\dot{T}\} + [K]\{T\} &= \{F\} \end{aligned} \quad (2-58)$$

となる。

非定常項に関する離散化については、素材の塑性変形計算の結果から熱エネルギーを求め、それを発熱量として熱伝導方程式を解くことにより温度分布を求めることから、素材の変形計算における時間間隔  $\Delta t$  を基準にする。離散化には一般化 Crank-Nicolson-Galerkin 法を用いる。時刻  $t_n$  における節点温度を  $\{T\}_n$ 、 $t_{n+1}$  における節点温度を  $\{T\}_{n+1}$  とすると、最適化パラメータ  $\theta$  を用いて温度  $\{T\}$ 、 $\{\dot{T}\}$  を次のように表す。

$$\{T\} = \frac{1}{2}(1+\theta)\{T\}_{n+1} + \frac{1}{2}(1-\theta)\{T\}_n \quad (2-59)$$

$$\{\dot{T}\} = \frac{1}{\Delta t}(\{T\}_{n+1} - \{T\}_n) \quad (2-60)$$

式(2-59), (2-60)を式(2-58)に代入すると,

$$\left\{ \frac{1}{\Delta t}[C] + \frac{1}{2}(1+\theta)[K] \right\} \{T\}_{n+1} = \left\{ \frac{1}{\Delta t}[C] - \frac{1}{2}(1-\theta)[K] \right\} \{T\}_n + \{F\} \quad (2-61)$$

$\theta$  に適当な値を代入して上式を解く.

定常解析における物質の移動を考慮した熱伝導有限要素法についても同様に有限要素式へ定式化を行うと, 次式のようなになる.

$$[K]\{T\} = \{F\} \quad (2-62)$$

ただし,

$$\begin{aligned} [K] = \sum \left[ \int_{V_e} \lambda \left( \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} + \frac{\partial [N]^T}{\partial z} \frac{\partial [N]}{\partial z} \right) dV \right. \\ \left. - \rho C \int_{V_e} \left( \frac{\partial [N]^T}{\partial x} [N] \{v_x\} [N] + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} [N] \{v_y\} [N] + \frac{\partial [N]^T}{\partial z} [N] \{v_z\} [N] \right) dV \right. \\ \left. + h \int_{S_e} [N]^T [N] dS \right] \end{aligned} \quad (2-63)$$

## 2. 6 まとめ

本研究では, 圧縮特性法に基づいた剛塑性有限要素法においてひずみ速度依存性を考慮することにより, 凝固金属の高温域での塑性変形における粘塑性挙動および溶融・半溶融状態の金属の流動を取扱う. また, 溶融金属の冷却, 凝固により生じる温度分布の計算には熱伝導有限要素法を, 凝固における凝固潜熱の取扱いには温度回復法を用いる. これらによる変形計算と温度計算を交互に行うことによりそれぞれの相互作用を考慮する. さらに, 加工後生じる残留応力を予測するために, 変形計算により求められた応力を用いて弾性有限要素法により計算を行う.



## 参考文献

- [1] K. Mori and K. Osakada: *Int. J. Mech. Sci.*, 29-4(1987), pp. 229-238.
- [2] 大中逸雄：コンピュータ伝熱・凝固解析入門, 1990, 丸善.
- [3] K. Osakada, J. Nakano and K. Mori: *Int. J. Mech. Sci.*, 24-8(1982), pp. 459-468.
- [4] 森謙一郎, 島進, 小坂田宏造：日本機械学会論文集 A編, 45-396(1979), pp. 965-974.
- [5] K. Mori and K. Osakada: *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, 30(1990), pp. 1431-1440.
- [6] K. Mori, K. Osakada and T. Oda: *Int. J. Mech. Sci.*, 24-9(1982), pp. 519-527.
- [7] I. Ohnaka and T. Fukusako: *Trans, ISIJ*, 17(1977), pp. 411-481.
- [8] T. C. Tszeng, Y. T. Im and S. Kobayashi: *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, 29-1 (1989), pp. 107-120.

## 第3章 双ロール式ストリップキャストのシミュレーション

### 3.1 まえがき

製造工程の短縮化，省エネルギー化，加工のニヤネットシャイプ化などの要求から薄板の製造において溶鋼から直接薄板を連続的に製造する薄板連続鋳造法の開発が進められている。その基本となる製造法はBessemer[1,2]により提案された双ロール法で，回転する二つの同径のロールの間に溶鋼を流し込み，それぞれのロール表面で冷却，凝固させた凝固殻を圧着，圧延することにより薄板を製造するものである。この方法では，良好な表面性状や高い形状精度を得るために，ロールにより溶融金属の冷却，凝固および圧着，圧延を行う必要があるが，ロール回転数やロールギャップなどの加工条件を最適に設定する必要があるが，加工条件の設定は複雑であり，多くの試行錯誤を要しているのが現状である。

双ロール式の薄板連続鋳造法についての研究では解析的方法によりロール出口での凝固殻の厚さが求められ[3]，ついで温度計算により凝固殻形状が計算された[4-7]。そして液体と固体の流動を考慮した凝固が示され，固体の塑性変形が考慮されるようになり[8]，実験結果との比較も行われた[9,10]。有限要素法による計算では凝固を考慮した熱伝導有限要素法による定常計算により固液相分布を求め，それを基に弾塑性，粘塑性有限要素法により凝固殻の変形が計算されている[11-15]が，凝固殻の変形と温度および固液相分布との相互作用についての取扱いは十分とはいえない。

本章では，垂直注湯式，同径双ロール法の薄板連続鋳造法である双ロール式ストリップキャストの定常加工状態を有限要素法を用いてシミュレーションする方法を示す。溶融金属の冷却には熱伝導有限要素法を用い，凝固潜熱の取扱いに温度回復法を用いる。また，凝固殻の変形にはひずみ速度依存性を考慮した圧縮特性法に基づく剛塑性有限要素法を用いる。そして，温度計算と変形計算を交互に繰返し行うことによりそれぞれの相互作用を取扱う。この方法を用いてステンレス鋼のストリップキャストについてシミュレーションを行い，湯溜まり内での現象および最適加工条件設定の可能性について示す。

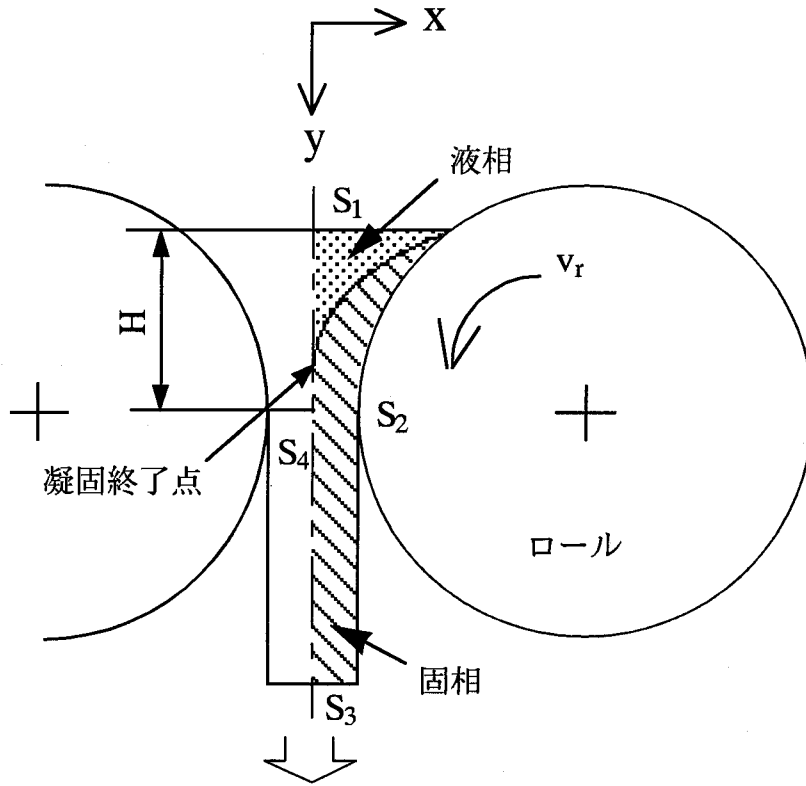


図 3-1 双ロール式ストリップキャストのモデル図

### 3. 2 計算モデル

双ロール式ストリップキャストの定常状態をシミュレーションするための計算モデルを図3-1に示す。板厚に対して板幅方向の長さが十分長いので、板幅方向への変形および熱移動を無視した二次元問題として取扱う。また、ロール径が同じであるので、流れの対称性から片側半分についてのみ計算を行う。

加工は非常に高温の状態で行われるので、凝固し固体状態にある素材の変形抵抗には、変形による加工硬化を無視してひずみ速度依存性のみを考慮した次式を用いる。

$$\bar{\sigma} = F \dot{\epsilon}^m \quad (3-1)$$

熔融状態および半熔融状態にある素材についてもひずみ速度依存性が大きい材料とみなせるので、その変形抵抗を式(3-1)により表す。本研究では、固体状態にある素材の変形抵抗を高温での材料試験結果[16]より求め、この値を基に熔融状態および半熔融状態の素材の変形抵抗を定めた。また、温度計算における境界条件は、 $S_1$ 面では溶鋼が連続的に供給されることにより初期溶鋼温度に保たれているとして温度固定境界とし、 $S_2$ 面では素材とロールおよび大気との間で熱伝達が生じている自然境界、 $S_3$ 面では $y$ 方向の温度勾配が零、 $S_4$ 面では断熱境界とした。

### 3. 3 定常解析法による計算

双ロール式ストリップキャストの定常加工状態を求めるために、まず、定常解析法を用いた。本方法では素材全体が溶鋼初期温度での熔融状態にあるとして汎関数の最小化を行い節点の速度場を求め、次に物質の移動を考慮した熱伝導有限要素法により温度の定常計算を行い、節点温度分布を求める。そして、要素を構成する節点の温度を平均することにより要素の温度を求め、液相線および固相線温度を基準にその要素の状態を固体、液体、半熔融状態と定める。さらに、それを基に要素の変形抵抗を決定し、再び変形計算を行う。このように変形および温度計算を繰返し行うことにより素材中の温度分布、固液相分布、速度分布を安定化させ、加工の定常状態を求める。繰返し計算における収束条件は素材の塑性変形におけるエネルギー消散率により判断する。

この定常解析法を用いて双ロール式ストリップキャストの定常加工状態を表3-1に示す境界条件の下で計算を行った。図3-2に塑性変形によるエネルギー消散率と繰返し計算との関係を示す。エネルギー消散率は繰返し計算の増加とともに

表 3-1 シミュレーションに用いた計算条件

ロール速度 $v_r$ / $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$	0.75 ~ 1.5
ロール直径 / mm	800
湯面高さ / mm	300
ロールギャップ / mm	2
変形抵抗 / MPa 固相率 : $\xi \geq 0.99$ 固相率 : $0.8 \leq \xi \leq 0.99$ 固相率 : $\xi \leq 0.8$	$\bar{\sigma} = 10 \dot{\epsilon}^{0.25}$ $\bar{\sigma} = \dot{\epsilon}^{0.3}$ $\bar{\sigma} = 0.001 \dot{\epsilon}$
素材-ロール間の摩擦状態	無滑り
熱伝導率 / $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	32.5
比熱 / $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	630
密度 / $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	7800
潜熱 / $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$	272
熱伝達係数 / $\text{W}\cdot\text{m}^2\cdot\text{K}^{-1}$ 素材-ロール 素材-空気	10000 500
溶鋼初期温度 / $^{\circ}\text{C}$	1460
溶鋼液相線温度 / $^{\circ}\text{C}$	1450
溶鋼固相線温度 / $^{\circ}\text{C}$	1420
ロール表面温度 / $^{\circ}\text{C}$	700
空気温度 / $^{\circ}\text{C}$	30

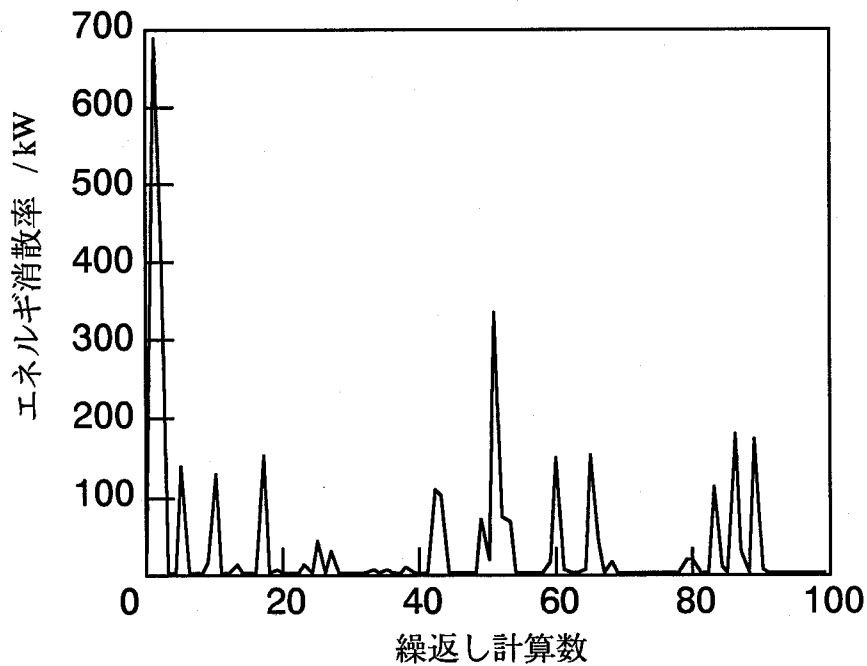


図 3-2 定常解析法におけるエネルギー消散率と繰返し計算数との関係

ある一定値に収束することはなく、ときよりエネルギー消散率が高くなる現象が生じている。これは繰返し計算において、ある速度場で固相が急増して素材の塑性変形によるエネルギー消散率が増加し、次の速度場で固相率が減少するためにエネルギー消散率も減少するためであると考えられる。これより、双ロール式ストリップキャストの定常加工状態は素材の流れや温度、固液相の分布が一定となっているのではなく、絶えず変化している状態であると考えられる。

### 3. 4 非定常計算による定常解析

双ロール式ストリップキャストの定常加工状態では素材の流れや温度、固液相の分布が一定になることなく、非定常的な変化が生じている状態で安定化していると考えられる。そこで、加工初期から非定常的に素材の変形と温度分布を追跡し、安定化した加工状態を求めることにする。しかしながら、この方法では非定常計算を繰返し行うために定常状態に至るまでに要素の変形が大きくなり、計算が不能となる。そこで、変形計算の各ステップにおいて要素の再分割を行いながら計算を行う。まず、図3-3の実線に示すように、初期要素分割を行

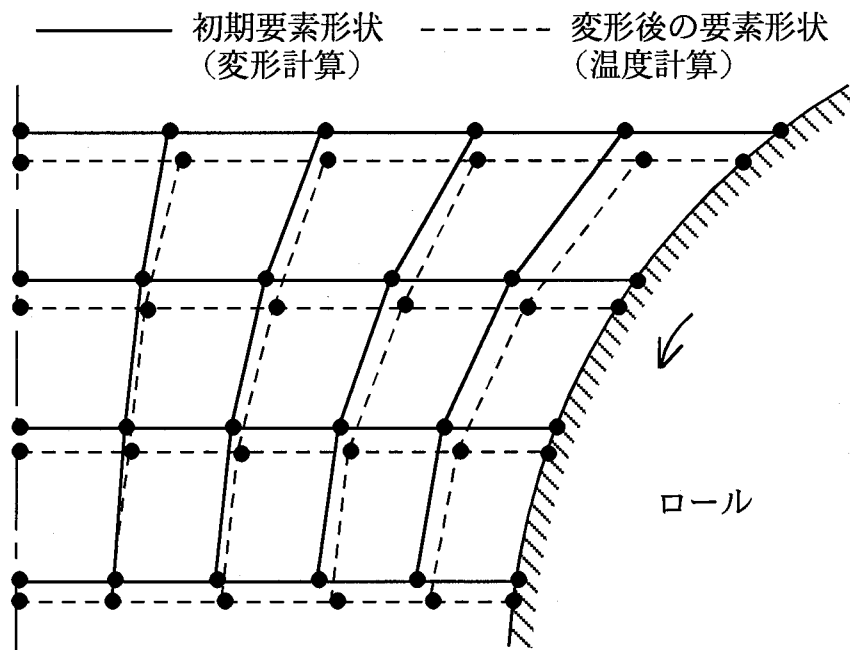


図 3-3 変形および温度の計算における要素形状

い、素材全体を熔融状態として変形計算を行う。そして微小時間だけ素材の変形を進め、温度計算を行う。ここで加工中溶鋼は連続的に静かに供給されており、湯面の高さは一定に保たれているとして、素材の要素分割を初期状態に再分割する。このとき変形した要素における温度分布を基に初期要素分割における温度分布を求める。このように変形計算は初期要素分割で、温度計算は変形した要素を用いて行い、これを繰り返すことにより定常状態を求める。

### 3. 5 非定常計算による定常解析結果

双ロール式ストリップキャストによるステンレス鋼の薄板の製造を対象にシミュレーションを行った。計算条件を表3-1に示す。シミュレーションでは実加工においても比較的变化が容易なロール速度を変化させて計算を行った。素材の状態は固相率が0.8~0.99で半熔融状態とし、それより固相率が大きい場合は固体、それより小さい場合は液体とした。また、素材の状態によらず熱物性値は一定とした。図3-4に計算に用いた初期の要素分割を示す。要素数は1600で、素材とロール表面との間の境界条件は無滑りで取扱った。

図3-5に塑性変形によるエネルギー消散率と時間との関係を示す。塑性変形によ

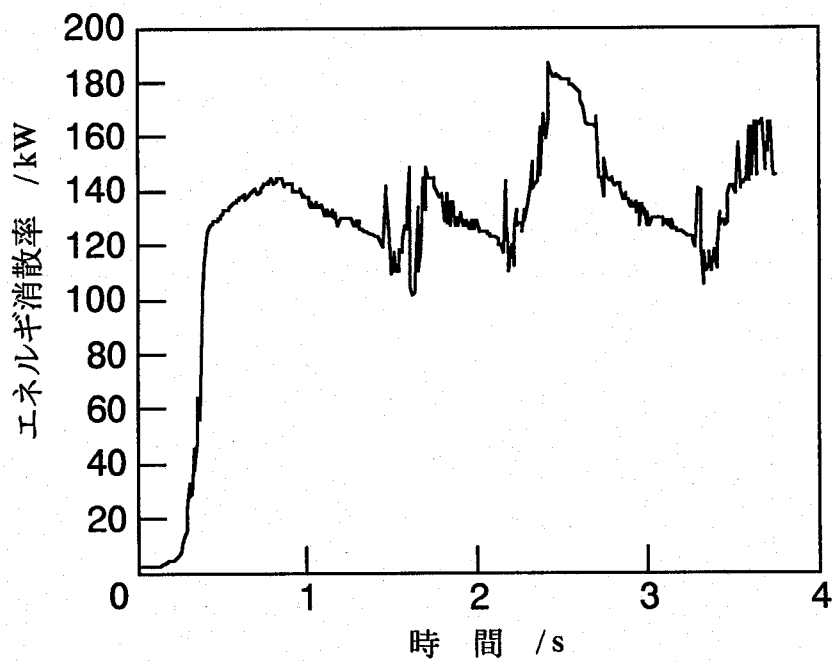
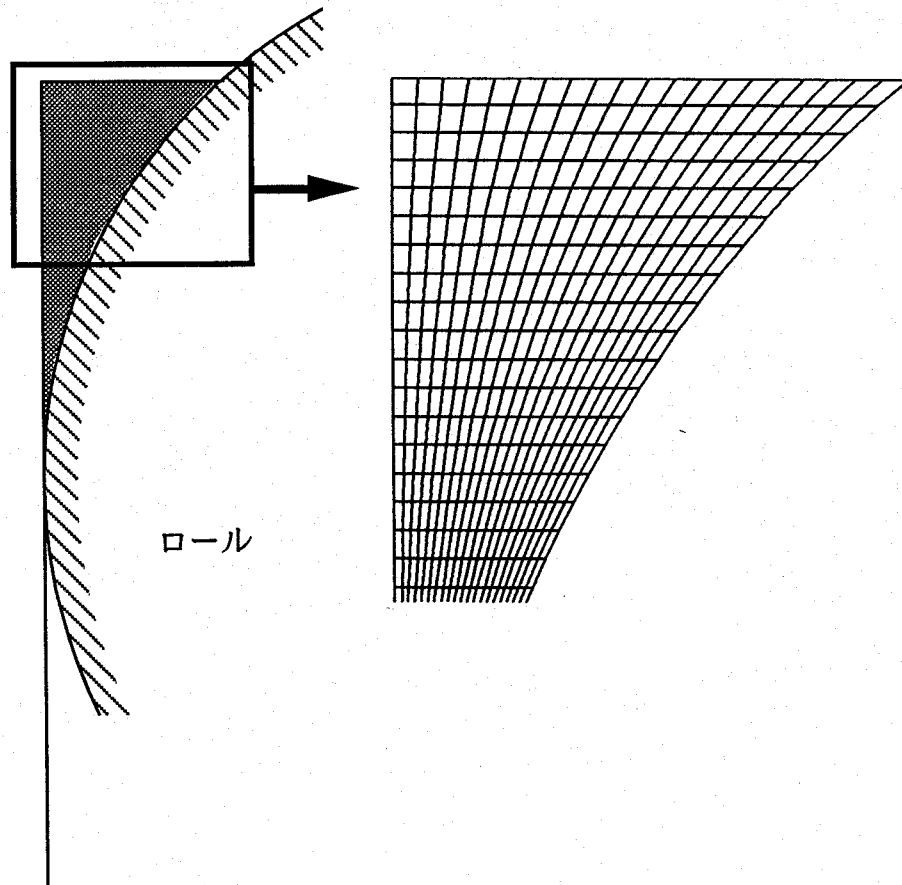


図 3-5 非定常計算法によるエネルギー消散率と時間との関係



るエネルギー消散率は加工が進むにしたがい一定値に収束することはなく、不規則な増減を繰り返しており、素材の変形状態が一定でないことがわかる。

図3-6に素材中の固液相分布の時間による変化を示す。最初素材全体は液体状態であるが、時間の経過とともにロール表面で凝固が生じロール出口付近で凝固殻が成長してやがて対称軸に達し薄板ができているのがわかる。図3-7に加工時間3.76秒（回転角3.76rad）での素材の温度分布を示す。湯溜まり内では、ロール表面で成長した凝固殻の面が対称軸に達する点を示す凝固終了点付近で固液相分布の不規則な変化が生じている。この凝固終了点の変化を図3-8に示す。湯面高さに対するロール出口面からの凝固終了点の位置（湯面側を正）の時間による変化を表している。加工が安定した状態になっても対称軸上の凝固終了点は微小に上下しており、この付近で凝固殻の不規則な盛り上がりが生じているのがわかる。

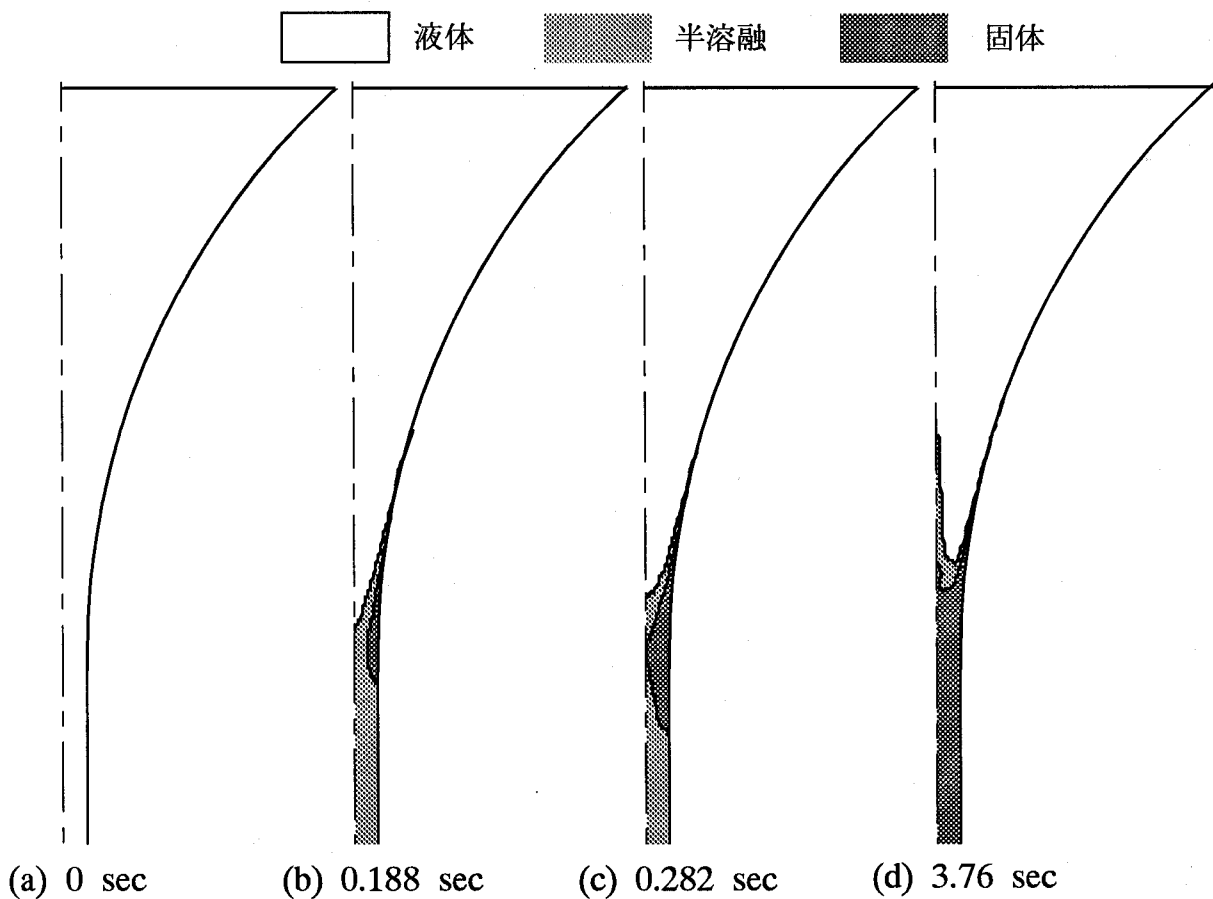


図 3-6 素材中の固液相分布の時間による変化  
( $v_r = 1 \text{ rad/s}$ )

