OUKA
Osaka University Knowledge Archive

Title	分散相誘起型混相流の流動・乱流構造に関する研究
Author(s)	玉井, 昌宏
Citation	大阪大学, 1994, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3080059
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

分散相誘起型混相流の流動・乱流構造に関する研究

1994年6月

玉　井　昌　宏

分散相誘起型混相流の流動・乱流構造に関する研究

1994年6月

玉　井　昌　宏

目 次

第1章　序論 **1**

1.1　研究の背景と目的 1

1.2　本論文の構成 4

第2章　固体粒子群の落下挙動と誘起流動に関する研究 **5**

2.1　概説 5

2.2　既往の研究 5

2.3　実験の概要 6

2.4　実験結果 7

2.4.1　定性的観察 7

2.4.2　粒子群の形状特性 8

2.4.3　粒子群の落下速度 10

2.5　乱流サーマル理論との比較 13

2.5.1　乱流サーマル理論の概要 13

2.5.2　実験結果との対応 16

2.6　理論的解析 19

2.6.1　基礎方程式 19

2.6.2　基礎方程式の基準化 22

2.7　計算結果 24

2.7.1　実験結果との対応 24

2.7.2　実現象スケールへの適用例 27

2.8　結論 27

第3章　粒子プルームの流動・乱流構造に関する実験的研究 **29**

3.1　概説 29

3.2　実験の概要 30

3.2.1　実験装置と条件 30

3.2.2　計測方法 31

3.3　実験結果と考察 32

3.3.1　平均量特性 32

3.3.2　乱流特性 37

3.4　結論 44

第４章　２流体モデルによる粒子プルームの数値計算　46
4.1　概説 46
4.2　混相流の数値計算法 47
4.2.1　２流体モデルの誘導過程 47
4.2.2　混合体モデル 49
4.2.3　粒子追跡法 51
4.2.4　気泡噴流の数値計算における支配方程式 53
4.3　２流体モデルの概要 54
4.3.1　基礎方程式 54
4.3.2　２流体 k-ε 乱流モデル 56
4.3.3　渦動粘性係数に関する係数 57
4.3.4　粒子相の乱流拡散係数 58
4.4　数値解法 59
4.5　計算結果 61
4.5.1　計算条件の概要 61
4.5.2　実験結果との対応 63
4.6　結論 69

第５章　粒子沈降により生じる乱流場と振動格子乱流の相互作用に関する研究　71
5.1　概説 71
5.1.1　研究の背景 71
5.1.2　研究の目的 72
5.2　実験の概要 73
5.2.1　実験方法 73
5.2.2　実験条件 75
5.3　粒子／乱れの相互作用のモデル化と数値解法 75
5.3.1　基礎方程式 75
5.3.2　粒子沈降により生じる流動場のモデル化 76
5.3.3　基礎方程式の無次元化 78
5.3.4　数値解法 79
5.4　結果と考察 79
5.4.1　粒子沈降により生じる乱流場の特性 79
5.4.2　粒子沈降乱流と振動格子乱流場の相互作用 82
5.5　種々の流動システムへの応用について 89
5.6　結論 89

第6章　土砂直投工における濁りの初期拡散過程に関する研究　92
6.1　概説 92
6.2　実験の概要 93
6.2.1　現象のモデル化 93
6.2.2　実験の内容 94
6.3　濁水塊の挙動特性 95
6.4　濁水塊挙動の理論的考察 101
6.4.1　基礎方程式 101
6.4.2　基礎方程式の無次元化 104
6.4.3　数値解の特徴 104
6.5　結論 108

第7章　結論　110

第1章　序論

1.1　研究の背景と目的

河川や海洋あるいは大気など自然界に存在する全ての流動が混相流であるとしても過言ではなかろう。混相流研究を「混相流体の振る舞いについて研究すること」と広義に解釈すれば、河川や海洋に関わる流動を主たる研究対象とする水工学は全て混相流研究に含まれてしまう。混相流研究の主眼は「複数の相間の流体力学的な相互作用を明らかにすること」である。複数相の共存を積極的に意識すること、さらには各相の単相としての基礎方程式をそのまま連立させても適切な解が得られないところに混相流研究の出発点がある。

水工学における混相流研究の対象を列挙すれば、流砂、漂砂あるいは飛砂など移動床現象、土石流、雪崩、火砕流など山腹斜面において生じる自然災害に関わる流動、土砂や雪の流体輸送の問題、貯水池や河川の水質向上を目的としたエアレーション、ダム放流時のキャビテーション等である。以下ではこれらを総称して水工混相流と呼ぶことにしよう。水工混相流の難解さは、その運動が複雑な境界条件に支配されていることにもよるが、種々のスケールの粒子が混在していることにも関係している。源流から河口まで河川を調査すれば、上流の山地では粒径数 $10cm$ ～数 m の粒子を含む礫床河川であるし、河口付近では粘土やヘドロなどを含む流動となる。このような空間的な粒度分布だけでなく、土石流にみられるように巨礫から細砂までの様々な粒径が混合して一度に流下する現象もある。こうした状況は機械あるいは化学工学などが対象とする「ある制御された状況下で生じる混相流」とは一線を画するものであると考えられる。外力や境界さらには相要素の複雑さが混相流研究の進展つまりは素過程の複雑なモデル化や基礎方程式の高度化と馴染まないというジレンマが存在していることも水工学における混相流研究の特徴であろう。[1]

マクロ的に見て連続体としての挙動特性を有する相を連続相、分散状態で存在して力学的に連続体としての特性を有しない相を分散相と呼ぶ。水工混相流には河口密度流や多孔体内混相流のような、連続相＋連続相というケースも含まれるが、既述の例のように分散相＋連続相の組み合わせが一般的である。例えば、移動床等諸々の流体輸送現象はいずれも連続相による分散相輸送に関わる問題である。これに対して、火砕流や気泡噴流のように分散相運動が連続相の流動を誘起するという生成形態も存在する。分散相の運動により混相流動が誘起されることを強調するために、筆者はこうした流動を「分散相誘起型混相流」と呼んで、前者の”まず連続相の流動ありき”の「連続相主動型混相流」と区別している。分散相誘起型の水工混相流には、粉雪雪崩、火砕流、海底での土砂崩れ (英語では submarine flowslide と言う。) [2]、気泡噴流、エアリフトポンプ等が含まれる。これらの流動に対する予測手法を概観すると、マクロ的な観察に基づく直感的なものが大半であり、分散相と連続相の流体力学的な相互作用を基礎としたモデル化は為されていないのが現状である。例えば、粉雪雪崩の解析は密度流タイプの解析が

主であり [3]、火砕流については粒子間応力が支配的であるとの観測から粒子流的な取扱いが主流である [4]。ところで、粉雪雪崩は吉村昭著「高熱隧道」[5] の中では「泡雪崩」として記述されており、その流動の規模や破壊力は想像を絶するものである。雲仙普賢岳災害の関する記録 [4, 6] との比較から両者の強い類似性を感じたのは筆者だけではあるまい。生成機構、流動構造等に多くの類似性が含まれると予想されるこれらの流動に対して全く異なる解析手法が用いられる理由は、その流動構造がほとんど明らかになっていないという 1 点に集約されるであろう。実現象の規模の問題から模型実験による検証が難しいことにも起因するが、理想化された基礎実験においても粒子濃度が比較的高いことから計測が困難であるといった事情も関係していると思われる。

本研究の発端は「海中に投入された土砂の拡散あるいは堆積形状を予測する。」という課題であった。粒子の分散は個々の粒子運動が決定するという観点から、ラグランジュタイプの方程式を用いて個々の粒子運動を解析して重ね合わせることもできるし、粒子混入による流体密度の局所的な変化による流動つまり密度流による乱流拡散過程として取り扱うこともできる。さらに、これらを同時に考慮することが必要であるという考え方もある。いずれを選択するかは、分散相の諸元と誘起される連続相の流動特性によって決定されるということで、課題解決のためには、いかなる連続相流動が生じるかを明確にすることが必要であることがわかった。つまり、分散相誘起型の混相流の特徴はなによりも、連続相の挙動を支配するパラメータを直接的に操作することができないところにある。速度や長さのスケールなど連続相の流動特性の基準となるものは全て implicit に分散相条件に影響される。単相流の流動特性からのズレを追究する連続相主動型の混相流研究とは異なる研究手法が要求されるであろう。

さて、分散相と連続相乱流、本論で対象とする相要素に限定すれば、固体粒子と乱流との相互作用に関する研究は、従来より盛んに行われてきた。粒子と乱流の相互作用の主たる研究対象は、1) 乱流中の粒子運動に関する問題と、2) 粒子混入による乱流構造の変化に関する問題である。乱流諸量の取扱いのレベルにおいても、1) のみを考慮する場合を 1 方向モデル、両者を考慮するものを 2 方向モデルと呼ぶことができると考えられる。また、特異な例として、2) のみを考慮する場合を「逆 1 方向モデル」と呼ぶことにしよう。1 方向モデルあるいは 2 方向モデルというレベルは粒子あるいは流体の運動方程式と乱流諸量の保存方程式との間で一致していなければならないのは言うまでもない。ところで、混相流には分散相濃度（体積率）に関して、希薄濃度、低濃度、高濃度という分類がある。希薄濃度は、流体運動が粒子混入の影響を受けないものとして粒子運動を追跡する場合であり、1) の 1 方向モデルが適用される。低濃度は粒子混入が流体運動に影響を及ぼす場合であり、2 方向モデルの適用が必要である。高濃度は粒子間の衝突を考慮する必要のある場合とされている。[7] 但し、この分類は具体的な数値基準を示しているのではなく、基礎方程式、構成方程式のレベルの言い訳を濃度に求めたに過ぎないというのが筆者の率直な意見である。分散相誘起型混相流に対しては粒子濃度に関わりなく 2 方向モデルの適用が必須であるし、同一の濃度であっても境界の有無などの条件により粒子間相互作用の様相も異なるからである。

一般的に 1 方向モデルを基礎とする問題、つまり 1) のみが問題となる現象においては、

粒子運動に対してラグランジュ方程式を用いることが有利であるとされている。乱流中の粒子運動という課題に対しては、決定論的モデルから確率論的モデルへの進展により解決が図られてきた。希薄濃度における、確率論的モデルの有意性は多くの数値実験により既に十分検証されているところである。[8] 一方、2方向モデルを基本とする現象に対して、粒子混入による乱流変調に関する研究が盛んに実施されてきた。レーザードップラー流速計の開発、応用により多くの精緻な乱流計測結果が提示されている。しかしながら、それらの実験結果は現象理解の一助とはなっているものの、予測手法の進展とは結びついていないのが現状である。[7] それは、1) と 2) の影響を定量的に分離することできないことや、複数の乱流変調のメカニズムが混在しているために実験結果の定式化が困難であることに原因している。また、対象とする流動システムそのものが複雑な乱流構造を有するために、得られた実験データの中から乱流変調を定量的に抽出するまでには至らなかったことにもよると考えられる。粒子混入による乱流変調の定量化、モデル化のためには、なるべく単純な流動システムを採用して、メカニズムについてターゲットを絞ることが重要であると考えられる。

分散相誘起型混相流における流体運動の起源は流体と粒子との相対運動であり、「粒子はある程度大きい。」という条件を付加すれば、それは後流の発生である。粒子運動が誘起される流体運動にあまり追随しない場合や粒子の相互干渉が希薄な場合には後流の集合体的な乱流構造となる。一方、これらと逆の場合には粒子の集合運動の形態あるいは誘起流動の特性が乱流構造を決定するようになる。筆者はこのような分散相諸元による乱流構造のドラスティックな変化が流体力学的にも極めて興味深いものであり、粒子混入による乱流変調機構解明の一つの手掛かりになるものであると考えている。また、分散相誘起型混相流のもう一つの可能性は「逆1方向モデル」による乱流変調機構の抽出である。連続相主動型が 1) のみ、あるいは 1) と 2) の混在する流動であるのに対して、分散相誘起型では 2) のみを考慮すればよい流動場を作り出すことができるのではないかと予想されるからである。

本研究の第1番目の目的は、いくつかの典型的な分散相誘起型混相流の流動構造を明らかにすることである。固体粒子群をポイントソースから瞬間投入あるいは連続投入することにより生じる流動場、さらにそれと粒子沈降挙動との関連性等について検討する。実例に示すとおり、分散相誘起型混相流は密度流的な側面の強い混相流であることから、類似する密度流との比較が議論の基礎となる。

本研究の第2の目的は、「逆1方向モデル」による直接的乱流変調機構の抽出である。但し、「直接的」とは平均流の変化を介さない乱流変調機構のことを言う。本論では「逆1方向モデル」が適用可能且つ直接的な乱流変調機構のみを抽出できる乱流場により、粒子後流と全体流動システムの乱流場との相互作用について検討する。

本研究の第3の目的は、分散相誘起型混相流の新しい実例を提示することである。海域での埋立土砂の投入工事において生じる濁りの問題については、潮流など周囲環境流動による拡散問題として捉えられてきた。しかしながら、土砂投入時に誘起される流動場は非常に強大なものであり、1次的な濁りの拡散過程を支配している。このことに注目し、土砂投入時の濁りの初期拡散過程について誘起流動場との関連性を踏まえて議論する。

1.2 本論文の構成

本論は本章を含めて全７章から構成されている。第２章以降の内容は次のとおりである。

第２章では、周囲流体に比べて密度の大きな固体粒子をポイントソースから瞬間的に投入した場合の粒子群の落下挙動について誘起流動場との関連性から議論する。粒子諸元や投下条件により粒子群の挙動特性が変化することを水理実験により明らかにする。また、乱流サーマル理論を基礎とした理論を展開し、粒子群の落下挙動特性の変遷と誘起流動場の概要を表示し得る解析モデルを提案する。

第３章では固体粒子をポイントソースから連続的に投入することにより生じる粒子プルーム流動を対象として、その流動構造について水理実験により検討する。後流の集合体的構造から単相の乱流プルームに類似した自由せん断乱流的構造への変遷過程について議論する。さらに、第４章では粒子相、流体相運動ともにオイラータイプの方程式系により表示する２流体モデルを用いて、粒子プルーム流動の数値解析を実施する。既述の流動構造の変遷過程の再現性について検証する。

第５章では「逆１方向モデル」による直接的な乱流変調機構の解明という視点のもとに、粒子が空間的に一様沈降することにより生じる乱流場と振動格子乱流との相互作用について水理実験ならびに数値解析により検討する。

第６章では、先述の土砂直投工による濁りの初期拡散過程を水理実験により明らかにする。その拡散過程を誘起流動場と濁質成分とにより構成される濁水塊の挙動として捉えて、その運動特性を表示する濁水塊挙動モデルを展開する。

第７章では各章の主要な結果について総括することにより、結論としている。

参考文献

[1] 土木学会水理委員会「固液混相流の力学」研究小委員会編 (1983)：固液混相流の力学，土木学会.

[2] H.Norem, J.Locat and B.Schieldrop(1990): An Approach to the Physics and Modeling of Submarine Flowslides, Marine Geotechnology, Vol.9, pp.93-111.

[3] E.J.Hopfinger(1983): Snow Avalanche Motion and Related Phenomena, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol.15, pp.47-76.

[4] 砂防学会編 (1993)：火砕流・土石流の実態と対策，鹿島出版会.

[5] 吉村昭 (1967)：高熱隧道，新潮文庫.

[6] 土質工学会雲仙普賢岳火山災害調査委員会編 (1993)：雲仙岳の火山災害.

[7] 日本流体力学会編 (1991)：混相流の力学，朝倉書店.

[8] G.M.Faeth(1983):Recent Advance in Modeling Particle Transport Properties and Dispersion in Turbulent Flow, Proc. ASME-JSME Therm.Engng Conf., Vol.2, pp.517-534.

第２章　固体粒子群の落下挙動と誘起流動に関する研究

2.1　概説

人工島建設、防波堤築造や産業廃棄物の埋立処分など、土砂や砕石、廃棄物などの海域への投棄は様々な目的や方法で実施されている。従来より投棄物の拡散や堆積形状、海底地盤への影響などを精度高く予測するためには、固体粒子群が水中落下時に誘起する流動場を把握することが重要であることが指摘されてきた。こうした施工面での要請のみならず、誘起流動による大規模な底泥の巻き上げや濁りの拡散等の水質汚濁も懸念されることから、工事の周囲環境に対するインパクトを評価する上でもその流動特性の把握が重要であると考えられる。[1, 2]

ところが、土砂や砕石の堆積予測手法に関する既往の研究成果を概観すると、拡散方程式を基礎としたものや個々の固体粒子の運動を基礎としたものが大半であり、誘起流動場の特性を踏まえた解析手法の提案はない。堀江 [3] や小田ら [4] は、ＭＡＣ法あるいは同法とＤＥＭとを併用した数値計算により、底開バージを用いた土砂直投工により生じる誘起流動場の再現を試みている。しかしながら、非定常且つ高濃度の混相流を対象とした数値予測手法を確立するためには、運動量や粒子の乱流輸送や相間相互作用の評価方法など解決すべき問題が山積しているのが現状であろう。

さて、静水中においてポイントソースから瞬間的に投入した場合の固体粒子群の挙動はいかなるものであろうか。粒径が極めて大きく粒子個数が小さければ、個々の自由沈降挙動に類似したものになるはずである。逆に粒子が微小であり粒子と流体の相対速度が無視できるような場合には、粒子混入による局所的な密度偏差が作用して密度流的な挙動になることは容易に想像される。前者の条件下では個々の粒子に作用する不規則力が、また、後者の条件下では粒子群全体規模の流動がその粒子や運動量の乱流輸送を支配するであろうと考えられる。こうした両極端な条件を除外すれば、粒子挙動はこれら２つのメカニズムを持ち合わせた複雑なものとなる。つまり、流体運動の規模と粒子・流体の相対速度のそれとの大小関係によって粒子群の拡散挙動特性が変化すると予想される。かかる変化を表現するためには、相間相互作用の様相を明確にした上で、粒子と流体の運動を適切に定式化することが必須である。

本章では、ポイントソースから瞬間的に投入された粒子群の落下挙動特性、特に粒子個々の自由沈降の支配する挙動から粒子群としての挙動への変遷過程について明らかにする。さらに、こうした挙動特性を踏まえて、粒子群の落下運動により誘起される流体場ならびに粒子拡散を適切に予測しうる解析モデルを開発する。

2.2　既往の研究

固体粒子群の落下挙動に関する研究は、水理学特有のものであり、他分野には参考となる研究は見当たらない。ここでは、土砂あるいは砕石の水域への投棄における、水中落下挙動や堆積形状の予測を目的とした研究について概観する。

箭内 [5] は砂および礫の水中落下と散乱状況の解明を試みている。静水中を単一粒子として落下して形成される堆積形状分布は2項分布に従い、分布の目標点まわりの標準偏差は水深と粒径の積の平方根に比例することを示している。小川ら [6] は底開式の土砂運搬船（以下では底開バージと呼ぶ。）による土砂の分散に関して、底開バージの模型を用いた実験を実施している。砂の堆積曲線に関する理論式を導き、実験結果から適当に定数を設定すれば、理論曲線と実験値が一致することを報告している。また、土砂塊の落下速度が個々の砂粒子の自由沈降速度に比べて大きくなること、その影響により投下土砂は広範囲に堆積すること等を示している。底面での土砂の分散が土砂塊の着地速度（つまり底面衝突直前での落下速度）によって支配され、その速度が土砂塊の大きさと水深で決定されると結論づけている。矢内ら [7] は、ストークス抵抗則に従う比較的細かい粒子を対象として、粒子沈降特性に場の乱れの効果を導入し、水深の変化に対する粒子の堆積幅を求めている。その結果、粒径が小さいほど、また場の乱れが大きいほど粒子の拡がり幅が大きくなることを示している。これらの研究の共通点は、単体としての固体粒子の運動を基礎とした解析を行っていることであり、固体粒子と水との混相流体としての取扱いはみられない。

これらに対して、誘起される流体運動を考慮して、粒子群の沈降挙動を明らかにしようという研究もいくつか行われている。吉川ら [8] は誘起される平均的な流れを考慮することにより、単一粒子の運動方程式を基礎として連続投入された粒子の拡散挙動の解析を行っている。粒子が連続投入された場合の拡散幅は、誘起流の移流効果により単一粒子の沈降に比較して小さくなることを示している。堀江 [3] は、ＭＡＣ（MArker in Cell）法を用いた数値モデルにより、底開バージから投下された土砂粒子群の沈降により誘起される流動場とその流動場の移流効果を考慮して土砂の沈降挙動を計算している。また、小田ら [4] は移流効果に加えて粒子間応力を考慮するために、ＤＥＭ (Discrete Element Method) とＭＡＣ法を併用した数値計算法により、同様の計算を行っている。しかしながら、既述のとおり粒子や運動量の乱流拡散に対して適切な評価方法がないなど、一般性の高い予測手法として利用することができないのが現状である。

2.3 実験の概要

実験は高さ 130cm、幅 90cm、奥行き 90cm の前面ガラス張りの鋼鉄性水槽の前面部 15cm を仕切って行った。水槽の上部付近に設置した高さ 10cm、幅 5cm、奥行き 15cm の底開バージを模倣した箱の底部を瞬時に開口することにより固体粒子群を2次元的に瞬間的に投下した。箱底部の左右両側の側壁には幅 2.5cm、奥行き 15cm のアクリル板が滑らかに回転可能なように蝶番によって取り付けられている。このアクリル板の開放速度は固体粒子の投下量によって影響を受けるが、予備実験により開放に要する時間は高々0.1s であることがわかった。そこで土砂投下時間や投下量や粒径による差異による影響はないものと判断した。箱の設置位置は水表面下 30cm 程度の位置であり、固体粒子は投下前より完全に湿潤状態にある。目視観測により固体粒子投下の瞬間の水表面の変動は小さいことが明かとなり、固体粒子群の落下挙動に対する水面変動の影響は小さいとした。粒径のバラツキを極力抑えるために、投下粒子としてガラスビーズを用いた。

その諸元を 表－1 に示す。d_{50}：中央粒径、ρ_d：粒子密度、U_d：自由沈降速度（最終沈降速度）、$R_{ed}(=U_d d_{50}/\nu)$：粒子レイノルズ数である。なお、d_{50}については式中では cm 単位に換算されている。R_{ed}から、粒径 0.8～3.0mm の粒子はストークス則からニュートン則への遷移領域に属し、粒径 5mm の粒子は概ねニュートン則に従う粒子であることがわかる。粒径があまり小さくなると、粒子間の付着が問題となることから、完全にストークス則に従う細粒子は用いていない。各粒径に対して単位奥行き当たりの投下量を、$q_0 = 5, 10, 20 cm^2$の 3 段階に変化させて、合計 12 の投下条件を設定した。

固体粒子群の挙動は、35mm 1 眼レフカメラとビデオシステムを用いて解析した。

2.4 実験結果

2.4.1 定性的観察

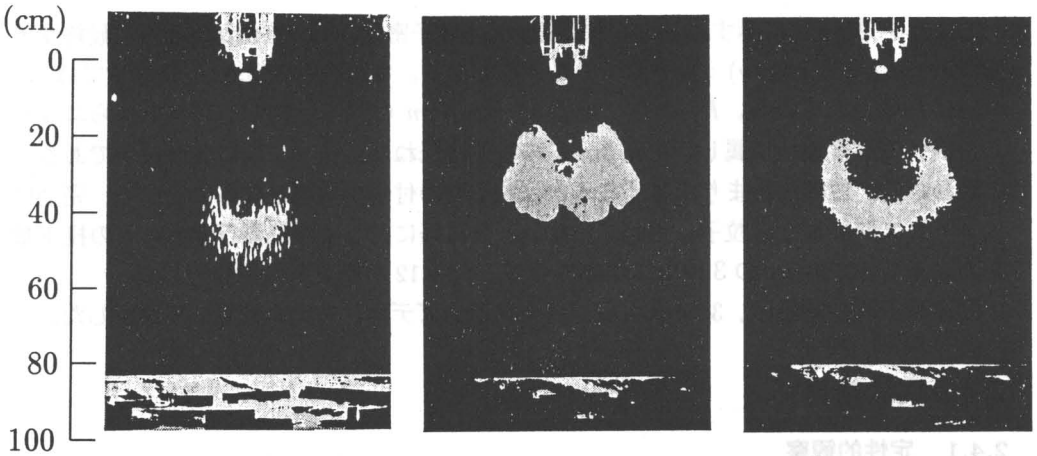
図－1 (a)～(c) は投下から 1.2s 後の粒子群の落下挙動を示している。撮影の露出時間は 1/125s である。投下条件はそれぞれ $d_{50} = 5.0mm, q_0 = 5cm^2$、$d_{50} = 1.3mm, q_0 = 20cm^2$、$d_{50} = 3.0mm, q_0 = 20cm^2$ である。

(a) は粒径が大きく且つ投下量の小さいケースに観察される落下挙動である。粒子群の挙動は個々の粒子の自由沈降運動に支配されているようであり、粒子間の相互干渉は認められない。粒子群は水平方向に拡散しながら落下するが、それは粒子個々に作用する流体力に起因するものであると考えられる。つまり、粒子の散乱機構は単一粒子と同様であると推測される。以下ではこうした挙動のことを「自由沈降的落下挙動」と呼ぶことにする。

(b) は粒径が小さく且つ投下量が大きい場合に共通して観察される落下挙動パターンである。粒子群は投下直後に水平方向に急激に成長し、そのとき中心軸に関して左右対称で逆方向の回転を有する 2 つの循環が現れる。この循環によって周囲水を粒子群後端より連行し、凹型の形状を有する固液混相の流体塊を形成する。落下距離の増大に伴い、その輪郭には粒子群規模の凹凸が形成されるが、自由沈降的落下挙動に観察されたような粒径規模の凹凸はみられない。すなわち、粒子の挙動が混相流体塊のスケールの運動に支配されているのがわかる。また、粒子群は相似な形状を保って落下することがわかった。こうした挙動は周囲流体と密度差を有する流体を瞬間的に投入された時に形成される乱流サーマルの挙動に類似している。そこで、以下ではこのような落下挙動を「乱流

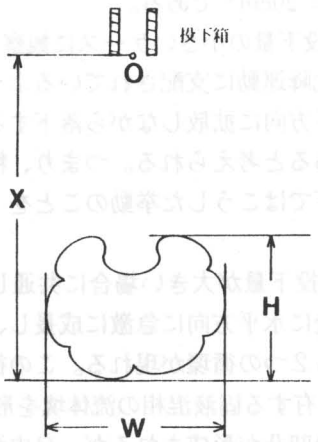
表–1 ガラスビーズの諸元

$d_{50}(mm)$	$\rho_d(g/cm^3)$	$U_d(cm/s)$	R_{ed}
0.8	2.42	11.1	89
1.3	2.42	17.9	179
3.0	2.42	34.7	1041
5.0	2.42	46.3	2320



(a)$d_{50} = 5.0mm$　(b)$d_{50} = 1.3mm$　(c)$d_{50} = 3.0mm$

図–1 固体粒子群の落下挙動特性



図–2 粒子群の形状に関する物理量の定義

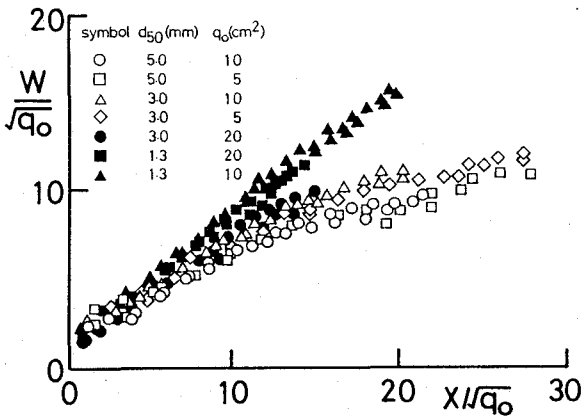
サーマル的挙動」と呼ぶことにする。

(c) は乱流サーマル的挙動から自由沈降的挙動への遷移状態を示している。粒子群投下直後には乱流サーマル的挙動と同様に左右対称な循環が現れる。周囲水を連行しながら成長するが、それと同時に粒子の回転運動は緩やかになる。落下距離の増大に伴い、粒子個々の自由沈降が支配的になると推測される。

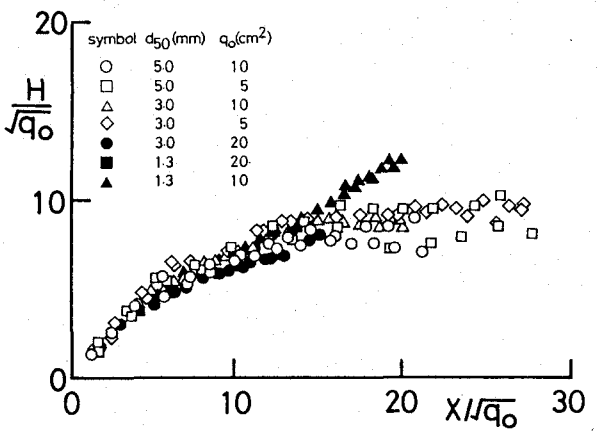
2.4.2 粒子群の形状特性

図－2において固体粒子群の形状に関する物理量について定義する。投下箱底部を原点として、粒子群先端までの距離を x、粒子群の水平方向の最大拡がり幅を W、鉛直方向の最大拡がり幅を H とする。

図－3と図－4はそれぞれ落下距離の増大に伴う、粒子群の拡がり幅 W と高さ H の変



図–3 粒子群の拡がり幅 W の変化

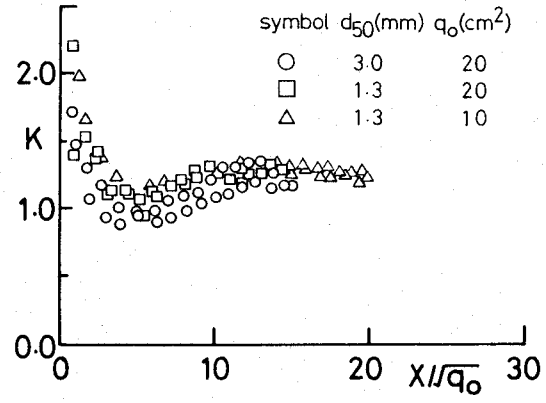


図–4 粒子群の高さ H の変化

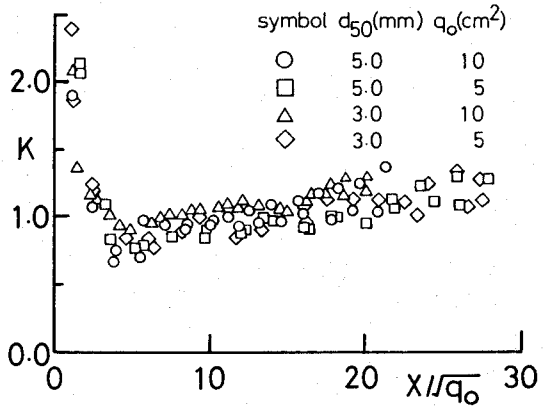
化を示す。横軸は粒子群先端の落下距離 x である。縦軸と横軸は粒子群の単位奥行き当たりの投下量の平方根$\sqrt{q_0}$により無次元化されている。図中の白抜き記号は既述の観察により乱流サーマル的落下挙動を示した実験ケースについて、また黒塗り記号は自由沈降的挙動を示したケースについて示している。

拡がり幅 Wは乱流サーマル的挙動では概ね線形に増大する。これに対して、自由沈降的挙動では、その増加率 dW/dx は緩やかに減少する。一方、高さ Hは $x/\sqrt{q_0} = 6$ 付近で不連続に変化している。これは、投下箱からの粒子流出が終了するまでは粒子群の高さを箱底部から粒子群先端までの距離として定義していることに原因している。$x/\sqrt{q_0} > 6$ の領域では、乱流サーマル的落下挙動については拡がり幅 Wと同様に線形に増大する傾向がある。こうした傾向は乱流サーマルに関する既往の実験結果と一致している。これに対して、自由沈降的挙動では高さの増加率 dH/dx についても減少する傾向がみられる。

図－5は粒子群の高さと幅の比率 $K = W/H$の落下にともなう変化を示している。



(a) 乱流サーマル的落下挙動



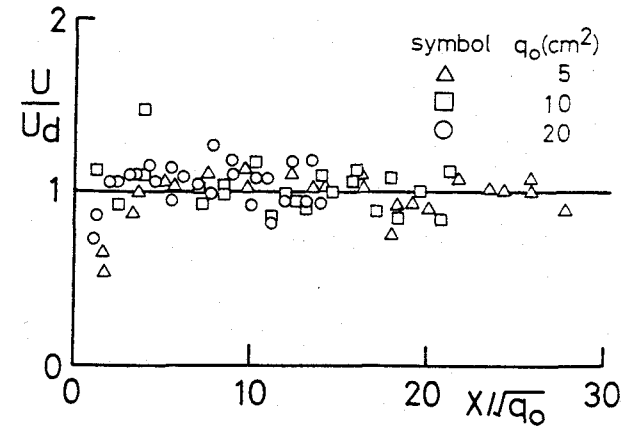
(b) 自由沈降的落下挙動

図–5 Kの変化

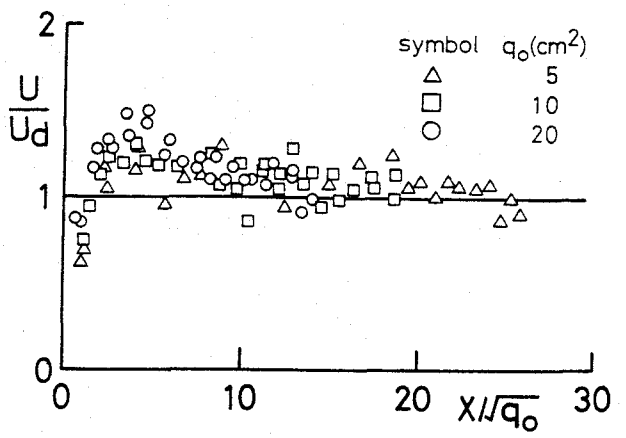
(a)(b) は図－３，４に準じて分類したものである。粒子が投下箱から完全に流出した後の $x/\sqrt{q_0} > 6$ の領域について、乱流サーマル的挙動では $K = 1.2$ 付近で概ね一定値となっている。この値は単相の乱流サーマルにおける実験値 $K = 1.0$ より若干大きくなっている。自由沈降的挙動では絶対値のレベルはサーマル的挙動と同程度であるが、緩やかに増大する傾向がある。

2.4.3 粒子群の落下速度

粒子群の挙動は粒子群規模の流動に影響されているが、単一粒子の自由沈降挙動にも密接に関係していることは言うまでもない。群としての粒子運動を規定するパラメータは、単位奥行き当たりの投下量 q_0 と負の総浮力 $\epsilon_0 g q_0$ である。但し、水の密度を ρ_a として、$\epsilon_0 = (\rho_d - \rho_a)/\rho_a$ である。一方、単一粒子としての運動を規定するパラメータは、



(a)$d_{50} = 5.0mm$



(b)$d_{50} = 3.0mm$

図-6 無次元落下速度の変化

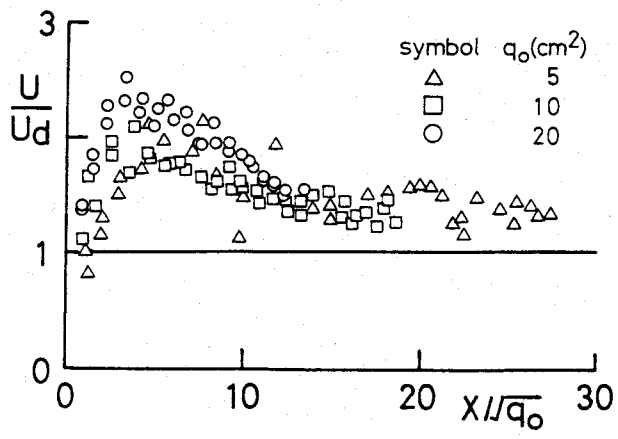
粒子形状が完全球形で密度一定であるならば、粒径 d_{50} あるいは自由沈降速度 U_d である。原点からの距離 x において粒子群の拡がり面積が A、粒子群先端部の落下速度が U であるとする。このとき、粒子群の形状比 K が実験条件や落下距離に関係なく一定であるとすれば、落下速度は次式によって規定されることが予想される。

$$U = f(q_0, \epsilon_0, U_d, x, A) \tag{1}$$

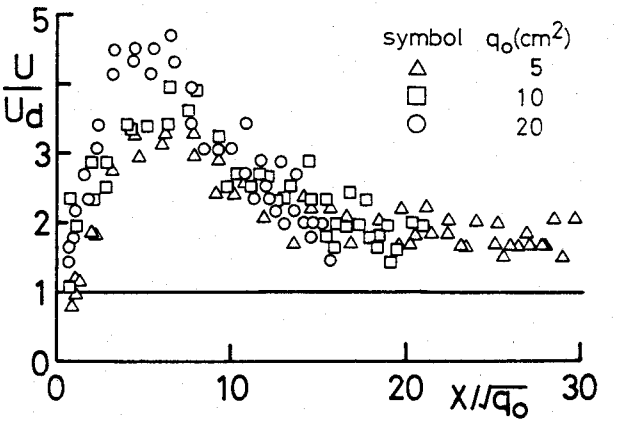
次元解析により、次式のような関係を得る。

$$\frac{U}{U_d} \quad or \quad \frac{U}{\sqrt{\epsilon_0 g \sqrt{q_0}}} = f(\frac{A}{q_0}, \frac{x}{\sqrt{q_0}}) \tag{2}$$

つまり、落下速度について2つの無次元パラメータが現れる。自由沈降速度により無次元表示した流体塊の落下速度を図－6 (a)～(d) に粒径別に示す。$d_{50} = 5.0mm$ において



(c)$d_{50} = 1.3mm$

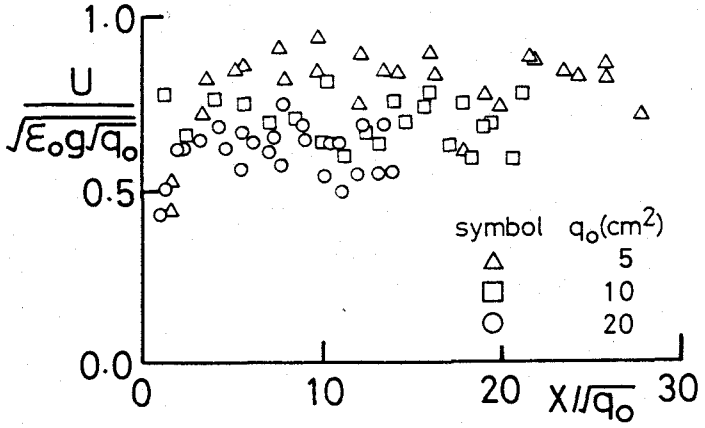


(d)$d_{50} = 0.8mm$

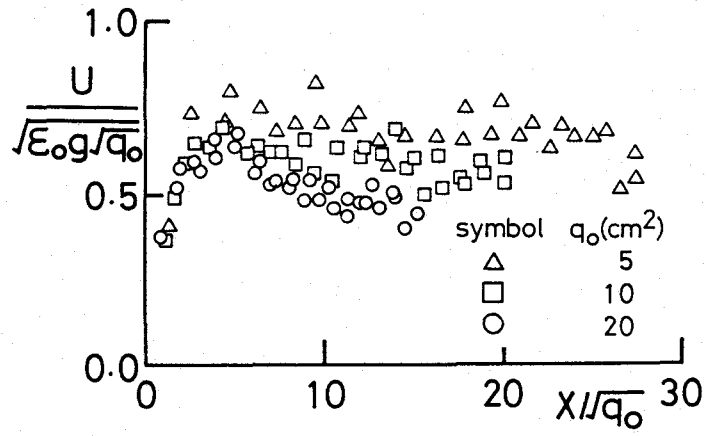
図–6 無次元落下速度の変化

は若干のバラツキは認められるものの、全ての投下量に対して投下直後に概ね自由沈降速度に等しくなっている。$d_{50} = 3.0mm$ では $2 < x/\sqrt{q_0} < 10$ の投下箱近傍で自由沈降速度より僅かに大きくなっており、$x/\sqrt{q_0} > 10$ の領域では自由沈降速度にほぼ等しくなっている。しかしながら、$d_{50} = 1.3mm, 0.8mm$ では投下直後から落下速度は急激に増大して、$x/\sqrt{q_0} = 5$ 付近で極大値を示した後に、緩やかに減少するという傾向がみられる。極大値は、$d_{50} = 1.3mm$ では U_dの 1.8〜2.7 倍、$d_{50} = 0.8mm$ では 3.0〜4.7 倍にも達している。また、投下量による分布のバラツキは極めて大きく、投下量の増大により極大値が増加していることがわかる。

次に、**図－7** (a)〜(d) にもう一つの無次元パラメーター $U/\sqrt{\epsilon_0 g\sqrt{q_0}}$ の流下方向変化を示す。$d_{50} = 5.0mm$ のケースでは極端にバラツキが大きく、この無次元パラメーターが落下挙動に影響していないことがわかる。粒径が大きくなるにつれて、投下量による



(a)$d_{50} = 5.0mm$



(b)$d_{50} = 3.0mm$

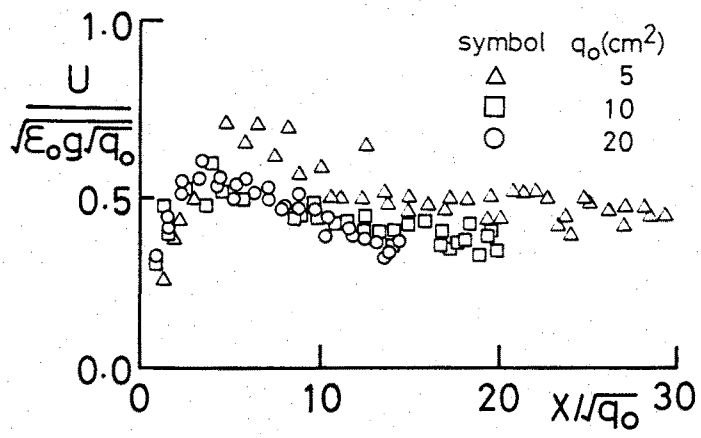
図–7 無次元落下速度の変化

差異は小さくなる。$d_{50} = 0.8mm$ では $x/\sqrt{q_0} = 10$ 付近までは投下量による差異がほとんど認められず、この領域の挙動が粒子群規模のパラメーターによって支配されていることが推察される。

