



Title	音響放射圧法による超音波強度の絶対測定に関する研究
Author(s)	長谷川, 高陽
Citation	大阪大学, 1970, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2555
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

音響放射圧法による超音波強度の 絶対測定に関する研究

長谷川高陽

音響放射圧法による超音波強度の 絶対測定に関する研究

長 谷 川 高 陽

目 次

記 号	頁 5
第 1 章 序 説	8
1-1 超音波絶対強度の各種測定法 とその問題点	8
1-2 音響放射圧法による音強度測定 に関する従来の研究ならびに本研究 に関する諸問題	11
1-3 本研究の方針および各章の内容	15
第 2 章 鋼球放射圧法による超音波強度の 絶対測定	17
2-1 序 論	17
2-2 音響放射圧に関する基本概念	18
2-3 刚体球に作用する音響放射圧	21
2-4 鋼球放射圧計による音強度測定	24
2-5 実在音場における鋼球放射圧法	26
2-5-1 球面波発散音場における 鋼球放射圧法	26
2-5-2 平面準定常波音場における 鋼球放射圧法	27

2-6 実験方法および装置	30
2-7 実験結果	33
2-7-1 測定に用いた音場	33
2-7-2 $T_p - \log \alpha$ 曲線	35
2-7-3 媒質の粘性および直進流 などの影響	39
2-8 結論	44

第3章 液体球放射圧法による

超音波強度の測定	45
3-1 序論	45
3-2 液体球に関する放射圧の理論	47
3-2-1 変形性球体に関する 放射圧理論	47
3-2-2 液体球に関する放射圧理論	50
3-3 數値計算	51
3-4 実験方法および装置	54
3-5 実験結果	58
3-6 考察	62
3-6-1 acoustic stream の影響	62
3-6-2 液体球の自由落下速度	63
3-6-3 音場内を等速運動する液体球	

に作用する抵抗	64
3-7 結論	66
第4章 热電対探触子法による音強度値 と鋼球放射圧計の指示値との比較	67
4-1 序論	67
4-2 热電対探触子法の原理	68
4-3 実験方法および装置	71
4-4 実験結果	73
4-4-1 シリコン油の物理定数 の測定	73
4-4-2 フローブ枠の影響について	77
4-4-3 热伝導による冷却の影響	78
4-4-4 定在波成分の影響	80
4-4-5 鋼球放射圧計の指示値 との比較	84
4-5 結論	87
第5章 固体弹性球に作用する音響放射圧 に関する計算	88
5-1 序論	88
5-2 固体弹性球による平面波の散乱	89

5-3 固体弹性球に作用する音響放射圧 の計算	98
5-4 数値計算	103
5-5 理論と実験との比較	107
5-6 超音波強度の絶対測定に関する 応用	111
5-7 結 論	114
 第6章 総 括	 115
謝 辞	118
参考文献	119
講演ならびに論文目録	122

記号

a 球の半径

a_n 未定係数

A 入射速度・加テンシアルの複素振中

A ベクトル・加テンシアル

b_n 未定係数

c 周囲媒質流体における音速

c_n 散乱波数

c^* 液体球内部における音速

c_1 固体における縦波速度

c_2 固体における横波速度

c_p 定圧比熱

d 球のふれ

E 音場の平均エネルギー密度

$\langle R \rangle$ 音響放射力

g 重力の加速度

h 粒子速度のnodeからの距離

$h_n^{(2)}(x)$ 第2種球ハニケル函数

H_z ヘルツ(サイクル)

$i = \sqrt{-1}$

$Im f$ f の虚部

I 音強度

$j_n(x)$ 球ベッセル函数

J 熱の仕事当量

$J_n(x)$ ベッセル函数

$k = \omega/c$ 周囲流体における波数

$k_1 = \omega/c_1$ 固体における縦波に関する波数

$k_2 = \omega/c_2$ 固体における横波に関する波数

l 吊糸の長さ

m' 鋼球の実効質量

n 整数

$n_n(x)$ 球ノイマン函数

N ネー-ハーネー

p 音圧

r 原点からの距離

R 水晶振動子の半径

Re f 手の実部

t 時間

T 温度

u 変位ベクトル

v 終速度

w 粒子速度

x, y, z 直角座標

$$\lambda = \rho c a$$

$$\lambda_1 = \rho_1 c_1 a$$

$$\lambda_2 = \rho_2 c_2 a$$

Y_p 放射圧函数

$Y_n(x)$ ノイマン函数

d_n c_n の実部

β_n c_n の虚部

δp excess pressure

θ 球座標 (axial angle)

$$\lambda = \frac{2\pi}{\rho c} = \frac{2\pi c}{\omega} \quad \text{音波長}$$

λ ラメの定数

μ ラメの定数

μ 音の強度吸収係数

ρ, ρ_0 周囲媒質の密度

ρ^* 球体の密度

σ ホアソン比

ψ 球座標 (azimuthal angle)

