

Title	船の最適変針操舵系に関する研究
Author(s)	千原, 國宏
Citation	大阪大学, 1973, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2542
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

船の最適変針操舵系に関する研究

1973年1月

千原国宏

まえがき

本論文は、筆者が大阪大学大学院基礎工学研究科博士課程（物理系制御工学専攻）在学中に行なった、船の最適変針操舵系に関する研究結果をまとめたものである。

本論文において筆者は、操舵系（線形）の最短時間制御問題について考察し、最適制御則を導びくとともに理論的に整理する。さらに、船の最適変針操舵問題に応用し、最適切りかえ関数を求め、閉ループ用最適制御装置を試作し、海上実験を行なう。この結果、任意の回頭角に対して最短時間操舵を達成できる変針最適操舵系実現に大きな可能性をみいだすことができる。

本文は以下の6章より成り立っている。

第I章は、本論文の背景と概要の記述である。

第II章では、船舶と制御の結びつきを操舵ということを中心にして述べ、実際的な立場から変針動作の最適基準を検討している。

第III章は、一般の操舵系における最短時間制御に関して理論的立場から考察したもので、従来の理論を整理かつ再検討し、より明確で物理的意味をもつ最適制御則に発展し、順時間計算法もシミュレーションしている。この章は、発表論文[1]・[3]を中心にまとめている。

第IV章は、操舵による船体運動の動特性の数学的モデルを用い、3次元状態空間においてシンセシスを行い最適切りかえ関数を求め、かつ最適閉ループ制御系を構成する方法を、発表論文[1]にもとづいて述べたものである。

第V章は、この研究のしめくくりとして、実際に閉ループ用最適制御装置を試作し、船に搭載して海上実験を行なった結果と将来にのこされた問題点を実験的に考察したもので、発表論文[2]に沿ってまとめている。

最後に第VI章において、本論文で述べる船の最適変針操舵系に関する研究の特徴を整理する。

1973年1月

千原 国 宏

[発表論文]

[1] 干原・桜井 “船の閉ループ最適操舵系の設計法”
計測自動制御学会論文集 Vol.8 No.3 369/77 (1972)

[2] 干原・桜井 “最適変針操舵装置と海上実験”
システムと制御 投稿中

[3] K.Chihara, Y.Sakurai "Analog Simulation of the Optimal Steering System"
TOKYO 1971 AICA SYMPOSIUM SIMULATION OF COMPLEX SYSTEMS
September 3-7, 1971. F-1-1/1-6

目 次

第I章	序論	1
第II章	船舶システムと制御	5
2.1.	超自動化の概念	5
2.2.	船舶航行システム	6
2.3.	変針操舵システムの最適化	8
第III章	操舵系の最短時間制御	11
3.1.	はじめに	11
3.2.	問題の定式化	12
3.3.	最適制御則	14
3.4.	順時間解法についで	22
3.5.	まとめ	27
第IV章	船の最適閉ループ変針操舵法	29
4.1.	はじめに	29
4.2.	変針運動の数学的モデル	30
4.3.	問題の記述	32
4.4.	最適変針問題のシンセシス	34
4.5.	閉ループ最適変針操舵系の設計	43
4.6.	まとめ	46
第V章	最適変針操舵装置の試作と海上実験	47
5.1.	はじめに	47
5.2.	試作装置の設計と構成	48
5.3.	アナログ計算機によるシミュレーション	53
5.4.	海上実験	58
5.5.	考察	61

5.6.	まとめ	64
第VI章	結論	66
謝 辞		68
参考文献		69
付録		74
A-1	アナログ計算機の演算モード分割制御機能について	74
A-2	デジタルシミュレーションのプログラム	77
A-3	試作装置と深江丸	81

第 I 章 序 論

制御の本質が、“思い通りにしたい”という人間の心にあること⁷⁾はいうまでもない。それゆえ、機械・道具が発明された古い時代にまでさかのぼって制御の起源をとらえる人も多い。実際、その時期には、まだ“制御”ということが明確には認識されていながら、⁷⁾ 己であるが、自分の思うままに自動的に動作させることができないかと考えていたことは想像である。そして、後年、これらの考えや、また素朴なからくり装置のあるものは、シーケンス制御・プログラム制御といった順序型閉ループ制御に、またあるものは、古典的フィードバック制御にと、より統一的な理論体系の中に位置づけられ、あるため“制御”という言葉のもつ意味の大半が認識されるようになって来た。そして、このような体験に基づく制御の概念と意義を人間が明確に認識した時、再認識という過程を通じて、人間の経験によらぬ新しい視点に立った理論の展開、つまり現代制御理論の研究が始って来たと考えられる。それゆえ、現代制御理論は、人間の経験とは無関係に全く新しい制御対象に対しても制御手段を与え、また従来と異なる発想のもとでの制御も可能にするものと期待できるし、その研究方向も、制御の概念を広くとらえ、統一化・抽象化の過程を歩むことは当然のことである。しかし、対象から得た情報をもとに制御するという考え方は従来と異なるものでなく、その情報の処理方法がある意味で合理化されたにすぎないし、制御の原点に立ち戻って考えれば、実際のシステムに対してこれらの理論を応用していかうとする方向も、現代制御理論の発展に必要な分野であると考えられる。

人間が船という海上輸送手段を考案したのは何時頃のことか明確には判明してはいないけれど、B.C. 5100年頃のもの²⁹⁾と推定されている単材くり船が、日本における現存最古の資料であることを考えても、ずいぶん長い間利用されて来たものといえる。しかし、水上とい

う人間にとって必ずしも安心できる環境に存在するものであるから、^{51), 52)} “沈まなければよい” ということがまず第一に要求され、制御という動作も全て人間中心に発展して来た。しかし、制御工学などにおいて得られた成果を積極的に取り入れようとする努力は続けられ、現在、PI または PID 動作など古典的フィードバック理論に基づきオートパイロットが開発実用化されている。1961年には、世界最初の自動化船「金草山丸」を就航させ、船舶自動化が経済性向上に大いに貢献することも明らかになり、世界中に急速に広まって行った。この船は「M0船^{*}」と呼ばれるもので、主機関部の集中制御によりブリッジからのリモートコントロールを実現したものである。この試みのもたらした経済性と近年のコンピュータ技術の発展とに促がれ、船用コンピュータ搭載の実用化実験のため1968年には、航法・機装・機関の各部門にわたって諸計算を行う機能をもつ「青雲丸」が就航している。^{51), 52)} しかし、これは単に自動化とが、コンピュータを従来の伝統的な甲板部・機関部という区分のもとに各種業務の計算を代行させるだけで、陸上でいう古いオートメーションの考えの応用にすぎない。最近では、輸送手段に固有する、労力軽減・安全性向上・運航経済性向上という三本柱を基本とする船舶の高度集中制御方式の研究開発が、システム工学の発展と乗組員1人あたりの総費用の増加ともなる重要な課題となって来ている。このような高度集中制御系は船舶全体の機能をシステムの集合体として再整理し、機関部のみならず航行・機装部まで対象としている点に特色があり、従来の機関部を主とした「自動化」と区別するため「超自動化: Super Auto-mation」と呼ばれ、コンピュータの機能をフルに活用しようとする意図⁶²⁾するものである。日本でも、1968年から、運輸省を中心に官民共同研究が始まり、1970年までに約5億4千万円が研究費として計上され、その結果「星光丸(13万8千トンタンカー)」、「三峰山丸(22万4千トンタンカー)」などの超自動化船が就航しているし、さらに“Unmanned Ship: 完全無人化船”の構想へと人間の夢は果しなく続いていく。

* M0船 : エムゼロ船、主機関部24時間無当直船 (Man Zero)

このように、船舶は人類の歴史とともに経験として積み重ねて来た造船技術・航海術などの古い固定観念を基礎にしながらも、海上輸送手段としての再認識と共に、新しい視点に立脚して生まれ変わるようになっており、そこには、最適制御理論の応用など、経験だけでなく新しい要求を満たすことができるような理論の展開と応用とが不可欠の分野となって来ている。

本論文では、このような背景を考慮して、船の最適変針操舵系実現の可能性に関して、理論的考察から実用化への基礎実験までの、いわば最適制御理論と応用の境界領域において、制御工学的立場から考察を行なう。

船の最適操舵問題は、見かけ上の制御である舵が最大変位と変位速度の両方に制限をもつため、制御の評価基準を最短時間を与えれば、状態変数制限問題に帰着される。これまでに報告されているこの種の操舵系の最短時間問題に対する研究は、理論的立場からは、状態変数制限問題としてその一般的な解法を応用する方法と、操舵系特有の舵の性質からくる状態制限であると考えて解く方法とがある。しかし、前者には理論的スマートさがあっても、一般論として扱うため応用には必ずしも便利な理論ではなく、後者のそれも、解法は複雑で、明解な最適制御則を与えてくれない。一方、実験的には、船の場合、山本・広田の研究もあるが、山本の方法は汎用性がなく、広田の方法は最適性が明確でないし、計算機を船に搭載する必要もあり現在のところ実用的ではない。

本論文では、操舵系のみ対象とし、可到達点集合の凸コンパクト性を利用し、許容制御のクラスを従来より制限をきつくして、簡単に明解な最適制御則を導びく。

また、回頭抵抗も考慮した舵による船体運動の一次系近似を数学的モデルとして、3次元状態空間において、迎時間最適軌道を追跡することにより最適切りかえ面を計算し、閉ループ最適操舵装置を設計する一方法について述べ、その可能性を検討する。このため、

実際に、この最適制御器を試作し、海上実験を試みる。

として、船の操縦性指数は、船の大きさ、形、巡航速度、最大舵角変位および最大舵角速度などによって異なるが、この最適制御器によれば、操縦性指数の値にかかわらず、任意の回頭角に対して完全に最適変針操舵が実現できることも示される。

第II章 船舶システムと制御

船舶をシステムとしてとらえることにより、新しい考え方による船舶の高度集中制御方式の研究が進められているが、本章では、この超自動化の概念を記述し、船舶システムのサブシステムとしての操舵系の最適化の意義と背景を明確にしていく。

2.1. 超自動化の概念

(29), (51), (52), (62)

1961年の「金華山丸」の就航以来、いわゆる「MO船」が経済性の向上にめざましいものがあることが判明し、世界の動静は、船という海上輸送手段を再認識して、より合理的なものにしようという方向に進んでいる。そこには、船の機能の整理から始まって、新しい要求も盛り込み、現在のシステムの概念を基礎に再整理される過程を踏まなければならぬし、さらに現行の機器・装置の改良や全く新しい設計思想にもとづくハードウェアの開発も必要になってくる。

造船王国を自負し、全世界の船の50%以上も建造している我々も、世界のトップレベルを行く技術水準を維持するため、「社団法人：日本造船研究協会」のもとで「船舶の高度集中制御方式に関する研究部会」を設置して共同研究が進められていることは第I章で述べた。この研究部会²⁹⁾で再整理された船舶のシステム仕様を表2-1にあげておいたが、全体で3つのシステムに大別され、さらにそれぞれ多くのサブシステムに分割されている。このシステム化

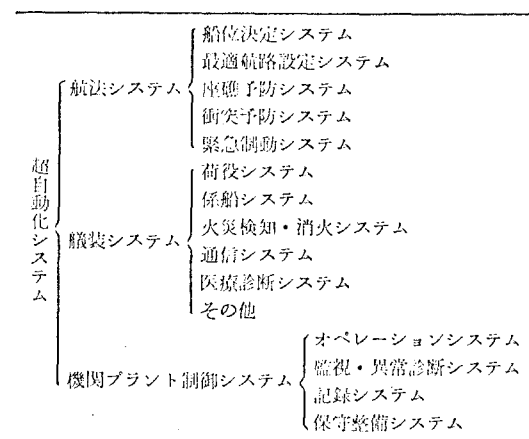


表 2-1. 超自動化システム

された超自動化船の仕様は、ハード面においても従来にはない機能の装置・機器の開発研究を含み、またこれまで、船の機能が甲板部・機関部・無線部というようにある意味で位置的また直感的な面から分割されてきたことと比べると、システム化により、最適化の意味も、トータルシステムとの結びつきのもとでより明確にされるものと考えらる。

なお、第I章で述べた「星光丸」は、航法関係のシステムをほぼ全面的に採用して、自船の方向と対水速度からの船位推定、航行用衛星による船位測定、レーダを利用した衝突予防などの各サブシステムを装置して実用兼評価テストを行っている。また、「三峰山丸」は、原油の荷役、無線通信、火災検知・消火とが、機関部のコンピュータコントロールに主眼をおいて設計されている。

そして、次には、最適システムとは何かを総合的な立場から考えながら、それぞれのサブシステムの最適化が研究されるようになってくるし、そのときも、陸上のシステム以上に、安全性・信頼性の面を重要視した評価基準による最適化が必要となってくる。

また、Fig 2-1は、本研究で扱う最適変針操舵システムのしめる位置も、計算機を中心とした階層形制御システムの構想⁽⁶⁾を通じてとらえたものである。この階層形制御系のハードウェア上の構成としては、1台の超大形高速計算機のみを用いてソフトウェアにおいて分割するか、または、中央処理用には確実性の保証されている汎用型、そして、サブシステムの統括用には実時間処理の可能な高速型と各計算機を有機的に結合して実現するかはここでは考えていない。しかし、サブシステム用の最下位指令装置は、できるだけ簡単な専用回路・装置で実現する方が好ましいと考える。本研究において、最適変針装置を試作したことも、この考えのもとづくものである。

2.2. 船舶航行システム

超自動化船の開発には、システムとしての考え方が重要な役割を

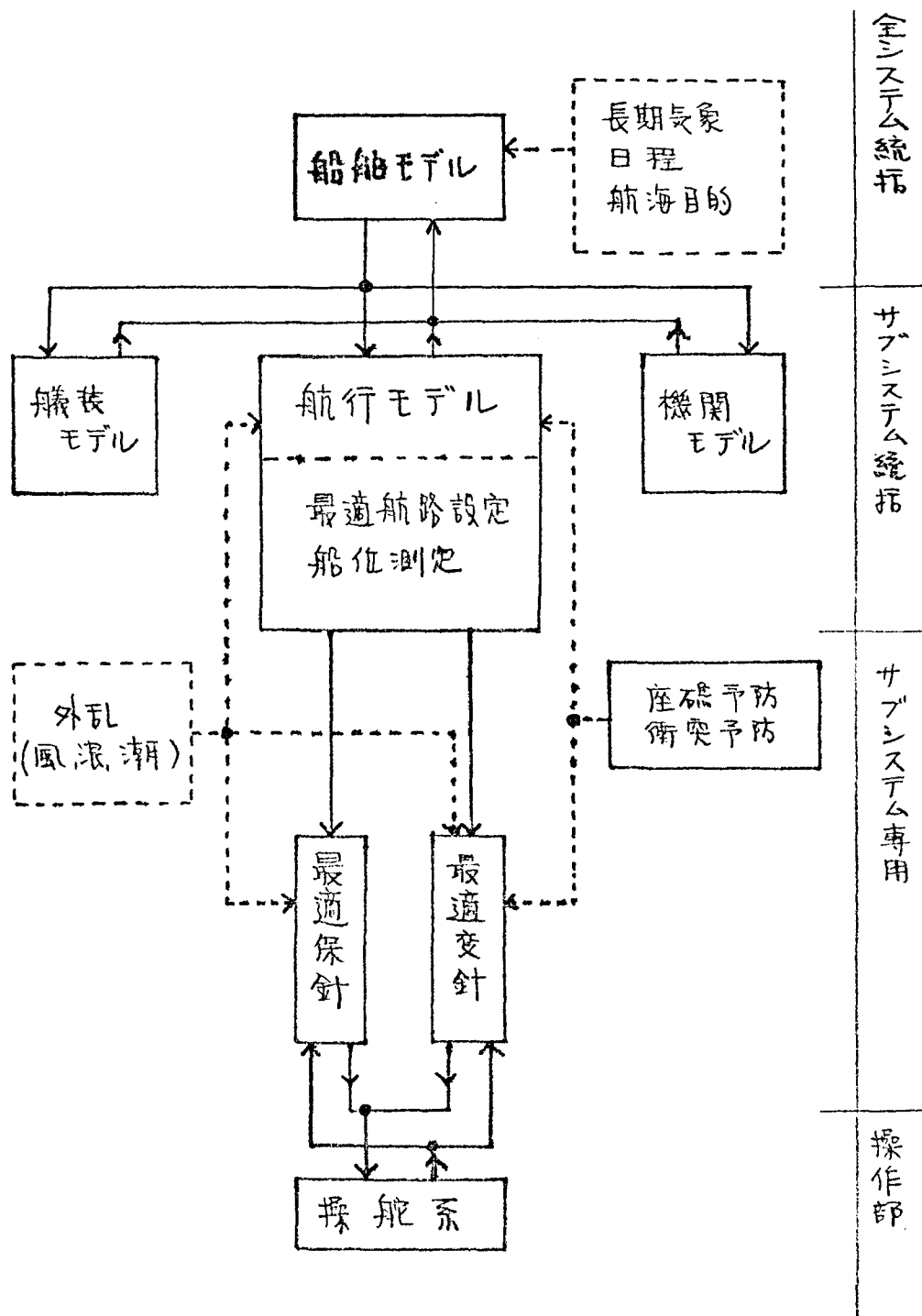


Fig. 2-1 船舶システムにおける操舵系

を果していることが判明したが、システム全体としてバランスのとれた研究が不可欠となる。しかし、航法関係の研究は始まったばかりであり、最適化に関してはとくにおくれている。

ここで、本研究の主要点である最適変針システムについて述べる前に、人間が中心となって実行している現在の航行システムについて説明し、^{51) 52)} 操舵システムの内容を明確にしておくが、この人間の動作の解析は、集中制御方式の研究においても基礎となる重要なものである。

- ① 船長が目的地までの航海計画を作成する。これは、出発地から目的地までの航路を、大圏航路と大圏距離から通過する予定海域に応じて、これまでの経験も基礎に設定し、さらに予想される気象海象の変化も十分計算に入れて作成するから最適航路設定システムの基礎となるものである。
- ② 航海計画にもとづき航行速力のタイムテーブルを作成し、航行プログラムを完成する。速力は、その船の推進効率の最もよい状態が定まっているので、特殊な場合ものをいっては変動せず、船長はこの航行プログラムを海図上に図示し、変針点やその他航路に関する指示も当直士官に与えている。この舵角命令また針路命令にもとづき、当直士官が操舵員に指示を与えて船を制御する。
- ③ しかし同じ舵角でも、船のトリムや吃水状況また船底の状態などによっても、旋回性能は異なり、これがまず外乱となる。また、風や海潮流によっても、船位置は変化するから、これもまた外乱と考えるよい。これらの影響も考慮して船位推定計算がなされるが、実際の船位も、天測やロラン・デッカシステム等により測定され、これを用いて推定計算の精度もあざむがら、航行プログラムと大なる差がでないう。簡単な針路変更も実行しつつ航行している。
- ④ また衝突や、台風に出合う危険のある時は、針路および速力も変更してこれを避ける。

以上述べてきたことは、船体を点と考えた外洋航行システムが主であり、このほかに、出入港時や衝突回避のための操船においては、船舶を剛体と見た航行システムの解析も必要となる。

2.3 変針操舵の最適化

現在、操舵に使用されているオートパイロットは、古典的制御理論にもとづくPIDフィードバック制御方式を採用したもので、船角位置の偏差角およびその角速度に応じて舵をとっていき、さらにバックラッシュ機構による天候調整を備えているものもある。この方式は、1922年 Mimosky⁴²⁾ が草分け的な論文を発表して以来研究され、その後の制御理論の発展と共に開発実用化された。設計の基本は、フィードバック系全体の特性を満足させるものにするための補償回路の選定にあつて、最適性という概念がぼやけたものであることはいうまでもなく、再整理され合理化された船舶システムにおいては、従来の自動化から超自動化をめざしている点を考慮すれば、最適制御の考え方が広く応用できることになる。

最適航法システムについて考察すれば、船は舵によって制御されることから、結局全ての問題は操舵法に帰着され、最適操舵問題としてとらえればよいが、外洋航行また沿岸航行、そして大局的最適性また局所的最適性などというように、種々の目的・立場から、多角的に最適性を考慮する必要がある点に困難さがともなってくる。

一般に、出発地から目的地まで物資を輸送する手段に対する最適性の基準(評価法)は、あいまいな表現が許されるなら、“移動にともなう損失をどれだけ少なくすることが可能か”という形でとらえることができる。ここで“損失”とは、広い意味をもつもので、燃料や日程の増加だけでなく、人員の数、機器の損耗、さらには、乗客の不快感など有形・無形の事項がその対象となる。このような最適基準に関する研究も、実用化において非常に重要な課題であるが、現在のところは、人間がある程度妥当性を認めるものであるか、またはシステム固有の評価法(例えば、ごく限られた仕様を満

足しせる場合で、総重量が限定され、軌道も決定されているロケットの運動における評価)がみつけられる場合を除けば、一般に評価基準をみつけることは困難である。

船の場合も、トータルシステムの中で最適性が評価されるべきであるが、そのためには、まず個々のサブシステムの最適化を通じて経験した結果を考慮して、一步一步前進する帰納的方法を採用していくのが好ましいと考える。これまでに、小山³²⁾は、従来の人間の操舵経験を基礎にして最適性の評価法を検討した唯一の研究を發表しているが、それによれば、船舶操舵法は保針と変針の2つに分割してそれぞれ別な形で評価すべきであることも主張し、保針動作の評価基準について詳しく検討している。

船舶が航行するには、2.2.で述べたように、あらかじめ決定されている航路がある。この航路は、人間または計算機により作成されるもので、できるだけ多くの損失要因を大局的立場から考慮した最適航路であることが好ましいが、この点に関しては本論文では扱わない。それゆえ、局所的には、操舵によってこの航路上を進行させる時に生じてくる損失を最小にすれば、最適操舵が実現できたことになる。これにともない操舵の目的も、主に直進針路を維持する保針動作と変針点において現針路を他の針路に移す変針動作の2つにあることが明らかになる。もちろん変針動作は緊急時においても実行されるが、本研究において定式化された問題と一致させるには、回避回頭角が定められている必要がある。以上の分類によれば、現在のオートパイロットは、保針動作に用いられるもので、最近では、田古^{54)~56)}の二次評価基準による最適保針操舵系の研究も始まっている。一方変針動作のための装置は、これまでに開発されたことはないが、操舵という動作を人間が適当に実行していたことを考えれば、保針と変針を区別して開発する意味も明確なものではなく、その必要性もはっきりと認識されなかったものと思われる。

さて、変針動作における“損失”とは、具体的には何であるか考

えて、物理的に意味をもつ最適変針操舵系の数学的定式化へ接近してみよう。しかし、厳密な定式化は、第IV章において与えられる。

変針の目的は、現針路を他の針路に移すことにあり、変針位置は海図上に点として指示され、また衝突の危険は緊急に解除されるべきであることなどを考えると、“できるだけ短い時間”で変針動作を終了することがまず要求される。一方、急旋回による船体傾斜などからくる乗客・乗員の不安・不快感や荷ぐずれの危険を防止するためには、あまり急な旋回は行わない方がよいし、この動作を実行するのに使用する大舵角操舵(最大 35°)のためのエネルギーも考慮する必要がある。この他にも種々の要求が潜在化しているものと考えられるが、これまでの人間による操舵経験は、通常の変針用舵角は最大 15° 付近を用いれば、船体傾斜や速力低下の問題は少ないことを示している。以上の点を加味すれば、最適変針操舵問題は、最短時間制御問題を基礎に定式化できることになる。もちろん人間の経験を利用した形での最適制御の定式化には、理論のもつ演えま性の利点とか本質を損うものであるという見方もあるが、最適性の意味づけにおいては、このような帰納的な考え方も重要であるという立場は、理論を応用する上で基礎となるものと考えられる。

以上、変針操舵の最適基準を最短時間で与え、その意味づけを物理的な立場から考察して来たが、さらに、観測系から操舵機構まで含めた広い意味での操舵システムの中で最適変針操舵系の構成をはかるべきであろう。

第 III 章 操舵系の最短時間制御

本章では、制御変数の最大値と変化率が制限されている場合の最短時間制御問題について理論的立場から考察する。

これは、特に操舵系においてよく表われる制御であることから、操舵系とことわっているが、一般にサーボモータによる位置決め系など広く適用できるものである。

3.1. はじめに

船舶や航空機の針路は、舵の角位置によって制御されるけれども、舵の角位置を突変することはできない。すなわち、操舵系においては、“慣性のある制御”^{(1), (9)}による最適問題を考えなければならぬ。また、舵の角位置は、その最大行程^{*}のところで制限されているし、場合によっては、 5° または 15° というところに制限された角位置でしか変化させない時もある。それゆえ、舵の角位置を状態変数に加え、制御変数としては舵の角速度もとる通常の定式化^{(1), (9)}によって、状態変数が制限された問題に帰着される。

このような操舵系の最短時間制御問題^{(13)~(15), (21), (27), (41)}に関しては、状態変数制限問題としてその一般的な解法を応用する研究、例えば、Pontryagin^{(14), (15), (36)}の跳躍条件⁽⁹⁾、市川の接続分岐条件^{(2), (26), (27)}、または数理計画法の種々の手法^{(46), (48), (53), (58)}を用いるものなどもあるが、一般的な制限を考慮しているから、その証明は複雑で、結果も操舵系における物理的意味を明確に裏づけるような形では与えられない。一方、操舵系のみを対象とした研究も、S. S. L. Chang^{(16), (17)}や J. Y. S. Luh & J. S. Schafman^{(38)~(40), (50)}によってなされてきて、pang-bang システム⁽¹⁷⁾になることが示されている。しかし、Chang の方法では、3次以上の系を解析することは不可能である。また、Luh らは、可到達点集合の凸コンパクト性を基礎として、①制御の形を pang 区間と bang 区間に分割して解析し、制御関数を時間関数として求める方法、②閉ループの構成を目的として、状態変数の近似関数によって最適制御則を表現する方法、

*一般に、左右 35° の舵角までしか変化できない。

を研究しているが、いずれも跳躍条件や接続分岐条件を用いるのと同様の手順を必要とする。また最近では、^{23)~25)} 広田の研究もある。これは、²³⁾ 逐次高次化法から求めたもので、デジタル計算機があれば便利な方法であると考えられるが、最適性の証明には不明な点が残る。

本研究は、後者の立場から考察したもので、 n 次の操舵系の最短時間制御問題の解法も、可到達点集合の凸コンパクト性と許容制御のクラスを変更することにより導びいている。ここで求められた最適制御則は、最大原理と同じように、直ちに最適制御を決定することはできないけれども、逆時間解を追跡する方法によって最適切りかえ関数を求めて、最適フィードバック制御系を構成できる。¹⁹⁾ また、3.4.で述べるように、随伴系の初期値を Neustadt のくりかえし法³⁾も応用して決定し、順時間で最適制御を求めることも可能である。¹⁸⁾

3.2. 問題の定式化

次の状態方程式で表わされる制御系(S)を考える。

$$(S) \quad \dot{y}(t) = E y(t) + F m(t)$$

ここに、 y は n 次元状態ベクトル、 m は制御変数、 E は $n \times n$ 行列、 F は $n \times 1$ 行列であり、制御 m は次の制限をうけている。

$$|m(t)| \leq D, \quad |\dot{m}(t)| \leq 1$$

いま、 X なる拡張状態空間を次のように定める。

$$\begin{cases} x_i = y_i, & i = 1, 2, \dots, n. \\ x_{n+1} = m \end{cases}$$

そして、 $u(t) = \dot{m}(t)$ とおけば、系(S)は

$$(L) \quad \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$$

$$\text{ただし, } \quad x \in G = \{ x \mid |x_{m+1}| \leq D \}$$

$$|u| \leq 1$$

$$A = \begin{bmatrix} E & F \\ 0_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

0_1 : $1 \times n$ の 0 行列

0_2 : $n \times 1$ の 0 行列

なる系(L)に変換される。また、領域Gの内部intGを可動領域、境界のGを可動限界と呼ぶことにする。

このとき問題は、系(L)において、 $x_0 \in G$ なる任意の初期点 x_0 を最短時間 t_* で座標原点0に移し、かつ対応する軌道が完全に領域Gに含まれるような制御 u を求めよ、ということになる。

従来、許容制御 u は、“区分的に連続である”という関数のクラスを考え来たが、Luは、さらに、このクラスに属してかつ完全に状態点をGに含めることができるもののみを考える定式化を行った³⁸⁾。これは、本研究でも受けついだ重要なポイントで、これにより、接続・分岐の判定は、最適制御則の中に組み込むことが可能となった。いま、許容制御のクラス \mathcal{A} を、

$$\mathcal{A}(t) = \left\{ u(t) \mid \begin{array}{l} \text{① } u(t) \text{ は区分的に連続,} \\ \text{② 任意の } s \in [0, \sigma] \text{ に対して } |u(s)| \leq 1, \\ \text{③ } \sigma \in [0, t] \text{ において } x(\sigma) \in G. \end{array} \right\}$$

また同じことであるが、

$$\mathcal{A}(x(t)) = \left\{ u(x) \mid \begin{array}{l} \text{① } u(x) \text{ は区分的に連続,} \\ \text{② } x(\sigma) \in G \text{ に対して } |u(x)| \leq 1, \\ \text{ただし, } \sigma \in [0, t]. \end{array} \right\}$$

と定義すれば、操舵系の最短時間制御問題は、次のように記述できる。

< 問題 >

系(L)において, $x_0 \in G$ なる任意の初期点 x_0 を最短時間 t_* で座標原点に移すような許容制御 $u \in \mathcal{P}$ を求めよ。

この定式化は, Luh³⁸⁾ によっても与えられている。

3.3 最適制御

< 3.3.1 > 最適制御

$x(0) = x_0$ なる初期条件をみたす系(L)の解は,

$$x(t) = X(t) \left\{ x_0 + \int_0^t X^{-1}(s) B u(s) ds \right\}$$

で与えられる。ただし, $X(t)$ は, $\dot{x} = Ax$ の基本行列, X^{-1} はその逆行列, 且して, $u(s) \in \mathcal{P}(s)$ である。したがって, 任意の許容制御 u を用いて, T 時間で原点に移すことのできる状態点の集合 $K(T)$ は,

$$K(T) = \left\{ x \mid x = - \int_0^T X^{-1}(s) B u(s) ds \right\}$$

で定まる。そして, $K(T)$ は, ①凸コンパクト集合で原点も含む, ② t に関して連続で, $t_1 < t_2$ ならば, $K(t_1) \subset K(t_2)$ なる性質をもっている。これは Schmaedeke⁴⁹⁾ が証明しているが, この性質を用いて話を続行し, あらためて < 3.3.2 > で述べる。

よって, x_0 を原点に移す許容制御が存在すれば, $x_0 \in K(t_*)$ なる t の最小値 t_* が存在して, しかも, x_0 は $K(t_*)$ の境界 $\partial K(t_*)$ 上にあることは $K(T)$ の凸コンパクト性から明らかで, この t_* が x_0 を原点に移す最短時間となる。また凸性から, x_0 における $K(t_*)$ に対する支持超平面 π の法線ベクトル n で $K(t_*)$ の外側へ向く $n+1$ ベクトル z とすれば, $x \in K(t_*)$ なるすべての x に対して,

$$\eta'(x - x_0) \leq 0$$

が成立する。したがって, いま x_0 を原点に移す最適制御を u_{opt}

とすれば, $u(t) \in \mathcal{P}$ なるすべての許容制御に対して次式が成立する。

$$\begin{aligned} \int_0^t [-\eta' X^{-1}(s) B u_{\text{opt}}(s)] ds \\ \geq \int_0^t [-\eta' X^{-1}(s) B u(s)] ds \end{aligned}$$

ここで, $-\eta' X^{-1}(t) = P(t)$ とおくと, 行ベクトル $P(t)$ は, 次の随伴方程式 (3.1) 式も満足してゐる。

$$\dot{P}(t) = -P(t)A, \quad P(0) = P_0 = -\eta' \quad (3.1)$$

よって,

$$\int_0^t P(s) B u_{\text{opt}}(s) ds \geq \int_0^t P(s) B u(s) ds$$

$$\therefore P(t) B u_{\text{opt}}(t) \geq P(t) B u, \quad u \in \mathcal{P} \quad (3.2)$$

なるように $u_{\text{opt}}(t)$ をえらぶのはよい。 $u \in \mathcal{P}$ は, 状態点 x が常に $x \in \mathcal{C}$ となるように定義されてゐるから, $|x_{m+1}| < D$ ならば, $|u| \leq 1$, $x_{m+1} = D$ ならば, $-1 \leq u \leq 0$, さらに, $x_{m+1} = -D$ ならば, $0 \leq u \leq 1$ であり, 制限上に存在しつづけるためには, $u = 0$ が要求される。

この時, (3.2) 式で与えられるような形の $u_{\text{opt}}(t)$ は一意的に定まらうかという疑問が残る。 次の補題 1 は, 一般に最大条件,

$$P(t) B u(t) \geq P(t) B u, \quad u \in \mathcal{P} \quad (3.3)$$

を満たす極値制御 $u(t)$ が, $P(t)$ を用いて一意的に決定できることを示すものである。 以下, A のすべての固有値は実数とする。

補題 1.