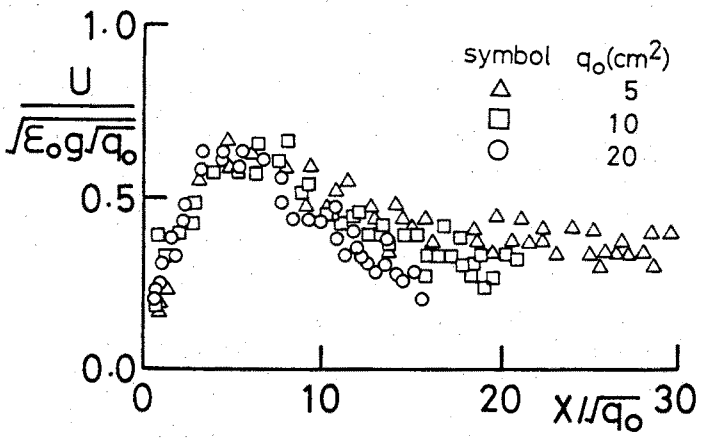
2.5 乱流サーマル理論との比較

2.5.1 乱流サーマル理論の概要

固体粒子群の落下挙動はある範囲の投下条件においては、乱流サーマルに類似した挙動となる。本節では既往の乱流サーマル理論の解と実験結果との比較を行う。Beghin et al.[9]、Escudier et al.[10] あるいは Baines et al.[11] により乱流サーマルに対する理論が提案されている。ブーシネ近似の採否や鉛直に自由落下するサーマルか、傾斜面上での



(c)$d_{50} = 1.3mm$



(d)$d_{50} = 0.8mm$

図–7 無次元落下速度の変化

サーマルかなど、詳細については異なっているものの、これらの理論は本質的に同じものであると考えてよい。ここでは、周囲流体との密度差が大きく、ブーシネ近似が適用できないような乱流サーマルに対して開発された Baines et al. の理論を用いる。

理論展開において用いられる仮定は以下のとおりである。

(a) サーマル形状は楕円形である。

(b) サーマル内部の総浮力は一定である。つまり後流によって質量は損失しない。

(c) 流速と密度の分布はそれぞれ相似形を保つ。

(d) サーマル内部は一様密度であり、サーマル流体と周囲流体は容易に混合できる。

(e) サーマルの質量変化はサーマル全体の特性量のみによって支配される。

仮定 (e) によって質量保存式は次式のように表示される。

$$\frac{dm_t}{dt} = f_1(M_t, M_{tv}, m_t, \rho_a) \tag{3}$$

ここに、M_t、M_{tv}はそれぞれサーマル流体の運動量と付加質量分の運動量である。m_tはサーマル質量、ρ_aは周囲水密度である。サーマルの質量変化が付加質量分の運動量に依存しないと仮定すれば、次元解析に基づき次式を得る。

$$\frac{dm_t}{dt} = \alpha\sqrt{\pi}M_t(\frac{\rho_a}{m_t})^{1/2} \tag{4}$$

ここに、αは比例定数である。

サーマル密度をρ、楕円形の幅と高さをそれぞれWとW/Kとすると、質量m_tと運動量M_tは次式のようになる。

$$m_t = \rho\frac{\pi}{4K}W^2 \qquad\qquad M_t = \rho\frac{\pi}{4K}W^2U \tag{5}$$

上式を (4) 式に代入し、さらに微分変数を変換するために、$U = dx/dt$ を考慮すると、次式を得る。

$$\frac{d(W^2)}{dx} = 2\alpha\sqrt{K}\sqrt{\frac{\rho_a}{\rho}}W \tag{6}$$

さらに、距離xについて積分すると次のようになる。

$$W = \alpha\sqrt{K}\sqrt{\frac{\rho_a}{\rho}}x + C \tag{7}$$

Cは積分定数である。ここで、$\rho/\rho_a = 1$とおけば、ブーシネ近似した場合と同様になる。$x = 0$における初期条件、$W = W_0$、$\rho = \rho_0$を考慮すると

$$W = \alpha\sqrt{K}\sqrt{\frac{\rho_a}{\rho}}\{x + \frac{1}{\alpha}\sqrt{\frac{1}{K}\frac{\rho}{\rho_a}}W_0\} \tag{8}$$

さらに、サーマル内の総浮力が一定であるとすれば、

$$\Delta\rho_0{W_0}^2 = \Delta\rho W^2 \tag{9}$$

より、

$$\rho = \rho_a + \Delta\rho_0(\frac{W_0}{W})^2 \tag{10}$$

となる。ここに、$\Delta\rho_0$は初期密度差である。(10) 式を (8) 式に代入すれば次式を得る。

$$W = \alpha\sqrt{K(1 - \frac{\pi}{\alpha^2K}\frac{\Delta\rho_0}{\rho_a}\frac{{W_0}^2}{\tilde{x}^2})}\tilde{x} \tag{11}$$

ここに、

$$\tilde{x} = x + \frac{1}{2\alpha}\sqrt{\frac{1}{K}\frac{\rho_0}{\rho_a}}W_0 \tag{12}$$

である。

サーマル内部の浮力は圧力を介してサーマル周囲の流体の運動量にも影響することから、付加質量分も含めた形で運動量の保存を考えねばならない。運動量保存式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt}(M_t + M_{tv}) = \frac{\pi}{4K}\Delta\rho_0 g {W_0}^2 \tag{13}$$

(5) 式を代入するとともに質量保存式と同様に微分変数を距離に変換すると次式を得る。

$$U\frac{d}{dx}\{\frac{\pi}{4}W^2(\rho + \rho_a k_v)U\} = \frac{\pi}{4K}\Delta\rho_0 g {W_0}^2 \tag{14}$$

ここに、k_vは付加質量係数である。(10)(11) 式を (14) 式に代入すると次式を得る。

$$\frac{1}{2}\{\tilde{x}^2 - \frac{k_v\epsilon_0 q_0}{(1+k_v)\alpha^2 K}\}\frac{dU^2}{d\tilde{x}} + 2\tilde{x}U^2 = \frac{\epsilon_0 q_0 g}{(1+k_v)\alpha^2 K} \tag{15}$$

ここに、$\epsilon_0(=\Delta\rho_0/\rho_a)$ は初期相対密度差、$q_0(=\pi {W_0}^2/4)$ はサーマルの単位奥行き当たりの初期体積である。(15) 式は積分可能であり、$\tilde{x}=0$ において $U=0$ を仮定すると次式を得る。

$$U^2 = \frac{2B}{3}\{\tilde{x}\frac{\tilde{x}^2 - 3A}{(\tilde{x}^2 - A)^2} - x_0\frac{\tilde{x_0}^2 - 3A}{(\tilde{x}^2 - A)^2}\} \tag{16}$$

ここに、

$$A = \frac{k_v\epsilon_0 q_0}{(1+k_v)\alpha^2 K} \tag{17}$$

$$B = \frac{\epsilon_0 q_0 g}{(1+k_v)\alpha^2 K} \tag{18}$$

である。

2.5.2 実験結果との対応

(8) 式においてブーシネ近似を適用すると次式のようになる。

$$W = \sqrt{K}\alpha\tilde{x} \tag{19}$$

上式は楕円形サーマルの幅が拡がり率$\sqrt{K}\alpha$ で増大することを示しており、この値は連行係数に等しいことになる。既往の研究成果を参照すると、鉛直落下するブーシネ近似できるような希薄濃度の乱流サーマルでは$\alpha = 1.0$ が一般的である。しかしながら、周囲流体に比較して軽いサーマルと重いサーマルとでは連行係数が異なることが報告されている。本章の実験のように非常に大きな固体粒子を高濃度で含むサーマルの連行係数に関する実験データは皆無である。

ここでは、計測された全領域において乱流サーマル的な落下挙動を示した実験結果との比較により連行係数と理論解の関係について述べる。但し、前節の実験結果を参照して $K = 1.0$ としている。また、付加質量係数についてはポテンシャル流中の円形物体の値 $k_v = 1.0$ を採用している。

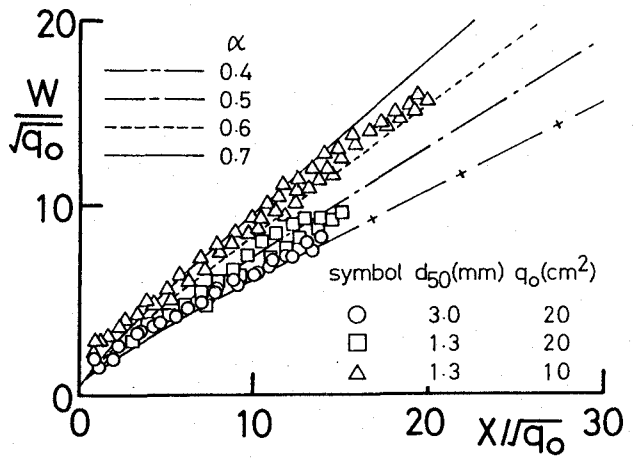


図-8 乱流サーマル理論との比較（粒子群の拡がり幅）

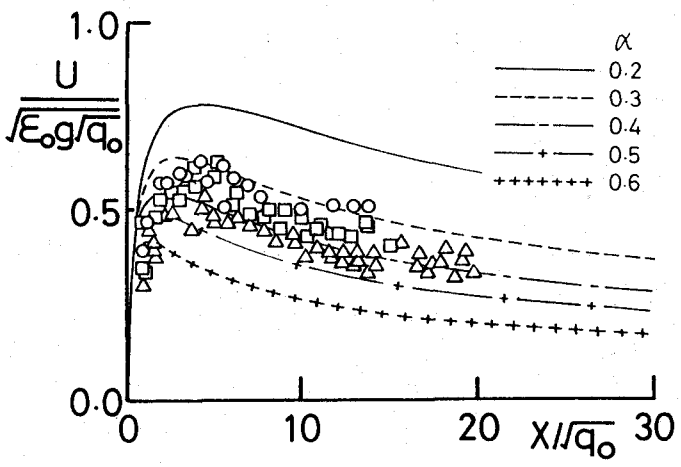
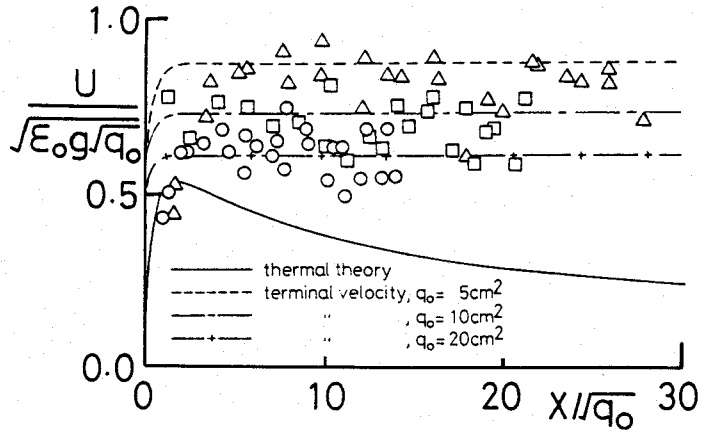


図-9 乱流サーマル理論との比較（粒子群の落下速度）

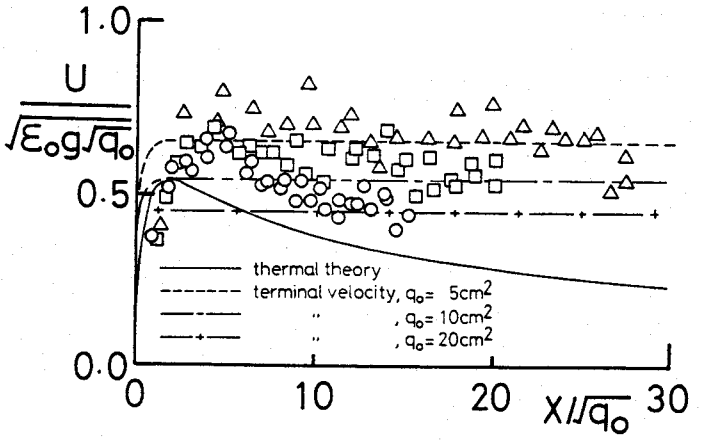
図－8と図－9はそれぞれ粒子群の拡がり幅Wと粒子群先端の落下速度の落下距離に伴う変化を示す。なお、両図の実験結果は同一のシンボルで表示されている。計算結果から、連行係数の増大に伴い粒子群の幅の増加率は増大する。粒子群の拡散幅の増大とともに、抵抗が大きくなり、落下速度は全体的に小さくなるという傾向がある。同図中で最も乱流サーマル的であるケース、つまり粒径が小さく、且つ投下量の大きなケースについて検討すれば、拡がり幅については$\alpha = 0.6$、落下速度については$\alpha = 0.4$とした計算結果が最も実験結果と合致するようだ。

次に、$\alpha = 0.5$として各条件に対する実験結果と乱流サーマル理論との一致について検討する。比較のために単一粒子の自由沈降速度の変化を併示する。沈降速度の変化は次の運動方程式により求めている。

$$(1 + k_{vp}\frac{\rho_F}{\rho_P})\frac{dU_d}{dt} = \frac{\rho_P - \rho_F}{\rho_P}g - \frac{3\rho_F C_D}{4d_{50}\rho_P} \mid U_d \mid U_d \qquad (20)$$



(a)$d_{50} = 5.0mm$

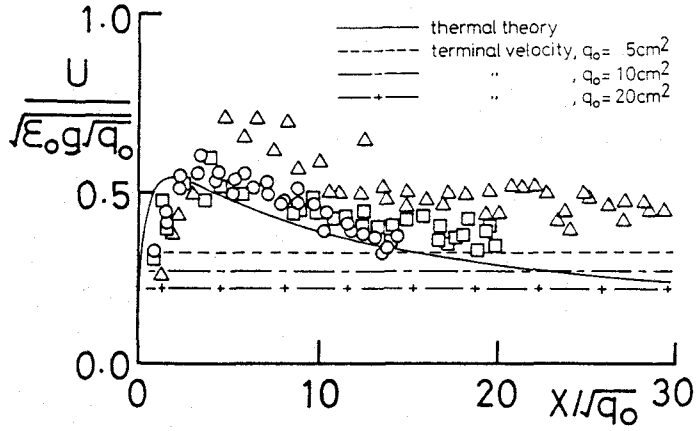


(b)$d_{50} = 3.0mm$

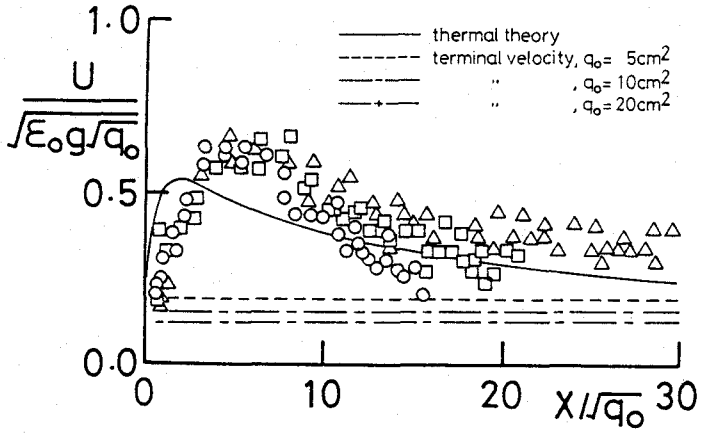
図-10 乱流サーマル理論との比較（粒子群の落下速度）

Clift et al.[12] によれば、単一粒子が初速度 0 で静水中を自由落下する場合には、非定常項に比較して Basset 項の影響は小さいとされている。そこで、ここでは自由沈降挙動の目安を提示するということが目的であることから、Basset 項を無視している。また、付加質量係数 k_{vp} は球形の固体粒子の値 0.5 を用いている。

図－ 10 は粒子群の落下速度の変化について理論解と実験結果を比較したものである。実験結果については図－ 7 と同一のシンボルにより表示されている。縦軸は粒子群先端の落下速度であり、速度スケール $\sqrt{\epsilon_0 g \sqrt{q_0}}$ によって無次元表示されている。$d_{50} = 5.0mm$ のケースでは、サーマルの理論曲線に比較して単一粒子の自由沈降速度の方が大きくなっていることがわかる。このケースでは粒子群の落下速度は概ね単一粒子の自由沈降速度に等しいレベルである。$d_{50} = 3.0mm$ では投下量が最も大きい $q_0 = 20cm^2$ ではサーマル理論曲線に従うような変動傾向もみられる。しかし、全体的には単一粒子としての沈



(c)$d_{50} = 1.3mm$



(d)$d_{50} = 0.8mm$

図–10 乱流サーマル理論との比較（粒子群の落下速度）

降速度に等しくなっている。$d_{50} = 1.3mm$ の放流口近傍ではサーマル速度は自由沈降速度を上回っている。このような領域では粒子群の落下速度はサーマル理論に従って変化する。$d_{50} = 0.8mm$ においては計測された全領域で落下速度は乱流サーマル理論に類似した変動特性となっている。

2.6 理論的解析

2.6.1 基礎方程式

固体粒子群の落下挙動の解析手法は、個々の粒子に対する運動方程式を基礎とするものと連続体方程式を基礎とするものに大別される。後者にはさらに単純な拡散過程とした解析法や土砂混入の影響を密度の増大として扱った数値計算等がある。前節までに示

したように、ある限定された条件下では固体粒子群の落下挙動は浮力流体を瞬間的に放出した場合に形成される乱流サーマルの流動に類似したものになる。しかしながら、乱流サーマル理論を自由沈降的落下挙動や乱流サーマル的から自由沈降的への遷移過程にまで流用することはできない。そこで、本節では乱流サーマル理論の基本的な考え方を踏襲するとともに、粒子流体の相対運動の効果を導入することにより、粒子群の落下挙動モデルを開発する。

理論展開において用いた仮定を列挙する。

(a) 単一粒径を有する粒子群の拡散形状（以下ではこの拡散領域を混相流体塊と呼ぶ。）は拡がり幅 W と高さ H を軸とする楕円形であり、相似な形状を保つ。

(b) 混相流体塊内部の流体流速分布、固体粒子の個数密度と速度分布はそれぞれ一様である。

(c) 混相流体塊内部の流体の質量変化は混相流体塊の運動に関する全体的な特性量によってのみ支配される。

(d) 衝突など粒子間の直接的な相互作用は無視する。

仮定 (c) は、混相噴流など最近の実験データにより粒子の混入が流体の乱流構造や連行に影響を及ぼすことが明かとなってきているがここではそうした影響については考慮しないということを意味している。

本章の実験結果との対応を検討するために、ここでは平面2次元的な粒子の落下挙動についてのモデル化を行うが、3次元（軸対称）の落下挙動に対しても容易に拡張できる。

乱流サーマル理論に倣い、仮定 (c) により混相流体塊内部の流体の質量保存式を次式のように表示する。

$$\frac{dm}{dt} = f_2(M, M_v, m, \rho) \tag{21}$$

ここに、m は単位奥行き当りの混相流体塊内部の流体の質量、M, Mvはそれぞれ混相流体塊内の流体と粒子群の運動量の合計と流体塊外の付加質量分の運動量、ρは混相流体塊の密度、t は時間である。粒子と流体の密度はそれぞれ独立したパラメータであり、関数 f_2に含まれるべきである。しかしながら、本章の実験において両者を一定としていること、また海域での土砂投下など実現象においてもこれらのパラメーターは一定としても差し支えないと考えられることから、ここでは省略した。質量変化が付加質量分の運動量に依存しないと仮定すれば、次元解析により次式の関係を得る。

$$\frac{dm}{dt} = \tilde{\alpha}\sqrt{\pi}M\left(\frac{\rho}{m}\right)^{1/2} \tag{22}$$

ここに、$\tilde{\alpha}$は拡がり係数である。同係数は乱流サーマル理論における連行係数に対応する。本解析においては流体運動と粒子運動の一致しないことから、連行係数と等価でないことを強調するために拡がり係数と呼ぶ。m と Mは流体塊の幅 W と形状係数 $K(= W/H)$ を用いると次式のように定義される。

$$m = \rho_F\left(\frac{\pi}{4K}W^2 - q_0\right) + \rho_P q_0 \tag{23}$$

$$M = \rho_F(\frac{\pi}{4K}W^2 - q_0)U_F + \rho_P q_0(U_F + U_R) \tag{24}$$

ここで、U_Fは流体塊内部の流体流速、ρ_Fとρ_Pはそれぞれ流体と粒子の密度、U_Rは粒子と流体との相対速度差である。

(23)(24) 式を (22) 式に代入すると共に、乱流サーマル理論と同様に微分変数を時間から混相流体塊の落下距離 x に変換するために $dx/dt = U_F + U_R$を導入すると、次式を得る。

$$\frac{dW}{dx} = 2\sqrt{K}\tilde{\alpha}\frac{\rho_F(1-\epsilon)U_F + \rho_P\epsilon(U_F + U_R)}{\rho_F(U_F + U_R)} \tag{25}$$

ここに、$\epsilon(= 4Kq_0/(\pi W^2))$ は粒子群の混相流体塊内の面積率（$= 1 -$空隙率）である。

固体粒子群の拡散している領域内の流体の運動量の収支を次式のように定義する。

$$\frac{d(M_F + M_{Fv})}{dt} = nC_D\frac{\pi}{8}\rho_F U_R \mid U_R \mid d^2 - C_1\rho_F U_F \mid U_R \mid W \tag{26}$$

ここに、$n(= 6q_0/(\pi d^3))$ は流体塊内の単位奥行き当りの固体粒子個数、C_Dは粒子抵抗係数、d は粒子直径である。

上式は固体粒子群の拡散領域の流体の運動量と拡散領域外の付加質量分の運動量の合計は、粒子と流体の相対速度により生じる抗力により増大し（右辺第 1 項)、それと同時にこの相対速度により、粒子拡散領域内の運動量を有する流体が抜け落ちることにより運動量の損失が生じる（右辺第 2 項）ことを意味する。流体と粒子間の相対速度が存在すると、粒子群の拡がり面積内に存在した流速 U_Fを有する流体の一部がΔt 時間後には粒子群拡がり領域から逸脱する。その面積は粒子群の拡がり幅 Wと相対速度により生じるずれの大きさ $\mid U_R \mid \Delta t$ の積として表示されると考えられる。そこで流体塊後端からの周囲水への運動量の損失を右辺第 2 項のように定義した。C_1は比例定数であり、流体塊の形状が円形であり、相対速度によるずれが微小であれば、概ね 0.5 となる。

混相流体塊が相似形状を保つと仮定し、付加質量係数 k_vにより、$M_{Fv} = k_v M_F$と仮定する。さらに、M_Fが (22) 式の右辺第 1 項に等しいことからこれを代入し、さらに微分変数を変換すれば次式を得る。

$$(1 + k_v)(U_F + U_R)\frac{d(\frac{\pi}{4K}W^2 - q_0)U_F}{dx} = \frac{3q_0}{4d}C_D U_R \mid U_R \mid - C_1 U_F \mid U_R \mid W \tag{27}$$

固体粒子に関する運動方程式は次式を用いる。

$$(1 + k_{vp}\frac{\rho_F}{\rho_P})\frac{dU_R}{dt} = \frac{\rho_P - \rho_F}{\rho_P}(g - \frac{dU_F}{dt}) + \frac{3\rho_F}{4\rho_P d}C_D U_R \mid U_R \mid \tag{28}$$

ここで、$K_{vp}(= 0.5)$ は球形の固体粒子に対する付加質量係数である。ここで取り扱う粒子が比較的大きいことや、また前節において記述した理由により、Basset の履歴項については無視する。(28) 式についても (27) 式と同様に微分変数の変換を行った。

本章で対象としている流動においては粒子の個数密度が比較的大きく、従って希薄粒子密度の仮定は適用できない。個数密度の増大により粒子間の相互作用が顕著になり、粒子抵抗係数が変化することが予想される。しかしながら、ここでは簡単のために抵抗

係数については粒子間相互作用が影響しないものとして以下の関係を用いた。

$$C_D = \frac{24}{R_e} + \frac{3}{\sqrt{R_e}} + 0.34 \quad (R_e < 1000)$$
$$= 0.44 \quad (R_e > 1000) \tag{29}$$

ここに、$R_e = | U_R | d/\nu$である。

2.6.2 基礎方程式の基準化

前節で示した単相の乱流サーマルに関する理論に倣い、混相流体塊の長さスケールとして$\sqrt{q_0}$を用いる。流体運動の速度スケールとしては、q_0と粒子混入により生じる負の浮力$(\rho_* - 1)gq_0$とを次元解析することにより得られる$\sqrt{(\rho_* - 1)g\sqrt{q_0}}$を採用する。但し、$\rho_* = \rho_P/\rho_F$である。各物理量を以下のように無次元化する。

$$W_* = \frac{W}{\sqrt{q_0}} \tag{30}$$

$$x_* = \frac{x}{\sqrt{q_0}} \tag{31}$$

$$U_{F*} = \frac{U_F}{\sqrt{(\rho_* - 1)g\sqrt{q_0}}} \tag{32}$$

$$U_{R*} = \frac{U_R}{\sqrt{(\rho_* - 1)g\sqrt{q_0}}} \tag{33}$$

粒子と流体の相対速度U_Rは自由沈降速度U_dによる規格化が適当である。流体運動に関する物理量との規格化の一致を考慮して、次式のような無次元パラメーターを導入する。

$$U_{R*'} = \frac{U_R}{U_d} = \frac{U_{R*}}{F_d} \tag{34}$$

ここで、F_dは次のような関数である。

$$F_d = \frac{U_d}{\sqrt{(\rho_* - 1)g\sqrt{q_0}}} \tag{35}$$

このパラメーターは粒子の自由沈降速度と粒子群が密度近似された場合の流体運動の代表速度スケールとの比率を示している。

上記の代表物理量を用いて基礎方程式を無次元化する。(25) 式は次式のように変形できる。

$$\frac{dW_*}{dx_*} = \frac{2K^{1/2}\tilde{\alpha}\{(1 - \frac{4K}{\pi {W_*}^2}) + \rho_* \frac{4K}{\pi {W_*}^2}(1 + \frac{U_{R*'}}{U_{F*}}F_d)\}}{(1 + \frac{U_{R*'}}{U_{F*}}F_d)} \tag{36}$$

単一粒子の自由沈降時の抵抗係数をC_{D0}として、

$$d = \frac{3C_{D0}{U_d}^2}{4(\rho_* - 1)g} \tag{37}$$

を考慮すると、(27)(28) 式は次式のように変形される。

$$(1+k_v)\{U_{F*}+U_{R*'}F_d\}\frac{d(\frac{\pi}{4K}{W_*}^2-1)U_{F*}}{dx_*}$$
$$=\frac{C_D}{C_{D0}}U_{R*'}\mid U_{R*'}\mid -C_1U_{F*}\mid U_{R*'}\mid W_*F_d \tag{38}$$

$$(U_{F*}+U_{R*'}F_d)\{(\rho_*+k_{vp})F_d\frac{dU_{R*'}}{dx_*}+(\rho_*-1)\frac{dU_{F*}}{dx_*}\}$$
$$=1-\frac{C_D}{C_{D0}}U_{R*'}\mid U_{R*'}\mid \tag{39}$$

(38) 式より $F_d \ll 1$、さらに$\rho_*=1$ または $W_* \gg 1$ の場合には、ブーシネ近似された乱流サーマルの半径の増加率が$\tilde{\alpha}$となる従来の連行係数の定義に一致する。この時、(22) 式は簡単に積分されて次式のようになる。

$$W_*=2\tilde{\alpha}\sqrt{K}(x_*+X_{0*}) \tag{40}$$

ここで、X_{0*}は投下点から仮想原点までの距離であり、次式のように定義される。

$$X_{0*}=\frac{1}{\sqrt{\pi\tilde{\alpha}^2}} \tag{41}$$

同様に $F_d \ll 1$ の場合には (38) 式より流体の運動量の欠損が省略できることがわかる。さらに同式において $U_{R*'}=1$（同時に $C_D=C_{D0}$が満足される。）なる場合には、(38) 式は乱流サーマル理論の運動量保存式に帰着する。つまり流体の速度の規模に比して固体粒子の相対速度差が小さく、流体運動に十分追随する場合には幅 W_*は線形に増大することを示している。2.4 において示した、粒径が比較的小さく投下量の大きい場合に生じる乱流サーマル的挙動に相当すると考えられる。

一方、粒子の落下挙動が単一粒子の自由沈降に概ね等しい状態になると、流体塊内部の流動は各粒子の自由沈降にともない生じる後流の集合体として表示されるであろう。自由沈降状態で後流群が相互に干渉しないと仮定すると混相流体塊内部の流体の運動量は後流の運動量の単純合計として表示されることが予想される。この時、流体塊内部の運動量は概ね一定値となり、(38) 式より次式が誘導される。

$$U_{F*}=\frac{1}{C_1W_*F_d} \tag{42}$$

(40) 式を (36) 式に代入し、さらに自由沈降状態は投下点から十分離れた遠方の領域で生じることを勘案して、$W_* \gg 1$ の場合に限定すれば、次式を得る。

$$\frac{dW_*}{dx_*}=\frac{2\sqrt{K}\tilde{\alpha}}{1+C_1W_*{F_d}^2} \tag{43}$$

上式を積分すると次式を得る。

$$C_1{F_d}^2{W_*}^2+2W_*-4\sqrt{K}\tilde{\alpha}(x_*+C_2)=0 \tag{44}$$

C_2は積分定数である。$W_*>0$ を考慮して展開し、さらに $x_* \gg 1$ を仮定すれば、次式に帰着する。

$$W_* = 2\sqrt{\frac{\sqrt{K}\tilde{\alpha}}{C_1 {F_d}^2}}\sqrt{x_*} \tag{45}$$

上式は単一粒子の間欠的な投入による粒子の散らばりを対象として、箭内 [5] や吉川ら [8] が示した「粒子の拡散が落下距離の 1/2 乗に比例する」という研究成果とも一致する。

計算方法であるが、未知変数 W_*、U_{F*}、U_{R*} に対して、(36)(38)(39) 式を差分化、これらを (29) 式と連立することにより数値解を求めた。

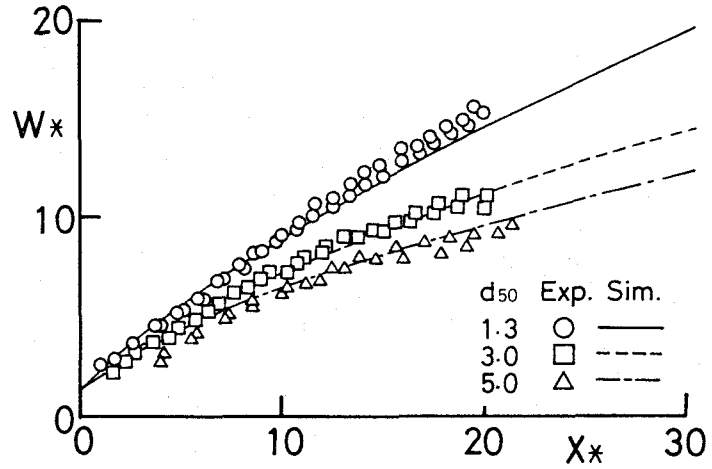
2.7 計算結果

2.7.1 実験結果との対応

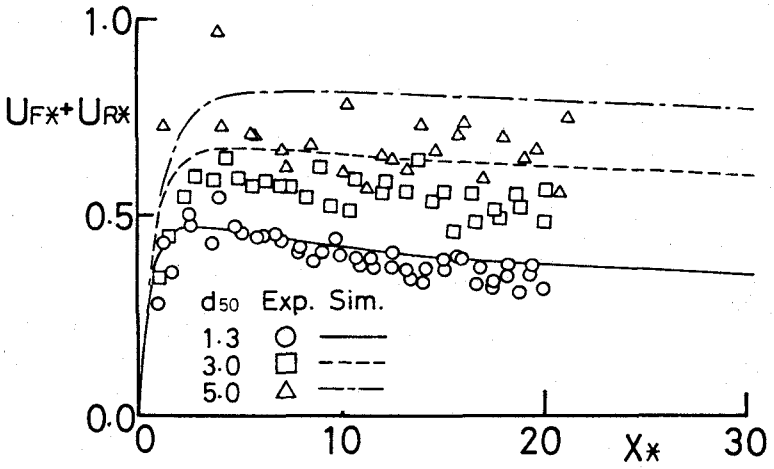
本解析において唯一の未定定数は拡がり係数$\tilde{\alpha}$である。粒子群の拡がりは混相流体塊規模の流動と相対速度による不規則揚力の両者に影響される。2.5 で示したとおり乱流サーマル理論では$\alpha = 0.4 \sim 0.6$ とすることにより理論値と乱流サーマル的落下挙動の実験値は比較的良好に一致した。また、Beghin et al. の傾斜面上での半楕円形の乱流サーマルに関する実験では、傾斜角度が 90 度のケースつまり垂直面境界に沿って落下するケースでは、境界法線方向の拡がり率が 0.39 になることを示している。この値を 2 倍することにより全楕円形の連行係数に変換されることから、彼らの実験結果は$\alpha = 0.78$ であったことになる。但し、この値は流体塊先端の位置と拡がり幅の関係から求められるものであり、流体塊の中心位置と拡がり幅の関係を示す場合には、連行係数はこの値より大きくなることに注意しなければならない。ここでは実験データとの一致を検討することにより、$\tilde{\alpha} = 0.7$ に設定した。

図－ 11, 12 は単位奥行き当りの投下量を $q_0 = 10cm^2$で一定として、粒径を $d_{50} = 1.3, 3.0, 5.0mm$ の 3 段階に変化させた場合のそれぞれ粒子群の拡がり幅 W_*と群先端の落下速度 $(U_{F*} + U_{R*})$ の流下方向変化を示している。既述のとおり、同一の投下量であっても、粒径が小さいほど拡がり幅は大きくなっていることがわかる。また、粒径が大きいほど拡がり率 dW_*/dx_*は急激に減少する。落下速度については、粒径が大きい $d_{50} = 5.0mm$ の場合には、粒子と流体間の相互作用が弱く、粒子の自由沈降が卓越するために、$x_* > 5$ の領域では概ね一定速度となっている。粒径が小さい $d_{50} = 1.3mm$ の場合には、単相の乱流サーマルに類似した落下速度の低減傾向が現れている。図－ 13, 14 では拡がり幅と落下速度に対する投下量の変化の効果を示している。粒径は $d_{50} = 3.0mm$ として投下量を 3 段階に変化させた結果を示している。全てのケースについて粒子落下速度の計算値は実測値よりやや大きくなっている。しかしながら、定性的には混相流体塊の落下速度の傾向を良好に再現していると判断できる。

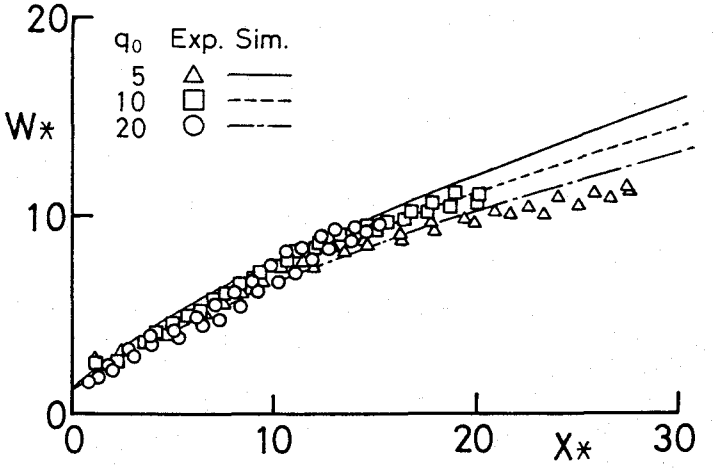
図－ 15 に粒径が $1mm$ の粒子を 2 次元的に投下した場合の流体速度と粒子流体の相対速度、粒子の落下速度の変化を示す。単位奥行き当たりの投下量を $q_0 = 5, 10, 20cm^2$ の 3 段階に変化させている。縦軸は各種の無次元速度である。誘起流動の変化特性は乱流サーマルのそれに概ね相似であると考えられる。その絶対値の規模は単相乱流サーマルの 30%程度である。相対速度が自由沈降速度に達していない $x_* < 10$ の投下点近傍を除けば、誘起流動のレベルに大きな差異はない。落下速度のうちで誘起流動場の占める割合は高々50%程度であり、残りは粒子流体の相対速度分となっている。粒子群落下速度



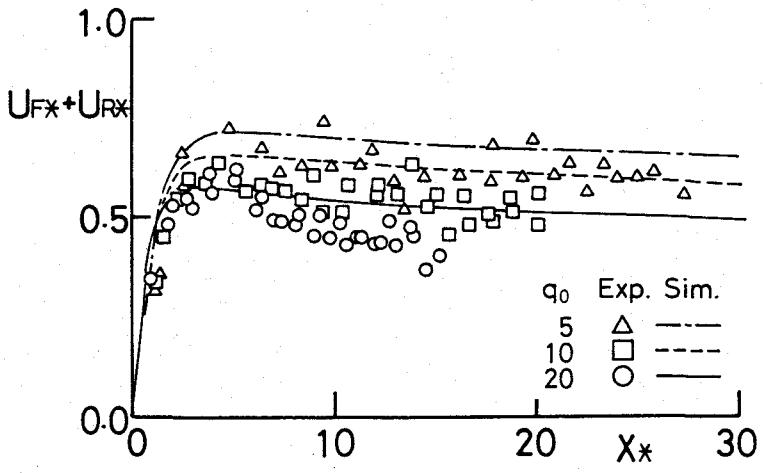
図–11 固体粒子群の拡がり幅の流下方向変化 ($q_0 = 10cm^2$)



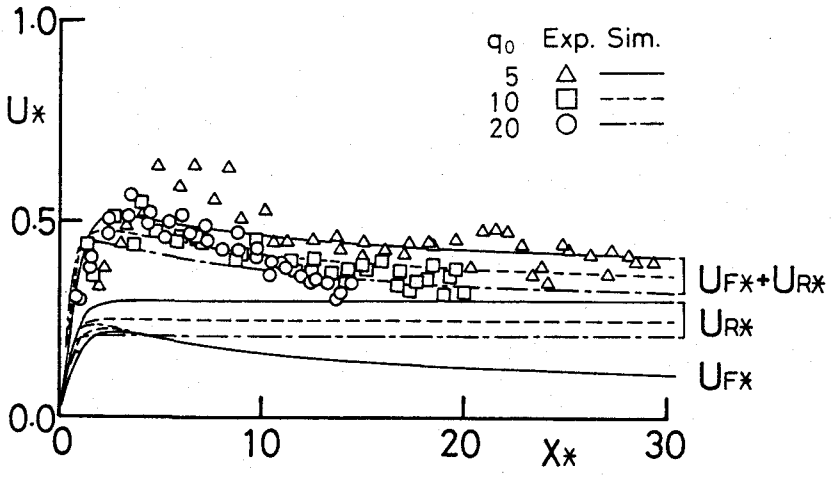
図–12 固体粒子群の落下速度の流下方向変化 ($q_0 = 10cm^2$)



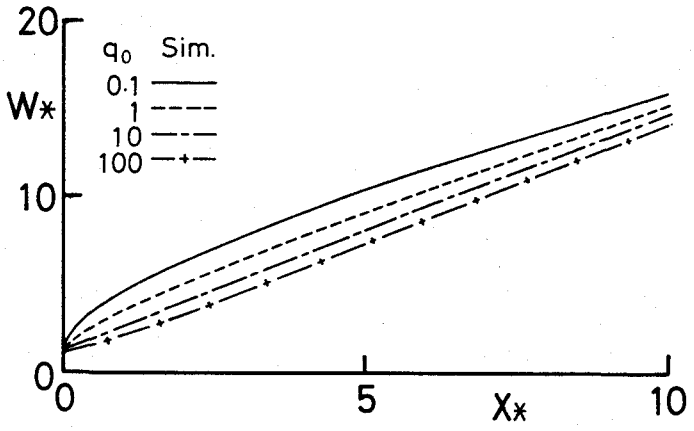
図–13 固体粒子群の拡がり幅の流下方向変化 ($d_{50} = 3.0mm$)



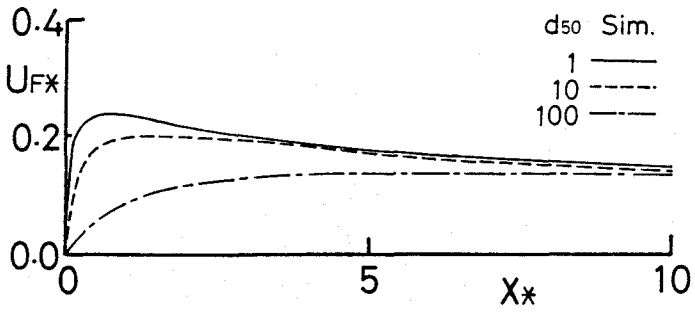
図–14 固体粒子群の落下速度の流下方向変化 ($d_{50} = 3.0mm$)



図–15 固体粒子群の各種速度の流下方向変化 ($d_{50} = 1.0mm$)



図–16 粒子群拡がり幅の流下方向変化



図–17 誘起流動速度の流下方向変化

は見かけ上は乱流サーマル的な変化傾向を示していたが、その大半は粒子と流体の相対速度であったことがわかる。

2.7.2 実現象スケールへの適用例

図－16 は粒径 $d_{50} = 1mm$、$\rho_* = 1.42$ の球形粒子を用いて、$q_0 = 10^{-1} \sim 10^2 m^2$ まで投下量を指数的に 4 段階に変化させた場合の粒子群の無次元拡がり幅 W_* の落下距離に伴う変化を示している。投下点近傍では投下量が大きいほど W_* の拡がり率が小さくなる傾向がみられる。x_* が大きくなると線形に増大するようになるが、その拡がり率は投下量が大きいほど大きくなっている。また、**図－17** は投下量を $q_0 = 1m^2$ として、粒径を $d_{50} = 1 \sim 100mm$ の 3 段階に変化させた場合の誘起流動速度の流下方向変化を示している。粒径の増大に伴い無次元誘起流動の最大流速は減少する。同図より粒径 $d_{50} = 1mm$ のケースでも実流速は高々$U_F = 1m/s$ 程度である。また、同じ粒子を用いて、投下量を変化させて同様の計算を行った結果、最大流速は $q_0 = 10m^2$ で $2m/s$、$q_0 = 100m^2$ でも $6m/s$ 程度であった。

2.8 結論

本章では静水中でポイントソースから瞬間的に投入された粒子群の落下挙動について、それが誘起する流動場との関連性に注目して議論した。以下で得られた結果について要約する。

1) 固体粒子群の落下は、その投下条件により個々の粒子の自由沈降の卓越する挙動特性から、大気圏において観察される乱流サーマルに類似した挙動特性へと変化することがわかった。

2) 乱流サーマル的な落下挙動を示すケースに対しては単相の乱流サーマル理論を用いて概ね表示できることがわかった。連行係数については$\alpha = 0.4 \sim 0.6$ 程度であり、粒径や投下量により変化する。

3) 乱流サーマル理論を拡張することにより、固体粒子群の落下挙動と誘起流動とを表示し得る解析モデルを開発した。実験結果との対比により、1) に示した落下挙動の変遷

を適切に再現することがわかった。

4)3) の解析モデルを用いて現地スケールの大規模な土砂投下において生じる流動場についての試算を行った。

参考文献

[1] 海洋汚染問題地球環境工学ハンドブック編集委員会 (1991) : 地球環境工学ハンドブック，第 17 章海洋汚染問題，pp.795-839.