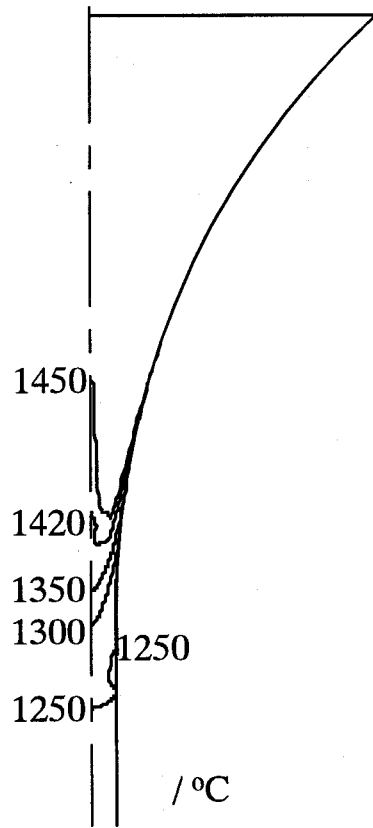


図 3-7 定常状態での温度分布  
( $v_r = 1 \text{ rad/s}$ )

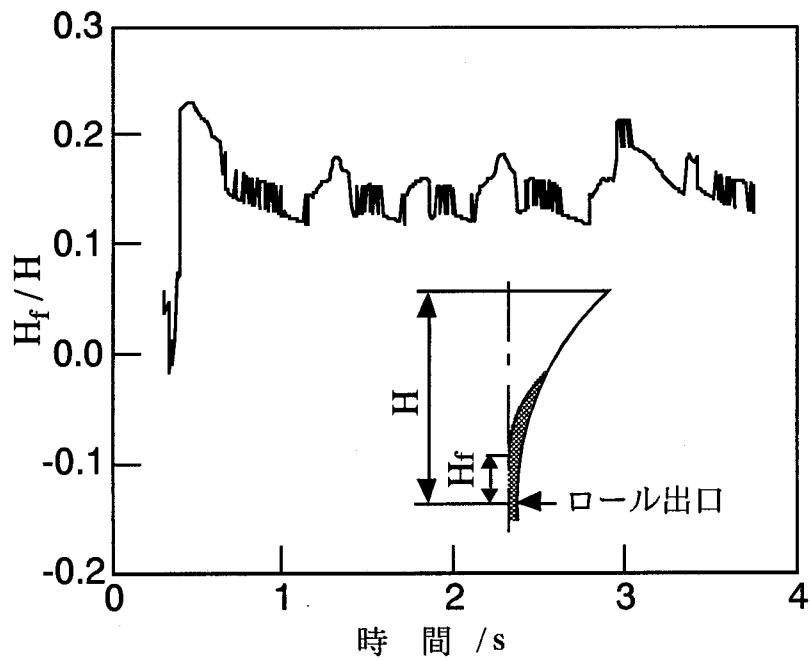


図 3-8 凝固終了点の時間による変化  
( $v_r = 1 \text{ rad/s}$ )

図3-9に加工が安定した状態におけるある瞬間の速度分布を示す。湯溜まり部分の対称軸付近で逆流が生じているのがわかる。また凝固終了点付近でロール出口側への流れと湯溜まり側への流れとに急変しているために安定した加工状態になっても凝固終了点が微小に上下すると考えられる。この流れの急変部分において固体の塑性変形が集中しており、このため素材中の相当ひずみ速度が高くなり、エネルギー消散率も増加する。材料流れの急変部における不安定性により図3-5のようにエネルギー消散率に不規則な振動が生じ、図3-8のように凝固終了点が振動すると考えられる。

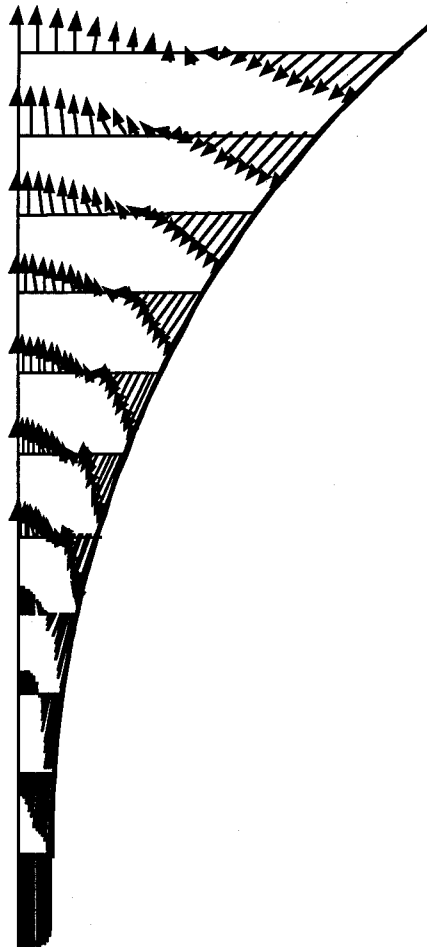


図 3-9 定常加工状態における速度分布  
( $v_r = 1 \text{ rad/s}$ )

図3-9に示す速度場における応力分布を図3-10に示す。x, y方向垂直応力の分布はほぼ等しいが、せん断応力はx, y方向垂直応力に比べて小さい。また、ロール出口付近で急激に応力が増加しており、それ以外では応力はほとんど零の状態となっている。

図3-11にロール速度の変化による定常状態の固液相分布を示す。ロール速度が速くなるにしたがい凝固終了点がロール出口付近に下がってきており、ロール速度1.5rad/sの場合にはロール出口面において素材内部の凝固が終了しておらず、半溶融状態であることがわかる。

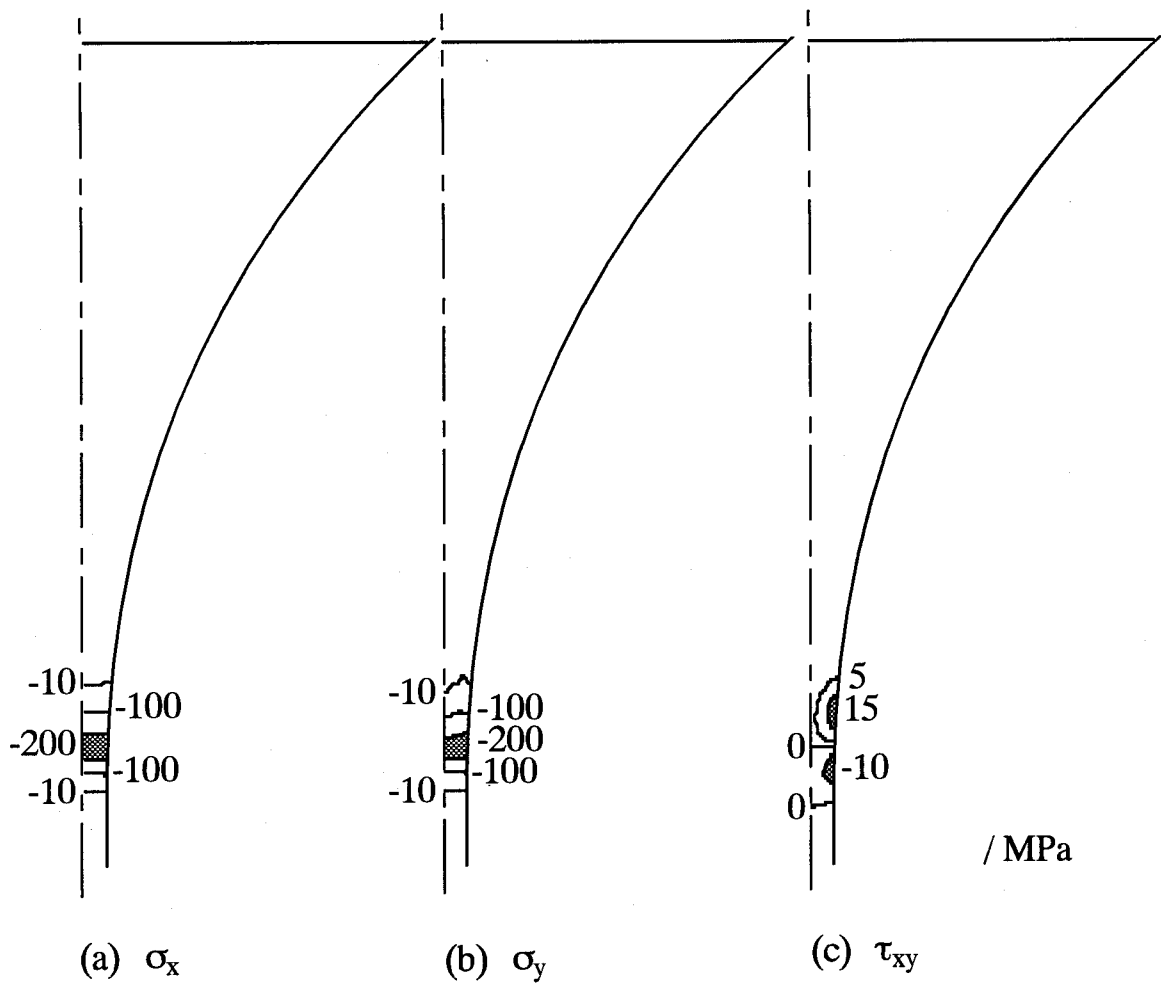


図 3-10 定常加工状態における応力分布  
( $v_r = 1 \text{ rad/s}$ )

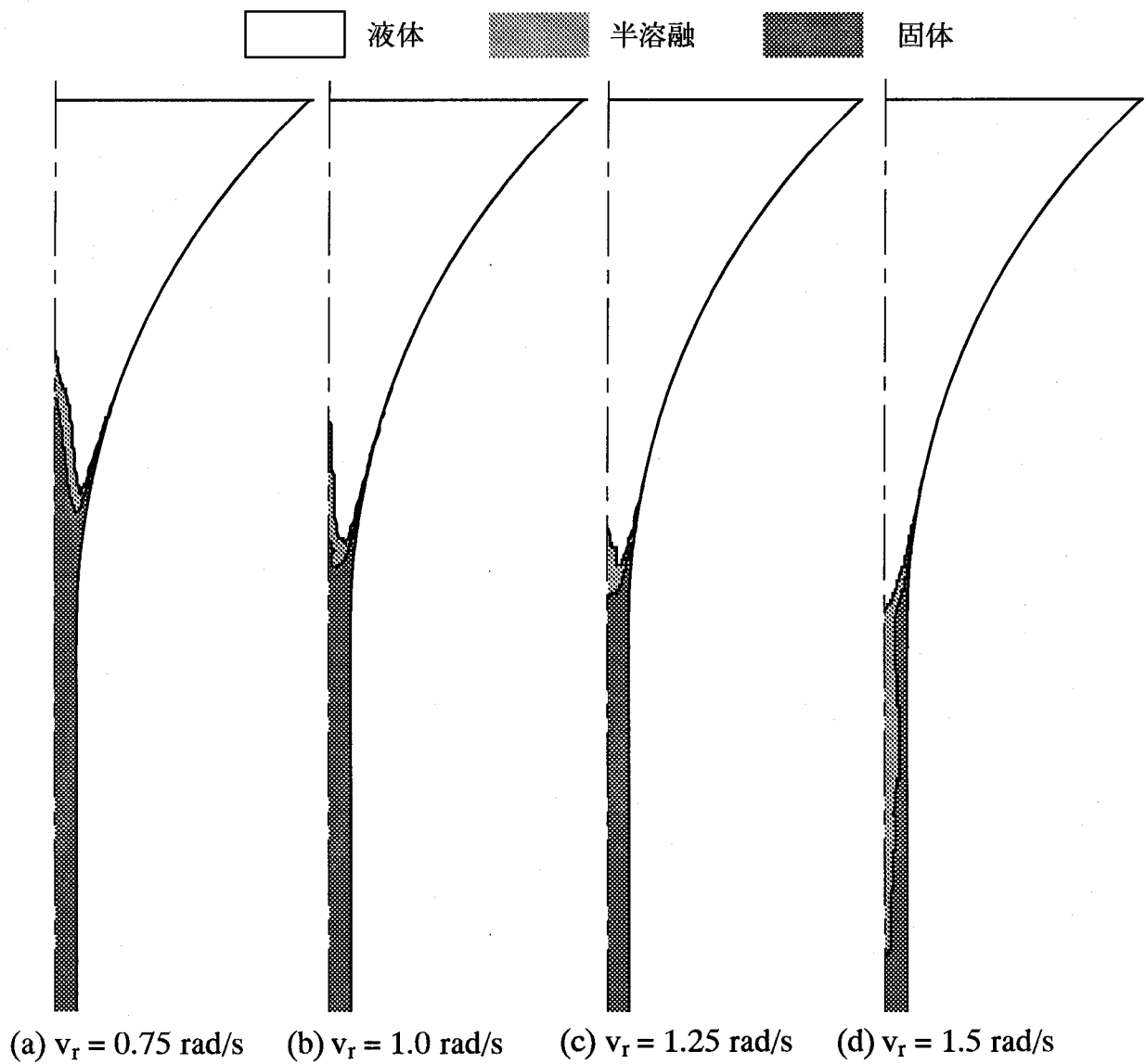


図 3-11 ロール速度変化と定常状態の固液相分布の関係

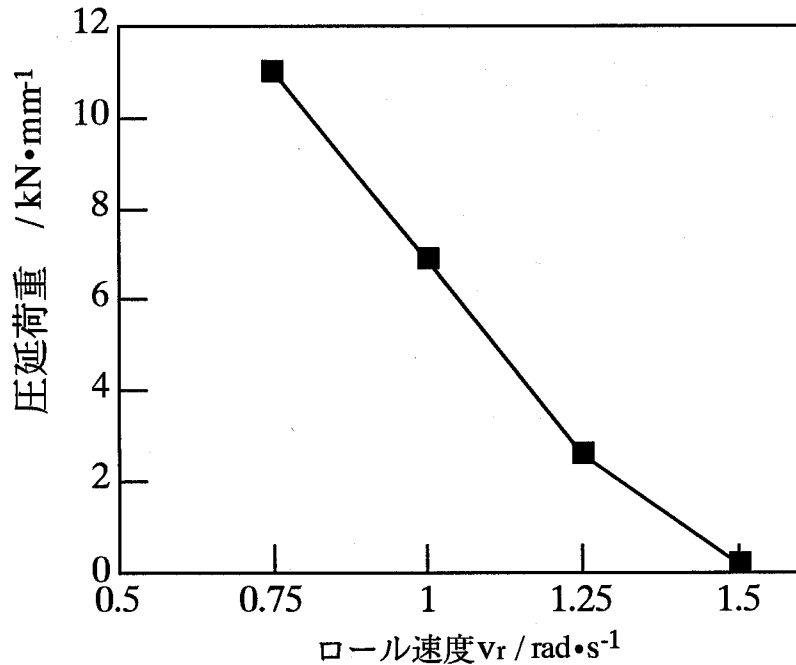


図 3-12 圧延荷重とロール速度の関係

図3-12に圧延荷重とロール速度の関係を示す。ロール速度が速くなるにしたがい圧延荷重は小さくなっている。図3-11に示されているようにロール速度が速くなるにしたがいロール出口部付近での溶融，半溶融状態の割合が増加することにより素材全体の变形抵抗が低下するためである。

### 3. 6 考 察

図3-11に示すロール速度の変化による定常状態の固液相分布において，ロール速度が遅い場合は湯溜まり部分での固相が増加するため，素材がロール出口部を通過する際，大きな圧延作用を受けることになる。逆に，ロール速度が速い場合はロール出口部を通過する際，内部には未凝固部分が存在するため，冷却用のロールから離れた後に復熱による表面酸化や凝固殻の破壊などが起きる可能性がある。したがって，最適加工条件がこれらのロール速度の間に存在することがわかる。また，固液相分布は図3-12に示すように圧延荷重に大きな影響を与えるため，実際の加工では圧延荷重を測定しながらロール速度を調整することにより最適加工条件に設定できることがわかる。シミュレーションにおいて計算される圧延荷重の精度を高めるためには，融点近くの温度での固体金属の变形抵抗，さら

に、溶融、半溶融状態での変形抵抗が必要である。

### 3. 7 まとめ

凝固を考慮した熱伝導有限要素法とひずみ速度依存性を考慮した圧縮特性法に基づく剛塑性有限要素法を用いて、垂直注湯式、同径双ロール法の薄板連続 casting 法である双ロール式ストリップキャスティングの定常加工状態をシミュレートする方法を示した。本方法ではロールによる冷却、凝固によって生じる素材内の温度および固液相分布と固相の塑性変形との相互作用を取扱うために、温度計算と変形計算を交互に繰返し行っている。この方法によりステンレス鋼の薄板の製造についてシミュレーションを行いその定常状態を求めた。その結果、湯溜まり内では素材が湯溜まり方向へ逆流し、この部分で不安定な材料流れが生じていることを示した。また、条件によって湯溜まり方向への凝固殻の盛り上がり現象や薄板内部の未凝固現象が生じることが明かとなり、最適加工条件の存在を示した。そして、ロール速度と圧延荷重による最適加工条件の設定についても示した。

### 参考文献

- [1] H. Bessemer: J. Iron and Steel Institute, 1891, pp. 23-41.
- [2] H. Bessemer: J. Metals, 1965, pp. 1189-1191.
- [3] T. W. Clyne and A. Garcia: J. Materials Science, 16-6(1981), pp. 1643-1653.
- [4] 姜忠吉, 北條英典, 齊藤武雄, 矢口仁: 日本機械学会論文集 A編, 53-496 (1987), pp. 2459-2466.
- [5] T. Saitoh, H. Hojo, H. Yaguchi and C. G. Kang: Metallurgical Trans. B, 20B(1989), pp. 381-390.
- [6] H. Takuda, N. Hatta, M. Teramura and J. Kokado: Steel Research, 7/90(1990), pp. 312-317.
- [7] S. D. Lee, C. G. Kang and Y. D. Kim: Proc. 3rd Int. Conf. Technology of Plasticity, 2(1990), pp. 829-834.
- [8] K. Miyazawa and J. Szekely: Metallurgical Trans. A, 12A(1981), pp. 1047-1057.
- [9] 宮沢憲一, 長隆郎, 井上道雄: 日本金属学会誌, 46-11(1982), pp. 1102-1108.
- [10] K. Miyazawa, T. Choh and M. Inouye: Trans. Japan Institute of Metals, 24-10(1983), pp. 696-703.

- [11] 佐成弘毅, 井上達雄 : 日本機械学会論文集 A編, 56-524(1990), pp. 984-989.
- [12] 佐成弘毅, 井上達雄 : 日本機械学会論文集 A編, 56-524(1990), pp. 990-996.
- [13] 巨東英, 井上達雄 : 日本機械学会論文集 A編, 57-537(1991), pp. 1147-1154.
- [14] 巨東英, 井上達雄 : 日本機械学会論文集 A編, 59-565(1993), pp. 2189-2195.
- [15] S. M. Hwang and Y. H. Kang: Proc. 4th Int. Conf. Technology of Plasticity, 1(1993), pp. 169-172.
- [16] 鉄鋼基礎共同研究会 : 連続鑄造における力学的挙動, 1985, pp. 337-338.



## 第4章 双ロール式ストリップキャストのモデル実験

### 4. 1 まえがき

薄板の製造において、加工のニヤネットシャイプ化の要求から開発が進められているストリップキャストは回転する二つのロール間に熔融金属を流し込み、ロール表面で冷却、凝固させてロール表面上に凝固殻を生成させ、他のロール表面上で成長した凝固殻と圧着、圧延することにより薄板を連続的に製造する方法で、Bessemer[1,2]により提案されたものである。このストリップキャストについては実験機を作成し、金属材料を用いた実験により研究、開発が進められてきたが[3-9]、ロールによる溶鋼の冷却、凝固、圧着、圧延プロセスは非常に高温、高速の状態が生じるため、湯溜まり部分での現象を理解することは困難である。このため、加工中の現象を把握する方法としてシミュレーションやモデル実験[10]は有効である。

前章では薄板連続铸造法の一つである双ロール式ストリップキャストにおける定常加工状態を有限要素法を用いてシミュレーションする方法を示し、湯溜まり部分での現象をシミュレートした。本章では双ロール式ストリップキャストにおいて湯溜まり部分で生じている現象を可視化する方法として、パラフィンを用いて実際に加工を行い、その凝固、圧着挙動のモデル実験を行う。そして前章で示したシミュレーション方法により計算を行い、実験結果との比較によりその有効性および問題点を示す。また、湯溜まり部分の可視化、定量化の方法として熱画像装置を用いた温度分布の測定も試みる。

### 4. 2 パラフィンによるモデル実験

#### 4. 2. 1 実験装置

図4-1に作成した双ロール式ストリップキャストのモデル実験装置の概要を示す。ロールは直径100mm、幅100mm、S45Cの中実円柱で、二つのロールをそれぞれ歯付きベルトによってスピードコントロールモータと直結させて駆動させた。二つのモータは同じ可変抵抗器につなぐことにより互いに逆方向に同じ速度で回転することができ、その速度を1.57~41.9mm/s（回転数0.3~8rpm）で変化させることができる。ロールとモータは二本の平行な台（H形鋼）の上に垂直に固定し、ロールギャップは一方のロールとモータを移動させることにより0~5mmの範囲で変えることができる。実験中、ロールギャップは完全に固定し、圧

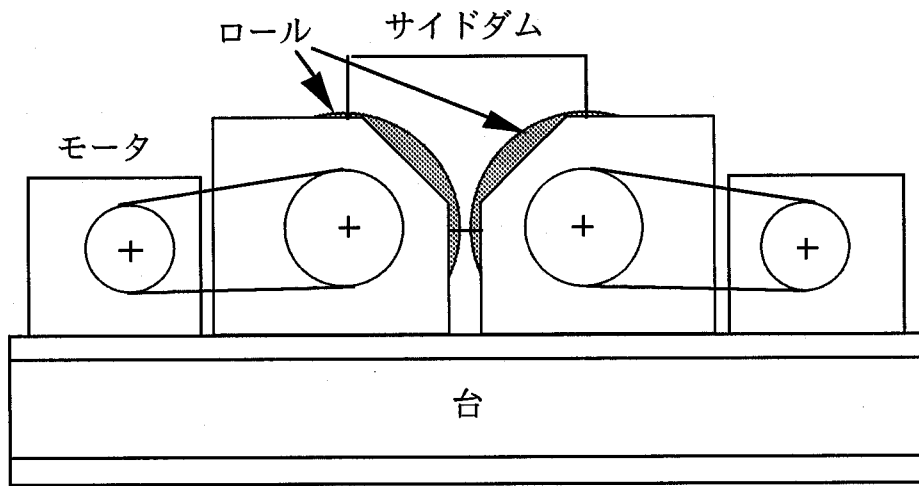


図 4-1 モデル実験装置

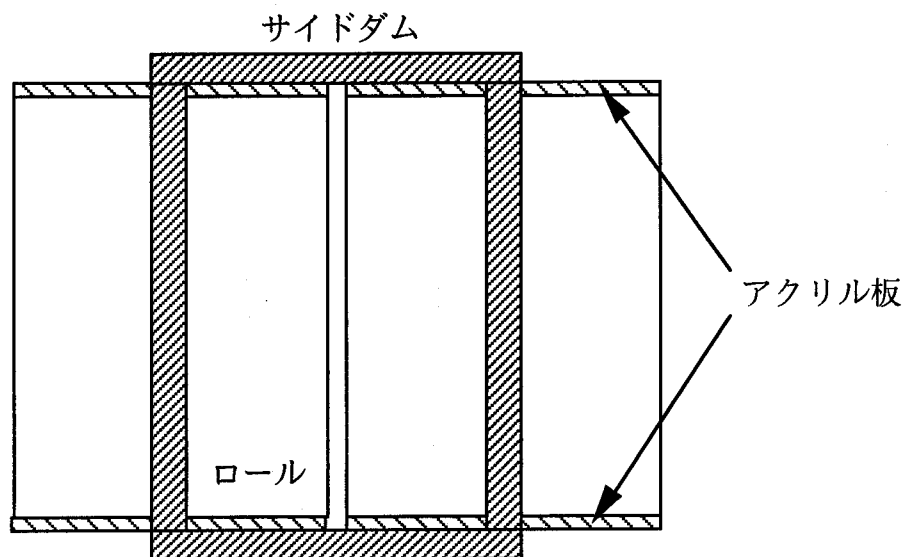


図 4-2 サイドダムの冷却防止用アクリル板

表 4-1 モデル実験装置仕様

ロール	φ100×100W S45C 中実円柱
ロール速度 /mm・s <sup>-1</sup>	1.57 ~ 41.9
サイドダム	透明アクリル板 (厚さ 5 mm)
サイドダムの予加熱	熱 湯
潤滑材	マシン油
パラフィンの融点 /°C	66 ~ 68