方程式 (3.1) 式の非自明解 $P(t)$ のおのおのに対して, (3.3) 式によつて制御関数 $u(t)$ がそれぞれ一意的に決定される。 さらに, $u(t)$ は階段関数であつて, そのとる値は, $-1, 0, 1$ の 3 値だけであり, 0 は \mathcal{C} の境界 $\partial \mathcal{C}$ 上でのみ許される。

[証明] $B' = (0', 1)$ より

$$P(t) B u(t) = P_{m+1}(t) u(t)$$

許容制御のクラスの定義と、(3.3)式より、 $u(t)$ は次の形をもち。

① $P_{m+1}(t) > 0$ の時

$$|x_{m+1}| < D \quad \text{ならば} \quad u(t) = 1$$

$$x_{m+1} = D \quad \text{ならば} \quad u(t) = 0$$

$$x_{m+1} = -D \quad \text{ならば} \quad u(t) = 1$$

② $P_{m+1}(t) < 0$ の時

$$|x_{m+1}| < D \quad \text{ならば} \quad u(t) = -1$$

$$x_{m+1} = D \quad \text{ならば} \quad u(t) = -1$$

$$x_{m+1} = -D \quad \text{ならば} \quad u(t) = 0$$

③ $P_{m+1}(t) = 0$ の時 $u(t)$ は不定

ここで、 $P_{m+1}(t) = 0$ が有限個の点でかつ切りかえ点的なものであれば実際上問題ではなすが、確かに $P_{m+1}(t)$ は恒等的に0でないし、定数係数線形微分方程式に関するよく知られた定理から、 $P_{m+1}(t)$ は最大 m 個のゼロ点しかもちえないことがわかる。そして、この前後で符号が変化しているから、このゼロ点は切りかえ点となり③の状態は瞬時にしかおこらない。よって、 $u(t)$ も左連続な関数としておけば、①か②のように、ある解 $P(t)$ に対して、極値制御 $u(t)$ は一意的に定まる。(Q.E.D)

この結果から直ちに次の補題2が導びかれる。

補題2.

(3.3)式で一意的に決定される極値制御 $u(t)$ は、いわゆる“0付 Bang-bang 制御 (Pang-bang 制御)”で、ゼロ値をばとんで同じ値をとることはない。このとき、 $-1 \rightarrow 0 \rightarrow 1$, また $1 \rightarrow 0 \rightarrow -1$ の形は、多くとも m 回しかおこらない。

以上、線形最短時間制御問題における極値制御の一意性と切りか

え回数有限の定理に類似した2つの補題を導いたが、さらに、次の考察の後、最適制御の条件を求める。

さて、最適制御は、極値制御の中から選べばよいことが判明したが、 $K(t_*)$ の境界 $\partial K(t_*)$ 上の全ての点が、常に最小时間 t_* で原点に移る初期点の集合ではないことに注意しなければならない。いま、ある許容制御を用いて最小时間 t_* で原点に移せる初期点の集合を、 $I(x_0, t_*)$ とする。原点は \mathcal{G} の内部 $\text{int } \mathcal{G}$ にあるから、 t_* が十分短い時間ならば、 $K(t_*)$ はすべて $\text{int } \mathcal{G}$ に含まれ、 $I(x_0, t_*) = \partial K(t_*)$ であるが、長くなれば、 $K(t_*)$ と \mathcal{G} の境界 $\partial \mathcal{G}$ が一致する部分ももち、 $I(x_0, t_*) \subset \partial K(t_*)$ となり結局、 $I(x_0, t_*)$ は、次式で表現される。

$$I(x_0, t_*) = \{x \mid x \in \partial_0 K(t_*)\} \quad (3.4)$$

ただし、 $\partial_0 K(t_*)$ は、 $\partial K(t_*) \cap \text{int } \mathcal{G}$ の閉包。

このように、 $\partial K(t_*)$ 上から $I(x_0, t_*)$ だけを分離するには、 P_0 の最初の n 個の成分がすべては0にならないようにえらばよい。

よって、次の定理が成立する。

定理 最適制御

過程 (x_{opt}, u_{opt}) が、この問題に対する最適過程であり、かつ、最初の n 個の成分がすべては0にならない $n+1$ ベクトル P_0 に対して、随伴方程式(3.1)式の非自明解 $P(t)$ が存在するならば、 $u_{opt}(t)$ は、次式を満足している。

$$u_{opt}(t) = \begin{cases} \text{sgn}[P_{m+1}(t)] & \begin{cases} 1. x \in \text{int } \mathcal{G} \\ 2. x \in \partial \mathcal{G} \text{ かつ } x_{m+1} \cdot P_{m+1} < 0 \end{cases} \\ 0 & \dots\dots\dots x \in \partial \mathcal{G} \text{ かつ } x_{m+1} \cdot P_{m+1} > 0 \end{cases}$$

さらに、 x_0 から原点に移す許容制御が存在すれば、最適制御の存在と一意性は、線形最短時間制御問題の理論がそのまま適用できる

が、 $K(T)$ において、 $T \rightarrow \infty$ の操作により、制限状態空間 X も完全におおうことが可能であるから、確かに、 $x_0 \in X$ なる任意の初期点を原点に移すことができる。よって、この問題に対する最適制御は、たゞし存在して、それは、定理より決定することができる。

<3.3.2> $K(T)$ の凸コンパクト性の証明

ここで、 $K(T)$ の凸コンパクト性についてSchmaedekeが証明したものを⁴⁹⁾少し改めて述べることにする。いま空間 X は有限次元ユークリッド空間のみを考えている。

①有界性の証明

$$K(T) = \left\{ x(T) \mid x(T) = - \int_0^T X^{-1}(s) B u(s) ds, u(s) \in P \right\}$$

で $K(T)$ は定義されている。ここで、 $X^{-1}(s)$ また $u(s)$ は有界であるから、 $x(T)$ も有界。よって、 $K(T)$ は有界である。

②閉集合であることの証明

点列 $\{x^{(p)}(T)\}$ も、 $x^{(p)}(T) \in K(T)$ かつ $\lim_{p \rightarrow \infty} x^{(p)}(T) = Q$ のように作る時、 $Q \in K(T)$ であることをいえる。

いま、時間 T における応答が $\{x^{(p)}(T)\}$ であるような P の関数列 $\{u^{(p)}(t)\}$ を作る。この時、 $I_T = [0, T]$ において、

$$\lim_{p \rightarrow \infty} u^{(p)}(t) \xrightarrow{wk.*} u(t), \text{ かつ } |u(t)| \leq 1$$

なる $\{u^{(p)}(t)\}$ が作れて、 $u(t)$ に弱収束^{*}することは、線形最短時間制御の場合と同様である。しかし、 $u(t) \in P$ であることはまだいえない。

さて、 $u^{(p)}(t)$ は有界だから I_T 上で $x_{m+1}^{(p)}(t)$ は一様有界な全変動 $\forall_0^T [x_{m+1}^{(p)}(t)]$ ももち、Hellyの定理より、 I_T 上で有界な関数 $r(t)$ が存在して、

$$x_{m+1}^{(p)}(t) \rightarrow r(t), \text{ for all } t \in I_T.$$

したがって、 $r(t)$ は各点で $|r(t)| \leq D$ を満たしている。

*) 有限次元ユークリッド空間において、弱収束は強収束と同じであるが、Schmaedekeは一般のノルム空間においても成立することを示しているのだ。そのままの用語を用いた。

さらに, $x_{m+1}^{(p)}(t)$ は I_T 上で絶対連続だから, $\delta_T(s)$ を I_T 上の特性関数とすれば,

$$\int_{I_T} u^{(p)}(s) \delta_T(s) ds = x_{m+1}^{(p)}(t) - x_{m+1}^{(p)}(0)$$

が成立し, $u^{(p)}(t)$ の弱収束性より

$$\int_{I_T} u^{(p)}(s) \delta_T(s) ds \xrightarrow{p \rightarrow \infty} \int_0^T u(s) ds.$$

$$\therefore |x_{m+1}^{(p)}(\beta_j) - x_{m+1}^{(p)}(\alpha_j)| = \left| \int_{\alpha_j}^{\beta_j} u^{(p)}(s) ds \right|$$

$$\leq \max_{I_T} |u^{(p)}(s)| \cdot |\beta_j - \alpha_j|$$

より, $v(t)$ が絶対連続であることもわかる。以上まとめて,

$$u(t) \in \mathcal{P}.$$

よって, 点列 $\{x^{(p)}(T)\}$ にもとじて,

$$x^{(p)}(T) = - \int_0^T X^{-1}(s) B u^{(p)}(s) ds$$

$$\xrightarrow{p \rightarrow \infty} Q = - \int_0^T X^{-1}(s) B u(s) ds \in K(T).$$

いゝかえれば, 点列 $\{x^{(p)}(T)\}$ は, $K(T)$ の点に収束するから, $K(T)$ が閉集合であることが証明された。

③凸性の証明

任意の許容制御を $u_1(t), u_2(t)$ とし, 非負の実数 $\alpha, \beta, \alpha + \beta = 1$, に対して $w(t) = \alpha u_1(t) + \beta u_2(t)$ を作る。まず,

$$-\alpha \leq \alpha u_1(t) \leq \alpha, \quad -\beta \leq \beta u_2(t) \leq \beta$$

$$\text{より,} \quad -1 \leq \alpha u_1(t) + \beta u_2(t) \leq 1$$

$$\therefore |w(t)| \leq 1$$

また,

$$-\alpha D \leq \alpha \int_0^t u_1(s) ds \leq \alpha D$$

$$-\beta D \leq \beta \int_0^t u_2(s) ds \leq \beta D$$

$$\begin{aligned} \text{より} \quad & -D \leq \int_0^T \alpha u_1(s) ds + \int_0^T \beta u_2(s) ds \leq D \\ \therefore \quad & \left| \int_0^T w(s) ds \right| \leq D \end{aligned}$$

これは、 $w(t)$ が作る軌道 $x_{m+1}(w(t))$ が $|x_{m+1}(w(t))| \leq D$ を満たしていることを示している。 よって

$$w(t) \in \mathcal{P}$$

いま、 $K(T)$ に含まれる 2 点、 $x^1(t)$ 、 $x^2(t)$ をとれば

$$\begin{aligned} \alpha x^1(t) + \beta x^2(t) &= -\alpha \int_0^t X^{-1}(s) B u_1(s) ds \\ &\quad - \beta \int_0^t X^{-1}(s) B u_2(s) ds \\ &= -\int_0^t X^{-1}(s) B (\alpha u_1(s) + \beta u_2(s)) ds \\ &= -\int_0^t X^{-1}(s) B w(s) ds = x^w(t) \end{aligned}$$

なる $x^w(t)$ は、 $w \in \mathcal{P}$ なる許容制御によって作られた軌道であるから、 $x^w(t) \in K(t)$ 。

$\therefore K(T)$ は凸集合である。

<3.3.3> 随伴ベクトル P の跳躍について

状態変数制限問題では普通随伴ベクトル $P(t)$ は跳躍値をもつが、本論文で扱った操舵系の最短時間制御問題においては、この跳躍は考慮しなくてもよい。

いま、最適軌道 $x_{\text{opt}}(t)$ 、 $0 \leq t \leq t_f$ 、が状態点 x_A で可動限界に到達したものとす。 x_A は最小時間 τ_1 で原点に移せるものとするれば、 $x_A = x_{\text{opt}}(t_f - \tau_1)$ 。ただし、 $x_{\text{opt}}(t_f) = 0$ 。 x_A は、 $I(x, \tau_1)$ に属する可動限界上の状態点であるから、 x_A における $I(x, \tau_1)$ に対する支持超平面は無数に存在し、法線ベクトル η_A も定まる。しかし、微小時間 $\Delta \tau$ をとり、 $x_B \in I(x + \alpha x, \tau_1 + \Delta \tau)$ なる、 x_A に到達する少し前の可動領域内の状態点 $x_B =$

$$x_B = x_{opt}(t_f - t_1 - \Delta t)$$

も考え、対応する随伴ベクトル $P(t_f - t_1 - \Delta t)$ の極限值を、 Δt を 0 に近づけることにより作れば ($x_B \rightarrow x_A$)、前述の x_A における法線ベクトル η_A の中の 1 つと。

$$\lim_{\Delta t \rightarrow +0} P(t_f - t_1 - \Delta t) = P(t_f - t_1) = -\eta_{A0}$$

なる関係で連続的に結びつけることができる。そして、 $I(x, t)$ の連続性から、その後もう少し手順を変更するだけで、跳躍値をもつことなく可動限界上の状態点に対して随伴ベクトルが、(3.1)式を用いて定められ、 $P_{m+1}(t_2) = 0$ の後、符号が逆転して最適軌道は可動領域内に分岐する。もし分岐する時刻 t_2 が最適でないならば、初期ベクトル $P(0)$ を任意の大ま土のベクトルだけ変えてやればよい。

結局、このことが途中で跳躍も必要としない理由と考えるれる。

さて、Pontryagin の手法⁽⁹⁾を形式的に適用すれば、可動限界 $f(x) = |x_{m+1}| - D = 0$ 上の最適軌道の必要条件

$$S(x, u) = \frac{\partial f(x)}{\partial x} (Ax + Bu) = u = 0$$

が成立することが要求されるが、これは、 $u = 0$ が限界上の最適軌道を作ることと同じである。次に、限界上の随伴方程式は、

$$\frac{d\psi}{dt} = - \frac{\partial H(x, \psi, u)}{\partial x} + \lambda(t) \frac{\partial S(x, u)}{\partial x}$$

$$\text{ただし、} H = \psi(Ax + Bu).$$

であるが、第 2 項 $\partial S / \partial x = 0$ となるから、限界上の随伴ベクトルは可動領域内と同じ方程式となる。最後に、跳躍条件を適用すると、接続時は、 $\psi(0)$ を任意の大ま土のベクトルだけ変化させることができる。つまり、 $\psi^+ = \psi^-$ 、分岐時も同様のことがいえる。特に後者の場合は、最適軌道は可動領域内に向わなければならないから、 $\psi_{m+1}^+ = \psi_{m+1}^- = 0$ で、この前後で ψ_{m+1} の符号は正負が逆転する。つまり、本研究で扱う操舵系の場合には途中で跳躍はない。

以上、随伴ベクトル P の跳躍に関して考察したが、〈3.3.1〉でえら

た結果は、Pontryagin の跳躍条件からなる一連の条件からも形式的に証明できることが示された。しかし、厳密にこれらの条件を用いるためには、Pontryagin の正則条件²⁾も満たす正則軌道になっていることを確かめておく必要があり、これは相当多くの条件により判定しなければならず困難なこともなうものである。

3.4. 順時間計算法について

<3.4.1> Neustadt のくりかえし法

線形最短時間制御を順時間で計算する方法の1つに Neustadt のくりかえし計算法³⁾があるが、操舵系の場合にもこの方法を適用して定理で与えられる制御 u_{opt} を求めることが可能である。この計算法の基本は、随伴ベクトルの初期値を順次変化させ、それに対応する極値制御の中から最適制御を見つけようとするものである。

ここで、 $P(t)$ の η に対する依存性を明確にするために、 $P(t, \eta)$ と表わすことにし、また $P(t, \eta)$ によって決定される (3.3) 式で定義した極値制御を $u(t, \eta)$ で表わす。3.3 の定理によれば、本問題においてもこの極値制御 $u(t, \eta)$ の中から最適制御をさがせばよいから、Bang-bang 制御を求める線形最短時間制御問題の場合と同様の考え方が可能となる。以下にそのアルゴリズムを述べる。

- ①. $-\eta x_0 < 0$ となるように、初期値 η の 0 近似を推定し、 η_0 とする。
- ②. 第 i 近似を η_i とする。ここで、 $P(t, \eta_i)$, $u(t, \eta_i)$, そして $Z(t, \eta_i)$ を次式で計算する。
 - Ⓐ. $P(t, \eta_i)$ は定義通り、 $P(0) = -\eta_i$ として (3.1) 式を解く。
 - Ⓑ. $u(t, \eta_i)$ は、Ⓐの解 $P(t, \eta_i)$ と (3.3) 式から決定する。
 - Ⓒ. $Z(t, \eta_i)$

$$= -\int_0^t X^{-1}(s) B u(s, \eta_i) ds, \quad t > 0.$$

- ③. $f(t, \eta_i; x_0) = 0$ の瞬間、②の演算を停止保持する。ただし、この時刻を $T[\eta_i; x_0]$ とし、 $f(t, \eta_i; x_0)$ は次式で定義

とれるスカラー関数である。

$$f(t, \eta_i; x_0) = \eta_i \{ Z(t, \eta_i) - x(0) \}$$

④. 第 i 近似 η_i を η_{i+1} と修正して②に戻る。ただし

$$\eta_{i+1} = \eta_i - K \{ Z(F[\eta_i; x_0], \eta_i) - x(0) \}$$

で、 K は十分小さい正の定数である。

〈3.4.2〉 アルゴリズムの収束性について

本問題に対して、アルゴリズム①～④が収束すること、④の修正法が $F(\eta_i; x_0)$ に対する最急上昇法となっていることは、必ずしも保証されてはいない。

しかし、本問題においても、 $t \geq 0$ で

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} &= -\eta_i X^{-1}(t) B u(t, \eta_i) \\ &= P(t, \eta_i) B u(t, \eta_i) \geq 0 \end{aligned}$$

が成立する。ここで、線形最短時間制御における $u(t, \eta_i)$ は、恒等的には 0 でない関数であるから等号は $P(t, \eta_i) = 0$ の時、すなわち切りかえ点のみで成立して、 f はこの時刻 t において停留点をもつ増加関数となる。之れゆえ、アルゴリズム①～④は、 $f < 0$ なる初期値 η_i から始めれば、必ず $f = 0$ となり演算が停止し、 η_i も修正することが可能であった。ところが、本問題においては、0 も極値制御のとるうる値だから、 $\partial f / \partial t = 0$ は切りかえ点以外でも成立し、 f は非減少関数という性質しかもないので、この $f = 0$ なる時刻が検出できない場合がある。Fig. 3-1 に、これらの関係を整理したが、以下に少し詳しく説明することにする。

いま、 $P_{m+1}(t, \eta_i)$ は m 個 ($m \leq n$) のゼロ点をもつものとする、このゼロ点を境にして、 $P_{m+1}(t, \eta_i)$ の正負が m 回変化することになる。また、極値制御 $u = 1$ で $x_{m+1} = D$ 、 $u = -1$ で $x_{m+1} = -D$

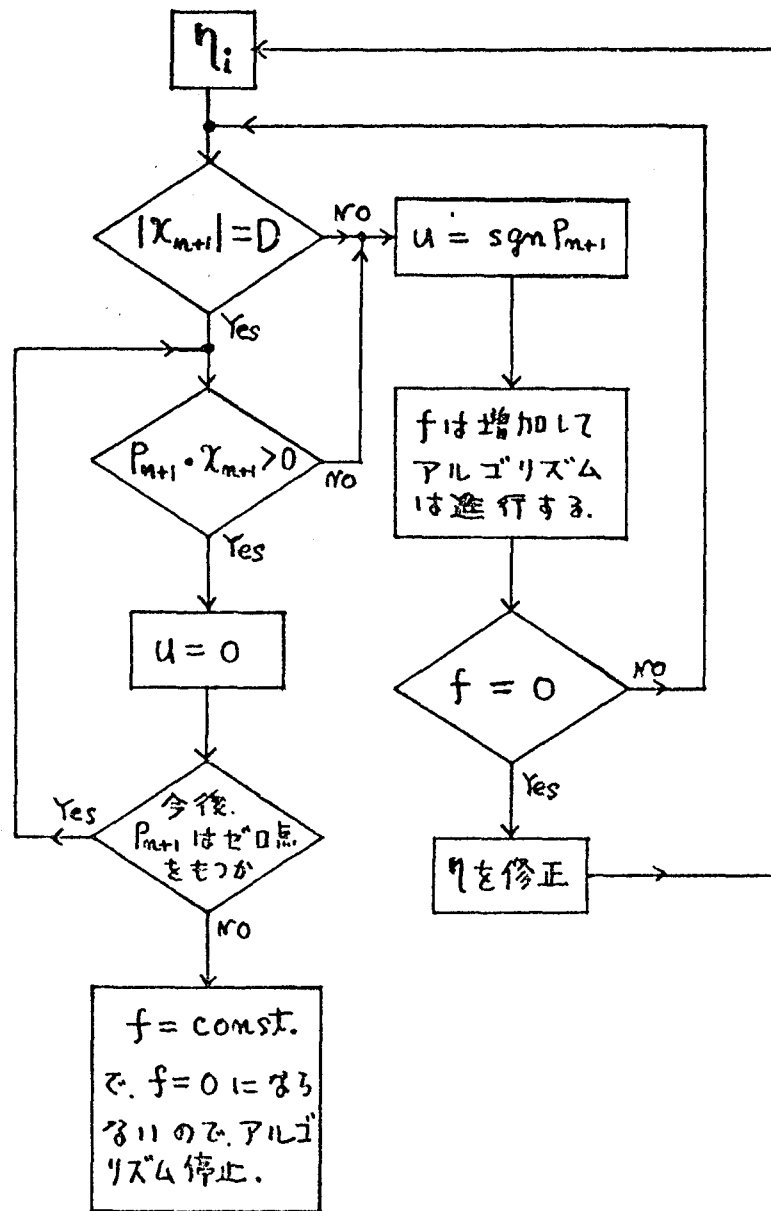


Fig. 3-1. アルゴリズムの進行と停止

となり、状態点が可動限界上に到達するのは、この場合しかない。
つまり、 $P_{m+1}(t, \eta_i) \cdot x_{m+1}(t) > 0$ のとき、可動限界に到達し、
その後、 $u=0$ で可動限界上を移動する軌道を作る。よって、 f
は一定値を保持していることになる。ここで、 $P_{m+1}(t, \eta_i)$ のゼ
ロ点は m 個あるから、このゼロ点が全て出尽くしていきければ、こ
の後 $P_{m+1}(t, \eta_i)$ の正負が逆転し、 $P_{m+1}(t, \eta_i) \cdot x_{m+1}(t) < 0$ とな
り、再び 0 でない極値制御 $u(t, \eta_i)$ が定まり、 $\partial f / \partial t > 0$ より
 f は増加するから問題にはならない。ところが、 m 番目のゼロ点
を持った後、軌道が可動限界に到達すれば、 $P_{m+1}(t, \eta_i)$ の正負は変
化せず、 $P_{m+1}(t, \eta_i) \cdot x_{m+1}(t) > 0$ の状態が続くから $u=0$ となり、
 $f < 0$ の状態で一定値を保持する。よって、 $f=0$ なる時刻 $T[\eta_i; x_0]$
が検出できず、このアルゴリズムは進行できなくなる。

これは、 η_0 の与え方や K の値を変えることによつて避けることが
可能であり、またこの状態が起った時は改めて計算をやりなおせば
よいが、一般にこれを避けることが可能な η や K の集合については
検討していない。

(3.4.3) アナログ計算機によるくりかえし演算—簡単な3次系

ここでは、実際に①～④のアルゴリズムを本学所有の HITACHI-
ALS 2000 アナログ計算機の分割演算モード制御の機能^{*}を用いて実
行した¹⁸⁾。問題は3次の制御系とし、その状態方程式を

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\alpha x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = u \end{cases}$$

ただし、 $|x_3| \leq D$, $|u| \leq 1$, α は実数。

で与える。このとき、任意の初期値 $x_1(0)$, $x_2(0)$ および $x_3(0)$ を
原点に最短時間で移す u を求める。随伴方程式は、

$$\dot{p}_1 = 0, \quad \dot{p}_2 = -p_1 + \alpha p_2, \quad \dot{p}_3 = -p_2$$

で与えられるから、最適な初期値 $p_1(0) = -\eta_*^1$, $p_2(0) = -\eta_*^2$, $p_3(0)$

*: 付録 A-1 参照

$= -\eta_3^*$ に対して最適制御 $u_{opt}(t)$ は次式で与えられる。

$$u_{opt}(t) = \begin{cases} \operatorname{sgn} P_3(t, \eta_*) \cdot \begin{cases} 1. |x_3| < D \\ 2. |x_3| = D \quad \text{かつ} \quad P_3 \cdot x_3 < 0 \end{cases} \\ 0 \quad \dots\dots\dots |x_3| = D \quad \text{かつ} \quad P_3 \cdot x_3 > 0 \end{cases}$$

ただし、 $\eta_* = (\eta_*^1, \eta_*^2, \eta_*^3)$

ここで、順時間で最適値 η_* を計算するには、前述のアルゴリズム ① ~ ④ を具体的に表現した、

①. 第 0 近似 η_0 を、 $\eta_0^1 x_1(0) + \eta_0^2 x_2(0) + \eta_0^3 x_3(0) > 0$ なるように求める。

② η_i に対して、 $u(t, \eta_i)$ 、 $z(t, \eta_i)$ を計算する。

$$u(t, \eta_i) = \begin{cases} \operatorname{sgn} P_3(t, \eta_i) \cdot \begin{cases} 1. |x_3| < D \\ 2. |x_3| = D \\ \quad \text{かつ} \quad P_3(t, \eta_i) \cdot x_3 < 0 \end{cases} \\ 0 \quad \dots\dots\dots |x_3| = D \\ \quad \quad \quad \text{かつ} \quad P_3(t, \eta_i) \cdot x_3 > 0 \end{cases}$$

$$z(t, \eta_i) = \begin{bmatrix} z_1(t, \eta_i) \\ z_2(t, \eta_i) \\ z_3(t, \eta_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\int_0^t \xi_1^3(s) u(s, \eta_i) ds \\ -\int_0^t \xi_2^3(s) u(s, \eta_i) ds \\ -\int_0^t \xi_3^3(s) u(s, \eta_i) ds \end{bmatrix}$$

$$\text{ただし、} \quad X^{-1} = \xi = \begin{bmatrix} \xi_1^1 & \xi_1^2 & \xi_1^3 \\ \xi_2^1 & \xi_2^2 & \xi_2^3 \\ \xi_3^1 & \xi_3^2 & \xi_3^3 \end{bmatrix} \quad \text{とす。}$$

$$\dot{\xi}_j^1 = 0, \quad \dot{\xi}_j^2 = -\xi_j^1 + a \xi_j^2, \quad \dot{\xi}_j^3 = -\xi_j^2, \quad (j=1, 2, 3)$$

$$\xi_1(0) = (1, 0, 0)', \quad \xi_2(0) = (0, 1, 0)', \quad \xi_3(0) = (0, 0, 1)'$$

③ $f = 0$ の時刻に②の演算を停止し、そのまま保持する。

$$f = \eta_1' [z_1(t, \eta_1) - x_1(0)] + \eta_2' [z_2(t, \eta_2) - x_2(0)] \\ + \eta_3' [z_3(t, \eta_3) - x_3(0)]$$

④ η_i を η_{i+1} に変更して②に戻る。

$$\eta_{i+1}^m = \eta_{i+1}^m - K \{ z_m(F[\eta_i; x_0], \eta_i) - x_m(0) \}$$

$$m = 1, 2, 3.$$

のアルゴリズム①~④を用いればよいことになる。

以上の演算を実行するため、アナログ計算機の演算増巾器をグループM、AおよびBの3群に分割して、それぞれ演算モードを表す-1のように制御することにより、ハイブリッド的な機能をもたせて、自動的にくりかえし演算を実行させた。

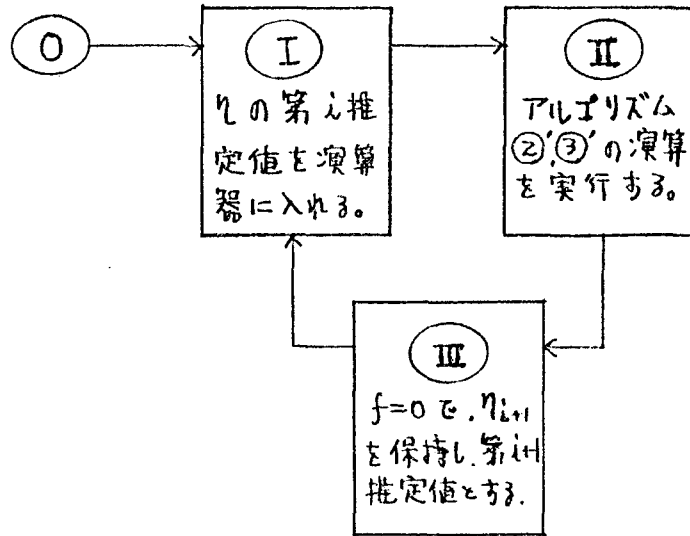
ここで、グループMは、 $f(t)$ 、 $g(t)$ 、 $P(t)$ 、 $z(t)$ として $u(t)$ を計算する主要部で、 $f(t) = 0$ を検出して、相Ⅲから相Ⅳに演算サイクルを移行させるためにも使われる。また、グループA、Bの演算器は、それぞれ、相Ⅲから相Ⅰ、相Ⅰから相Ⅱへ移行するためにも使われるし、さらに、これらのグループに属する積分器は、第*i*近似 η_i の記憶要素としても用いられる。以上の演算のためのアナログ計算機のプログラムが Fig 3-2 に図示されている。また計算例として、つぎの2つの例題を演算した。

例1. $Q = 0$ の場合.