[2] 古土井光昭 (1989) : 港湾工事における濁りの挙動に関する研究，大阪大学学位論文.

[3] 堀江毅 (1983) : ＭＡＣ法による直投土砂の初期拡散に関する数値解析，運輸省港湾技術研究所報告，p.471.

[4] 小田一紀・重松孝昌・氏本浩介 (1990) : ＤＥＭ法とＭＡＣ法の併用による粒子群の沈降分散挙動のシミュレーション，海岸工学論文集第 37 巻，pp.759-763.

[5] 箭内寛治 (1960) : 砂および礫の水中落下の散らばりに関する研究，土木学会論文報告集，第 69 号，pp.51-57.

[6] 小川元・竹内益雄 (1963) : 土捨船による投棄土砂の分散，土木学会論文報告集，第 161 号，pp.39-49.

[7] 矢内栄二・大槻忠 (1983) : 水中落下土砂の拡がり幅への水深の影響について，第 30 回海岸工学講演会論文集，pp.613-616.

[8] 吉川秀夫・福岡捷二・吉川勝秀 (1977) : 流体と固体粒子の相互作用に関する研究，土木学会論文集，260，89-100.

[9] M.D.Escudier and T.Maxworthy(1973) : On the motion of turbulent thermals, J.Fluid Mech., vol.61, pp.541-552.

[10] P.Beghin, E.J.Hopfinger and R.E.Britter(1981) : Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries, J.Fluid Mech., vol.107, pp.407-422.

[11] W.D.Baines and E.J.Hopfinger(1984) : Thermal with large density difference, Atmospheric Environment, vol.18, 1051-1057.

[12] R.Clift, J.R.Grace and M.E.Weber(1978) : Bubbles, drops and particles, Academic Press.

第３章　粒子プルームの流動・乱流構造に関する実験的研究

3.1　概説

静水中においてポイントソースから固体粒子を連続的に投入すると、流体運動が誘起されて固体流体混相の流動場が形成される。気泡プルームとの類似性から筆者はこうした流動を粒子プルームと呼んでいる。建設残土など産業廃棄物の埋立処分にみられる海域での投棄工事において生じる流動や火砕流や粉雪雪崩等山腹斜面において生じる自然災害に関わる流動も、境界の有無などの相違点はあるものの類似した流動構造を有している。

粒子プルームの流体運動は粒子・流体の相対速度によって駆動する。相対速度が自由沈降速度（最終沈降速度）terminal velocity に等しくなれば、流体相の運動方程式における粒子流体の相間応力項は粒子による負の浮力項に置換することができる。この状態を想定すれば粒子プルームは温度差あるいは塩分濃度差を駆動力とする単相のプルームと同一の運動方程式を持つことになる。こうした観点からすれば粒子プルーム流動は単相のプルームに類似した構造、つまり自由せん断乱流的な構造を有することが想像される。しかしながら、粒子からの剥離渦による乱れや流速変動と粒子濃度変動との位相のズレなどの存在によりにその流動構造は極めて複雑になることも同時に想像される。

粒子プルームと構造的に最も類似している気泡噴流により生じる流動場については従来より盛んに研究されてきている。[1, 2, 3] 単相プルームタイプの基礎方程式にいわゆるスリップ速度を導入するとともに、乱流拡散係数あるいは連行係数について経験的に決定することにより、その流動特性が概ね表示できることが明かとなっている。しかしながら、それらの係数と粒子特性や局所的な流動特性との関連性などの物理的な意味合いについては全く不明であると言ってよい。吉川ら [4] はポイントソースから連続的に静水中に投下された粒子の分散について検討している。相間相互作用の影響は平均流動の形成のみに貢献し、粒子の乱流拡散には寄与しないとの仮定の下に、単一粒子の分散過程を基礎とした解析を行っている。誘起流動の影響を考慮している点については興味深いが、誘起流動場の特性やその粒子拡散に及ぼす影響などについては言及されていない。このように相間相対運動の単相プルーム的せん断乱流構造に及ぼす影響については明確になっていないのが現状である。

本章のおいては、２次元粒子プルーム流動を対象としてレーザードップラー流速計を用いて誘起流動場の乱流計測を実施する。平均流動特性や乱流特性を明らかにするとともに、単相の乱流噴流やプルームの実験結果と比較することにより、単相プルーム的な自由せん断乱流に及ぼす相間相対運動の影響について検討する。

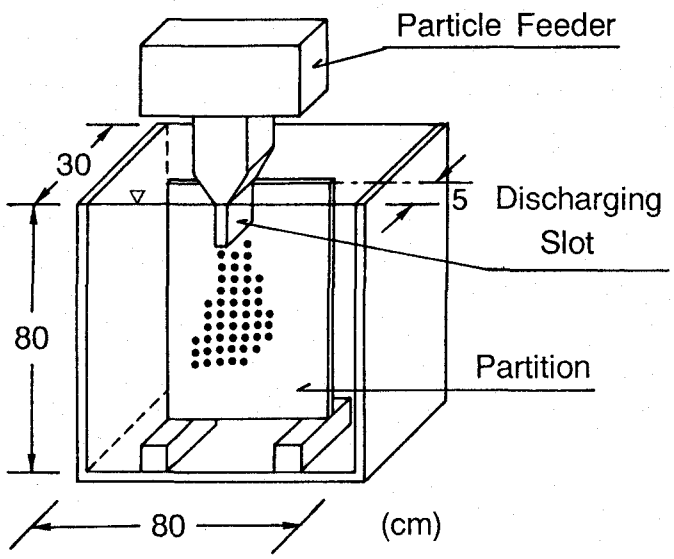


図-1 実験装置

3.2 実験の概要

3.2.1 実験装置と条件

実験装置の概要を図－1に示す。実験に用いた水槽は、高さと幅が80cm、奥行きが30cmの前後面アクリル製の鋼鉄製水槽である。ここで対象とする流動においては固体粒子の混入濃度が比較的高いことから、ＬＤＶの利用面から判断して2次元水束の奥行きはなるべく小さいことが望まれる。そこで、アクリル製の隔壁を設けて水槽前面部5cmを仕切って実験を行っている。固体粒子は自作の流量可変の粒子供給装置から定常に供給され、幅1cmのスロットから静水中に鉛直下向きに放流される。放流口は水面下12cmにある。粒子通過による擾乱のためにスロット内の流体はかなり変動することが予想されるが、放流口における流体相の平均流動がないことから、この影響は小さいものとして無視した。水槽全体に生じる循環など境界の影響により生じる流動の発生を避けるために、1点のサンプリング毎に粒子の投下を中断した。水槽内の流体運動の静止を目視観測により確認した上で粒子の投下を再開し、ＬＤＶの出力電圧などで流動の定常になるのを確認した上でサンプリングを行うという作業を繰り返した。

実験に用いた固体粒子は表－1に示す密度$\rho_P = 2.65g/cm^3$のガラスビーズである。

また、座標については放流口中心を原点として、鉛直下向きにx軸を、水平方向にy軸をとっている。

ここに、d_{50}：平均粒径、U_d：自由沈降速度、$R_{ed}(= U_d d_{50}/\nu)$：粒子レイノルズ数、ν：動粘性係数(cm^2/s)、C_{d1}：次式を用いた抵抗係数の計算値、

$$C_{d1} = \frac{24}{R_{ed}}(1 + \frac{{R_{ed}}^{2/3}}{6}) \tag{1}$$

C_{d2}：自由沈降速度から次式を用いて算出した抵抗係数である。

表−1 固体粒子の諸元

$d_{50}(mm)$	$U_d(cm/s)$	R_{ed}	C_{d1}	C_{d2}
1.0	15.4	154	0.90	0.90
3.0	31.2	935	0.43	0.67

$$C_{d2} = \frac{4(\rho_P - \rho_F)gd_{50}}{3\rho_F {U_d}^2} \tag{2}$$

ここに、ρ_F：流体密度、$g(= 980cm/s^2)$：重力加速度である。

Hetsroni[4] の粒子混入による乱流変調に関する研究のレビューによれば $R_{ed} > 400$ の粒子では粒子下流に vortex shedding が生じることから、これが乱流強度の増大に貢献するとしている。そこで本研究では $R_{ed} = 400$ を基準として、表−1に示すような2種類のガラスビーズを選択した。

実験条件は各粒径に対して単位奥行き当たりの投下量 q_0 を2段階に変化させた。$d_{50} = 1mm$ に対して $q_0 = 1.0cm^2(CASE\ 1-S)$ と $q_0 = 1.8cm^2(CASE\ 1-L)$、$d_{50} = 3mm$ に対して $q_0 = 1.0cm^2(CASE\ 3-S)$ と $q_0 = 1.8cm^2(CASE\ 3-L)$ である。

3.2.2 計測方法

流体運動に対しては、日本科学工業社製偏光2次元レーザードップラー流速計（以下、ＬＤＶと略記）を用いて、鉛直2次元断面内の2方向流速成分を測定した。なお、ここでは光学系の詳細な構成については、説明を省略する。

混相噴流あるいは混相の管路流を対象としてＬＤＶを用いた流速計測が数多く実施されている。しかしながら、本章で対象とするような粗な粒子が高濃度で混入した流動に対する適用例は比較的少ない。辻ら [5] は粒径が 170 ～ 1400μm の粗大な粒子を含む固気二相管路流の流速測定において 0.6μm のトレーサー粒子と粗大粒子とからの散乱光の判別方法を示している。その原理は、ペデスタル高さにある敷居値を設けて、その値よりも小さいものをトレーサー粒子からの信号、敷居値よりも大きいものを粗大粒子からの信号として判別するものである。当初本研究においても辻らと同様の方法を採用したが、ガラスビーズが $1mm$ オーダーと大きく、それによる反射光が強いことから、周波数トラッカーからの出力信号に不要なノイズが生じた。フォトマルチプライヤー（フォトマル）からの出力電圧を検討した結果、出力電圧は、1) 水流に含まれる散乱粒子から生じる通常の電圧レベル、2) 固体粒子表面からの反射光によるものと考えられる高い電圧レベル、3) 粒子の通過により少なくとも一方のレーザー光がカットされたものと考えられる低い電圧レベル、の以上3つのレベルに概ね分類できることがわかった。1)2) の状態にある場合には周波数トラッカーからの流速値は正常であった。通常 3) のケースでは周波数トラッカーは新規の流速信号を出力せず、いわゆるホールド状態になる。しかしながら、この電圧レベルにおいても、時折トラック状態となって異常な信号を出力していることが明かとなった。この異常値が生じる理由は、ガラスビーズにより反射した強

い光がフォトマルチプライヤーに入射すると、光電変換装置の保護のためにカソード電圧が下げられることによると考えられる。そこで、ここではペデスタルレベルにある敷居値を設けて、敷居値以上の信号はそのまま通過させ、これを下回る場合には、ロックディテクター信号から判断して新規信号が出力されている場合に限定して信号値をカットした。カットされた瞬間の流速値は前時間の流速値をあてた。$A-D$変換のサンプリング周波数は$200Hz$、計測時間は$100s$である。一方、粒子運動についてはビデオシステムにより運動を収録し、平均運動特性のみを解析した。

3.3 実験結果と考察

3.3.1 平均量特性

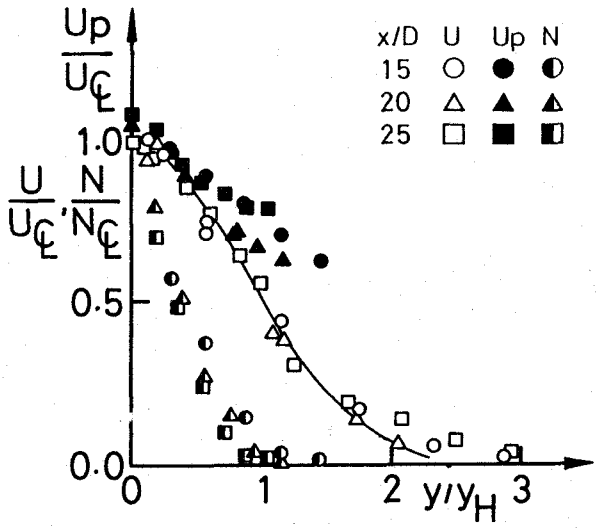
図－2に流下方向平均流速U、平均粒子速度U_p、単位幅当たりの粒子通過数Nの断面内分布を示す。U、U_pについてはUの中心軸上値U_{CL}で、Nについてはその中心軸上値N_{CL}で無次元化した。横軸はU分布の半値半幅y_Hで無次元化した水平方向距離yである。また、図中の実線はガウス分布であり、次式で表される。

$$\frac{U}{U_{CL}} = \exp\{-0.693(\frac{y}{y_H})^2\} \tag{3}$$

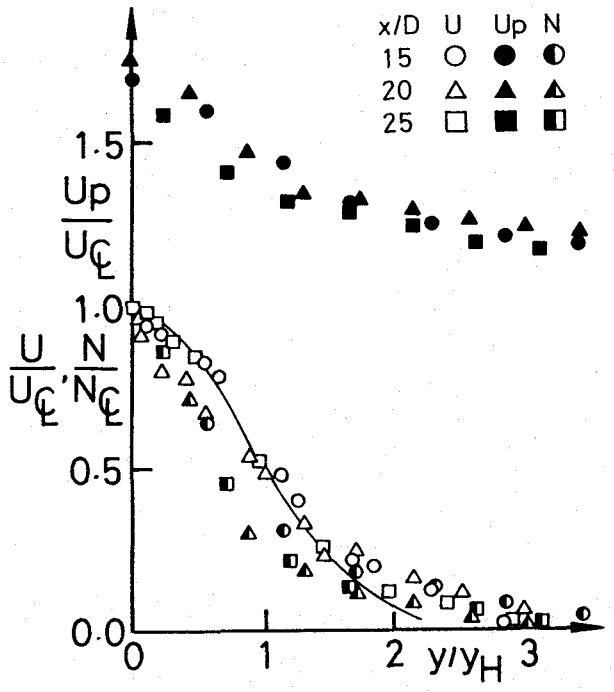
$d_{50} = 3mm$の場合、流動外縁における粒子と流体との相対速度差は、単一粒子の自由沈降速度に概ね等しい。流動中心軸付近では相対速度は減少しており、粒子間相互作用あるいは誘起流動の影響が現れている。中心軸付近の流速差は流下距離の増大にともない大きくなるが、これは流動の拡がりに伴う粒子間距離の増大により、粒子間相互作用の影響が希薄になるためであると考えられる。UとNの分布は概ね一致している。粒子群の挙動が単一粒子の自由沈降挙動の単純な重ね合わせで表示できると仮定すれば、ここの粒子から生じる後流による流速分布に通過粒子数Nを掛け合わせることにより流速分布の概形は得られるであろう。この場合には単一粒子の後流の拡がり程度の誤差はあるものの、UとNの拡がり幅は等しくなる。

$d_{50} = 1mm$の場合、U分布とN分布の半値幅の位置から判断して、粒子の拡がりは流速分布の拡がりの5割程度になっている。こうした傾向はModarres et al.[6]あるいは菱田ら[7]による固液混相噴流の実験結果に類似している。それらの実験結果では、流下にともない相対速度が増加することが報告されているが、$d_{50} = 1mm$の場合にはそうした傾向はみられなかった。また、粒子と流体の相対速度は、それが最も大きくなる半値幅付近においても、自由沈降速度の半分程度にとなっている。

図－3に流体相の水平方向の平均流速分布Vの断面内分布を示す。図の規格化は図－1と同じである。比較のために、Ramaprian et al.[8]による単相2次元の乱流プルームとジェットの実験値をそれぞれ実線と破線で示した。流速値の規模は中心軸の流下方向平均流速の高々10%程度であり、分布のばらつきはこうした事情によるものである。$CASE1-S$おいては分布形状そのものは単相プルームのそれに類似していると考えられる。全断面で中心軸に向かう流動となっている。$x/D = 15$の放流口に一番近い断面では流動外縁の流速の絶対値は$\mid V/U_{CL} \mid = 0.12$と大きな値になっている。外縁付近の水平方向流速は連行速度に等しいことから、この付近では非常に活発な連行が生じているこ

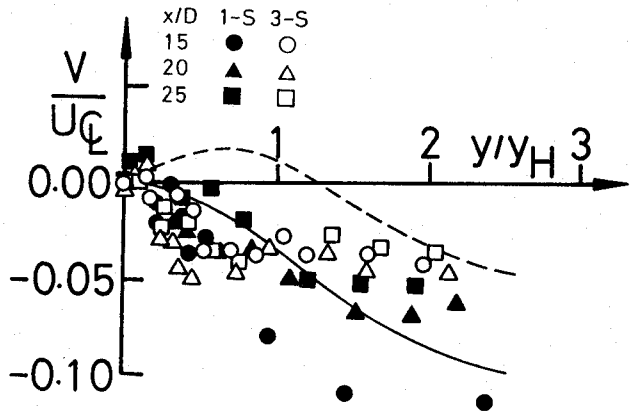


(a)$d_{50} = 1mm$



(b)$d_{50} = 3mm$

図–2 U, V_P, N**の断面内分布**



図–3 水平方向流速の断面内分布

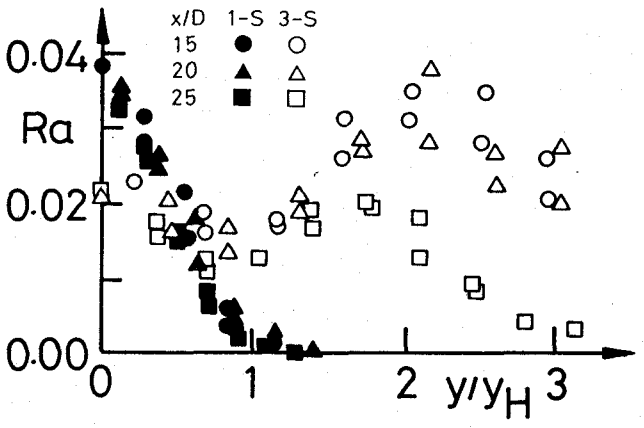
とになる。しかしながら、この流動は乱流連行によるものではなく、流体の連続性を満たすための補償流的な流動であると考えられる。つまり、放流口からの流体流出がない場合には、自由せん断乱流としての乱れの成長に先だって、流動そのものを形成するための連行流動が生じることになる。$x/D = 20$ の断面では、水平方向流速は $V/U_{CL} = 0.7$ 程度にまで急減し、以後は緩やかに減少していることがわかる。また、速度勾配$\partial U/\partial y$は単相プルームのそれに比べて、$y/y_H < 1.0$ の中心軸付近では大きく、外縁付近では小さくなっている。$CASE3-L$ の流速値の規模は$CASE1-S$に比較して若干小さくなっており、粒径が大きくなることにより周囲流体の連行が抑制される傾向にあることが窺える。

図－4は粒子の体積濃度 R_aの断面内分布を示す。体積濃度は次式より算出した。

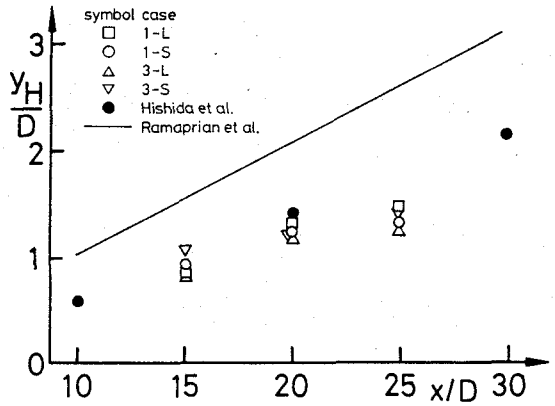
$$R_a = \frac{\pi {d_{50}}^3 N}{6UST} \tag{4}$$

ここに、$S(= 5cm)$：実験装置の奥行き、T：計測時間である。なお、式中の d_{50}は cm 単位に換算されているものとし、以下の式中でも同様である。$d_{50} = 1mm$ の場合、R_a 分布は概ねガウス分布的な形状を示し、その拡がりは流速分布の 40%程度である。流速に比較して濃度の拡散が小さくなる傾向は温度差や塩分等を用いた単相の乱流プルームや混相噴流に類似した傾向である。これに対して $d_{50} = 3mm$ の場合には中心軸付近では比較的平坦な分布を示しており、粒子が空間的に一様に広がっていることがわかる。$y/y_H > 2$ では、R_aは大きな値を示しているが、これは流体の平均流速が小さい外縁部においても、時折粒子が通過することによるものである。中心軸付近の濃度分布が平坦であることなどから、粒子の拡散が通常の勾配拡散だけではなく、相間相対運動に起因する粒子の不規則運動など他のメカニズムの影響を強く受けていることが予想される。

図－5はU分布の半値半幅 y_Hの流下方向変化を示している。縦軸、横軸ともに放流口幅 Dで無次元化している。比較のため、同図に菱田ら [7] による固気混相噴流に関する実験結果と Ramaprian et al.[8] による単相の乱流プルームの実験結果をそれぞれ黒塗記号と実線で示している。半値半幅の拡がり率 dy_H/dx は単相の乱流プルームの 60 ～ 70%程度となっている。一般的に粒径が大きくなると流体相乱流運動に対する粒子の追随性



図–4 粒子体積濃度の断面内分布



図–5 半値半幅の変化

が低下するために、粒子の乱流拡散は抑制される。それに伴って、流体の運動量の乱流拡散についても抑制されることが予想される。しかしながら、$d_{50} = 1mm$ と $3mm$ の結果の差異は比較的小さいことがわかる。既述のとおり、これは $d_{50} = 3mm$ においては個々の粒子の不規則な揚力あるいは粒子流体の相対速度に起因する乱流場が粒子の散乱を助長しているからであると推察される。

図－6 は、流体相の中心軸上平均流速の流下に伴う変化を示している。$d_{50} = 1mm$ のケースでは $X < 10cm$ の放流口近傍領域において中心軸上流速は急激に増大し、若干減少した後に概ね一様な流速を保っていることがわかる。これに対して、$d_{50} = 3mm$ のケースにおいては放流口近傍での流速増大は極めて緩やかである。一様流速を概ね保っている領域における流速値は自由沈降速度と比較すると、$CASE1-L$ では約 2 倍、$1-S$ では 1.5 倍、$3-L$ では 0.9 倍、$3-S$では 0.6 倍となっている。同一の投下量においても、粒径の増大により流体速度が減少するのは粒子流体の相対速度が大きくなると、流

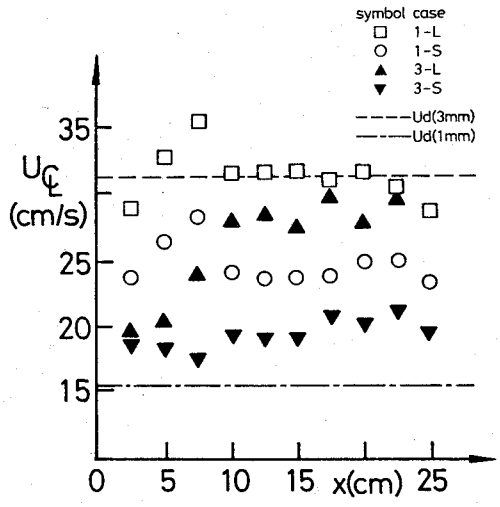


図-6 中心軸上流速の変化

体の単位体積当たりの粒子体積が小さくなることに起因する。

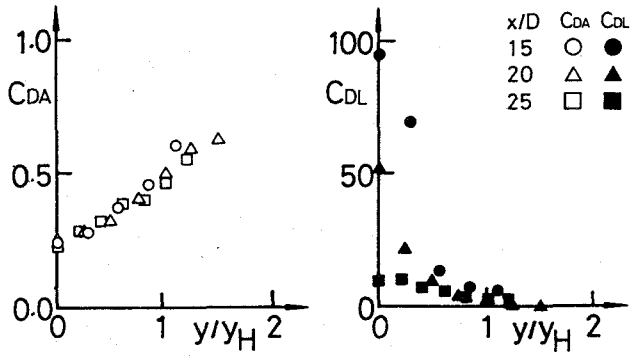
中心軸上流速の規模について検討するために、単相のフォーストプルームに関する実験結果との比較を試みる。Chen et al.[9] は次式のような規格化を提案している。

$$U_* = \frac{U_{CL}}{U_0} {F_{d0}}^{2/3} (\frac{\rho_0}{\rho_a})^{-1/3} \tag{5}$$

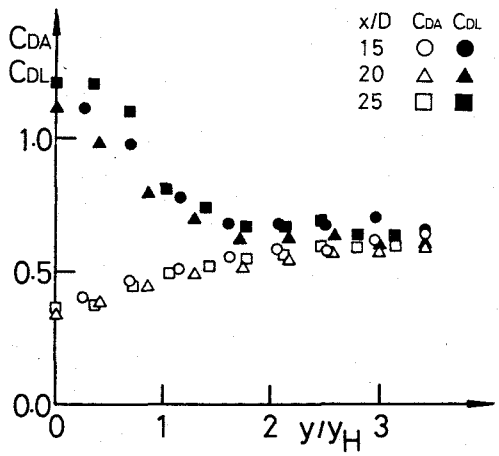
ここに、U_0：放流口での初期流速、ρ_0：初期密度、ρ_F：周囲水密度（流体相密度）、$F_{d0} = U_0/\sqrt{\epsilon g D}$：初期密度フルード数、$\epsilon (= (\rho_0 - \rho_F)/\rho_F)$：初期相対密度差、$D$：放流口幅である。単相のフォーストプルームの完全プルーム領域、つまり初期運動量に無関係に浮力流束が卓越する領域においては、$U_* = const.$ となることがわかっている。この値はChen et al. によれば $U_* = 1.7$、Ramaprian et al.[8] によれば $U_* = 2.0$ 程度の値であることが報告されている。粒子プルームは流体の放流口速度が 0 であることから、この規格化をそのまま用いることはできない。ここでは、放流口速度が固体粒子の単位面積当たりの流量に等しいとして、つまり $U_0 = q_0/D$により初期速度を決定した。また、相対密度差としては粒子の相対密度差 1.65 をそのまま用いている。流体相流速が概ね一様になった領域の平均的な流速値から U_*を算定すれば、$CASE1-S$では $U_* = 1.6$、$1-L$ では $U_* = 1.8$、$3-S$では $U_* = 1.3$、$3-L$ では $U_* = 1.4$ と計算された。$d_{50} = 1mm$ と $3mm$ を比較すれば、同一の流量であっても粒径が大きくなるほど U_*は小さくなっており、これは既述のとおり粒子流体の相対速度の影響である。また、いずれの粒径においても単相のプルームに比較して小さな値となっている。

図－7は粒子の抵抗係数の断面内分布である。抵抗係数は図－2の粒子と流体速度から算出した。抵抗係数は次式のように粒子の沈降速度から算出した C_{DA}と相対速度から算出した C_{DL}の2通りの定義が可能である。

$$C_{DA} = \frac{\epsilon g d_{50}}{3{U_p}^2} \quad ; \quad C_{DL} = \frac{\epsilon g d_{50}}{3(U_p - U)^2} \tag{6}$$



(a)$CASE\ 1-S$



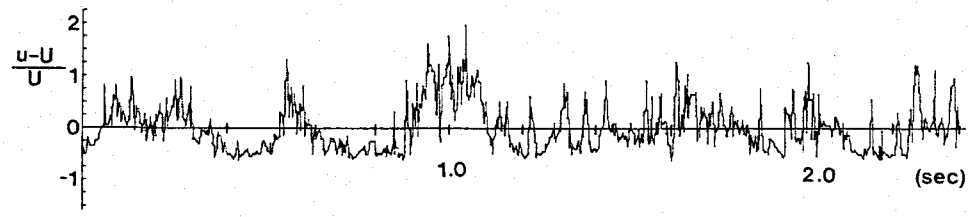
(b)$CASE\ 3-S$

図–7 粒子抵抗係数の断面内分布

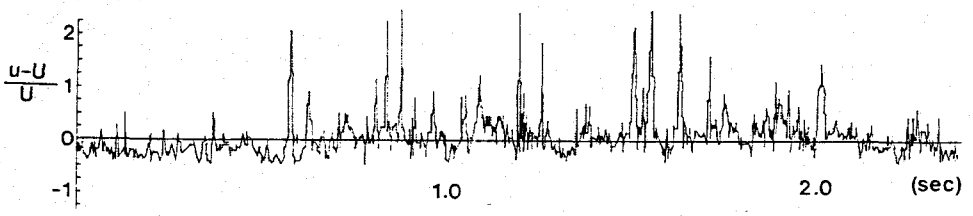
ここに$\epsilon(=(\rho_P-\rho_F)/\rho_F)$：相対密度差である。$d_{50}=3mm$ の場合、外縁付近ではC_{DA}とC_{DL}は概ね一致し、単一粒子の自由沈降速度から算出した粒子の抵抗係数C_{DE}に等しくなっている。$y/y_H<2$では、干渉沈降の影響つまり誘起流動の影響により粒子の落下速度が増大するため、見かけの抵抗係数C_{DA}は減少している。中心軸ではC_{DE}の25%程度まで減少している。一方、C_{DL}は中心軸に向かって単調に増加しており、中心軸上ではC_{DE}の2倍に達している。また、$d_{50}=1mm$ の場合にはC_{DA}は中心軸に向かって単調に減少しており中心軸上ではC_{DE}の30%にまで減少している。

3.3.2 乱流特性

図－8に流体相の流下方向流速uの変動時系列を示す。図中Uは計測点での平均値である。いずれも鉛直方向距離$x=20cm$、中心軸からの水平方向距離$y=0.5cm$ の位置



(a)$CASE\ 1-S,\ X/D=20,\ y/D=0.5$



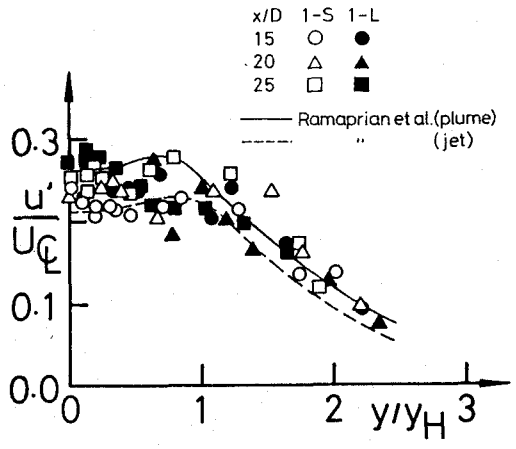
(b)$CASE\ 3-S,\ X/D=20,\ y/D=0.5$

図-8 鉛直方向流速変動時系列

において計測された時系列である。$d_{50}=1mm$ のケースには $0.5s$ 程度の周期で間欠的に長周期の高流速部が現れている。その上に急激な短周期の変動が生じている。この周期からストローハル数 $S_t(=y_Hf/U_{CL})$ を算出すると $S_t=0.08$ 程度になる。この値は単相のプルームやジェットにおいて観察される大規模な組織構造の通過周期に関する実験値 $S_t=0.11$[9] より若干小さい。しかしながら、この長周期の変動は大規模な組織構造の通過に対応するものであると推察される。

一方、$d_{50}=3mm$ の場合には長周期変動は余り顕著ではなく、$0.01s$ 程度の短周期の変動が際だっている。粒子と流体との相対速度が $30cm/s$ 程度のオーダーであり、$d_{50}=3mm$ であることから、粒子のサンプリングボリュームの通過に要する時間は $0.01s$ となる。また、同図より短周期変動のピーク値は $(u-U)/U=2$ 程度である。一方、図-2 よりこの位置での粒子と流体との平均的な相対速度は $(U_p-U)/U$ は概ねこの値に一致する。つまりこの短周期の変動は個々の粒子の通過に相当するものであることがわかる。$d_{50}=1mm$ のケースでは単相のせん断乱流と同様な大規模な組織的な乱流構造が卓越しているのに対して、$d_{50}=3mm$ のケースでは個々の粒子の通過に起因する変動成分が卓越していると考えられる。

図-9 に鉛直方向流速の相対乱れ強さ u'/U_{CL} の断面内分布を示す。比較のために、Ramaprian et al.[8] による単相プルームとジェットの実験結果をそれぞれ実線と破線で示している。$d_{50}=1mm$ のケースでは、プルームやジェットと概ね同様の分布形状を示す。しかしながら流下距離の増大にともない、中心軸付近の乱れ強度は増大し、いわゆる双頭形から1山形へと変化する傾向がみられる。$d_{50}=3mm$ では、流動中心軸で極大値を有する1山形の分布となっている。これは前述のように、各粒子の後流による乱れが卓越しているために、通過する粒子フラックスの増大にともない乱れも増加するこ



(a)$d_{50} = 1mm$

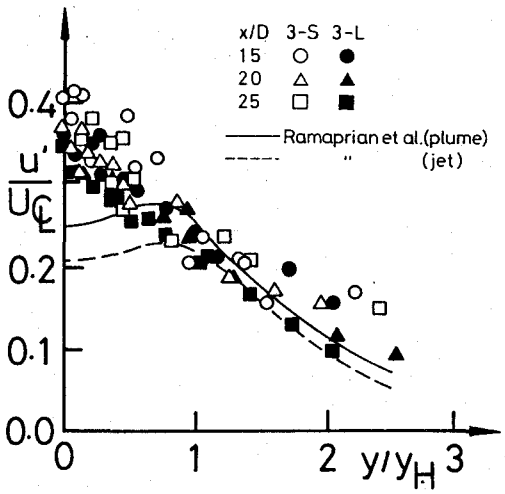
図–9 鉛直方向流速相対乱れ強さの断面内分布

とによると考えられる。但し、ここでの後流による乱れとは後流の乱流成分だけでなく、その平均量成分についても含まれていることになる。

図－ 10 は水平方向流速の乱れ強さ v'/U_{CL}の断面内分布である。$d_{50} = 1mm$ では単相ジェットと概ね同様の分布形状であり、単相プルームより若干小さい。$d_{50} = 3mm$ では中心軸付近で乱れは増大する傾向を示しているがu'/U_{CL}ほど顕著なものではない。粒子の後流により付加される乱流変動の規模は、鉛直方向流速では粒子と流体の相対速度程度である。これに対して、水平方向流速における付加分は後流の乱れ変動速度程度であると考えられる。つまり、後流における平均流動に対する乱れ強度の比率つまり相対乱れ強さが、噴流などと同様に 0.2 程度であることを勘案すれば、粒子流体の相対運動により付加される水平方向の変動成分は垂直方向のそれの 2 割程度になると考えられる。単相のプルームをベースにすれば、$d_{50} = 1mm$ のケースでは粒子の混入は全体的には乱れ強度の絶対値を減少させる方向に作用している。一方、$d_{50} = 3mm$ のケースでは、粒子は乱れの強度の増大に貢献していると考えられる。

乱れの異方性 u'/v'を計算すると $d_{50} = 1mm$ の場合では 1.2 程度であり、$d_{50} = 3mm$ の場合では 1.8 である。$d_{50} = 1mm$ の場合は単相の自由せん断乱流と同程度の等方性を確保している。Parthasarathy et al.[10] は時間的かつ空間的に一様に分布して鉛直方向に沈降する粒子群により生じる乱流場について計測を行っており、粒子沈降方向つまり鉛直方向流速の乱流強度が水平方向のそれの 2 倍になることを示している。また、本論第 5 章においても同様の実験結果を得ている。つまり、この $d_{50} = 3mm$ の乱れの異方性は粒子流体の相対運動により生じる異方的な乱れに起因するものであると判断される。

図－ 11 は中心軸上の鉛直方向流速の相対乱れ強さ u'_{CL}/U_{CL}の鉛直方向距離に伴う変化を示す。粒子径間の乱流強度の差異は既述のとおりである。粒子径が同一であっても投下量の大きい方が相対乱流強度は小さい。投下量の増大は粒子個数濃度の増大につながるが、前節で示したように粒子流体間の相対速度は減少する。つまり、粒子個数濃度



(b)$d_{50} = 3mm$

図–9 鉛直方向流速相対乱れ強さの断面内分布

が増大するほど粒子は流体運動に追随するようになり、個々の粒子から生じる乱れは抑制されるようになる。また、流体の乱流変動に追随しない固体粒子の存在は、プルームの拡がり幅規模の組織的な乱流構造に対しては、整流効果的な影響があり、その成長や維持を阻害する。これらの効果により乱流強度が抑制されたものと考えられる。

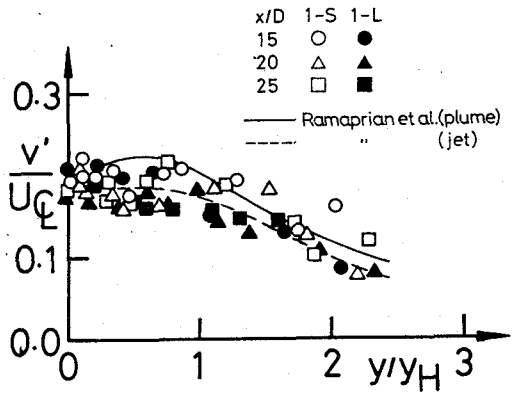
$d_{50} = 1mm$ の場合には、乱流強度は流下とともに増大する。これは粒子個数濃度が減少したことにより、粒子流体の相対運動が大きくなるとともに、乱れの抑制効果が低減したことによると考えられる。$d_{50} = 3mm$ の場合には、相対乱流強度は流下に伴い減少しており、後流発生源の個数濃度減少の効果が顕著であったことによると推察される。

図－ 12 は粒子群のポテンシャル・エネルギーの解放率ϵ_p と流体の乱れ強度 u'、v'の関係を示している。エネルギー解放率は、次式で定義される。

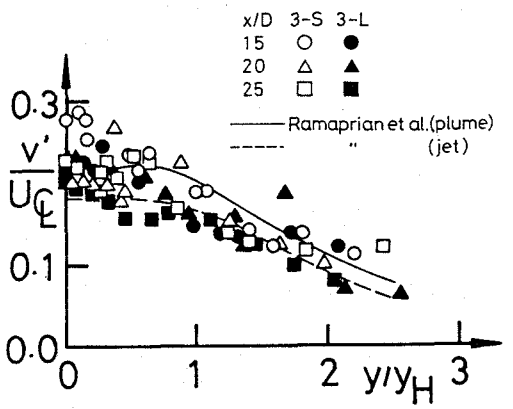
$$\epsilon_p = \frac{(\rho_P - \rho_F)\pi n g {d_{50}}^3}{6\rho_F} \tag{7}$$

ここに、$n(= U_p m)$:粒子数フラックス、m:粒子の個数密度$(1/cm^3)$ である。Parthasarathy et al. は、個々の粒子から生じる後流の平均成分と乱流変動成分を単純に加算することにより、粒子が一様に沈降する場での乱流強度を理論的に導いている。その結果によれば u'、v'は${\epsilon_p}^{1/2}$に比例するとされている。$CASE1-L$ の場合にはϵ_pの小さい領域で乱れ強度はϵ_pの影響を僅かに受けている。この領域を除けば u'、v'は概ね一定値を保っている。これに対して$3-S$においては、ϵ_pの増大により乱れ強度も増大し、概ね 1/2 程度の勾配を持っていることがわかる。粒径が大きく、粒子間の相互作用が希薄なことにより、粒子個々の沈降挙動により生じる乱れが卓越していることに反映しているものと推察される。但し、$3-S$の実験値は彼らの理論曲線の 1/2 程度の規模になっているが、これは粒子のポテンシャルが乱れの生成だけでなく平均流動の形成にも貢献するからである。

図－ 13 はレイノルズ応力$-\overline{uv}/{U_{CL}}^2$の分布を示す。$d_{50} = 1mm$ の場合、$x/D = 15, 20$