下力に応じてロールギャップを変化させる制御は行わなかった。ロール間に溜める湯のロール幅方向への漏れを防ぐためのサイドダムは厚さ5mmの透明なアクリル板で作成した。側面から観察するためのサイドダムの予加熱は、実験開始までに熱湯に浸すことにより行った。また、熱したサイドダムは実験時にロール側面と接触することにより急速に冷却され、サイドダムでのモデル材料の凝固が早く生じ、その視認性が悪くなるので、図4-2に示すようにロール側面に厚さ1mmのアクリル板をはり、ロールによるサイドダムの冷却を防いだ。表4-1にモデル実験装置の仕様を示す。

#### 4. 2. 2 実験方法

双ロール式ストリップキャストにおける溶鋼のモデル材料としてパラフィン（ワックス）を用いた。パラフィンは熔融状態では無色透明、凝固すると白色となるため、湯溜まり部分での凝固現象や材料流れの確認に適しているものと考えられ、モデル材料として採用した。

実験は、ロールギャップを設定した実験装置にあらかじめ熱湯の中で加熱したサイドダムを取り付け、80°Cに加熱し溶解したパラフィンをロール間に注ぎロール最上部まで注いだところで注湯をやめ、同時にロールを回転させる方法で行った。注湯は、ロールを停止させ、ロールギャップを紙でシールした状態で行い、最初に1回行った後加工中は補充しないものとした。ロール表面には潤滑材としてマシン油を塗布し、ロールから薄板が離脱しやすいようにした。実験条件を表4-2に示す。

表 4-2 実験条件

パラフィン初期温度 /℃	80
ロール速度 /mm・s <sup>-1</sup>	4.2 ~ 12.6
ロールギャップ /mm	1

表 4-3 赤外線感知式熱画像装置の仕様

測定レンジ	-40 ~ 2000 ℃
温度分解率	0.1 ℃ 以下
測定波長域	8 ~ 13 nm
表示・記録画素数	512(H)×240(V)

#### 4. 3 熱画像装置による温度分布測定

湯溜まり内の温度分布測定に、被写体表面から放射される赤外線を捉え、熱画像として被写体表面の温度分布を定量的に表示する赤外線感知方式熱画像装置（日本電子サーモグラフィJTG-4200）を用いた。この装置により図4-3に示すように、モデル実験装置のサイドダムを正面から撮影し、湯溜まり内の温度分布を測定した。このときアクリル板では赤外線透過率は低いので、図4-4のようなポリエチレンラップを利用した側堰を作成し、赤外線透過率を高めた。厚さ5mmの透明アクリル板製の側堰の湯溜まり部分を切り抜き、両面からポリエチレンラップを貼り、測定中はこの側堰に送風機から熱風を当てることによりラップ中の空気を温め、ラップ表面でのパラフィンの凝固を防いだ。本実験に使用した熱画像装置の仕様を表4-3に示す。

本実験では、湯溜まり部分のパラフィンから放射される赤外線を二枚のラップを通して測定するため、それによる影響やパラフィンの放射率を補正するために、図4-4に示すように、熱電対により測定したラップ表面での温度を用いて、赤外線熱画像装置により測定した温度を補正する。図4-5に熱電対により測定した温度と熱画像装置により測定した温度との関係を示す。熱電対による温度を真温度として線形近似し、熱画像装置においてパラフィンの放射率を1として求

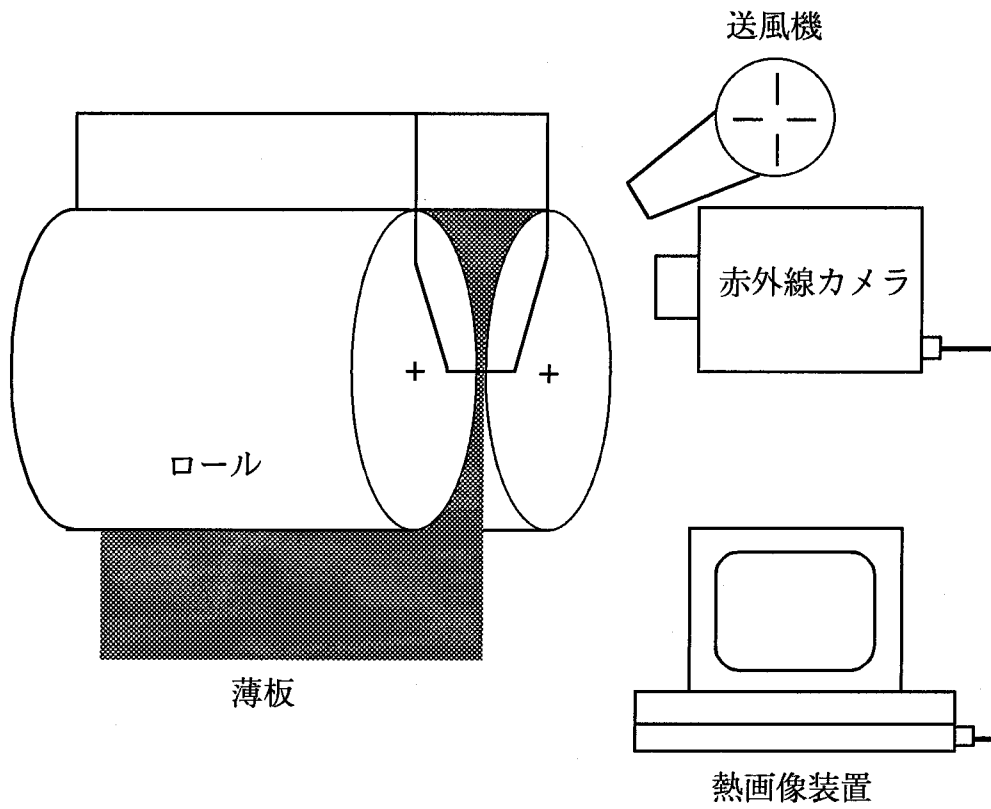


図 4-3 熱画像装置による温度測定

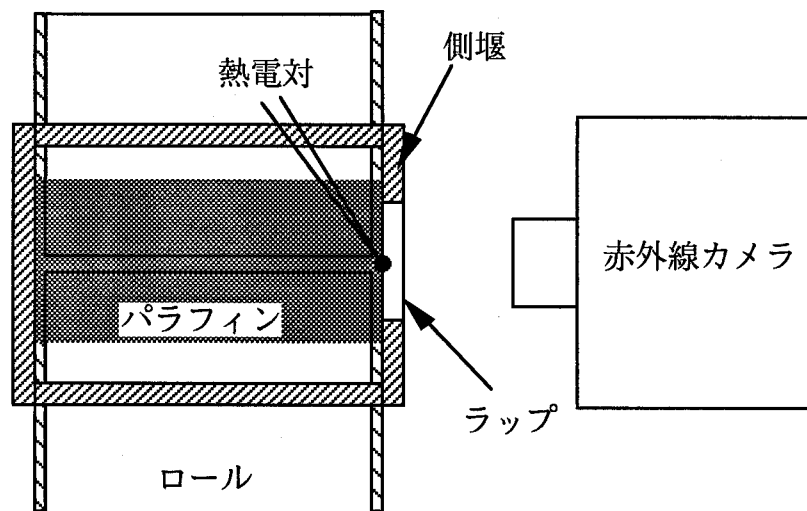


図 4-4 温度分布測定用側堰と温度補正用熱電対

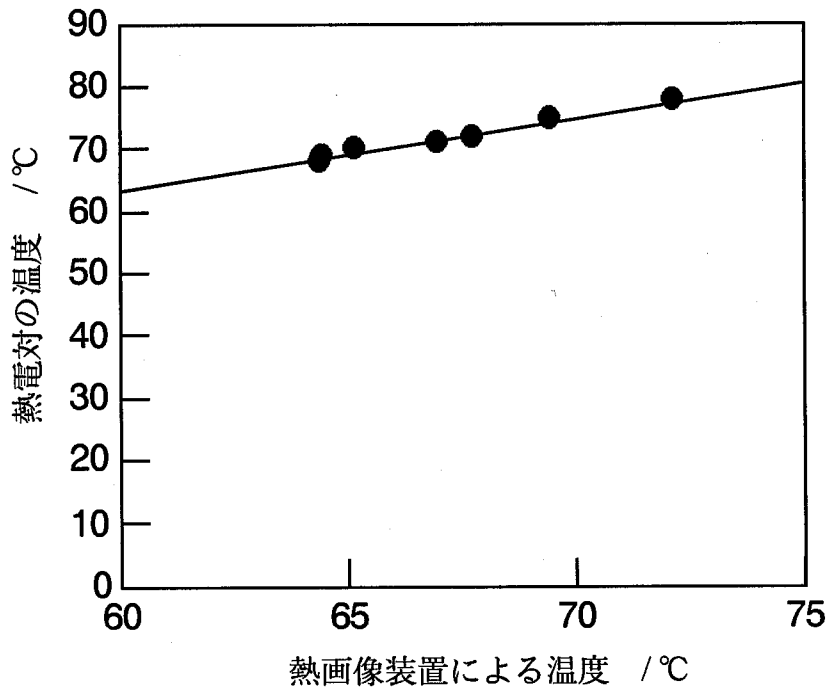


図 4-5 熱画像装置による温度と熱電対による温度との関係

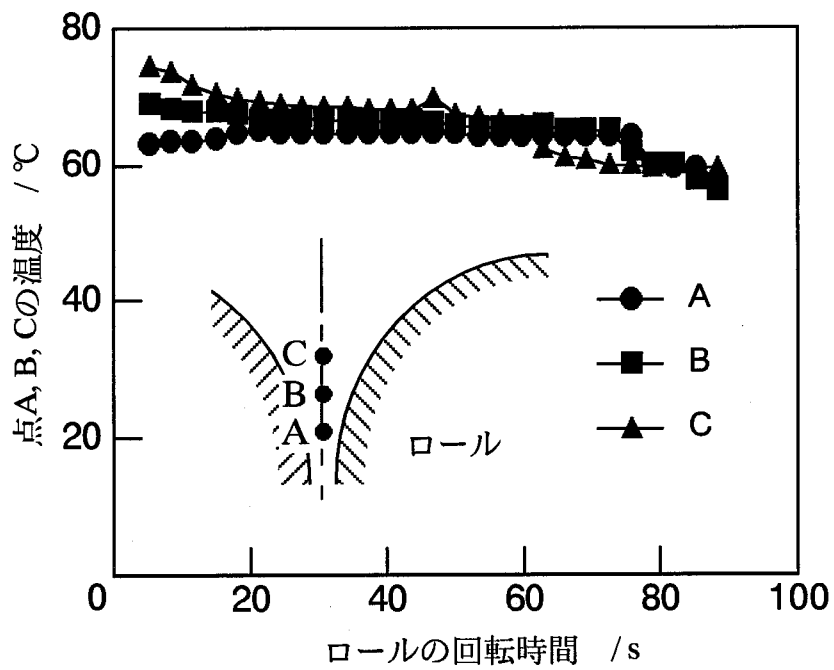


図 4-6 熱画像装置により測定した湯溜まり部点A, B, Cにおける温度変化

めた温度を補正することにする。

本モデル実験では、パラフィンの注湯を最初の一回だけで実験を行うため、定常加工状態を長時間生じさせることはできない。そこで、熱画像装置により実験の全過程を撮影し、複数箇所での温度が安定した時間範囲での温度分布をその条件での温度分布とした。図4-6にロール速度が12.6mm/sのときの実験の全過程における温度変化とその測定点を示す。温度が比較的安定している範囲は、ロールが回転を開始して20秒後から50秒後までの約30秒間であると考えられる。これより、ロール速度の速い領域において定常加工状態は湯面の減少を考慮しても約十数秒は得られると考えられる。測定点A,B,Cの温度がそれぞれ約80秒、75秒、60秒後で急に降下しているのは湯面が測定点を通るためである。

#### 4. 4 熱伝達率測定

前章での方法を用いてパラフィンのモデル実験をシミュレーションする場合、ロールの冷却性能を決める因子の一つであるパラフィンと鋼との間の熱伝達係数が必要である。この熱伝達係数を次のように求めた。

直径90mm、高さ45mm、S45Cの円柱の上下面中央にそれぞれ1つずつクロメル-アルメル熱電対（ $\phi 0.1\text{mm}$ ）を溶着し、その上面に熱電対を埋め込んだパラフィンの円盤（直径90mm、厚さ約10mm）を設置、その周りを発泡スチロールにより断熱する。そして、鋼円柱の下面を一定温度に加熱し、パラフィンと鋼の温度分布が一定となったときの温度を測定する。この温度分布が図4-7のように線

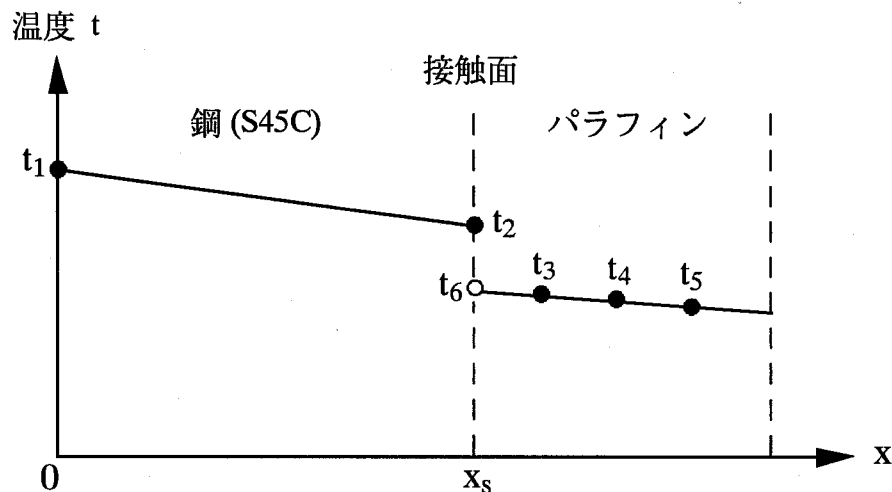


図 4-7 鋼とパラフィンの熱伝達

形に分布しているとして、パラフィンの鋼との接触面での温度 $t_6$ を求める。 $t_2$ は鋼のパラフィンとの接触面での温度とし、パラフィンの中の温度を $t_p$ 、パラフィンの熱伝導率を $\lambda_p$ とするとパラフィン内を通る熱流速から熱伝達率は、

$$\alpha_p = - \frac{\lambda_p}{t_2 - t_6} \frac{dt_p}{dx} \quad (4-1)$$

と求まる。同様にして鋼内を通る熱流束からも同様に求められる。

$$\alpha_s = - \frac{\lambda_s}{t_2 - t_6} \frac{dt_s}{dx} = - \frac{\lambda_s}{t_2 - t_6} \frac{t_1 - t_2}{x_s} \quad (4-2)$$

本章でのシミュレーションでは、 $\alpha_p$ と $\alpha_s$ の平均をパラフィンと鋼との間の熱伝達係数として計算条件に用いた。

#### 4. 5 実験結果とシミュレーションとの比較

##### 4. 5. 1 シミュレーションに用いた条件

第3章で示した計算方法を用いてパラフィンによるモデル実験のシミュレーションを行う。表4-4にシミュレーションに用いた計算条件を示す。実験ではパラフィンの初期温度を80℃にしてロール間に注湯したが、加工中湯面も空気により冷却され、温度は下がっている。この温度の低下を考慮して、シミュレーションでは熱画像装置により測定した温度の湯面付近の温度をパラフィンの初期温度とし、同時に湯面温度とした。また、パラフィンとロールとの間の熱伝達率は500W/m<sup>2</sup>・Kとした。

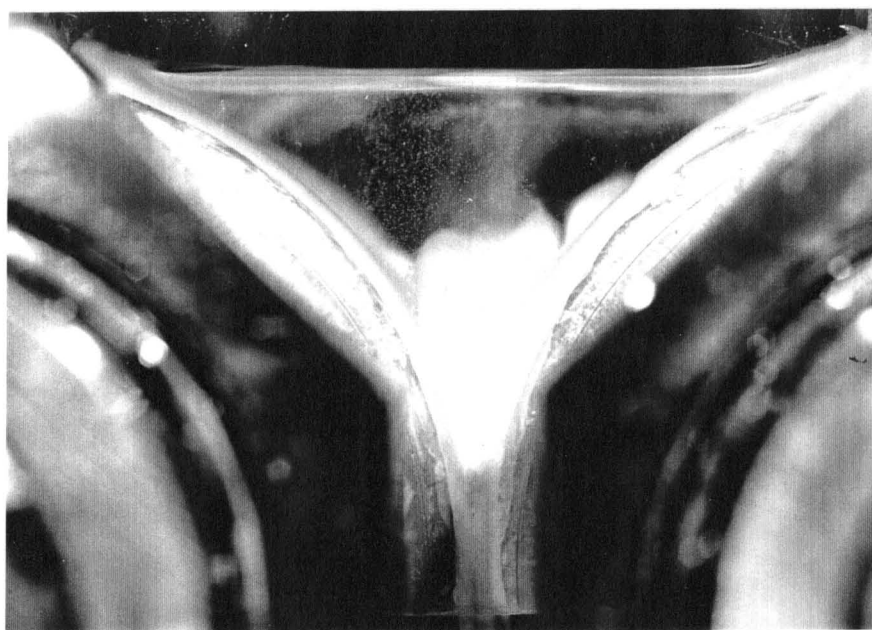
##### 4. 5. 2 モデル実験

ロールギャップ1mm、ロール速度が4.2, 12.6mm/sのときの湯溜まり内の状態とシミュレーション結果を図4-8および図4-9に示す。ロール速度が4.2mm/sのとき、実験結果では湯溜まり内で白い盛り上がりが生じて白濁しているようすがわかる。これは左右のロール表面で冷却、凝固したパラフィンの層が圧着され、ロールギャップから押し出される際に、全てが押し出されずに、その一部が湯溜まり側に絞り出されるためのものである。シミュレーション結果においても凝固した素材が湯溜まり側に絞り出されているようすが現れている。ロール速度が速くなると素材とロールとの接触時間が短くなるため凝固層の厚さが薄くなり、湯溜まり側に絞り出される量も小さくなる。ロール速度が12.6mm/sの場合、実験において湯溜まり内での白濁部分は小さくなっている。シミュレーションでは湯溜まり

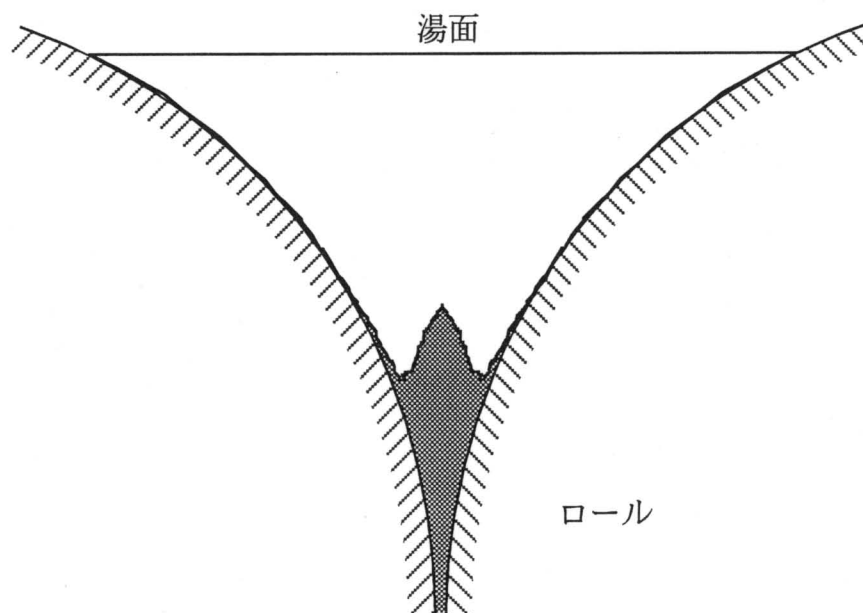


表 4-4 シミュレーションに用いた条件

ロール直径 /mm	100
ロール速度 /mm・s <sup>-1</sup>	4.2, 12.6
ロールギャップ /mm	1
湯面高さ /mm	45
変形抵抗 /MPa 固相率 : 0.99 < $\xi$ 固相率 : 0.8 ≤ $\xi$ ≤ 0.99 固相率 : $\xi$ < 0.8	$3.5 \dot{\epsilon}^{-0.3}$ $0.1 \dot{\epsilon}^{-0.3}$ $0.001 \dot{\epsilon}^{-1}$
熱伝導率 /W・m <sup>-1</sup> ・K <sup>-1</sup>	0.234
比熱 /J・kg <sup>-1</sup> ・K <sup>-1</sup>	1670
密度 /kg・m <sup>-3</sup>	900
潜熱 /kJ・kg <sup>-1</sup>	167.4
液相線温度 /°C	68
固相線温度 /°C	66
初期温度 /°C	75
ロール温度 /°C	15
外気温度 /°C	15