システム方程式と制限を

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, & \dot{x}_2 = x_3, & \dot{x}_3 = u \\ |x_3| \leq 1.0, & |u| \leq 1.0 \end{cases}$$

とし、初期値 $x_1(0) = 5.0$ 、 $x_2(0) = x_3(0) = 0$ を原点に移す最短時間制御 $u_{opt}(t)$ を求めた結果が、Fig 3-3 で、Fig 3-4 には、そのくりかえし過程を示した。ただし、修正係数 K は 0.003、 η のゼロ近似値は、 $\eta_0' = 0.600$ 、 $\eta_0'' = 3.697$ 、そして $\eta_0''' = 2.258$ の各値がポテンシャル関数によって与えられている。

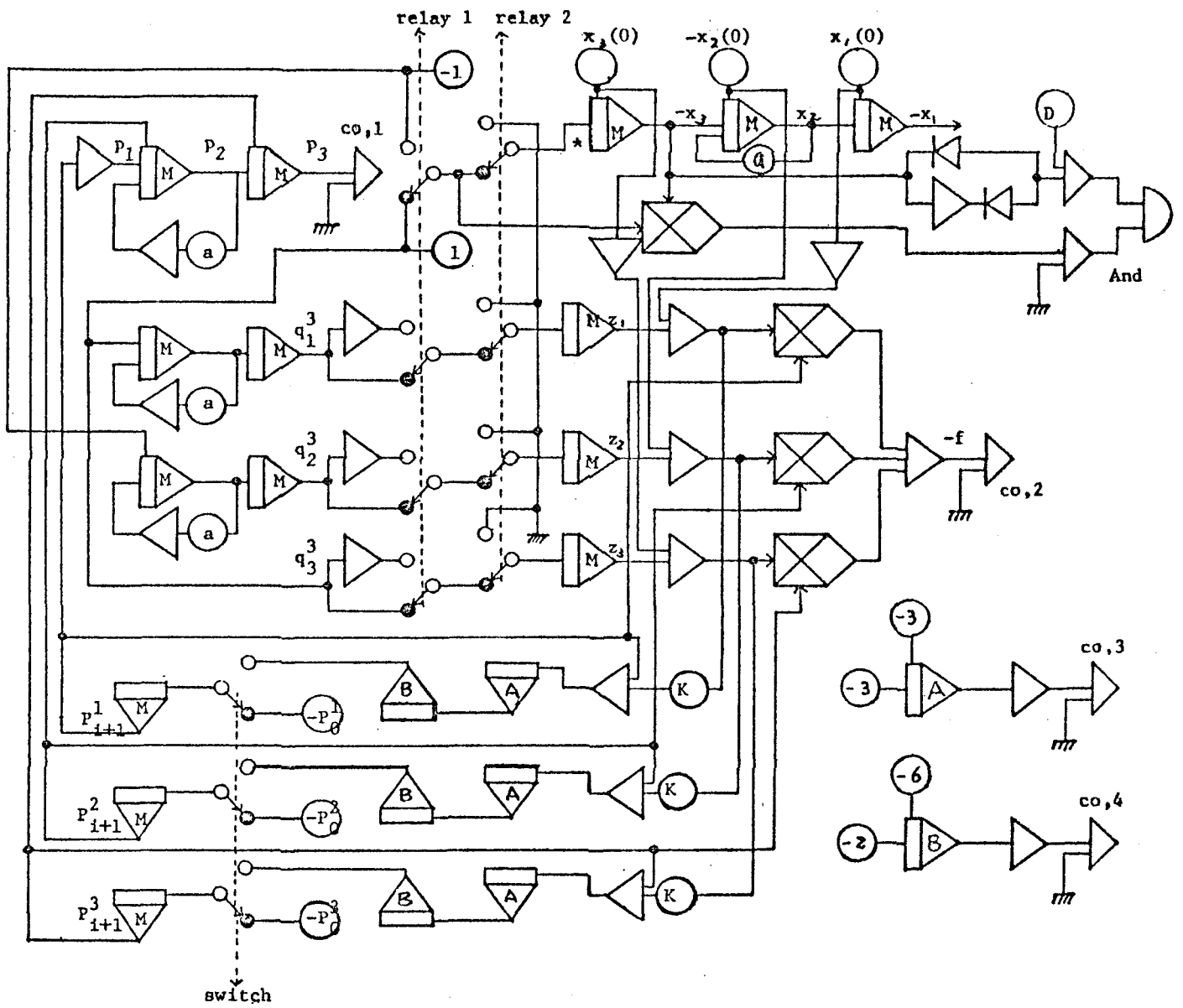


(a) 相Ⅰ～Ⅲの機能

相 演算器	0	I	II	III
M群	R	R	C	H
A群	R	H	R	C
B群	R	C	H	R

(b) 分割演算モード表
 (R:リセット, C:コンピュータ)
 (H:ホールドの各モードを示す.)

表3-1. 分割演算モード表



co, ; comparater
And ; and circuit

relay 1 : driven by co,1 output
relay 2 : driven by And output

co,2 : operating a computati-
va mode from cycle 2
to cycle 3
co,3 : operating from 3 to 1
co,4 : operating from 1 to 2

Fig. 3-2. くりかえし演算のためのアナログ計算機プログラム

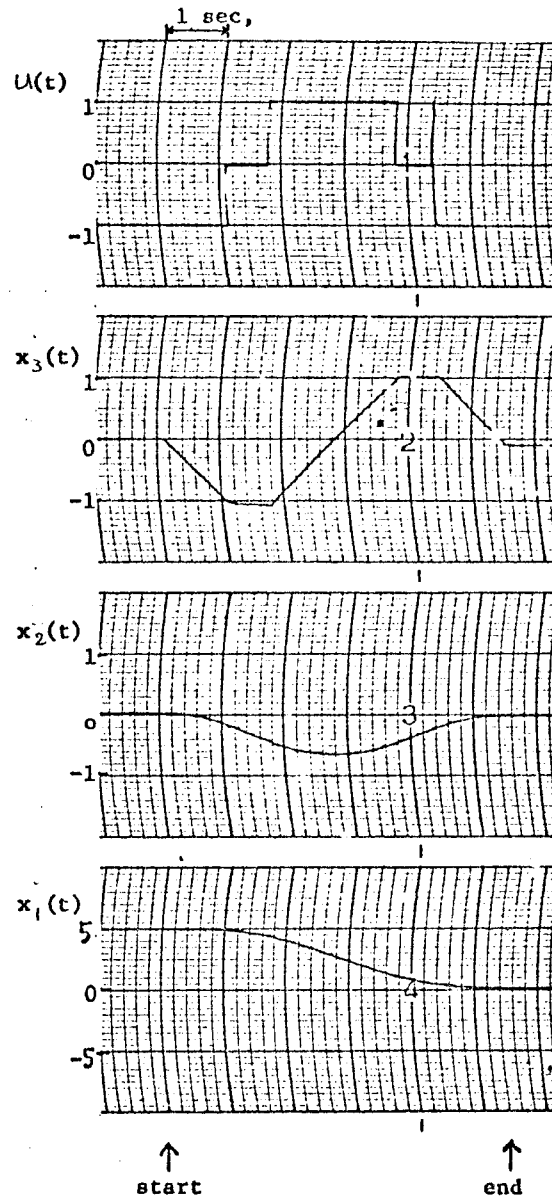


Fig. 3-3. 例1の演算結果

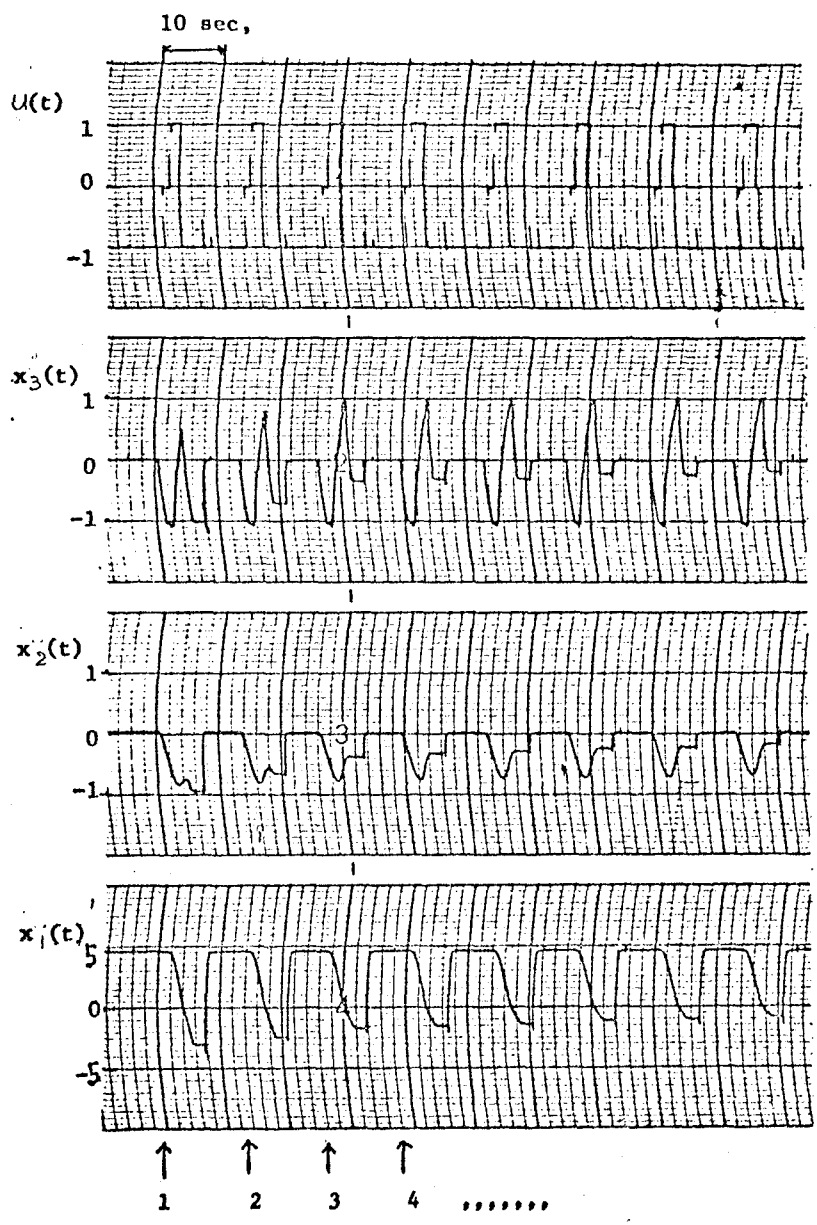


Fig. 3-4. 例1のくりかえし演算過程

例 2. $Q = 1$ の場合

システム方程式と制限は

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, & \dot{x}_2 = -x_2 + x_3, & \dot{x}_3 = u. \\ |x_3| \leq 1.0, & |u| \leq 0.8 \end{cases}$$

で与えられ、やはり初期値 $x_1(0) = 5.0$, $x_2(0) = x_3(0) = 0$ を、原点に移す最適制御 u_{opt} を求めた結果が Fig. 3-5 である。

いずれにしても、システム方程式が安定であれば、随伴方程式の解は時間とともに増大するので、 $f = 0$ なる時刻 T ($t_i: x_0$) までは各演算器が飽和しないように適当にスケール換算する必要がある。

そして、アルゴリズムが順調に進行しているかどうか観察していなければならぬ。

以上、順時間計算法について述べ、アナログ計算機を用いて演算を行なったが、これは、順時間計算の便利さを示そうという意図ではなく、3.3 で求めた定理の与える制御の形また、極値制御の意味をより明確にとらえることと、本問題の最適制御も、従来の線形最短時間制御と比較してみたことにある。また、ここでも、えられた結果を実際に試めしてみようという立場を明確にした意味もある。

3.5. まとめ

操舵系の最短時間制御問題は、舵が最大変位に制限をもち、かつ慣性のある制御であることから、状態変数制限問題に帰着できるが、その解法として、跳躍条件や接続分岐条件を用いずに、許容制御のクラスを変更して最適制御の条件を求める方法が簡単で有効な手法であることを示した。

まず、この種の問題の一般的定式化の後、従来の線形最短時間制御問題における、“最適解の一意性”、“切りかえ回数有限の定理”に類する補題を、新しく定義した許容制御に対して証明し、最適制御に関する定理も導いた。これによる結果は、Furk や市川によって求められた定理からえられる結果と同一のものであるが、こ

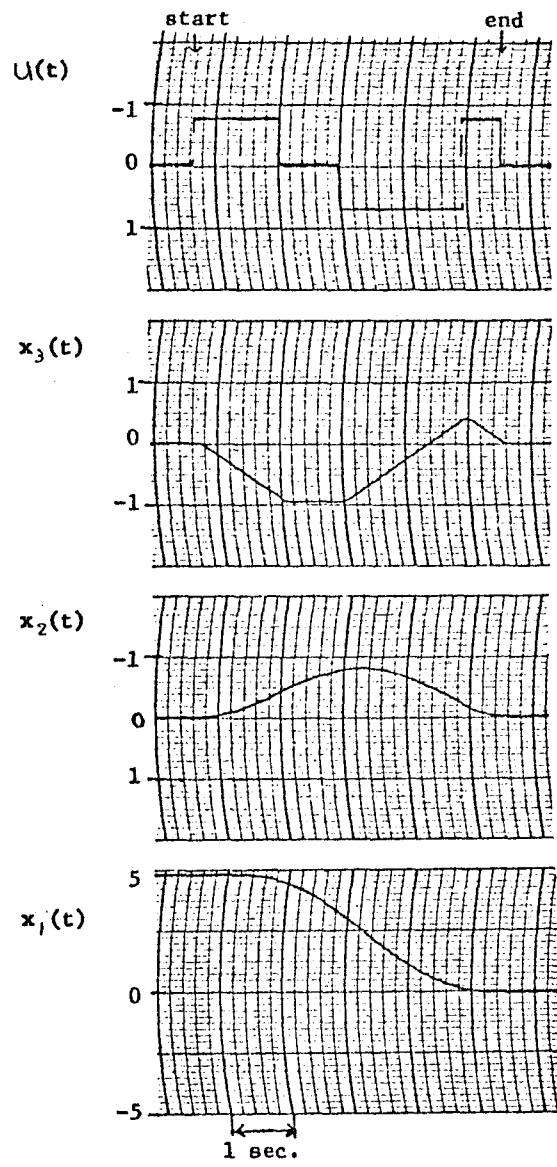


Fig. 3-5. 例 2 の演算結果

ここで述べた定理の方が、はるかに簡単で明解な形をしている。また、Pontryagin の跳躍条件からなる一連の定理についても検討して、3.2. でえられた結果と比較し、形式的に同じ結論が導かれることも示した。

さらに、極値制御および最適制御の形を時間関数としてより理解しやすくするため、順時間計算法の一つである Neustadt の方法も、アナログ計算機のハイブリッド的使用により実行している。しかし、 $\langle 3.4.2 \rangle$ で検討したように、この計算法を本問題にそのまま応用するのは問題が残り、実際に開ループで最適制御系を構成するには、高速かつ収束性の優れた順時間解を求めるアルゴリズムも開発する必要がある。

第IV章 船の閉ループ最適 変針操舵法

船舶航行における変針操舵の目的とその最適基準について、第二章において物理的立場から考察し、第三章では、操舵系の最短時間制御に関する一般的な問題を検討し、最適制御の条件を導びいた。本章では、この結果を応用し、操舵による船体運動の数学的モデルおよび閉ループ最適変針操舵法について理論的な考察を行う。

4.1. はじめに

船舶操舵の目的は、現針路を保つこととある針路を他の針路に移すことにあり、変針動作の場合に限れば、制御のよさは“どれだけ短い時間内に針路変更しうるか”によって評価でき、最短時間制御問題として扱えばよいことを3.3.で述べた。また、このような操舵系の最短時間問題は、舵が変位の大ままと速度の両方に制限をもつため、舵角変位を状態変数に組み入れ、舵角速度を制御入力と考えることにより、状態変数制限問題として定式化できることも3.2.において示されている。

本章では、数学的モデルを用いて、3.3.でえられた操舵系の最適制御に関する定理を応用して、閉ループ最適操舵系を構成する問題について論じる。¹⁹⁾ まず操舵による船体運動の数学的モデルの導出過程を従来の手法により説明した。^{11), 43), 44)} つぎに、変針操舵を最適問題として数学的に定式化した後、3次元状態空間において最適切りかえ関数を解析的に求めた。このとき、回転体の制御における独特の問題²⁸⁾についても若干考慮、検討している。さらに、この結果を実際に応用して、閉ループ制御装置を作る方法の1つについて述べ、デジタル計算機によるシミュレーションを実行し良好な結果をえた。

これまでの研究は、市川²⁸⁾が回頭抵抗を無視した純慣性系として最

適切リかえ関数を求めてゐるが、船の場合には実用的でない。山本⁶⁰⁾は、 90° 変針を完全に整定してゐる初期状態に対して順時間で計算し実験を行つてゐるが、任意の回頭角に対する最適制御は実現できてない。また広田²⁵⁾は、自ら開発した逐次高次化法のアルゴリズムを用いてデジタル計算機を閉ループ系に組み入れる方法を発表してゐるが、現在のところ、船に計算機を搭載することはまだ研究段階であり、また一方、この方法で求められた制御の最適性に不明な点が残つてゐる。

しかし、本研究の手法によれば、最適制御は数学的に厳密に与えられるし、最適適切リかえ関数も計算できるから、最適操舵系を、4.5.で述べるようにデジタル計算機によつても、また第V章でとりあげたように実際にアナログ装置を製作することによつても実現することが可能であるという利点がある。

4.2. 変針運動の数学的モデル

これまで、操舵による船体運動の動特性の解析は、船が水という粘性流体中で運動するため、種々の非線形要素が加わるから、厳密な理論的展開はなされてゐないが、人間の果して来た役割を物理的装置におまかせようとする動きにつれて、実験的考察を加えながら、許容しうる近似モデルを設定しようという面から研究が進められてきた。これによれば、静水中における操舵による船体運動は、 θ を絶対方位に対する船首方位角、 δ を舵角、そして偏角を β とすれば (Fig. 4-1),

$$\left. \begin{aligned} T_1 T_2 \ddot{\theta} + (T_1 + T_2) \dot{\theta} + \theta &= K(\delta + T_3 \dot{\delta}) \\ T_1 T_2 \ddot{\beta} + (T_1 + T_2) \dot{\beta} + \beta &= K_\beta(\delta + T_{3\beta} \dot{\delta}) \end{aligned} \right\} (4.1)$$

で表わせる。ここに、 $T_1, T_2, T_3, T_{3\beta}, K, K_\beta$ は全て定数である。

偏角 β は、その値自体小さい ($|\beta| \ll 1$) ものであるが、流体力

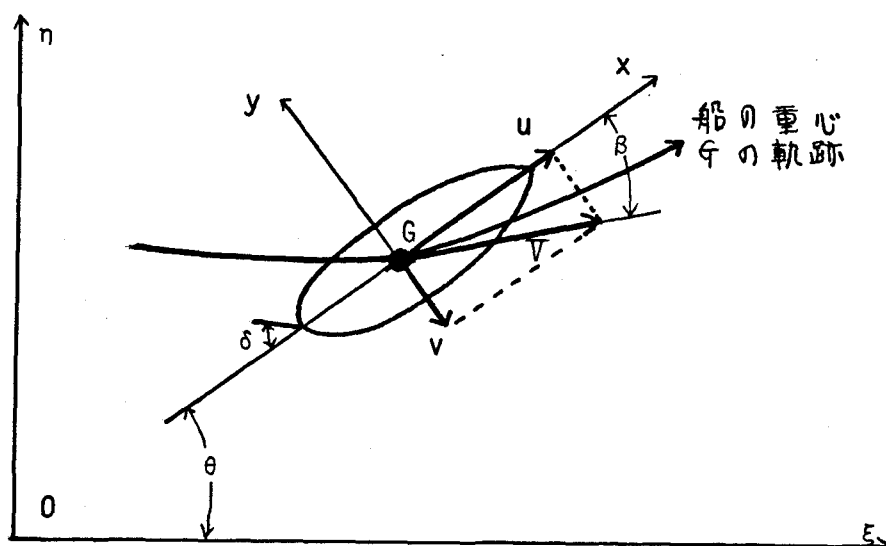


Fig. 4-1. 船の旋回運動の様子と定義

学上重要な役割りを果たしている。実際、船が旋回運動を行なっている時は、船首方向は回転の中心方向に偏っている。そして、偏角 β は、二のと主の船の重心の軌跡の接線方向と、船首方向の偏差角度で定義される。一般に、細長い物体が長手の方に進行方向と迎角をもって現想流体の中を進むと、進行方向と直角に揚力が生じる。粘性流体においても、方向は少し異なるが同様の揚力をもつ。また、物体が回転運動を行うためには遠心力に釣り合う求心力が必要となるが、船の場合には、主としてこの揚力が求心力となつて、旋回運動が維持されている。したがって、流体力学的にみれば、船は、船尾を外に押し出して偏角 β を作り揚力を生み出して、旋回運動を行う機能をもつものであるともいえる。

さらに、船首方位角をある角度から他の角度に向ける変針動作においては、 β をモデルから省略して、高次の微分項もはぶいて、

$$T\ddot{\theta} + \dot{\theta} = K(\delta_m + \delta_r) = K\delta \quad (4.2)$$

ただし、 δ_m : 舵角測定値, δ_r : 残留舵角*

*) 残留舵角: 直進時の舵角を 0° にするための修正項

なる一次系近似で代用しても、ある程度正確に表現できることが実験的にたしかめられている。

一方、この(4.2)式は、簡単な回転運動として力学的に考察することによってもえられる。いま、船の慣性モーメントを I 、船の回頭角を θ 、として外力モーメントを N とすれば、

$$I\ddot{\theta} = N$$

が成立する。静水中における外力モーメントは、回頭抵抗 $R\dot{\theta}$ と舵による回頭力 $k_0\delta$ からなるから、

$$I\ddot{\theta} = -R\dot{\theta} + k_0\delta$$

が成立して

$$I\ddot{\theta} + R\dot{\theta} = k_0\delta.$$

ここで、

$$T = \frac{I}{R}, \quad K = \frac{k_0}{R}$$

とおくと、

$$T\ddot{\theta} + \dot{\theta} = K\delta \quad (4.3)$$

本研究においては、この変針操舵に関する近似式(4.2)式、また(4.3)式を制御対象の数学的モデルとして用いるが、第V章の実験において、その妥当性を検討している。また、ここで用いる K 、 T はそれぞれ旋回性能および速応性を表わす定数であるが、これらの値の同定には、現在、Kempf³⁰⁾₄₃₎の提案したzig-zag試験による結果を解析して求める野本の計算法が用いられている。

4.3. 問題の記述

3.3.で述べた定式化によれば、舵は見掛上の制御であるから、静水中における船の旋回運動の数学的モデル(4.3)式において、 θ 、 $d\theta/dt$ 、および δ を状態変数、舵角速度 $v = d\delta/dt$ を制御入力と考えるが、新しい状態ベクトル $x(t)$ と制御変数 $u(t)$ を導入して、

$$\begin{aligned}
 \theta(\tau) &= K T^2 v_{\max} x_1(\tau), \\
 \frac{d\theta(\tau)}{d\tau} &= K T v_{\max} x_2(\tau) \\
 \delta(\tau) &= T v_{\max} x_3(\tau) \\
 v(\tau) &= v_{\max} u(\tau) \\
 \tau &= T t
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

ただし, v_{\max} : 最大舵角速度

なる変換を行えば, (4.3)式から操縦性指数を陽には含まない状態方程式 (4.5)式が導びかれる。⁽⁶⁰⁾

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -x_2 + x_3, \quad \dot{x}_3 = u \tag{4.5}$$

ただし, $(\cdot) = d/dt$.