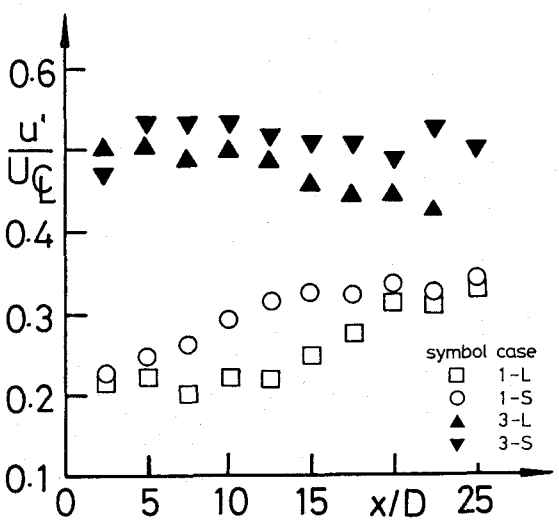


(a)$d_{50} = 1mm$

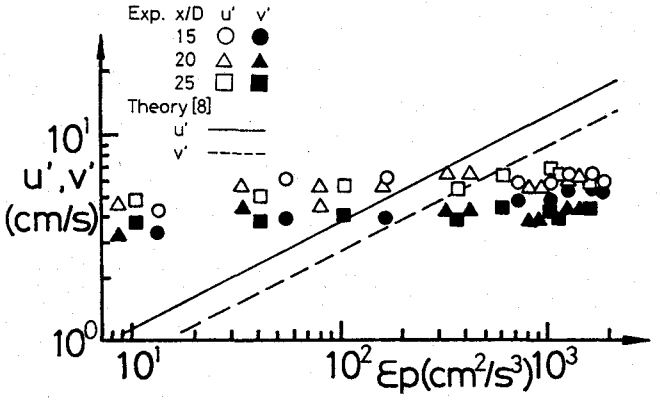


(b)$d_{50} = 3mm$

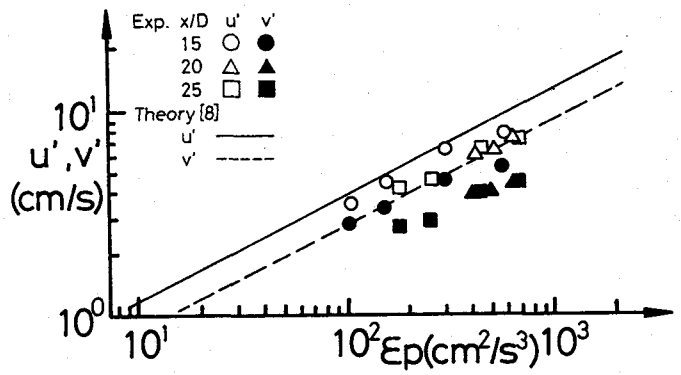
図–10 水平方向流速相対乱れ強さの断面内分布



図–11 鉛直方向流速相対乱れ強さの流下方向変化

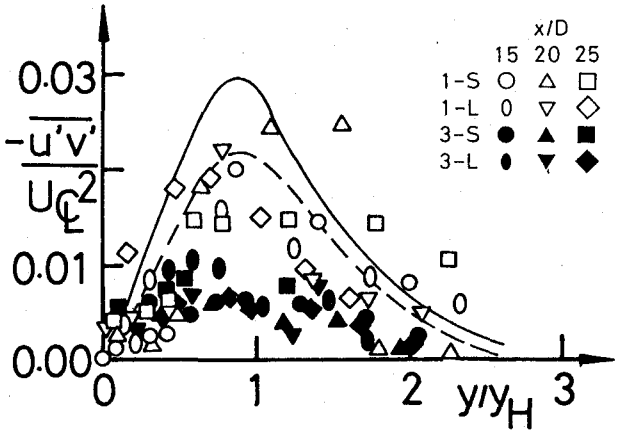


(a)$CASE\ 1-L$

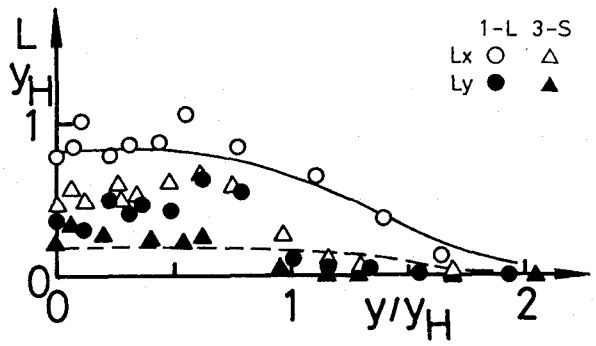


(b)$CASE\ 3-S$

図–12 粒子のポテンシャルエネルギーの開放率と相対乱れ強さの関係



図–13 レイノルズ応力の断面内分布



図–14 乱れの積分長さスケールの断面内分布

の断面では中心軸付近でレイノルズ応力の成長が抑制されていることがわかる。また、絶対値のピークの断面位置は単相のプルームやジェットに比べて外縁方向にずれている。これは粒子個数濃度の高い $y/y_H < 1.0$ の領域では乱れの成長が抑制されるからであると考えられる。$d_{50} = 3mm$ では、絶対値の規模は全体的に小さく、$d_{50} = 1mm$ のケースの 50%程度となっている。粒子混入は乱れ強度の絶対値は増大させるが、それが直接的に乱流輸送の増大には貢献しないことがわかる。

図－ 14 は乱れの積分長さスケール L の断面内分布を示す。両軸ともに流体流速分布の半値半幅 y_H で無次元化されている。積分長さスケールは 1 点の時系列の積分時間スケールにその点での鉛直方向平均流速 U を乗ずることにより計算した。図中の実線および破線は Ramaprian et al.[8] による単相乱流プルームの実験結果である。$CASE1-L$ の場合、中心軸付近では流下方向積分長さスケールは流体運動の半値半幅程度の大きさであり、単相のプルームの傾向と概ね一致している。水平方向の積分スケールは中心軸上で極小値を持つような双頭型の分布となっている。これは、$y/y_H < 0.5$ の中心軸付近では固体粒子が高濃度で存在するために、乱れの横方向への成長が抑制されたことによると考えられる。$CASE3-S$では流下方向、水平方向ともに積分長さスケールは非常に小さくなっており、$1-L$ のおよそ半分となっている。$d_{50} = 3mm$ の場合、粒子間距離や粒子径さらに粒子の後流など長さスケールの小さな乱流成分の影響が顕著になるために積分スケールが減少したと考えられる。

Gore et al.[11] によれば、粒子付加の乱れ強度に対する影響は、粒子径とエネルギー保有渦のスケール L_eの比率 d_p/L_eが 0.1 を越える場合には乱れ強度を増大させ、0.1 以下の場合には乱れ強度を減少させる方向に作用するとされている。もちろん乱れ強度は粒子体積濃度にも影響されるため、この結果をそのまま支持しているわけではないが、ここでも同様の評価を行う。ただし、積分長さスケールがエネルギー保有渦の径に等しいと仮定する。計測断面の半値半幅が概ね $y_H = 1cm$ 程度であることを勘案すると、中心軸付近ではこの比率は $d_{50} = 1mm$ では $d_p/L_e = 0.1$ となり、$d_{50} = 3mm$ では $d_p/L_e = 0.5$ 程度となる。つまり、乱れ強度に関する結果を参照すると、彼らの整理がある程度妥当であることがわかる。しかしながら、乱れ強度が増大する領域においても、乱れの長さスケールが減少する可能性があるということで、乱れの増大が乱流輸送の増大には直接

的には結びつかないと考えるべきである。

3.4 結論

本章においては、静水中で固体粒子群をポイントソースから連続的の投下させることにより形成される粒子プルーム流動に関する水理実験を実施した。得られた主要な結果を以下に要約する。

(1) 粒子プルームの流体相の平均流動特性については、粒径に関わらず単相の乱流プルームのそれと概ね類似している。流動外縁の水平方向流速値から判断して、粒子プルームの連行速度は、単相プルームの 5 ～ 7 割程度の規模であり、粒子混入により乱流連行が抑制されていることが示された。

(2) 粒子体積濃度の増大に伴い、粒子間相互作用が顕著になるために、粒子と流体の相対速度は減少する。$d_{50} = 1mm$ のケースにおいては、粒子濃度分布の拡がりは流体相運動量のそれの 50%程度であり、混相噴流に関する既往の実験結果と類似の傾向を示した。これに対して、$d_{50} = 3mm$ では流体相運動量と粒子相の拡がりは概ね一致した。

(3) 乱流強度と乱れの長さスケールの分布特性から、$d_{50} = 1mm$ のケースの流体相乱流特性は、単相乱流プルームと同様な自由せん断乱流的なものであることがわかった。これに対して、$d_{50} = 3mm$ では乱流強度 u'^2 と粒子濃度に正の相関があることから、個々の粒子から生じる乱れ、つまり粒子後流を単純に重ね合わせたような乱流構造であることがわかった。

(4) 粒径が大きくなるほど、乱れ強度は増大する。一方、乱れの積分長さスケールは減少する傾向がある。これは、粒子流体の相対速度に起因する乱れの長さスケールが、粒径あるいは粒子間距離程度であり、粒子プルームの乱流輸送を支配するような半値半幅スケールの乱流構造に比べて小さいことによると考えられる。乱れ強度の増大と乱れの長さスケールの減少が相乗した結果、乱流輸送は粒径が大きいほど抑制されると考えられる。

参考文献

[1] J.H.Milgram(1983) : Mean flow in round bubble plume, J.Fluid Mech., Vol.133, pp.345-376.

[2] 堀口孝男・小坂俊吉 (1984) : 空気混相流による流れの場の数値解析について, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp.710-714.

[3] 岩佐義朗・松尾直規・尾沢卓思・南部茂義 (1984) : エアレーションにより生ずる流れの数値解析, 京大防災研究所年報, 第 27 号 B-2, pp.393-408.

[4] G.Hetsroni(1989):Particle-turbulence interaction, Int.J.Multiphase Flow, Vol.15, No.5, pp.735-746.

[5] 辻裕・森川敬信・田中敏嗣・狩峰健一・西田茂 (1987) : 固液 2 相噴流の測定と計算 (粗大粒子の場合), 日本機械学会 (B 編), 53 巻, 492 号, pp.2331-2339.

[6] D.Modarress, H.Tan and S.Elghobashi(1984) : Two-component LDA measurements in a two-phase turbulent jet, AIAA Jl. Vol.23, pp.624-630.

[7] 菱田公一・金子和裕・前田昌信 (1987) : 管内軸対称固気二相噴流の乱流特性（粒子密度の影響），混相流，1巻，1号，pp.56-69.

[8] B.R.Ramaprian and Chandrasekhara(1983) : Study of vertical plane turbulent jets and plumes, IIHR Report No.257.

[9] C.J.Chen and W.Rodi(1980):Vertical turbulent buoyant jet - A review of experimental data, Pergamon Press, p.83.

[10] R.N.Parthasarathy and G.M.Faeth(1990) : Turbulence modification in homogeneous dilute particle-laden flows, J.Fluid Mech., Vol.220, pp.485-514.

[11] R.A.Gore and C.T.Crowe(1991) : Modulation of turbulence by a dispersed phase, J.Fluids Engineering, Vol.113, pp.305-307.

第４章　２流体モデルによる粒子プルームの数値計算

4.1　概説

粒子プルーム流動においては、粒子と流体との相対運動に起因する相間応力が流体運動の駆動力であることから、その流動特性は相間相互作用の影響を強く受ける。前章において示したように、粒子径の増大により流動特性が単相のプルーム的なものから、粒子後流の集合体的なものへと変化することが明かとなっている。また、粒子プルームは固体粒子の体積率が比較的大きい高濃度混相流である。気泡噴流と異なり、分散相の質量や運動量は流体相のそれらに比較して無視できないほどの規模を有している。従って、気泡プルームに対して開発された予測手法はそのまま流用し難い。

これらの流動特性を考慮して、本研究では予測手法が具備すべき条件として、

1) 相間相互作用により誘起される流動であり、粒子運動が流体運動と同程度の精度で予測できること。つまり相別の運動方程式が必要であること。

2) 対象流動が固体粒子を高濃度で含んでいることから、相排除の効果が考慮されていること。また、無数の粒子が無理なく取り扱えること。

3) 粒子混入による乱流変調がなるべく考慮できること。

の以上３つの項目を設定した。

混相流を対象とした数値予測手法は相の構成や全体の流動の規模等に応じて様々なレベルが考案されている。それらは、両相を一つの混合体とするモデル、分散相と連続相をそれぞれラグランジュとオイラー方程式により表示するモデル（ＤＰモデル）、両相を相別にオイラー方程式により表示するモデル（２流体モデル）に大別できる。条件 1)、2) を同時に満足するのは２流体モデルであると考えられる。

粒子混入による乱流変調機構については、相間相対運動に起因する応力と相排除の２つのメカニズムについて考慮する。相間応力に関連する諸項については種々のモデル系で検討されてきている。しかしながら、相排除の効果に関する影響項、例えば粒子体積率と流速変動との相関項などは、ＤＰモデルでは考慮し難い。単相プルーム流動では密度変動と流速変動の相関項、つまり浮力生成項の乱流エネルギーに及ぼす影響は極めて大きく [1]、密度流的な視点に立てば相排除の効果を無視することは適当でない。Elghobashi et al.[2] や Besnard et al.[3] により、２流体モデルを基礎とした乱流モデルが開発されており、相排除の影響項についても考慮できるようになっている。

そこで、本章では２流体モデルを用いて粒子プルームに関する数値計算を行う。各種乱流相関項を完結するために、２流体モデルの基礎方程式系から誘導される $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いる。前章の実験結果と対比させることにより、モデルの妥当性やその特性について検討する。

4.2 混相流の数値計算法 [4,5,6,7]

混相流の数値モデルの基礎方程式系について総括的に記述することは極めて難しいと考えられる。相の構成やスケール、目的に応じて様々な基礎方程式系が用いられているからである。それは、混相流全般に適用できるような確立された基礎方程式がないことから、なんらかの近似を施した方程式から出発することが多いからである。例えば、流体相に対して通常の単相流タイプのオイラー方程式を適用すれば、流体相の体積が分散相分だけ減少する相排除の効果を無視することを仮定していることになる。また、粒子流体の混合体としての密度と流速を用いて運動方程式を表示すれば、粒子と流体は同一の速度で運動しており、相対速度の効果は無視できることを仮定していることになるのである。

ここでは、各相の単相流の基礎方程式から出発して2流体モデルの誘導する。さらに、それらを相について合計することにより得られる混合体としてのモデル化について述べる。また、希薄粒子濃度の状況下で適用される粒子運動をラグランジュ的に追跡する手法についても概観する。

4.2.1 2流体モデルの誘導過程

各相内での局所的且つ瞬間的な基礎方程式から実用的な数値計算において必要となる、ある時間と空間に対して平均化された基礎方程式を誘導する。局所的且つ瞬間的な基礎方程式は気相あるいは液相のいずれかの内部の流動構造を表示するような微小な時間 dt と微小空間 dV 内での保存を示す方程式である。従って、気相あるいは液相の単相流としての基礎方程式に従うことになる。

局所的瞬間的な質量保存式と運動量保存式は次式のようになる。

$$\rho_{k,t} + (\rho_k u_{kj})_{,j} = 0 \tag{1}$$

$$(\rho_k u_{ki})_{,t} + (\rho_k u_{ki} u_{kj})_{,j} = -P_{k,i} + \tau_{k,j} + \rho_k F_k \tag{2}$$

ここで、ρ_k：第 k相の密度、u_{ki}：k相の i 方向流速成分、P_k：圧力、τ_k：応力テンソル、F_k：外力である。これらの基礎方程式は各相内においてのみ成立することから、気液界面の運動に関する方程式が必要になる。界面の運動は波動の水面に関する条件と同様に次式のようになる。

$$f_{,t} + (\vec{u_i} f)_{,j} = 0 \tag{3}$$

ここに、$\vec{u_i}$：界面の移動速度ベクトルである。さらに、界面においても、質量や運動量の保存が満たされるので、次式が成立する。

$$\sum_{k=G,L} \{-\rho_{kf}(\vec{u_{kf}} - \vec{u_i})\vec{n_{kf}}\} = 0 \tag{4}$$

$$\sum_{k=G,L} \{-\rho_{kf}\vec{u_{kf}} \cdot (\vec{u_{kf}} - \vec{u_i})\vec{n_{kf}} + \vec{n_{kf}} P_{kf} - \vec{n_{kf}} \tau_{kf}\} + \vec{F_s} = 0 \tag{5}$$

ここで、添字 kf：第 k相の諸物理量の界面での値、$n_{kf}^{\rightarrow}$：各相の界面の外向き法線ベクトル、$\vec{F_s}$：表面張力ベクトルである。

平均操作を行うために、次式で定義される相関数を X_k 用いる。

$$X_k(\vec{x},t) = \begin{cases} 1 & if\ \vec{x}\ is\ in\ the\ phase\ k\ at\ time\ t \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{6}$$

X_kは不連続関数であるから、これを直接微分することはできない。そこで、汎関数として微分可能な十分平滑な関数$\phi(x)$ を用いて、次式のように変換する。

$$X(\phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(x)\phi(x)dx \tag{7}$$

例えば、$X(x) = \delta(0,x)$ とすれば、$X(\phi) = \phi(0)$ となる。これを用いると、X_kは微分可能となり、次式のような関係が得られる。

$$X_{k,t} + u_{ij}X_{k,j} = 0 \tag{8}$$

ここで、u_{ij}：界面の移動速度ベクトルの j方向成分である。

(1)(2) 式に X_kを乗じ (8) 式を考慮して、時間あるいは空間的に平均化すると次式が得られる。

$$< \rho_k X_k >_{,t} + < \rho_k X_k u_{kj} >_{,j} = \Gamma_k \tag{9}$$

$$< \rho_k X_k u_{ki} >_{,t} + < \rho_k X_k u_{ki} u_{kj} >_{,j} = - < X_k P_{k,i} > + < X_k \tau_k >_{,j} + < X_k \rho_k F_k > + (\Gamma_k u_{ki} - \tau_k X_{k,j}) \tag{10}$$

ここに、Γ_kは界面における質量のわきだしを表しており、次式で表示される。

$$\Gamma_k = < [\rho_k(u_{kfj} - u_{ij})]X_{k,j} > \tag{11}$$

また、$\Gamma_k u_{ki} - \tau_k X_{k,j}$は界面における運動量のわきだしを表している。

第 k相の体積率α_kと変数 fについての相内平均量$\overline{f}$を次式のように定義する。

$$\alpha_k = < X_k > \tag{12}$$

$$\alpha_k \overline{f} = < X_k f > \tag{13}$$

これらの定義を用いて (9)(10) 式を書き直せば次式が得られる。

$$(\alpha_k \overline{\rho_k})_{,t} + (\alpha_k \overline{\rho_k u_{kj}})_{,j} = \Gamma_k \tag{14}$$

$$(\alpha_k \overline{\rho_k u_{ki}})_{,t} + (\alpha_k \overline{\rho_k u_{ki} u_{kj}})_{,j} = -\alpha_k \overline{P_{k,i}} + (\alpha_k \overline{\tau_k})_{,j} + \alpha_k \overline{\rho_k F_k} + (\Gamma_k u_{ki} - \tau_{ij} X_{k,j}) \tag{15}$$

中間尺度の空間と時間内での局所的な変数を平均量と変動量の和で表す。

$$\rho_k = \overline{\rho_k} + \rho_k' \quad ; \quad u_{ki} = \overline{u_{ki}} + u_{ki}' \quad ; \quad etc. \tag{16}$$

乱流の取扱いと同様に変動成分の平均は消えると仮定する。また、変動の積の成分は平均量の積の成分に比べて十分小さいと仮定すれば、次式の関係が得られる。

$$(\alpha_k\overline{\rho}_k)_{,t}+(\alpha_k\overline{\rho}_k\overline{u}_{kj})_{,j}=\Gamma_k \tag{17}$$

$$\begin{aligned}(\alpha_k\overline{\rho}_k\overline{u}_{ki})_{,t}+(\alpha_k\overline{\rho}_k\overline{u}_{ki}\overline{u}_{kj})_{,j}&=-\alpha_k\overline{P_k}_{,i}+(\alpha_k\overline{\tau}_k)_{,j}\\&\quad+\alpha_k\overline{\rho}_k\overline{F}_k+(\Gamma_k u_{ki}-\tau_{ij}X_{k,j})\end{aligned} \tag{18}$$

以上の2式が2流体モデルの基礎方程式である。

4.2.2 混合体モデル

(1) 混合体としての基礎方程式の誘導

相別に平均された基礎方程式（2流体モデル）から混合体としての基礎方程式への誘導、さらに誘導過程で生じる問題について説明する。簡単のために、相変化はないものとし、2流体はいずれも非圧縮性であるものとする。また、以下では混合体としての密度ρ_mと流速u_mを次式のように定義する。但し、以下では(17)(18)において用いていたオーバーラインの記号は省略する。

$$\rho_m=\sum_k(\alpha_k\rho_k) \tag{19}$$

$$u_m=\sum_k\frac{\alpha_k\rho_k u_k}{\rho_m} \tag{20}$$

ここで、$\sum_k$：全相について合計であり、$\sum_k\alpha_k=1$である。(17)式における界面での質量の生成項が0であるとして、相について合計すれば次式が得られる。

$$\sum_k(\alpha_k\rho_k)_{,t}+\sum_k(\alpha_k\rho_k u_{kj})_{,j}=0 \tag{21}$$

定義により相合計した質量保存則は次式のように単相流と同様の方程式となる。

$$\rho_{m,t}+(\rho_m u_{mj})_{,j}=0 \tag{22}$$

運動量の保存方程式についても界面における運動量のわきだしを無視して、同様に誘導すれば次式のようになる。

$$\begin{aligned}(\rho_m u_{mi})_{,t}+(\rho_m u_{mi}u_{mj})_{,j}+\sum_k(\alpha_k\rho_k v_{ki}v_{kj})_{,j}\\=\sum_k\{-\alpha_k P_{k,i}+(\alpha_k\tau_k)_{,j}+\alpha_k\rho_k F_k\}\end{aligned} \tag{23}$$

ここに、$v_{ki}(=u_{ki}-u_{mi})$：k相の平均速度と全相の平均速度の差、$\sum_k(-\alpha_k\rho_k v_{ki}v_{kj})$：各相の平均速度と混合体平均速度の差に基づく応力（以下ではτ_Dと記す。）である。このτ_Dが無視し難い問題について、この項をどのように扱うかによって、均質流モデル、スリップ流モデル、ドリフトフラックスモデル等が提案されている。

(2) 均質流モデル

均質流モデルでは各相の平均速度を等しいとおく。つまり、次式のとおりである。

$$u_{ki} = u_{mi} \tag{24}$$

従って、両相の相対速度はなくなり、応力項τ_Dは消える。均質流モデルは最も簡単なものであり、単相流の基礎方程式と全く同一の形式を持つ。このモデルは、両相が良く混合し、液体相の速度が大きく、相間相対速度が無視できる場合に適用できる。取扱いは簡単であるが、相間の速度差を無視しているので、適用範囲・精度には注意を要する。

(3) スリップ流モデル

スリップ流モデルでは気液間の平均の速度差を考慮する。このモデルでは次式で定義する重量流量率クォリティx_kを用いる。

$$x_k \rho_m u_m = \alpha_k \rho_k u_k \quad (\sum_k x_k = 1) \tag{25}$$

従って、このモデルでは相間相対速度は次式のように表示される。

$$v_k = (\frac{x_k \rho_m}{\alpha_k \rho_k} - 1) u_m \tag{26}$$

混合体に対する運動量の保存式は次式のようになる。

$$(\rho_m u_{mi})_{,t} + \{\rho_m u_{mi} u_{mj} (\sum_k \frac{{x_k}^2 \rho_m}{\alpha_k \rho_k})\}_{,j}$$
$$= \sum_k \{-\alpha_k P_{k,i} + (\alpha_k \tau_k)_{,j} + \alpha_k \rho_k F_k\} \tag{27}$$

各相の平均速度は同一の方向であると仮定して、気体相u_Gの速度を次式のようにおく。

$$u_G = S u_L \tag{28}$$

ここに、S：スリップ比、u_L：流体相速度である。スリップ比Sとクォリティx_k、ボイド率αの関係は次式のようになる。

$$\alpha_G \rho_G = \frac{\rho_m x_G}{x_G + S(1 - x_G)} \tag{29}$$

$S = 1$とすると、(27)式の左辺第2項（小括弧）の中が1に等しくなり、方程式は均質流モデルと等しくなる。非圧縮性を仮定すると、$\rho_k = const.$であり、ボイド率はρ_mの従属変数となる。スリップ流モデルでは運動量保存式中のクオリティx_kが未知量として入っていることになる。そこでクオリティx_G、あるいはSとx_Gの関係を表示する構成方程式（実験式）が用いられることになる。スリップ流モデルは気液間の速度差を考慮した分だけ均質流モデルより精度が高い。しかしながら、各相の方向が異なるケースや、液相の速度が0になるケースなどには対応できない。

(3) ドリフトフラックスモデル

ドリフトフラックスモデルは、各相の速度差を一般的に扱うモデルであり、混合体モデルの中では最も正確なものである。混合体についての質量保存式はスリップ流モデルと同様である。混合体の平均流速と各相速度との差をドリフト速度として、基礎方程式中に導入する。ドリフト速度は次式のように定義される。

$$v_{ki} = u_{ki} - \sum_k (\alpha_k u_{ki}) \tag{30}$$

ここで、右辺第2項は体積平均流速である。ドリフトフラックスモデルでは、次式の気相の質量保存式を用いる。

$$(\alpha_G \rho_G)_{,t} + (\alpha_G \rho_G u_{Gj})_{,j} = 0 \tag{31}$$

気相の流速 u_G は、u_m と v_{Gj} により次式のように表示される。

$$\begin{aligned} \rho_m(u_G - u_m) &= (\alpha_G \rho_G + \alpha_L \rho_L) u_G - (\alpha_G \rho_G u_G + \alpha_L \rho_L u_L) \\ &= \alpha_L \rho_L (u_G - u_L) = \rho_L \{(1-\alpha_G) u_G - \alpha_L u_L\} = \rho_L v_G \end{aligned} \tag{32}$$

従って、(31) 式は次式のようになる。

$$(\alpha_G \rho_G)_{,t} + (\alpha_G \rho_G u_m + \frac{\alpha_G \rho_G \rho_L}{\rho_m} v_{Gj})_{,j} = 0 \tag{33}$$

運動量方程式についても同様にして次式のようになる。

$$\begin{aligned} &(\rho_m u_{mi})_{,t} + (\rho_m u_{mi} u_{mj})_{,j} + \{\frac{\rho_L \rho_G}{\rho_m} \frac{\alpha_G}{1-\alpha_G} v_{Gi} v_{Gj}\}_{,j} \\ &\qquad = \sum_k \{-\alpha_k P_{k,i} + (\alpha_k \tau_k)_{,j} + \alpha_k \rho_k F_k\} \end{aligned} \tag{34}$$

ドリフトフラックスモデルの未知変数は、$\rho_m, u_{mi} \times n$ 方向, $P, v_G \times n$ 方向の $2n+2$ 個である。但し、ボイド率αはρ_mの従属変数と考えている。方程式数は (22)(33) と (34) 式が n 方向分あって、$n+2$ 個である。つまり、n 個の構成方程式が必要となる。そこで、各種の流動に対して、ドリフト速度 v_{Gj} の実験式が提案されている。

二相流の流れは本来均質なものではなく、気体と液体が重力、慣性力等の場の中で、それぞれ互いに干渉して、複雑なメカニズムで異なる運動を行う。例えば気体が浮力を受けて気体と液体が分離する現象を想像すれば分かりやすい。このような影響を無視して、気体と液体が等しいと仮定して解析するのが均質流モデルである。二相流の研究が均質流モデルから出発したこと、理解しやすいこと、経済的なメリットなどから、ある程度の成功を収めてきた。スリップ流モデルは均質流モデルの拡張版と位置づけられており、気液相が同一方向に運動し、相間の相対速度に基づく応力τ_Dが無視できない場には有用である。気相液相の運動方向が異なる場合には、均質流モデルやスリップ流モデルでは解析することができず、相間相対速度を一般的に取扱っているドリフトフラックスモデルの導入が必要となる。しかしながら、混合体モデルは、均質流モデルを除けば、スリップ速度やドリフト速度に関する経験式が必要であり、種々の現象に対して一般的に適用し得る状況にない。

4.2.3 粒子追跡法

(1) 粒子運動に対する基礎方程式

粒子追跡法においては、分散相の運動はラグランジュ方程式を解くことにより取り扱われる。分散相と連続相の相間応力を表示するために、両相の運動方程式には次式で示すような付加的な項が含まれることになる。この項は計算セルを通過するときに粒子群の運動量の実質的な変化を計算することにより得られる。

$$S_{pi} = \sum_{i=1}^{n} \dot{n}_i m_{pi} \{[u_{pi}]_{in} - [u_{pi}]_{out}\} \tag{35}$$

ここに、$\dot{n}_i$は各々のグループの単位時間当たりの粒子数、m_{pi}は粒子質量、u_{pi}は粒子のi方向速度成分、添字"in"と"out"は計算セルへの流入と流出であることを示している。粒子群の運動する軌道は次式を積分することにより得られる。

$$\frac{dx_{pi}}{dt} = u_{pi} \quad (i = 1, 2, 3) \tag{36}$$

$$\frac{du_{pi}}{dt} = \frac{3\rho_f C_d}{4\rho_p d_p} \mid \vec{u_f} - \vec{u_p} \mid (u_{fi} - u_{pi}) + g_i + \ etc. \tag{37}$$

ここに、ρ_f, ρ_p：流体密度と粒子密度、C_d：抵抗係数、d_p：粒径、$\vec{u_f}, \vec{u_{u_p}}$：流体と粒子の速度ベクトル、u_{fi}, u_{pi}：速度ベクトルのi方向成分、g_i：重力加速度である。抵抗係数は一例として次式のような関係が用いられる。

$$C_d = \begin{cases} \frac{24}{R_e}(1 + \frac{{R_e}^{2/3}}{6}) & R_e < 1000 \\ 0.44 & R_e \geq 1000 \end{cases} \tag{38}$$

ここに、$R_e(=\mid \vec{u_f} - \vec{u_p} \mid d_p/\nu)$：粒子レイノルズ数である。但し、$\nu$：流体の動粘性係数である。

(2) 粒子追跡法における粒子の乱流拡散

粒子と乱流の相互作用に関する研究目的は、主として乱流場での粒子拡散の問題と粒子混入による乱流変調問題の２つである。前者については、粒子追跡法では粒子運動が流体運動の平均流動特性のみによって決定される決定論的方法から確率論的方法（SSFモデル）への発展ということで解決が試みられてきた。

SSFモデルでは、モンテカルロ法を用いて統計的に有意な数のサンプルの軌道を求めることで、粒子の拡がりを記述することになる。SSFモデルの最も重要な要素は渦の特性と、渦と粒子との相互作用の時間とを決定する方法である。渦内部の特性は一様であるとして、粒子が一つの渦から他の渦へと乗り換えるときには変動流速は不規則に変化するものとする。平均値を差し引いた流速変動の確率密度関数は、標準偏差$(2k/3)^{1/2}$の等方的なガウス分布であるとする。つまり、流速の変動成分はこの標準偏差を有する正規乱数によって表示される。さらに、SSFモデルでは相互作用時間に関して、いくつかのモデルが提案されている。ここでは、「渦寿命時間あるいは粒子が渦を通過する時間のいずれか小さい方の時間、粒子と渦が相互作用する。」と仮定する$LSSF$モデルの概略について触れておく。渦の代表長さL_eは、乱れの散逸の長さスケールに等しいと仮定して、次式から評価する。

$$L_e = {C_\mu}^{3/4} \frac{k_{3/2}}{\epsilon} \tag{39}$$

渦寿命時間τ_eは次式を用いて計算される。

$$\tau_e = \frac{L_e}{(2k/3)^{1/2}} \tag{40}$$

また、粒子の通過時間τ_tは均一流中での粒子運動の線形化された方程式から次式のように得られる。

$$\tau_t = -\tau \cdot \ln\{1 - \frac{L_e}{(\tau \mid \vec{u_f} - \vec{u_p} \mid)}\} \tag{41}$$

ここに、$\mid \vec{u_f} - \vec{u_p} \mid$：相互作用の始まりにおける速度差、$\tau$：次式で示す線形化された緩和時間である。

$$\tau = \frac{4\rho_p d_p}{3\rho_f C_d \mid \vec{u_f} - \vec{u_p} \mid} \tag{42}$$

$LSSF$モデルでは、τ_eあるいはτ_tの小さい方の時間、粒子が渦と相互作用する。

4.2.4 気泡噴流の数値計算における支配方程式

粒子プルームに最も類似した現象は、ポイントソースから空気を連続的に放出することにより形成される気泡噴流である。気泡噴流を対象とした数値計算法は堀口ら[8]、北野ら[9]、岩佐ら[10]により検討されている。細部については異なっているものの、これらの研究において採用されている支配方程式は本質的に同一のものである。ここでは、堀口らの支配方程式について示す。

基礎方程式の構成は以下のようである。

・ボイド率と密度の関係式

$$\rho = \rho_w(1 - S) + \rho_a S \approx \rho_w(1 - S) \tag{43}$$

・ボイド率Sの保存方程式

$$S_{,t} + (u_x S)_{,x} + \{(u_z + w_a)S\}_{,z} = (K_j S_{,j})_{,j} \tag{44}$$

・混相流の質量保存式

$$\rho_{,t} + (\rho u_j)_{,j} = 0 \tag{45}$$

・流体相の運動方程式

$$(\rho u_i)_{,t} + (\rho u_i u_j)_{,j} = -P_{,i} + \rho g_i + (\mu_j u_{i,j})_{,j} \tag{46}$$

ここに、ρ：混合体の密度、ρ_w：水の密度、ρ_a：空気の密度、S：ボイド率、u_i：流体のi方向流速成分、w_a：気体と水の相対速度差、K_j：気体の拡散係数、P：圧力、g_i：i方向重力加速度、μ_j：混合体の渦粘性係数である。ボイド率の保存方程式にはスリップ速度w_aが考慮されているが、流体相の運動方程式には流体粒子の相間相対速度や空気の質量や運動量の影響が考慮されておらず、基本的には単相流としてのモデル化であると考えられる。つまり、ブーシネ近似を用いない単相の密度流タイプの解析方法であるといえる。

気体のボイド率が小さいと仮定できるならば、単相流の方程式系に気泡による浮力項を加味するという従来の方法で対応できると考えらえる。しかしながら、ボイド率が大きい場合に、流動を適切に表示できるかどうかは疑問である。

4.3 2流体モデルの概要

4.3.1 基礎方程式

数値計算において用いられる仮定は以下のとおりである。

1) 連続相と分散相両相は巨視的に連続体として挙動するが、連続相については微視的にも連続体として振る舞う。

2) 分散相は球形で一様な大きさを有する固体粒子とする。

3) 全ての計算領域において低粒子濃度であるとする。つまり、粒子混入による流体運動への影響は考慮するが、粒子間の衝突は無視する。

4) 分散相と連続相界面における質量の交換やわきだしは存在しないとする。

5) 表面張力などに起因する分散相と連続相界面における運動量のわきだしはないとする。

6) 粒子間応力を無視することから、粒子の圧力と流体の圧力は同一であるとする。つまり、1圧力モデルを採用する。

以上の仮定を用いると2流体モデルの基礎方程式は以下のようになる。(47) 式は相別の質量保存式であり、ここでは相間の質量のやりとりがないとして、右辺を0としている。(48) 式は相別の運動方程式である。

$$(\rho_k \Phi_k)_{,t} + (\rho_k \Phi_k U_{kj})_{,j} = 0 \tag{47}$$

$$(\rho_k \Phi_k U_{ki})_{,t} + (\rho_k \Phi_k U_{ki} U_{kj})_{,j} = F \Phi_{k'} (U_{k'i} - U_{ki}) - \Phi_k P_{,i} + \rho_k \Phi_k g_i + \{\mu_k \Phi_k (U_{ki,j} + U_{kj,i})\}_{,j} \tag{48}$$

また、次式は全相の体積保存式であり、各相の体積率の合計が1であることを示している。

$$\sum_{k=1}^{k} \Phi_k = 1 \tag{49}$$

ここで、ρ_k : 第 k 相の密度、Φ_k : k 相の体積率、U_{ki} : k 相の i 方向の流速成分、P : 圧力、g_i : i 方向の重力加速度、μ_k は k 相の粘性係数である。$\sum_{k=1}^{k}$ は全相について合計すること、k' は k 相以外の相であることを意味している。以下では $k = 1, 2$ はそれぞれ流体相と粒子相であるものとする。

右辺第1項の相間応力 F_i は一般的には次式のように与えられる。

$$F_i = \frac{1}{8} m C_D \rho_f \pi {d_p}^2 \mid \vec{U}_2 - \vec{U}_1 \mid (U_{2i} - U_{1i}) \tag{50}$$

ここで、$m(= 6\Phi_2/(\pi {d_p}^3))$: 粒子の個数、d_p : 粒径、$\vec{U_k}$: k 相の速度ベクトルである。ストークス領域さらにストークスからニュートンへの遷移領域をカバーするために、粒子抵抗係数については次式のように設定する。

$$C_D = S_1 S_2 S_3 \frac{24}{R_e} \tag{51}$$

R_eは次式により計算される粒子レイノルズ数である。

$$R_e = \frac{|\vec{U_2} - \vec{U_1}| d_p}{\nu_1} \tag{52}$$

ν_1は流体相の動粘性係数である。また、S_1は運動量の交換の効率を示す係数であり、Sha et al.[11] によれば、分散相が加速する場合には$S_1 = 1.0$、減速する場合には$0.0 \leq S_1 \leq 1.0$の範囲で変化するとされている。ここでは、簡単のために、$S_1 = 1.0$とした。S_2は1次から2次への抵抗則の遷移領域において、ストークス則を用いるための補正係数であり、粒子レイノルズ数R_eの関数として与えられる。前章で示したように、ここでは自由沈降速度により計算した粒子レイノルズ数が最大で910であることを勘案し、S_2については次の補正係数を用いた。

$$S_2 = (1 + 0.15 R_e)^{0.687}, \quad (R_e \leq 1000) \tag{53}$$

S_3は粒子体積率の増大により粒子と流体との抵抗が変化することを表示する係数である。Bouillard et al.[12] に倣い、次のような関係式を用いる。

$$S_3 = {\Phi_2}^{-2.7} \quad (\Phi_2 < 0.2) \tag{54}$$

これらをまとめて、相間の運動量輸送係数Fについては以下のように与える。

$$F = 18 S_2 S_3 \mu_1 / {d_p}^2 \tag{55}$$

ここに、μ_1：流体の粘性係数である。

固相、液相ともに非圧縮性を仮定し、流速、体積率、圧力について平均量と変動量に分解して、レイノルズ方程式を誘導する。(47)(48) 式については (56)(57) 式のように変形される。以下では、大文字、小文字はそれぞれ平均量と変動量を意味するものとする。粘性項より誘導される諸項については微小であるとしてこれを無視する。また、相間応力に関わる係数S_2、S_3の変動成分についても、ここでは簡単のために無視している。

$$(\rho_k \Phi_k)_{,t} + (\rho_k \Phi_k U_{kj})_{,j} + (\rho_k \overline{\phi_k u_{kj}})_{,j} = 0 \tag{56}$$

$$\underbrace{(\rho_k \Phi_k U_{ki})_{,t} + (\rho_k \overline{\phi_k u_{ki}})_{,t}}_{\text{時間項}} + \underbrace{(\rho_k \Phi_k U_{ki} U_{kj})_{,j}}_{\text{対流項}}$$
$$= \underbrace{-\rho_k (\Phi_k \overline{u_{ki} u_{kj}} + U_{ki} \overline{\phi_k u_{kj}} + U_{kj} \overline{\phi_k u_{ki}} + \overline{\phi_k u_{ki} u_{kj}})_{,j}}_{\text{乱流相関項}}$$
$$+ \underbrace{\sum_{k'=1}^{k} F_k \{\Phi_{k'i}(U_{k'i} - U_{ki}) + \overline{\phi_{k'}(u_{k'i} - u_{ki})}\}}_{\text{相間応力項}}$$
$$+ \underbrace{-(\Phi_k P_{,i} + \overline{\phi_k p_{,i}})}_{\text{圧力項}} + \underbrace{\rho_k \Phi_k g_i}_{\text{重力項}} \tag{57}$$

各種乱流相関項の完結方法は、基本的には単相乱流に対して用いられているものと同様であり、以下にまとめて示す。いずれのタイプの相関についても、通常の単相流に対して用いられる基礎方程式系から誘導された輸送方程式をモデル化したものである。

$$\overline{u_{ki}u_{kj}} = \nu_{tk}(U_{ki,j} + U_{kj,i}) + \frac{1}{3}\delta_{ij}\overline{u_{km}u_{km}} - \frac{2}{3}\nu_{tk}\delta_{ij}U_{kj,j} \tag{58}$$

$$\overline{\phi_k u_{k'i}} = -\frac{\nu_{tk'}}{\sigma_{\phi_k}}\Phi_{k,i} + \frac{1}{2}\Phi_k(\frac{\nu_{tk'}}{\sigma_{\phi_k}})_{,i} \tag{59}$$

$$\begin{aligned}\overline{\phi_k p_{,i}} = \rho_k\frac{\epsilon_k}{k_k}[C_{f1}\overline{\phi_k u_{ki}} + C_{f2}(\frac{\overline{u_{ki}u_{kl}}}{k_k} - \frac{2}{3}\delta_{il})\overline{\phi_k u_{kl}}] \\ -\rho_k(0.8\overline{u_{kl}\phi_k}U_{ki,l} - 0.2\overline{u_{ki}\phi_k}U_{kl,i}) \\ -C_{f3}\rho_k {k_k}^{1/2}\overline{u_{km}\phi_k} + C_{f4}\rho_k\frac{{k_k}^{3/2}}{\epsilon_k}U_{kj,m}\overline{u_{km}\phi_k}\end{aligned} \tag{60}$$

$$\overline{\phi_k u_{ki}u_{kj}} = -C_{f5}\frac{k_k}{\epsilon_k}[\overline{u_{ki}u_{kl}}(\overline{u_{kj}\phi_k})_{,l} + \overline{u_{kj}u_{kl}}(\overline{u_{ki}\phi_k})_{,l}] \tag{61}$$

ここに、ν_{tk}：k相の渦動粘性係数、σ_f：乱流シュミット数、δ_{ij}：デルタ関数、C_f：経験定数（$C_{f1}=4.3, C_{f2}=-3.2, C_{f3}=1.0, C_{f4}=1.0$）である。