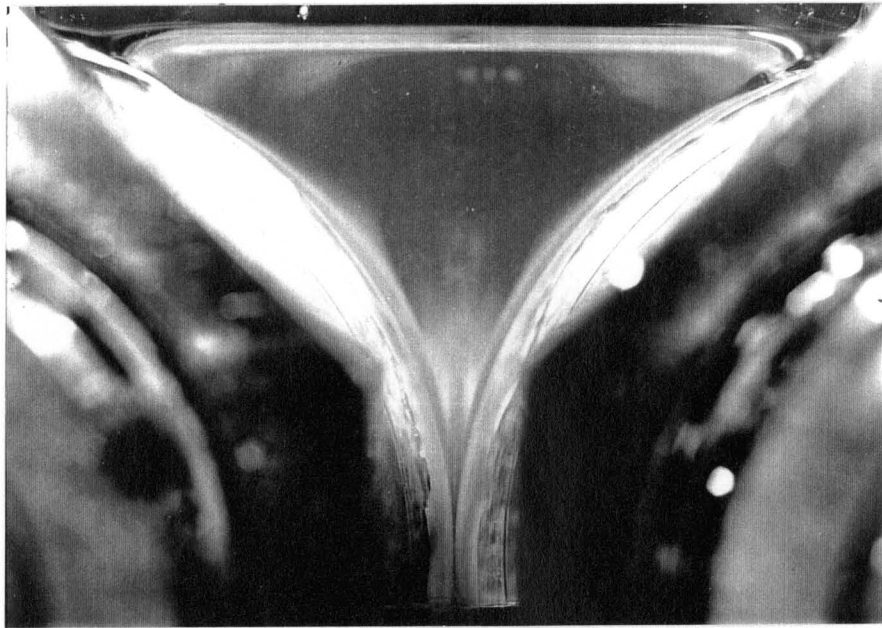


(a) モデル実験

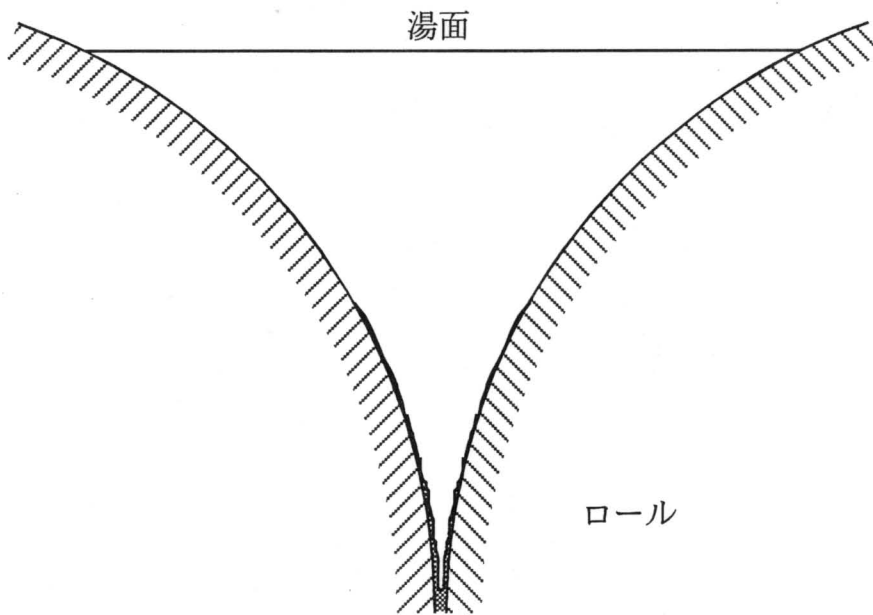


(b) シミュレーション

図 4-8 ロール速度 4.2 mm/s のときの湯溜まり内の固液相分布



(a) モデル実験

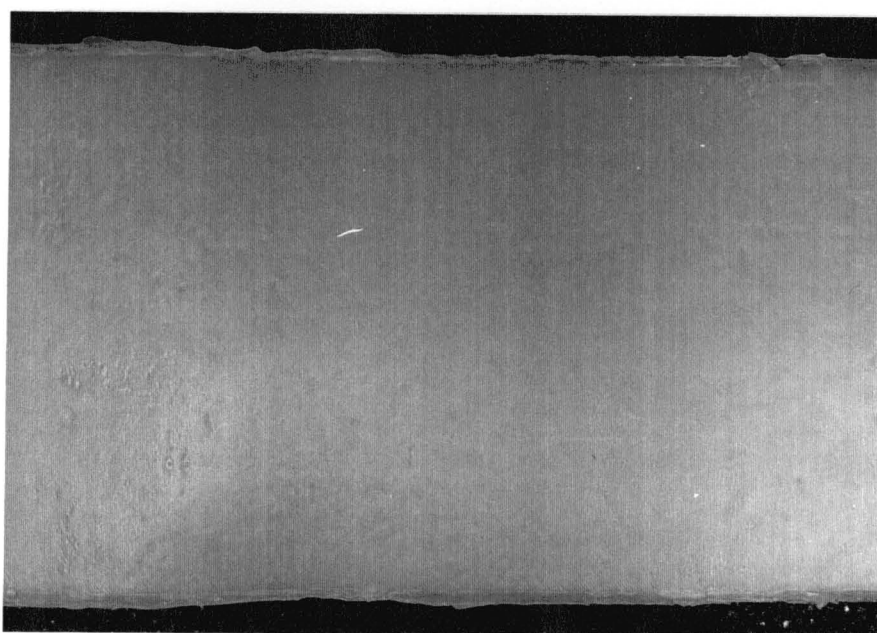


(b) シミュレーション

図 4-9 ロール速度 12.6 mm/s のときの湯溜まり内の固液相分布



(a) ロール速度 4.2 mm/s



(b) ロール速度 12.6 mm/s

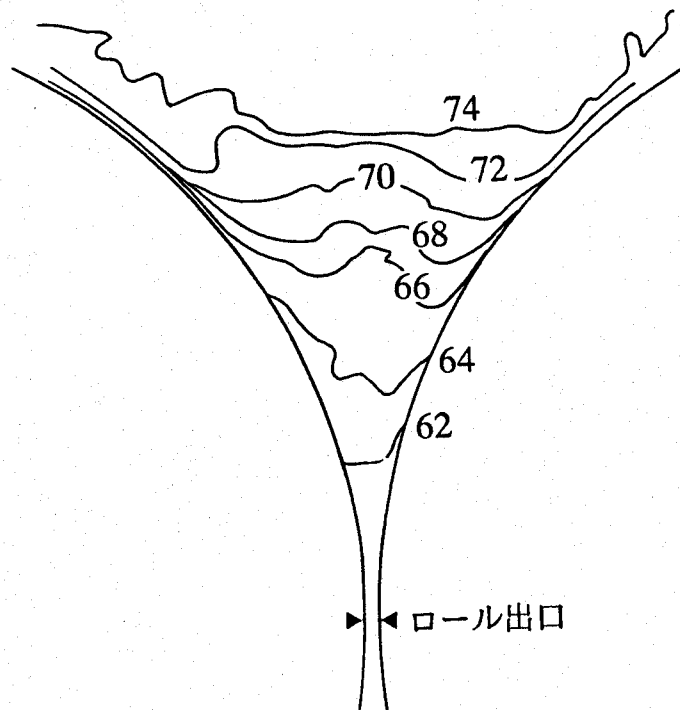
図4-10 双ロール式ストリップキャストの定常加工状態における表面性状

側への絞り出しはなくなっている。これより、本シミュレーションにより湯溜まり部での固液相分布のロール速度による影響を定性的に求めることができると考えられる。

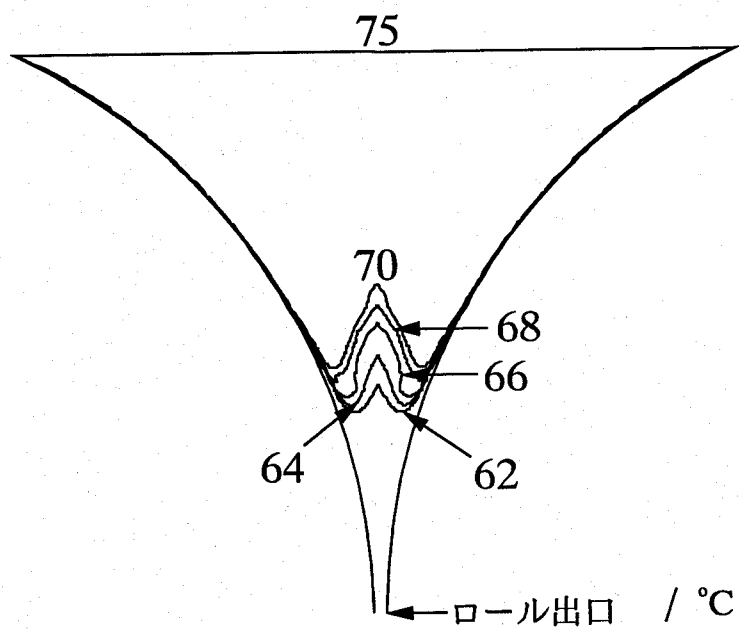
図4-10に各ロール速度で製造された薄板の定常加工状態における表面性状を示す。薄板の表面性状はロール速度の低下により劣化しており、ロール速度が4.2mm/sの場合では薄板表面に不規則なしわや割れ、めくれなどが生じている。これよりロール表面上で成長した凝固層がロールギャップ付近で圧着され、ロールギャップから押し出される際、大きな圧延作用が生じていると考えられる。また、ロール速度が12.6mm/sのときの薄板の表面は、他のものと比べ割れなどはなくなめらかであるが、非常に細かい凹凸が全体に見られた。この細かい凹凸は加工中ロール表面と湯面とが接する部分での湯面の振動による生じているものと思われる。

#### 4. 5. 3 温度分布

赤外線感知式熱画像装置を用いて測定した湯溜まり部分のサイドダム側堰における温度分布とシミュレーション結果を図4-11および図4-12に示す。本モデル実験に使用したパラフィンの融点は66~68℃であるので、66℃以下では白色の固体、68℃以上では無色透明の液体、66~68℃では白濁した半溶融状態になっていると考えられる。赤外線式熱画像装置による温度分布では湯面付近の温度は約74℃、ロールギャップ付近では62℃となっており、また、このパラフィンの固相線温度となる66℃の等温線の位置から、ロールギャップ付近ではパラフィンは完全に固体状態になっていることになる。シミュレーション結果では、ロール速度が4.2mm/sのときはロールギャップ付近で素材の盛り上がり現象が生じており、ロールギャップ付近では完全に固体状態となっているが、ロール速度が12.6mm/sのときは素材の盛り上がり現象は生じておらず、熱画像装置による温度分布とはよい一致を示していない。熱画像装置による温度分布と図4-8および図4-9に示すモデル実験での湯溜まり内の凝固状態を比較すると、ロール速度が4.2mm/sのときは類似はしているが、ロール速度が12.6mm/sの場合、ロールギャップ付近での白濁は少ないにもかかわらず、温度分布で固体領域が広がっているような分布となっており、目視される状態と測定された温度分布もよい一致を示していない。

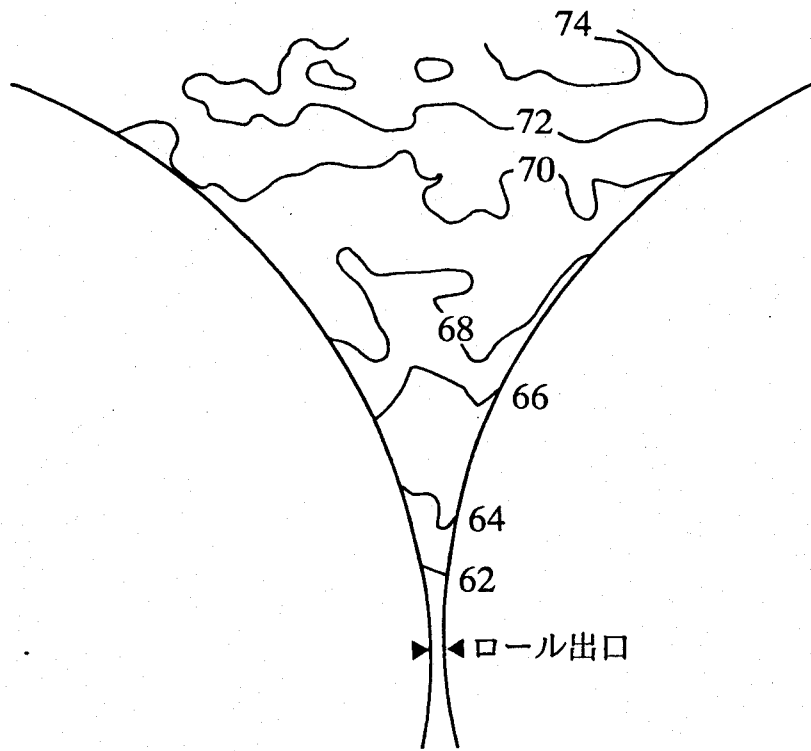


(a) 熱画像装置

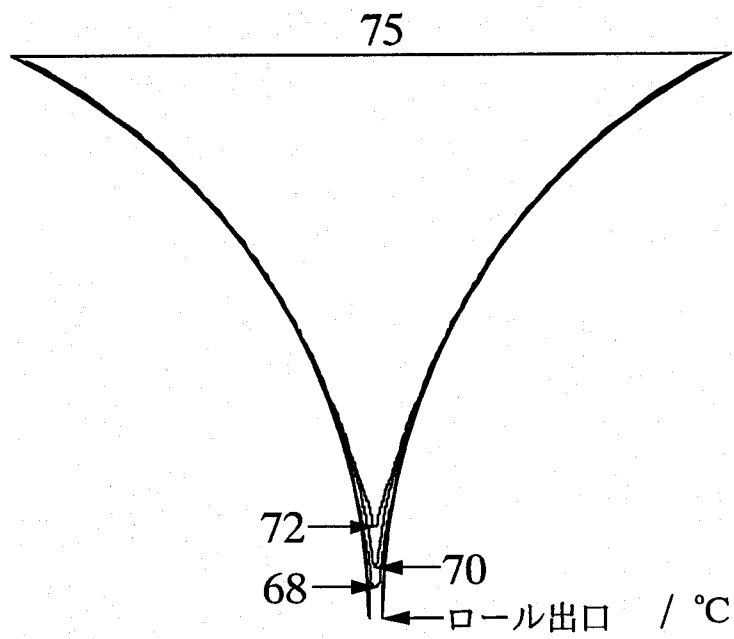


(b) シミュレーション

図 4-11 ロール速度 4.2 mm/s のときの温度分布



(a) 熱画像装置



(b) シミュレーション

図 4-12 ロール速度 12.6 mm/s のときの温度分布

#### 4. 6 考 察

図4-8および図4-9に示すモデル実験での湯溜まり内の固液相分布と図4-11および図4-12に示す熱画像装置により測定した温度分布との不一致は凝固の挙動がロール幅方向で均一ではないためと考えられる。赤外線感知式熱画像装置ではサイドダム側面での温度分布が測定されており、内部の温度分布よりも小さな値となる。また、熱画像装置による温度測定では外部からの赤外線やポリエチレンラップのたるみやしわによる反射などの影響もある。

一方、シミュレーションでは、素材とロールとの間の熱伝達係数に固体パラフィンと鋼により求めた熱伝達係数を用いて計算を行ったが、素材の状態はロールとの接触により液体から半熔融状態そして固体へと変化するため、ロールとの熱伝達状況も変化する。したがって、素材の状態あるいは温度に対応した熱伝達係数の設定が必要である。さらにロール表面温度を一定としているが、実際の加工では高温の状態が長時間続くため、ロールに温度分布が生じ、素材との熱伝達にも影響を及ぼす。このように熱伝達係数やロールの温度分布は双ロール式ストリップキャストの冷却性能を決める要因であるので、シミュレーションにおいて材料特性の測定は重要である。

#### 4. 7 ま と め

双ロール式ストリップキャストにおいて、湯溜まり部分で生じている現象を確認するために、パラフィンを用いて実際に加工を行い、その凝固、圧着挙動のモデル実験を行った。そして、第3章による計算方法によりパラフィンによるモデル実験のシミュレーションを行い、実験結果との比較、検討を行った。また、熱画像装置を用いて湯溜まり部分の温度分布を測定することによる可視化、定量化についても試みた。その結果、モデル実験においてロール速度が遅い場合湯溜まり部分に凝固層の盛り上がり現象が生じ、ロール速度が速い場合はその盛り上がりが小さくなることが確認された。シミュレーションにおいても凝固層の盛り上がり現象のロール速度による影響を再現することができた。これより、第3章において示した計算方法によるシミュレーションにより、湯溜まり部分における固液相分布のロール速度による変化を定性的に求めることができることを示した。また、赤外線感知式熱画像装置による温度測定では目視される位置と測定位置との相違や測定面における外部からの赤外線の反射などの考慮が必要である。



## 参考文献

- [1] H. Bessemer: J. Iron and Steel Institute, 1891, pp. 23-41.
- [2] H. Bessemer: J. Metals, 1965, pp. 1189-1191.
- [3] 塩沢正一, 草川隆次, 松浦佑次: 塑性と加工, 1-2(1960), pp. 99-106.
- [4] 梶山正孝, 福迫達一, 佐藤彰: 日本金属学会誌, 32-6(1968), pp. 590-594.
- [5] 梶山正孝, 福迫達一, 佐藤彰: 日本金属学会誌, 33-10(1969), pp. 1099-1103.
- [6] 宮沢憲一, 長隆郎, 井上道雄: 日本金属学会誌, 46-9(1982), pp. 944-949.
- [7] K. Miyazawa, T. Choh and M. Inouye: Trans. Japan Institute of Metals, 24-11(1983), pp. 781-788.
- [8] S. Miyake, H. Yamane, M. Yukumoto and M. Ozawa: ISIJ Int., 31-7(1991), pp. 689-695.
- [9] 齊藤好弘, 有馬修治, 佐藤宏秀, 加藤健三: 第38回塑性加工連合講演会講演論文集, 1987, pp. 125-128.
- [10] Y. Fujita, H. Sato, T. Kitagawa, S. Nishioka, Y. Tsuchida and A. Ozeki: ISIJ. Int., 29-6(1989), pp. 495-502.

## 第5章 半溶融・半凝固鍛造

### 5.1 まえがき

塑性加工において製品の高精度化，省エネルギー化，製造工程の短縮化などの要求から，加工のニヤネットシェイプ化が進められており，その加工方法として半溶融・半凝固加工が注目されている．半溶融・半凝固加工は，素材を溶融あるいは凝固させるときに生じる固体と液体が共存する状態で成形する方法である．この加工方法における素材の変形挙動は固体と液体の割合により異なる．固体の割合が低い場合液体の流動性は高いが，凝固が進むにしたがい固体の割合が増加すると液体の流動性は低下し，やがて固体中に液体が密閉された状態となる．半溶融・半凝固金属を用いた鍛造などでは工具と接触している部分から冷却凝固が進むため内部に未凝固部分を含む形で加工が行われる．また，スラブの連続鋳造加工などではモールドに接する部分から凝固が生じるが，モールドから出た時点では内部は完全には凝固しておらず，支持ロール間で素材内部は液体状態にあり，素材のバルジ変形が問題となる[1]．さらに，スラブの連続鋳造の場合では，鋳造直後で圧延される場合があり，素材内部がまだ液体の状態加工されることになり[2,3]，前章での双ロール式ストリップキャストイングにおいても同様の現象が生じる．

本章では，固体と液体が存在する状態での素材の変形として，半溶融・半凝固金属を用いた鍛造，双ロール式ストリップキャストイング，連続鋳造直後の圧延などのような内部が液体状態での変形を対象に，そのモデルとして内部に液体を含む固体金属の変形を取扱う．シミュレーションでは内部に液体を含む円柱のすえ込み加工を行い，素材の変形を有限要素法により計算する場合の問題点と計算方法を示し，実験結果との比較によりその有効性を確かめる．

### 5.2 粘塑性解析法

有限要素法による素材の変形計算では，素材の変化はその変形抵抗の変化として表される．したがって，固体中に液体を含む金属の変形のシミュレーション方法としては，液体と固体の変形抵抗が極端に違う場合を除いて，変形抵抗の値を変化させるだけで近似できる．この方法では第2章で示した計算方法をそのまま適用することができる．液体を粘塑性体と仮定すると，その変形抵抗はひずみ速度に比例することから

$$\bar{\sigma} = a \dot{\epsilon}^m \quad (5-1)$$

と表される。粘塑性体はひずみ速度依存性が大きい材料とみなすことができる。

液体の変形抵抗は固体のそれに比べて十分小さく、また低速で変形する場合は、ひずみ速度依存性により変形抵抗は零に近づく。したがって、固体中に空隙を持つ状態と類似になるが、液体は非圧縮性であるのでその体積は一定に保たれる。

このように液体を粘塑性体と仮定することにより、内部に液体を含む円柱のすえ込みについてのシミュレーションを行った。図5-1に液体部分の素材全体の体積に対する比率（液体の体積率  $f$ ）が21.6%の場合について変形計算を行った結果を示す。圧縮率  $\Delta h/h=10\%$  において液体部分の要素形状に変形の不安定性が現れており、圧縮率  $\Delta h/h=20\%$  において液体部分の要素形状が大きく崩れているのがわかる。この場合の計算では、液体部分での変形抵抗が固体部分の変形抵抗に比べて、ほぼ零の状態では体積一定条件を満足させているために、汎関数を最小化して求められる液体部分の速度場が非常に不安定になり、液体部分の要素が大きく崩れたと考えられる。このように液体部分の速度場が不安定であるため、変形計算において一段階あたりの変形増分を小さくし、さらに要素の変形が大きくなり計算不能となる場合は要素の再分割を行いながら計算する必要がある。

また、液体部分で一旦要素が大きく崩れてしまうと体積一定条件を十分に満足することができなくなる。図5-2に、表5-1の条件の下での変形計算における素材中の液体部分の体積変化に対する液体部分と固体部分の変形抵抗の比の影響を示す。液体部分の要素の崩れに対しては各変形段階で要素の再分割を行いながら計算を行った。液体の変形抵抗が固体の $10^2$ までは40%の圧縮計算を行っても体積変化は1%以内であり、非圧縮性材料の変形挙動を近似できるといえる。 $10^3$ になると、30%の圧縮で体積変化は約1.8%であり、40%圧縮では3%以上となっている。変形抵抗の比が $10^4$ 以上になると10%の圧縮ですでに1%以上となっており、30%以上の圧縮では実質的に計算不能の状態となったので、わずかな変形しか計算できないことがわかる。鍛造加工の場合圧縮率が40%に達することは多いので、粘塑性解析法では液体の変形抵抗が固体に比べて $10^2$ 以上までは計算が可能であると考えられる。しかしながら、液体部分の変形抵抗が固体部分の変形抵抗より $10^2$ 以下であることは十分に考えられるので、この場合別の計算方法が必要となる。

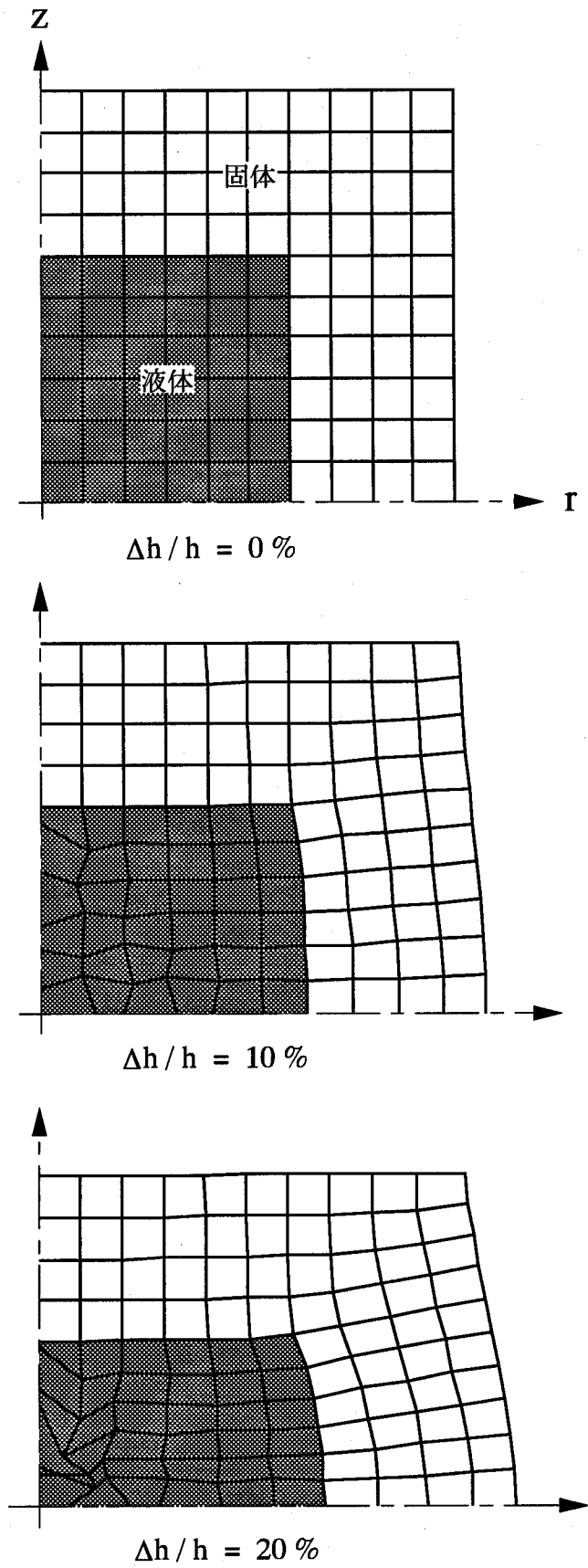


図 5-1 粘塑性解析法による変形計算  
 (  $f = 21.6\%$ ,  $\bar{\sigma}_S = 10\text{MPa}$ ,  $\bar{\sigma}_L = 0.01 \dot{\epsilon}\text{MPa}$  )

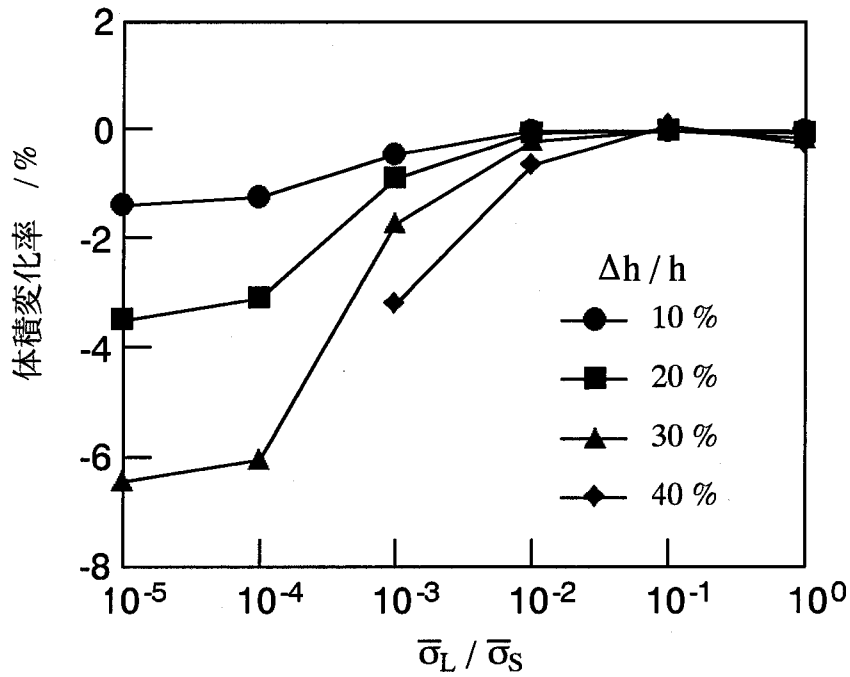


図 5-2 液体と固体の変形抵抗の比と体積変化率の関係

表 5-1 シミュレーションでの体積変化を求める計算に用いた条件

固体の変形抵抗 /MPa	10
液体の変形抵抗 /MPa	$10^4 \sim 10$
摩擦係数	0
液体の体積率 f /%	21.6

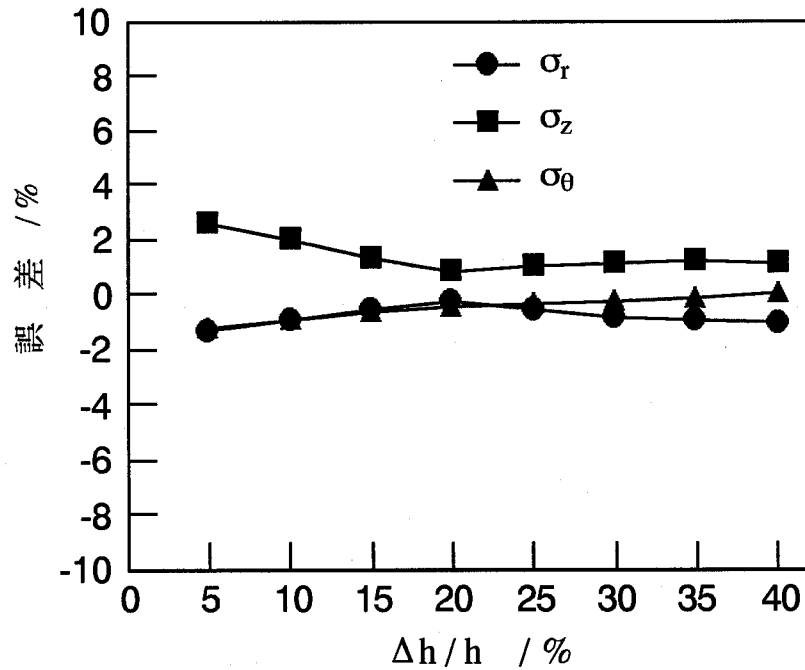


図 5-3 液体部分の応力の静水圧応力に対する誤差  
( $\bar{\sigma}_L / \bar{\sigma}_S = 10^{-2}$ )