そして, 舵角に対する制限は, 最大舵角変位を δ_{\max} とすれば,

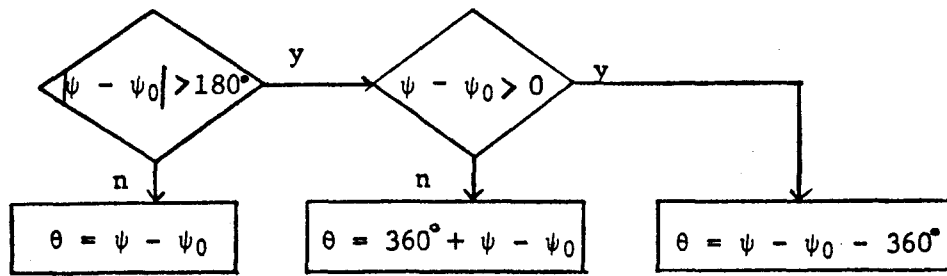
$$|x_3| \leq D = \delta_{\max} / (T \cdot v_{\max}) \tag{4.6}$$

$$|u| \leq 1 \tag{4.7}$$

と記述される。

このとき, 変針動作の最適操舵問題は, 任意の状態点 $x(0)$ を, 座標原点に最短時間で移し, かつ対応する軌道が完全に可動領域もしくは可動限界上に存在してゐるような許容制御 u を求めよということになる。

また, 回頭角 θ は船方位角 ψ と目標針路 ψ_0 の偏差で与えられるが, ψ および ψ_0 は北を 0 度として右回りに 360 度までの角度で表わされるのが慣例であるから, θ は -360 度から +360 度までの値をもつことになる。そして, 回転体の角位置制御においては, 0 度つまり原点に向う軌道だけが最短時間軌道ではなく, 0 度も ± 360 度も同じ方位角を表わすから, 一般に, $\theta - \theta_0 - \delta$ 座標系で考えるなら, $(360^\circ m, 0, 0)$, $m = 0, \pm 1, \dots$, を終点にもつような最適軌道²⁸⁾を求め, 所用時間を比較する必要がある。しかし, 直途中もしくはそれに近い状態 (回頭角速度があまり問題とならないう状態) に

Fig. 4-2. 回頭角 θ の決め方

おいて変針動作が実行されるから、 θ はFig. 4-2のように右回りか左回りのうちで目標針路 ψ_0 に近い方をえらばよいことになる。そして、舵角 δ は船が右回り定常旋回に入る向きも正とするから、 θ_0 が正ならば左旋回、反対に負ならば右旋回して目標針路に入る。この θ_0 が指令回頭角である。

4.4. 最適操舵問題のシンセシス

4.4.1) 最適操舵の形

3.4.において、最適操舵を求める順時間アルゴリズムについて述べたが、3.3.の定理は、むしろ逆時間解を求めるのに便利であり、しかも、随伴方程式を完全に解かなくても最適切りかえ関数を求めることが可能であるという事実から、特に実用的なアルゴリズムを開発しなかつたものである。この節では、この利点に着目して、実際に全ての逆時間解を求める方法によって最適操舵問題のシンセシスを実行している。

システム(4.5)式の随伴方程式は

$$\dot{P}_1 = 0, \quad \dot{P}_2 = -P_1 + P_2, \quad \dot{P}_3 = -P_2$$

$$P_1(0) = P_{10}, \quad P_2(0) = P_{20}, \quad P_3(0) = P_{30}$$

で与えられる。

3.3の定理より、最適制御 $u_{opt}(t)$ は、

$$u_{opt}(t) = \begin{cases} \text{sgn } P_3(t) & \begin{cases} 1. |x_3| < D \\ 2. |x_3| = D \text{ かつ } x_3 \cdot P_3 < 0 \end{cases} \\ 0 & \dots\dots\dots |x_3| = D \text{ かつ } x_3 \cdot P_3 > 0 \end{cases}$$

を満たしている。さらに、(4.5)式の解の存在と一意性は明らかであり、上式によって与えられる u_{opt} も3.3の補題1によってただ一つ定まることが示せるから、これが最適制御となる。

ここで、あらかじめ $P(t)$ の性質を調べ、最適制御 u_{opt} の値がどのように変化するか求めておく。随伴系方程式の第2式より、 $P_2(t)$ は、

$$P_2(t) = (P_{20} - P_{10})e^t + P_{10}$$

となるが、これは $P_3(t)$ の1階微分であることから、 $P_3(t)$ が極値をもつのは、 $t = \ln [P_{10} / (P_{10} - P_{20})]$ の時、もし存在するとしても1個である。よって、 $P_3(t)$ の符号変化は高々2回しかなく、また座標原点が可動領域内に含まれているから、原点を出発する最適逆時間軌道を作る u_{opt} の値は、つぎに示す8組(mode①～mode⑧と呼ぶ)のいずれかのmodeに属して変化する。

- | | | | |
|---|----------------|---|-----------------|
| ① | 1, -1, 1 | ⑤ | -1, 1, -1 |
| ② | 1, -1, 0, 1 | ⑥ | -1, 1, 0, -1 |
| ③ | 1, 0, -1, 1 | ⑦ | -1, 0, 1, -1 |
| ④ | 1, 0, -1, 0, 1 | ⑧ | -1, 0, 1, 0, -1 |

以下、この各modeによる全ての原点を出発する逆時間軌道を求め、最適切りかえ関数を計算する。

<4.4.2> 可動領域内の最適逆時間軌道

原点を出発する最適逆時間軌道は、つぎの関係式によって定まる。

$$\dot{x}_1 = -x_2, \quad \dot{x}_2 = x_2 - x_3, \quad \dot{x}_3 = -u_{opt} \quad (4.8)$$

可動領域内において最適制御 u_{opt} の値は、1か-1であるから、定数 α を導入して²²⁾、1か-1の値をもつものとするれば、(4.8)式の第3

式は.

$$\dot{x}_3 = \frac{dx_3}{dt} = -\alpha, \quad \alpha = 1 \text{ or } -1 \quad (4.9)$$

となり, 可動領域内において, (4.8)式は,

$$\frac{dx_1}{dx_3} = \alpha x_2, \quad \frac{dx_2}{dx_3} = -\alpha x_2 + \alpha x_3 \quad (4.10)$$

と書きかえることができる。ここで, 初期条件 $x(0) = (x_{10}, x_{20}, x_{30})$ のもとで, (4.10)式を解けば,

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -e^{\alpha x_{30}} (x_{20} - x_{30} + \alpha) e^{-\alpha x_3} + \frac{1}{2} \alpha x_3^2 - x_3 \\ &\quad + x_{10} + x_{20} - \frac{1}{2} \alpha x_{30}^2 + \alpha \\ x_2 &= e^{\alpha x_{30}} (x_{20} - x_{30} + \alpha) e^{-\alpha x_3} + x_3 - \alpha \end{aligned} \right) \quad (4.11)$$

となる。よって原点を出発する最適逆時間軌道は, (4.11)式に, $x_{10} = x_{20} = x_{30} = 0$ を代入することにより,

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \alpha e^{-\alpha x_3} + \frac{1}{2} \alpha x_3^2 + \alpha - x_3 \\ x_2 &= \alpha e^{-\alpha x_3} + x_3 - \alpha \end{aligned} \right) \quad (4.12)$$

で表わされる。そして, 時間 t は正であるから, (4.9)式より, x_3 が正ならば $\alpha = -1$, x_3 が負ならば $\alpha = 1$ ということになる (Fig 4-3)。

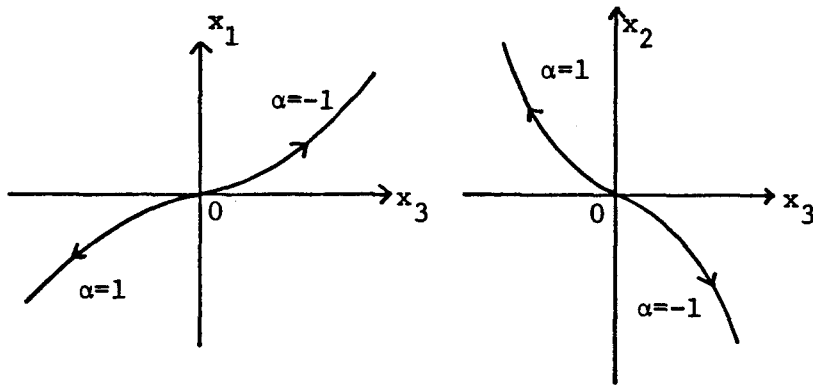


Fig. 4-3. 原点を出発する最適逆時間軌道

また, この(4.12)式は最終切りかえ線を表わしている。

一方, 可動限界 $|x_3| = D$ に到達する前に u_{opt} の切りかえがなされる場合 (mode ①, ②, ⑤, ⑥) もあるから, この軌道を求める必要があるが, これは(4.12)式 of 最終切りかえ線上の状態点を初期値として, (4.11)式に代入し, α の符号を反転しておけばよい。よって,

$$x_1 = \left(-\alpha e^{2\alpha x_{30}} + 2\alpha e^{-\alpha x_{30}} \right) e^{\alpha x_3} - \frac{1}{2} \alpha x_3^2 - x_3$$

$$x_2 = \left(\alpha e^{-2\alpha x_{30}} - 2\alpha e^{-\alpha x_{30}} \right) e^{\alpha x_3} + x_3 + \alpha$$

が, 求める軌道群であるが, 初期値 x_{30} に関する項 $e^{-\alpha x_{30}}$ を消去すれば,

$$x_1 = -x_2 - \frac{1}{2} \alpha x_3^2 + \alpha \left[\ln \left(1 + \sqrt{1 + \alpha e^{-\alpha x_3} (x_2 - x_3 - \alpha)} \right) \right]^2 \quad (4.13)$$

と表わされる。これは, 最適切りかえ面の方程式でもある。そして, さらにこの面(4.13)式上の逆時間軌道が可動限界に到達する前に u_{opt} の切りかえがある場合 (mode ①, ⑤) と, 切りかえがなく可動限界に到達する場合 (mode ②, ⑥) とがあるが, 前者の場合には, もはや, 最適切りかえ関数の決定には無関係となる。Fig. 4-4 は, mode ⑤~⑧を用いて, この様子を図示したもので, mode ①~④の場合には, 原点に関して対称となることから省略している。

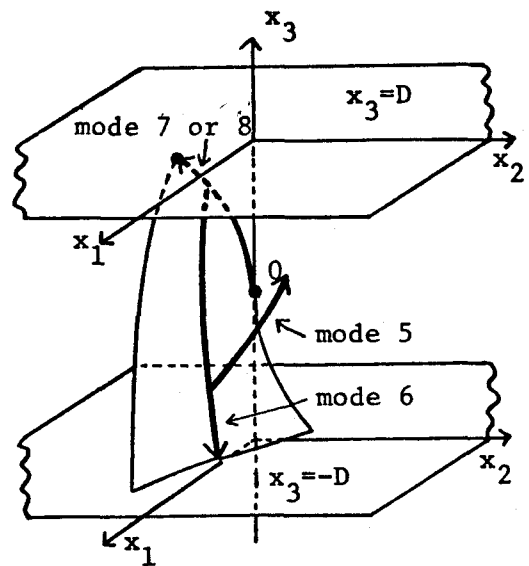


Fig.4-4. (4.4.2)における mode ⑤~⑧による最適逆時間軌道群

〈4.4.3〉 可動限界上の最適逆時間軌道

可動限界上の最適逆時間軌道は, $u_{opt} = 0$ に対応する $|x_3| = D$ 上に拘束された軌道で,

$$\dot{x}_1 = -x_2, \quad \dot{x}_2 = x_2 \mp D \quad (4.14)$$

によって記述される。ここで複号は、上が $x_3 = D$ 、下が $x_3 = -D$ 上の軌道を作る方程式である。時間原点を移動し、初期値として、可動限界上の状態点 $x_c = (x_{1c}, x_{2c}, x_{3c})$ をとれば、(4.14) 式の解は、

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -(x_{2c} \mp D) e^{\pm D t} \mp D t + x_{1c} + x_{2c} \mp D \\ x_2 &= (x_{2c} \mp D) e^{\pm D t} \pm D \end{aligned} \right) \quad (4.15)$$

となる。この(4.15)式の第2式より、

$$t = \ln [(x_2 \mp D) / (x_{2c} \mp D)] \quad (4.16)$$

これを、(4.15)式の第1式に代入して t を消去すれば、可動限界上の最適逆時間軌道は、

$$\begin{aligned} x_1 &= -(x_2 \mp D) \mp \ln [(x_2 \mp D) / (x_{2c} \mp D)] \times D \\ &\quad + x_{1c} + x_{2c} \mp D \end{aligned} \quad (4.17)$$

で表わされる。ただし、 $t \geq 0$ であるから、(4.16)式より、

$$(x_2 \mp D) / (x_{2c} \mp D) \geq 1$$

なる領域でのみ存在する。

mode ②, ⑥における $u_{opt} = 0$ の後は、可動領域内に向うように u_{opt} の値はただ1通りに決まり、その後は切りかえがないうから、これより後の最適切りかえ関数のシンセシスに必要な可動限界上の最適逆時間軌道は、mode ③⑦および mode ④⑧の最初の $u_{opt} = 0$ の場合である。そのため、(4.12)式の最終切りかえ線と可動限界との交点を初期値とする最適逆時間軌道を追跡する必要があるが、この交点を $x_{D\pm}$ (＋は $x_3 = D$, -は $x_3 = -D$ との交点を表わす) と

すれば, x_{D+} は, (4.12) 式において $\alpha = -1$, x_{D-} は $\alpha = 1$ の時にそれぞれ決まるから, (4.12) 式より,

$$\begin{aligned} x_{D\pm} &= (x_{1D\pm}, x_{2D\pm}, x_{3D\pm}) \\ &= (\alpha(-e^D + \frac{1}{2}D^2 - D + 1), \alpha(e^D - D - 1), -\alpha D) \quad (4.18) \end{aligned}$$

と表わせることになる。よって, 求める最適逆時間軌道は, $x_c = x_{D+}$ として, (4.17) 式の複号の上方をとる, 一方, $x_c = x_{D-}$ として下方をとることに伴い,

$$x_1 = -x_2 + \alpha \left(\frac{1}{2}D^2 + D \ln \left[\frac{x_2 + \alpha D}{\alpha(e^D - 1)} \right] \right) \quad (4.19)$$

で定まり, $x_3 = D$ 上では, $\alpha = -1$ で $x_2 \leq x_{2D+}$, また, $x_3 = -D$ 上では, $\alpha = 1$ で $x_2 \geq x_{2D-}$ において存在していることになる。このとき, α は原点を出発する時決定された値と一致している。

Fig. 4-5 は, この領域の最適逆時間軌道を mode ⑥, ⑦, ⑧ を用いて図示したものである。

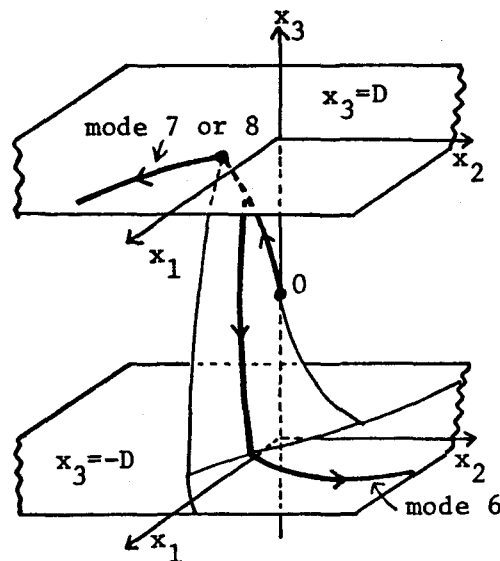


Fig. 4-5. (4.4.3)における mode ⑥~⑧による最適逆時間軌道群

<4.4.4> 再び可動領域内に向う最適逆時間軌道

この領域の軌道は、可動限界上の最適逆時間軌道から可動領域内に分岐した最適逆時間軌道であるから、mode ①, ⑤をのぞく全この場合にあつてくる。

可動限界上の状態点 $x_s = (x_{1s}, x_{2s}, x_{3s})$, $x_{3s} = \pm D$, を初期値（逆時間分岐点）とするこの領域の最適逆時間軌道は、(4.11)式において、 $x_0 = x_s$ として α の符号を反転しておけばよいから、

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -e^{-\alpha x_{3s}} (x_{2s} - x_{3s} - \alpha) e^{\alpha x_3} - \frac{1}{2} \alpha x_3^2 - x_3 \\ &\quad + x_{1s} + x_{2s} + \frac{1}{2} \alpha x_{3s}^2 - \alpha \\ x_2 &= e^{-\alpha x_{3s}} (x_{2s} - x_{3s} - \alpha) e^{\alpha x_3} + x_3 + \alpha \end{aligned} \right) \quad (4.20)$$

となる。最適切りかえ関数を求めるには、mode ③, ⑦ と mode ④, ⑧ の1回目の $u_{opt} = 0$ の後に可動領域内に向う軌道を追跡すればよい。

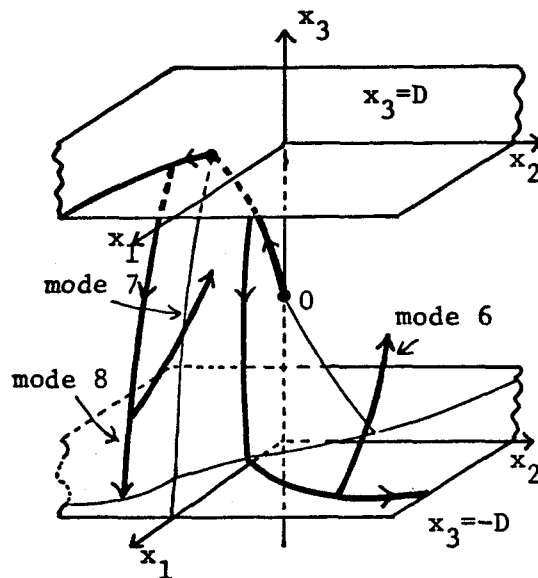


Fig. 4-6. <4.4.4>における mode ⑥~⑧
による最適逆時間軌道群

したがって、(4.19)式より、

$$x_{15} = -x_{25} + \alpha \left\{ \frac{1}{2} D^2 + D \ln \left[(x_2 + \alpha D) / \alpha (e^p - 1) \right] \right\}.$$

これを、(4.20)式に代入し、 x_{25} を消去すれば、

$$x_1 = \alpha D \ln \left[1 + \alpha e^{-\alpha x_3 - D} (x_2 - x_3 - \alpha) / (e^p - 1) \right] - x_2 - \frac{1}{2} \alpha x_3^2 + \alpha D^2 \quad (4.21)$$

で、この領域の最適逆時間軌道群、つまり最適切りかえ面の方程式が求められた。そして、mode③、⑦の場合は、この面上で最後の切りかえがなされ、mode④、⑧の場合には、この面上を移動して、再び可動限界に到達し、 u_{opt} は2度目の0をとることになる。この様子を説明したものが Fig. 4-6 である。

<4.4.5> 再び可動限界上の最適逆時間軌道

(4.21)式の最適切りかえ面上の逆時間軌道は、 $\alpha = 1$ の時 $x_3 = D$ 、 $\alpha = -1$ の時 $x_3 = -D$ に到達するから、 $x_{3c} = \alpha D$ とおけば、この最適切りかえ面と可動限界との交線は、(4.21)式より、

$$x_1 = \alpha D \ln \left[1 + \alpha e^{-2D} (x_2 - \alpha D - \alpha) / (e^p - 1) \right] - x_2 + \frac{1}{2} \alpha D^2 \quad (4.22)$$

で表わされる。

この領域は、mode④、⑧の場合だけに存在し、最適逆時間軌道は、(4.17)式で定まり、かつ初期値 x_c は、(4.22)式上にある。そして、この可動限界上の最適逆時間軌道上で最後の切りかえがなされ、可動領域内に分岐していく。

Fig. 4-7 に、この様子を明示した。

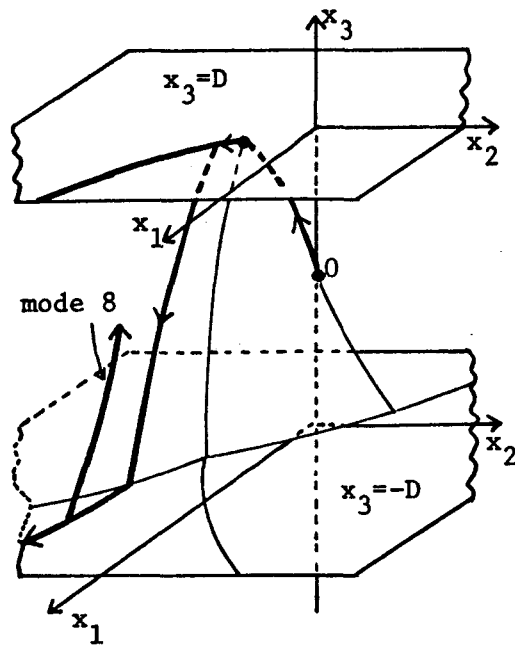


Fig. 4-7. <4.4.5>における mode ⑧ による最適逆時間軌道群

<4.4.6> 最適切りかえ面の境界

以上の考察により、(4.13)式と(4.21)式の二つの最適切りかえ面の方程式が求まり、それぞれは α の値によって2つの面を作っているから、全部で4つの切りかえ面がえられた。そして、これらの切りかえ面は状態空間の中で定められた部分にのみ存在しており、(4.13)式で表わされる2つの面は互いに隣接し最終切りかえ線(4.12)式により分離され、(4.13)式と(4.21)式のそれは同じ α の値によって定まる切りかえ面の交線で互いを分離している。この分離線は x_{D1} に到達後直ちに可動領域内に向う最適逆時間軌道に等しいから、(4.19)式を初期値として α の値を反転した(4.11)式に代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= (-\alpha e^{-2D} + 2\alpha e^D) e^{\alpha x_3} + \alpha D^2 - \alpha - \frac{1}{2} \alpha x_3^2 - \alpha x_3 \\ x_2 &= e^D (\alpha e^D - 2\alpha) e^{\alpha x_3} + x_3 + \alpha \end{aligned} \right) \quad (4.23)$$

が求める境界となる。

(4.4.7) 最適逆時間軌道の終点

(4.4.1)において、最適逆時間軌道を作る最適制御の最終値は±1であってその後0となることはいいと考えたが、これは、3.3.で述べた最適制御の性質を考慮すれば明らかである。実際、(4.4.2)～(4.4.5)のシンセシスによれば、最適逆時間軌道は、最終的には $u_{opt} = 1$ で $x_3 = -D$ 、また $u_{opt} = -1$ で $x_3 = D$ に到達することがわかった。つまり、状態点が可動限界に到達する直前には、 $P_3 \cdot x_3 < 0$ である。ところが、 P_3 の符号変化はすでに許容された回数を終了しているから、可動限界に到達した点においても、 $P_3 \cdot x_3 < 0$ ということになる。一方、(4.4.1)の最適制御則によれば、 $u_{opt} = 0$ となりうるのは、 $P_3 \cdot x_3 > 0$ の時に限る。よって、 $u_{opt} = 0$ という値をもって可動限界上の軌道に移ることは不可能で、この点が終点となる。つまり、順時間最適軌道の出発点である。しかし、 u_{opt} の変化の途中では、到達した点において $P_3 = 0$ となり後は符号が反転して $P_3 \cdot x_3 > 0$ となりうるので、 $u_{opt} = 0$ なる値をもつことが許されることになる。

4.5. 閉ループ最適変針操舵系の設計

最適切りかえ関数を用いて Fig. 4-8 の閉ループ最適操舵系を構成してシミュレーションによってその方法の妥当性を確認し、後で実際に製作する目安にするのが本節の目的である。図において、変

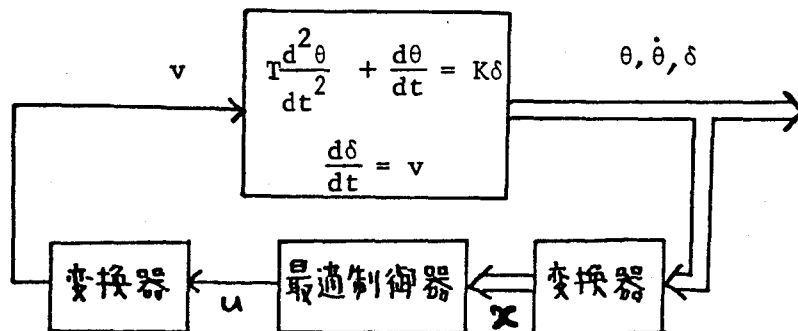


Fig. 4-8. 閉ループ最適操舵系

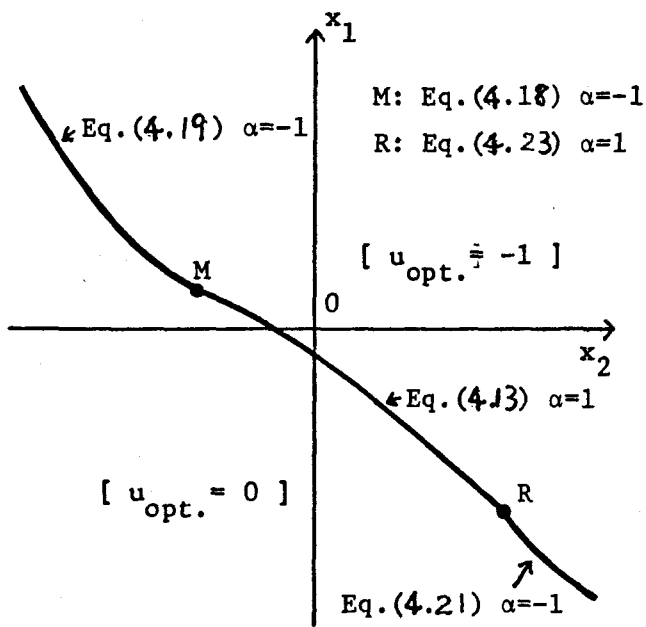
操器は物理定数 $\theta, \hat{\theta}, \delta, \nu$ と数学的正規化変数 x, u との変数変換を行うためのもので、この装置により任意の操縦性能の船に対して同一の最適操舵装置を利用できることになる。

〈4.5.1〉 最適操舵装置の構成法

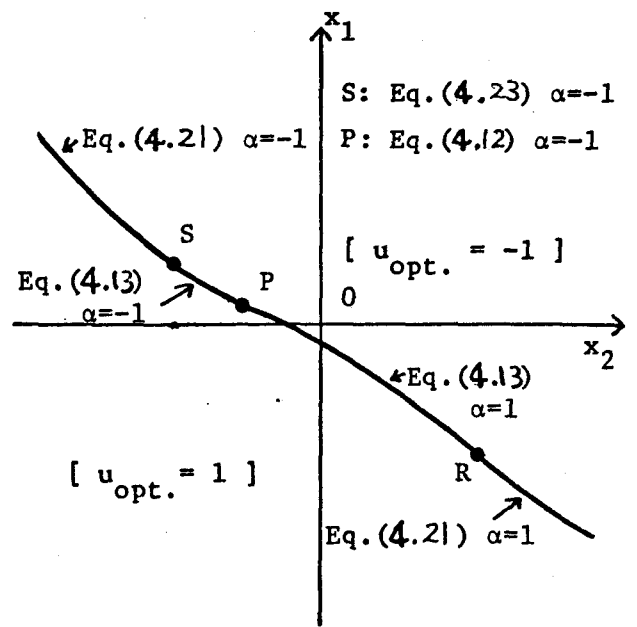
最適切りかえ面、(4.13)式、(4.21)式、が状態変数の関数として与えられ、また状態変数は3次元ベクトル、制御変数はスカラーであることから、最適閉ループ用操舵装置として3入力1出力の関数発生器を作ればよいが、これを実現する1つの方法について述べる。

〈4.4.6〉で説明したように、最適切りかえ面の方程式および α の値は、状態点の位置によって異なるから、(4.13)式において $\alpha = 1$ が作る式を $F(x_2, x_3, 1)$ 、 $\alpha = -1$ のそれを $F(x_2, x_3, -1)$ とし、同様にして (4.21)式についても、 $G(x_2, x_3, 1)$ および $G(x_2, x_3, -1)$ を定義する。Fig. 4-9 は、これらの最適切りかえ面の x_3 断面による概略図と最適制御則を図示したものである。また、本研究において用いた構成法の流れ図を Fig. 4-10, 4-11 に示したが、基本的な考え方は次のとおりである。いま、測定値を $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ とすると、まず x_3^0 の値を用いて、 x_3^0 断面による最適切りかえ面の切り口を求め、2次元平面に問題をおまかせ、つぎに、 x_2^0 により最適切りかえ面の選択を行い、最後に x_1^0 と最適切りかえ面の位置関係から最適制御の値を決定しようというものである。

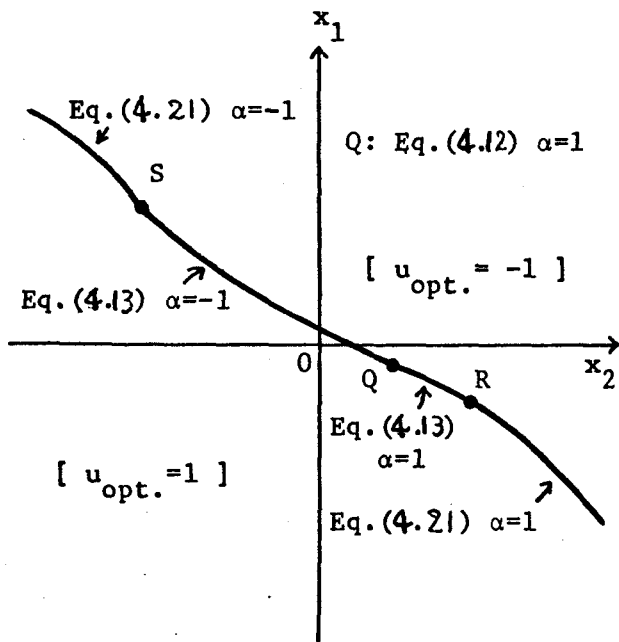
Fig. 4-9 において、点 M, N は最終切りかえ線 (4.12)式と可動限界との交点 x_{D+}, x_{D-} であり、点 P, Q は (4.12)式、また、点 R, S は (4.23)式によってそれぞれ定まる x_3 断面上の点であるから、点 P と点 S 、また点 Q と点 R は可動限界上では一致して、それぞれ点 M 、点 N になることは明らかである。よって、最適切りかえ面の境界を求めるには、点 R 、点 S と、 x_3^0 が正の時は点 P 、負の時は点 Q を求めればよいことになる。そして、可動領域内にあるものとして最適制御 u_{opt} の値を定め、もし可動限界上の状態点であれば、 $u_{opt} = 0$ にする必要があるかどうか検討し、最終的に