4.3.2 2流体 $k-\epsilon$乱流モデル

流体相の渦動粘性係数の算定にはElghobashi et al.[2, 13]の開発した$k-\epsilon$乱流モデルを用いる。渦動粘性係数ν_{t1}は次式より算出される。

$$\nu_{t1} = C_\mu\frac{{k_1}^2}{\epsilon_1} \tag{62}$$

ここに、C_μ：係数、k_1、ϵ_1：流体相の乱れエネルギーとその散逸率である。乱れエネルギーk_1とその逸散率ϵ_1の輸送方程式は2流体モデルの運動方程式より単相流の場合と同様の手順で誘導される。境界層近似、粒子体積率が希薄であるという仮定などにより最終的には次式のようにモデル化されている。

$$\begin{aligned}&(\Phi_1 k_1)_{,t} + (\Phi_1 U_{1i}k_1)_{,i} \\ &= \Phi_1(\frac{\nu_{t1}}{\sigma_{k1}k_{1,2}})_{,2} + \Phi_1\nu_{t1}U_{11,2} + \frac{4}{3}C_{f5}\frac{{k_1}^2}{\epsilon_1}(\frac{\nu_{t1}}{\sigma_f}\Phi_{1,2})_{,2}U_{11,2} \\ &\quad -C_{f5}\nu_{t1}\frac{k_1}{\epsilon_1}(\frac{\nu_{t1}}{\sigma_f}\Phi_{1,2})_{,2}{U_{11,2}}^2 - \frac{\nu_{t1}}{\sigma_f}\Phi_{1,2}P_{,2} + \Phi_1\epsilon_1 \\ &\quad +\{F\Phi_2(U_{1'i} - U_{1i})k_1(1-R) + F(U_{1'i} - U_{1i})\frac{\nu_{t1}}{\sigma_f}\Phi_{2,2} \\ &\quad +C_{f5}F\frac{{k_1}^2}{\epsilon_1}(1-R)(\frac{\nu_{t1}}{\sigma_f}\Phi_{1,2})_{,2}\end{aligned} \tag{63}$$

$$\begin{aligned}&(\Phi_1\epsilon_1)_{,t} + (\Phi_1 U_{1i}\epsilon_1)_{,i} \\ &= \Phi_1(\frac{\nu_{t1}}{\sigma_\epsilon}\epsilon_{1,2})_{,2} + C_{\epsilon 1}\frac{\epsilon_1}{k_1}(G + G_\epsilon) - \Phi_1\frac{\epsilon_1}{k_1}(C_{\epsilon 2}\epsilon + C_{\epsilon 3}\epsilon_\epsilon)\end{aligned} \tag{64}$$

G は (63) 式の右辺第 2 項の生成項に等しく、G_ϵは付加生成項であり (63) 式右辺 3 ～ 5 項の合計である。ϵ_ϵは相間相対速度により生じる乱れの散逸を表す付加散逸項であり、(63) 式の右辺 7 ～ 9 項の合計に等しいとする。流体相の運動方程式には粒子相の流速変動成分が含まれているために、乱流エネルギーの保存方程式には異相間の流速変動相関$\overline{u_{1i}u_{2i}}$が生じる。相間相対速度が小さいとして線形化された BBO方程式に粒子と流体の変動速度スペクトルを代入すれば、両者の関係が得られる。つまり、流体運動のスペクトル関数 $f(\omega)$ を適当に仮定すれば、粒子運動の変動速度のスペクトルが得られる。但し、ω : 角周波数である。(63) 式中の Rはこの関係を利用したものであり、次式のように表される。

$$R = \frac{\overline{u_{1i}u_{2i}}}{\overline{{u_{1i}}^2}} = \int_0^\infty \frac{\Omega_1 - \Omega_R}{\Omega_2} f(\omega) d\omega \tag{65}$$

ここに、

$$\Omega_1 = (\omega/\alpha)^2 + \sqrt{6}(\omega/\alpha)^{3/2} + 3(\omega/\alpha) + \sqrt{6}(\omega/\alpha)^{1/2} + 1 \tag{66}$$

$$\Omega_2 = \beta^{-2}(\omega/\alpha)^2 + \sqrt{6}\beta^{-1}(\omega/\alpha)^{3/2} + 3(\omega/\alpha) + \sqrt{6}(\omega/\alpha)^{1/2} + 1 \tag{67}$$

$$\Omega_R = \{\frac{(1-\beta)\omega}{\alpha\beta}\}^2 \tag{68}$$

$$\alpha = \frac{12\mu_1}{d_2\rho_1} \quad ; \quad \beta = \frac{3\rho_1}{\rho_1 + 2\rho_2} \tag{69}$$

$$f(\omega) = \frac{2}{\pi}\frac{T_L}{1+\omega^2{T_L}^2} \tag{70}$$

各種定数については次のような値を用いている。

$$\sigma_\phi = 1.0 \quad ; \quad C_{\epsilon 1} = 1.43 \quad ; \quad C_{\epsilon 2} = 1.92 \quad ; \quad C_{\epsilon 3} = 1.2$$

$$C_{f5} = 0.1 \quad ; \quad \sigma_k = 1.0 \quad ; \quad \sigma_\epsilon = 1.3 \tag{71}$$

4.3.3 渦動粘性係数に関する係数

本章で対象としている粒子プルーム流動では、放流口の流体相流速は 0 と与えられ、放流口からの鉛直方向距離の増大にともない、流速が増大する。流体運動の乱れについても、放流口からの距離の増大とともに発達すると考えられる。従って、乱れが十分発達していることを前提とする標準タイプの $k-\epsilon$乱流モデルを用いることには問題が生じる。

禰津ら [14] は同様の理由から、低レイノルズ数の開水路乱流に対して修正型の $k-\epsilon$モデルを用いている。彼らに倣いモデル係数 C_μの減衰関数を導入する。低レイノルズ数の領域に対しては次式のような減衰関数が提案されている。

・Van Driest 型

$$C_\mu = 0.09\{1 - D_1 \exp(\frac{-R_t}{D_2})\} \tag{72}$$

・Jones-Launder 型

$$C_\mu = 0.09 \exp\left(\frac{R_t + D_3}{D_4}\right) \tag{73}$$

ここに、$D_1 \sim D_4$はモデル定数である。R_tは次式で計算される乱流レイノルズ数である。

$$R_t = \frac{k^2}{\nu\epsilon} \tag{74}$$

本研究ではJones-Launder型のモデルを採用する。モデル定数については$D_3 = 125, D_4 = 50$としている。

4.3.4 粒子相の乱流拡散係数

粒子の乱流拡散の要因は流体の乱流運動と個々の粒子の後流による不規則運動の2つのメカニズムについて考慮する。ここでは、それぞれの要因の乱流拡散係数が単純に加算できるものとして、次式のように仮定した。

$$\nu_{t2} = \nu_{t2f} + \nu_{t2p} \tag{75}$$

ここに、ν_{t2}：粒子の乱流拡散係数、ν_{t2f}：流体の乱流運動に起因する乱流拡散係数、ν_{t2p}：粒子の不規則運動に起因する乱流拡散係数である。ν_{t2f}についてはElghobashi et al.[13]に倣い、次式により算定する。

$$\frac{\nu_{t2f}}{\nu_{t1}} = 1 - \frac{3}{2}\left(\frac{L_L}{\lambda}\right)^2 \frac{Q^2}{Q+2} \tag{76}$$

ここに、$Q = 2\rho_p/(FT_L)$、$T_L = (5/12)(k/\epsilon)$、$L_L = (2k/3)^{1/2}T_L$、$\lambda = (10\nu_1 k/\epsilon)^{1/2}$ である。

さらに、ν_{t2p}については単一球形粒子の落下の着底分布に関する田中ら[15]の研究成果を援用する。球形物体の着底分布の標準偏差σは次式のように示される。

$$\sigma/d_p = C_p\sqrt{z/d_p} \tag{77}$$

ここに、z：水深である。彼らの実験により$C_p \simeq 0.2$である。拡散係数は次式のようになる。

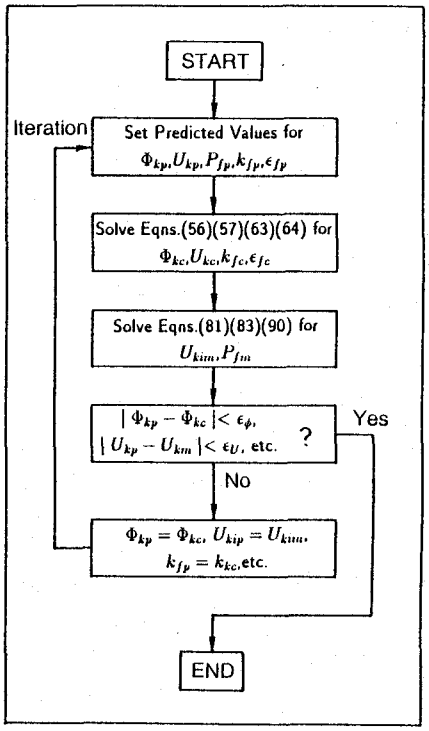
$$\nu_{t2p} = \frac{1}{2}\frac{d\sigma^2}{dt} \tag{78}$$

粒子が一定の相対速度$|\vec{u_2} - \vec{u_1}|$で水中を落下するとして、微分変数を時間から距離に変換すれば、次式のようになる。

$$\nu_{t2p} = \frac{|\vec{u_2} - \vec{u_1}|}{2}\frac{d\sigma^2}{dz} \tag{79}$$

(77)式を(79)式に代入すれば、粒子の不規則運動による乱流拡散係数として次式を得る。

$$\nu_{t2p} = 0.02\,|\vec{u_2} - \vec{u_1}|\,d_p \tag{80}$$



図–1 第 i 時間ステップの計算フロー

4.4 数値解法

ここで用いた数値解法はSpalding[16]による$IPSA$（Inter-Phase-Slip-Algorithm）を$k-\epsilon$乱流モデルを含むように改良したものである。スタガードメッシュを用い、差分は一次精度である。時間については完全陰解法であり、解の収束性の向上のために移流項については風上差分を用いている。運動方程式より計算された流速と圧力分布は連続式の残差が0になるようにニュートンラフソン法により修正される。1時間ステップでの計算手順の概略を図－1に示す。

1) 相体積率、流速、圧力、乱流諸量の予測値（添字p）を用いて粒子相質量保存式、相別運動量保存式、乱流諸量の保存方程式を解き、全体の質量保存式を満足しない中間値（添字c）を算出する。

2) 計算値を全体の質量保存式に代入し、残差を算出する。圧力・流速補正式を解くことにより流速場を修正する（添字m）。

3) 修正された値を用いて1)2)の操作を繰り返し、全方程式が満足されるまで繰り返し計算を行う。

全相質量保存の残差は次式により算出される。

$$\sum_k \{(\rho_k \Phi_k)_{,t} + (\rho_k \Phi_k U_{kj})_{,j} + (\rho_k \overline{\phi_k u_{kj}})_{,j}\} = -E_p \tag{81}$$

E_pを圧力偏差に換算するために、全質量保存則を圧力で微分すると次式が成り立つ。但し、体積率については圧力と無関係であるとしている。

$$\sum_k \{(\Phi_k \frac{\partial \rho_k}{\partial p}\Delta p)_{,t} + (\Phi_k U_{kj} \frac{\partial \rho_k}{\partial p}\Delta p)_{,j} + (\rho_k \Phi_k \frac{\partial U_{kj}}{\partial p}\Delta p)_{,j}\} = -E_p \tag{82}$$

ここでは非圧縮性を仮定しているので、(82) 式は次式のようになる。

$$\sum_k \{(\rho_k \Phi_k \frac{\partial U_{kj}}{\partial p}\Delta p)_{,j}\} = -E_p \tag{83}$$

上式$U_{kj,p}$は、運動量保存方程式を微分することにより算出されるが、これは運動方程式の差分方程式から誘導する。

移流項について風上差分、時間について陰解法を用いると、一例として、ある位置Cにおける鉛直方向速度Uの運動方程式は次式のようになる。なお、ここでは簡単のために相を示す添字kは省略する。

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\Delta t}(\Phi U - \Phi_{-1} U_{-1}) \\
&\quad + \frac{1}{\Delta x}\{(\Phi U \ll U_r \gg - \Phi_R U_R \ll -U_r \gg) \\
&\qquad + (\Phi U \ll U_l \gg - \Phi_L U_L \ll -U_l \gg)\} \\
&\quad + \frac{1}{\Delta y}\{(\Phi U \ll V_u \gg - \Phi_U U_U \ll -V_u \gg) \\
&\qquad + (\Phi U \ll V_d \gg - \Phi_D U_D \ll -V_d \gg)\} \\
&\quad = \frac{1}{\Delta x^2}\{\nu_{tl}\Phi_l(U_{U_L}) + \nu_{tr}\Phi_r(U - U_R)\} \\
&\quad + \frac{1}{\Delta y^2}\{\nu_{tu}\Phi_u(U_{U_U}) + \nu_{td}\Phi_d(U - U_D)\} \\
&-FU + \frac{1}{\Delta x}\Phi(P_r - P_l) + \ the\ other\ terms
\end{aligned} \tag{84}$$

ここで、Vは水平方向の平均流速、添字L，Rは位置Cを起点として水平方向にそれぞれ-1メッシュと$+1$メッシュの位置であること、添字U，Dは鉛直方向に-1，$+1$メッシュの位置であること、それぞれの小文字の添字l、r、u、dはCからそれぞれの方向に1/2メッシュの位置であることを示している。添字の無いものは位置Cの変数である。ここでは、U_l、U_r等の1/2メッシュ上の流速はCから外向きの流速であるとする。$\ll f \gg$は次式のような関数である。

$$\ll f \gg = \begin{cases} f = f & f > 0 \\ f = 0 & f \leq 0 \end{cases} \tag{85}$$

さらに、(84) 式をまとめると次式のようになる。

$$(\frac{\Phi}{\Delta t} + s_l + s_r + s_u + s_d + F)U$$

$$= \frac{\Phi_{-1}U_{-1}}{\Delta t} + t_l + t_r + t_u + t_d + \Phi(P_r - P_l) + \ the\ other\ terms \tag{86}$$

ここで、s と t は次式で定義されている。

$$s_r = \frac{\Phi \ll U_r \gg}{\Delta x} + \frac{\nu_{tr}\Phi_r}{\Delta x^2} \tag{87}$$

$$t_r = \frac{\Phi_R U_R \ll -U_r \gg}{\Delta X} + \frac{\nu_{tr}\Phi_r U_R}{\Delta x^2} \qquad etc. \tag{88}$$

Φ、s、t と *the other terms* が Pの関数でないとして (86) 式の両辺を P_rで微分すると、次式を得る。

$$\frac{\partial U}{\partial P_r} = \frac{\Phi}{\Phi/\Delta T + s_l + s_r + s_u + s_d + F} \tag{89}$$

以上より (83) 式はΔp に関する線形な連立方程式となり、適当な境界条件を与えることにより、各コントロールボリュームにおけるΔp が算出される。このΔp により、次式により流速修正値 U_mが算出される。

$$U_m = U + \frac{\Phi(\Delta p_r - \Delta p_l)}{\Phi/\Delta T + s_l + s_r + s_u + s_d + F} \tag{90}$$

4.5 計算結果

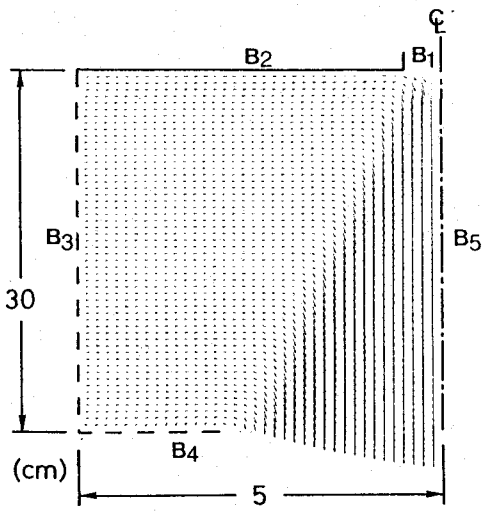
4.5.1 計算条件の概要

ここでは、前章の実験結果を用いて、粒子プルーム流動に対する本数値計算法の適用性について検証する。実験の詳細については第 3 章を参照されたい。粒子プルーム流動は幅 $D = 1cm$ のスリットから、一定流量でガラスビーズを連続的に 2 次元的に投入することにより形成させている。ガラスビーズの直径は $d_{50} = 1mm$ と $3mm$ であり、最終沈降速度はそれぞれ $U_d = 15.4, 31.2cm/s$、U_dにより計算した粒子レイノルズ数 $R_{ed}(= U_d d_p/\nu)$ は $154, 935$ である。実験条件は単位奥行き当たりの投下量 $q_0 = 1.0, 1.8cm^2/s$ の 2 種類である。

計算は鉛直二次元で行う。以下では、テンソル表示する場合には添字 $i = 1, 2$ はそれぞれ鉛直方向と水平方向であることを示す。また、計算結果についての表示を簡単にするために、放流口を原点として鉛直方向座標を x、水平方向座標を y と示す。また、粒子相については添字"p"で表示し、流体相については添字をつけない。但し、両相を併せて表示する場合、添字 kは第 k相であることを表すものとする。鉛直方向と水平方向の流速 U_1と U_2については、それぞれ U、Vと表示する。計算格子の形状は水平方向 $0.25 \times$ 鉛直方向 $1.0cm$ として 20×30 メッシュである。境界条件および計算された流体流速場のベクトル図を図－ 2 に示す。粒子と流体の境界条件については次のよう設定している。

$\circ for \quad B_1$

$$U_{1i} = 0 \ ; \ U_{k2} = 0 \ ; \ k = 0.1cm^2/s \ ; \ \epsilon = 0.1cm^2/s^3$$



図–2 境界条件と流体速度の流速ベクトル

$\circ for \quad B_2 \; and \; B_4$

$$\frac{\partial U_{ki}}{\partial x} = 0 \; ; \; \frac{\partial k}{\partial x} = 0 \; ; \; \frac{\partial \epsilon}{\partial x} = 0 \quad (k = 1,2, i = 1,2)$$

$\circ for \quad B_3$

$$\frac{\partial U_{ki}}{\partial y} = 0 \; ; \; \frac{\partial k}{\partial y} = 0 \; ; \; \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = 0 \quad (k = 1,2, i = 1,2)$$

$\circ for \quad B_5$

$$\frac{\partial U_{k1}}{\partial y} = 0 \; ; \; U_{k2} = 0 \; ; \; \frac{\partial k}{\partial y} = 0 \; ; \; \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = 0 \quad (k = 1,2, i = 1,2)$$

粒子運動の境界条件について、衝突や摩擦を考慮する必要が特になければ、粒子落下方向と平行な固定鉛直壁面上においてもスリップ条件を用いるのが一般的である。上端境界 B_1は放流口である。中心軸から 2 メッシュ分 $0.5cm$ から、鉛直下向きに粒子を一定流量で流入させている。放流口スリット内では粒子体積率が大きくなり、沈降速度が変化することを考慮しなければならない。放流口の粒子沈降速度 $U_p(B_1)$ と投下量 q_0、粒子体積率$\Phi_p(B_1)$ の関係は次式のように表示される。

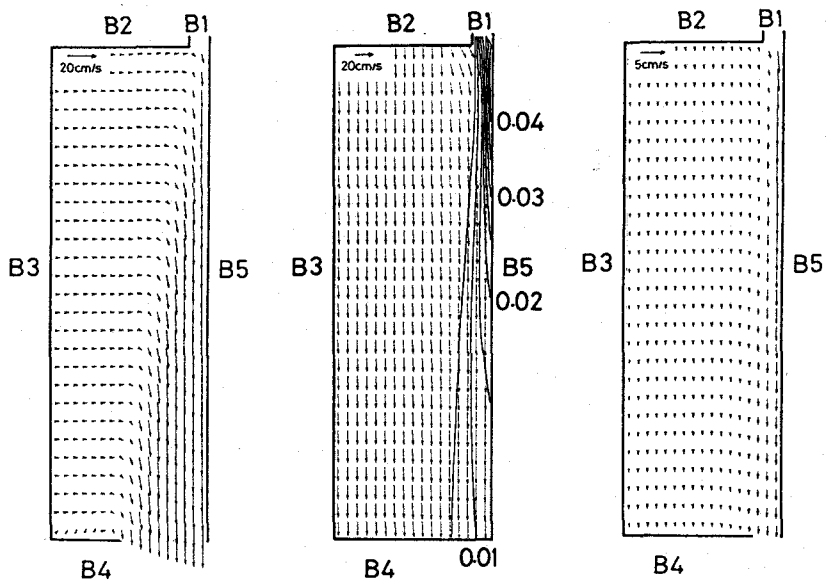
$$q_0 = D\Phi_p(B_1)U_p(B_1) \tag{91}$$

なお、"(B_1)"は境界 B_1における値であることを示している。また、粒子の自由沈降速度は次式により算定される。

$$U_p(B_1) = \sqrt{\frac{4\rho_* g d_p}{3C_D(B_1)}} \tag{92}$$

表–1 計算条件

$CASE$	$d_{50}(mm)$	$q_0(cm^2/s)$	$U_2(B_1)(cm/s)$	$\Phi_2(B_1)$
1-S	1.0	1.0	13.6	0.073
1-L	1.0	1.8	11.6	0.16
3-S	3.0	1.0	37.9	0.026
3-L	3.0	1.8	36.4	0.049



図–3 $\vec{U}_k$,Φ_2,$\Phi_p U_p$の空間分布

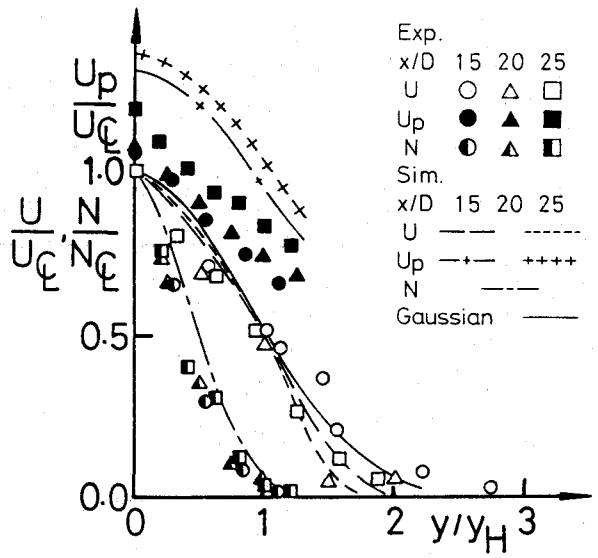
ここに、$\rho_*(=(\rho_p-\rho)/\rho)$：固体粒子の相対密度差である。これらの 2 式と (51) 式を連立させることにより、粒子流入速度 $U_p(B_1)$ が計算される。また、B_1における粒子体積率$\Phi_p(B_1)$ は次式から算出される。

$$\Phi_p(B_1) = q_0/(DU_p(B_1)) \tag{93}$$

計算された B_1の境界条件は表－１のとおりである。

4.5.2 実験結果との対応

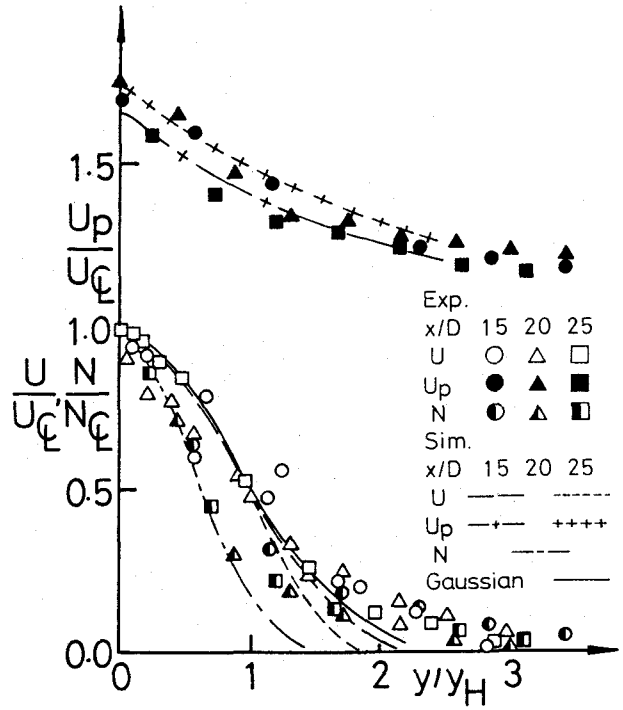
図－３は $CASE1-L$ に対して計算された流体と粒子の速度ベクトル$\vec{U}_k$、粒子体積率Φ_p、体積率を乗じた粒子速度ベクトル$\Phi_p\vec{U}_p$ の空間分布である。なお、境界外側の値はΦ_pの等値線の値である。放流口からの流体の流出がないので、流動は周囲水の連行によって形成される。従って、乱れが発達していないと考えられる放流口近傍付近から強



図–4 流体と粒子の鉛直方向平均速度と粒子通過個数の断面内分布 ($CASE1-S$)

い連行が生じていることが$\vec{U}_f$分布から確認される。粒子の速度ベクトル$\vec{U}_p$は、実質的に$\Phi_p = 0$の領域においても有限の値を持ち、この値は概ね自由沈降速度に等しくなっている。これは、運動量が$\Phi_p U_{pi}$の形で保存され、粒子の存在しない部分にも仮想的な速度が計算されるからである。粒子の拡がり分布はあくまで確率的なものであって、粒子の存在確率は全く0であることはない。この速度は粒子が万が一存在した時の粒子速度である。また、粒子の存在しないところで粒子速度が0になるならば、流動外縁部において粒子運動に不要なせん断力が作用することになる。従って、粒子速度が粒子体積率に無関係に存在するということは、2流体モデルでは極めて重要な意味を持っている。

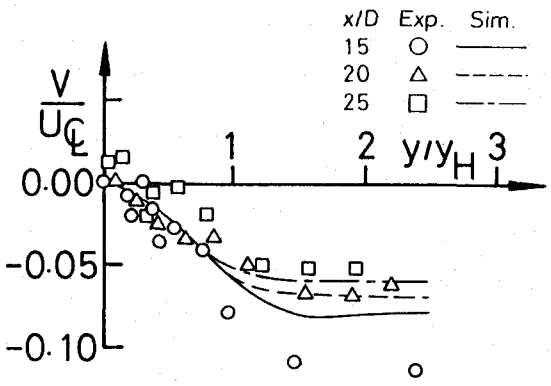
図－4は$CASE1-S$における流下方向の流体と粒子の平均流速、U、U_pと単位時間、単位幅当たりの通過粒子数$N(1/(cm^2 s))$の断面内分布である。数値計算において通過粒子数は粒子落下速度に粒子体積率を乗じ、1粒子の体積で除することにより算出される。粒子と流体の平均流速は流体の中心軸上値U_{CL}により、またNについてもその中心軸上値で無次元化されている。横軸は流速分布の半値幅y_Hにより無次元化された水平方向距離である。実験結果と計算結果は、$x/D = 25, 20, 25$の3断面分を併せて表示した。但し、Nの計算結果については、上記の規格化を施すと各断面間に大差がなかったことから、$x/D = 20$の結果のみを」図示した。また、比較のためにガウス分布も併示している。流体の平均流速分布は中心軸付近ではガウス分布より先鋭となっている。また、流動外縁部においては、ガウス分布に比べて拡がりが小さくなっている。計算結果はこうした傾向を良好に再現している。また、粒子分布についても、計算結果と実験結果の一致はまずまず良好である。一方、本モデルは粒子速度については過大評価する傾向にあり、特に粒子濃度が大きい中心軸付近で顕著である。前章で示したように、$d_{50} = 1mm$のケースでは粒子が流体運動に比較的良く追随することから、単相のプルームの密度変



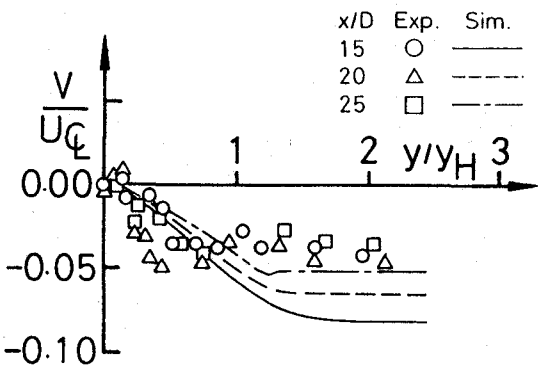
図–5 流体と粒子の鉛直方向平均速度と粒子通過個数の断面内分布 $(CASE3-L)$

動と同様に粒子体積率についても大規模かつ組織的な変動が存在すると考えられる。従って、粒子体積率が計算結果で表示されるような時間平均値より大きくなる瞬間には、(54)式により粒子抵抗係数 C_D は大きくなり、粒子流体の相対速度差はより減少するものと考えられる。しかしながら、粒子と流体の相対速度が自由沈降速度より小さくなる原因は、抵抗係数の変化だけでなく、粒子の運動に対する乱れの効果も考えられる。例えば、粒子相の運動方程式中の乱流輸送項により生じる抵抗や相間応力項の乱流成分にも関係していると予想される。

図－5 は $CASE3-L$ の計算結果と実験結果との比較である。$d_{50}=3mm$ に対しては、計算された粒子速度は実験値を良好に予測している。粒径が大きくなると、粒子の流体速度変動に対する追随性は低下し、前章の粒子体積率 R_a の分布において指摘したように、粒子は空間的に一様に分布して落下するようになる。このことにより、平均値を基礎とした (54) 式の関係が実現象と合致するようになるものと判断される。$y/y_H<1.0$ の領域においては、U と N に対する予測値と実験値の一致は良好である。しかしながら、$y/y_H>1.0$ においては、いずれの分布についても計算結果は実験値より小さくなっている。これはこの領域の粒子拡散を過小評価していることに起因する。後述するように、ここで用いた $k-\epsilon$ 乱流モデルでは、粒子混入は、粒径に関係なく乱流強度を低減させる方向にのみ作用する。これは実験結果の傾向と一致しない。従って、流体運動の乱流強度の過小評価が粒子乱流輸送の過小評価につながっているものと推察される。



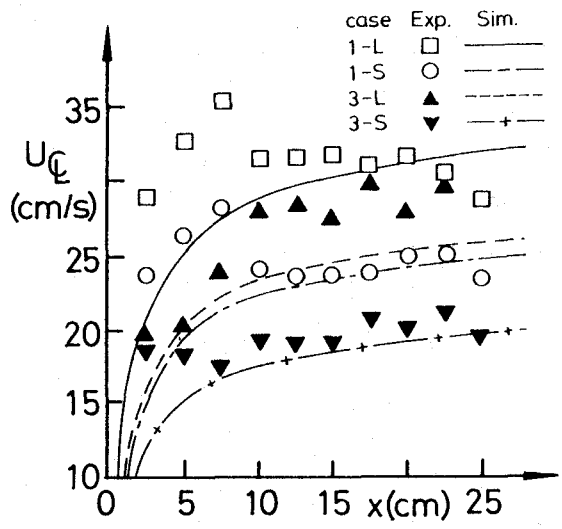
図–6 流体水平方向平均速度の断面内分布 ($CASE1$)



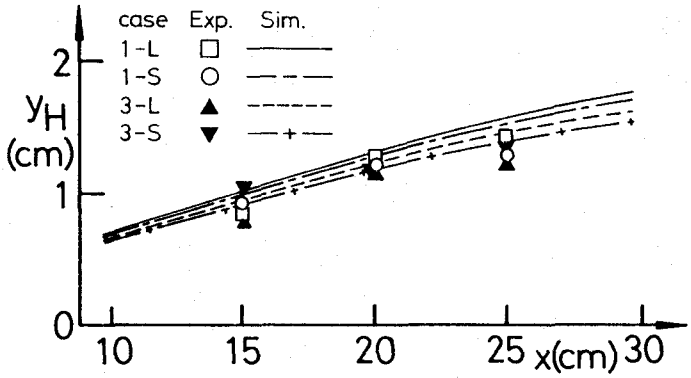
図–7 流体水平方向平均速度の断面内分布 ($CASE4$)

図－6，7は水平方向流速の断面内分布である。図の規格化は**図－5**と同様である。単相プルームの無次元水平方向流速分布は、自己相似性を有する確立領域内では、流下方向距離に無関係に同一の分布形状となる。流動外縁の無次元流速値は積分モデルにおける連行係数に相当するが、連行はその乱流構造に支配されると考えられる。従って、単相プルームにおいては、乱流構造についてもある程度の自己相似性が成立していることが予想される。粒子プルームの無次元水平方向流速が流下にともない減少するのは、諸々の粒子混入の影響を表示する付加項により、乱れの生成と散逸のバランスが崩れていることによると考えられる。特に乱流連行を支配しているような、比較的スケールの大きな乱流成分の減衰が影響していると考えられる。$3-S$においては計算値は過大評価する傾向にあり、換言すれば乱流輸送の抑制を過小に評価していることになる。$1-S$においては$x/D=20,25$の2断面については計算値と実験値の一致は比較的良好である。

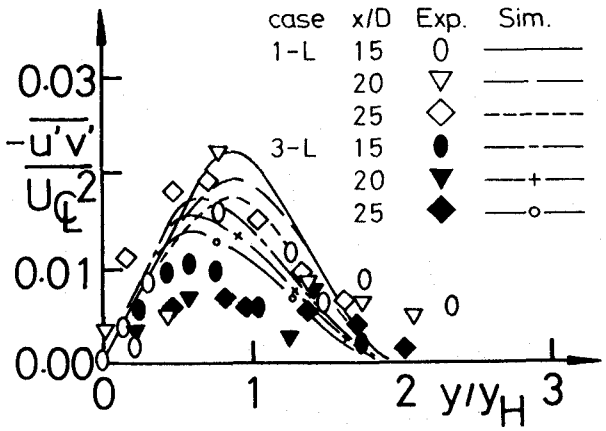
図－8は流体の鉛直方向流速の中心軸上値$U(CL)$の鉛直方向変化を示している。$d_{50}=1mm$の両ケースの実験結果は、$U(CL)$が放流口から急激に増大し、$x=8cm$付近で極大値を示した後、概ね一定速度となることを示している。いずれのケースに対しても、計算された放流口付近の流速の増加率は実験値に比べて小さく、$x<10cm$までの領域の計算と実験結果の一致は悪い。$x>10cm$の一定速度の領域においては、両者の一致



図–8 流体の中心軸上流速の鉛直方向変化



図–9 流体流速分布の半値半幅の鉛直方向変化



図–10 流体のレイノルズ応力の断面内分布

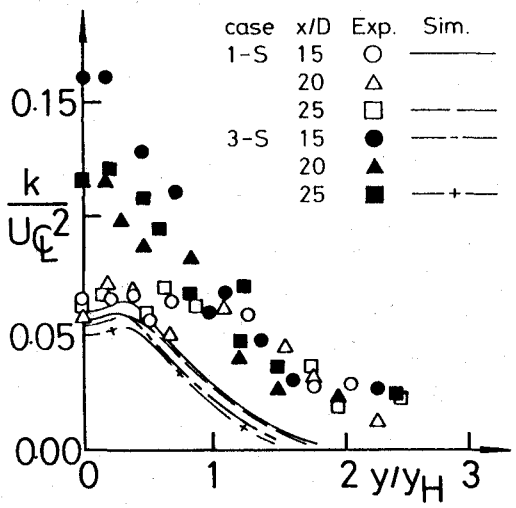


図-11 流体の乱流エネルギーの断面内分布

は比較的良くなる。一方、$d_{50} = 3mm$ では、特に $CASE3-L$ では計算と実験の差異は顕著である。

図－9 は流体相の鉛直方向流速分布の半値半幅 y_H の流下方向変化である。計算結果ではいずれのケースについても半値半幅の増加率 dy_H/dx は流下とともに緩やかに減少する。また、粒径が小さいほど、また投下量が大きいほど半値半幅の拡がりは大きくなっており、実験結果の傾向と概ね一致していると考えられる。

図－10 はレイノルズ応力$-\overline{uv}/{U_{CL}}^2$の断面内分布である。実験結果については全てのケースについて併せて示している。計算結果の投下量による差異が顕著でなかったことから、$CASE\ 1-S, 3-S$の2ケースを示した。流下にともないレイノルズ応力は減少する傾向にある。これは水平方向流速の低減に対応するものであり、粒子混入により流下に伴い乱流輸送が抑制されていくことがわかる。$d_{50} = 1mm$ については、$y/y_H > 1.5$ の流動外縁領域を除外すれば、予測値は実験結果の傾向を概ね表示していると判断できる。$d_{50} = 3mm$ のケースにおいては、計算結果は実験結果の2倍程度の規模になっている。しかしながら、**図－9** に示したように半値半幅 y_H については実験結果と予測値の一致は比較的良好である。これは、運動量の拡がりがレイノルズ応力に反映されるような比較的大規模且つ非等方的な乱流構造のみに支配されているのではなく、粒子後流などの等方的且つ小さな乱流成分にも多分に影響されていることを示しているものと考えられる。

図－11 は無次元化された乱流エネルギー$k/U_f(CL)^2$の断面内分布である。粒子流体の相対速度が小さく、相間相対運動の影響が比較的軽微であると考えられる $CASE\ 1-S$ の中心軸付近では、実験結果と計算結果の一致はよい。しかしながら、その領域を除外すれば計算結果は全体的に小さくなっていることがわかる。$d_{50} = 3mm$ のケースや $d_{50} = 1mm$ の流動外縁付近の実験と計算値の差異は、相間相対運動により生じる粒径あるいは粒子間距離程度のスケールを有する小さい乱流成分の混入に原因しているもの

と考えられる。

4.6 結論

本章では、粒子運動、流体運動ともにオイラータイプの方程式系により表示する2流体モデルを用いて、粒子プルームに関する数値計算を実施した。前章の実験結果と対比することにより、計算手法の妥当性について検証した。得られた主要な結果を以下に箇条書きにして示す。

1) 乱流相関項の完結のために、Elghobashi et al. の開発した2流体モデルを基礎とした $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた。放流口近傍においては乱流が未発達であることや高粒子濃度の領域においては乱れが抑制されることなどを勘案して、同モデルを低レイノルズ数タイプの $k-\epsilon$ 乱流モデルに改良した。

2) 流体運動に対する追随性の低い、比較的大きな固体粒子を対象としていることから、粒子の乱流拡散係数に相間相対運動に起因する粒子の不規則運動による拡散過程の影響を導入した。

3) 流速等の平均量に関する断面内分布、中心軸上流速や半値半幅の流下方向変化等、流体相の平均流動特性については、計算結果と第3章で示した実験結果の一致は比較的良好であった。また、粒子相の拡散特性についても、本計算モデルは実験結果の傾向を再現できていると判断できる。

4) 粒径が小さい $d_{50}=1mm$ に対しては、粒子流体の相対速度を過大に評価する傾向にある。これは、粒子混入による粒子抵抗係数の変化の評価が、粒子体積率の平均値を基準にしていることに原因していると考えられる。従って、流体運動に対して高い追随性を示す微小な粒子が高体積率で混入している場合については、抵抗係数の評価法について別途検討する必要があると考えられる。

5) 本章で用いた乱流モデルは、粒子混入が乱流強度を抑制するような状況においては、乱流構造の変調をある程度予測するものと期待される。しかしながら、粒子混入により乱流強度が増幅されるような条件下では、乱流場を適切に表示することはできないものと考えられる。

参考文献

[1] 室田明・中辻啓二・玉井昌宏 (1989) : 二次元フォーストプルームの乱流構造に関する実験的研究, 土木学会論文集, 405 号, pp.79-87.

[2] S.E.Elghobashi and W.T.Abou-Arab(1983): A two-equation turbulence model for two-phase Flow, Phys. Fluids, No.26(4), pp.931-938.

[3] D.C.Besnard and F.H.Harlow(1988): Turbulence in multiphase Flow, Int.J. Multiphase Flow, Vol.14, No.6, pp.679-699.

[4] 片岡　勲 (1989) : 気液二相流の基礎方程式と構成方程式, 日本混相流学会, 混相流レクチャーシリーズ, 第四回基礎から最前線まで－気液二相流の数値シミュレーショ

ン－，pp.1-21.

[5] 日本原子力学会熱流動部会 (1993)：気液二相流の数値解析，朝倉書店.

[6] 日本流体力学会 (1991)：混相流の力学，朝倉書店.

[7] G.M.Faeth (1983):Recent advances in modeling particle transport properties and dispersion in turbulent flow, Proc. ASME-JSME Therm.Engng Conf., Vol.2, pp.517-534.

[8] 堀口孝男・小坂俊吉 (1984)：空気混相流による流れの場の数値解析について，第 31 回海岸工学講演会論文集，pp.710-714.

[9] 北野義則・粟谷陽一 (1987)：容積変化を伴う気泡噴流，第 34 回海岸工学講演会論文集，pp.646-650.

[10] 岩佐義朗・松尾直規・尾沢卓思・南部茂義 (1984)：エアレーションにより生ずる流れの数値解析，京大防災研究所年報，第 27 号 B-2，pp.1-16.

[11] W.T.Sha and S.L.Soo(19): Multidomain multipahse fluid mechanics, Int.J. Heat and Mass Transfer, Vol.21, pp.1581-1594.

[12] J.X.Bouillard, R.W.Lyczkowski and D.Gidaspow(1989): Porosity distributions in a fluidized bed with an immersed obstacle, AIChE.Journal, Vol.35, No.6, pp.908-922.

[13] S.Elghobashi, T.Abou-Arab, M.Rizk and A. Mostafa(1984): Prediction of the particle laden jet with a two-equation turbulence model, Int.J.Multiphase Flow, Vol.10, No.6, pp.697-710.

[14] 禰津家久・中川博次 (1986)：自由水面を考慮した開水路乱流の数値計算手法－修正 $k-\epsilon$ 乱流モデルによる解法－，京都大学防災研究所年報，第 29 号 B-2，pp.647-673.

[15] 田中伸和・小森修蔵 (1977)：水中における落下物体の挙動と着底分布，電力中央研究所報告.

[16] D.B.Spalding (1978): Numerical computation of multi-phase fluid flow and heat transfer, Recent Advance in Numerical Methods in Fluids edited by Talor and Morgan, Vol.1, Chap.5.

[17] B.R.Ramaprian and N.S.Chandrasekhara(1983): Study of vertical plane turbulent jets and plumes, IIHR Reports, No.257.