### 5. 3 液体部分に要素分割を行わない計算方法

粘塑性解析法による変形計算における液体部分の応力の静水圧応力に対する誤差を図5-3に示す。液体の変形抵抗が固体の $10^2$ の場合の結果である。これより、素材の変形において液体部分は静水圧応力状態であると考えられる。本論文での剛塑性有限要素法では式(2-9)のようにひずみ速度から応力を直接計算することができ、次式のように表すことができる。

$$\sigma_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \dot{\epsilon}_{ij} + \delta_{ij} \left(1 - \frac{2}{9}g\right) \sigma_m \quad (5-2)$$

液体部分の変形抵抗が固体部分と比較して十分小さい場合、式(5-2)の右辺第一項はほぼ零となる。したがって、内部に含まれている液体の低速での変形はその変形抵抗が固体の $10^2$ 以下ではほぼ静水圧応力に一致し、均一な応力状態になると考えられる。

内部に液体を含む金属の変形を粘塑性解析法を用いて計算する場合に限界が生じるのは、液体部分に要素分割を行い、その要素形状が崩れるためである。そこで、液体部分の要素分割を行わずに液体部分の体積を一定にするを考える。液体部分全体における体積一定条件は次式のように表される。

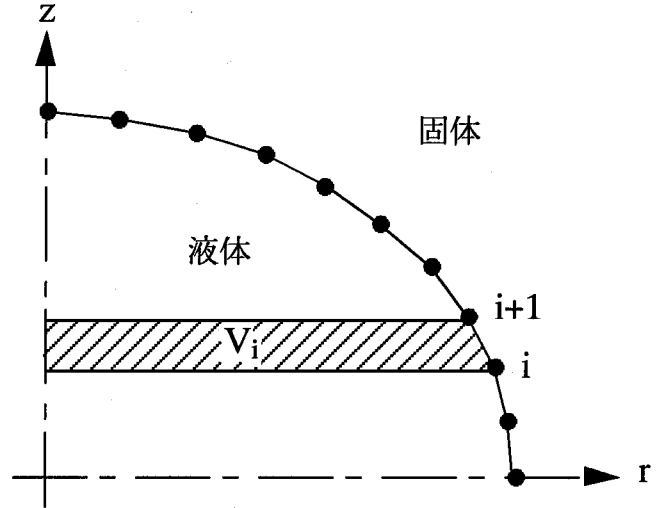


図 5-4 液体部分の体積計算

$$\dot{\epsilon}_v^l = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{V_1' - V_1}{V_1} \frac{1}{\Delta t} = 0 \quad (5-3)$$

ここで、 $V_1$  は現段階の液体の体積、 $V_1'$  は  $\Delta t$  時間後の液体の体積である。式(5-3)において液体の体積を、液体と固体の境界上にある節点から計算する。図5-4において、境界上にある節点  $i$  ( $r_i, z_i$ )、 $i+1$  ( $r_{i+1}, z_{i+1}$ ) より図中斜線部の体積は、軸対称形では、

$$V_i = \frac{\pi}{3} (z_{i+1} - z_i) (r_i^2 + r_i r_{i+1} + r_{i+1}^2) \quad (5-4)$$

である。節点  $i, i+1$  における節点速度を  $(u_i, v_i), (u_{i+1}, v_{i+1})$  とすると、 $\Delta t$  時間後座標は  $(r_i + \Delta t u_i, z_i + \Delta t v_i), (r_{i+1} + \Delta t u_{i+1}, z_{i+1} + \Delta t v_{i+1})$  となるから、式(5-4)より  $V_i'$  を求め、式(5-3)より体積ひずみ速度を計算すると、

$$\dot{\epsilon}_v^l = \frac{\pi}{3V_1} \sum \left[ (z_{i+1} - z_i) \left\{ (2r_i + r_{i+1})u_i + (r_i + 2r_{i+1})u_{i+1} \right\} + (v_{i+1} - v_i)(r_i^2 + r_i r_{i+1} + r_{i+1}^2) \right] \quad (5-5)$$

となり、境界上の節点座標と節点速度により表現できる。

このように、式(5-3)の体積一定条件を固体と液体の境界上の節点の節点座標と節点速度により表し、これを付帯条件として、式(2-19)の汎関数を停留させる。

この方法としてLagrangeの未定乗数法を用いる。未定乗数 $\lambda$ を用いて次式のような汎関数が導かれる。

$$\Phi = \int_{V_s} \left[ \int_0^{\dot{\bar{\epsilon}}} \bar{\sigma} d\dot{\bar{\epsilon}} \right] dV - \int_{S_s} \bar{T}_i v_i dS + \lambda \dot{\bar{\epsilon}}_v V_1 \quad (5-6)$$

ここで、 $V_s$ は固体部分の体積、 $S_s$ は固体と外部との境界面の面積である。この汎関数を停留させることにより解を求める。

式(5-6)の汎関数の停留条件を考えると次式のようになる。

$$\delta\Phi = \int_{V_s} \bar{\sigma} \delta\dot{\bar{\epsilon}} dV - \int_{S_s} \bar{T}_i \delta v_i dS + \lambda \delta\dot{\bar{\epsilon}}_v V_1 + \delta\lambda \dot{\bar{\epsilon}}_v V_1 = 0 \quad (5-7)$$

$\dot{\bar{\epsilon}}_v$ は液体部分全体において一様であるから、

$$\delta\dot{\bar{\epsilon}}_v V_1 = \int_{V_l} \delta\dot{\bar{\epsilon}}_v dV = - \int_{S_l} \delta v_i n_i dS \quad (5-8)$$

$S_l$ は固体と液体の境界面の面積、 $n_i$ は液体と固体の境界面における法線ベクトル成分となる。したがって、式(5-7)より、

$$\int_{V_s} \sigma_{ij} \delta\dot{\bar{\epsilon}}_{ij} dV - \int_{S_s} \bar{T}_i \delta v_i dS - \int_{S_l} \lambda \delta v_i n_i dS + \delta\lambda \dot{\bar{\epsilon}}_v V_1 = 0 \quad (5-9)$$

となり、左辺第一項目を部分積分してまとめると、式(5-9)は次式のようになる。

$$\int_{V_s} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \delta v_i dV + \int_{S_s} (\bar{T}_i - \sigma_{ij} n_j) \delta v_i dS + \int_{S_l} (\lambda n_i - \sigma_{ij} n_j) \delta v_i dS - \dot{\bar{\epsilon}}_v V_1 \delta\lambda = 0 \quad (5-10)$$

上式が恒等的に成立することから、



$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (V_s \text{ 内で}) \quad (5-11)$$

$$\bar{T}_i = \sigma_{ij} n_j \quad (S_s \text{ 上で}) \quad (5-12)$$

$$\lambda n_i = \sigma_{ij} n_j \quad (S_1 \text{ 内で}) \quad (5-13)$$

$$\varepsilon_v^l = 0 \quad (V_1 \text{ 内で}) \quad (5-14)$$

式(5-13)より $\lambda$ が静水圧応力を表すことがわかる。また、式(5-14)は液体部分の体積一定条件である。

以上より、式(5-6)の汎関数を停留させることにより、液体部分の体積一定条件を満足する固体部分の速度場が求まり、さらに、 $\lambda$ より液体部分の静水圧応力が求められる。この方法を用いて計算した結果を図5-5に示す。図5-1と比較して、液体部分に要素分割を行っていないので、その部分における要素形状の崩れが問題とならず、計算時間も短縮された。また、体積変化は圧縮率が40%で約0.1%と十分に小さい値であった。

#### 5. 4 内部に液体を含む円柱のすえ込み実験とシミュレーション

シミュレーション方法の有効性を確認するために、内部に液体を有する円柱のすえ込み実験を行い、シミュレーションと比較を行った。図5-6に実験装置を示す。実験には100tonの油圧式試験機を用い、それにダイセットとロードセルを設置した。ダイセットには工具とダイヤルゲージを取付け、工具により試料を圧縮し、ロードセルとダイヤルゲージにより測定を行った。図5-7に実験に用いた試料形状を、表5-2にその寸法を示す。固体金属の材料にはアルミニウムを用い、中の液体にはグリースを用いた。アルミニウム円柱内部へのグリースの密閉方法としてネジを用いた。表5-3に実験条件、表5-4にシミュレーション条件を示す。

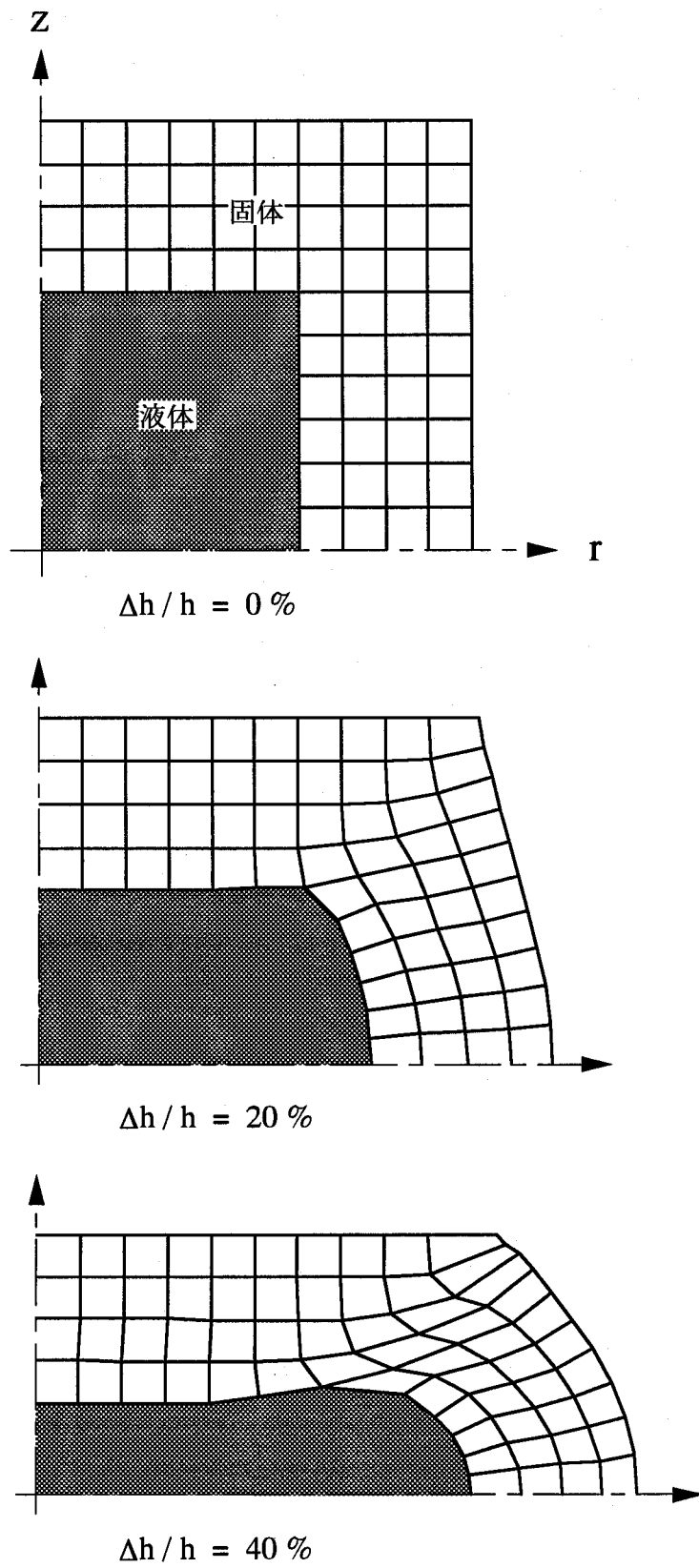


図 5-5 液体部分に要素分割を行わない方法による計算結果  
( $f = 21.6 \%$ )

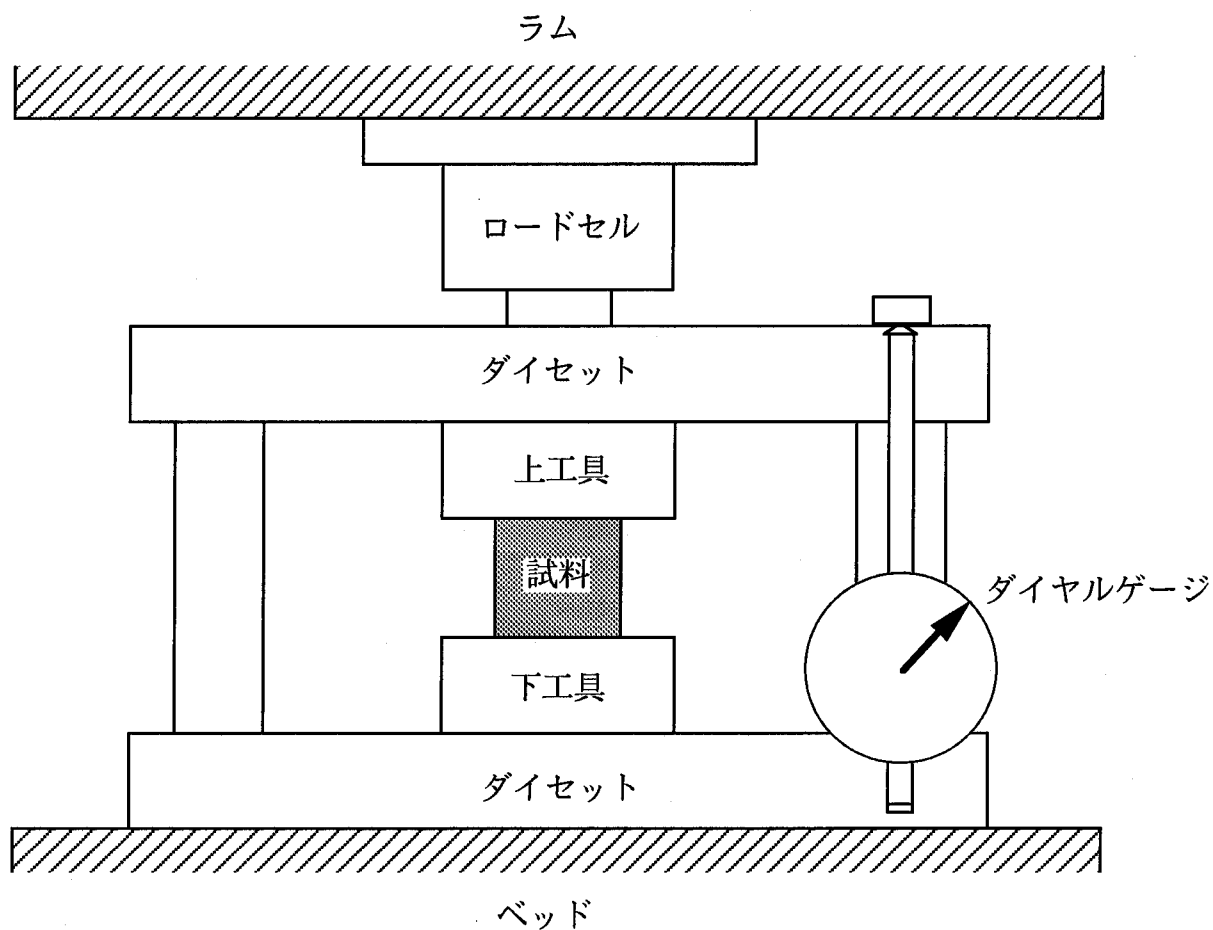


図 5-6 内部に液体を含む金属の圧縮実験装置

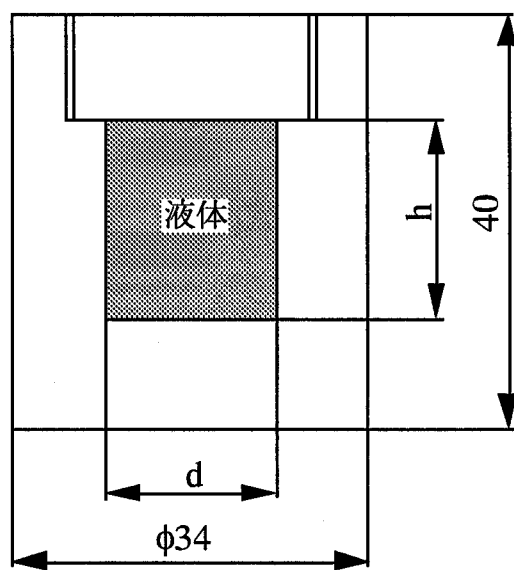


図 5-7 内部に液体を含む円柱試験片

表 5-2 内部に液体を含む円柱試験片の寸法

d / mm	h / mm	液体の体積率 f / %
12	18	5.6
15	21	10.2
20	26	22.5

表 5-3 内部に液体を含む円柱のすえ込み実験の条件

固体材料	アルミニウム
液体材料	グリース
摩擦状態	無潤滑
工具速度 / mm・s <sup>-1</sup>	約 0.01
液体の体積率 / %	0, 5.6, 10.2, 22.5

表 5-4 シミュレーションに用いた計算条件

固体の変形抵抗 / MPa	$130 \bar{\epsilon}^{0.3}$
摩擦係数	0.25
工具速度 / mm・s <sup>-1</sup>	0.01
液体の体積率 f / %	0, 5.6, 10.2, 22.5

### 5. 5 実験およびシミュレーションの結果

図5-8に荷重と圧縮率の関係を示す。圧縮率 $\Delta h/h=20\%$ まではシミュレーション結果と実験結果はよい一致を示している。しかしながら、それ以上の圧縮ではシミュレーション結果の方が実験結果よりも大きな荷重を示している。

液体の体積率 $f=10.2\%$ の試料の各圧縮率における断面形状を図5-9に示す。実験結果には上下の対称性が見られない。これは、内部に液体を密閉するための蓋の部分に圧縮を受けると内部に落ち込もうとするため、カップと蓋との接合が弱いためであると考えられる。また、このために図5-8に示す荷重において圧縮率20%以上で実験結果の方がシミュレーション結果よりも小さくなったと考えられる。実際、液体の体積率が10.2%、22.5%の場合、円柱内部のグリースの漏れが生じた。

図5-10にシミュレーションにおける内部液体の静水圧応力と圧縮率との関係を示す。圧縮率が大きくなるほど内部液体の静水圧応力は高くなり、また、液体の体積率が小さいほど静水圧応力が高いのがわかる。

固体金属中の内部が液体の場合と空隙の場合との比較も行った。図5-11に内部

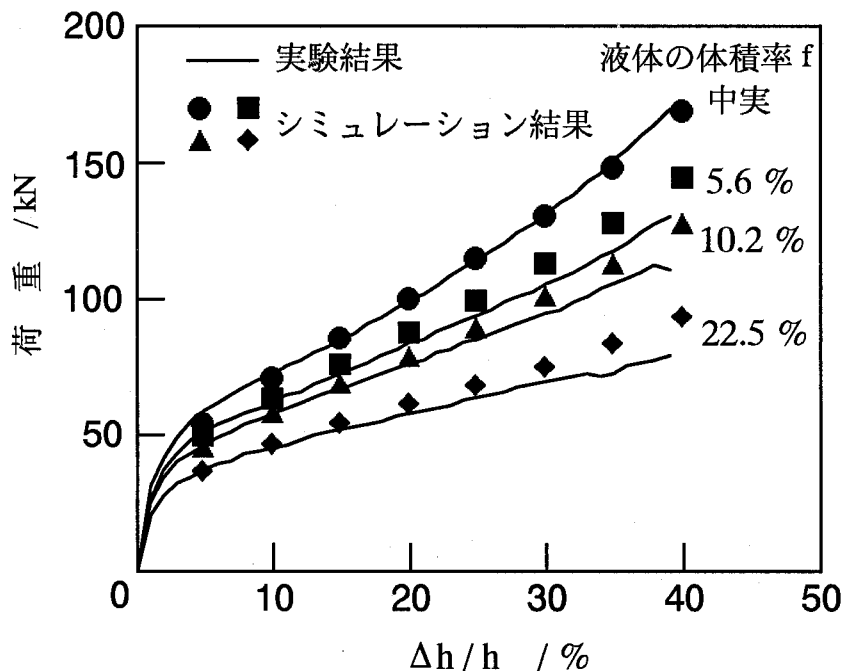


図 5-8 荷重と圧縮率の関係

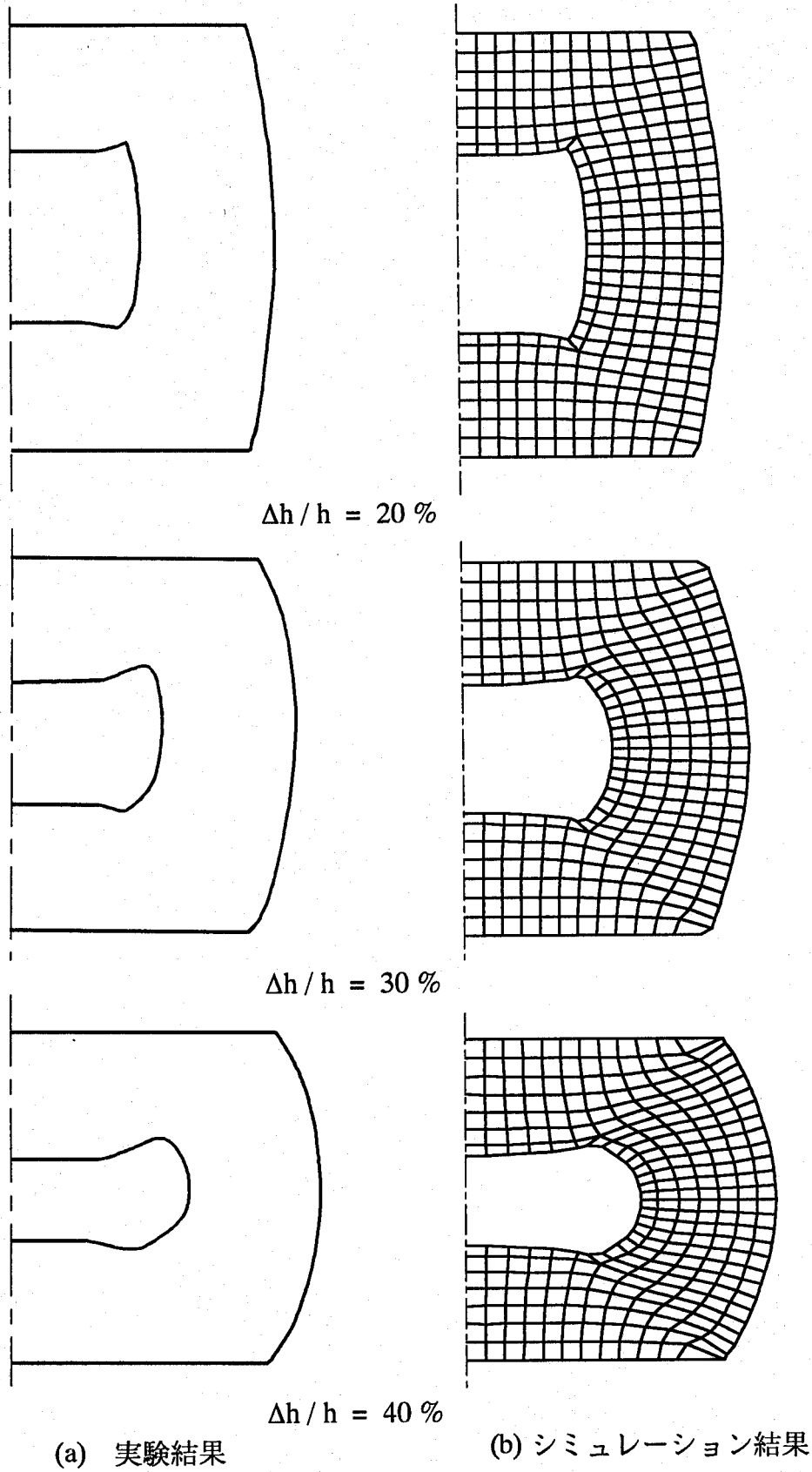


図 5-9 内部にグリースを含むアルミ円柱の圧縮変形における断面形状  
( $f = 10.2\%$ )

