Title	Regularity of solutions to non-uniformly characteristic boundary value problems for symmetric systems
Author(s)	高山, 正宏
Citation	大阪大学, 2000, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3169099
rights	
Note	

氏　　　　　名	高　山　正　宏（たか　やま　まさ　ひろ）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学　位　記　番　号	第　15138　号
学位授与年月日	平成12年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学　位　論　文　名	Regularity of solutions to non-uniformly characteristic boundary value problems for symmetric systems （対称系に対する非一様特性的境界値問題の解の正則性）
論　文　審　査　委　員	（主査） 教　授　西谷　達雄 （副査） 教　授　長瀬　道弘　　助教授　杉本　　充　　教　授　鈴木　　貴 教　授　松村　昭孝

論文内容の要旨

本論文は、境界が非一様特性的であるような境界値問題の解の滑らかさについての結果である。まず問題と結果を述べることにする。Ωを境界が滑らかな R^n の有界開集合として、次の境界値問題について考える。

$$\begin{cases}(L+\lambda H)u=f \text{ in } \Omega\\ u\in M \quad \text{at } \partial\Omega.\end{cases}$$

ここで、Lは係数が滑らかな一階対称系で、Hは滑らかな正定値エルミット行列であり、λはパラメータを表す。また境界空間$M(x)$は境界行列に関して極大非負という条件を満たすものとする。

境界が非一様特性的であるとは、境界行列のランクが境界$\partial\Omega$上で一定でないときをこのように呼ぶ。仮定は後で述べることにして、まず得られた結果を述べたい。以下、γで境界$\partial\Omega$における境界行列の変わり目を表わすことにする。

結果 qを非負整数とする。以下で説明するような仮定の下で、$\mathrm{Re}\,\lambda$が（qに応じて）十分大きく、fが適当なもの（$f\in H^q(\Omega)$で$\mathrm{supp}f\cap\gamma=\emptyset$ぐらいのもの）ならば、このとき上の境界値問題の解$u$は$\gamma$を除けば$H^q$の滑らかさをもつ。つまり$\chi\in C_0^\infty(\mathrm{R}^n)$を$\mathrm{supp}\,\chi\cap\gamma=\emptyset$となるものとすると、$\chi^u\in H^q(\Omega)$が従う。

以下で仮定を大雑把に説明したい。話の簡単のために、系ではなく単独スカラーとし、またΩを右半平面$\mathrm{R}^2_+=\{(x_1,x_2)\in\mathrm{R}^2; x_1>0\}$として説明する。このとき$L$は$L=a_1(x)\partial_1+a_2(x)\partial_2$のようなベクトル場と思ってよく、またこのとき境界行列は$a_1(0,x_2)$となる（但し、今の場合、行列ではなく単にスカラーである）。

さて、原点（0，0）で境界行列のランクが変わる場合（つまり$a_2(0,x_2)$の符号が変わる場合）について考える。このようなLとして典型的なものは$L=x_2\partial_1+a_2(x)\partial_2$である。このとき$a_2$(0，0）の値によって、原点附近での流れ（積分曲線）の様子は決定される。

（i）a_2（0，0）＜0 “原点を通る流れは、領域の外側から境界に原点で接する”。

（ii）a_2（0，0）＝0 “原点は流れの停留点となっている”。

（iii）a_2（0，0）＞0 “原点を通る流れは、領域の内側から境界に原点で接する”。

この（iii）の場合、解の滑らかさ（内部正則性）は望むことはできないことが分かっている（本論文にもその例が挙げられている）。では残った（i）や（ii）の場合はどうかについてが、本論文の主張である。つまり（i）や（ii）のような状況の下で、上で述べたような結果が得られる（但し本論文では、単独スカラーではなく系に対しての仮定が述べられている。しかし本質的には、このような仮定をしているに過ぎない）。

論文審査の結果の要旨

本研究は極大非負な対称系に対して境界が非一様特性的であるような境界値問題の解の滑らかさを研究し、典型的ないくつかの場合に解の滑らかさが得られるための条件を詳しく解析したものである。境界行列の階数の変化に応じて重さ関数を適当に選び、重さ付き先験的評価を導いて解の滑らかさを示した。解は境界行列の階数が変化する辺りでのみ、その法線方向の滑らかさを失う。本論文は境界が非一様特性的な場合を始めて本格的に扱ったものであり、博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。