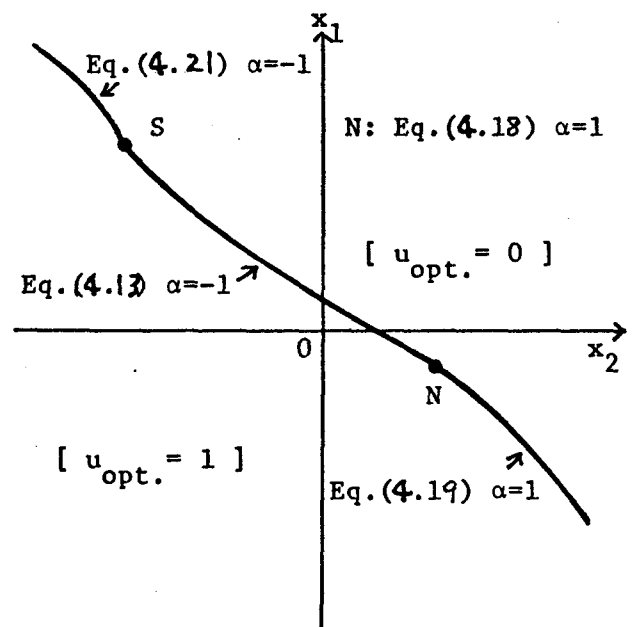
(a) $x_3 = D$



(b) $0 < x_3 < D$



(c) $0 > x_3 > -D$



(d) $x_3 = -D$

Fig. 4-9. 状態空間に図示した最適制御則

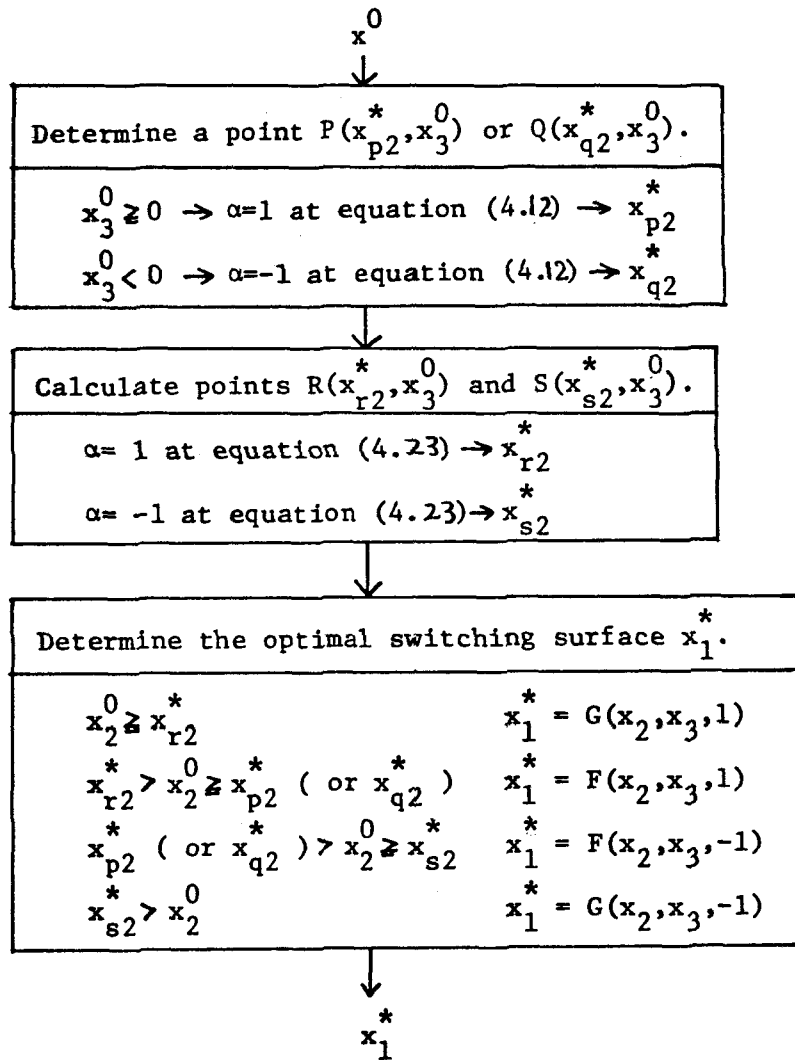


Fig. 4-10. 最適切りかえ面を決定する流れ図

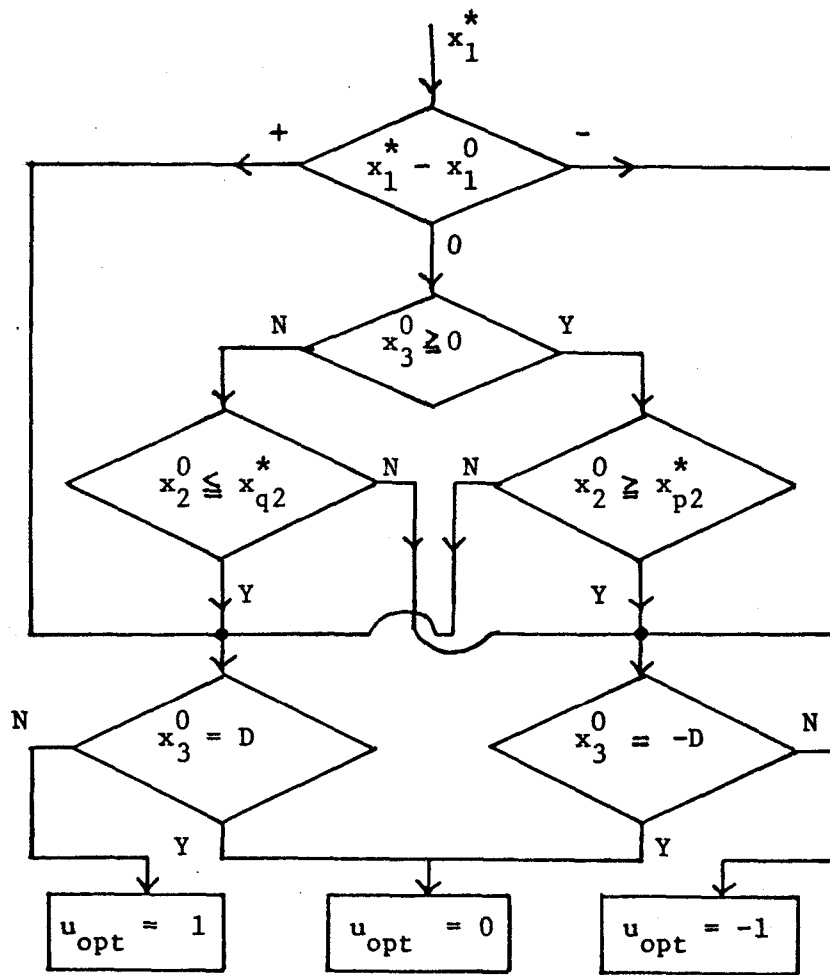


Fig. 4-11. 最適制御を求めるための流れ図

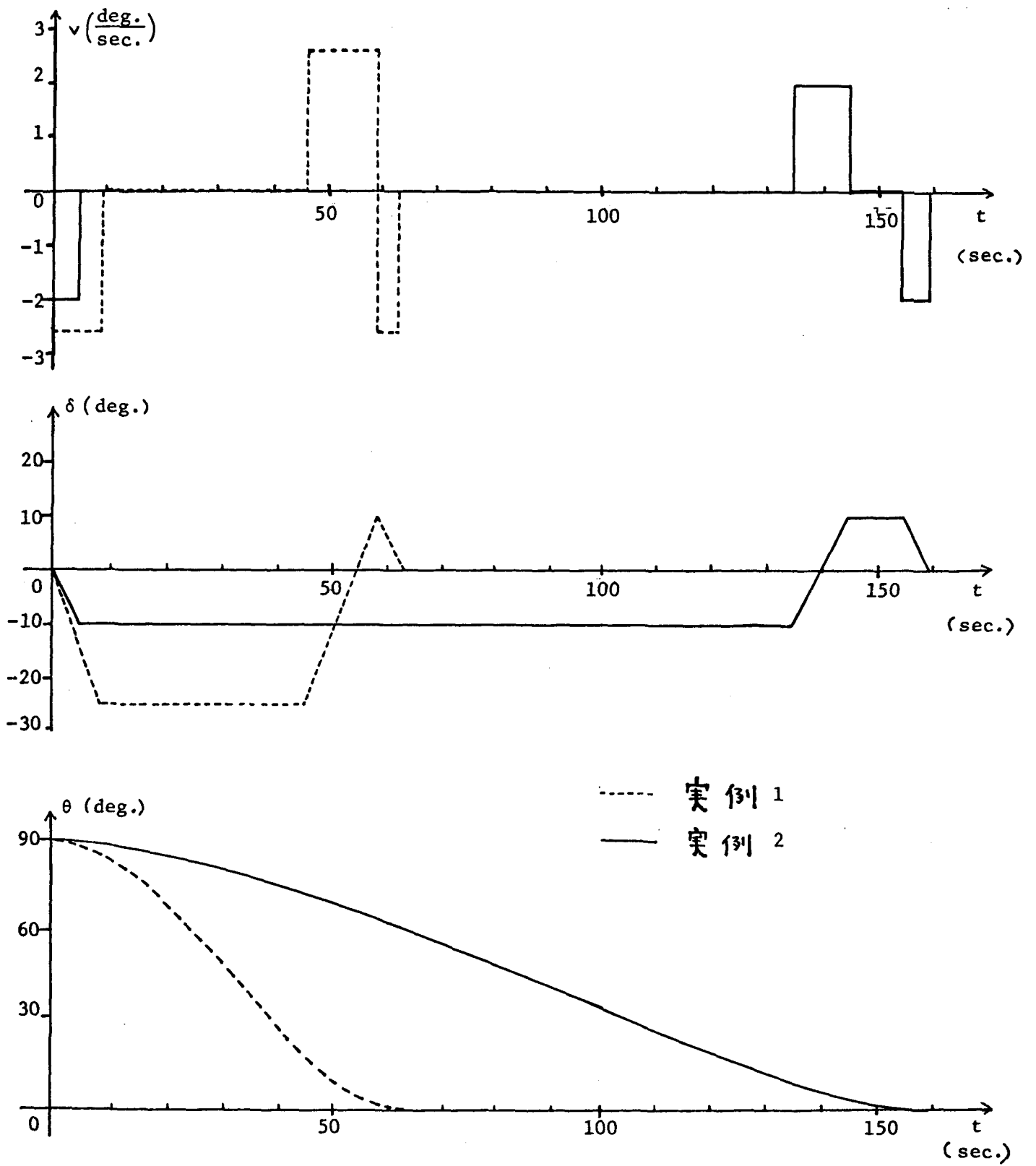


Fig. 4-12. デジタル計算機の計算結果

正しい最適制御の値を決定する。

以上、最適閉ループ用操舵装置の構成法について、ソフトウェアの立場から考案したが、ハードウェア(装置)として具体化する手段は多くあって、もしデジタル計算機が使用できれば、次の〈4.5.2〉で述べるように直ちに実現できるし、また計算機がなくても、第V章で研究した手段によっても実現することが出来る。

〈4.5.2〉 デジタル計算機によるシミュレーション

本学計算センターの NEAC-2200 を用いて、最適操舵装置を実現し、さらに Fig. 4-9 の閉ループ最適操舵系を構成して、そのシミュレーションを行った^{*}。

ここに用いた操縦性指数 K 、 T の値と操舵条件は、下記の要する2つの実船において計測されたものである。

事例1.⁽⁶⁾ 巡視船“こじま”：航行速度 13.2 kt

$$T = 5.7 \text{ sec.}, \quad K = 0.0806 \text{ 1/sec.}$$

$$\delta_{\max} = 25^\circ, \quad v_{\max} = 25^\circ / 9.2 \text{ sec.}$$

事例2.⁽⁶⁾ ある満載貨物船：航行速度 18 kt

$$T = 24.3 \text{ sec.}, \quad K = 0.077 \text{ 1/sec.}$$

$$\delta_{\max} = 10^\circ, \quad v_{\max} = 10^\circ / 5 \text{ sec.}$$

これらの諸定数値を用いて、直進中に左90°回頭して、新コースに入る状態をシミュレーションした結果が Fig. 4-12 である。

ここで、例1は応答の速い船、例2はおそい船といわれるものがあるが、同一の装置により最適操舵が実現できることがわかる。また、本計算において、1個の測定状態点が与えられたから、その点に対応する最適制御の値が決定されるまでの時間は約14msで、1秒間に約70回までのサンプル回数が許容される。よって、最適制御装置としてデジタル計算機を用いたとしても、実時間処理が可能である方式であるし、〈4.5.1〉で述べたソフトウェアの考え方の妥

* A-2 参照

当性も確かめられた。

4.6. まとめ

本章では、船の最適変針問題に対する理論的考察を与えたが、回頭抵抗を考慮した実際の操舵運動系に近い運動方程式を基本式として、船の変針動作に関する最短時間の意味での最適操舵法を解析的に求め、さらに計算機を用いて、閉ループ最適操舵系のシミュレーションを実行した。

まず、舵による船体運動の動特性を線形モデルによって近似したが、この数学的モデルは広く使用されていて、従来の実験により導びかれることを述べた。また、その妥当性は、本研究においても、次の第V章で検討されている。

操舵系の最短時間制御問題の解法として、従来の跳躍条件や、接続分岐条件を用いずに、本研究で与えた許容制御のクラスを変更して最適制御を求める方法が簡単でかつ有効な手段であると考えられる。また、回転体の角位置制御であるという特別の問題も、変針動作は直進中に指令されるから、4.3.で考察したように回頭角を定めれば解決できる。

さらに、操舵性指数 K, T は、最大舵角変位また最大舵角速度および航行速度などにより変動するし、もちろん船によってもそれぞれ異なる値をもつが、本方式によれば最適操舵装置はあらかじめ設計しておくことが可能で、後は、Zig-zag試験など、なんらかの同定法によりパラメータ K, T を測定すれば、同一の装置で最適操舵が可能となる。

そして、〈4.5.2〉のシミュレーションにおいて開発した最適操舵装置は、実船でデジタル計算機が使用できる場合には、そのまま応用でき、かつ実時間処理可能な計算機制御系を閉ループで構成できることになる。

第V章 最適変針操舵装置 と海上実験

最適閉ループ変針操舵系について、第IV章において数学的立場から考察して来たが、本章では、実際に最適制御器を試作し、海上実験を行う。さらに、数学的モデルの妥当性や今後克服しなければならない問題点についても検討する。

5.1. はじめに

現代制御理論において基本的な問題である最短時間制御は、数学的に興味があるだけでなく、実際に要求される制御系があるにもかかわらず、物理的に最適切りかえ関数を実現した例は少ない⁵⁹⁾。船の変針操舵の最適化も最短時間制御であることが望ましい制御系で、これまで、山本⁶⁰⁾、広田²⁵⁾が別々に手動実験を試みてその有用性を主張しているが、それぞれ計算結果を表にして行ったもので、まだ閉ループを構成できる最適変針操舵装置は製作されていない。

4.5.において、デジタル計算機によって閉ループ操舵系が実現できることも示したが、実際に計算機を搭載した船による実験は困難であるし、A-D変換器、D-A変換器などの付属設備も必要となってくる。また、第II章でも述べたように、計算機による制御を船において実行するとしても、全く計算機にまかせるのではなく、最下位指令制御系には、できるだけ簡単な専用の装置を開発することが望ましいと考える。

本章では、第IV章でえられた最適切りかえ関数を用いた閉ループ設計法を基礎にしてアナログ入力用最適操舵装置を試作し、アナログ計算機を用いてシミュレーションした後、実船による海上実験を行った結果を述べる³⁰⁾。

まず、5.2.において最適切りかえ関数を数学的表現のままプログラムして、工じ化された演算増巾器、乗算器、比較器とリレーなど

を用いて最適制御器を試作し、発生させた最適切りかえ面を調整するため5.3.においてアナログ計算機によってシミュレーションを行った。また5.4.の海上実験は、船における種々の制約から完全自動閉ループ系ではなく、舵駆動は操舵員が実行する手動実験であり、観測機構の関係で、船角速度 $d\theta/dt$ は推定器によって測定されている。さらに、5.5.において、数学的モデルの妥当性、試作装置による変針実験の結果から考えられる実用化への問題点なども検討されている。

5.2. 試作装置の設計と構成

本実験において試作した最適制御装置は、実際に最適切りかえ関数を発生して、4.5.で考察した方法により最適制御を決定するもので、大別して、入力変換部、関数発生部、そして選択・出力部という3つの機能をもつブロックよりなり、Fig. 5-1 に示すとおりである。

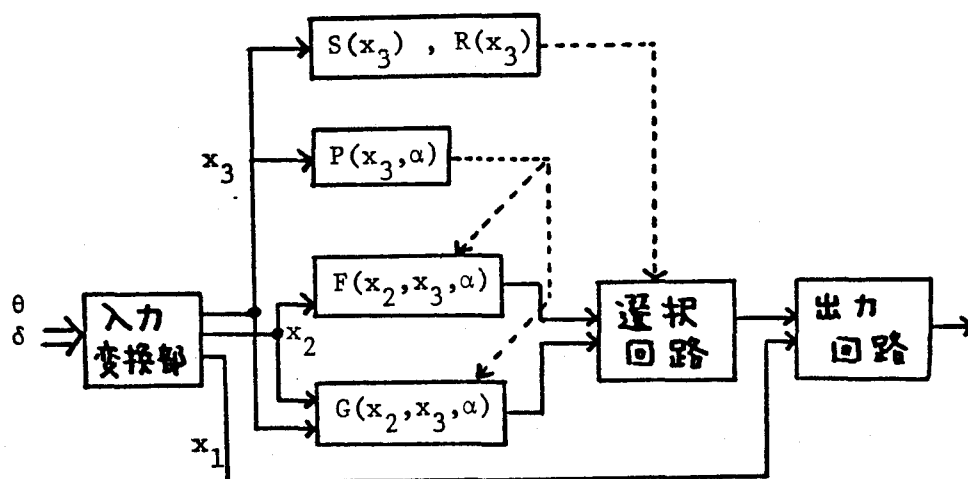


Fig. 5-1. 試作装置のブロック図

<5.2.1> 入力変換部

操縦性能を表わす K, T の値は、船の種類によって異なるし、同じ船でも状況によって変動することから、船の状態変数 $\theta, d\theta/dt, \delta$ が

3(4.4)式に従って正規化変数 x をえて、常に同一の関数部が使用できるようにするものである。それゆえ、この部分の船によって特性が異なるが、本実験では、神戸商船大学練習船「深江丸」専用の入力変換部を設計している。

この船の観測出力は、船回頭角については、左 90° 旋回して 18 mV 増加、右 90° 旋回して 18 mV 減少、また舵角位置 δ については、右 15° が 7 mV 、左 15° が 13 mV の直流成分、そして、それぞれ $\pm 5\text{ mV}$ 、 60 Hz の交流分が加わった信号としてとり出される。また、シートジャイロがないので船回頭角速度 $d\theta/dt$ は観測できない。

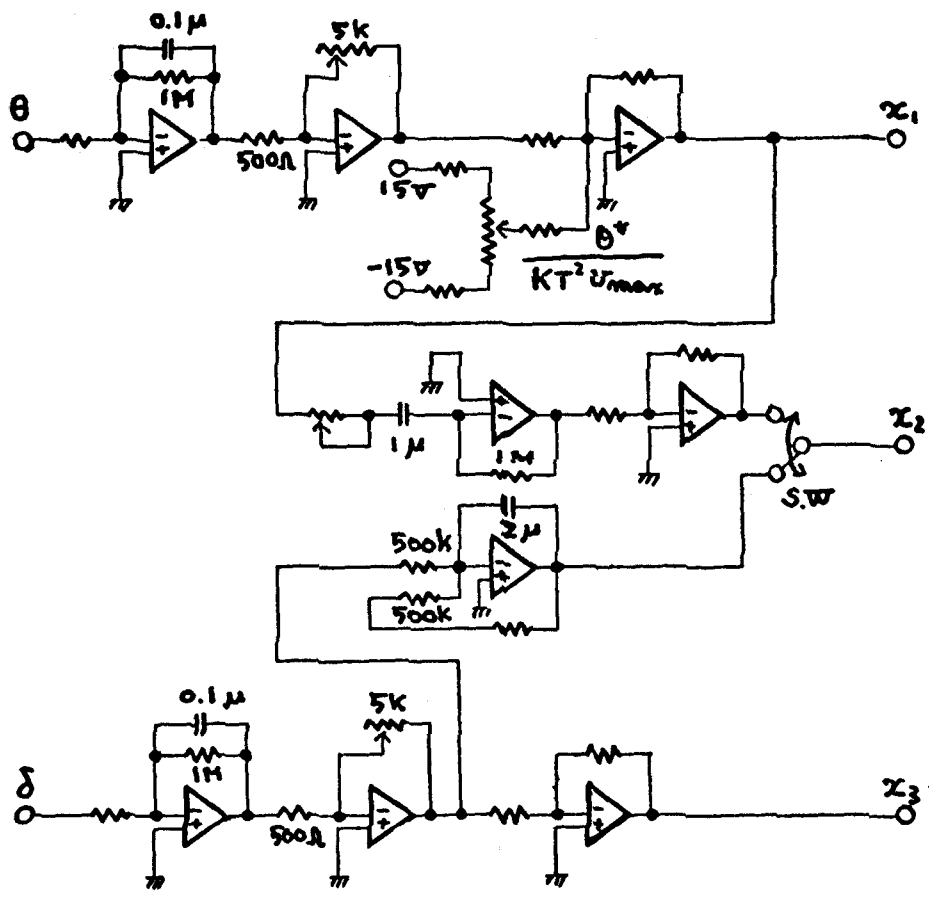
これまでの実験によれば、速力 10 kt 、 $V_{\max} = 4\text{ \%sec}$ として、 $K = 0.142\text{ \%sec}$ 、 $T = 5.07\text{ sec}$ であることがわかっているので、(4.4)式より、

$$x_1 \equiv \frac{\theta}{14.6} \quad , \quad x_3 \equiv \frac{\delta}{20.28}$$

が導かれる。 $|\theta| = 90^\circ$ は $|x_1| \equiv 6.16$ 、 $|\delta| = 15^\circ$ は $|x_3| = 0.739$ と換算できる。後段の関数部におけるスケール換算はこの正規系の数値 1 を 1 V としている。さらに、4.3.で定義したことから、 x_1 は、希望回頭角を θ^* （左方向を正值で表す）とし、観測信号 θ の変化方向を考えると、

$$x_1(t) = \frac{\theta^* - \theta(t)}{KT^2 V_{\max}} = \frac{\theta^* - \theta(t)}{14.6} \quad , \quad \theta(0) = 0 \quad (5.1)$$

を定め、 $x_1(0)$ が正で左旋回、負で右旋回して $x_1 = 0$ に入るように、また、 x_3 については、右舵角方向が正值、左舵角方向は負値となるようにそれぞれ設計している。そして、 x_2 は $d\theta/dt$ が観測できないので、 $\dot{x}_1 = x_2$ または $\dot{x}_2 = -x_2 + x_3$ なる数学的モデルにより推定するため、微分器と積分器の両方を組み込んでいる。Fig. 5-2はこれらの入力変換部の回路で、各前段増幅器は 60 Hz のノイズを除去するため時定数 0.1 sec 位の積分形にしたが、信号分に対しては船の応答速度がおそいからこの程度の時間おくれは許容される。



他の抵抗値は $10k\Omega$.

Fig. 5-2 入力変換部の回路図

〈5.2.2〉 関数発生部

シンセシスにおいてえられた最適切りかえ面，およびこれらの面の境界を決定する関数を並列発生する主要部分である。ここで，4.4.において求めたこれらの関数を列記し改めて関数表示をしておくことにする。

まず， $B(\alpha) = \alpha e^{-\alpha x_3} (x_2 - x_3 - \alpha)$ とおき，4.5と同様に，(4.13)式より

$$F(x_2, x_3, \alpha) = -x_2 - \frac{1}{2} \alpha x_3^2 + \alpha [\ln(1 + \sqrt{1 + B(\alpha)})], \quad (5.2)$$

また，(4.21)式より

$$G(x_2, x_3, \alpha) = -x_2 - \frac{1}{2} \alpha x_3^2 + \alpha D^2 + \alpha D \ln \left[1 + \frac{B(\alpha)}{e^D (e^D - 1)} \right], \quad (5.3)$$

なる最適切りかえ面を定義する。つぎに，同じ α の値によって定まる $G(x_2, x_3, \alpha)$ と $F(x_2, x_3, \alpha)$ の交線(4.23)式における $x_1 - x_2$ 成分表示より，

$$\left. \begin{aligned} R_{x_1}(x_3, \alpha) &= -\alpha \left\{ e^{\alpha x_3} (e^{-2D} - 2e^D) - D^2 + 1 - \frac{1}{2} x_3^2 \right\} - x_3 \\ R_{x_2}(x_3, \alpha) &= \alpha e^D (e^D - 2) e^{\alpha x_3} + x_3 + \alpha \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

なる $R(x_3, \alpha)$ を定義し，最終切りかえ線 $P(x_3, \alpha)$ を(4.12)式より

$$\left. \begin{aligned} P_{x_1}(x_3, \alpha) &= \alpha \left(e^{-\alpha x_3} + \frac{1}{2} x_3^2 + 1 \right) - x_3 \\ P_{x_2}(x_3, \alpha) &= \alpha (e^{-\alpha x_3} - 1) + x_3 \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

で定義しておく。Fig 5-3は，4.4.で定義したmode⑤～⑧を用いた逆時間軌道群と，(5.2)～(5.5)式で表わされる関数の概略図であるが，mode①～④は原点に対して対称な軌道群を作ることから省略した。

(5.2)～(5.5)式で定義した関数は，すべて原点对称な1組の関数を表わしているのので，リレーと符号変換器の組み合わせで，またそれ

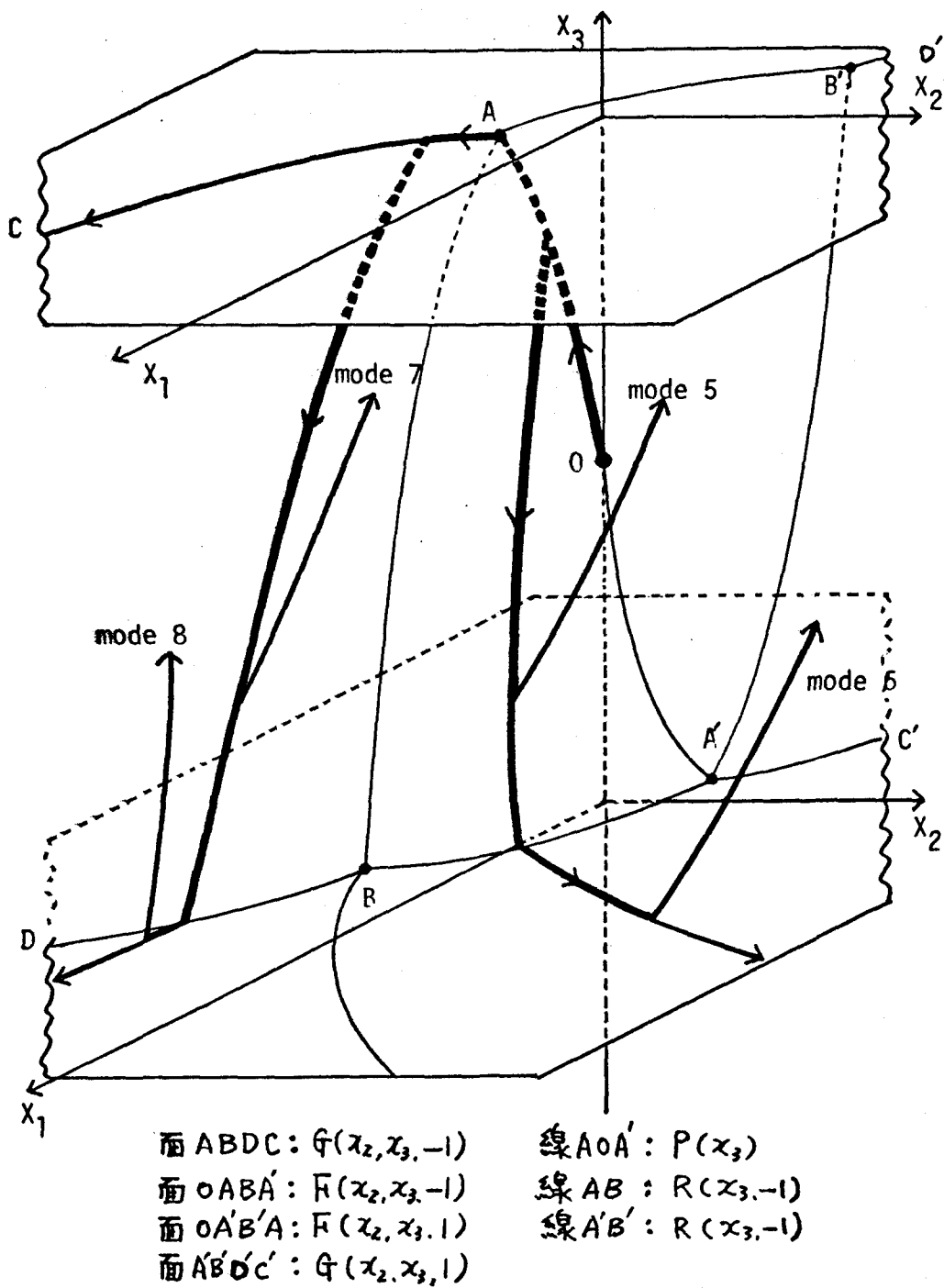


Fig. 5-3 最適逆時間軌道群と関数(5.2)~(5.5)式の概略図.