第５章　粒子沈降により生じる乱流場と振動格子乱流の相互作用に関する研究

5.1　概説

5.1.1　研究の背景

固体粒子を含んだ流動の乱流構造に関する研究は古くから盛んに行われてきており、浮遊砂開水路流に関する日野 [1] や Itakura et al.[2] の理論など、主として理論的研究が先行してきた。最近ではレーザードップラー流速計の開発・応用などにより混相流の精度高い乱流計測が可能となってきている。例えば、Tsuji et al.[3] や菱田ら [4] により混相の管路流や噴流などを対象として、粒子混入による乱流変調に関する多くの実験がなされ、その定性的な傾向についてはようやく明らかになっている。しかしながら、Gore et al.[5] の整理にみられるように、定量的に明確になったことといえば、粒径と乱れの長さスケールとの比率に関する乱流強度の増大／減少の閾値程度であり、予測手法に援用し得るような実験データは極めて少ないのが現状である。

この理由は様々であるが、まず流動システムそのものが複雑な乱流構造を有するために、固体粒子混入の影響を定量的に抽出することが困難であるということが考えられる。例えば、開水路流などは分散相を含まない状態にあっても極めて複雑な乱流構造を有することから、たとえ浮遊砂流の乱流特性量が計測できたとしても、固体粒子混入の影響を定量的に抽出するまでには到らないということである。また、固体粒子の混入が平均流動場にも影響するために、流動システムそのものが変化して、粒子と乱流場の直接的な相互作用を定量化できないという側面も考えられる。

このような状況をふまえて、なるべく単純な流動システムにより、分散相／乱流場の相互作用を明らかにしようとする研究がいくつか行われている。Lance et al.[6] は流速分布が三角形の線形なせん断流場において、気泡を一様に混入させることにより分散相／乱れの相互作用について検討している。レイノルズ応力テンソルの計測により、平均流速勾配に起因する乱れの非等方性はボイド率（気泡の体積率）の増大により減少することを示している。また、相間速度差に基づく乱れエネルギーの増加と逸散は釣り合っているとして、この影響は小さいと推測している。彼らはレイノルズ応力モデルに、乱れの等方性に関するこの効果を導入し、実験値とのある程度の一致をみている。一方、Schreck et al.[7] は格子乱流（一様流中に格子を設けてその背後に形成される乱流場）に固体粒子を混入させることにより、相間相互作用について検討している。粒子濃度の増大にともない乱れの逸散が増大すること、粒子が乱れの等方性を増加させること、高周波数のエネルギースペクトルを変化させることなどを結論としている。これらの研究は、乱れの等方性の増大という点では一致した見解を示しているものの、乱れエネルギーの変化については異なった結論を得ている。一方、Parthasarathy et al.[8]（以下では P-F と記す。）は分散相／流体の相対運動により生じる乱流成分について検討するために、静水中に粒子を一様に沈降させることにより生じる流動場について計測を行っている。粒

子沈降により形成される乱れは異方的であり、粒子落下（鉛直）方向の乱れ強度は水平方向の約2倍であるとしている。つまり、この結果から粒子／流体の相対運動に起因する乱流成分の付加により、乱れの非等方性が増大することが予想される。

このように単純化された流動場においても得られた結論はまちまちである。粒子混入による乱流変調について定量的に把握するためには、実験結果の蓄積が必要であると考えられる。

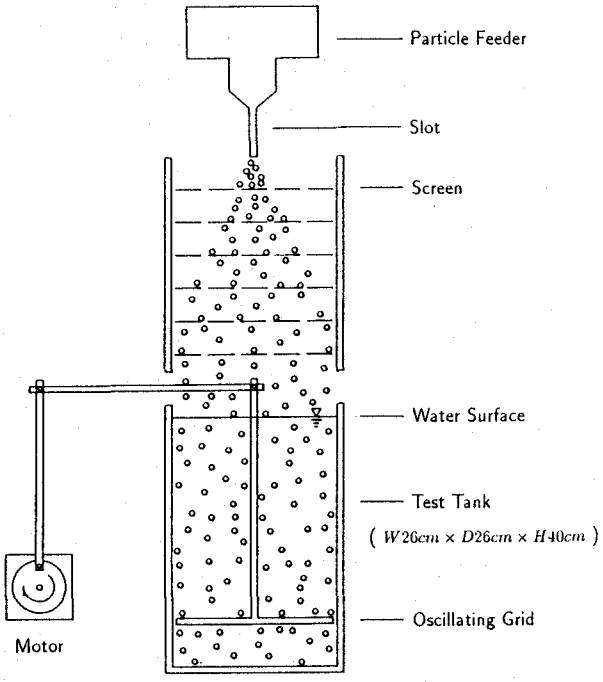
粒子混入の影響を乱流モデルに組み込んだ数値計算 [9] も混相噴流などを対象として既に実施されている。Elghobashi et al.[10] の混相噴流を対象とした数値計算にみられるように、粒子混入による乱れの抑制を表現できる数値モデルも開発されている。しかしながら、乱流強度の増減など粒子混入による乱流変調を機構的に表示できるモデルは開発されていないのが現状である。[11]

5.1.2 研究の目的

Hinze[12] は多数の粒子が乱流中に混入した場合の乱流変調に関するメカニズムとして、次のような4点を挙げている。1) 連続相内における有効せん断率の増大（ある2点間の速度差が一定である場合に、並進運動する粒子が混入すると、速度勾配が粒子径分だけ大きくなること）、2) 個々の固体粒子から放出する後流、3) 流体運動の流動パターン上での集合流動、4) 固体粒子により占有される体積の効果（相排除の効果）。これらの中には、相排除の効果のように2流体モデルなどを用いて容易に導入できそうなものもある。しかしながら、1）や2）の効果のように流動全体規模の乱流特性との相互作用が明らかでなければ、容易にはモデル化できないものもある。

既述のとおり、粒子と乱流の相間相互作用には、平均流動の変化を介した間接的な相互作用と直接的なものとがあると考えられる。例えば、前者は運動量方程式中の相間応力項により平均流速勾配が変化し、それが乱流エネルギー方程式中のせん断生成項を介して乱流構造の変化に貢献するような場合が挙げられる。後者は、乱流エネルギー方程式中に現れる相間応力項から誘導される乱流生成（あるいは散逸）項などである。混相の管路流や噴流のように直接的／間接的相互作用の両者が混在する流動では、相間相互作用を定量的に抽出することは非常に難しいものとなる。つまり、両者の影響を別々に抽出することが重要であると考えられる。

筆者は、従来指摘されてきた乱れの増幅抑制の変調は平均流動の変化を介さない直接的な相互作用により生じると推測している。加えて、その変調メカニズムが粒子と流体の相対運動により生じる流動場と全体の流動システムとの相互作用によるものであると考えている。ここで言う、相対運動による流動場とは既述の Hinze の後流によるものだけなく、粒子が微小であればポテンシャル的な流動場であってもよい。本章では、粒子流体の相対速度差により粒子周辺に形成される流動場の乱流変調効果について明らかにするために、粒子沈降により生じる乱流場と振動格子乱流との相互作用に関する実験を行う。さらに、Parthasarathy et al. の粒子沈降により生じる流動場に関する理論を導入した乱流モデルを用いて相互作用の数値計算を実施する。



図–1 実験装置の概要

5.2 実験の概要

5.2.1 実験方法

図－1に実験装置の概要を示す。実験には高さ $40cm$、幅と奥行き $25cm$ のアクリル製の水槽を用いる。概ね一様な粒径のガラスビーズが定流量で供給され、水槽上方に設置された粒子分散装置を通して、水槽内に平面的に一様に投入される。粒子分散装置は6枚の金網のスクリーンにより構成されている。粒子の分散状況は直径 $4.5cm$ の円筒形の容器により一定時間ガラスビーズを回収し、体積分布により評価した。水平面内 $5cm$ メッシュで合計25点において計測された体積分布の分散は5%以下となっている。

水槽底面上方 $5cm$ の位置に、水槽底面と平行になるようにアクリル製の格子を設置している。これをモーターで垂直に振動させることにより振動格子乱流を形成させる。格子の幾何形状は Thompson et al.[13] や室田ら [14] が用いたものと同様であり、格子要素 $1cm$ 角、要素間隔 $M = 5cm$ のアクリル製である。起振起構造は格子の運動を正弦的且つ鉛直方向に限定されるように工夫されている。格子の振幅は $S = 9.5cm$ で一定として、格子の振動周波数を変化させることにより、乱流特性を制御する。振動格子乱流の特性に関する研究については、Thompson et al. や Hopfinger et al.[15] の研究があり、これらの研究成果と比較検討することにより、装置の特性や問題点についてチェックした。

ガラスビーズの平均粒径 d_p は $1mm$ と $3mm$ であり、その諸元を表－1に示す。U_p :

表–1 ガラスビーズの諸元

$d_p(mm)$	$U_p(cm/s)$	R_{ed}	C_D
1.0	15.4	154	0.9
3.0	31.2	935	0.7

表–2 実験条件

$CASE$	f	u_0	d_p	q	ϵ_p	$\widetilde{\epsilon}$	d_p/L	U_p/u_0
$11H$	1.0	9.5	1.0	0.77	1.8	0.014	0.015	1.6
$11H$	1.0	9.5	1.0	3.0	7.1	0.057	0.015	1.6
$12L$	2.0	19.0	1.0	0.77	1.8	0.0018	0.015	0.8
$12H$	2.0	19.0	1.0	3.0	7.1	0.0071	0.015	0.8
$31L$	1.0	9.5	3.0	0.77	1.8	0.014	0.044	3.3
$31H$	1.0	9.5	3.0	3.0	7.1	0.057	0.044	3.3
$32L$	2.0	19.0	3.0	0.77	1.7	0.0018	0.044	1.6
$32H$	2.0	19.0	3.0	3.0	7.1	0.0071	0.044	1.6
$1N$	1.0	9.5	-	0.0	0.0	0.0	-	-
$2N$	2.0	9.5	-	0.0	0.0	0.0	-	-

自由沈降速度、R_{ed}：粒子レイノルズ数であり次式により計算される。

$$R_{ed} = \frac{U_p d_p}{\nu} \tag{1}$$

$\nu = 0.01cm^2/s$：水の動粘性係数である。C_D：自由沈降速度より計算される粒子抵抗係数である。

Thompson et al. や Hopfinger et al. は振動格子乱流の流速計測にはホットフィルム流速計を用いている。彼らはホットフィルムプローブを水槽中で回転させることにより、プローブからみた平均流動を生成させて計測を可能にしている。前者はプローブの移動により生じる後流の影響を除去するために、プローブを半周程度回転させることを1回の計測として、これを128回繰り返してアンサンブルの平均値を得ている。一方、後者は静水中でプローブを回転させ、その後流により生じる乱れを予め計測して、実験値の修正を行っている。プローブが移動するために、1点計測であるにも拘らず、乱れの長さスケールが計測できることが、この方法の利点となっている。

本研究では、乱流計測は偏光2次元レーザードップラー流速計を用いる。定点での計測であるために、乱れの長さスケールについては計測できない。信号処理方法等については第3章において詳述している。流速信号のサンプリング周波数は$200Hz$であり、測定時間は$100s$である。

座標系については、振動中心における振動格子面の中心を原点として、鉛直方向に x 軸、水平方向に y軸を設定する。

5.2.2 実験条件

実験条件を表－2に示す。ここに、f：周波数(Hz)、$u_0(cm/s)$：振動格子乱流の速度スケール、$L(cm)$：振動格子の長さスケールである。u_0と L は既往の研究成果に倣い、次式により算出される。

$$u_0 = fS \tag{2}$$

$$L = \sqrt{SM} \tag{3}$$

ここに、$S(cm)$：振動格子の振幅、$M(cm)$：振動格子のメッシュ間隔である。q：ガラスビーズの投下量(cm^3/s)、ϵ_p：粒子沈降乱流における乱れの散逸率である。振動格子乱流を発生させないで粒子だけを一様に沈降させた場合、粒子が失うポテンシャルエネルギーは全て流体の乱流エネルギーに変換され、最終的には粘性により散逸されることになる。つまり、流体の散逸する乱流エネルギーと粒子の失うポテンシャルエネルギーが等しいとの考え方から、ϵ_p は次式により算出される。

$$\epsilon_p = \frac{\pi(\rho_p - \rho_f)}{6\rho_f} n g {d_p}^3 \tag{4}$$

ここに、$n(1/(cm^2 s))$：単位体積当たりの粒子個数$(1/cm^3)$ と粒子自由沈降速度の積として算出される、粒子個数フラックスである。また、$\tilde{\epsilon}$：無次元散逸率であるが、これについては5.3.3 基礎方程式の無次元化の中で記述する。なお、$1N$、$2N$のケースは粒子を投下しない振動格子のみのケースである。

5.3 粒子／乱れの相互作用のモデル化と数値解法

5.3.1 基礎方程式

本研究では対象とする流動場について、次のような仮定を設ける。1) 粒子は比較的大きいとして、流体運動には追随しないものとする。流体の乱流速度に関係なく、粒子は自由沈降速度により鉛直方向に落下する。2) 対象とする時間・空間スケールにおいては、粒子濃度は一様であるとする。3) 水平面内では各種乱流特性量は一様であるとする。仮定 1) により粒子濃度は鉛直方向に一様となり、さらに仮定 2) によりその変動量も無視することができる。つまり、粒子に関する平均流動に関する方程式、粒子拡散方程式については省略する。以下では流体の乱流諸量に関する方程式のみで計算を行う。格子から十分離れた領域では、振動格子乱流はある程度等方的な乱流構造を持つことが知られている。しかしながら、粒子沈降により生じる乱流場は異方性が強い。したがって、ここではいわゆるレイノルズ応力モデルをベースとして解析を行う。

各種乱流相関項の完結については Launder et al.[16] 等の従来の方法に倣うと、レイノルズ応力テンソルの輸送方程式は次式のようになる。

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + U_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = -[\overline{u_j u_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k}] - \frac{2}{3}\delta_{ij}\epsilon - C_{\phi_1}\frac{\epsilon}{k}(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3}\delta_{ij}k)$$
$$+(\phi_{ij}+\phi_{ji})_2 + C_s\frac{\partial}{\partial x_k}\{\frac{k}{\epsilon}[\overline{u_i u_l}\frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_j u_l}\frac{\partial \overline{u_k u_i}}{\partial x_l} + \overline{u_k u_l}\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l}]\} + P_{ij} \quad (5)$$

ここに、U_k：k方向平均流速成分、u_k：乱流成分、k：乱れエネルギー、ϵ：乱れエネルギーの散逸率、δ_{ij}：デルタ関数である。P_{ij} は粒子と流体の相対速度による乱れの生成項である。また、右辺第 4 項は次式のように定義される。

$$(\phi_{ij}+\phi_{ji})_2 = -\frac{(c_2+8)}{11}(B_{ij} - \frac{2}{3}B\delta_{ij}) - \frac{(30c_2-2)}{55}k(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i})$$
$$-\frac{(8c_2-2)}{11}(D_{ij} - \frac{2}{3}B\delta_{ij}) \quad (6)$$
$$B_{ij} = -(\overline{u_i u_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k}) \quad : \quad D_{ij} = -(\overline{u_i u_k}\frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \overline{u_j u_k}\frac{\partial U_k}{\partial x_i})$$

ここに、B：乱れエネルギーの生成率、c_2：係数である。

平均流動場が存在しないこと、各種乱流相関項に水平方向の勾配がないことなどから、鉛直方向流速変動 u の乱れ強度$\overline{u^2}$の保存方程式と乱れエネルギー kの保存方程式が次のように誘導される。

$$-\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial t} - \frac{2}{3}\epsilon - C_{\phi_1}\frac{\epsilon}{k}(\overline{u^2} - \frac{2}{3}k) + C_s\frac{\partial}{\partial x}(\frac{k}{\epsilon}3\overline{u^2}\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x}) + P_{11} = 0 \quad (7)$$

$$-\frac{\partial k}{\partial t} - \epsilon + C_s\frac{\partial}{\partial x}\{\frac{k}{\epsilon}(\overline{u^2}\frac{\partial k}{\partial x} + \overline{u^2}\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x})\} + P = 0 \quad (8)$$

ここに、P_{ii} は粒子／流体の相対速度により生じる i 方向流速の乱れ強度の生成項、$P = (P_{11}+P_{22}+P_{33})/2$ である。次式は乱れエネルギーの散逸率に関する保存方程式である。

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -C_{\epsilon 2}\frac{\epsilon^2}{k} + C_\epsilon\frac{\partial}{\partial x_k}(\frac{k}{\epsilon}\overline{u_k u_l}\frac{\partial \epsilon}{\partial x_l}) + P_\epsilon \quad (9)$$

同様に変形すると次式を得る。

$$-\frac{\partial \epsilon}{\partial t} - C_{\epsilon 2}\frac{\epsilon^2}{k} + C_\epsilon\frac{\partial}{\partial x}(\frac{k}{\epsilon}\overline{u^2}\frac{\partial \epsilon}{\partial x}) + P_\epsilon = 0 \quad (10)$$

P_ϵ は相間相対速度により生じる乱れエネルギーの散逸を表している。

各種係数は表－３のような標準値 [16] を用いる。

5.3.2 粒子沈降により生じる流動場のモデル化

流体と粒子群の相間応力 S_iは次式のように定義される。

$$S_i = \beta \mid \vec{U_s} \mid U_{si} \quad (11)$$

ここに、

表-3 乱流モデルの係数値

$C_{\phi 1}$	C_s	C_ϵ	$C_{\epsilon 2}$
2.8	0.08	0.13	1.9

$$\beta = \frac{3\Phi\rho_f C_D}{4d_p}$$

$\vec{U_s}$：相間の相対速度ベクトル、U_{si}：その i 方向成分、C_D：抵抗係数、ρ_f：流体密度、Φ：粒子体積率、d_p：粒子直径である。仮定によりΦの変動を無視する。さらに相対速度ベクトルの変動を無視して、自由沈降速度に等しいすると、レイノルズ応力に関する保存方程式と同様の手順で誘導すれば、形式的に S_iから次式のような乱流生成項が誘導される。

$$\overline{s_i u_j} = \frac{3\rho_f C_D}{4}\frac{U_p}{d_p}\overline{u_{si}u_j} \tag{12}$$

u_j：流体速度 j方向変動成分、その他の小文字の変数は先に定義した諸量の変動成分を示している。この項は乱流エネルギーが$\overline{u_{si}u_j}$に比例して増加し、その時間スケールがd_p/U_pであることを示していると考えられる。しかしながら、この項は相間相対速度の変動成分と流体の速度変動の相関がわからなければ計算できない。

さて、P-F は空間的に一様に沈降する粒子により生じる流動場の乱れ強度について次式のような関係にあることを示している。この関係は粒子周辺の流動について、後流の平均量と変動量を加算することにより算出されている。

$$\frac{U_p}{d_p}\overline{{u_{pi}}^2} = \alpha_i\left(\frac{\theta}{d_p}\right)^{2/3}\epsilon_p \tag{13}$$

ここに、$\theta = \left(\frac{1}{8}C_D {d_p}^2\right)^{1/2}$、$\alpha_i$ ：係数である。

彼らの対象とした流動場を基礎方程式により再現し、相間応力項の誘導を試みる。定常な一様乱流場では (4) 式における時間項、拡散項が省略できる。さらに

$$\epsilon = \epsilon_p \quad : \quad \overline{{u_i}^2} = \overline{{u_{pi}}^2} \quad : \quad k_p = \left(\overline{{u_{p1}}^2} + \overline{{u_{p2}}^2} + \overline{{u_{p3}}^2}\right)/2 \tag{14}$$

のようにおけば、鉛直方向の乱れ強度の保存方程式における相間応力項は次式のようになる。

$$P_{ii} = \frac{2}{3}\epsilon_p + C_{\phi_1}\frac{\epsilon_p}{k_p}\left(\overline{{u_{pi}}^2} - \frac{2}{3}k_p\right) = \epsilon_p\left[\frac{2}{3} + C_{\phi 1}\left(\frac{2\alpha_i}{\alpha_1 + 2\alpha_2} - \frac{2}{3}\right)\right] \tag{15}$$

ϵ_pは単位面積当たりの投下量 q_0と粒子の流体に対する相対密度差$\rho_* = (\rho_p - \rho_f)/\rho_f$を用いると次式のように表示される。

$$\epsilon_p = \rho_* g q \tag{16}$$

つまり、乱れ強度あるいは乱れエネルギー方程式内に含まれる相間応力項は粒子特性には直接関係せず、投下量のみの関数となる。散逸率の保存方程式内の相間応力項にのみ粒子の特性が含まれることになる。

P_ϵ についても P_{ii} と同様にして、粒子が一様に沈降する定常な乱流場を想定すれば、次式のような関係が得られる。

$$P_\epsilon = C_{\epsilon 2}\frac{{\epsilon_p}^2}{k_p} \tag{17}$$

(13) 式の関係を考慮して変形すれば、次式を得る。

$$P_\epsilon = \frac{8C_{\epsilon 2}}{(C_D)^{2/3}\sum \alpha_i}\frac{U_p}{d_p}\epsilon_p \tag{18}$$

上式は相間応力項により生成された乱流エネルギーが時間スケール d_p/U_d で散逸することを示しており、係数は粒子の抵抗係数と α_i により影響されることを示している。α_i の決定方法については後述する。

5.3.3 基礎方程式の無次元化

振動格子乱流に関する速度スケール u_0 と長さスケール L により、各変数を次のように無次元化する。

$$\widetilde{u^2} = \frac{\overline{u^2}}{{u_0}^2} \quad ; \quad \widetilde{k} = \frac{k}{{u_0}^2} \quad ; \quad \widetilde{\epsilon} = \frac{L\epsilon}{{u_0}^3} \quad ; \quad \widetilde{x} = \frac{x}{L} \quad ; \quad \widetilde{t} = \frac{u_0 t}{L} \tag{19}$$

ここに、$\widetilde{u_0^2}$: 無次元鉛直方向流速の乱れ強度、$\widetilde{k}$: 無次元乱れエネルギー、$\widetilde{\epsilon}$: 無次元散逸率、$\widetilde{x}$: 無次元距離、$\widetilde{t}$: 無次元時間である。これらを用いると、(7)(8)(10) 式は次のように規格化される。

$$-\frac{\partial\widetilde{u^2}}{\partial\widetilde{t}} - \frac{2}{3}\widetilde{\epsilon} - C_{\phi_1}\frac{\widetilde{\epsilon}}{\widetilde{k}}(\widetilde{u^2} - \frac{2}{3}\widetilde{k}) + C_s\frac{\partial}{\partial\widetilde{x}}(\frac{\widetilde{k}}{\widetilde{\epsilon}}3\widetilde{u^2}\frac{\partial\widetilde{u^2}}{\partial\widetilde{x}}) + \frac{L}{{u_0}^3}P_{11} = 0 \tag{20}$$

$$-\frac{\partial\widetilde{k}}{\partial\widetilde{t}} - \widetilde{\epsilon} + C_s\frac{\partial}{\partial\widetilde{x}}\{\frac{\widetilde{k}}{\widetilde{\epsilon}}(\widetilde{u^2}\frac{\partial\widetilde{k}}{\partial\widetilde{x}} + \widetilde{u^2}\frac{\partial\widetilde{u^2}}{\partial\widetilde{x}})\} + \frac{L}{{u_0}^3}P = 0 \tag{21}$$

$$-\frac{\partial\widetilde{\epsilon}}{\partial\widetilde{t}} - C_{\epsilon 2}\frac{\widetilde{\epsilon}^2}{\widetilde{k}} + C_\epsilon\frac{\partial}{\partial\widetilde{x}}(\frac{\widetilde{k}}{\widetilde{\epsilon}}\widetilde{u^2}\frac{\partial\widetilde{\epsilon}}{\partial\widetilde{x}}) + \frac{L^2}{{u_0}^3}P_\epsilon = 0 \tag{22}$$

上式に含まれる粒子流体の相対速度により生じる生成項は次式のようになる。

$$\widetilde{P_{ii}} = \frac{L}{{u_0}^3}P_{ii} = \frac{\epsilon_p L}{{u_0}^3}[\frac{2}{3} + C_{\phi 1}(\frac{2\alpha_i}{\alpha_1 + 2\alpha_2} - \frac{2}{3})] \tag{23}$$

$$\widetilde{P_\epsilon} = \frac{L^2}{{u_0}^4}P_\epsilon = C_{\epsilon 2}\frac{L}{d_p}\frac{U_p}{u_0}\widetilde{P} \tag{24}$$

但し、$\widetilde{P} = (\sum_i P_{ii})/3$ である。上式から 3 種類の無次元パラメーターがあることがわかる。$\epsilon_p L/{u_0}^3$ は粒子により付加される乱流エネルギーの生成率と振動格子乱流のエネルギー散逸率の比率を示している。L/d_p は振動格子の代表長さスケールと粒子径の比率、U_p/u_0 は粒子の自由沈降速度と振動格子の代表速度スケールの比率である。

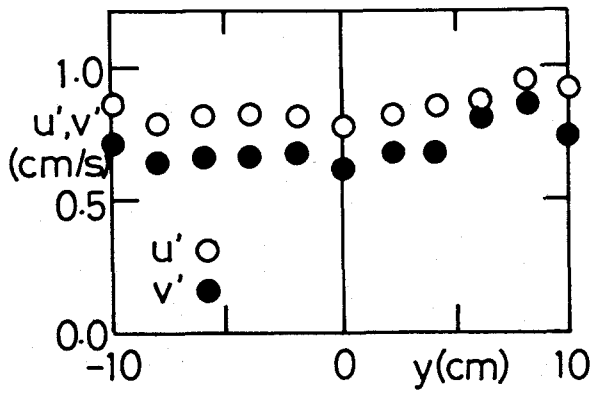


図-2 流速変動の乱れ強度分布 $d_p = 1mm, \epsilon_p = 1.7cm^2/s^3$

5.3.4 数値解法

ここで用いた数値解法は道奥ら [17] と概ね同様の方法を用いた。本研究では定常な乱流場を対象としているが、各種乱流統計諸量の時間項を無視すると数値的に不安定になったことから、ここでは時間項を考慮し、定常状態に達するまで計算を行った。時間項については完全陰解法を用いた。

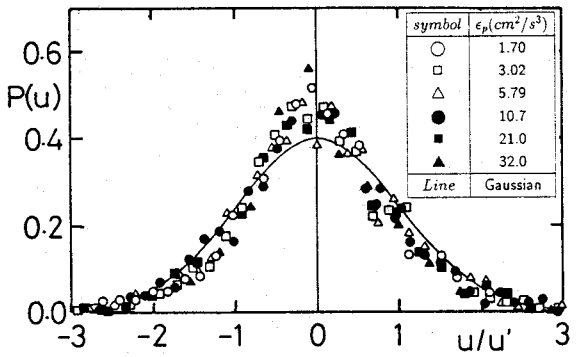
5.4 結果と考察

5.4.1 粒子沈降により生じる乱流場の特性

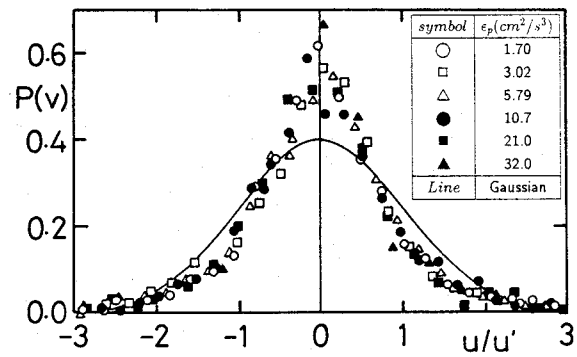
P-F に倣い、静水中に単一粒径の固体粒子を一様に沈降させることにより生じる乱流場の特性について検討した。但し、乱れの散逸率の範囲は $1.7 < \epsilon_p < 46(cm^2/s^3)$ として、P-F より高濃度の領域と対象としている。図－2は鉛直方向と水平方向流速変動の乱れ強度の断面内分布の一例である。縦軸は鉛直・水平2方向の乱流強度 $u'(=\sqrt{\overline{u^2}}), v'(=\sqrt{\overline{v^2}})(cm/s)$、横軸は水槽中央からの水平方向距離 $y(cm)$ である。水平方向断面内では概ね一様になっていることがわかる。ここでは示さないが水槽水深方向についても概ね一様な乱流強度となっており、水槽内で一様な乱流場が形成されているのが確認された。鉛直方向乱れ強度は水平方向より大きくなっており異方的な乱流場であることがわかる。

図－3 (a)(b) はそれぞれ鉛直方向と水平方向の流速変動の確率密度分布である。$d_p = 1mm$ の全ての実験条件について重ねて示している。実線はガウス分布である。鉛直方向流速変動については概ねガウス分布に一致している。これに対して、水平方向流速はガウス分布に比べて先鋭な分布となっている。

図－4はエネルギー散逸率と乱れ強度との関係を示している。各実験について直線で回帰すれば、今回の実験値はP-F より2倍程度大きめの値となっている。粒子のポテンシャルエネルギーは相間相対速度により生じる乱流により散逸されるだけでなく、水槽内に生じる平均的な流動の形成とも強く関係している。P-F の実験では $0.7 \sim 6.0mm/s$

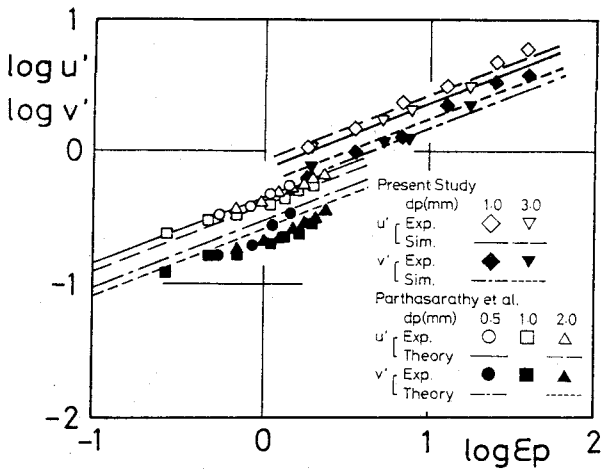


(a) 鉛直方向流速



(b) 水平方向流速

図–3 流速変動の確率密度分布



図–4 エネルギー散逸率と乱れ強度の関係

の平均流速が形成されたのに対して、今回の実験では平均流速は $1mm/s$ 以下であった。従って、粒子の位置エネルギーから乱流への変換が効率的であったことがまず予想される。乱流特性は平均粒径のみならず粒子の形状特性や粒径のバラツキにも強く影響されると考えられる。また、高濃度であるために粒子間の干渉沈降が顕著になり、それにより乱流特性が変化したとも考えられ、これらの点については明確ではない。鉛直方向乱れ強度は粒子濃度に関わり無く水平方向の 2.0 倍程度の規模となっており、P-F、今回の実験値ともに同様の傾向を示している。

P-F は乱れ強度と散逸率の関係について詳細に検討している。彼らは粒子後流の平均流動成分と乱流成分とを線形に重ね合わせることにより、(13) 式の関係を導いている。それぞれの要因による乱れ強度は次式のようになる。

$$\overline{u^2}_{wm} = 3.34\epsilon_p(\frac{\theta T_\infty}{{U_p}^2})^{1/3} \quad ; \quad \overline{v^2}_{wm} = 0.014\epsilon_p\theta^2\frac{T_\infty - T_0}{T_0 T_\infty {U_p}^2} \tag{25}$$

$$\frac{\overline{u^2}_{wt}}{\overline{u^2}_{wm}} = 1.5 \quad ; \quad \frac{\overline{v^2}_{wt}}{\overline{u^2}_{wm}} = 1.15 \tag{26}$$

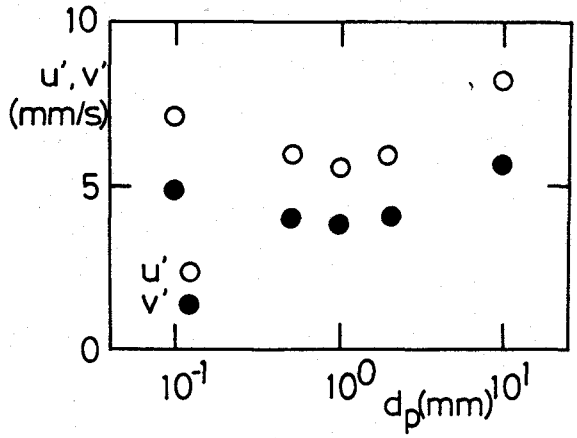
$\overline{u^2}$: 鉛直方向流速の乱れ強度、$\overline{v^2}$: 水平方向流速の乱れ強度、添字 wm : 後流の平均流動成分によるもの、添字 wt : 後流の乱流成分によるものであることを表している。また、T_∞ : 実験結果に基づいて決定される積分時間である。いずれの要因による乱れについても、線形重ね合わせを前提とすれば ϵ_p に比例することが特徴となっている。Hetsroni[18] によれば、$R_{ed} \leq 110$ の領域では渦の剥離は生じないとしている。従って、P-F の実験結果で $d_p = 0.05cm,\ R_{ed} = 38$ の粒子についても、(13) 式に良好に一致しているのは若干疑問が残る。P-F は粒子が小さく後流の生じないポテンシャル的な領域の乱流強度については次式のような関係を導いている。

$$\overline{u^2}_{pf} = 0.019\frac{\epsilon_p {d_p}^3}{U_p\theta} \quad ; \quad \overline{v^2}_{pf} = 0.003\frac{\epsilon_p {d_p}^3}{U_p\theta} \tag{27}$$

添字 pt : 粒子近傍のポテンシャル流動成分であることを示している。従って、ストークス抵抗に従うような微小な粒子については乱流強度は極めて小さくなる。しかしながら、本研究ではこうした粒子については対象としない。

図－4 中の直線は P-F の理論と数値計算結果を示している。P-F は係数 α_i について、(25)(26) 式を合計することにより、つまり理論的に $\alpha_1 = 46.72, \alpha_2 = \alpha_3 = 21.49$ なる値を導出している。但し、添字 1 は粒子沈降方向であることを、また添字 2, 3 はそれと直行する面内の直交 2 方向であることを示している。これらの値をそのまま用いると、P-F の理論直線と今回の計算結果とは一致する。今回の実験結果との一致のために、ここでは P-F の 4 倍の値 $\alpha_1 = 190, \alpha_2 = \alpha_3 = 86$ を採用した。以後の計算ではこの係数が採用されている。

次に、**図－5** に乱れ強度 u'、v' の計算値と粒径 d_p の関係を示す。$\epsilon_p = 1.0cm^2/s^3$ に設定している。粒子の抵抗則が 1 次から 2 次に変化するような $d_p = 1mm$ 付近において極小値を示すような分布となっている。$d_p > 1mm$ の領域では、粒径の増大により乱流強度は増大する方向に作用する。つまり、ポテンシャルエネルギーの開放率 ϵ_p が同一であっ



図–5 乱流強度と粒径の関係

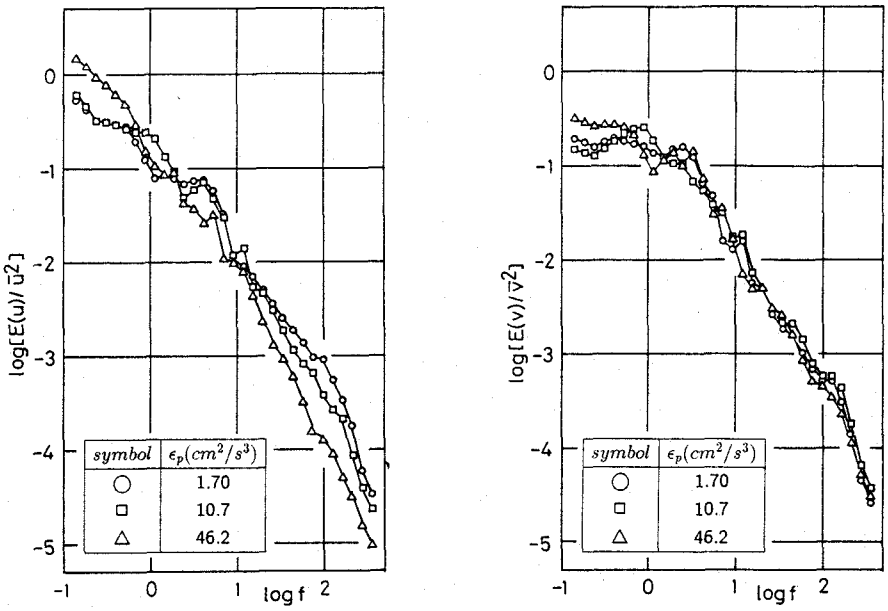
ても、粒径が大きくなると付加される乱流強度は大きくなる。また、$d_p < 1mm$ の領域についても、粒径が小さくなるほど乱れ強度は大きくなっている。しかしながら、既述のとおり $R_{ed} < 110$ が後流発生条件であることを勘案すると、こうした領域に対しては (27) 式など別の評価方法が要求される。

図－6 (a)(b) は $d_p = 1mm$ における、それぞれ水平方向と鉛直方向の流速変動のスペクトルである。$f = 100Hz$ で $fd_p/U_p \simeq 1$ となることから、これが個々の粒子の通過に相当する周波数である。水平方向については粒子通過の周波数において僅かにピークが観察される。しかしながら、周波数の領域は非常に広範囲に及んでいることは興味深い。これは、後流の平均流成分や粒子間距離に相当する周波数成分が影響しているものと考えられる。また、水平方向の流速変動スペクトルについては概ね同一の遮減特性を示していることがわかる。$1 < f < 100(Hz)$ の領域においては、概ね−5/3 乗程度の勾配となっている。鉛直方向スペクトルにおいては粒子濃度が大きくなるほど、低周波成分が大きくなり、高周波数成分が小さくなる傾向がある。特に、高周波数成分は $f = 100Hz$ 付近でスペクトルの差異は最も顕著に現れている。これは粒子濃度が小さいほど、個々の粒子の通過による乱れが卓越するのに対して、粒子濃度が大きいケースでは粒子の相互作用が顕著になり、より低周波のスペクトル成分が顕著に現れてくることを示している。

5.4.2 粒子沈降乱流と振動格子乱流場の相互作用

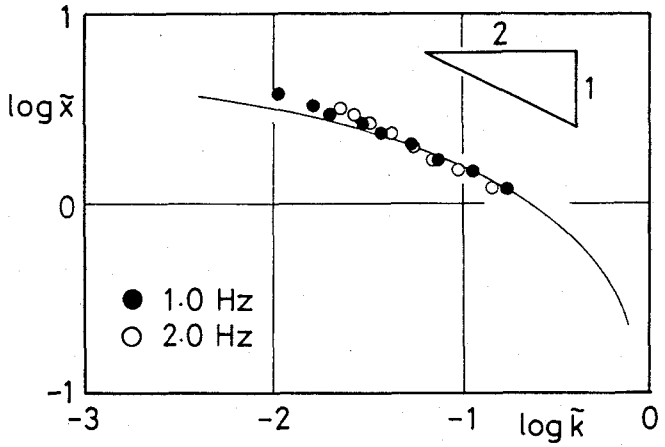
図－7 に振動格子乱流場における無次元乱れエネルギー$\tilde{k}$と無次元距離$\tilde{x}$の関係を示す。既往の実験結果と同様に、今回の実験値も概ね−1/2 乗の勾配を有していることが確認される。粒子を含まない振動格子乱流における実験データと数値解析結果を比較するために、数値計算における振動格子側の境界条件について検討する。松永ら [19] は振動中心の境界条件として、次式のような関係を与えることにより、実験値と計算値との一致を得ている。

$$\frac{k_0}{{u_0}^2} = 0.6(\frac{S}{M})^{1/4} \tag{28}$$



(a) 鉛直方向流速　　(b) 水平方向流速

図–6 流速変動のスペクトル分布



図–7 振動格子乱流の乱れエネルギーの変化

$$\frac{\epsilon_0}{f{u_0}^2} = 0.45\frac{S}{M} \tag{29}$$

但し、上式は $R_{eo} \geq 6000$ の条件に限定される。ここに、$R_{eo}(= fS^2/\nu)$：振動格子乱流のレイノルズ数である。$\nu \simeq 0.01cm^2/s$ であることから、本研究での実験条件は全てこの条件に含まれる。相対速度による生成項 P_{ii}, P_ϵを無視して (28)(29) 式の境界条件を用いると松永らの実験値と良好に一致することがわかった。[20] ここでは本実験値との一致のために、k_0については (28) 式をそのまま採用し、ϵ_0について種々変化させて、実験値との対応を検討した。その結果、次式のような境界条件を用いることにした。

$$\frac{\epsilon_0}{f{u_0}^2} = 0.27\frac{S}{M} \tag{30}$$

以下の計算においては、断りのない限り振動格子の振幅中心$\widetilde{x} = 0$ における境界条件として (28) と (30)、また境界では乱れが等方的であると仮定して$\widetilde{u^2} = 0.67\widetilde{k}$ が設定されている。一方、$\widetilde{x} \to \infty$ の境界条件としては、次式が用いられている。

$$\widetilde{u^2} = 0.67 \times 10^{-5} \ ; \ \widetilde{k} = 10^{-5} \ ; \ \widetilde{\epsilon} = 10^{-5} \quad (\widetilde{x} = 5.0) \tag{31}$$

図－7 中の実線はこれらの境界条件を用いた計算値である。

図－8～図－11 は振動格子乱流場に粒子を一様沈降させた場合の乱れエネルギーの変化を示している。実験値と計算値はそれぞれシンボルと曲線により示している。振動格子乱流の周波数が $2Hz$の実験結果については、いずれの粒径においても、粒子混入により振動格子の乱れは$\widetilde{x} < 1.4 \sim 2.0$ の格子近傍領域においては乱れが増幅し、$\widetilde{x} > 1.4 \sim 2.0$ の遠方領域においては乱れは抑制される傾向にあることがわかる。振動格子乱流に関する既往の研究成果 [15] によれば、乱れの積分スケール L_eは次式から求められる。

$$L_e = \gamma x \tag{32}$$

ここに、γは 0.1 程度の定数である。$\widetilde{x} = x/L$ を勘案すれば、$\widetilde{x} = 1.4$ においては $L_e \simeq 1.0cm$ が算出される。$d_p = 1mm$ ではこの位置において $d_p/L_e = 0.1$ が成り立つ。従って、この位置より遠方の $d_p/L_e < 0.1$ の領域においては乱れが抑制され、$d_p/L_e > 0.1$ の振動格子に近い領域では乱れが増幅していることになる。この傾向は Gore et al.[5] の整理の傾向と一致する。乱れの増減がせん断乱流場でなくても、また平均流場の変化を介さなくても生じることは極めて興味深い結果である。また、粒子の混入濃度が増大すると乱れの増加抑制の定性的な傾向は変化せず、絶対値が増大するようだ。