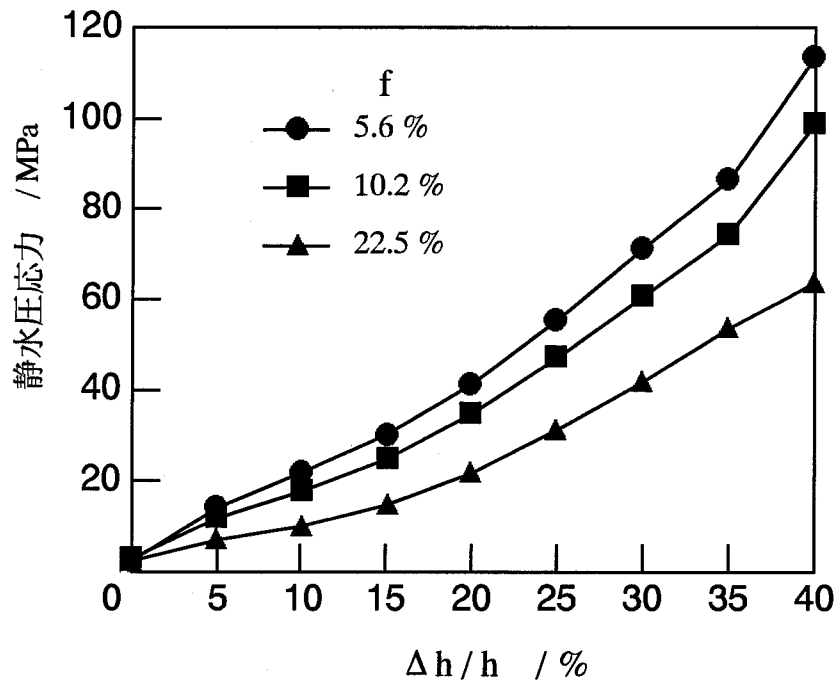


図 5-10 内部液体の静水圧応力と圧縮率との関係

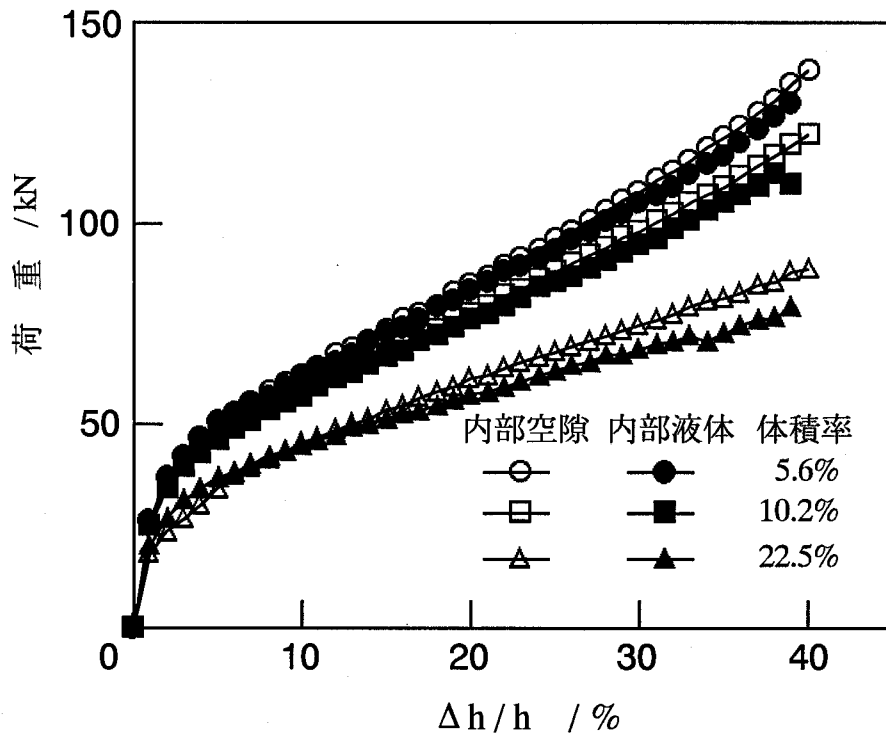


図 5-11 内部が液体の場合と空隙の場合における圧縮率と荷重との関係

が液体の場合と空隙の場合における圧縮率と荷重との関係を示す。圧縮率が高くなると内部空隙の方が内部液体よりも荷重が高くなっているのがわかる。

図5-12に40%圧縮のときの内部が液体の場合と空隙の場合の断面形状を示す。内部が液体の場合その部分の体積は一定に保たれるため、空隙の場合と比較して、その領域は側方に広がっており、その分側面が張り出している。このように内部が液体の場合、圧縮率が高くなると上下方向の中央断面における液体部分の割合が内部空隙の場合よりも大きくなるため、素材全体の平均的な変形抵抗が低下するものと考えられる。

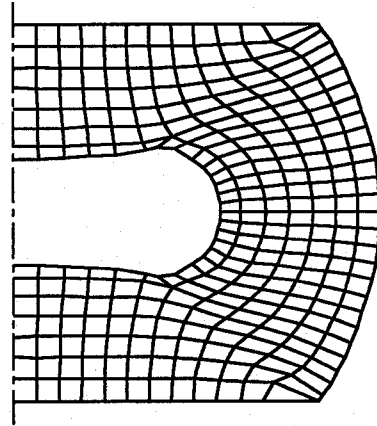
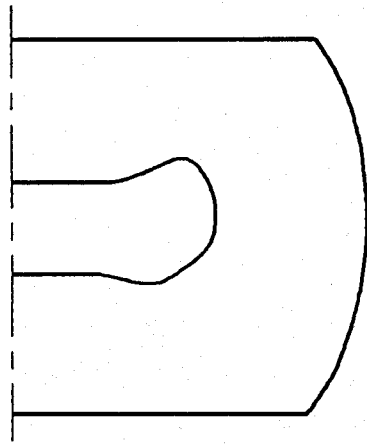
## 5. 6 考 察

半溶融・半凝固鍛造における固体と液体が共存する状態での素材の変形モデルとして、液体が固体により密閉されている状態を取扱ったが、固体と液体の割合およびその状態により液体が流動性を有する場合が存在するので、その場合も含めた取扱いが必要である。また、半溶融・半凝固加工の場合、素材の温度および凝固計算も必要であり、素材中の固液の状態、温度分布、素材の変形等を連成させた解析への拡張が必要である。

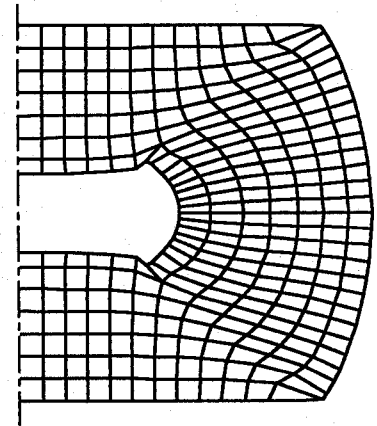
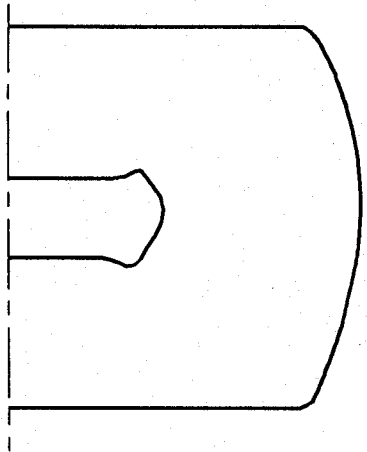
## 5. 7 ま と め

本章では、半溶融・半凝固鍛造あるいは双ロール式ストリップキャストニングなどの固体と液体が共存する状態での素材の変形モデルの一つとして、内部に液体を含む固体金属の変形挙動について取り扱った。シミュレーションでは内部に液体を含む固体金属の変形挙動を有限要素法により計算する場合の問題点を示し、固体内部の液体部分に要素分割を行わずに計算する方法を示した。そして、アルミニウム円柱の内部にグリースを密閉したものと空隙のものとですえ込み実験を行い、シミュレーション結果と比較した。その結果、実験における液体の密閉性に問題はあがあるが、低圧縮率での荷重および変形形状においてシミュレーションと実験はよい一致を示し、本方法の有効性を確認した。また、内部が液体の場合と空隙の場合との比較では高圧縮率において荷重および変形形状に違いが現れ、荷重では内部空隙の方が若干高くなることがわかった。





内部液体



内部空隙

(a) 実験結果

(b) シミュレーション結果

図 5-12 アルミ円柱の内部が液体の場合と空隙の場合における断面形状  
( $f=10.2\%$ ,  $\Delta h/h=40\%$ )

## 参考文献

- [1] J. B. Dalin, Y. Germain and J. L. Chenot: Numerical Methods in Industrial Forming Processes, eds. K. Mattiasson et al., 1986, pp. 355-360, A. A. BALKEMA.
- [2] O. Pawelski, W. Rasp and B. Cremer: Numerical Methods in Industrial Forming Processes, eds. J. L. Chenot et al., 1992, pp. 743-747, A. A. BALKEMA.
- [3] W. Lapkowski, Z. Malinowski and M. Pietrzyk: Proc. 1st Int. Conf. on Modelling of Metal Rolling Processes, 1993, pp. 91-100.

## 第6章 静水圧押し出し

### 6. 1 まえがき

塑性加工には、鍛造、圧延、押し出しなど多くの種類の加工方法がある。これらの加工方法のほとんどは金型工具を用いて素材を成形するものであるが、その中には液体を利用した加工方法も存在する。押し出し加工には、ポンチで素材を押し出すかわりに液圧を利用する静水圧押し出しがある。この方法では素材が圧力媒体である液体により押し出されるため、素材とコンテナとの間の摩擦がないことに加えて、圧力媒体の潤滑作用のためダイスと素材との間の摩擦も小さくなるので押し出し力も低くなること、また、素材の周囲に高い圧力を作用させることにより難加工性材料も押し出すことができることなどの利点がある。

このような液体を利用した加工における素材の変形挙動を解析する場合、液体部分は素材との接触面に作用する液圧が境界条件として取扱われる。静水圧押し出しの解析では、弾塑性有限要素法を用いて微小な塑性変形について行われているが[1]、大きな塑性変形についてはなされていない。一方、剛塑性有限要素法は大変形解析に適しており、粉末材の静水圧成形の非定常解析において圧力の境界条件の取扱い方法が示されているが[2-4]、非圧縮性材料の静水圧押し出し加工などの定常解析を行う場合には適していない。

本章では、剛塑性有限要素法により静水圧押し出しの定常塑性変形状態をシミュレーションする場合の問題点を明らかにし、素材と液体とが接触する面での圧力の境界条件の取扱い方法を示す。

### 6. 2 剛塑性有限要素法における境界条件

本論文では、素材の変形を圧縮特性法に基づいて定式化した剛塑性有限要素法を用いて計算を行っている。この方法では、第2章で示した式(2-19)の汎関数を離散化し、節点速度により微分することにより得られる式(2-27)を解くことにより素材の変形を求めている。式(2-27)は次のように表すことができる。

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (6-1)$$

ここで、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{u\}$ は節点速度ベクトル、 $\{F\}$ は節点力ベクトルである。

式(6-1)で表される非線形連立方程式を速度および力の境界条件の下で解くことにより節点速度場を求めている。このとき、節点速度場が全て零でない解を持つた

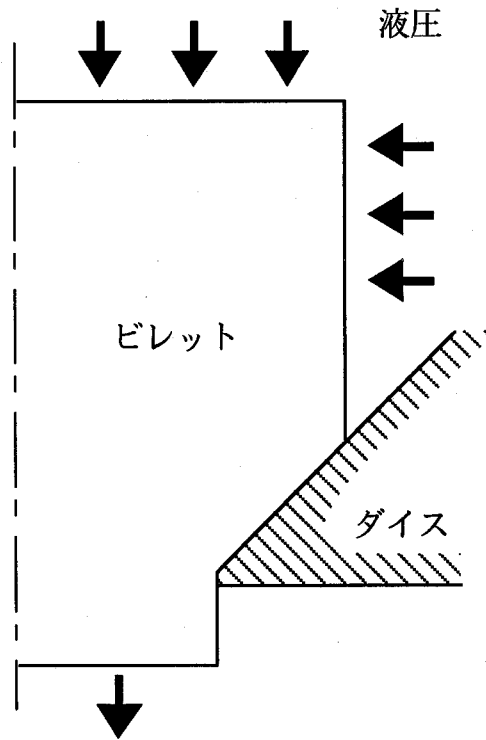


図 6-1 静水圧押しにおける境界条件

めには右辺の節点力ベクトル $\{F\}$ において零でない項が一つ以上必要で、つまり、速度の境界条件において節点速度が零でない値に既定されている節点が存在するか、力の境界条件において零でない節点外力が作用しているかのどちらかの条件が少なくとも必要となる。

静水圧押しの場合、図6-1に示すように、素材は静止したダイスと圧力媒体である液体とに接触しているだけなので速度の境界条件として節点速度が零以外の値に既定されることはない。また、素材は圧力媒体である液体の圧力により変形しているが、その圧力の値は未知数である。したがって、式(6-1)において全ての定数項が零となるので節点速度は全て零となる。この場合、圧力媒体の液圧をある値に既定して素材の変形を求めることは可能であるが、汎関数への定式化は圧力境界で正解の圧力が作用している状態で行われているので、微小変形理論に基づく剛塑性有限要素法により計算する場合、既定した圧力がその変形状態に必要な圧力に等しくなければならず、このため、圧力値を既定することは困難である。

圧縮性材料の静水圧成形において、外力である静水圧を既定し素材の変形を求

める方法が提案されているが[2,3], 非定常解析法であるので静水圧押し出しの定常加工状態を求める場合計算時間は長くなる. また, 素材と液体との境界において拘束条件を加えることにより圧力の境界条件から速度の境界条件に変更できることも指摘されているが[4], この方法は素材の体積ひずみ速度を境界条件として用いているため, 非圧縮性材料には適用できない.

### 6. 3 圧力の境界条件の取扱い方法

微小変形理論に基づく剛塑性有限要素法を用いた静水圧押し出しの解析では, 圧力媒体の圧力を境界条件として与えて計算するのは困難である. そこで, 第5章での計算方法と同様に, 圧力媒体を完全流体とみなし, その体積一定条件を汎関数の中に導入することを考える. Lagrange乗数 $\lambda$ を用いて圧力媒体の体積一定条件を取扱うと, 汎関数は次のように表される.

$$\Phi = \int_{V_s} \left[ \int_0^{\dot{\epsilon}} \bar{\sigma} d\dot{\epsilon} \right] dV + \int_{S_f} |\tau_f| |\Delta v| dS + \lambda \dot{\epsilon}_v^1 V_1 \quad (6-2)$$

ここで,  $\tau_f$  は摩擦せん断応力,  $\Delta v$  は工具に対する素材の相対すべり速度,  $\dot{\epsilon}_v^1$  は圧力媒体の体積ひずみ速度,  $V_s$  は素材の体積,  $S_f$  は素材と工具との接触面積,  $V_1$  は圧力媒体の体積である. 式(6-2)の右辺第一項目は素材の塑性変形, 第二項目は素材と工具との接触面における摩擦, 第三項目は圧力媒体の体積一定条件を表している. 式(6-2)の汎関数を停留させることにより解を求める.

$\Delta t$  時間後の圧力媒体の体積を  $V_1'$  とすると, 圧力媒体の体積一定条件は次のように表される.

$$\dot{\epsilon}_v^1 = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{V_1' - V_1}{V_1} \frac{1}{\Delta t} = 0 \quad (6-3)$$

図6-2に示すような軸対称変形では, 式(6-3)の圧力媒体の体積一定条件は次のように求められる.

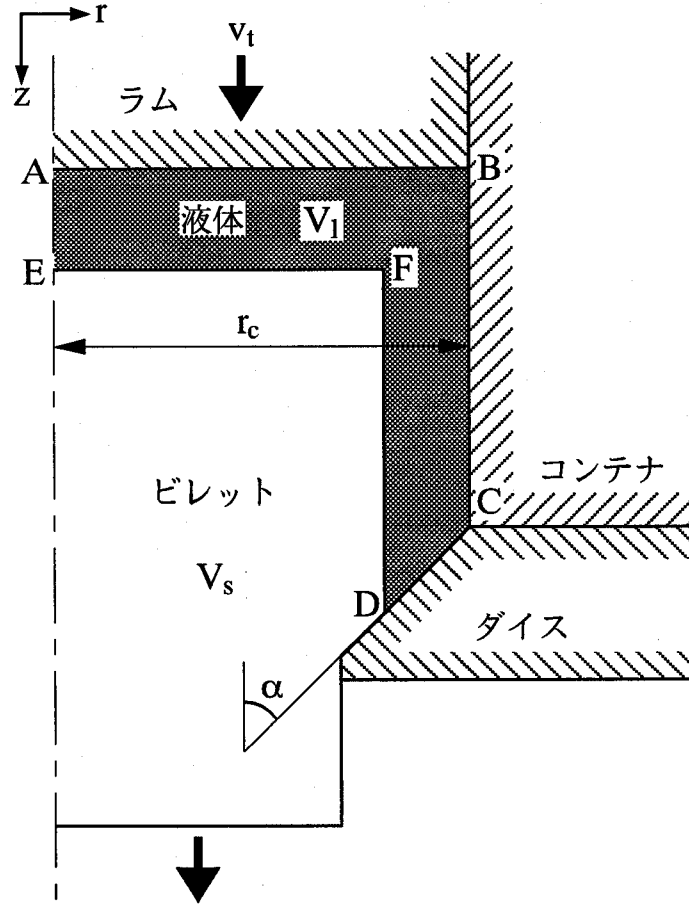


図 6-2 丸棒の静水圧押し出し

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_v^1 &= \frac{1}{V_l} \left\{ \pi r_c^2 v_t - \pi r_D^2 u_D / \tan \alpha \right. \\
 &\quad \left. - \sum_i \frac{\pi}{3} [(z_i - z_{i+1})(2r_i u_i + r_{i+1} u_i + r_i u_{i+1} + 2r_{i+1} u_{i+1}) \right. \\
 &\quad \left. + (v_i - v_{i+1})(r_i^2 + r_i r_{i+1} + r_{i+1}^2)] \right\} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{6-4}$$

ここで、 $v_i$  はラムの速度、 $r_c$  はコンテナの内径、 $\alpha$  はダイス半角、 $r_D, u_D$  は図6-2に示すD点における半径方向の座標と速度である。  $i$  は素材と圧力媒体との境界上の節点を示し、 $(r_i, z_i), (u_i, v_i)$  はその節点の座標と速度を表している。

式(6-4)に示すように圧力媒体の体積一定条件は、素材と圧力媒体との境界の節点速度の関数として表すことができる。したがって、式(6-2)の汎関数は素材の節点速度とLagrange乗数 $\lambda$ の関数であり、圧力の境界条件を未知数として含んでいない。式(6-2)の汎関数の停留において、圧力媒体とラムとの境界（図6-2中AB）

では工具速度が境界条件となるため速度場が全て零となることはない。また、第5章と同様に、式(6-2)の汎関数の停留条件よりLagrange乗数 $\lambda$ が圧力媒体の圧力となり、結果として求められる。本方法では、圧力媒体の体積一定条件を用いて圧力の境界条件を取扱っているため、圧縮性および非圧縮性材料の両方に対して適用可能である。

本研究では、コンテナ内において圧力媒体の圧力による素材の塑性変形を考慮するために、コンテナ内の素材の領域を大きくしている。このため、定常塑性変形状態を求めるための繰返し計算において、相当ひずみ速度の非常に小さい領域が素材内に生じ、収束が悪くなる。そこで、相当ひずみ速度の非常に小さい領域には素材をひずみ速度依存性材料として取扱う非変形成域の処理[5]を行っている。

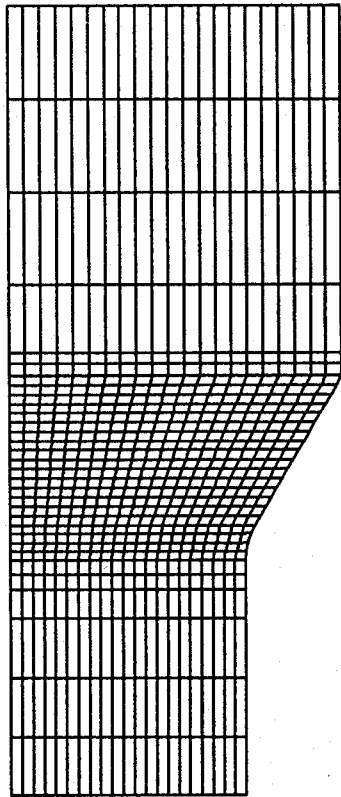
#### 6. 4 丸棒の静水圧押し出しシミュレーション

純銅丸棒の静水圧押し出しにおける定常塑性変形状態のシミュレーションを定常解析法を用いて行った。定常解析法では、繰返し計算において流線を基に要素形状を修正し、相当ひずみ分布および圧力媒体の圧力を収束させて定常解を求めた。シミュレーションに用いた条件を表6-1に示す。押し出し比 $R = 2$ 、ダイス半角 $\alpha = 30^\circ$ を基準として、押し出し比とダイス半角を変化させて計算を行った。

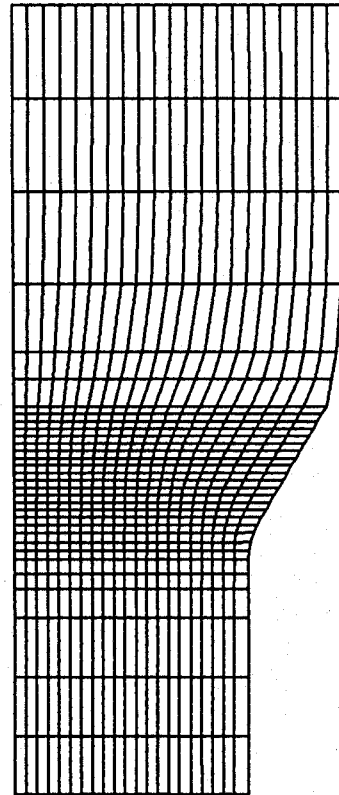
図6-3に初期要素分割と定常変形状態における素材要素形状を示す。素材の端の影響を小さくするためにダイス入口側と出口側の素材を長くした。素材の定常変形状態を示す要素分割では軸方向の要素分割線が流線に沿った形になっている。コンテナ内では液圧を受けているため、素材の直径はダイス入口の直前で小さくなっているのがわかる。

表 6-1 シミュレーションに用いた条件

変形抵抗 /MPa	$400 \bar{\epsilon}^{0.3}$
押し出し比 R	1.2, 1.6, 2.0, 2.4
ダイス半角 $\alpha$	$10^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
摩擦係数	0.1
出口半径 /mm	10



(a) 初期要素形状



(b) 定常変形状態における要素形状

図 6-3 剛塑性有限要素法の計算における要素形状



図6-4に圧力媒体の圧力 $p$ とダイス半角 $\alpha$ との関係を示す。ダイス半角が大きくなるにしたがいダイス出口部における素材の変形が大きくなる。このため、大きな加工力が必要となり圧力媒体の圧力が大きくなっている。

図6-5に圧力媒体の圧力 $p$ と押し出し比 $R$ との関係を示す。押し出し比に比例して素材の変形も大きくなるため、圧力媒体の圧力も大きくなっている。

図6-6に定常塑性変形状態における素材中の静水圧応力分布を示す。ダイスとの接触面付近で静水圧応力は高く、入口角部付近で最大となっているのがわかる。中心軸ではダイス入口部で一旦静水圧応力が低下しているが、ダイス出口部付近で増加している。

図6-7に相当ひずみ分布を示す。ダイス角部において材料流れが急変することにより大きな変形を受けるため素材の表面で相当ひずみは大きくなっている。

## 6. 5 考 察

静水圧押し出しにおける圧力の境界条件の取扱い方法として、圧力媒体の体積一定条件を汎関数の中に導入する方法を示した。この方法により導出した汎関数を離散化し、非線形連立方程式を作成した場合、圧力媒体の体積一定条件が境界面の全ての節点速度の関数となるため、体積一定条件を表す式において係数マトリックスのバンド幅は大きくなる。このため、境界面を表す節点の数を多くするほど計算機において多量のメモリが必要となる。

また、本章で示した計算方法は非定常解析においても利用可能である。しかしながら、静水圧押し出しに用いられる圧力媒体は圧縮性を有しているので、加工初期の非定常変形を計算する場合、その圧縮性を考慮する必要がある。定常加工状態の場合、圧力媒体の体積変化は無視できるため圧力媒体の圧縮性は問題とならない。