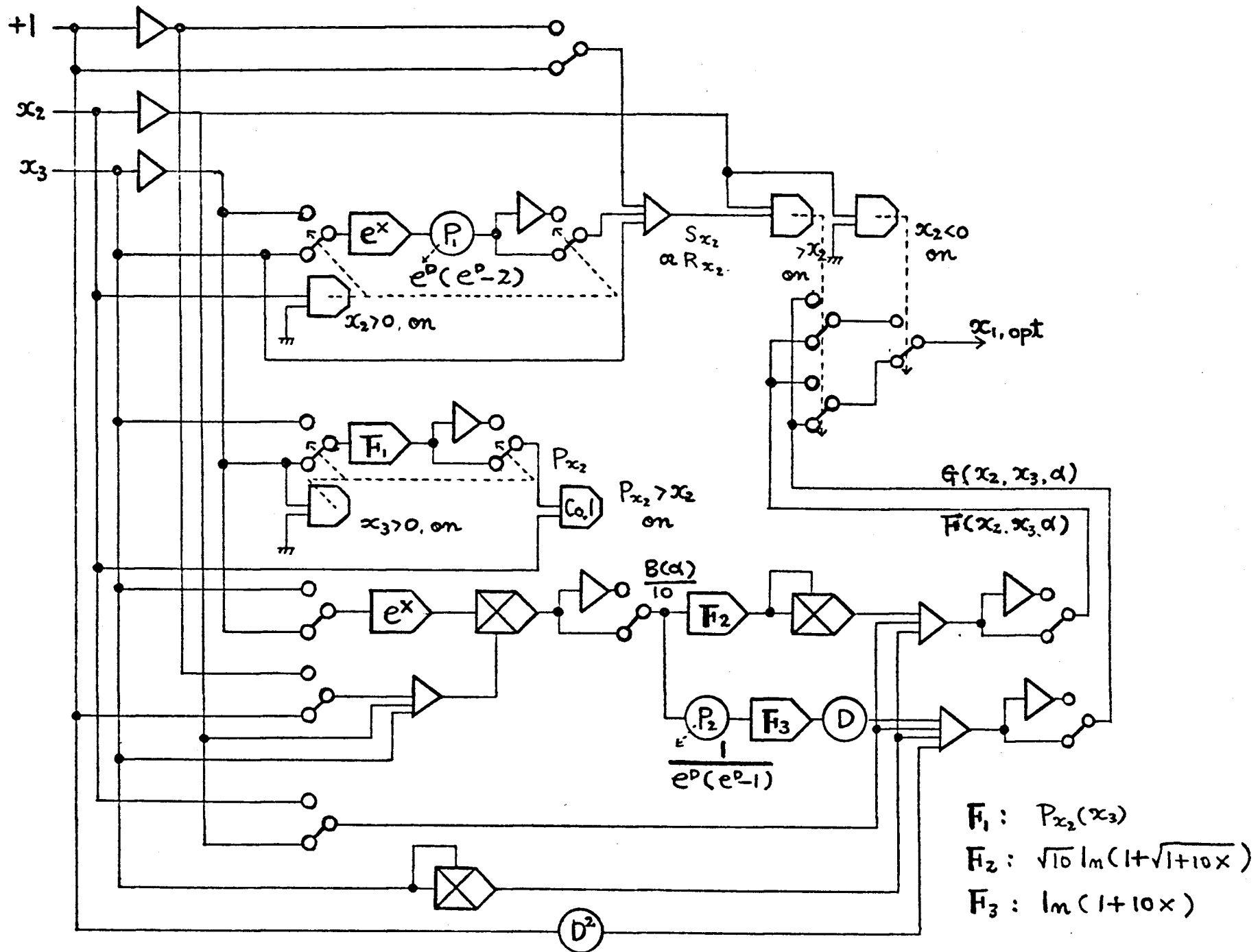
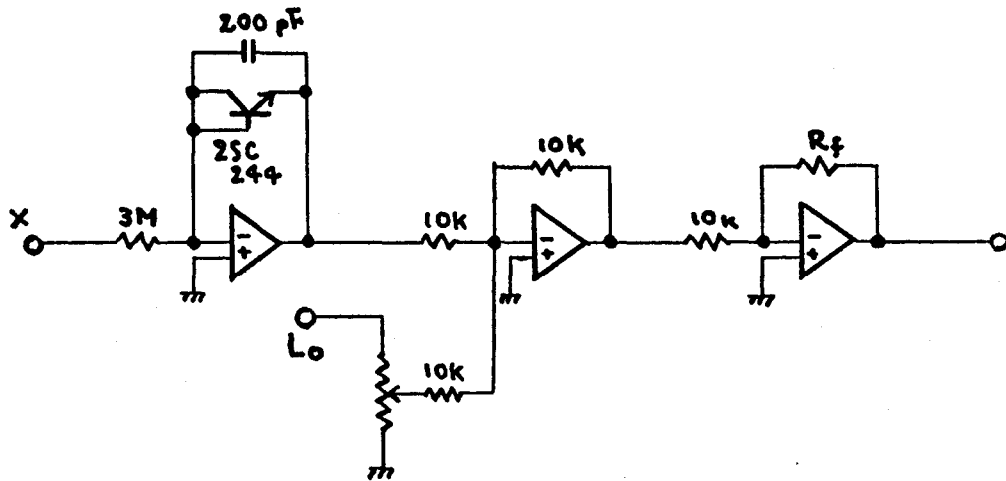
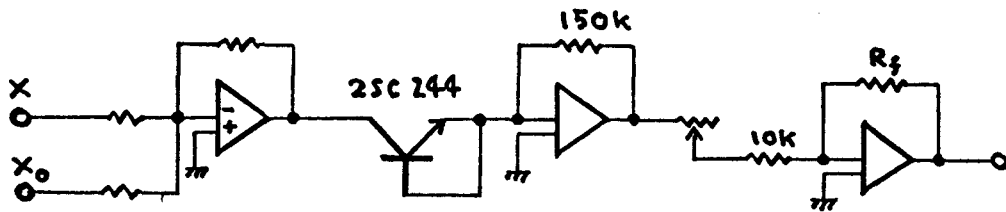


Fig. 5-4. 関数部のプログラム回路図

これらの関数に含まれる指数形 数および対数形関数は、ダイオードの半導体接合が適当な範囲で電圧と電流の間に対数的関係をもつことを利用して実現している。 Fig. 5-4に、この関数部のアナログプログラムを固示したが、図中点線はリレーの駆動用結線を示し、特に指定のないリレーは全て比較器1 (Co.1) によって駆動されている。これらのシンボルは、アナログ計算機プログラムに用いられる標準記号で表わされている。また図中の関数発生器、 e^x 、 F_1 は指数形、 F_2 、 F_3 は対数形で、その基本回路は Fig. 5-5に固示したが、実際は少し変形して希望の関数を近似している。



(a) 対数形 : $A(aL_0 - \ln \frac{x}{B})$



(b) 指数形 : $-Ae^{\frac{x-x_0}{B}}$

Fig. 5-5. 関数発生器の基本回路

〈5.2.3〉 選択・出力部

最適切りかえ面の選択を行い、最適制御の値を決定する部分であるが、このソフトウェアの考えは4.5においてすでに述べた。本節では、これを比較器とリレーにより実現するが、改めて構成法を説明しておく。

いま、観測値を $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ とすれば、まず x_3^0 平面と各最適切りかえ面の交線、 $F(x_2, x_3^0, \alpha)$, $G(x_2, x_3^0, \alpha)$, および点 $R(x_3^0, \alpha)$, $P(x_3^0, \alpha)$, を求めて2次元平面に問題をおきかえ、さらに、 x_2^0 の値を用いて最適切りかえ面を(5.6)式に従って選択する。

$$\left. \begin{aligned}
 & \cdot x_2^0 \geq R_{x_2}(x_3^0, 1) \text{ の時} \dots\dots\dots G(x_2, x_3, 1) \\
 & \cdot R_{x_2}(x_3^0, 1) > x_2^0 \geq P_{x_2}(x_3^0, \alpha) \text{ の時} \dots\dots F(x_2, x_3, 1) \\
 & \cdot P_{x_2}(x_3^0, \alpha) > x_2^0 \geq R_{x_2}(x_3^0, -1) \text{ の時} \dots\dots F(x_2, x_3, -1) \\
 & \cdot R_{x_2}(x_3^0, -1) > x_2^0 \text{ の時} \dots\dots\dots G(x_2, x_3, -1)
 \end{aligned} \right\} (5.6)$$

$\alpha \geq 0$ とき、 P における α は、 $x > 0$ で -1 、 $x < 0$ で 1 。

ここで、値 (x_2^0, x_3^0) に対応する最適切りかえ面上の点 $x_{1, \text{opt}}$ ($F(x_2^0, x_3^0, \alpha)$ または $G(x_2^0, x_3^0, \alpha)$) が求まり、4.5のシミュレーション結果からわかるように、

$$\left. \begin{aligned}
 1. x_1^0 > x_{1, \text{opt}} \text{ なる} & \quad u = -1 \\
 2. x_1^0 < x_{1, \text{opt}} \text{ なる} & \quad u = 1
 \end{aligned} \right\} (5.7)$$

により定まる u を用いて最適制御 u_{opt} は、(5.8)式で決定され、 $1 \cdot 0 \cdot -1$ の3値信号として、外部出力用端子およびランプ表示回路に出力する。

$$\left. \begin{aligned}
 1. |x_3^0| < D \text{ ならば,} & \quad u_{\text{opt}} = u \\
 2. |x_3^0| = D \text{ の時は} & \quad \dots\dots\dots
 \end{aligned} \right\} (5.8)$$

- i. $x_3^0 \cdot u < 0$ なる. $u_{opt} = u$)
 ii. $x_3^0 \cdot u > 0$ なる. $u_{opt} = 0$)

そして、(5.6) 式の選択用回路は、すでに Fig. 5-4 に示したから、Fig. 5-6 には、(5.7)、(5.8) 式の論理回路と表示・出力回路のみを明示している。

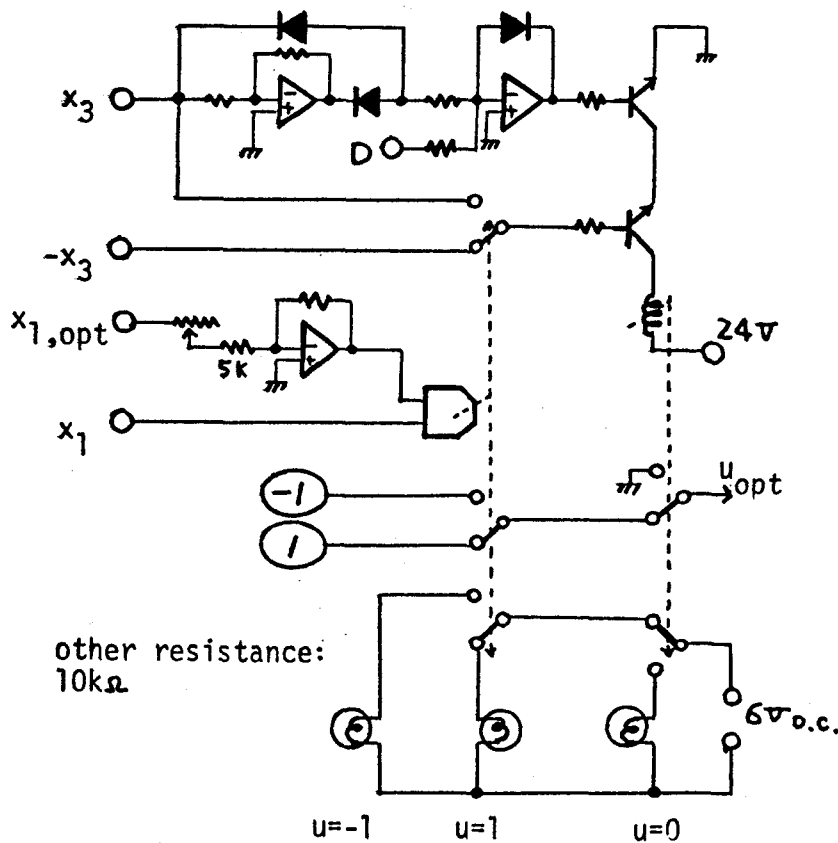


Fig 5-6. 出力部の回路図

5.3. アナログ計算機によるシミュレーション

深江丸による海上実験に先立ち、試作装置内の最適切りかえ関数の設定状態の調整および各種変針状態における動作状態を調べるため、アナログ計算機により船の動特性の数学的モデルと観測信号の極性・バイアスを、またその出力をアテネータを通して約 60db 減衰させ、ひまらだけ実際の状況に近い観測信号がえられるようシミュレーション系を構成して、完全自動閉ループ実験するに手動閉

ループ実験を試みた。

なほ、アナログ計算機の計算変数電圧値と実船における物理変数値との対応は、 $\theta \cdot \delta$ ともに $1V$ が 10° で、 $0V = 0^\circ$ 、定数値は前述の深江丸の値²⁵⁾ $K = 0.147 \frac{1}{sec}$ 、 $T = 5.07$ 、 $v_{max} = 4\%$ を用いた。

(5.3.1) 最適切りかえ関数の調整

まず、完全自動閉ループ系を構成して、最適切りかえ面の調整を行った。最適切りかえ関数は、理論的には完全に定まり、少し異なっても意味がなくなるが、実際に発生させた関数は、ごく簡単な場合をのぞいて近似関数にしかならない。このため、最適制御に切りかえが入った後、状態点をこの最適切りかえ面上に拘束して移動させることが困難になる。

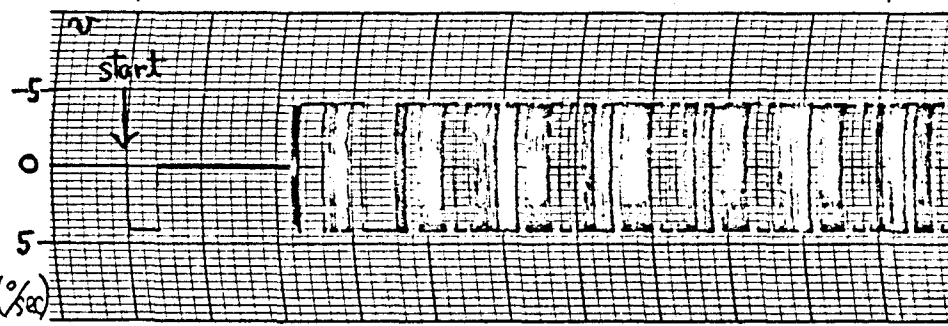
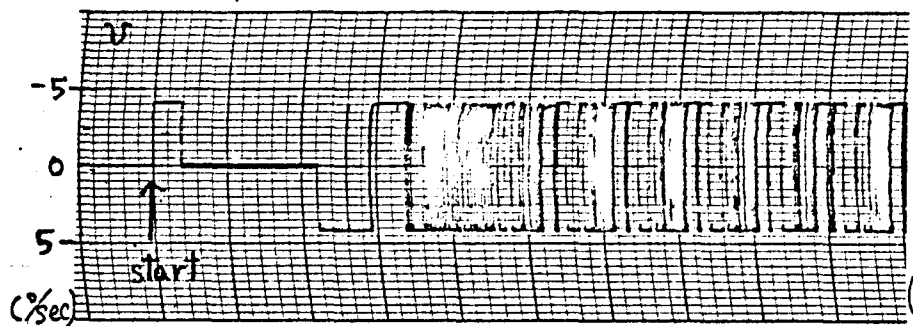
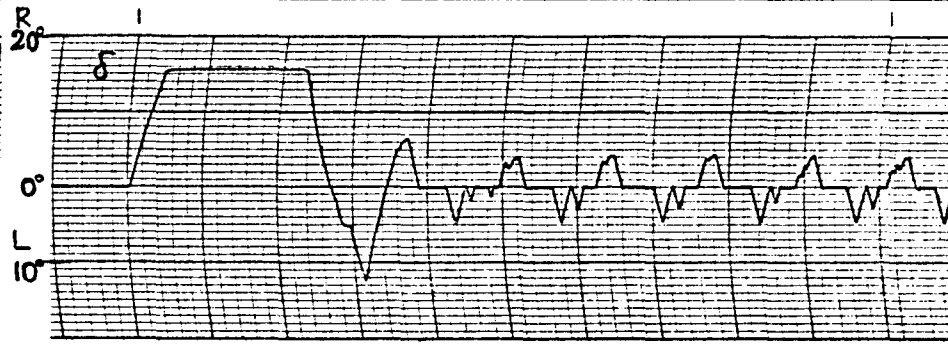
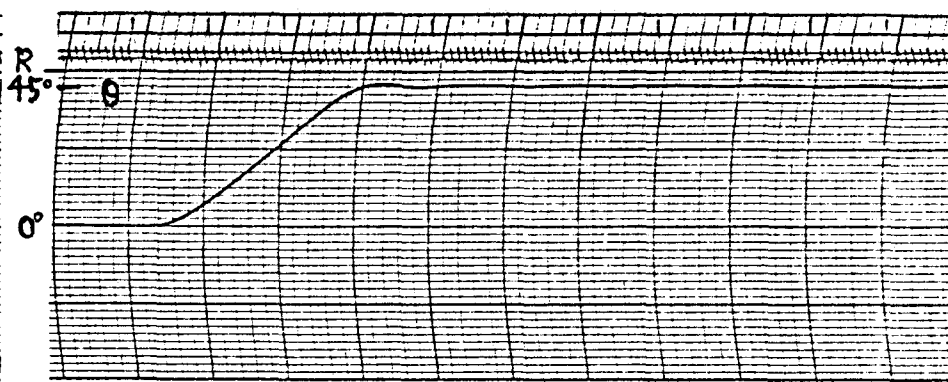
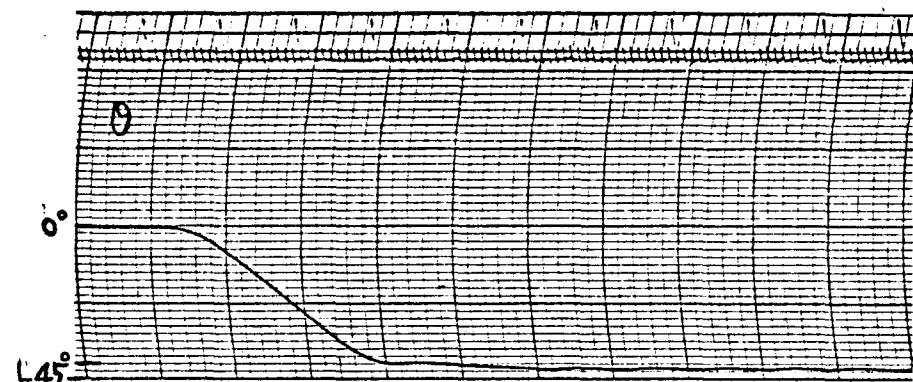
本装置の場合も、構成上は最適切りかえ関数の数学的表現と完全に一致しているが、やはり少し異なる形が実現されている。これは、一般に、最短時間制御を切りかえ関数を用いて実行する時に起る共通の問題点で、切りかえ面に沿って不感帯を作ったりしてこれを除去している例もある^{45), 59)}。ここでは、発生した最適切りかえ面が理論的結果よりずれていると、状態点が切りかえ面上を離れていたり、反対に、スベリモードが発生することを利用して、学習的に切りかえ面を求める黒川のアルゴリズム^{34), 35), 57)}の考え方を応用して、状態点が最適切りかえ面と余分なところで交差することなく安定に制御値を発生し、かつあらかじめわかっている制御モード (mode ① ~ ⑧) で原点近傍に落ちつくように調整した。実際には、最適切りかえ面を、 $GF(x_2, x_3, \alpha)$ また $GF(x_2, x_3, \alpha)$ として、観測値 x_{20} 、 x_{30} によりえられる値のゲインを変化させ、最終誤差の減少と制御の不安定さの防止という相反する2つの要求をほぼ満足するように決定している。

(5.3.2) 完全自動閉ループシミュレーション

試作装置の本来の使用法である完全自動閉ループ系を構成し、直

進中および操舵運動過程の途中で左右変針が実行される2つの状態についてシミュレーションした。この時、本装置には、制御終了時刻判定機構を備えていないために、理論的に予測される最終時刻になっても制御量は0とならず常に1か-1かの駆動信号を発生している (Fig. 5-7)。この最終時刻は、理論的には状態点が原点に一致した時刻であり、一方、シンセシスにおいて用いた制御モードによっても決定することが出来る。Fig. 5-7によれば、状態点の集合 (例えば、原点近傍に球を作った最終状態をみえる方法) に注目して最終時刻を判定する方法を用いると最適制御モード以外の制御パターン (最終状態付近において余分な切りかえが加わる) があこる可能性がある。今回の海上実験では、数学的モデルの妥当性を調べる目的があり、4.4.で与えた制御モードによって整定させることが可能かどうかも問題となることから、最終時刻は制御パターンによる判定方式で決定するが、このパターン判定方式をアナログ的に実現するのは困難であるので、人間が判断して制御を終了している。この方式によって、直針中に左右変針を実行した結果が Fig. 5-8 であるが、制御パターンをみれば、左変針の場合にはほぼ希望回頭角に、また右変針においては回頭角過剰の傾向をもつ。この点については、〈5.3.4〉であらためて検討する。また、 $\delta = 0^\circ$ 付近の時刻においてみられる最適制御モード以外のパターン (スパイク状の信号) は、関数発生部においてリレーの切りかえがあつて、発生している最適切りかえ関数の値が一瞬フロート状態になるため入る誤動作である。

Fig. 5-9 は、旋回中他船の航路妨害などにより急に指令針路が変更され、あるため回避回頭角が与えられた状態のシミュレーションで、各状態変数の初期値が0ではない過渡状態においても制御が開始されることを示している。ただ、普通、過渡状態において制御を開始する時には、4.3.で述べたように、 $\theta = 2n\pi$ を終点にもつ制御を考えなければならぬが、本シミュレーションでは、“左方向に 60° 回頭”と指令されているからこの限りでない。



左 45° 位の変針

右 45° 位の変針

Fig. 5-7. 完全自動閉ループ系において最終時刻を判定する場合の変針シミュレーション結果.

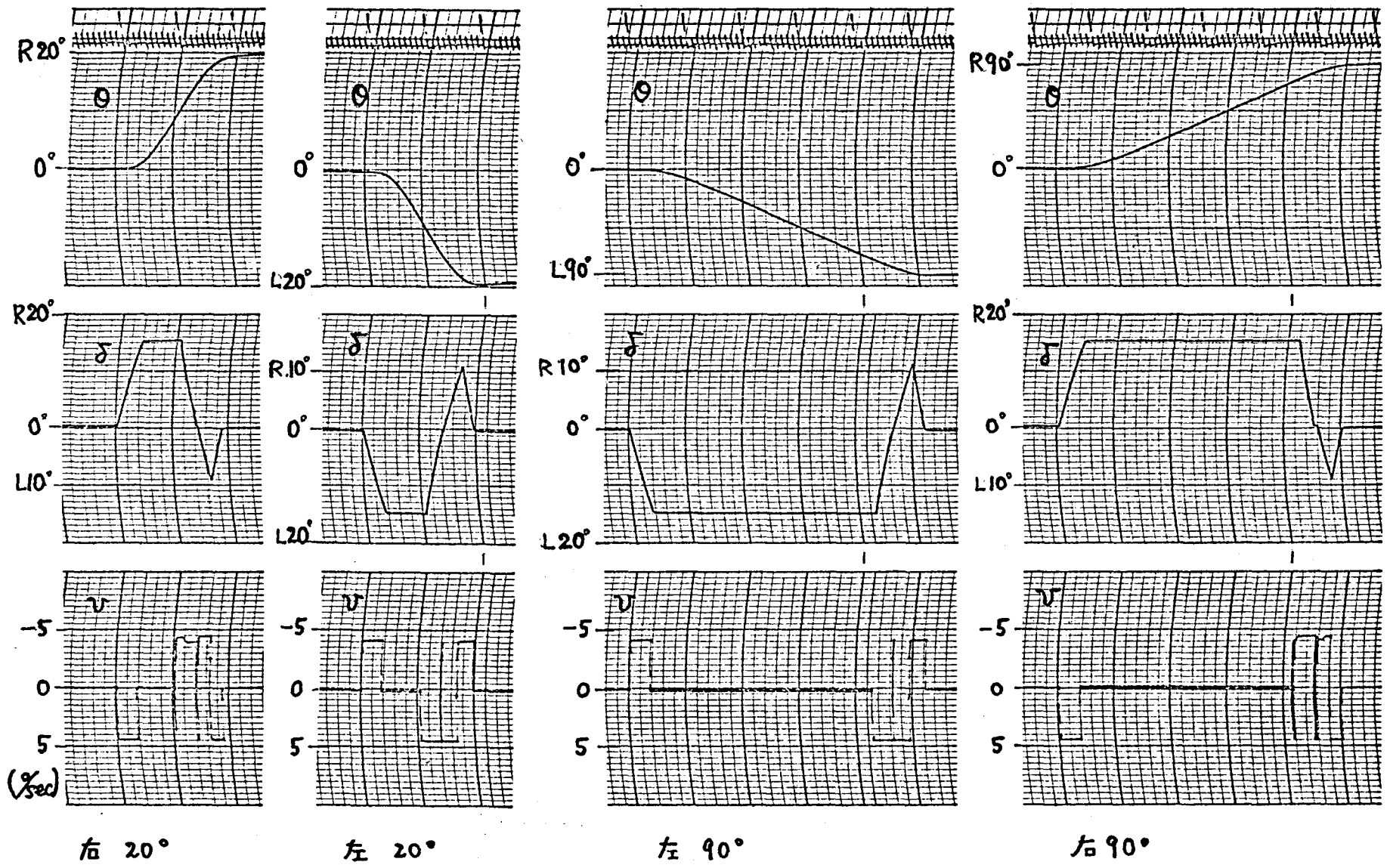


Fig. 5-8. 直進中左右変針, 完全自動閉ループ系シミュレーション.