一方、振動格子周波数が $f = 1Hz$のケースにおいては乱れは増幅されず、振動格子近傍から抑制領域が出現した。これについての理由は現状では明らかではない。また、遠方領域において乱れエネルギーが一定になる傾向が現れているが、これは振動格子乱流が十分逓減して、粒子沈降による一様乱流が支配的になっていることに対応する。

いずれのケースについても計算結果は実験結果の傾向を定性的には概ね再現できているものと判断できる。実験結果における $1Hz$と $2Hz$の差異についても良好に再現していると判断できる。$\widetilde{x} < 1.4$ の格子近傍領域における乱れの増幅についてはあまり顕著に現れていない。この理由は格子中心の境界条件に粒子の影響が加味されていないからで

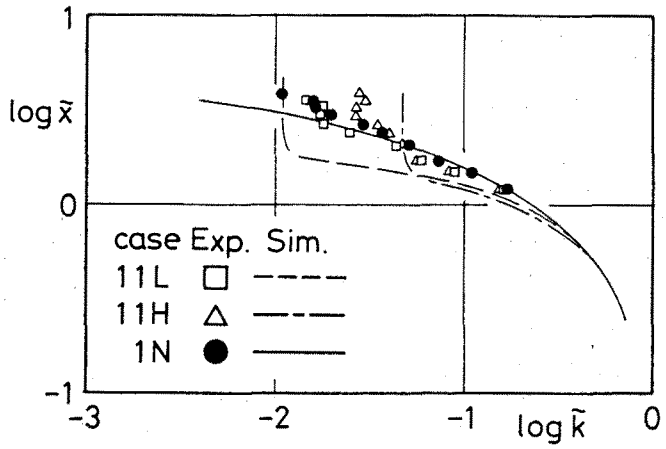


図-8 乱れエネルギーの変化 ($CASE11$)

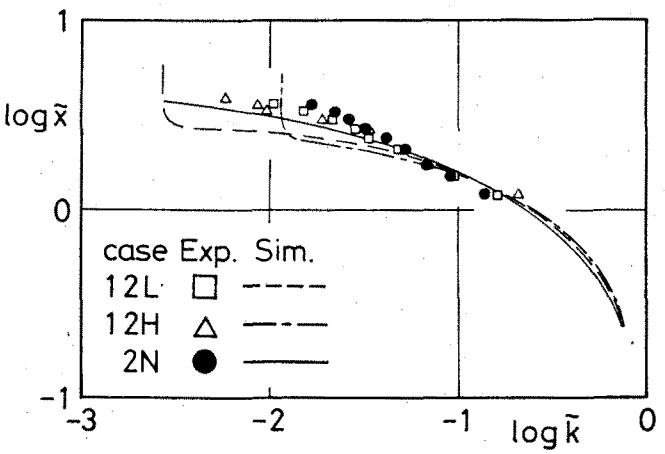
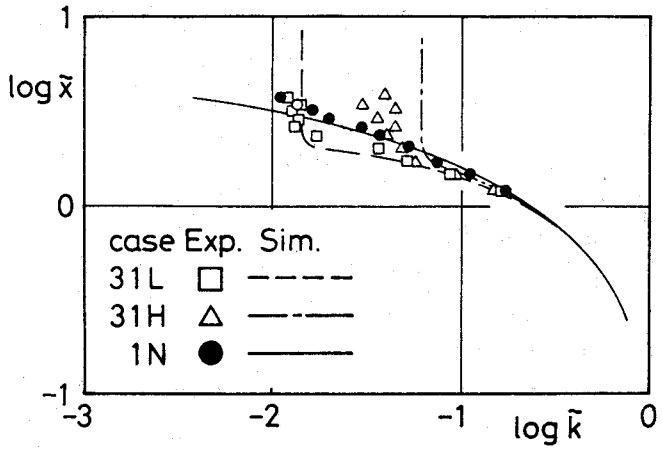


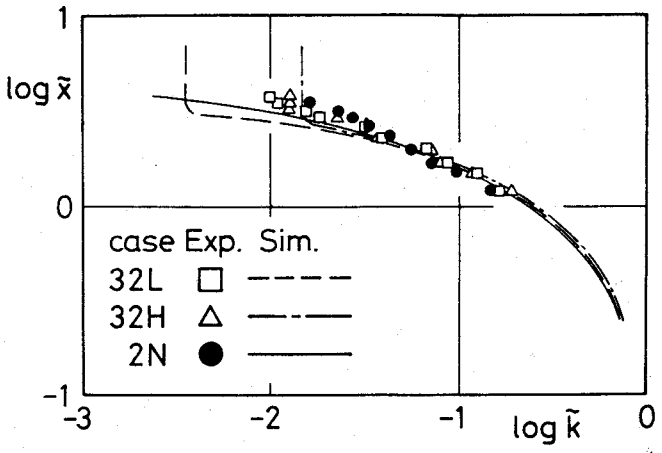
図-9 乱れエネルギーの変化 ($CASE12$)

あると考えられる。一方、乱れの抑制領域に注目すると、計算結果においては粒径が小さい $d_p = 1mm$ のケースのほうが乱れが強く抑制される傾向にある。しかしながら、実験結果は反対の傾向を示している。この理由は粒径が小さくなるほど粒子が乱流運動に追随するようになり、粒子沈降速度の減少などの影響が現れていることによると推察される。

図-12 は無次元パラメーター$\epsilon_p L/{u_0}^3$と L/d_pを変化させた場合の乱れエネルギーの低減曲線の変化を示している。計算条件については図中に示すとおりである。ここでは $\tilde{x} = 0$ での境界条件は$\tilde{u} = 0.67$、$\tilde{k} = 1.0$、$\tilde{\epsilon} = 1.0$ としている。$CASE2 \sim 4$ を比較すると、$\epsilon_p L/{u_0}^3$が増加することにより、乱れが抑制される領域では、その減少幅は大きくなることがわかる。また、$CASE3,4$ から、粒子混入により生じる乱れのレベルが大きくなると、乱流強度の抑制される領域がなくなり、全体的に乱流拡散が増加するようになるようだ。(22)(24) 式から明らかなように、L/d_pの減少により、乱流エネルギーの散



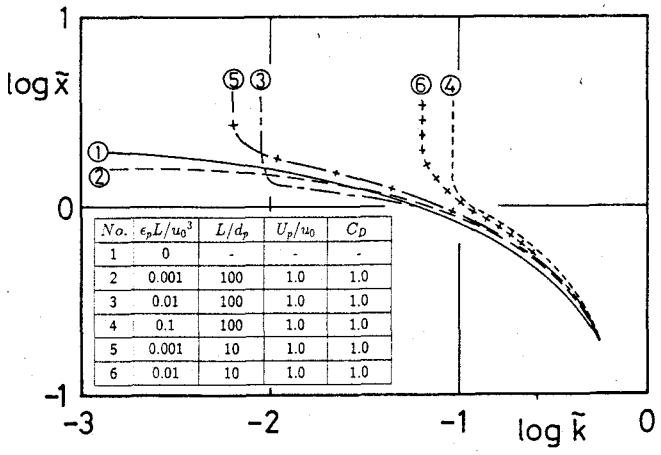
図–10 乱れエネルギーの変化 ($CASE31$)



図–11 乱れエネルギーの変化 ($CASE32$)

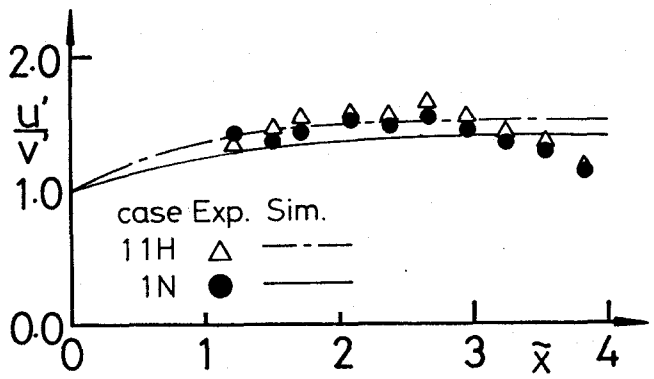
逸の保存方程式に関する付加生成項が減少することから、乱流強度が高く保たれることになる。$\tilde{\epsilon_p}$が一定のとき、乱流エネルギーに対する粒子混入による生成項が一定であることを勘案すれば、乱れの増幅あるいは抑制は付加生成項 P_ϵに含まれる L/d_pもしくは U_p/u_0の規模により決定されるものであると予想される。しかしながら、$C_D = const.$ という条件が含まれていることから、L/d_pの変化は粒径の変化を直接表示しているものではないことに注意しなければならない。

図– 13、14 に乱れの異方性 u'/v'の鉛直方向変化を示す。振動格子のみ、粒子を沈降させたケースともに、振動格子付近から$\tilde{x}$の増大にともない、u'/v'は緩やかに増大し、その後概ね一定値となっている。そのレベルは振動格子のみのケースでは $u'/v' = 1.4$ 程度、粒子の沈降しているケースでは $u'/v' = 1.5$ 程度である。つまり、粒子混入により、粒子沈降方向の乱れ強度が、それと直交する方向の乱れ強度より大きくなるような、異方的な乱流変調が生じる。また、$\tilde{z} > 3.0$ の領域における u'/v'の減少は、水表面の影響

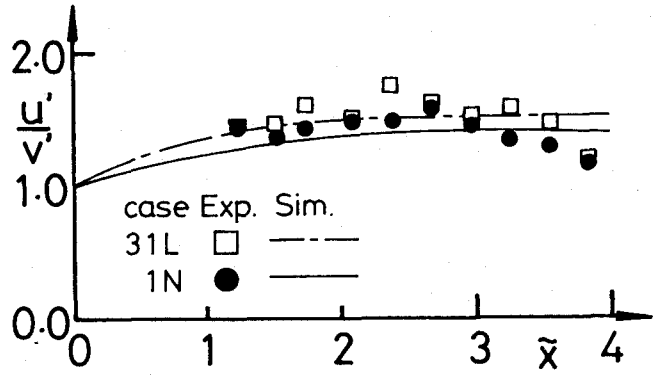


No.	$\epsilon_p L/u_0^3$	L/d_p	U_p/u_0	C_D
1	0	-	-	-
2	0.001	100	1.0	1.0
3	0.01	100	1.0	1.0
4	0.1	100	1.0	1.0
5	0.001	10	1.0	1.0
6	0.01	10	1.0	1.0

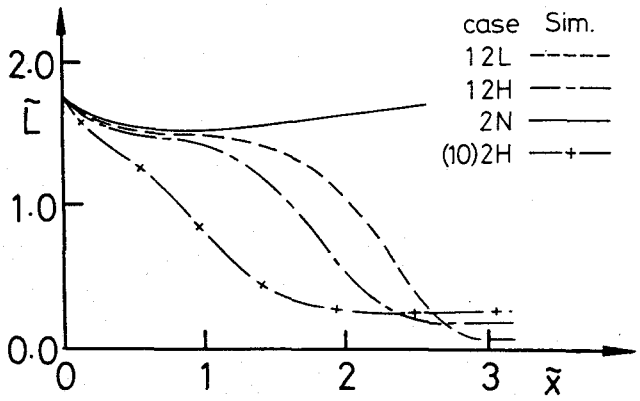
図–12 乱れエネルギーの逓減曲線の変化



図–13 乱れの等方性の変化 ($CASE11$)



図–14 乱れの等方性の変化 ($CASE31$)



図−15 乱れの積分長さスケールの変化

により鉛直方向流速変動が抑制されたものと推察される。

Schreck et al.[7] は、格子乱流に粒子を付加することにより乱れの異方性が減少することを報告している。彼らの対象としている格子乱流場では、粒子を含まない状態の主流（平均流）と直行する方向のエネルギー E_{22}は主流方向のエネルギー E_{11}に比べて大きくなっている。$u' = \sqrt{\int_f E_{11}}$、$v' = \sqrt{\int_f E_{22}}$であり、つまり u'/v'が 1 より小さい状態を基準として議論している。但し、$\int_f$は周波数について積分することを意味している。さらに、粒子混入によるエネルギーの減少が、E_{11}に比べて E_{22}の方が大きくなり、結果として両方向のスペクトルの相対的な差異が小さくなっている。彼らはこのことを乱れの等方性の増加として捉えている。しかしながら、Schreck et al. の実験において主流方向と重力加速度の方向が同じであったことを勘案すれば、粒子混入により粒子沈降方向の乱流強度とそれと直交する方向の乱流強度の比率、u'/v'は大きくなったと考えられる。乱流そのものの等方性ではなく、乱流変調の等方性という見方をすれば、彼らの結果と今回の実験結果は同様の傾向にあると判断される。つまり、粒子混入の乱れの等方性に対する影響について検討する場合には、粒子を含まない状態の乱流場がいかなる方向性を有するかが基準となり、その基準に対する乱流変調が等方的あるいは非等方的であるかを議論すべきであると考えられる。

図− 15 に計算された乱れの代表長さスケール$\tilde{L}_i$の変化を示す。$\tilde{L}_i$は次式により算出される。

$$\tilde{L}_i = \frac{\tilde{k}^{3/2}}{\tilde{\epsilon}} \tag{33}$$

振動格子のみの場合については、$\tilde{x} < 0.75$ では$\tilde{x}$の増加にともない、$\tilde{L}_i$は減少する。振動格子の振幅が$\tilde{x} = 0.7$ まで達していることから、この領域は議論の対象外となる。この領域を除けば、乱れの長さスケールは線形に増大しており、その増加率は $d\tilde{L}_i/d\tilde{x} = 0.12$ 程度である。粒子の混入により乱れの代表長さスケールが急速に減少することがわかる。また、粒子投下量の増大は代表長さスケールの減少を助長する方向に作用するようだ。図中 $(10)2H$のケースは $d_p = 1.0cm$、$f = 2Hz$、$q = 3.0cm^3/s$ の計算結果であるが、粒

径の増大が$\tilde{L}_i$の減少に貢献することがわかる。但し、図－8～図－11において示したように、振動格子から十分離れた領域においては、振動格子起源の乱れに比較して粒子起源の乱れが支配的になる。従って、この領域に対してまで慣性領域を基本とする(33)式を適用することには問題があろう。また、粒子混入により乱れのパワースペクトルの低減特性に変化が生じることも予想される。従って、(33)式の評価はいわゆる−5/3乗則の存在を仮定した、あくまでも定性的な目安であることは言うまでもない。

5.5 種々の流動システムへの応用について

5.1において示したように、本研究における振動格子乱流場は実流動場をモデル化したものではなく、平均せん断の作用しない単純な乱流場と言うほどの意味しかない。従って、本研究で提案した相対速度に基づく相間応力項の適用性や正当性については、種々のタイプの流動場において今後検討したいと考えている。ここでは、相間応力項P_{ii}とP_ϵの一般の流動に対する適用方法について簡単に述べる。

粒子ポテンシャルの散逸量ϵ_pは、相対速度により流体が受けるエネルギーに等しいので、この項は次式より算定される。

$$\epsilon_p = \beta \mid \vec{U_{si}} \mid^3 \tag{34}$$

βは(11)式のそれと同一である。相間相対速度を計算できるフレームであれば、上式を(15)(18)に代入することにより相間応力項が計算できる。

(15)(18)式の係数について、C_ϕ、$C_{\epsilon 2}$は既往のレイノルズ応力モデルの係数をそのまま用いることになる。問題となるのは係数α_iの決定方法である。P-Fの理論値は、渦の剥離するある程度大きな完全球と同一粒径を前提として誘導されたものであり、それらの値を実現象にそのまま用いることは難しい。今回の実験もガラスビーズの実験結果であり、自然土砂に一般的に用いることはできないだろう。従って、α_iの決定には、それぞれの構成材料に応じて図－4の関係を実験的に明らかにすることが要求される。

5.6 結論

本章では、粒子混入による直接的な乱流変調機構を明かにするために、粒子の一様沈降により生じる乱流場と振動格子乱流の相互作用について、水理実験ならびに数値計算により検討した。得られた主要な結論を以下で要約する。

1) 粒子沈降により生じる流動場は、粒子沈降方向の乱流強度がそれと直交する方向の乱流強度に比べて約2倍大きいという、異方性の強い乱流場であることがわかった。また、乱れのエネルギースペクトルは非常に広範囲の周波数領域を有しており、粒子背後に形成される後流の乱流成分だけでなく、その平均流成分や粒子間距離に相当する乱流成分の影響についても顕著であることがわかった。

2) 振動格子乱流場に固体粒子を一様に沈降させることにより乱流強度が増幅あるいは抑制されることが確認された。特に、$d_p = 1mm, f = 2Hz$の結果においては、振動格子乱流の乱れの積分長さスケールを$L_e = 0.1z$により計算すれば、乱流強度の増幅と抑制と境界は$d/L_e = 0.1$付近であり、既往の実験結果の傾向を支持した。また、振動格子乱流

は乱流拡散と散逸が釣合う流動場であることから、乱流強度の増幅と抑制の変調は、平均流動場の変化に関わる間接的な相互作用を介さなくとも、つまりせん断乱流場でなくても生じることが明かとなった。

3)1) で示したように相間相対速度により生じる乱流場は異方的であることから、粒子混入は振動格子乱流場を異方的に変調させることがわかった。

4) レイノルズ応力テンソル、乱流エネルギーとその散逸率に関する保存方程式における粒子混入により生じる相間応力項を Parthasarathy et al. の理論を基礎として誘導した。

5)4) の乱流モデルを用いて振動格子乱流と粒子沈降乱流との相互作用に関する数値計算を行い、実験結果との対応について検討した。同モデルは粒子付加による乱流強度の増加減少の変調とその敷居値について、実験結果の傾向を良好に再現した。

6) 数値計算から、粒子混入により乱れの積分長さスケールが減少することがわかった。また、粒径が大きくなるほど乱れの代表長さスケールは減少することが明かとなった。

参考文献

[1] 日野幹雄 (1963) : 固体粒子群を浮遊した流れの乱流構造の変化, 土木学会論文集第92号, pp.11-21.

[2] T.Itakura and T.Kishi(1980) : Open channel flow and suspended sediment, J.of Hydraulic Div., Proc.ASCE, Vol.106, HY8, pp.1325-1343.

[3] 例えば、Y.Tsuji and Y.Morikawa(1982) : LDV-measurements of an air-solid two-phase flow in a horizontal pipe, J.Fluid Mech., Vol.120, pp.385-409.

[4] 例えば、菱田公一・竹本潔・前田昌信 (1987) : 管内軸対称固気2相噴流の乱流特性(粒子密度の影響), 混相流, 1巻1号, pp.56-69.

[5] R.A.Gore and C.T.Crowe(1991) : Modulation of turbulence by a dispersed phase, J. Fluid Engineering, Vol.113, pp.304-307.

[6] M.Lance, J.L.Marie and J.Bataille(1991) : Homogeneous turbulence in bubbly flows, J. Fluid Engineering, Vol.113, pp.295-300.

[7] S.Schreck and A.J.Kleis(1993) : Modification of grid-generated turbulence by solid particles, J. Fluid Mech, Vol.249, pp.665-688.

[8] R.N.Parsatharathy and G.M.Faeth(1990) : Turbulence modulation in homogeneous dilute particle-laden flows, J.Fluid Mech., Vol.220, pp.485-514.

[9] 例えば、H.Danon, M.Wolfshtein and G.Hetsroni(1977) : Numerical calculations of two-phase turbulent round jet, Int.J.Multiphase Flow, Vol.3, pp.223-234.

[10] S.Elghobashi, T.Abou-Arab, M.Rizk and A.Mostafa (1984) : Prediction of particle-laden jet with two-equation turbulence model, Int.J.Multiphase Flow, Vol.10, No.6, pp.697-710.

[11] 日本流体力学会編 (1991) : 混相流体の力学.

[12] Hinze(1972) : Turbulet fluid and particles interaction, Prog. Heat and Mass Transfer, Vol.6, pp.433-453.

[13] S.M.Thompson and J.S.Turner(1975) : Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid, J. Fluid Mech., Vol.67, pp.349-368.

[14] 室田明・道奥康治 (1986) : 機械的擾乱と熱的擾乱が複合的に作用する水温成層場での鉛直混合現象に関する研究, 土木学会論文集, 第 369 号, II-10, pp.61-70.

[15] E.J.Hopfinger and J.A.Toly(1976) : Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces, J. Fluid Mech., Vol.78, pp.155-175.

[16] B.E.Launder, G.J.Reece and W.Rodi(1975) : Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, J. Fluid Mech, Vol.68, pp.537-566.

[17] 道奥康治 and E. Plate(1991) : 「過剰安定型」2 重拡散現象の乱流モデル定式化と陰的差分法による数値解析法, 建設工学研究所報告, 第 33 号, pp.95-114.

[18] G.Hetsroni(1989) : Particles-turbulence interaction, Int.J.Multiphase Flow, Vol.15, No.5, pp.735-746.

[19] 松永信博・杉原裕司・小松利光 (1992) : 振動格子により発生する乱れの特性, ながれ, Vol.11, pp.254-265.

[20] 玉井昌宏・村岡浩爾・清水一博 (1994) : 粒子沈降により生じる乱流場と振動格子乱流の相互作用に関する解析, 水工学論文集, 第 38 巻, pp.571-576.

第6章　土砂直投工における濁りの初期拡散過程に関する研究

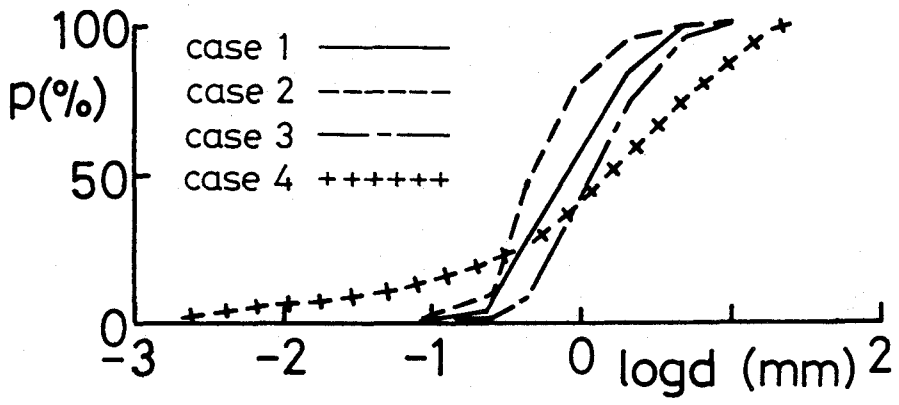
6.1　概説

商工業、港湾、住宅、レクリエーションなど多目的の空間を創出するための大規模な人工島建設工事が各地で行われている。用途の増大にともない定められた領域に詰め込むのではなく、ゆとりであるとか質を求める時代であるから、埋立地の規模増大もその趨勢である。敷砂や埋立土の投入工事に際しては、経済性を重視して底開バージによる土砂直投工が採用されるのが一般的である。何千 m^3 にもおよぶ土砂を水面付近から瞬時に投入することから、急速施工の要求は満足される。しかし、土砂の拡散が予想以上に広範囲に及んで計画した堆積断面形状が得られなかったり、大規模な濁りが発生するなどの施工上の問題が生じる。ことに、濁りの拡散問題は、数年にも及ぶ工事期間中定常的に発生すること、埋立土砂量を考慮すればその総量も膨大になることから、周囲環境に及ぼす影響は甚大であると推察される。濁りの海中生物群に与える影響の可能性は様々であり、例えば、濁質がプランクトンや魚介類のえらに付着して、呼吸あるいは摂餌に影響したり、海藻類の光合成を低下させたり、海底に堆積して底生生物の生存を脅かしたりすることなども考えられる [1]。

濁りの発生が避け難い現状にあることから、工事にともなう水質の変化を事前に予測し、有効な軽減対策を講じておくことが重要な課題となっている。濁りの拡散機構は対象とする時間スケールや空間スケールによって異なる。数秒から数分の時間スケールあるいは数百メートル程度の空間スケール内では、投下土砂の落下運動により誘起される流動が支配的となり、それ以上の時間・空間スケールでは潮流などの周囲環境中の流動が支配的になると考えられる。周囲環境中の流動による濁りの拡散予測手法はいくつか提案されているものの [2, 3]、それらはあくまで全体現象の一端を予測できるに過ぎない。また、拡散防止幕周辺での濁りの挙動に関する数値計算 [4] も実施されているが、対象とするスケールの流動場の特性によりその効果も大きく変化することが予想される。誘起流動場による濁りの拡散に関する知見は、試験工事の実測 [5] のレベルに留まっており、それらの調査結果を一般的に利用することは難しい。

誘起流動が濁りの挙動を支配する小スケールでの拡散機構を明確にすることは、大スケールの拡散予測の初期条件を用意するだけでなく、土砂の投下方法の改善なども含めて積極的な濁りの軽減対策の基礎資料を提供するものであると考えられる。

そこで、本章では土砂落下現象により誘起される流れ場による濁りの拡散過程に言及する。底開バージによる土砂直投工をモデル化した二次元水理実験を行い、水平固定床上での濁りの挙動について検討する。誘起流動により形成される濁水塊の挙動の概要を示すとともに、濁質の混入が密度差として貢献することを勘案して、密度流に関する知見に基づいて濁水塊拡散モデルの開発を試みる。



図−1 投下土砂の粒度分布[5)]

6.2 実験の概要

6.2.1 現象のモデル化

古土井 [5] は関西国際空港建設に関する調査段階において $3000m^3$積みの底開バージによる土砂投下試験を行い、濁りの拡散機構や拡散防止幕の有効性について貴重な実測データを提供している。その結果によれば、土砂投下直後に底面を這う強い流動が形成され、この流動により濁りが数分間に数百mの範囲にまで輸送されることが確認されている。この強大な誘起流動の成因は土砂粒子群の落下挙動にある。投下土砂の大半は底面衝突直後に投下点近傍に沈降、堆積することから、比較的沈降速度の小さい粒子のみが誘起流動と共に濁りとなって拡散することになる。つまり、投下土砂の大半は濁りの拡散機構にとっては、誘起流動場の形成としてのみ寄与することになると考えられる。現実の投下土砂は連続的な粒度分布を有し、粒子は粒径に応じて連続的に沈降することから、濁りの成分を粒径範囲として明確に定義することはできない。しかし、一般に濁りとして問題になる粒子は沈降速度の小さい粒径 $74\mu m$ 以下のシルトや粘土分である。一方、図－1は現実の投下土砂の粒径加積曲線の一例 [5] である。$case1,2$ は海砂、つまり海底からの浚渫残土であり、$case3,4$ は山砂である。粒度分布は若干ばらついているものの、その平均粒径は概ね $1mm$ 程度のオーダーである。平均的にみれば濁質成分の粒径と投下土砂の粒径との比率は 10 ～ 100 程度になると判断される。また、投下土砂の粒度分布から、全投下量に占める濁りの総量の比率は海砂では 1 %程度、山砂では 10 %程度とされている。但し、土砂の海底面衝突時に巻き上げが生じることも考えられることから、実際に発生する濁りの総量は特定できない。

本研究では、誘起流動の形成を目的とした底面衝突時に沈降堆積する粗粒径砂と投下点付近では堆積しないような沈降速度の小さな細粒径砂を混合した 2 粒径砂を投下することにより実現象のモデル化を試みた。特に粗粒砂量と細粒砂量の比率の変化による濁りの拡散の変化について検討した。

投下土砂の挙動は、投下に要する時間に応じて変化することが予想される。浮力を有

表-1 投下土砂の諸元

$d_{50}(mm)$	$\rho_d(g/cm^3)$	$U_d(cm/s)$	R_{ed}
3.38	2.65	26.5	895
0.15	2.65	2.02	3

する流体を連続的に放出した場合にはプルーム流動が形成されるのに対して、瞬間的に放出した場合にはサーマルが形成されるのと同様である。ここでは、投下土砂が底面に至るまでに要する時間に比べて、投下に要する時間が短い場合、つまり瞬間的な投入を考えるものとする。

また、実際の土砂投入工事に用いられる底開バージの諸元について調べると[6]、船長は50～100mにも及ぶ。現状での投下水深が高々20m程度であること考え合わせると、船長方向に一様な2次元的な現象であることが想像される。本研究では船長方向と垂直な面内の2次元現象として実現象をモデル化した。

6.2.2 実験の内容

土砂投下から濁りの発生に至る一連の過程には土砂・水の混相流体塊の海底面の衝突や土砂の沈降堆積など複雑な現象が含まれている。従って、濁りの拡散挙動を投下条件と直接結び付けて論じることは難しい。混相流体塊の海底面衝突後に形成される水平方向の流動に対して何らかの初期条件を設定することが必要である。複雑な海底面上での衝突現象に直接言及することを避けるために、本研究では海底面衝突前後において誘起流動の諸特性が変化せず、運動方向だけが鉛直から水平方向へと変換されるものと仮定する。従って、乱れの発生によるエネルギーの損失など衝突現象による影響は全て無視する。このような仮定により、底面の影響のない状態で自由落下する土砂・水混相流体塊の挙動特性を基礎として、底面衝突後の濁りの挙動について考察することが可能になる。

本研究では濁りの拡散を対象とした実験に先立ち、固体粒子群の鉛直落下挙動特性の把握を目的とした予備実験を実施した。その結果を底面上での濁りの拡散挙動の初期条件として、データ整理の基礎として用いた。

既述の理由により表－1に示した2種類の土砂の混合砂を投下することにより実現象をモデル化した。実験は長さ600cm、高さ50cm、奥行き15cmのアクリル製二次元水路を用いた。予めよく混合された土砂を幅5cm、高さ10cm、奥行き15cmのアクリル製投下箱に一様な高さになるように詰めた後、箱の底部を開口することにより投下した。投下箱上端部は水表面下にあり、土砂は完全に湿潤状態にある。

実験条件を表－2に示す。実験のパラメーターは、D：投下水深（投下箱底部から衝突面までの鉛直高さ）、q_L：粗粒砂の単位奥行き当りの投下量、q_S：細粒砂の単位奥行き当りの投下量の3つである。U_0とA_0は予備実験により得られた土砂粒子群の落下速度とその面積の半分であり、これらを濁水塊の挙動の初期条件として用いている。これらは土砂粒子群が投下水深D分だけ自由落下した時点での落下速度と面積である。ϵ_0は細

表–2 実験条件

$CASE$	$D(cm)$	$q_L(cm^2)$	$q_S(cm^2)$	$A_0(cm^2)$	$U_0(cm/s)$	ϵ_0	F_{d0}
M10	10.0	10.0	0.33	136	47.0	1.0040	2.6
			~3.3	~145	~ 49.6	~ 1.0395	~ 8.2
M20	20.0	10.0	0.33	252	41.8	1.0044	2.7
			~3.3	~260	~ 42.3	~ 1.0215	~ 8.5
M30	30.0	10.0	0.33	384	38.8	1.0014	2.8
			~3.3	~400	~ 39.9	~ 1.0142	~ 8.8
L10	10.0	20.0	0.33	166	50.0	1.0033	2.1
			~6.7	~174	~ 55.0	~ 1.0637	~ 9.2
L20	20.0	20.0	0.33	284	54.5	1.0019	2.6
			~6.7	~298	~ 59.6	~ 1.0378	~ 11
L30	30.0	20.0	0.33	424	48.5	1.0013	2.5
			~6.7	~441	~ 51.2	~ 1.0255	~ 11

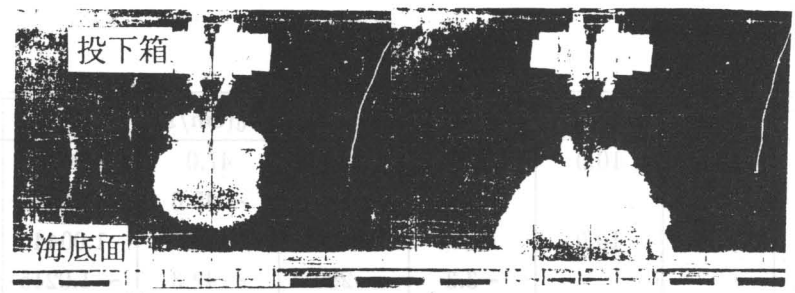
粒砂投下量 q_S と A_0から算出した相対密度差である。また、濁水塊の挙動が底面衝突時の濁水塊の落下速度と濁質混入による密度差により支配されることを勘案して、密度フルード数 $F_{d0}(=U_0/\sqrt{\epsilon_0 g\sqrt{A_0}})$ を実験条件の目安とした。濁水塊の挙動はビデオカメラと 35mm 1眼レフカメラを用いて収録し、解析した。

6.3 濁水塊の挙動特性

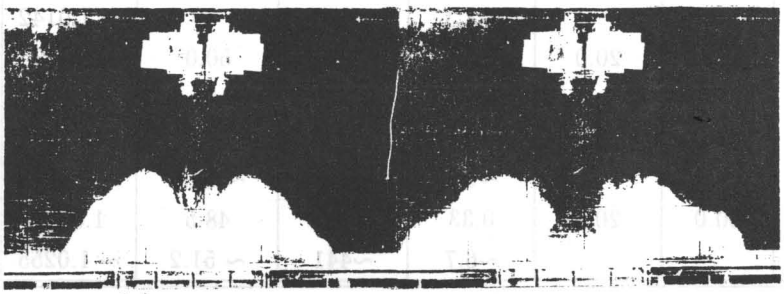
図－2は混合砂の投下から濁りの初期拡散に到る一連の過程を示している。投下された土砂は粗粒砂、細粒砂が一体となって落下する。粒子個々の落下挙動は土砂粒子群全体規模の流動に支配されており、後端部から周囲水を連行しながら成長していることがわかる。こうした挙動は筆者ら [7] が示したいわゆる乱流サーマル的な挙動であると判断される。底面衝突後は粗粒砂が急速に沈降堆積するのに対して、細粒砂はほとんど堆積せず、誘起された流動場とともに濁水塊となって底面上を移動し始める。

図－3は実験ケース $L20$、つまり投下高さ $H=20cm, q_L=20cm^2$での濁水塊の挙動の様相を示している。(a) と (b) はそれぞれ $q_S=0.67$ と $3.33cm^2$のケースである。現象は投下点直下について左右対称であるので、投下点から左側半分の現象のみを示している。衝突直後の濁水塊は水平方向に引き延ばされた形状を示しているが、これは固定境界面への衝突現象により内在する渦構造が変形したことや粗粒子の急激な沈降により鉛直方向への成長が抑制されたことによると推察される。投下後 3.3 秒 ($t=3.3s$) までは両ケースにおいて濁水塊の形状や移動速度に大きな差異はない。

濁質混入量の小さい (a) においては、濁水塊の高さは一様に増大し、濁水塊の上端部は水表面にまで到達する。$t=10.0s$ では濁水塊内部には時計廻りの循環が存在しており、後端部底面付近から周囲水を活発に連行していることがわかる。こうした挙動は傾斜面

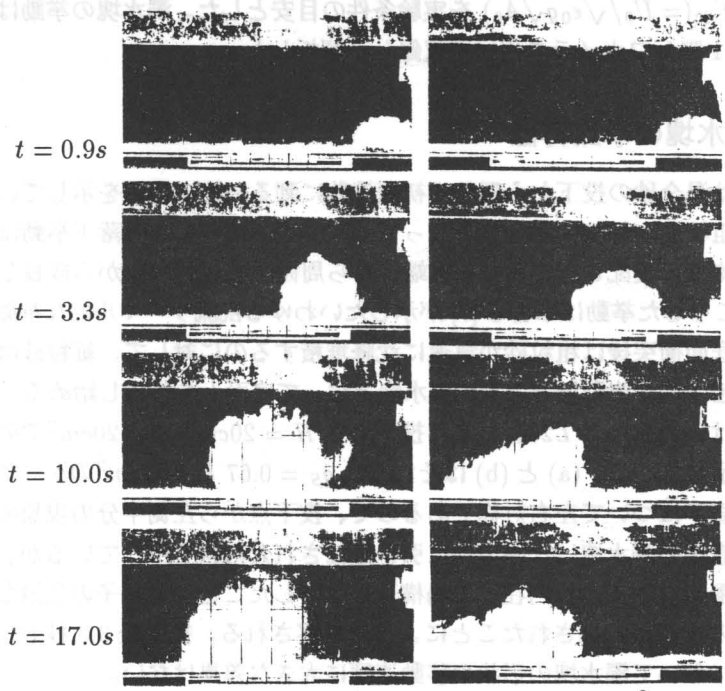


(a)$t = 0.4s$　　(b)$t = 0.6s$



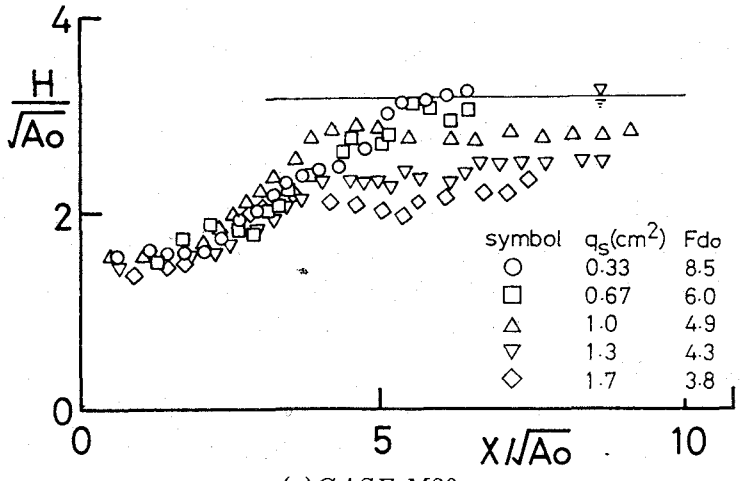
(c)$t = 0.8s$　　(d)$t = 1.0s$

図–2 濁水塊の形成過程

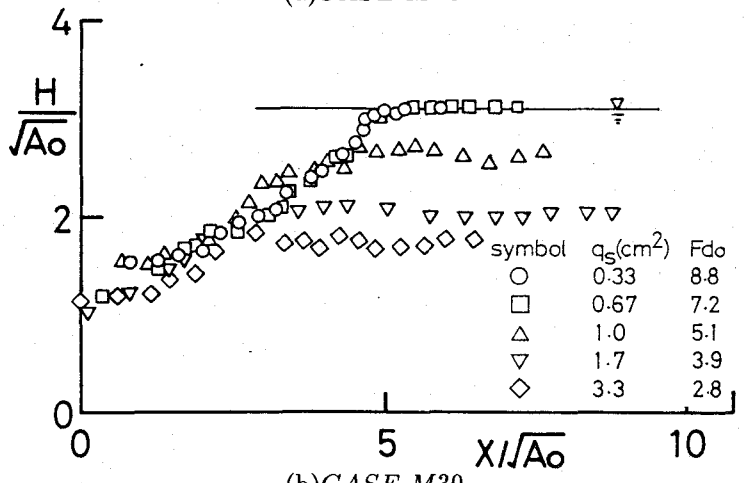


(a)$q_S = 0.67cm^2$　　(b)$q_S = 3.3cm^2$

図–3 濁水塊の典型的挙動



(a)*CASE M*20



(b)*CASE M*30

図–4 濁水塊の高さ H の変化

上での乱流サーマルの挙動に類似している。つまり、密度差の駆動力が無い場合でも運動量が十分大きく乱流状態が保持されておれば、乱流サーマルに類似した挙動になると推察される。その後移動速度は急激に減少し、濁質が沈降し始める。周囲水との密度差が減少することにより、濁水塊は鉛直方向に急速に成長して、最終的には水表面にまで濁りが到達している。一方、濁質混入量の大きな (b) においては、鉛直方向へはあまり成長せず、$t = 3.3s$ 以降では濁水塊の高さは概ね一定になっている。$t = 10.0s$ では楔形の形状となっているが、後方部には (a) と同様な循環が存在し、周囲水を連行している。$t = 10.0, 17.0s$ における両ケースの濁水塊の先端位置を比較すれば、(b) のケースでは移動速度の逓減が小さいことがわかる。細粒砂量の多いケースでは、濁水塊の鉛直方向への成長が抑制されるために、移動速度は逆に低減しない。

図－4は濁水塊高さの移動にともなう変化を示す。(a),(b) の実験ケースはそれぞれ

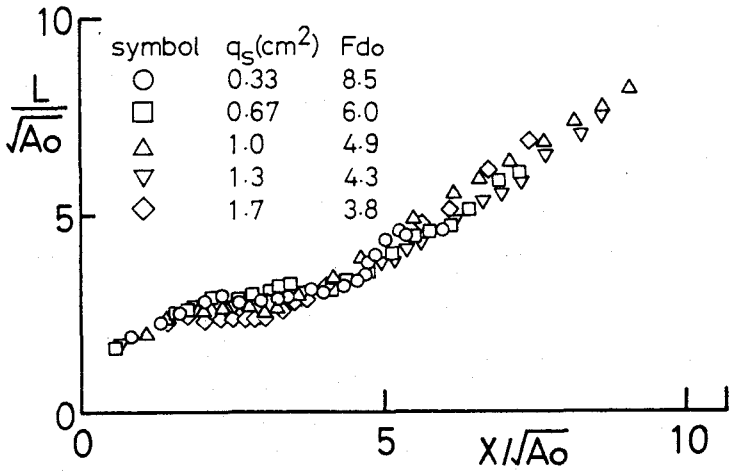
$M20$ と $M30$ である。また、細粒砂の投下量は $q_S = 0.33 \sim 3.3cm^2$ の範囲で変化させている。縦軸と横軸はそれぞれ高さ H と投下点直下からの距離 x であり、両軸は濁水塊初期面積の平方根 $\sqrt{A_0}$ により無次元化した。図中の実線は水表面の位置を示している。いずれのケースにおいても濁水塊高さは投下点近傍では線形に増大している。その増加率は $dH/dx = 0.5$ 程度であり、細粒砂混入量には無関係である。細粒砂量の少ないケースでは、濁水塊上端部は水表面にまで到達している。また、細粒砂量が多いほど、初期の線形増大の傾向からより早く逸脱し、一定の高さへと移行する傾向がある。