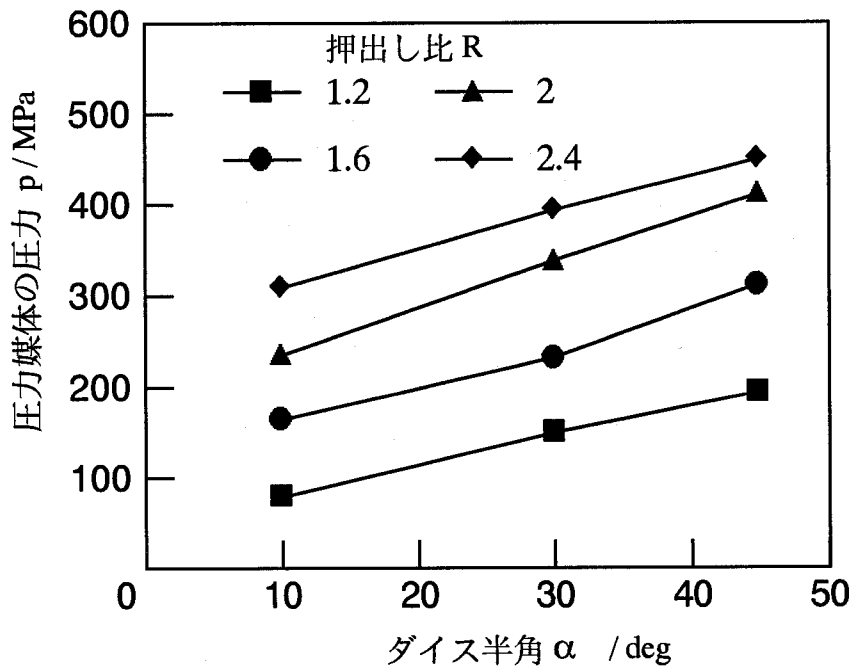


図 6-4 圧力媒体の圧力とダイス半角との関係

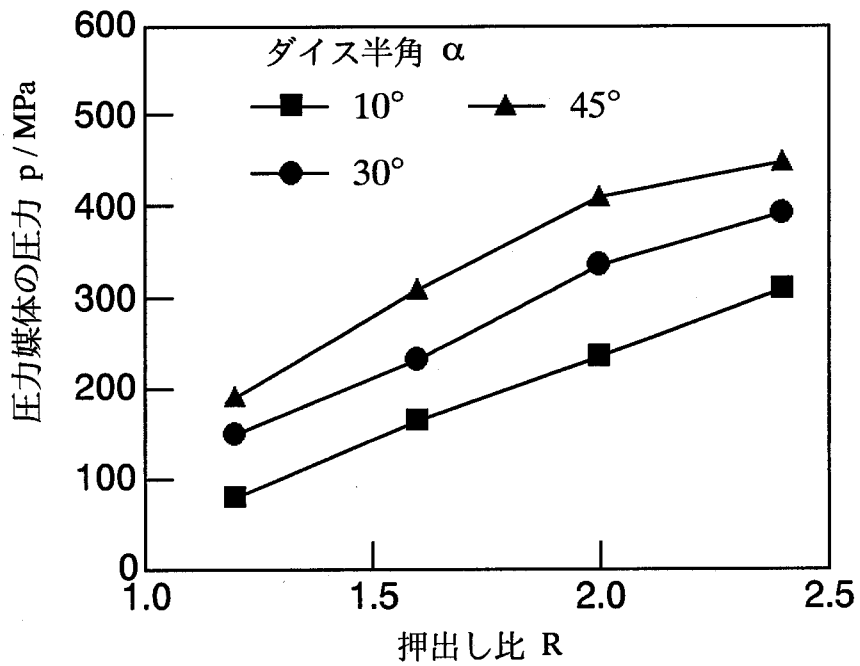


図 6-5 圧力媒体の圧力と押出し比との関係

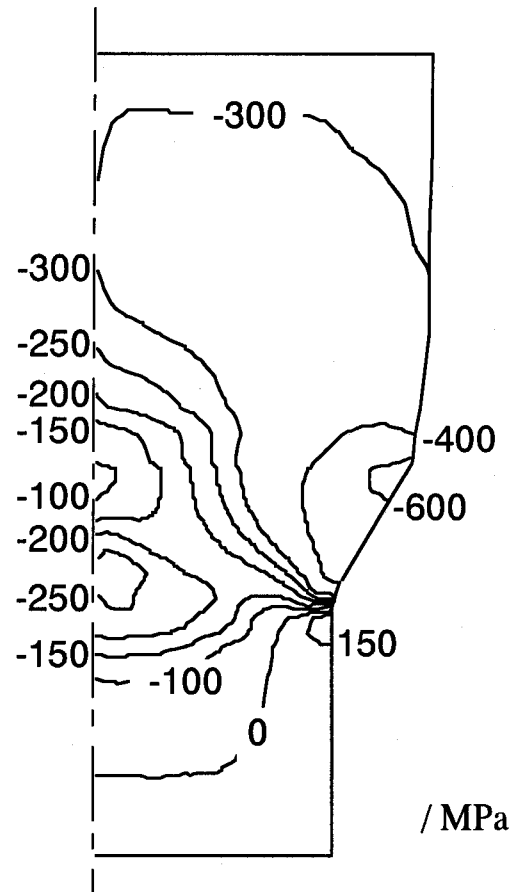


図 6-6 定常塑性変形状態における静水圧応力分布

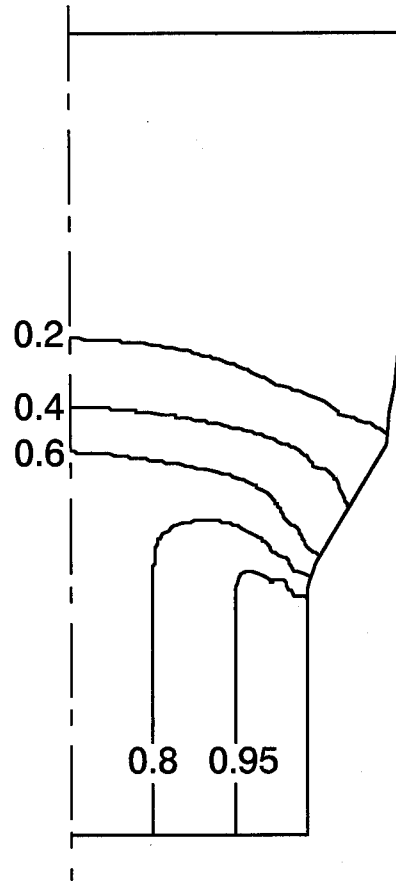


図 6-7 定常塑性変形状態における相当ひずみ分布

## 6. 6 まとめ

本章では、剛塑性有限要素法により静水圧押出しの定常解析を行う場合の素材と液体とが接触する面での圧力の境界条件の取扱いについての問題点を明らかにし、その圧力の境界条件の取扱い方法について示した。素材と圧力媒体との間の圧力の境界条件は圧力媒体の体積一定条件を境界上の節点速度の関数として表し、Lagrange乗数法を用いて汎関数の中に取り込むことにより取扱った。そして、その汎関数を停留化することにより定常変形状態を求めた。本方法により素材の定常塑性変形と圧力媒体の圧力を同時に求めることができ、圧力の境界条件の取扱いが容易となった。

### 参考文献

- [1] K. Iwata, K. Osakada and S. Fujino: Trans. ASME, J. Eng. Ind., 94(1972), pp. 697-703.
- [2] 島進, 中西利介: 塑性と加工, 29-325(1988), pp. 139-144.
- [3] K. Mori and K. Osakada: Proc. 3rd Int. Conf. Technology of Plasticity, 2(1990), pp. 877-882.
- [4] 富田佳宏: 数値弾塑性力学, 1990, p. 80, 養賢堂.
- [5] K. Osakada, J. Nakano and K. Mori: Int. J. Mech. Sci., 24-8(1982), pp. 459-468.
- [6] K. Mori, K. Osakada and T. Oda: Int. J. Mech. Sci., 24-9(1982), pp. 519-527.

## 第7章 塑性加工における残留応力

### 7. 1 まえがき

塑性加工では、不均一な塑性変形や、熱間加工後の不均一な冷却などによって残留応力は発生する。残留応力はいずれの成形法の場合でも避けることができず、二次的加工に際して形状不良の原因となったり、疲労などの各種の機械的性質に影響を及ぼす。各種の成形加工における残留応力については多くの研究が行われている[1]。

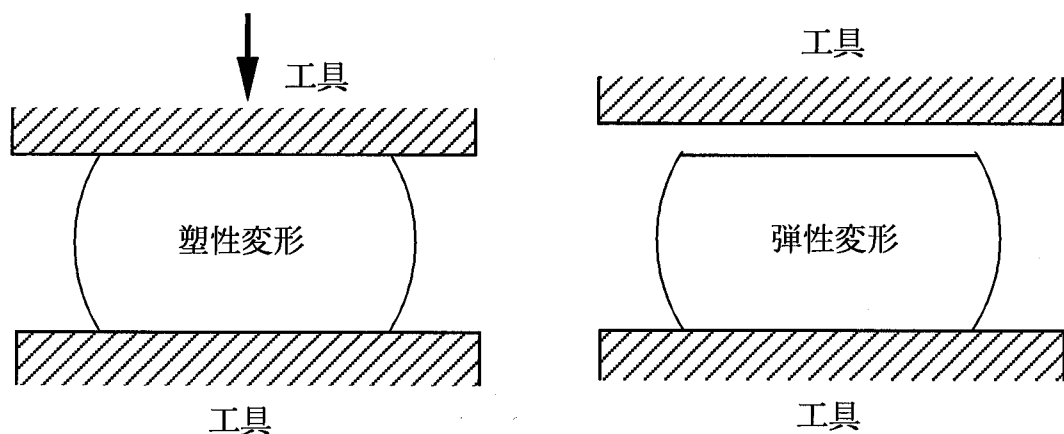
有限要素法により残留応力を解析する場合、弾塑性有限要素法の利用が考えられるが、一つの計算ステップを小さくする必要があるため微小な変形が中心となり、塑性加工のような大きな塑性変形の解析には非常に長い時間が必要である。一方、剛塑性有限要素法は計算ステップを大きくすることができるため大変形問題に適しており、しかも定常加工状態を比較的容易に求めることができるが、素材の弾性変形を無視しているため剛塑性有限要素法だけでは加工後に素材に残留する応力を求めることはできない。

本章では、塑性加工された製品に存在する残留応力を、剛塑性有限要素法による計算結果を利用して予測することを試みる。予測は非定常および定常塑性加工された製品について行う。

### 7. 2 非定常塑性変形で生じる残留応力の予測

#### 7. 2. 1 除荷直後の残留応力

薄板連続鋳造や半溶融・半凝固加工のように高温で成形された製品に生じる残留応力は加工直後の除荷により生じる応力と、その後の不均一な冷却により生じる応力が合わさったものである。加工の最終段階における除荷時での不均一な弾性変形により生じる残留応力に対しては、図7-1に示すように、塑性変形を剛塑性有限要素法によって計算して除荷する直前の応力を求め、この応力分布を基にして弾性または弾塑性有限要素法によって除荷過程を計算することにより残留応力を求める方法が提案されているが[2-4]、高温で成形された製品の場合さらに冷却の際に生じる応力を考慮する必要がある。そこで、非定常塑性加工において素材中に生じる温度分布を基に冷却により生じる熱応力を考慮した残留応力を計算する。まず、剛塑性有限要素法により素材の塑性変形計算を行い、変形の最終段階における応力分布 $\{\sigma\}$ を求め、その応力分布を基に弾性または弾塑性有限要素



(a) 剛塑性有限要素法による塑性変形のシミュレーション

(b) 弾性、弾塑性有限要素法による除荷過程のシミュレーション

図 7-1 剛塑性有限要素法を用いた非定常塑性加工の残留応力の計算方法

法により除荷直後の弾性回復応力 $\{\sigma^e\}$ を求める。

ある一つの要素において，除荷直後に生じる残留応力 $\{\sigma^R\}$ を次式で表す。

$$\{\sigma^R\} = \{\sigma^p\} + \{\sigma^e\} \quad (7-1)$$

除荷後より外力は零であるから，節点力の式(2-40)の $\{\sigma^e\}$ の代わりに $\{\sigma^R\}$ を代入すると，

$$\begin{aligned} \{P\} &= \int_{V_e} [B]^T \{\sigma^R\} dV \\ &= \int_{V_e} [B]^T [D^e] [B] dV \{w\} + \int_{V_e} [B]^T \{\sigma^p\} dV \end{aligned} \quad (7-2)$$

上式より得られた節点力を全ての節点について釣合わせて，節点変位による連立一次方程式を作り，それを解くことにより弾性回復応力を求め，除荷直後の残留応力を計算する。得られる残留応力に対する相当応力と降伏応力を比較することにより，加工後素材が再降伏するかどうかを判断し，再降伏しているときは弾塑性有限要素法によって計算する。

### 7. 2. 2 熱応力を考慮した残留応力

全ひずみ $\{\varepsilon\}$ を弾性ひずみ $\{\varepsilon^e\}$ と熱ひずみ $\{\varepsilon^t\}$ の和とすると、

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} + \{\varepsilon^t\} \quad (7-3)$$

これより、Hookeの法則による弾性マトリックスを $[D^e]$ とすると、弾性応力 $\{\sigma^e\}$ は、

$$\{\sigma^e\} = [D^e]\{\varepsilon^e\} = [D^e](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon^t\}) \quad (7-4)$$

となる。除荷後外力が作用していないとき、節点力の式(2-40)と式(7-4)より

$$\int_{V_e} [B]^T [D^e] (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon^t\}) dV = 0 \quad (7-5)$$

となる。熱ひずみが線膨張係数 $\alpha$ と温度変化 $\Delta T$ により、

$$\{\varepsilon^t\} = \{\alpha\} \Delta T \quad (7-6)$$

と表すと、式(7-5)より次式が導かれる。

$$\int_{V_e} [B]^T [D^e] [B] dV \{w\} = \int_{V_e} [B]^T [D^e] \{\alpha\} \Delta T dV \quad (7-7)$$

上式より、全節点変位による連立方程式を導き、その解より全ひずみが求められる。そして、式(7-4)より熱応力 $\{\sigma^t\}$ が求められる。

以上のように求められる熱応力により、最終的に素材に存在する残留応力を次式のように求める。

$$\begin{aligned} \{\sigma^{RT}\} &= \{\sigma^R\} + \{\sigma^t\} \\ &= \{\sigma^p\} + \{\sigma^e\} + \{\sigma^t\} \end{aligned} \quad (7-8)$$

### 7. 2. 3 素材温度分布の計算方法

素材の温度計算は、第2章で定式化した剛塑性有限要素法により素材の塑性変形計算を行い、塑性変形仕事や摩擦損失仕事を求める。これが全て熱エネルギーに変化するものとして素材の発熱量を計算する。この発熱量を基に非定常熱伝導有限要素法により素材の温度分布を計算する。求められた温度により素材の変形抵抗を修正して次のステップの変形計算を行う。これを各変形ステップについて行う。熱伝導有限要素法における時間微分項は、変形計算を行うときの1変形ステップの時間間隔と同じとする。



#### 7. 2. 4 シミュレーション結果

非定常加工における残留応力の例として低炭素鋼のヘッディング加工のシミュレーションを行った。表7-1にシミュレーションに用いた加工条件を、図7-2に素材の初期要素分割と工具形状、表7-2に温度および残留応力の計算に用いた基礎データを示す。

加工後の格子の変形を図7-3に示す。上工具付近と下工具の丸みのついた角部付近において素材の変形が大きく、下工具にはめ込まれている部分ではさほど変形していないのがわかる。また、下工具の丸み角部において素材がめり込んでいるが、これは素材を直線の要素で近似しているためである。

図7-4に素材の温度分布を示す。上工具面付近で変形熱と摩擦熱により300℃にまで温度が上がっており、素材の中心部分では下工具方向に向かって変形量が小さくなって温度が下がっている。

図7-5に除荷直後の残留応力の最大主応力分布を示す。本論文では、除荷に際

表 7-1 ヘッディング加工のシミュレーションに用いた条件

初期高さ /mm	50
初期直径 /mm	60
素材初期温度 /℃	30
工具温度 /℃	30
工具速度 /mm・s <sup>-1</sup>	300
摩擦係数	0.1
すえ込み比 /%	60

表 7-2 低炭素鋼の基礎データ

熱伝導率 /W・mm <sup>-1</sup> ・K <sup>-1</sup>	0.058
比熱 /J・kg <sup>-1</sup> ・K <sup>-1</sup>	475
密度 /kg・mm <sup>-3</sup>	7.86 × 10 <sup>6</sup>
線膨張係数 /℃	11 × 10 <sup>6</sup>
縦弾性係数 /GPa	191
ポアソン比	0.3

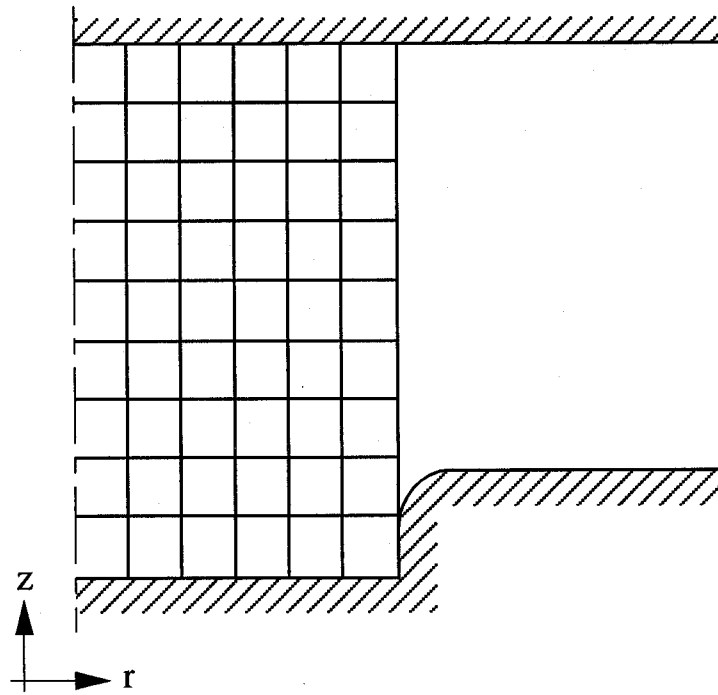


図 7-2 シミュレーションに用いた素材の初期要素分割と工具形状

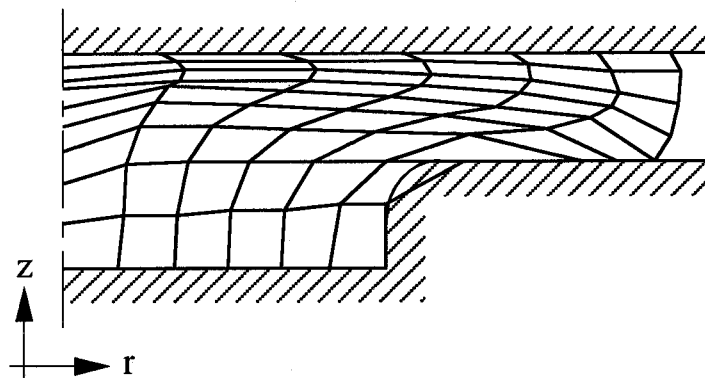


図 7-3 ヘッディング加工終了時の素材形状

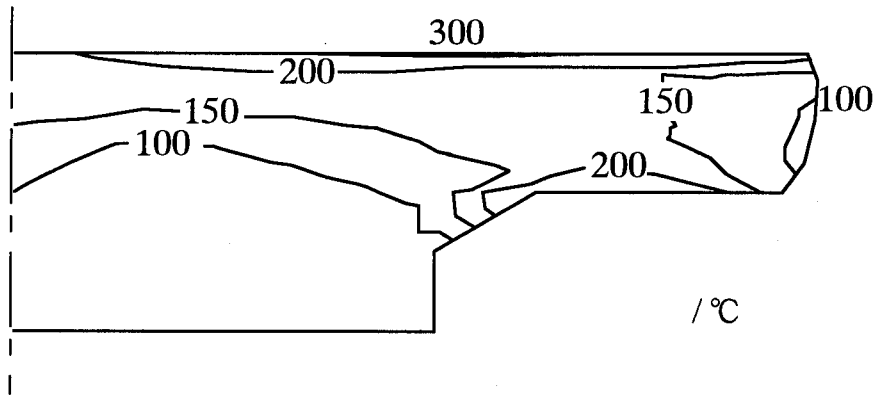


図 7-4 加工終了時の素材温度分布

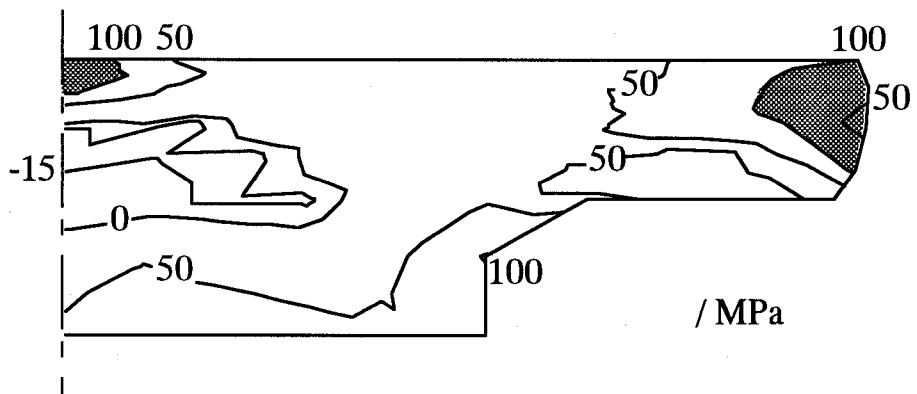


図 7-5 除荷直後の残留応力の最大主応力分布

して再降伏しない範囲で計算を行ったので、除荷過程の計算には弾性有限要素法を用いて計算を行っている。この残留応力分布では、素材表面の中心軸付近や張り出された円周部、下工具の丸み角部、はめ込み部分において引張りの残留応力が発生しており、素材の内部において圧縮の残留応力が発生している。

図7-4に示す素材の温度分布が冷却されることにより生じる熱応力の最大主応力分布を図7-6に示す。素材上端面では高温から低温への変化が最も高いために素材の熱収縮による引張り応力が最も大きく作用している。また、下工具の丸み角部においても同様の傾向がみられる。逆に、下工具で拘束されている部分では圧縮応力が残留している。この熱応力分布を除荷直後の残留応力に加えることにより、最終的に残留する応力が求められる。

図7-7に最終的に得られる残留応力を示す。図7-5の除荷直後の残留応力に図7-6の熱応力が加わることにより素材の上端面部、下工具の角丸み部での引張りの残留応力が大きくなり、素材内部において圧縮の残留応力が大きくなっているのがわかる。

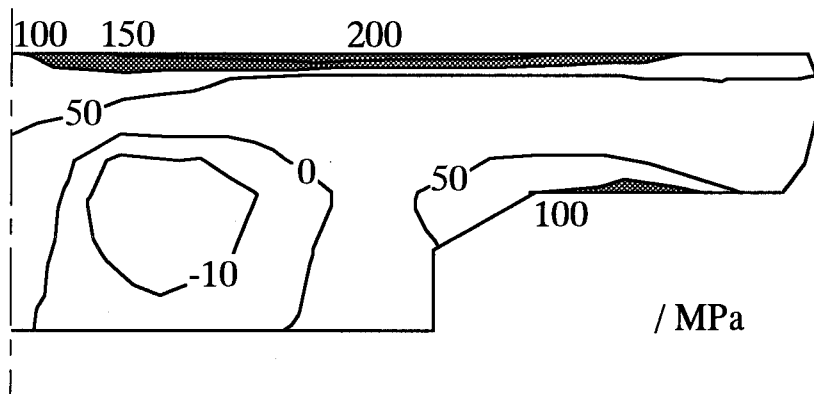


図 7-6 冷却により生じる熱応力の最大主応力分布

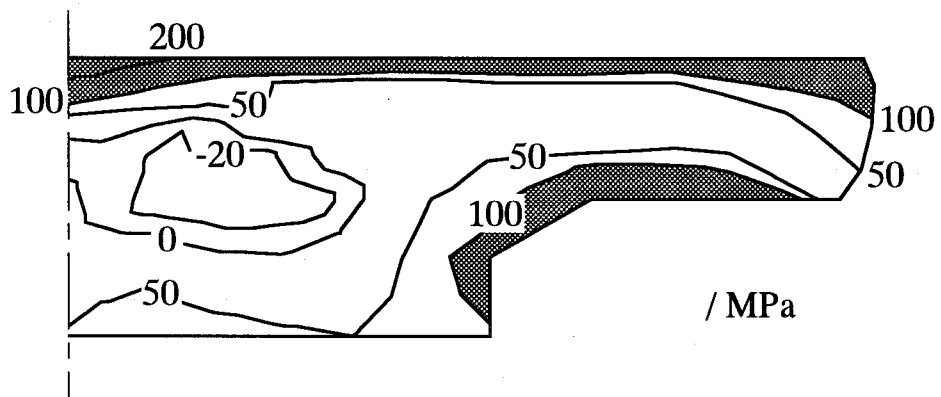


図 7-7 最終的に求められる残留応力の最大主応力分布

### 7. 3 定常塑性変形状態で生じる残留応力の予測

#### 7. 3. 1 変形計算結果からの予測の検討

剛塑性有限要素法により求めた定常塑性変形状態から残留応力分布を予測する方法を検討するために、まず、弾塑性有限要素法と剛塑性有限要素法により計算された定常加工状態における応力分布について考える。図7-8に平面ひずみ押出しの弾塑性有限要素解析[5]における押出し方向の垂直応力分布を示す。ダイス内での塑性変形により生じた応力はダイス出口部付近で急変し、その後の応力状態が残留応力となっているがわかる。第6章における静水圧押出しの剛塑性有限要素法による計算結果においても、図7-9に示すようにダイス内で生じた応力がダイス出口部付近で変化する結果が得られた。そこで、剛塑性有限要素法により求めたダイス出口直後の応力を残留応力と仮定して実験結果と比較する。

第6章で示した純銅丸棒の静水圧押出しにおいて、押し比2、ダイス半角 $30^\circ$ の条件における剛塑性有限要素法の計算結果から予測した残留応力の半径方向分布を図7-10に、残留応力の測定結果[6]を図7-11に示す。横軸は押出された丸棒の半径 $r_0$ に対する比で表している。図7-10において、軸方向垂直応力は中心