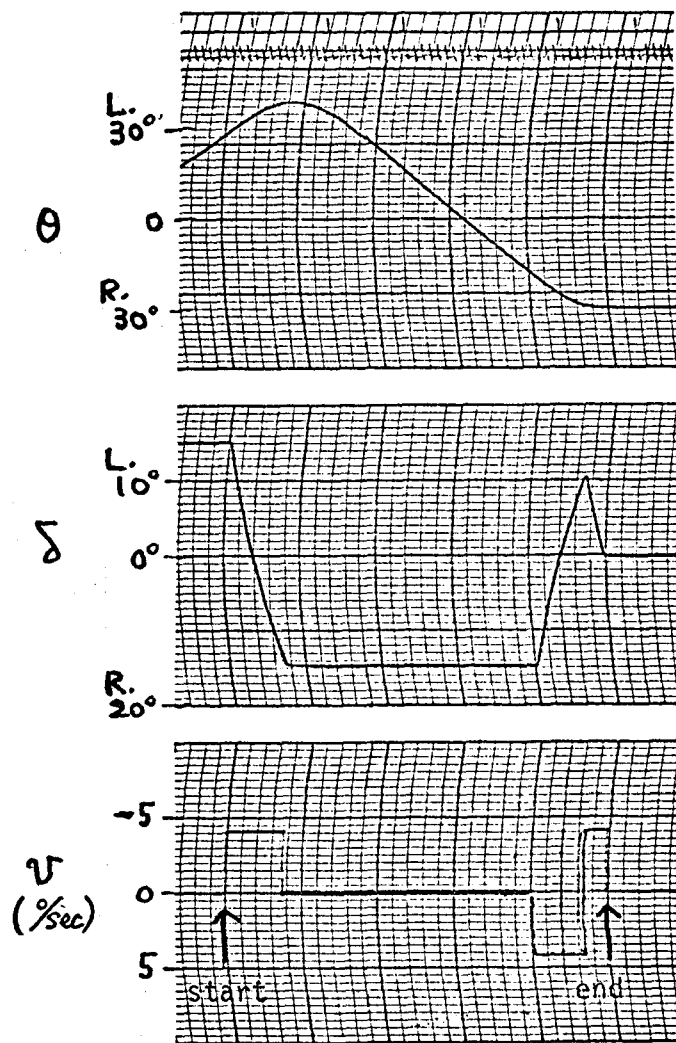


Fig. 5-9. 完全自動閉ループ系において、変針途中に指令変更のため、初期値が0で零の時
に実行される変針操舵シミュレーション結果。

〈5.3.3〉 手動閉ループ系のシミュレーション

海上実験は、人間が操舵を実行する手動実験であるので、ランプ表示回路の出力を見て、3点スイッチにより、1・0・-1の3値を入力し、制御パターンによる判定方式で制御を終了する形のシミュレーションを試みた。

Fig. 5-10は、この制御パターンと、後で使用する用語を定義したもので、図中、 θ_A は残り回頭角、 δ_B は最大あて舵角、とろにa点は操舵開始、b点は舵角保持、c点は迎舵開始、d点はあて舵終了、そして、e点は操舵終了の時期をそれぞれ示している。最初は、どうしても操作がおくれるし、誤動作によるランプ表示のためもあってうまくいかなかったが、10分程度の練習でFig. 5-11のような良好な結果がえられ、ほとんど完全に整定できることがわかった。そのうえ、完全自動閉ループシミュレーションでは、制御パターンは左変針時の方が安定していたが、本シミュレーション結果によれば、ほとんどこの差はみられず、制御パターンをあらかじめ知っていたため、不安定な指令は人間の適応性により実行しなかったものと考えられる。しかし、厳密にいえば、左右変針における非対称性はそのまま残っており、左変針と右変針とも分けて最適切り替え関数を調整すれば問題ないが、海上実験時にこの

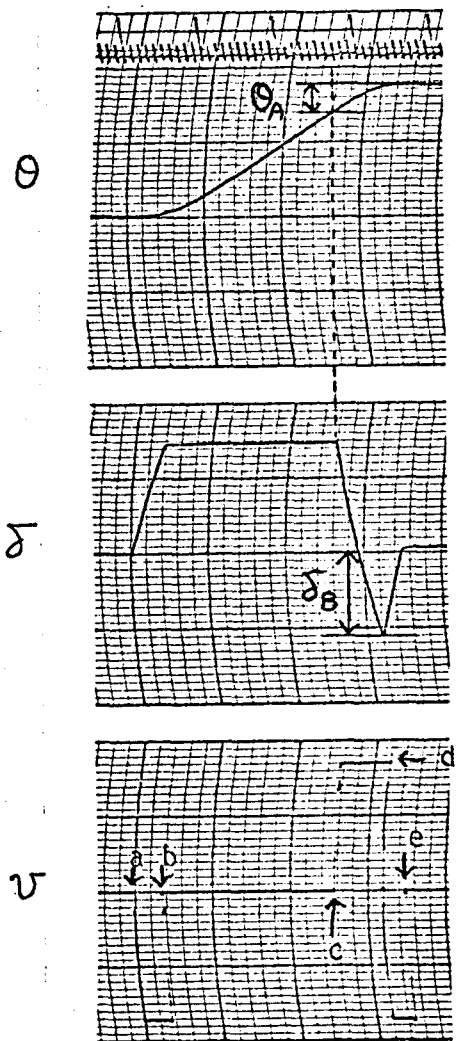
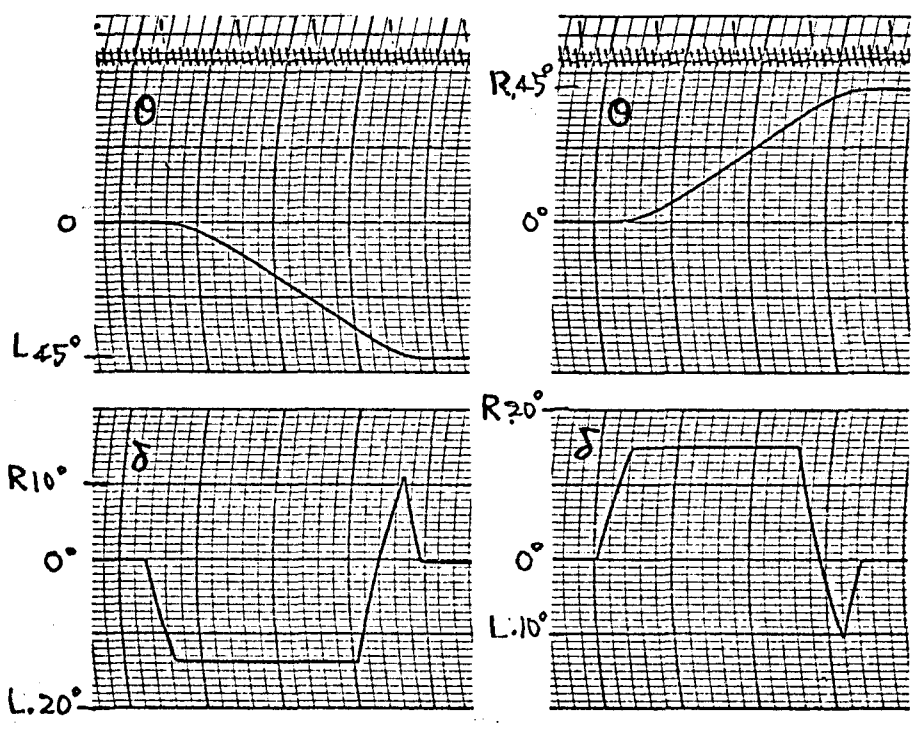


Fig. 5-10. 直進中、変針操舵を実行する時の制御パターン。



左 45°

右 45°

Fig. 5-11. 手動閉ループ系におけるシミュレーション結果

ような調整もするのには不可能に近いので、左右ともに許容されると考えられる範囲に調整して、左右変針に対して同じ状態で使用した。

〈5.3.4〉 検討

〈5.3.2〉、〈5.3.3〉におけるシミュレーション結果によれば、左右変針動作におけるこの装置による応答は、完全に対称とはなっていないことが判明した。普通、アナログ計算機において、多くの演算器を直列に結合して計算する場合、累積誤差が問題となりスケール換算が必要となってくる。しかし、本装置において実現しようとする最適切りかえ関数は多くの非線形項を含むから、演算変数のスケール換算に関して検討を怠らなかつたため、演算増巾器の直列結合による累積誤差が直接影響してきたものと考えられる。

この装置の演算入力の最大許容値は10Vであるが、 90° 変針（最大舵角 15° 使用）までの変針において使用するとすれば、実際には、 $[x_1]_{max} \cong 6.16V$ 、 $[x_2]_{max} \cong 2.5V$ 、 $[x_3]_{max} \cong 0.739V$ の範囲でしか変動してはいない。この 1° が x_1 の $0.0684V$ 、またこの 1° は x_3 においては $0.0493V$ に対応している。いま、各演算要素（乗算器・符号変換器・加算器など）をフルスケール10Vに対して0.1%におさえたとしても、0.01V位は誤差の範囲に入り、それぞれ4個位連続すれば、 1° のちがいが判別できなくなる。

実際には、もっと多く連続した部分もあるし、リレー駆動時のヒステリシスなども加わるから、装置全体としてフルスケールに対して1%の誤差におさえることは非常にむずかしい。このため、原点に関して完全に対称な最適切りかえ関数が実現できず、左右変針の制御パターンが異なったものと考えられる。

シミュレーション結果によれば、左変針においては、ほぼデジタル計算機の計算結果と一致した切りかえ状況、また右変針においては、あと舵不足の傾向がみられる。したがって、左変針動作は完全整定状態もしくはオーバダンプの傾向、右変針動作は行き回頭角速度の影響で回頭角過剰になることが定性的に説明できる。

以上、シミュレーションにおいて観察されたことについて検討したが、海上実験用の装置を早急に必要としたことから、この程度の調整の後、船にもちこんで使用した。しかし、5.4.の実験結果から判明するように、本装置は、十分その目的を果しているものと考えられる。

5.4. 海上実験

〈5.4.1〉 方法と経過

試作装置を用いて、昭和47年10月16日神戸商船大学練習船「深江丸」により大阪湾上において海上実験を行った。船の法規上の制約や、混雑した湾内のため、人間が操舵を実行する手動実験ではあるが、最適制御装置による初めての試みで、次の要領で実行した。

- ①. 船回頭角 θ 、舵角位置 δ を入力とし、船回頭角速度に相当する $\dot{\theta}$ は、 $\dot{\theta}$ の積分方式のみを用いて推定した。これは観測値 θ が観測機構内のブラシの接触不良でノイズが入るため微分方式が使えないことによる。
- ②. θ は常に初期値が0となるように入力し、回頭角設定ボリュームにより θ^* を入力して希望回頭角を設定する(〈5.2.1〉)。
- ③. 最適制御値はランプ表示により指示されたものを用いるが、このランプは観測点に対応する最適制御の値(左へ、右へ、保持)を連続表示しているのので、操舵者はこの表示をみて、舵輪を定速回転するか、定速度操舵機構により操舵を実行する。
- ④. 制御パターン方式により最適操舵終了時を決定するが、制御の指令パターンは直進中に変針動作を実行すれば、初期制御、舵角保持、迎舵としてあと舵終了の4つであることが5.3.のシミュレーションの結果から判明しているのので、この後、舵角0°の時刻に操舵者が舵を停止保持する。

数回くりかえし、以上の操作を練習して、操舵者の操作おくれがなくなった状態でデータをとったが、最適制御は極限状態を利用す

るので、わずかなおくれが後の切りかえに影響をおよぼす。船のように比較的応答のおそい制御対象においては、人間に内在する筋肉などの駆動おくれは全く問題ではなく、船の操舵機構におけるおくれが問題となる。実際、本実験においても、舵を静止状態から動的状態に、また動的状態から静止状態にという操舵指令の切りかえ点付近においておくれがみられ、特に後者においてはなめらかに停止し完全静止するのに約1秒かかる。よって、舵停止指令およびあて舵角終了指令近傍では、シミュレーションにみられたような折れ線状の状態はみられず、しかも最大舵角値は 15° を少しオーバーすることもある。

本実験では、この舵停止、あて舵終了の動作がおくれるとともに実験誤差が累積されるから、装置の内部状態(〈5.2.3〉の出力回路の比較入力)をシンフラスコープで観測して、これらの命令が表示される約1秒前に口頭で操舵者に指令した。また、船底に海藻や貝類が付着していたので、巡航速度は8.5 ktしか出ず、あらかじめ予想していた条件と異なったので、K, Tの値は過去の経験値を用いた。

〈5.4.2〉 実験結果

風浪はあまりなく快晴で穏やかな状態が続いた大阪湾において、ほぼ直進中において左右変針を試みる実験を進めたが、シミュレーション結果と同様、左右にみられる制御パターンに非対称な面がありこの結果右変針は回頭角過剰、左変針は回頭角不足となり、最終誤差はともに $2^\circ \sim 3^\circ$ という値になった(Fig. 5-12, Fig. 5-13)。この点については、〈5.5.1〉および〈5.5.2〉で検討するが、定数K, Tの同定値があまり良好でなかったことも原因の一つにあざられる。

また、手動実験であること、試作装置の不完全さ、そして同定値の不確しさをなどのため同一データの再現は困難であったが、切りかえ時の各状態変数の値を Fig. 5-12, Fig. 5-13 としてこの他のデータなどから読みとり、この試作装置の動作状態を調べたものが、表

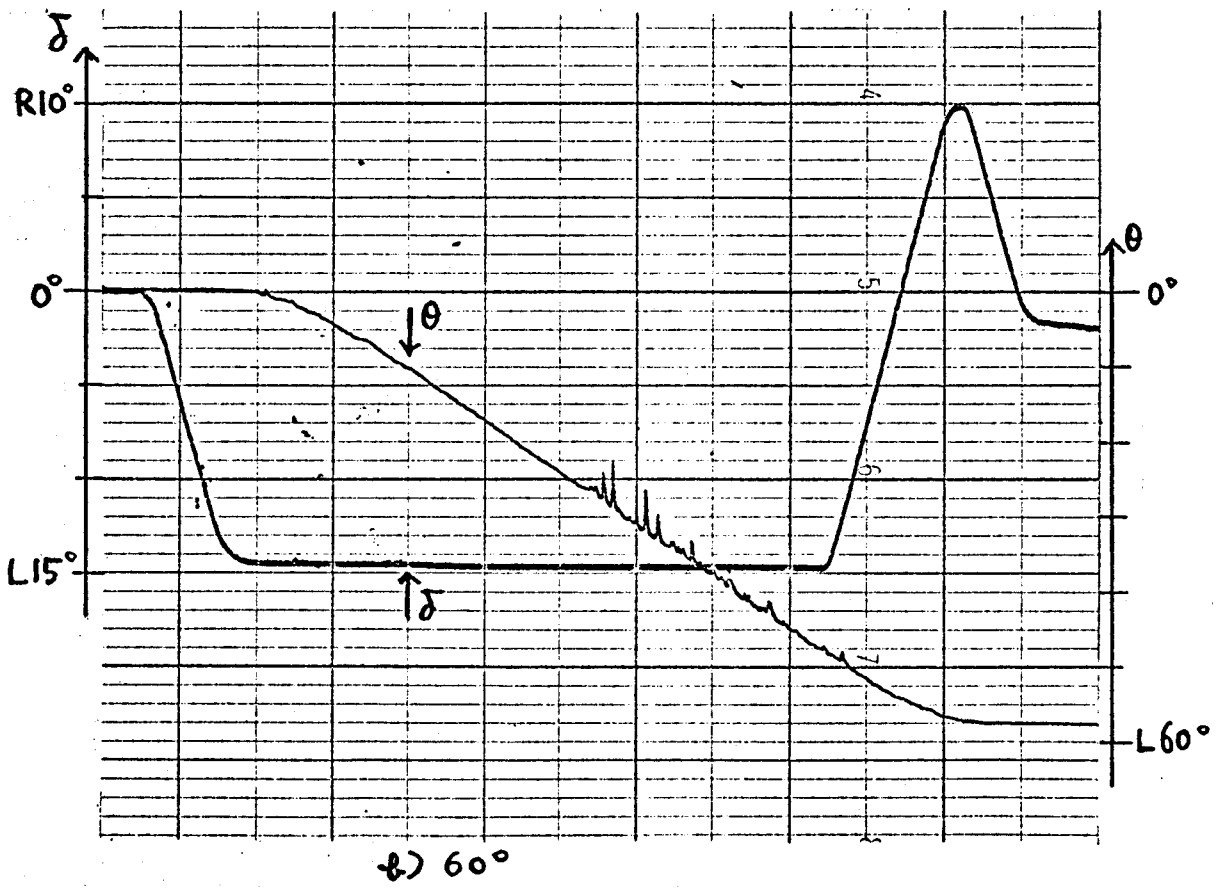
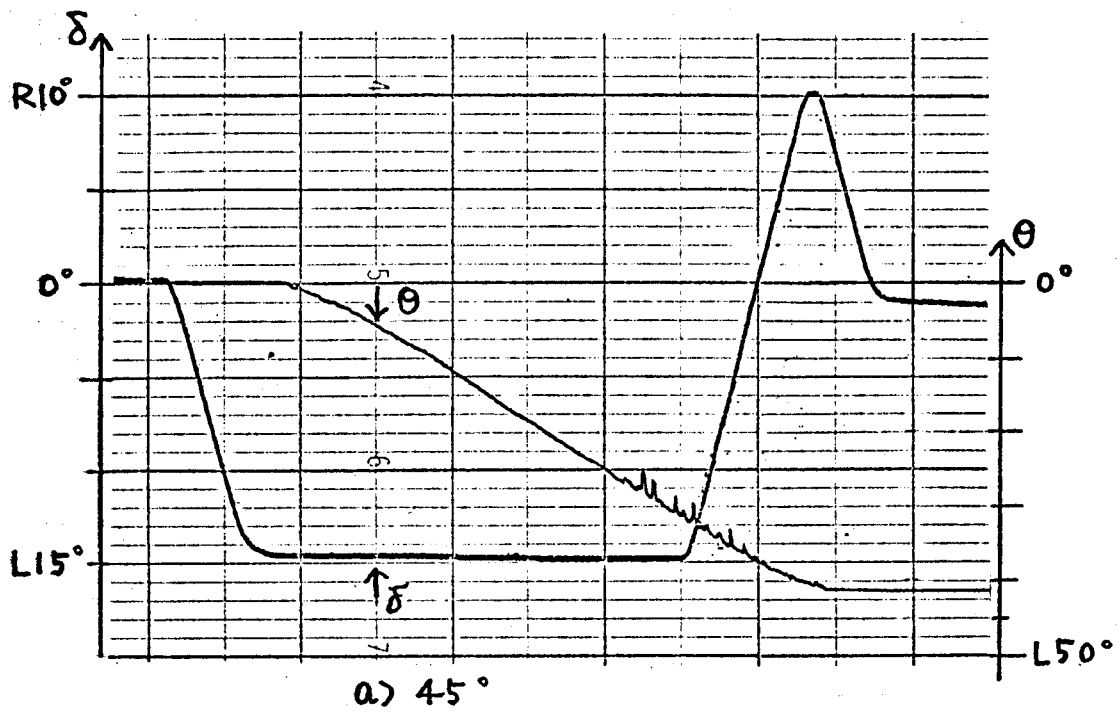


Fig. 5-12. 左変針海上実験結果の1例

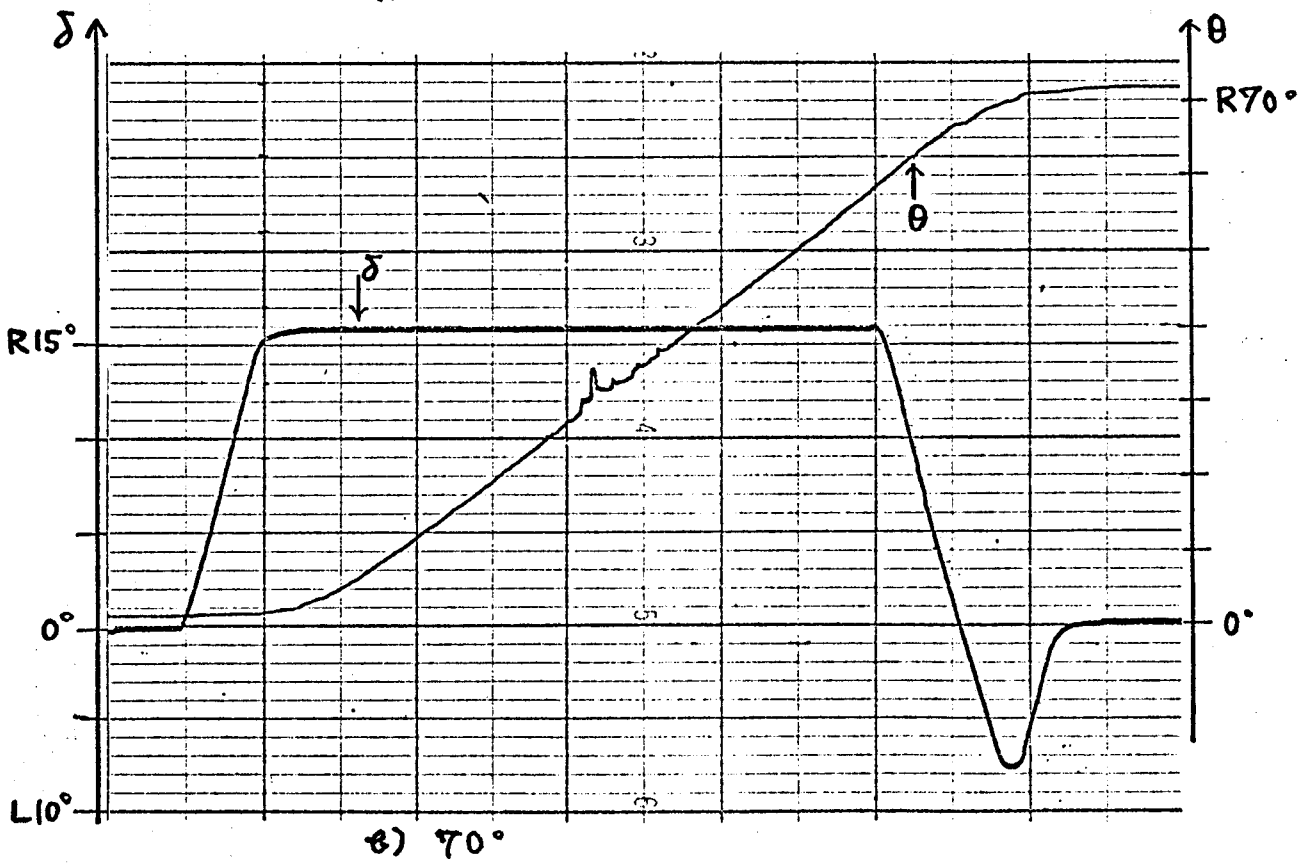
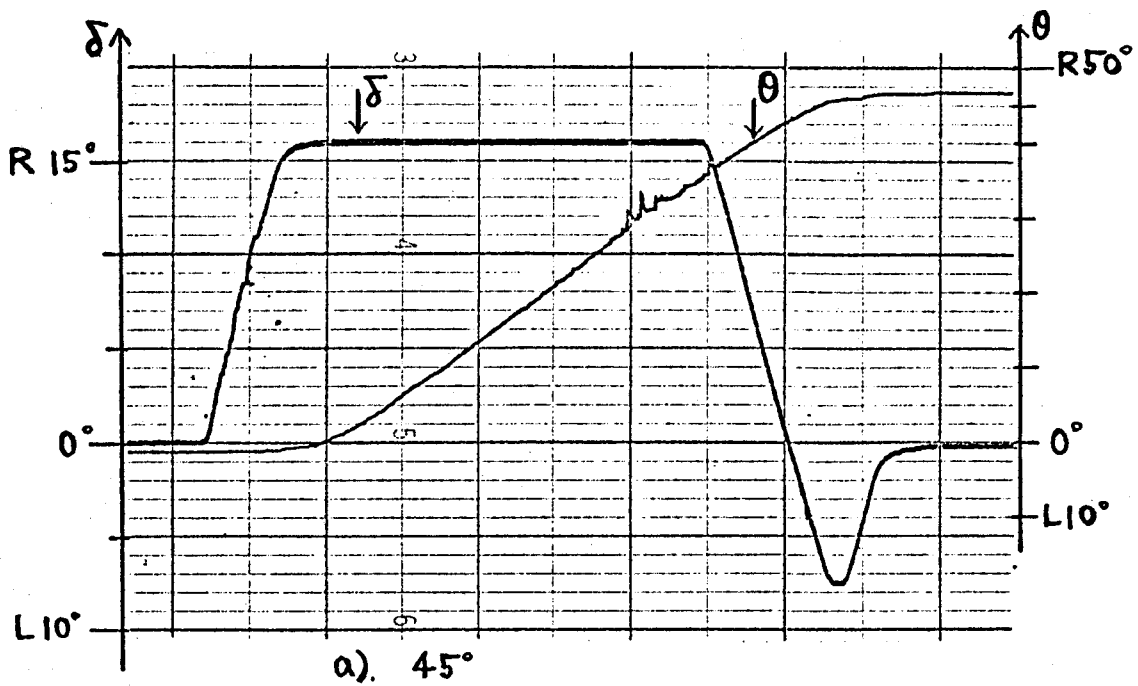


Fig. 5-13. 右変針海上実験結果の一例

5-1である。広田の計算結果²⁵⁾によれば(表5-2), これらの値は回頭角の大きさによりわずかに異なるが, チャート紙から読みとれる値に書かれてくる差ではなく, 任意の回頭角(20°~90°)においてほぼ同じ状態をくりかえし指令が出ていけば, 試作装置は安定な動作をしているものと考えてよい。本実験においては, この点では左右ともに安定した指令が出ているし, かつこの後もほぼ直進航路を保っていることもわかる。

θ^*	実際の θ	δ_{\max}	θ_A	δ_B
右 (70° 45°)	72°	16°	12°	8°
	48°	16°	12°	8°
左 (45° 60°)	42°	15°	10°	10°
	58°	15°	10°	10°

表5-1. 実験結果のまとめ

θ	δ_{\max}	θ_A	δ_B
60°	15°	10.49°	10.92°
45°	15°	10.40°	10.88°
30°	15°	9.99°	10.72°

表5-2. 広田の計算結果

5.5 考察

本節においては実験によってえられた結果や筆者自身が実験を通じて得た考えなどを制御屋の立場からまとめて、本研究のしめくくりにかえる。

〈5.5.1〉 従来の実験との比較

最適変針の海上実験は、これまで山本⁶⁰⁾と広田²⁵⁾によりそれぞれ別々になされているが、ここでは深江丸を用いた広田の実験結果と比較する。彼の実験は、直進中に種々の回頭実験をする状態をあらかじめデジタル計算機でシミュレーションして、切りかえ時刻や、迎舵時の残り回頭角 θ_A 、最大あて舵角 δ_B などの状態変数に注目して表を作り、この表によって人間が操舵指令を出し操舵員が実行したもので、人間が観測機構の出力を読みとるため、全ての状態点を同時に検出することは困難で、どれか一つの重要な状態点だけが観測できるといふ欠点がある。この実験結果は、変針予定位置の最終誤差は 1° ほどで、本実験に比べ少し良好であるが、左右にみられる回頭角誤差は、右が過剰、左が不足という結果で、同様の傾向をもっている。そして、この原因は、深江丸の旋回運動特性が、左右同舵角値でえられる定常旋回時の船回頭角速度が右の方が大きいという非線形性をもつためであることが確かめられている。

本実験を用いた試作装置は、内部的に非対称性をもっているから、さらにこの傾向を増長させたものと考えられるが、①観測から指令までが閉ループ方式で自動化されている、②初期状態は完全に直進中であってもよい、③定数 K 、 T の値はもし変化しても入力変換部のポテンショ値を変えることによって常に修正可能である、という長所をもっている。

〈5.5.2〉 試作装置について

これまで、他の制御系においても最適切りかえ関数を用いた制御器が実際に作られた例は少ないが、本実験において試作した制御器

は、変針操舵の最適化を実行するものとしては初めてのものです。これにより、計算機の搭載という大がかりな手続きを必要とせず、比較的手軽に、各種の変針操舵が実現できた。

この装置は、最適切りかえ関数の数学的表現の形をそのままプログラムし、この関数の原点对称な性質を利用して、リレーの切りかえなどにより、 α の値によって決定される1対の関数のどちらかを発生し、簡単な論理回路も通じて最適制御を出力するものである。このとき、リレーのヒステリシス、演算増巾器の直列結合などによる累積誤差のため最適切りかえ面に非対称なところを生じたが、8つの関数の代りに4つの関数を発生させることで、回路的にも半分の部分ですむという大きな利点がある。この点は、さらに検討してよりよい方法を見つける必要があるが、まず良好な結果ももたらしていることを考えれば、実用化への見通しは明るいものと考えられる。

〈5.5.3〉 船の数学的モデルと動特性同定

最適制御理論の応用にあたり、実際の船の動特性と数学的解析に用いた線形モデル(4.2)式また(4.3)式がどの程度一致するかは大きな問題点であったが、実験結果から判断して、シンセシスにおいて用いた最適制御モード(mode ②, ⑥)による船の応答は、変針運動時の動特性と数学的モデルがほぼ一致していて、数学的処理の簡単化のためだけでなく物理的にも十分意味のある低次線形モデルであると考えられる。もちろん、従来の実験・^{(43), (44)}経験からこのモデルが提案されているが、本実験においても、あくためて線形モデル(4.2)式、(4.3)式の妥当性が立証されている。この結果は、これまで理論も応用する時、無理な線形化・低次化が現実のシステムをうまく表現できず、最適制御理論の1つの発展方向に障害をもたらしていたことを考えると重要な意味をもっている。今後、風浪など外乱のある場合も、基本的にはこのモデルを応用すればよいと考えられるが、どの程度の外乱まで、この数学的モデルで近似できるのかも検討する必要がある。

また、現在、動特性の同定には Zig-Zag 試験法を用い、この結果から K, T の値を定めてはいるが、これはオフラインの変形正弦波応答試験である。本装置の場合、厳密には、できるだけ現状に近い K, T の値により正規化係数を求めておく必要があるし、かつそのリアルタイム同定法も、テストシグナルがあまり制御系を乱さない方式を用いることが望ましい。この点に関しては、線形モデルの妥当性が確かめられているから、種々の同定法を応用できると考えるが、学習制御の立場にある黒川の方法なども興味深い同定手段であることも付加しておく。

〈5.5.4〉最適操舵系の実現に向けて

最適操舵を実現するため、理論的解析から実験まで試みてきたが、最適操舵系の構成をめぐすには、最適制御装置の完成・実用化をはかるだけでなく、もっと広い見地から検討する必要があると考える。

ここでは、本実験を通してえられた結果から、観測系および舵駆動機構について検討してみた。

現在就航している船舶は、船角位置、船角速度、および船角位置を検出する観測機構は必ずしも統一されてはいない。もちろん、船の大きさ・目的・その他種々の理由から、それが促進されるのであろうが、集中制御系を実現するには、同クラスの船舶についてはそれぞれ統一された合理的な観測系を完成すべきである。例えば、本実験においては、シートジャイロを備えていないため推定器により補ったが、ある程度良好な最適操舵が可能であったことを考えると、必ずしも全ての状態変数を直接観測しなくてもよいかもされない。このように、観測系の完成といっても、精度のよい全ての検出装置の搭載を意味するのではなく、経済性と制御性能のバランスの上で考慮されるべきものと考えられる。