図－5 に濁水塊の底面に沿う水平方向の拡がり幅 L（以後、濁水塊の長さという。）の移動に伴う変化を示す。**図－4** と同様に、(a),(b) の実験ケースはそれぞれ $M20$ と $M30$ である。長さは一様に増大する傾向を示しているが、$2 < x/\sqrt{A_0} < 5$ 付近で増加勾配が小さくなっている。この領域は**図－4** において高さが線形に増大する領域に相当する。高さが一定になる $x/\sqrt{A_0} > 5$ の領域では、長さは概ね線形に増大する。濁水塊長さは濁質混入量によって顕著に変化しないようだ。濁水塊形状の変化に対しては周囲水の連行による成長や、特に活発な連行がない場合にはスランピング現象などの密度差により生じる流れや濁質の沈降等の影響が複雑に絡み合っているものと考えられる。

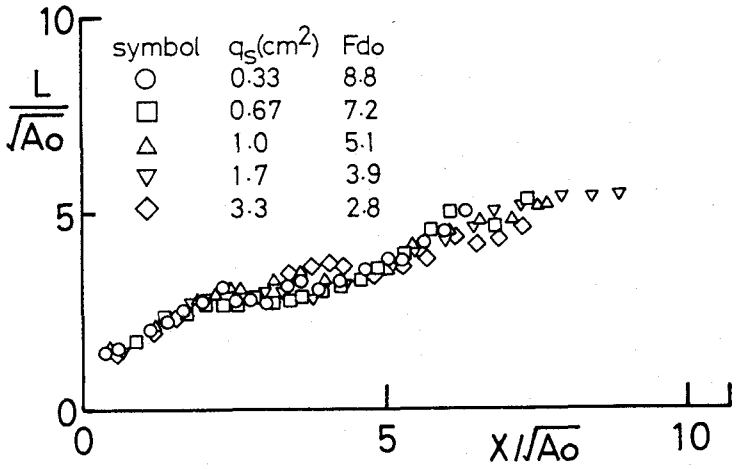
図－6 に各実験ケースにおける濁水塊の線形増大部分の高さの増加率 dH/dx と長さの増加率 dL/dx を示している。横軸は投下水深 D であり、粗粒砂投下量の平方根 $\sqrt{q_L}$ で無次元化した。各増加率は各実験ケースの高さの線形増大領域における実験値の最適直線の勾配として与えた。この領域では粗粒砂投下量や投下水深に無関係に概ね一定となり、それぞれ図中に実線と破線で示しているように、高さは 0.45 程度、長さは 0.9 程度の増加率を持つことがわかる。この長さの増加率は鉛直方向に自由落下する乱流サーマルの水平方向の拡がり率に概ね等しく、高さはその半分となっている。高さの線形に増大する領域では、細砂の混入量や濁水塊の初期速度に拘らず概ね相似な形状を保っていることがわかる。

図－7 は濁水塊の最高到達高さ H_m と密度フルード数 F_{d0} との関係を示している。ここでは、濁水塊上端部が水表面にまで到達したケースについては除外した。Hm と F_{d0} は強い正の相関関係を示している。F_{d0} が小さいほど密度差により鉛直方向の流体運動が抑制されることが予想される。

図－8 に濁水塊先端の移動速度の変化を示す。(a),(b) の実験ケースは**図－4**、**図－5** と同様である。縦軸・横軸は移動速度 U と投下点直下からの距離 x であり、両軸は U_0 および $\sqrt{A_0}$ により無次元化した。F_{d0} が大きいほど急速に移動速度が小さくなっているが、これは濁水塊の高さが大きくなるほど、より大きな抵抗を受けるためであると考えられる。

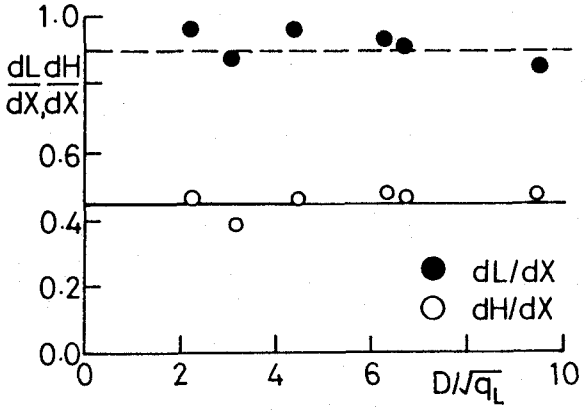


(a)*CASE M20*

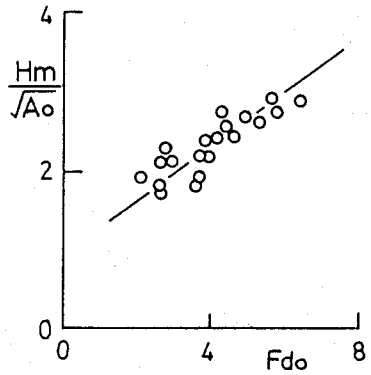


(b)*CASE M30*

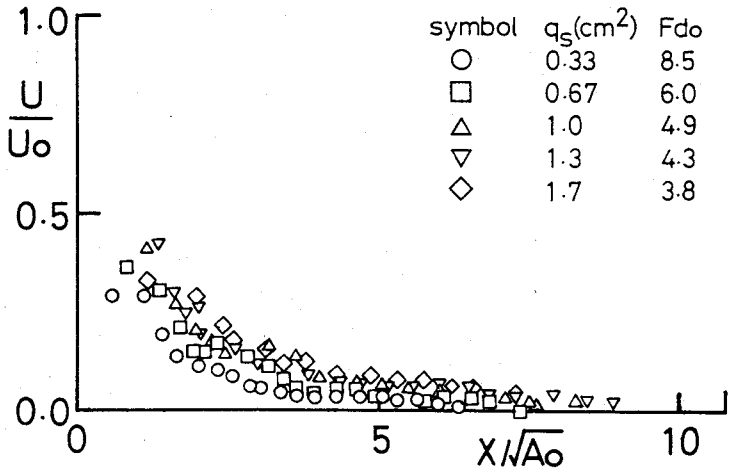
図–5 濁水塊の幅 L の変化



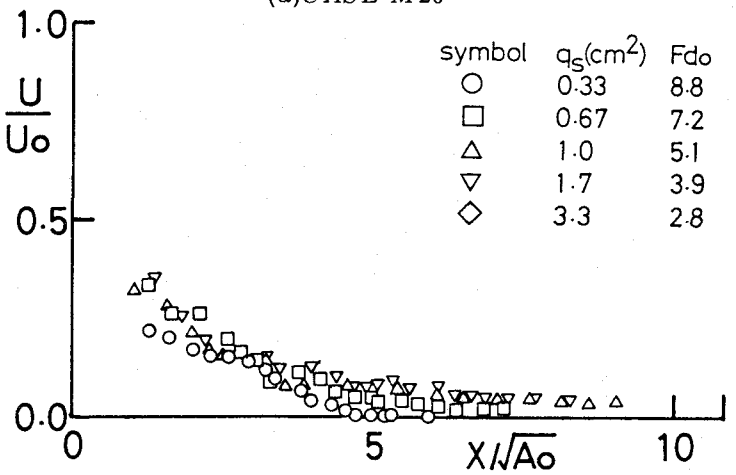
図–6 濁水塊の長さと高さの増加率



図–7 濁水塊最大高さと F_{d0} の関係



(a)$CASE\ M20$



(b)$CASE\ M30$

図–8 濁水塊先端の移動速度

6.4 濁水塊挙動の理論的考察

6.4.1 基礎方程式

理論的取扱に際して用いた仮定を列挙すると、

1) 濁水塊形状は半楕円形である。

2) 濁水塊内部の細粒子混入濃度は均質である。

3) 濁水塊の質量変化は濁水塊の全体的なパラメータにより支配される。

4) 濁水塊は十分乱流状態にあり、底面の境界摩擦力は無視できる。

の4項目である。濁水塊の移動に伴い圧力を介して周囲流体にも運動が生じることから、付加質量分を含めた運動量の保存が要求される。ブーシネ近似を用いると濁水塊の全運動量の時間変化は次式のように定義される。

$$\frac{d\{\rho_a(1+k_v)UA\}}{dt} = (\rho_t - \rho_a)gA\sin\theta \tag{1}$$

ここに、ρ_aとρ_tはそれぞれ周囲水と濁水塊内部の密度である。k_vは付加質量係数、U、Aはそれぞれ濁水塊の海底面に沿う方向の移動速度と面積である。θは海底面の勾配であり、水平面上では$\theta = 0$となる。微分変数を時間tから距離xに変換すると、$U = dx/dt$より次式が得られる。

$$U\frac{d\{(1+k_v)UA\}}{dx} = \epsilon gA\sin\theta \tag{2}$$

ここに、$\epsilon(=(\rho_t - \rho_a)/\rho_a)$は濁水塊の相対密度差である。

連行仮定を用いて周囲流体の連行量が濁水塊速度と周長とに比例すると仮定すると、質量保存方程式は次式のように定義される。

$$\frac{dA}{dt} = \alpha S A^{1/2} U \tag{3}$$

ここに、$S = \{(\pi/2)^{1/2}(4K^2+1)^{1/2}\}/K^{1/2}$ = 濁水塊周長$/A^{1/2}$である。K：高さと長さの比率、α：連行係数である。(2) 式と同様に微分変数を変換すると次式が得られる。

$$\frac{dA}{dx} = \alpha S A^{1/2} \tag{4}$$

濁水塊が相似形を保って成長する、つまり相似仮説が成立する場合にはαやk_vは一定値となり、理論は乱流サーマル理論に帰着する。しかし、前節で示したように濁水塊形状は海底面を移動しながら変化し、その程度も細粒砂混入量など濁水塊挙動に関する初期条件によって異なる。加えて、流体塊の形状は流体抵抗さらには連行現象に直接影響すると予想されることから、αあるいはk_vとKとの関連についての検討が必要である。Beghin et al.[8] は傾斜面上を下る2次元浮力サーマルに関する実験を行っている。斜面の傾斜角度に応じてサーマル形状が変化し、それに伴い連行係数や付加質量係数が変化することが示されている。図－9は実験結果に基づいて算定した連行係数αと形状係数Kとの関係を示している。Kの増大にともない連行係数も指数関数的に増大する傾向を有するようである。Kの増大は流体抵抗の増大を引き起こし、さらに連行の増大を大きくすることを示していると考えられる。そこで、$K \to 0$の場合には$\alpha \to 0$となることを仮定して、ここでは図中の実線で示した次式の関係を用いる。

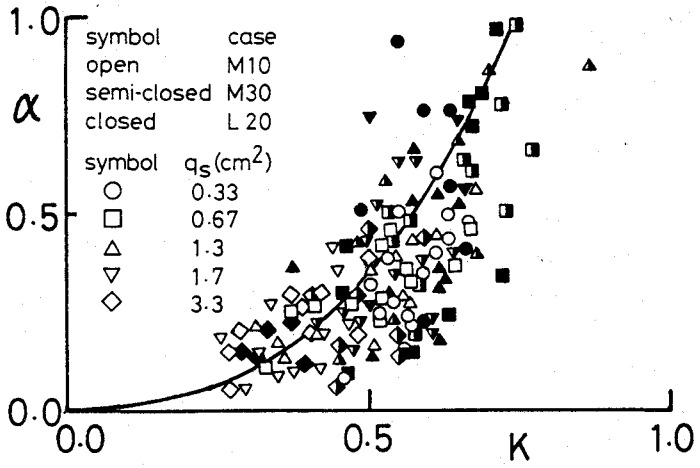


図-9 連行係数と形状係数の関係

$$\alpha = 1.6K^2 \tag{5}$$

一方、付加質量係数については楕円断面を有する無限長の円筒に対する次式の関係式を採用した。

$$k_v = 2K \tag{6}$$

α、k_v と K との関係は定義されたが、Kの変化を規定する必要がある。濁水塊形状の変化の要因は連行による面積の増大と gravity current のスランピング現象と同様なメカニズム、つまり濁質混入による濁水塊内外の圧力差による変形とにあると考えられる。ここでは、濁水塊の形状比 Kの変化を、スランピング現象に関連付けて定式化することを試みる。gravity current の先端部の前進速度については、次式のような関係式が得られている。[9]

$$\frac{v}{\sqrt{\tilde{\epsilon} g h}} = C_1 \tag{7}$$

ここに、v：フロント前進速度、$\tilde{\epsilon}$：相対密度差、h：フロントの層厚、C_1：定数である。そこで Kの変化に伴う水平方向の長さの変化が次式の関係を持つものと仮定した。

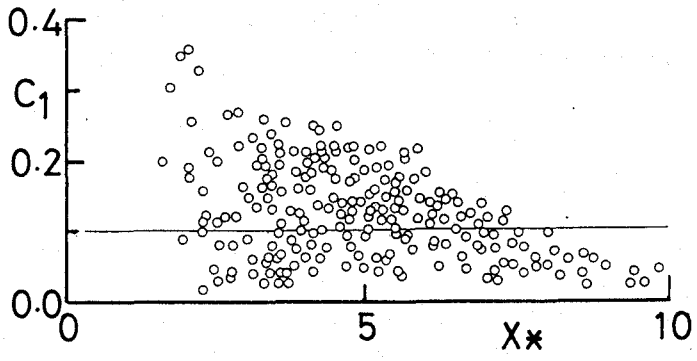
$$(\frac{dL}{dt})_K \frac{1}{\sqrt{\epsilon g H \cos\theta}} = C_1 \tag{8}$$

添字 Kは形状変化によるものであることを示している。一方、L は濁水塊面積 A と形状比 Kを用いて次式のように表せる。

$$L = (\frac{4A}{\pi K})^{1/2} \tag{9}$$

L の時間変化は、次式で示すように、連行による面積変化によるものと Kの変化によるものにわけられるものと考える。

$$\frac{dL}{dt} = (\frac{1}{\pi})^{1/2}(K^{-1/2}A^{-1/2}\frac{dA}{dt} - A^{1/2}K^{-3/2}\frac{dK}{dt}) \tag{10}$$



図–10 C_1の変化

右辺第2項がKの変化による長さの変化である。(8) 式の釣合関係が周囲水の連行による面積変化とは無関係であると仮定して、右辺第1項を省略して次式を得た。

$$(\frac{dL}{dt})_K = -(\frac{1}{\pi})^{1/2} A^{1/2} K^{-3/2} \frac{dK}{dt} \tag{11}$$

(8) 式を代入すると次式を得る。

$$\frac{dK}{dt} = -C_1 (\frac{\pi K^7}{A})^{1/4} (2\epsilon g \cos\theta)^{1/2} \tag{12}$$

Huppert et al.[9] により、C_1についての詳細な検討がなされている。gravity current に関する実験結果は、層厚 h と水深 Dの比率 h/Dが十分小さい場合には $C_1 = 1.3$ と一定値となり、h/Dの増大により C_1が減少することを示している。しかしながら、ここで扱っている濁水塊は濁水塊高さと水深の比率が変化するとともに、流体塊の乱流構造も gravity current のそれとはかなり異なっているものと推察される。従って、従来の gravity current に関する実験結果をそのまま利用することは難しい。ここでは簡単のために、C_1はh/Dによらず一定値をとるものとし、(12) 式を用いて実験値から C_1を逆算することを試みた。但し、濁質の沈降による浮力の欠損は無視して負の総浮力を一定として求めている。図－ 10 に示すように C_1はかなりばらついているが、ここではその平均的な値として $C_1 = 0.1$ を採用した。

細粒砂混入による負の浮力は濁質の沈降により減少する。濁水塊内の細粒砂が一様に分布しており、単一粒子の自由沈降速度で沈降していると仮定すると、浮力の欠損は次式で与えられる。

$$\frac{d\epsilon A}{dt} = \epsilon L W_P \cos\theta \tag{13}$$

ここで、W_Pは細粒砂の自由沈降速度である。

6.4.2 基礎方程式の無次元化

濁水塊の移動速度U、濁水塊面積A、流下方向距離x、細粒砂の自由沈降速度W_Pについて、次式のように無次元化する。また、無次元変数である濁水塊の相対密度差ϵと形状係数Kについても同様に規格化する。

$$U_* = U/U_0 \quad ; \quad A_* = A/A_0 \quad ;$$

$$x_* = x/{A_0}^{1/2} \quad ; \quad W_{P*} = W_P/U_0 \quad ;$$

$$K_* = K/K_0 \quad ; \quad \epsilon_* = \epsilon/\epsilon_0 \tag{14}$$

ここに、U_0：濁水塊初期移動速度、A_0：初期面積、ϵ_0：初期相対密度差、K_0：初期形状係数である。(14) 式を用いて基礎方程式を規格化すると、次式が得られる。

$$U_* \frac{d(1+k_v)U_*A_*}{dx_*} = \frac{1}{{F_{d0}}^2}\epsilon_* A_* \sin\theta \tag{15}$$

$$\frac{dA_*}{dx_*} = \alpha S {A_*}^{1/2} \tag{16}$$

$$\frac{dK_*}{dx_*} = -\frac{1}{F_{d0}} C_1 (\pi {K_0}^3 {K_*}^7)^{1/4} (2\cos\theta)^{1/2} \tag{17}$$

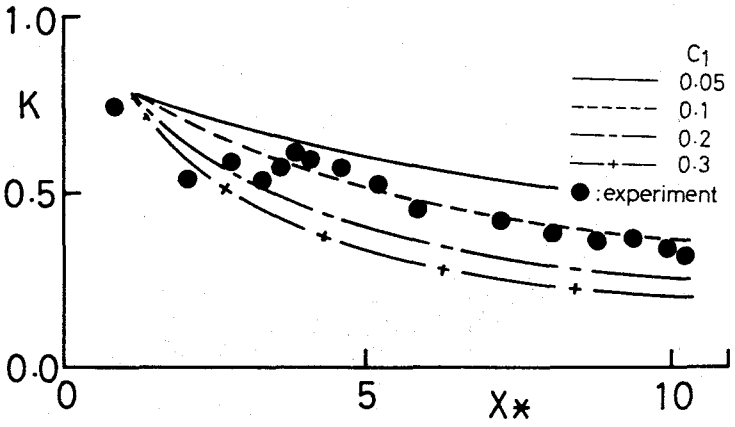
$$U_* \frac{d\epsilon_* A_*}{dx_*} = (\frac{4}{\pi})^{1/2} {K_*}^{-1/2} {K_0}^{-1/2} \epsilon_* {A_*}^{1/2} W_{P*} \cos\theta \tag{18}$$

ここに、$F_{d0}(= U_0/\sqrt{\epsilon_0 g \sqrt{A_0}})$ は濁水塊の初期運動量と密度効果の比率を示すパラメーターである。無次元化された方程式から判断できるとおり、現象を支配するパラメーターはF_{d0}とW_{P*}さらに初期形状K_0の3つである。(15)(16)(17)(18) を差分化し、さらに (4)(5) 式と連立することにより、U_*、A_*、ϵ_*、K_*について収束解を求めた。

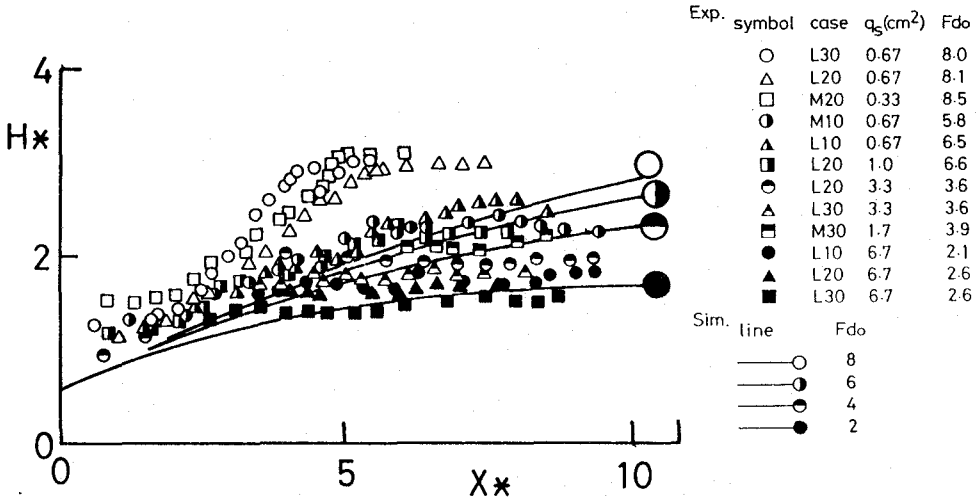
6.4.3 数値解の特徴

ここでは初めにC_1の設定の妥当性について検証する。図－ 11 は濁水塊の移動にともなうKの変化を示している。図中のシンボルは実験結果の一例であり、実験条件は$M10$ $q_S = 3.3cm^2$である。C_1については$0.05 \sim 0.3$ の範囲で変化させている。C_1の増大により粒子混入による密度効果によるスランピングが顕著となり、Kの減少率は大きくなる。K の実験値は$x_* < 3$では衝突の影響により、多少複雑な変動となっているが、この領域を除けば$C_1 = 0.1$と設定した場合の解析解が実測値を良好に再現していると判断できる。

濁水塊高さに関する理論解と実験結果との対比を図－ 12 に示す。実験値については全実験ケースより$F_{d0} = 2, 4, 6, 8$付近の実験条件のものをそれぞれ3ケースずつ選択して示している。$F_{d0} = 8$の条件を除けば、実験値と理論解の一致は比較的良好である。$F_{d0} = 8$付近の全ケースにおいて、濁水塊の上端が水表面にまで達していたことを勘案すると、両者の不一致は水表面の影響であると考えられる。つまり、密度フルード数が



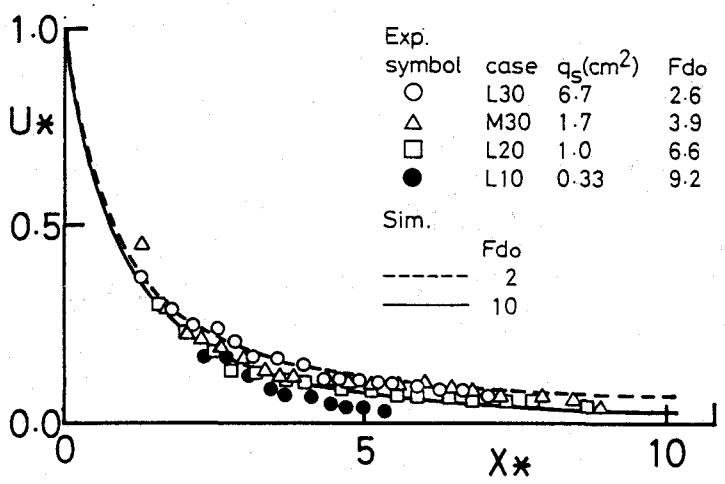
図–11 濁水塊形状係数の変化 $CASE\ M10, q_S = 3.3cm^2$



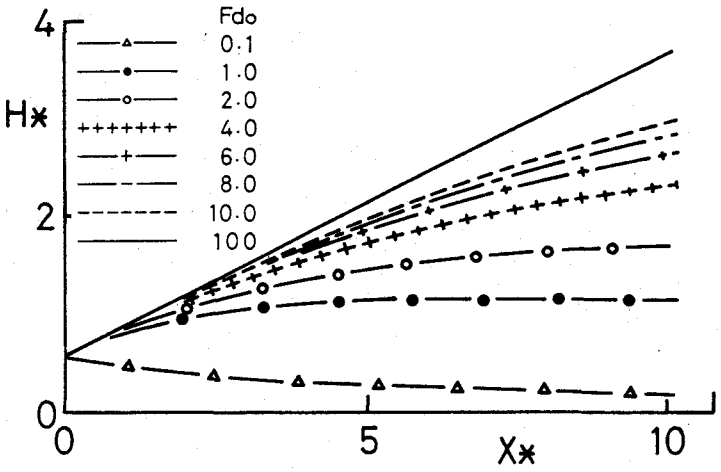
図–12 濁水塊高さに関する理論解と実験値の比較

大きい場合には濁水塊内への周囲水の強い連行が保持されるために、水表面の影響を受けて急速に鉛直方向へ成長したものと考えられる。図－13は濁水塊移動速度に関する理論値と実験値との比較である。本章で設定された実験条件の範囲では、移動速度にそれほど大きな差異は生じない。しかしながら、理論値と実験値の一致は比較的良好であると判断される。

次に、初期密度フルード数 F_{d0} と初期形状係数 K_0 に対する数値解の影響について示す。細粒砂の自由沈降速度 W_{P*} については現実の濁りの沈降速度を考慮すればその影響は比較的小さいために、ここでは省略する。図－14、図－15は初期の形状係数を $K_0 = 0.5$、粒子の無次元自由沈降速度を $W_{P*} = 0.01$ と設定したときの、濁水塊高さと濁水塊移動速度に対する初期密度フルード数 F_{d0} の影響を示している。底面が水平であり、土砂の投下が瞬間的であれば、底面衝突直後の濁水塊の形状比は $K_0 = 0.5 \sim 0.7$ 程度として差



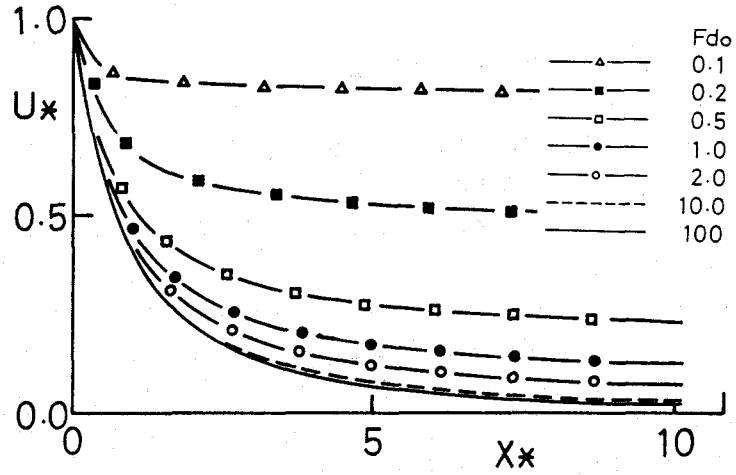
図–13 濁水塊移動速度に関する理論解と実験値の比較



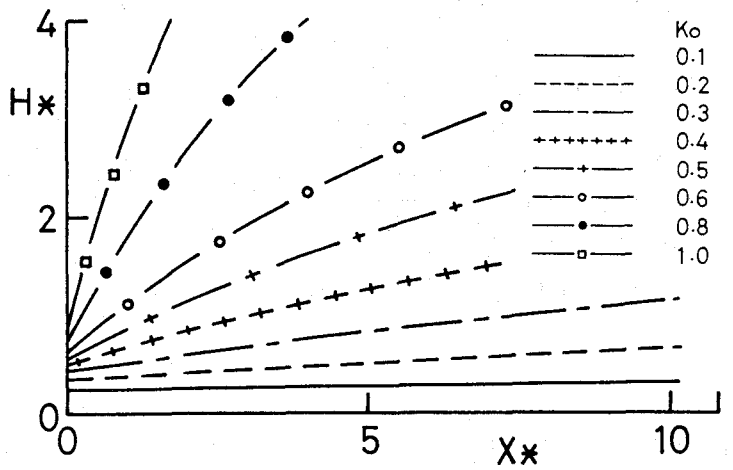
図–14 濁水塊高さ H_* に対する F_{d0} の影響

し支えない。また、投下土砂の平均的な粒径は数 mm のオーダーであり、単位奥行き当たりの投下量が数 m^2 以上の現実的な土砂の投下に限定すれば、既述のとおり、W_{P*} の影響は小さい。従って、これらの図はある程度一般的に利用することができると考えられる。図－ 14 より F_{d0} が十分大きい場合には濁水塊の高さは線形に増大するが、F_{d0} の増大により鉛直方向の成長は抑制されるようになる。

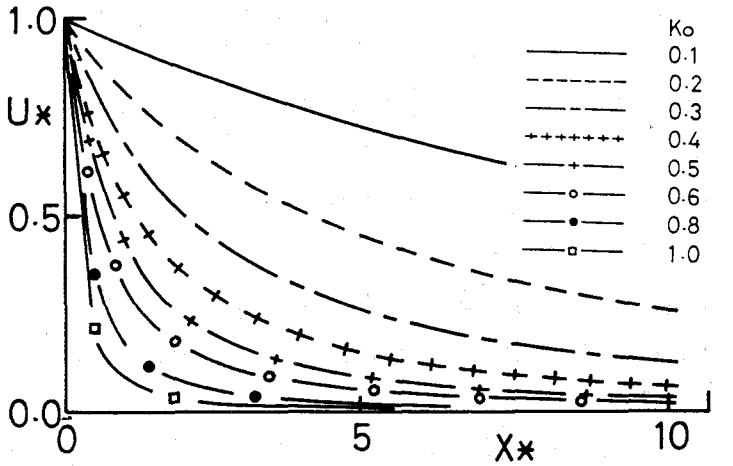
土砂投下時間が長くて、土砂の瞬間的投下が仮定できない場合には、濁水塊の初期形状について $K_0 = 0.5$ と仮定することが難しくなる。図－ 16 、図－ 17 は濁水塊高さと移動速度に対する K_0 の影響について示している。初期形状により濁水塊の挙動特性がかなり変化することがわかる。従って、瞬間投入を仮定できない場合については濁水塊の初期形状比を決定する方法が別途必要となる。この問題については、今後検討されなければならない課題である。



図–15 濁水塊速度 U_* に対する F_{d0} の影響



図–16 濁水塊高さ H_* に対する K_0 の影響



図–17 濁水塊移動速度 U_* に対する K_0 の影響

6.5 結論

本研究では、大規模埋立工事に伴う海域の濁りが問題となっていることに鑑み、底開バージによる土砂直投工により生じる濁りの初期拡散過程について水理実験により検討した。さらに、その結果を基礎とした濁水塊移動に関する解析モデルを提案した。得られた結果をまとめると以下のようである。

(1) 濁りの初期拡散は、土砂粒子群が鉛直に自由落下する際に誘起する流体運動により支配されているものと考えられる。

(2) 濁りの成分の増大は、濁水塊の鉛直方向への成長を抑制する。その結果、流体抵抗が小さくなるために、移動速度の逓減が抑制され、濁りの拡散範囲は大きくなる。従って、濁質混入量の大きな土砂に対しては海底から展張されたような自立式の濁りの拡散防止膜の使用が有効になると考えられる。一方、濁質成分が少ない場合には濁りの初期拡散の平面的な範囲は抑制されると考えられる。

(3) 濁水塊の形状について、初期運動量の卓越する領域では高さの増加率は $dW/dx = 0.45$、長さの増加率は $dL/dx = 0.90$ 程度である。また、濁水塊の最大到達高さは濁水塊の初期密度フルード数 F_{d0} により規定されると考えられる。

(4) 運動量保存を基礎とした濁水塊挙動に関する解析モデルを考案した。実験結果より流体塊形状係数 K と連行係数αの関係については、$\alpha = 1.6K^2$なる関数関係を得た。本解析モデルを用いることにより、投下土砂量、濁質混入量、これらの平均粒径と投下水深を規定することにより、濁りの初期拡散過程について予測することができる。

(5) 本モデルを用いる上での問題点は、瞬間的な投入を仮定できないケースでの濁水塊の初期形状の決定方法、濁質成分の総量の決定方法などである。

参考文献

[1] 地球環境工学ハンドブック編集委員会編 (1991) : 地球環境工学ハンドブック, 第 17 章海洋汚染問題.

[2] 堀口孝男・古土井光昭・堀江毅 (1985) : 海上工事による濁りの分布特性と数値シミュレーション, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp.268-272.

[3] 堀江毅 (1983) : ＭＡＣ法による直投土砂の初期拡散に関する数値解析, 運輸省港湾技術研究報告, No.471.

[4] 小田一紀・重松孝昌・濱崎佳尚・山瀬晴義 (1990) : 汚濁拡散防止膜の効果に関する研究, 第 37 回海岸工学論文集, pp.843-847.

[5] 古土井光昭 (1989) : 港湾工事における濁りの挙動に関する研究, 大阪大学学位論文.

[6] 武藤碩夫・吉井総介・石井勉 : 大規模底開バージによる土砂投下の研究, 三菱重工技報, Vol.11, No.1, pp.92-104.

[7] 室田明・中辻啓二・玉井昌宏・町田博紀 (1988) : 海域での土砂投下における密度流現象, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp.777-781.

[8] P.Beghin, E.J.Hopfinger and R.E.Britter(1981) : Gravitational convection from instantaneous soureces on inclined boundaries, J.Fluid Mech., Vol.107, pp.407-422.

[9] H.E.Huppert and J.E.Simpson(1988) : The Slumping of gravity currents, J.Fluid Mech., Vol.99, pp.785-799.

第7章　結論

本論文の中では、いくつかの新しいテクニカルタームを定義した。主要なものを以下にまとめる。

- **分散相誘起型混相流と連続相主動型混相流**：重力等を駆動力として分散相が運動することにより、連続相流動場が誘起されて、混相流動が形成されるような場合を分散相誘起型混相流と言う。海域での土砂直投工により生じる流動場や粉雪雪崩、火砕流、気泡噴流等がこの分類に含まれる。一方、連続相主動型混相流は、連続相流動によって分散相が輸送されるタイプの混相流であり、流砂等移動床現象や種々の流体輸送問題はこれに含まれる。分散相誘起型は相間相対運動が駆動力であることから、相間相互作用の影響が顕著に現れる。連続相主動型の研究手法が単相流動からのズレを追求するのに対して、分散相誘起型ではいかなる連続相流動場が形成されるかがまず問題となる。

- **粒子プルーム**：固体粒子をポイントソースから連続的に投入することにより生じる流動のこと。当初固液混相プルームと呼んでいたが、単相の乱流プルームに粒子が混入した流動であるとの誤解を避けるために、このように改称した。気泡プルームと類似の現象であるが、分散相の大きさを制御できるという実験上の利点がある。従って、粒子プルームにおいては、粒径が異なることによる乱流構造の変化について検討可能である。

- **直接的・間接的乱流変調機構**：粒子混入による乱流構造変化のメカニズムは平均流の変化を介するものと、平均流の変化を介さないものに分類できると考えられる。前者を間接的乱流変調機構、後者を直接的乱流変調機構と呼ぶ。例えば、混相乱流の数値解析において、平均量に関する保存方程式中には相間応力項を導入して、乱流モデルでは粒子混入の影響項を考慮しないような場合には、間接的乱流変調機構のみが考慮されたことになる。混相のせん断乱流では、両機構が混在しているために、実験結果を定量化、モデル化することが難しくなる。

- **逆1方向モデル**：粒子と乱流の相互作用とは、主として、1) 乱流中の粒子運動と2) 粒子混入による乱流変調のことを言う。1) のみを考慮する解析法を1方向モデル、1)2) の両者を考慮する方法を2方向モデル、2) のみを考慮する解析法を逆1方向モデルと呼ぶ。粒子の乱流拡散と連続相流動に対する粒子混入の影響を同時に考慮しなければならない、つまり2方向モデルの適用が要求されるような流動場を対象としている場合に、粒子混入の乱流変調効果を検討するためには、1) と 2) の影響を分離することがまず必要となる。近似的に粒子拡散の影響を無視できるならば、逆1方向モデルが適用可能となり、乱流変調を直接的に抽出することができると考えられる。

これらはいずれも本研究の基本的な思想を表現するものであると考える。こうした考え方にもとづいて、本論では水工学の対象とするいくつかのタイプの分散相誘起型混相流に注目して、その流動・乱流構造を明らかにした。また、分散相誘起型混相流をとおして、固体粒子と乱流の相互作用について検討した。以下では、各章で得られた結論について要約する。

第1章 では、「分散相誘起型混相流」、「連続相主動型混相流」という新しい分類を提案するとともに、水工学の対象とする混相流の中での分散相誘起型混相流の位置づけを示した。

第2章 では、ポイントソースから瞬間投入された、周囲流体より密度の大きな固体粒子群の落下挙動特性を、それにより誘起される流動場との関連性に基づいて議論した。可視観測により、固体粒子群の落下挙動が個々の自由沈降挙動が卓越する「自由沈降的落下挙動」と、粒子群規模の誘起流動場の卓越する「乱流サーマル的挙動」との2パターンに分類できることがわかった。乱流サーマル理論を基礎として、粒子群の落下挙動および誘起流動の予測を目的とした解析法を提案した。実験結果との比較により、同法が粒子群の落下挙動特性の変遷過程を適切に再現することを確認した。また、海域での埋立工事において用いられる底開バージによる土砂直投工に対して同解析法を適用して、単位奥行き当たりの投下量が $1 \sim 100m^2$ の大規模な土砂投下においても、誘起される流動場の強度は高々数 m/s 程度であることが試算された。同解析法は、粒子の運動と誘起流動場とを混相流体塊の落下挙動として捉えるものであり、流動の規模や粒子拡散に関する一応の目安は提供するものの、流動場全体を表示できない点がコンセプトとしての問題点であるといえる。また、粒子群の拡がり係数の適切な決定法がないなど解析上の問題点も残されている。

第3章 では、固体粒子をポイントソースから連続的に投入した場合に形成される粒子プルームの流動構造について、水理実験により検討した。固体粒子には粒径 $1mm$ と $3mm$ のガラスビーズを用いて、粒径差による誘起流動場の変化について検討した。流体流速場の計測には、レーザードップラー流速計を用いた。固体粒子からの反射光に起因する出力信号のノイズを除去するために、既往の研究成果に倣いペデスタルレベルによる信号識別法を用いた。概して、粒径が $1mm$ のケースでは、単相の乱流プルームに類似した自由せん断乱流的な構造を示した。一方、$3mm$ のケースでは、個々の粒子の後流を単純に重ね合わせたような流動構造であることがわかった。また、粒径が大きくなることにより乱流強度が増大するという従来の研究成果の傾向を支持した。しかしながら、粒径増大により、乱れの長さスケールやレイノルズ応力が減少することが明かとなり、乱れ強度の増大が乱流輸送の増大と直接的には結びつかないことが指摘された。

第4章 では、粒子相、流体相運動ともにオイラータイプの基礎方程式で表示するいわゆる2流体モデルにより、粒子プルームの数値解析を行った。2流体モデルを用いた理由は、粒子プルームが相間応力により駆動する流動であることから相間相対運動が精度高く予測できること、粒子体積率が比較的大きいことから相排除の効果が導入できること、粒子混入による乱流変調の効果が導入できることの3点である。各種乱流相関項の完結には Elghobashi et al. 開発による2流体モデルを基礎とした $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた。粒子の乱流拡散係数については、粒子プルームが粒子個々の自由沈降挙動の卓越す

る流動構造と自由せん断乱流的な構造とを併せ持っていることに対応させるために、両機構による拡散係数を単純加算することにより求めた。粒径が比較的小さい場合に生じる単相の乱流プルームに類似した構造に対しては、同モデルはその流動特性を良好に再現した。しかしながら、粒子個々の後流の卓越するような流動場に対しては、適切な予測結果は得られなかった。従って、より広い適用範囲を有する予測モデルを構築するためには、乱流モデル等の修正が必要であると考えられる。

第5章 では、「逆1方向モデル」の思想と、粒子混入による乱流変調のメカニズムについてターゲットを絞るという考え方に基づいて、粒子の一様沈降により生じる乱流場と振動格子乱流の相互作用について水理実験と数値計算から検討した。粒子が空間的に一様に沈降する乱流場の特性は、粒子沈降（鉛直）方向の乱流強度が水平方向のそれの2倍程度という異方的なものである。また、乱れのエネルギースペクトルが粒子間距離、粒子径、粒子後流の平均量成分や乱れ成分など、種々のスケールの乱流成分により極めて幅広いバンドを有することを明かにした。振動格子乱流場に粒子を一様沈降させることにより、乱流強度は増幅あるいは減少する。つまり、従来指摘されてきた粒子混入による乱流強度の増幅抑制が平均流の変化を介さなくて生じることを明かにした。乱流強度、乱れエネルギーとその散逸率の保存方程式における粒子流体の相間応力に起因する生成項を Parthasarathy et al. の理論に基づいて誘導した。レイノルズ応力モデルにこれらの項を導入することにより、沈降粒子混入による振動格子乱流の変調を適切に再現することができた。

第6章 では、水工学における分散相誘起型混相流に関わる一つのテーマとして、土砂直投工により生じる濁りの拡散問題について検討した。土砂が水中を落下する際に誘起する流体運動が、投下直後の濁りの初期拡散を支配的することを指摘した。誘起流動と濁質成分により構成される混相流動を濁水塊の挙動として捉えて、水理実験によりその挙動特性を明らかにした。濁水塊の挙動は濁水塊の初期運動量と濁質成分による重力効果の比率を示す密度フルード数によって支配されることを示した。実験結果に基づいて濁水塊挙動のモデル化を行い、実験結果との対応を検討した。

最後になりましたが、本研究の遂行について終始適切な御指導と温かい激励を賜った大阪大学工学部土木工学科教授村岡浩爾先生に深甚の謝意を表します。学生時代から今日まで懇切なる御指導、御鞭撻を賜った大阪産業大学学長・大阪大学名誉教授室田明先生に深く感謝致します。また、本論をとりまとめるにあたり、有益な御意見を賜った大阪大学土木工学科教授椹木亨先生ならびに大阪大学産業機械工学科教授辻裕先生に謝意を表します。

大阪大学助教授中辻啓二先生には、公私にわたり適切なる御助言と御支援を賜りました。大阪大学助手石井義裕先生には、貴重な御意見を賜るとともに、研究室業務を遂行する上で多大な御援助を賜りました。大阪大学助教授出口一郎先生、神戸大学助教授道奥康治先生、大阪工業大学助教授後野正雄先生、豊橋技術科学大学助教授青木伸一先生、大阪大学助手小野正順先生には水工研合同ゼミなどをとおして、また、神戸大学教授神田徹先生をはじめとする大阪大学水工研究室の諸先輩にはＯＢ会などをとおして、有益

な御助言を賜りました。大阪大学工学部土木工学科第２講座中村俊和教務員には研究室業務等を遂行する上で多大な御援助を頂きました。当時大阪大学大学院生、町田博紀君（現、奥村組）、下屋陽八郎君（大林組）をはじめとする、大阪大学水工研究室卒業生諸氏には修士論文、特別研究の作成をとおして本研究の遂行に御協力頂きました。以上、ここに記して感謝する次第であります。