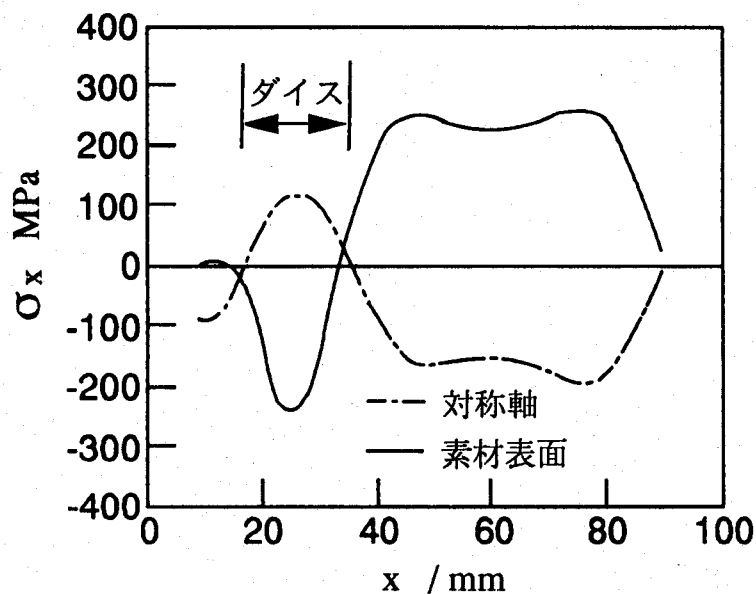


図 7-8 弾塑性有限要素法による押出し方向垂直応力の分布

軸付近で圧縮，表面付近で引張りの残留応力が現れている．本論文での残留応力は負荷中の応力状態から求めているため，軸方向垂直応力の合力は存在するが，その合力を丸棒の断面積で除した平均的な不釣合い応力は軸方向垂直応力と比べて小さい値であった．半径，円周方向垂直応力については中心軸付近で圧縮，表面に近づくにしがい値は小さくなり，表面ではほぼ零となっている．予測した残留応力と実験結果を比較すると，軸および半径方向垂直応力については同様の傾向を示しているが，円周方向垂直応力についてはみられない．図7-11の実験結果において，円周方向垂直応力が表面付近で引張りの残留応力が生じているのは，ダイス内で半径方向に圧縮されていた素材がダイスから出た後弾性変形することによると考えられる．

このように，剛塑性有限要素法による定常変形計算の結果から残留応力を予測する場合，素材のダイスから出た後の弾性変形の影響が大きい応力を予測することは困難であるが，影響の小さい応力についてはその傾向を予測しえると考えられる．

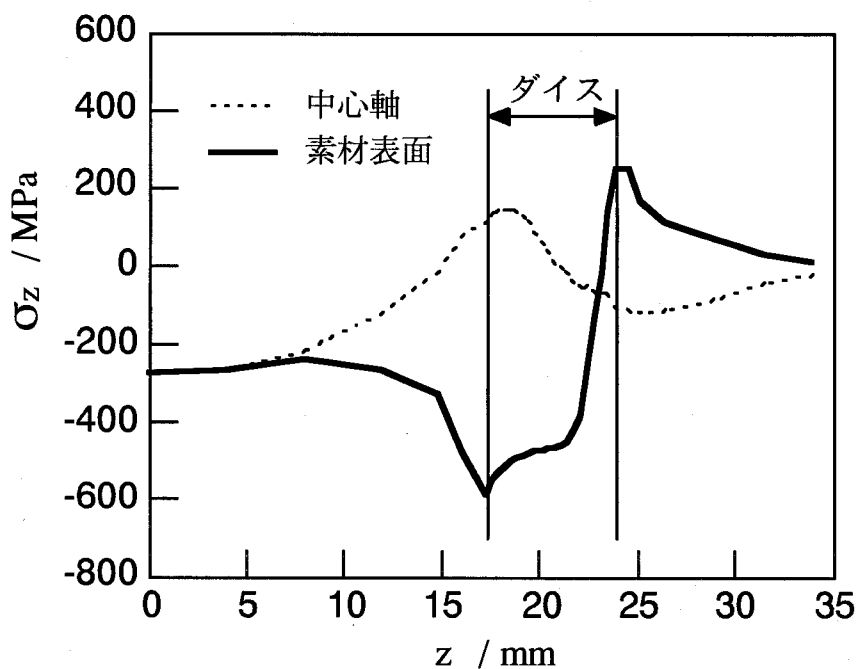


図 7-9 剛塑性解析における軸方向垂直応力分布

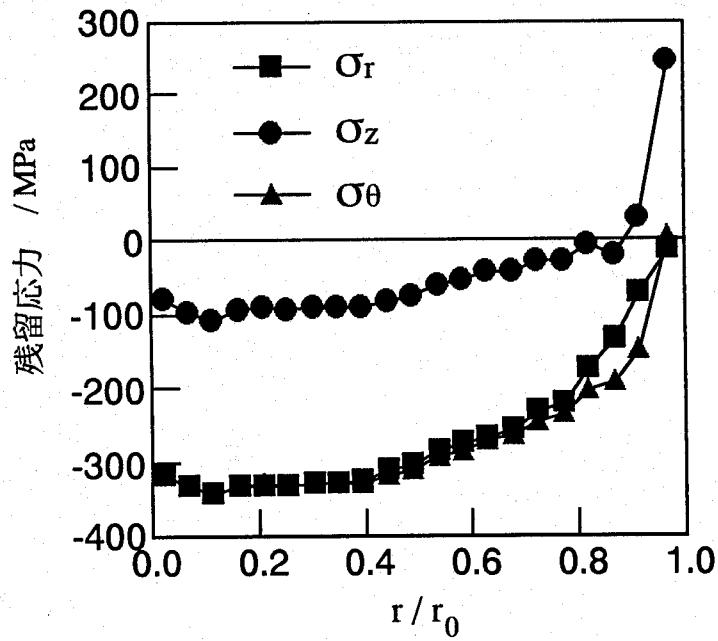


図 7-10 剛塑性有限要素法の計算結果から予測した残留応力分布

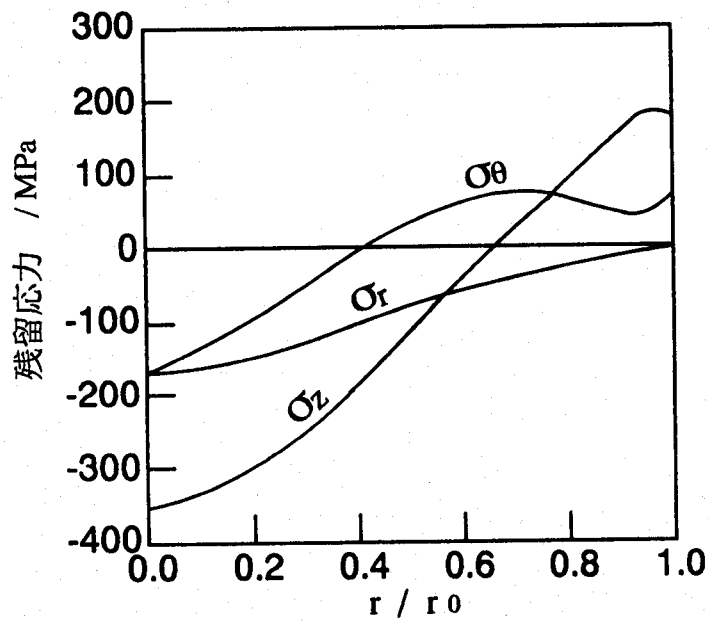


図 7-11 静水圧押しこまれた丸棒の残留応力測定結果



### 7. 3. 2 弾性変形を考慮した予測

剛塑性有限要素法による計算結果を利用した残留応力の予測において、ダイスから出た後の弾性変形の影響を大きく受ける残留応力を予測する場合、弾性変形の影響を考慮する必要がある。すえ込み加工のような非定常変形の場合、図7-1に示すような方法が提案されているが[2-4]、押出しのような定常変形状態では図7-12のように負荷域と除荷域とが同時に存在するため、このような非定常的な方法をそのまま適用することは困難である。

押出し加工の定常変形状態では、素材がダイス内で塑性変形を受け、ダイスから出ると外力が解放され素材に残留応力が生じる。この過程を次のようにモデル化することにより定常塑性変形状態で生じる残留応力の予測において工具から離れた後の弾性変形の影響を考慮する。まず、剛塑性有限要素法を用いて、定常塑性変形の計算を行い、図7-13(a)に示すダイス出口部の半径方向の応力分布を求める。次に、この応力分布が軸方向に均一に分布している棒材を考え（図7-13(b)）、この棒材の除荷過程を弾塑性または弾性有限要素法を用いて計算する。得られた棒材の中央部付近の応力を定常変形状態における残留応力とする。

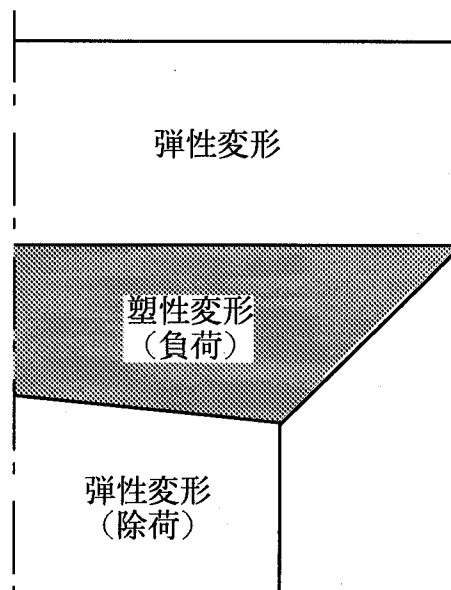
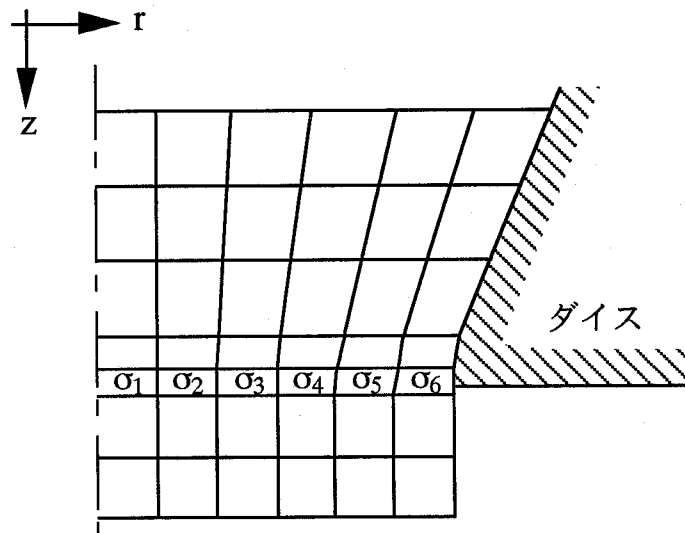
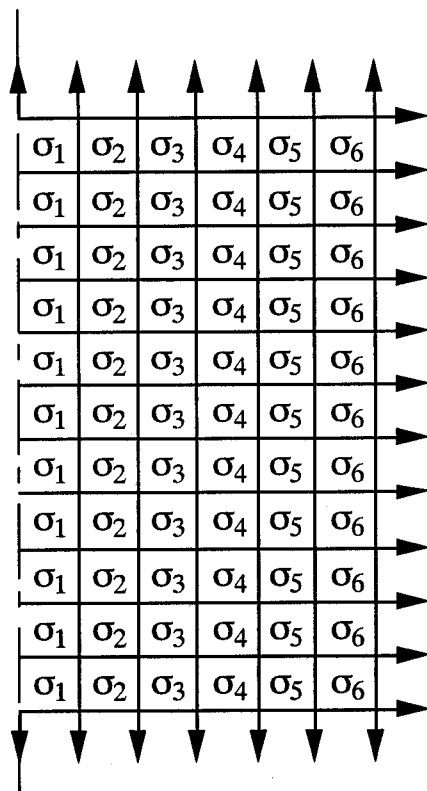


図 7-12 押出しの定常加工状態における変形状態



(a) 剛塑性有限要素法による定常塑性変形計算でのダイス出口部の応力



(b) 棒材の除荷過程のモデル

図 7-13 定常塑性変形により生じる残留応力の弾性変形を考慮した計算

第6章で示した純銅丸棒の静水圧押出しにおいて、剛塑性有限要素法により求めたダイス出口部の応力の半径方向分布を図7-14に示す。図7-10に示す残留応力の予測に用いた応力分布に比べてダイス内の応力分布を用いているため三方向の応力とも圧縮状態となっている。この応力分布を丸棒の軸方向に均一に分布させて弾性有限要素法により除荷過程を計算し、得られた棒材の中央部付近の応力分布を図7-15に示す。本論文での除荷計算において再降伏は生じなかった。図7-10での残留応力と比較して、半径および軸方向の垂直応力の分布状態に大差はないが、円周方向垂直応力については表面付近で引張りの残留応力が現れている。図7-11の実験結果と比較すると、応力分布の傾向は図7-10での残留応力よりもよい一致を示しているが、軸方向垂直応力の中心軸付近での値は実験結果よりも小さく、表面付近での値は大きい。また、円周方向垂直応力についても表面付近での値が大きくなっている。

以上、定常塑性変形状態におけるダイス出口部の応力分布を棒材に均一に分布させ、その棒材の除荷過程を計算することによりダイスから出た後の弾性変形の影響を考慮した。このように弾性変形を考慮することにより残留応力予測の精度を高めることができた。

#### 7. 4 考 察

非定常塑性変形で生じる残留応力の予測については素材が除荷過程において再降伏しない範囲で計算を行ったが、実際の加工においては再降伏する場合がある。この場合は弾塑性有限要素法を用いて除荷を少しずつ進めていき、それぞれの要素において降伏状態を確認しながら計算をしなければならない。

除荷過程の計算方法には、本方法のように加工終了直後の応力分布により求められる外力を零にする方法と、工具を逆に動かすことにより計算する方法とがある。板材成形のスプリングバックのような素材形状が大きく変わるような加工では後者のような方法が実際の加工に沿っている。

丸棒の静水圧押出しの定常変形状態で生じる残留応力の予測において、剛塑性有限要素法による定常変形計算の結果から予測する場合、弾性変形を無視しているため、円周方向垂直応力の表面付近での引張り応力を予測することは困難である。軸方向垂直応力については素材は連続して存在するため、ダイスから出た後の応力変化が抑制され、実験結果と予測した残留応力とが同じ傾向を示したと考えられる。弾性変形を考慮した予測では、ダイス出口部の、軸方向に対して同じ

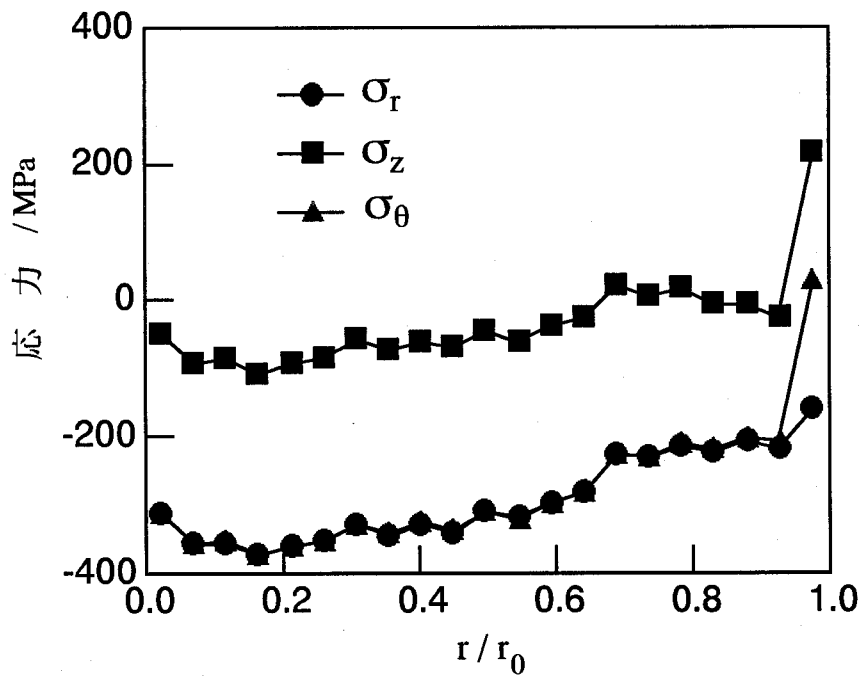


図 7-14 剛塑性有限要素法により求めたダイス出口部での応力分布

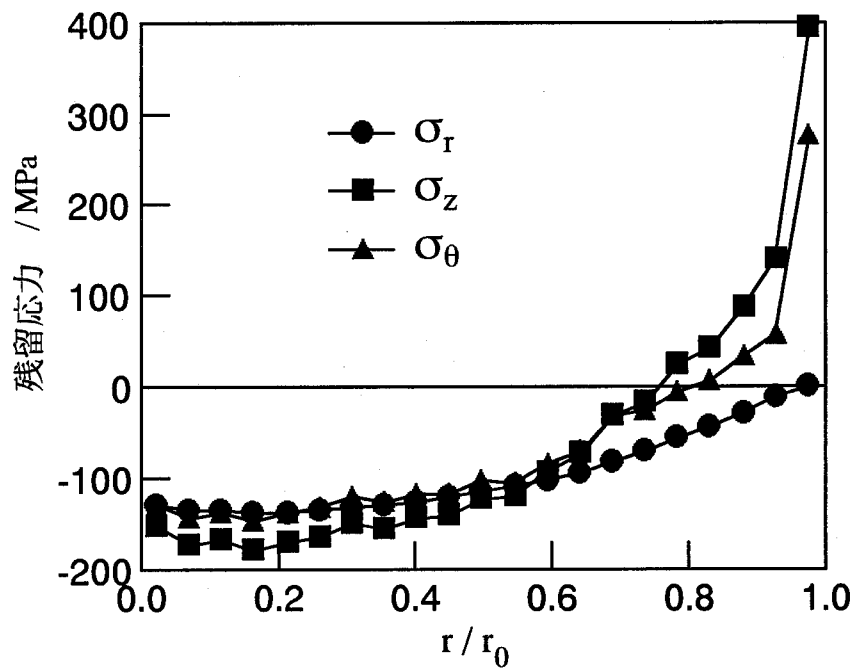


図 7-15 弾性変形を考慮した残留応力分布

位置の応力分布を用いて行ったが、押出される素材の速度は中心軸付近は速く、ダイスに近づくほど変形や摩擦の影響により遅くなるので、素材の変形状態も半径方向に不均一な状態である。したがって、中心軸付近はダイス付近よりも早く除荷が起こっていると考えられる。このため、残留応力を計算するときの応力分布の設定に対する考慮が必要である。

本章の方法のように、剛塑性有限要素法により定常変形計算を行い、そのときの応力分布を基に残留応力を計算する方法では、その応力状態を表現するのが困難である。変形過程と除荷過程を分けずに、剛塑性有限要素法と弾性有限要素法を連成させることができれば、より精度の高い残留応力を計算することができると考えられる。

## 7. 5 まとめ

固体と液体が共存する加工における問題として、製造された製品に生じる残留応力を、素材の変形計算に用いた剛塑性有限要素法による計算結果から予測することを非定常および定常塑性加工について行った。

非定常変形により生じる残留応力については、加工直後の除荷において不均一な弾性変形により生じる応力と加工により生じた温度分布が不均一に冷却されることにより生じる応力とに大別して計算する方法を示した。

静水圧押し出しの定常加工状態において生じる残留応力に対して、ダイス出口直後の応力が残留応力になると予測した場合について示し、さらに、ダイスから出た後の弾性変形を考慮する方法としてダイス出口部での応力分布を棒材に均一に分布させ、その棒材の除荷過程を弾性有限要素法により計算する方法を示した。

## 参考文献

- [1] 米谷茂：残留応力の発生と対策，1981，養賢堂。
- [2] O. C. Zienkiewicz, P. C. Jain and E. Onate: Int. J. Solids Struct.,14(1978), pp. 15-38.
- [3] S. I. Oh and S. Kobayashi: Int. J. Mech. Sci., 22(1980), pp. 583-594.
- [4] Y. S. Lee and P. R. Dawson: Trans. ASME, J. Appl. Mech., 56(1989), pp. 318-327.
- [5] 大坪宏，平川智之，山田義昭：塑性と加工，20-218(1979)，pp. 235-242.
- [6] 小坂田宏造，白石紀明，大矢根守哉：材料，20-215(1971)，pp. 931-936.

## 第8章 結 言

本論文では、固体と液体が共存する加工における素材の変形挙動を解析する場合の問題点およびその加工を用いた製造における問題点を解決することを目的として、双ロール式ストリップキャストリング、半溶融・半凝固鍛造、静水圧押出しについての解析および残留応力の予測を行った。本論文における総括を以下に示す。

第1章では、本研究内容の背景および過去に行われた研究内容について述べ、本論文における目的と概要について記述した。

第2章では、本論文において用いた各種の有限要素法およびその他の計算手法についてその概要を記述した。本論文では、素材の変形計算に剛塑性有限要素法、温度計算に熱伝導有限要素法、液体が凝固するときに放出される凝固潜熱の取扱いに温度回復法、残留応力の予測に弾性有限要素法、定常加工状態を求める方法に定常解析法を用いた。

第3章では、垂直注湯式、同径双ロール法の薄板連続鋳造法である双ロール式ストリップキャストリングの定常加工状態を、凝固を考慮した熱伝導有限要素法とひずみ速度依存性を考慮した剛塑性有限要素法を用いてシミュレーションする方法を示した。本方法では、ロールによる冷却、凝固によって生じる素材内の温度および固液相分布と固相の塑性変形との相互作用を考慮するために、温度計算と変形計算を交互に行い、また、非定常計算を繰返し行うことにより定常加工状態を求めた。この方法によりステンレス鋼の薄板の製造についてシミュレーションを行い、湯溜まり内での現象を明らかにし最適加工条件の存在を示した。そして、ロール速度と圧延荷重による最適加工条件の設定についても示した。

第4章では、双ロール式ストリップキャストリングにおける湯溜まり部分の現象を確認するためにパラフィンによるモデル実験を行い、第3章で示した計算方法によるシミュレーションとの比較を行った。また、赤外線感知式熱画像装置を用いて湯溜まり部分の温度分布を測定することによる可視化、定量化についても試みた。その結果、モデル実験においてロール速度が遅い場合湯溜まり部分に凝固層の盛り上がり現象が生じ、ロール速度が遅い場合には生じないことが明らかになった。シミュレーションにおいても凝固層の盛り上がり現象を再現することができ、本計算方法の定性的な有効性を示した。また、熱画像装置による温度測定では目視される位置と測定位置との相違や測定面における外部からの赤外線の

反射などの考慮が必要であることを示した。

第5章では、半溶融・半凝固鍛造あるいは双ロール式ストリップキャストイングなどの固体と液体が共存する状態での素材の変形モデルとして、内部に液体を含む固体金属の変形挙動について取扱った。有限要素法による内部に液体を含む固体金属の変形計算における問題点を示し、固体内部の液体部分に要素分割を行わずに計算する方法を示した。そして、内部にグリースを密閉したアルミニウム円柱のすえ込み実験を行い、シミュレーション結果との比較により本計算方法の有効性を確認した。

第6章では、剛塑性有限要素法により静水圧押出しの定常解析を行う場合の素材と液体とが接触する面での圧力の境界条件の取扱いについて問題点を明らかにし、第5章での液体部分の取扱い方法を利用して、圧力媒体の体積一定条件を素材と圧力媒体との境界上の節点における速度の関数として表し、汎関数に導入することにより圧力の境界条件の取扱い方法を示した。本方法により素材の定常塑性変形状態と圧力媒体の圧力を同時に求めることができ、圧力の境界条件の取扱いが容易となった。

第7章では、固体と液体が共存する加工における問題として、製造された製品に生じる残留応力を、素材の変形計算に用いた剛塑性有限要素法による計算結果から予測することを行った。非定常変形により生じる残留応力の予測では、加工直後の除荷において不均一な弾性変形により生じる応力と加工により生じた温度分布が不均一に冷却されることにより生じる応力とに大別して計算する方法を示した。また、静水圧押出しの定常変形状態において生じる残留応力に対しては、弾塑性解析の結果との対比からダイス出口直後の応力を残留応力と予測する方法と、ダイス出口部での応力を棒材に均一に分布させ、その棒材の除荷過程を弾性有限要素法により計算することによりダイスから出た後の弾性変形を考慮する方法とを示した。その結果、弾性変形を考慮することにより残留応力の予測における精度の向上がみられた。

## 謝 辞

本論文をまとめるにあたり、終始御親切な御指導ならびに御鞭撻を賜りました大阪大学基礎工学部教授小坂田宏造先生に深く感謝致します。また、本論文を御査読頂きました大阪大学基礎工学部教授福岡秀和先生、小倉敬二先生、助教授森謙一郎先生に謹んで感謝の意を表します。

本研究を進めるに当たり有益なる御助言を頂きました阿南工業高等専門学校助教授品川一成先生、有益な御助成を頂きました大阪大学基礎工学部技官花見眞司氏に感謝致します。

本研究に対して、有益な御助言を頂きました石川島播磨重工業(株)松井邦雄氏ならびに望月智俊氏、実験に御協力を頂きました(株)栗本鐵工所岡田博文氏に感謝の意を表します。

最後に、いろいろと御助言を頂きました広島大学工学部助手岡田達夫先生、御助成下さいました大阪大学基礎工学部助手楊剛先生、研究に協力して下さいました当時卒研究生の住谷敬志氏、小桑崇氏、飯村一敏氏、桶谷直弘氏ならびに小坂田研究室の方々に厚く御礼申し上げます。