また、最適制御理論を展開する上において基本となる Bang-bang 制御入力は、当然実際の物理系に厳しい動作を要求することになる。

そして、従来の古典的フィードバック制御と人間にとって操舵し

やすいという判断・経験にもとづいて構成されていった舵駆動部も、①一定速度で駆動可能、②動作の速応性、③極端な動作に対する耐久性・安全性、などを考慮した変針用の機構を設計すべきである。

最近、緊急操舵用に定速度操舵機構が開発されているが、これもく5.4.1)で述べたように、停止時および反転時において以上の要求が満たされてはいないから、改良して常用変針時にも使用できるようにすべきである。

以上述べて来たように、これからは種々の実験をくりかえし、その結果も最適制御装置の完成のためだけに使うのではなく、観測機構・舵駆動機構を含めて、広く最適操舵系の充実・合理化に役立つ必要があると考える。

5.6. まとめ

本章では、第三章において展開した理論を、船の数学モデルに適用して計算した第四章の解析結果にもとづき、最適切り替え面を内蔵するアナログ入力式最適変針操舵装置を試作し、アナログ計算機によるシミュレーションの後、海上実験を行い、ここでは、最適操舵系の開発に関する考えを述べたものである。

まず5.2.で試作した最適制御装置は、最適切り替え関数が原点对称であることから、リレー等により1対の関数が1つのブロックからえられる方式を採用して実現したものである。本実験では、完全に原点对称なものを作ることは困難であったが、回路的には、約半分の部品でよいという利点がある。

また、5.3.で述べたアナログ計算機を用いたシミュレーションにおいては、完全自動閉ループ実験を試みたが、試作装置は少しの調整でうまく働くことが確かめられ、制御動作の終了に制御パターンによる判定法を用いても、完全に整定できることも判明した。

さらに、5.4.の海上実験は、船回頭角速度が検出できないことから推定器を用い、また種々の制約から手動閉ループ実験の形で実行されたものである。このため、完全自動閉ループ系も構成した時、

シミュレーションにおいてみられた最適制御モード以外の制御パターン(5.3.2)で述べたスパイク状の信号)など誤動作の影響, 舵駆動部との結合方式など, 本実験においては人間の適応性・処理能力によって除去されたものと考えられる問題点は明確にはできなかった。しかし, 本実験結果は, 最適制御装置搭載による最初の海上実験として, 数学的モデルの妥当性を再確認し, 種々の変針実験もほぼ満足できる応答を示し, さらに将来の実用化に向けて克服しなければならぬ問題点を新しく提起してくれたものと考ええる。

第VI章 結論

本論文は、船舶の変針操舵の最適化に関して、理論的考察とハードウェアによる具体化という2点を主眼に研究した結果を整理し、最適制御理論の応用という立場から、最適閉ループ変針操舵系の構成法について考察したものである。

操舵系の最短時間制御問題は、舵が最大変位に制限をもち、かつ慣性のある制御であることから、状態変数制限問題に帰着されるが、従来、一般的な状態変数制限問題の中で扱われることが多かった。このため、とかく複雑な手続を必要とすることがあり操舵系特有の物理的意味の明確な結果を得ることもむずかかった。本論文では、操舵系のみを考察する立場をとることにより、第三章において、理論的にも高度な数学的背影を伴わず、物理的意味も明確な解法として、許容制御のクラスを変更する手法により最大原理的な形の最短時間制御則を導びいた。この定理は、 n 次の線形操舵系について証明され、幾何学的な解釈をヒントに容易に理解でき、しかも厳密さを損うこともないと考えられ、理論の簡素化という点が解決されている。そしてこの最適制御について、一言で表わせば、“許される限り大きい値をシステムに加えよ”ということになる。さらに、一般の線形最短時間制御問題と同様、順時間でも逆時間でも解くことができる2点境界値問題となるが、本論文でも示したように、逆時間解を求めてシンセシスするのに便利な形式で表現されている。そして、旋回運動の数学的モデルを基本として、3次元状態空間において最適切りかえ関数を計算して、閉ループ最適操舵装置を設計する方法を述べ、これにより、実際にアナログ式装置を試作した。これは、IC化された演算増巾器やリレーなどからなるアナログ入力用最適制御器で、種々のアナログシミュレーションおよび海上実験の結果からわかるように、ほぼ安定した動作を行い、任意の回頭角に対して十分有効に働くことが確かめられた。ただ、

海上実験は、船の規則により完全自動閉ループ操舵試験ではなく、人間が介入した閉ループ系しか構成できなかったことは残念である。

しかし、自動的に最適制御を指示する変針用装置による海上実験は、これまで実行されたことはなく、本実験により完全閉ループ系の構成に大きく前進する役割りを果たし、実用化への一歩を踏み出したものと考えられる。

また、数学的モデルとして用いた一次系近似線形モデルについては、今回の実験、山本・広田らの手動操舵実験および長年にわたる操舵員の経験などから判断して、変針運動においてはほぼ実際の動作に近い記述であることも確認できた。

船舶は、数多くのそれぞれ興味あるサブシステムの集合体であり、その運航における高度集中制御方式は現在でも未開拓の分野であるが、まず個々のシステムの最適化を目標として進むべきである。そして、計算機による集中制御系の構成は、階層形構造をその終局に実現するであろうが、具体的方法はまだ固定されたものではない。しかし、最下位制御用には、簡単な装置（アナログ・デジタル方式を問わず）を用いるものと考えられ、本論文で述べたことから、いずれの方式でも実現できることがわかる。

最後に、風浪およびパラメータ K ・ T の変動・固定誤差の影響なども、正確に調べる必要があることはいうまでもないが、この点は、さらに装置を改良し、観測法・固定法などもより好ましい方法を検討し、くりかえし海上実験を行わなければならない。そして、厳密に言えば、海上は時々刻々変化するから、適応制御・学習制御方式をどれ位取り入れればよいかなども、この種の装置の実用化において考慮する必要があると考える。

謝 辞

本研究は、筆者が大阪大学大学院基礎工学研究科博士課程（物理系制御工学専攻）在学中に、本学基礎工学部制御工学科において、本学基礎工学部制御工学科 桜井良文教授の御指導のもとに行なわれたものである。

この間本研究を行なう機会と場を与えて頂くとともに、終始御指導を賜り、数々の問題・課題の提起と助言を頂いた桜井良文教授に心から感謝の意を表す。

また、本研究をまとめるにあたり、種々の有益な御教示を頂いた本学基礎工学部制御工学科 藤沢俊男教授、坂和愛幸教授ならびに、辻 三郎教授 に対し深く感謝の意を表す。

第Ⅳ章の研究は、島田友二氏（本学大学院基礎工学研究科修士課程）、塙 正信氏（日立造船）の御協力に負うところが大きい。

第Ⅴ章で試作した最適制御器の製作においては、尾西康次氏（本学基礎工学部制御工学科）、白川友紀氏（本学大学院基礎工学研究科修士課程）の御協力をりた戴った。以上の諸氏をはじめ3年内有益な議論をして下さった、本学基礎工学部制御工学科 井口征士助教授、森田泰次氏ら桜井研究室の皆様へ感謝する。

最後に、海上実験の機会を与えて下さった本学工学部造船工学科 野本謙作教授、また実験時には過分の御協力を賜った神戸商船大学 広田 実助教授ならびに、同練習船“深江丸”船長原 助教授はじめ乗組員の方々、そして、いそがしい中にもかかわるご実験の手伝いをして下さった岩橋俊樹氏（本学基礎工学部制御工学科4年）らに対して、心からお礼申しあげます。

[参考文献]

* 単行本

- 1) ボルチャンスキー 最適制御の数学的方法 (坂本実訳) 総合図書 1968
- 2) 市川邦彦 システム理論と最適制御 朝倉書店 1970
- 3) 北川敏男編 最適制御過程Ⅱ—坂和愛幸— 情報科学講座A4.2. 共立出版 1967
- 4) コルモゴロフ・フォミーソフ 函数解析の基礎(オズ版) 山崎三郎訳 岩波書店 1971
- 5) LEE, E.B. et. Foundation of Optimal Control Theory, The SIAM Series in Applied Mathematics, Wiley 1967
- 6) LEITMAN, G. An Introduction to Optimal Control, McGraw-Hill Series in Modern Applied Mathematics, McGraw-Hill 1966
- 7) 森政弘 制御と情報 NHK情報科学講座4 日本放送出版協会
- 8) McLEOD, J. Simulation, The Modeling of Ideas and Systems with Computer, McGraw-Hill 1968
- 9) PONTRYAGIN, L.S. et. The Mathematical Theory of Optimal Processes, Wiley 1962
- ・関根智明訳 最適過程の数学的理論 総合図書 1967
- 10) PUN, L. Introduction to Optimization Practice, Wiley 1969

11) 元良誠三 船体運動力学 共立出版

12) KORN,G.A. & KORN,T.M. Electronic Analog Computers(2-nd), McGraw-Hill, 1956

**論文

13) BERKOVITZ,L,D. On Control Problems with Bounded State Variables, J.Math. A&A 5, 488-498, 1962.

14) BRYSON JR. ,A.E. & DENHAM,W.F. & DREYFUS,S.E. Optimal Programing Problem with Inequality Constraints I; Necessary Conditions for Extremal Solutions, AIAA J. vol.1, No.11, 2544-2550, 1963.

15) BRYSON JR. ,A.E. & DENHAM,W.F. Optimal Programing Problem with Inequality Constraints II : Solution by Steepest-Ascent, J.AIAA, Vol.2 No.1, 25-34, 1964.

16) CHANG,S.S.L. Optimal Control in Bounded Phase Space, Automatica Vol.1, 55-67, 1962.

17) CHANG,S.S.L. Minimal Time Control with Multiple Saturation Limits, IEEE.Trans. AC-8-1, 35-42, 1963.

18) CHIHARA,K. & SAKURAI,Y. Analog Simulation of the Optimal Steering System, TOKYO 1971 AICA SYMPOSIUM, SIMULATION OF COMPLEX SYSTEMS, F-1-1~1-5, Septem.3-7,1971.

19) 干原・桜井 船の閉ループ最適操舵系の設計法, 計測自動制御学会論文集 VOL.8, NO.3 369-377, 1972.

20) 干原・桜井 最適変針操舵装置と海上実験, システムと制御, 投稿中.

21) DENHAM,W,F. On Numerical Optimization with State Variable Inequality Constraints, J.AIAA, Vol.4, No.1, 550-552, 1966.

22) 林・坂和 高次リレー・サーボ系の最適制御について, 電気学会雑誌 27-35 1967.12.

23) 広田 最短時間制御と順時間を決定する一方法, 計測自動制御学会論文集 VOL.7, NO.5, 427-433, 1971.

- 24) 広田 船の最短時間変針操舵法, 計測自動制御学会論文集 vol.8, No.2, 242-250, 1972.
- 25) 広田 変針の最短時間制御法則と之の自動操舵実験, 日本造船学会論文集 131, 65-78, 1972.
- 26) 市川・田村・披田 状態変数が制限される場合の最適制御, 計測自動制御学会論文集 vol.4, No.1, 1-7, 1968.
- 27) 市川・田村 状態変数に制限を設けた最適制御問題の解法, 制御工学 vol.12, No.5, 281-286, 1968.
- 28) 市川・田村 最適操舵法の研究, 日本機械学会論文集(オ1部) 34, 266, 1732-1747, 1968.
- 29) 今村 船舶の自動化, 計測と制御 vol.10, No.2, 147-154, 1971.
- 30) KEMPF, G. Measurements of Propulsive and Structural Characteristics of Ships, Trans. Society of Naval Arch. and Mar. Eng., 1932.
- 31) 小佐田 大和型船序説その1, 日本造船学会誌 vol.51, 495-506, 1972.
- 32) 小山 外洋航行中の船の最適自動操舵系に関する研究, 造船協会論文集 122, 18-35, 1967.
- 33) 小山他 船の自動誘導について, 日本造船学会論文集 124, 81-91, 1968.
- 34) 黒川・田村 制御行動における適応と学習, 生物物理 vol.11, No.3, 113-119, 1971.
- 35) KUROKAWA, T. & TAMURA, H. A Self-Organizing Time-Optimal Controller, INT. J. CONTROL, Vol.16, No.2, 225-241, 1972.
- 36) LASDON, L.S., WARREN, A.D. & RICE, R.K. An Interior Penalty Method for Inequality Constrained Optimal Control Problem, IEEE Trans. Vol.AC-12, No.4, 1967.
- 37) LASTMAN, G.J. Two Formulations for Optimization Problems with State-Variable Inequality Constraints, AIAA.J. Vol.7, No.7, 1378-1380, 1969.
- 38) LUH, J.Y.S. & HARVEY, C.A. Time-Optimal Control of a Bounded Phase-Coordinate Process: 1. Unstable Booster with Actuator Position and Rate Limits, AIAA.J. Vol.5, No.5, 940-958, 1967.

- 39) LUH, J.Y.S. & SHAFRAN, J.S. Construction of the Minimal Time Control for Processes with Bounded Control Amplitudes and Rates, IEEE Trans. A.C. ,Vol.AC-14, No.2, 150-164, 1969.
- 40) LUH, J.Y.S. & SHAFRAN, J.S. An Approximate Minimal Time Closed-Loop Controller for Processes with Bounded Control Amplitudes and Rates, IEEE.Trans.A.C. Vol.AC-15, No.2, 185-194, 1970.
- 41) McINTYRE, J. & PAIEWONSKY, B, On Optimal Control with Bounded State Variables, A.C.SYSTEM, Vol,5, 389-419, 1967.
- 42) MINORSKY, N. Directional Stability of Automatically Steered Bodies, J.American Society of Naval Engineering, Vol.34, 280-309, 1922.
- 43) 野本他 操縦性の研究における自航模型の適用について, 日本造船学会論文集110, 1961.
- 44) 野本他 船の操縦性について, 造船協会論文集101, 57-66, 1957.
- 45) O DONNELL, J.J. Bounds on Limit Cycles in Two-Dimensional Bang-Bang Control Systems with an Almost Time-Optimal Switching Curve, IEEE.Trans.A.C., Vol.AC- , No. , 196 .
- 46) OKAMURA, K. Some Mathematical Theory of the Penalty Method for Solving Optimum Control Problems, J.SIAM Control, Ser.A, Vol.2, No.3, 317-331, 1965.
- 47) PAGUREK, B. & WOODSIDE, C.M. The Conjugate Gradient Method for Optimal Control Problems with Bounded control Variables, AUTOMATICA, Vol.4, 337-349, 1968.
- 48) RUSSELL, D.L. Penalty Functions and Bounded Phase Coordinate Control, J.SIAM, Control, Ser.A, Vol.2, No.3, 409-422, 1965.
- 49) SCHMAEDEKE, W.W. & RUSSELL, D.L. Time Optimal Control with Amplitude and Rate Limited Control, J.SIAM CONTROL, Ser.A, Vol.2, No.3, 373-394, 1965
- 50) SHAFRAN, J.S. & LUH, J.Y.S. Recoverability for Processes with Bounded Control Amplitudes and Rates, J.SIAM Control, Vol.8, No.2, 189-200, 1970.
- 51) 庄司 船舶の自動化, 計測と制御 才5巻 才8号 579-590, 1966.
- 52) 庄司 日本における最近の船舶航行の自動化, エレクトロニクスダイジェスト 29-38, 1968-10月号.

- 53) TABAK,D. & KUO,B.C. Application of Mathematical Programing in the Design of Optimal Control Systems, INT.J.Control,Vol. 0,No.5,545-552,1969.
- 54) 田古里他 回流水槽における操縦性試験および設定航路自動航法実験Ⅰ, 日本造船学会論文集 126, 153-166, 1969.
- 55) 田古里他 回流水槽における操縦性試験および設定航路自動航法実験Ⅱ, 日本造船学会論文集 128, 141-151, 1970.
- 56) 田古里他 回流水槽における操縦性試験および設定航路自動航法実験Ⅲ, 日本造船学会論文集 130, 95-108, 1971.
- 57) 田村・黒川 時間最適制御器の適応的構成法, 電気学会雑誌, VOL.88-8, NO.959, 1531-1540, 1968.
- 58) 田村・成田 数理計画法と制御系, 計測と制御 vol.8, No.10, 679-694, 1969.
- 59) 上野 適応性をもった純慣性系の最短時間制御, 計測自動制御学会論文集 VOL.6, NO.6, 490-497, 1970.
- 60) 山本 船の最適操舵法, 造船協会論文集 121, 1-11, 1968.
- 61) 上滝 制御系と制御用計算機, 計測と制御 vol.11, No.12, 1014-1024, 1972.
- 62) 計装 vol.13, no.2. 船舶自動化の現状と超自動化特集号, 1970.

付録

A-1. アナログ計算機の分割演算制御モードについて

日立 ALS-2000 の制御機能は大略次の2つに分けることができる。

- ・基本制御機能：アナログ計算機の各種演算基本制御機能。
リセット，コンピュータ，ホールド，etc.
- ・フロー制御機能：内部的くりかえし演算を実用する。

①. 制御方法と分割方式

方式 \ 制御の種類	集中制御	分割制御	単独制御
低速手動演算	○	Mのみ可	×
くり返し演算	○	○	×
外部制御(リレー)	○	○	×
・ (電子スイッチ)	×	×	○

※分割制御：次の4群に分割される。ただし、数字は演算機番号である。

	M	A	B	C
加算積分器・係数器	00~09	10~19	20~29	30~39
加算演算器	00~03	04~09	10~15	16~19

※制御方式

・集中制御

M群のコントロール入力端子にアース信号を加えてやるが、コントロール盤上の押ボタンを用いる。

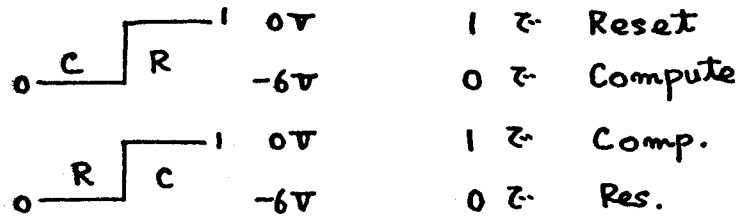
・分割制御

コントロール盤上の選択ボタンを slave にして、各群の

ユニットコントロール入力端子にアース信号を加える。

・ 単独制御

演算器ユニット上の Ext. 端子を短絡して、次のように、 $\overline{C/R}$ 、または $\overline{R/C}$ 端子にアース信号を加える。



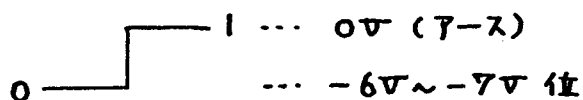
ただし、両端子がフロートの時は Reset。

※ 各演算モード出力

M群についてのみ、 \textcircled{R} 、 \textcircled{C} 、 \textcircled{H} の各モードにおいて、それぞれ端子からアース信号が出ている。

② 制御信号。

本計算機のアナログ部制御信号の基本は、次の 0,1 信号である。



リレー制御には、20ms 以上のアース信号、電子スイッチは、0,1 のパルス信号を用いる。

また、①に用いる 0,1 信号は、次の要素から作れる。

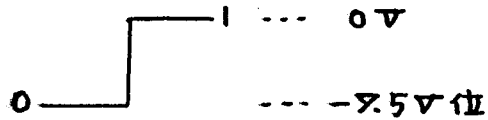
※ コンパレータ： 作動した時、1 が出る。

※ サンプルホールド： ただし、サンプル時間は、12μs 以上。

③ 論理部

本計算機は、ハイブリッド的使用を可能にするため、つぎの論理回路とタイマーをもちあわしている。

- ・入力：パルス(0・1信号)入力の動作が原則



- ・出力：直流出力が原則であるが(アース信号), モノマルチ, タイマーはパルス出力。

* And・Or・Nand・Nor の他, モノマルチ, リレー, タイマーが組み込まれている。

A-2. デジタルシミュレーションのプログラム.

```

C          PROGRAM K-C FOR K.CHIHARA          (CODED BY H.HANAWA)
C          ANALYSIS OF OPTIMAL CONTROL SYSTEM
C
0001      REAL KK
0002      DATA PHIZE,0,PEZE,DELZE/90.,0.,0./
0003      DATA DT5/0.0008/
0004      DATA P1,P2,P3/2.828,37.301,1.375/
0005      DATA KANI/0.125/
0006      DATA FMIN,FMAX/0.1,0.5/

C
0007      WRITE(3,300)
0008      300 FORMAT(1H1,5X,;ANALYSIS OF OPTIMAL CONTROL SYSTEM://)
0009      I=1
0010      READ(2,1200) TT,KK,DELMA,VMA
0011      1200 FORMAT(4F10.6)
0012      WRITE(3,100)
0013      100 FORMAT(1H3,25X,2HTT,8X,2HKK,8X,5HDELMA,5X,3HVMA)
0014      WRITE(3,200) I,TT,KK,DELMA,VMA
0015      200 FORMAT(1H ,5X,;(:,12,;)::,11X,4F10.6)
0016      WRITE(3,500)
0017      500 FORMAT(1H3,18X,;TIME:,18X,;Z1:,23X,;Z2:,23X,;Z3:,16X,;V:)
0018      DT=TT*DT5
0019      Z1=PHIZE
0020      Z2=0,PEZE
0021      Z3=DELZE
0022      LY=0
0023      LI=1
0024      L=0

C
0025      111 CONTINUE
0026      UTT=KK*TT**2*VMA
0027      VUT=KK*TT*VMA
0028      UT=TT*VMA
0029      D=DELMA/UT
0030      X1=Z1/UTT
0031      X2=Z2/DKT
0032      X3=Z3/UT

C
0033      IF(ABS(X3).LE.DB) GO TO 121
0034      IF(X3.GE.CEO) GO TO 113
0035      X3=-DB
0036      GO TO 121
0037      113 CONTINUE
0038      X3=0
0039      121 CONTINUE
0040      IF(X3.GE.CEO) GO TO 123
0041      ZC1A=1.
0042      GO TO 125
0043      123 CONTINUE

```

0011		ZETA=-1.
0012	125	CONTINUE
0013		FDE=F13(X3,ZETA)
0014		FD=F21(X3,+1E0,DB)
0015		FC=F21(X3,-1E0,DB)
0016		IF(X2-FD) 145,143,141
0017	141	CONTINUE
0018		FX=F20(X2,X3,+1E0,DB)
0019		GO TO 221
0020	143	CONTINUE
0021		IF(X3,EQ,-DB) GO TO 153
0022		FX=F21(X3,+1E0,DB)
0023		GO TO 221
0024	145	CONTINUE
0025		IF(X2-FDE) 155,153,151
0026	151	CONTINUE
0027		FY=F14(X2,X3,+1E0)
0028		GO TO 221
0029	153	CONTINUE
0030		FX=F13(X3,ZETA)
0031		GO TO 221
0032	155	CONTINUE
0033		IF(X2-FC) 165,163,161
0034	161	CONTINUE
0035		FY=F14(X2,X3,-1E0)
0036		GO TO 221
0037	163	CONTINUE
0038		IF(X3,EQ,DB) GO TO 153
0039		FX=F21(X3,-1E0,DB)
0040		GO TO 221
0041	165	CONTINUE
0042		FX=F20(X2,X3,-1E0,DB)
0043	221	CONTINUE
0044		IF(FX-X1) 235,223,231
0045	223	CONTINUE
0046		IF(X3,GE,DE0) GO TO 225
0047		IF(X2,LE,FDE) GO TO 231
0048		GO TO 235
0049	225	CONTINUE
0050		IF(X2,GE,FDE) GO TO 235
0051	231	CONTINUE
0052		JET.
0053		IF(X3,NE,DB) GO TO 251
0054	233	CONTINUE
0055		U=C.
0056		GO TO 251
0057	235	CONTINUE
0058		J=-1.
0059		IF(X3,EQ,-DB) GO TO 233
0060	251	CONTINUE


```

C
0094      Z1=X1*DT
0095      Z2=X2*DT
0096      Z3=X3*DT
0097      IX=1
0098      253 CONTINUE
0099      V=VNA*J

C
0100      IF (MOD(LI,2).EQ.0) GO TO 413
0101      IF (MOD(LI,20).NE.0) GO TO 411
0102      WRITE (3,600)
0103      600 FORMAT(143,10X)
0104      411 CONTINUE
0105      TL=LY*DT
0106      WRITE (3,700) LY,TL,Z1,Z2,Z3,V
0107      700 FORMAT(14,2X,18,5X,F8.3,5X,3(F15.7,10X),F8.4)
0108      LY=LY+2
0109      L=L+1
0110      413 CONTINUE
0111      LI=LI+1

C
0112      Z1=Z1+Z2*DT
0113      Z2=Z2+(-Z2/IT+KK*Z3/IT)*DT
0114      Z3=Z3+V*DT
0115      ZW=P1*Z1+P2*Z2+P3*Z3
0116      FV=P1*ABS(Z1)
0117      FZ=ABS(Z1)+ABS(Z2)+ABS(Z3)
0118      IF (IX,LE.1) GO TO 321
0119      IF (FZ,GT.FMIN) GO TO 111
0120      GO TO 323
0121      321 CONTINUE
0122      IF (FZ,LT.FMAX) GO TO 323
0123      VNA=FV
0124      GO TO 111
0125      323 CONTINUE
0126      U=0.
0127      IX=IX+1
0128      GO TO 253
0129      END

```

C FUNCTION F13

```

0001           FUNCTION F13(X3,ZETA)
0002       F13=ZETA*EXP(-ZETA*X3)+X3-ZETA
0003       RETURN
0004       END

```

C FUNCTION F20

```

0001           FUNCTION F20(X2,X3,ZETA,DB)
0002       F20=-X2-ZETA*(X3**2/2E0-DB*(DB+ALOG((1E0+
1       ZETA*EXP(-ZETA*X3-DB)*(X2-X3-ZETA)))/(EXP(DB)-1E0)))
0003       RETURN
0004       END

```

C FUNCTION F21

```

0001           FUNCTION F21(X3,ZETA,DB)
0002       F21=EXP(DB+ZETA*X3)*(ZETA*EXP(DB)-2E0*ZETA)+X3+ZETA
0003       RETURN
0004       END

```

C FUNCTION F13

```

0001           FUNCTION F13(X3,ZETA)
0002       F13=ZETA*(1E0+X3**2/2E0-EXP(-ZETA*X3))-X3
0003       RETURN
0004       END

```

C FUNCTION F14

```

0001           FUNCTION F14(X2,X3,ZETA)
0002       F14=-X2-ZETA*(X3**2/2E0
1       -(ALOG(1E0+SQRT(1E0+ZETA*EXP(-ZETA*X3)*(X2-X3-ZETA)))
0003       RETURN
0004       END

```

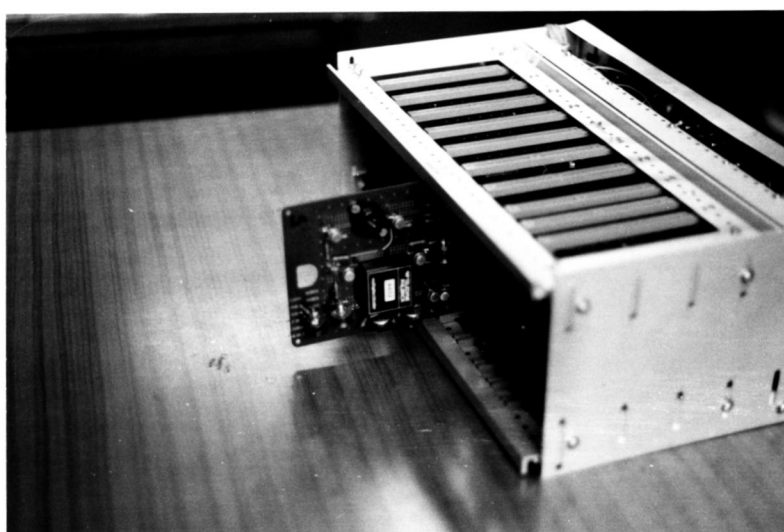
A-3. 試作装置と深江丸

(i) 試作装置

本実験で使用した装置の写真を示す。



① 斜め右前方より、装置全体を示す。



② 後方よりプリント板の1つを示す。

(ii) 深江丸

神戸商船大学実習用船(船長:原氏)である深江丸要目とその全影を示す。

①

表1 実験船の深江丸要目

学内実習用	総トン数	361.71トン	主 機	750 PS/720 rpm	(実験時状態)	
近海区域	長さ L_{pp}	37.00m	主軸減速比	2.18	主 軸	285~315 rpm
主機ディーゼル	型 幅	7.80m	公試速力	12.8 knots	速 力	9.6~10.9 knots
可変ピッチ	型 深	4.10m	基準喫水	2.684m	喫 水	F 2.16, A 2.71
単螺旋, 右回転	舵面積比	1/35.8	基準トリム	0.871m	排 水 量	365トン
パウスタ付	スラスト穴	$D=0.61m$	$C_0=0.555, C_p=0.647$		ピッチ角	20° 固定

② 全影