ϕ 速度ボテンシャル

ψ スカラー・ボテンシャル

ω 音の角振動数

第一章 序 説

1-1 超音波絶対強度の各種 測定法とその問題点

水中超音波の絶対強度測定法は、便宜上次の四種に分類することができる。

- 1) 热量的測定法
- 2) 電気的測定法
- 3) 光学的測定法
- 4) 力学的測定法。

これら四種の測定法に属する各種の方法のうち、媒質中の任意の場所における音強度の絶対値を、他の方法と独立に決定できるような測定装置を1次音響標準と呼ぶこととする。そしてここでは上の意味での1次音響標準（水中）について、その測定原理の概要と問題点とを述べることにする。

超音波強度の热量的測定とは、超音波の吸収によって媒質中に单位時間ごとに生ずる熱量を測定し、これから音強度を決定する方法という。この方法は通常数百kHz以上数MHz程度の振動数範囲で用

いられる。装置として熱電対探触子を用いる方法が一般的である。

熱電対探触子法の特長は、きわめて狭い空間の音強度分布の測定に適すること、指示が安定であること、および高周波電場の影響を殆んど受けないなどであるが、使用温度における吸収媒質の比熱、音の吸収係数、および密度が精確に測定されていなければならぬこと、自記ガルバノメーター等の装置を必要とし、ポータブルでないこと、ガルバノメーターに関する対温度感度の正確なキャリブレーションを必要とするなど、簡便さの点で欠点がある。

つきに電気的方法としては、相互校正法で校正される圧電気ハイドロフォンが、100 Hz以下の振動数で用いられている。しかし数100 Hz以上の振動数では、相互校正法の困難等の原因から、音響標準としては用をなさない。

光学的測定法に属するものとしては、超音波による光の回折現象を利用する方法が主である。これは回折スペクトル光における強度分布を測定することによって、光の径路に沿っての平均音圧を決定するのであるが、現在のところ一般には実用されていない。

超音波強度の力学的測定法は、主として超音波の放射圧の性質を利用するものが多い。torsion vane, bifilar suspension 型鋼球放射圧計, 天秤型放射圧計,¹⁾ 振子法²⁾, 液柱法³⁾, 浮子法⁴⁾などがあり, Rayleigh disc もまた一種の放射圧計である。

これらうち torsion vane は翼付吊線のねじれを測定するもので、通常その周期が比較的長いことから、測定に長い時間を必要とし、その間実験条件を一定に保つことが困難であることが多いなどの欠点があり、またこの装置自体によって音場がかなり乱されることは Rayleigh disc の場合と同じ難点であって、特殊の場合を除き現今ではほとんど用いられていない。

一般によく用いられているのは bifilar suspension 型鋼球放射圧計である。この方法にも種々の誤差要因があるが、数百瓦 Hz 以上の水中超音波強度の測定には、米国においてこの方法が 1 次音響標準として採用される傾向にあり、我が国においてもこれを 1 次音響標準とすべきであるというのかごく最近のすう勢である。

いかしながら一般に音響放射圧法による超音波強度の測定には、次節で述べるような種々の問題点が

未解決のまま残っている。

本研究はとくに音響放射圧法による超音波強度の測定に関連して、*bifilar suspension* 型鋼球放射圧計について、その指示値に含まれる誤差要因および誤差の程度を究明し、鋼球放射圧計の適正な使用法、使用条件を明確にして、その指示値の精度の向上に資することを主な目標としている。

1-2 音響放射圧法による音強度測定

に関する従来の研究ならびに本研究に関連する問題点。

一般に任意の音場内に置かれた物体には、超音波による媒質流体の直進流が存在しない場合でも、その物体に対して時間的に一定の力が作用する。この力を音響放射力 (acoustic radiation force) あるいは放射应力 (radiation stress) という。また物体の単位断面積あたりの放射力をとくに放射圧 (radiation pressure) といふことがある。

音響放射圧の研究の歴史は古く Lord Rayleigh⁵⁾

(1902) にさかのほることができるが、第一次世界大戦後(1914-19) 超音波の研究が本格的に開始されて以来、現在に至るまで音響放射圧に関する論文は主要なものだけでも百数十編を下らない。しかししながら直接的に超音波強度の測定に応用できるような研究は意外に少いのも事実である。

概ね 1930 年以前の音響放射圧理論は、物体の寸法が波長にくらべて十分大きくて、回折の影響が省略でき、しかも完全吸収体あるいは完全反射体とみなしうる場合に限定されている。

物体に作用する音の放射圧の測定から音場の強度を求めるには、放射圧と音場のエネルギー密度の関係が正確に知れていなければならぬ。1934 年 小谷⁶⁾ がレーリー板に関する計算を行つて注目されたが、翌年 King⁷⁾ が剛体球に作用する音響放射圧理論を発表してこの分野の研究が新段階をもたらした。King は平面進行波の場合と、定常波の場合について計算しているが、Söllner と Bondy⁸⁾ の実験(1936)によると、King の理論の定在波に関する計算は、傾向としては実験と一致するが、定量的には実験と合わない点があることをみている。しかる Klein⁹⁾ は King の理

論の定在波に関する部分の数値計算を行い(1938),
水中の比較的小の小さい黄銅球について実験して,
それに作用する音響放射力の相対値が King の理論
と一致することを見た。

King の理論の平面進行波音場に関する部分の数
値計算は Fox¹⁰⁾ が行っている(1940)。この数値
計算は点のとり方が粗すぎて精密測定には適さない
ことは後年指摘されるのであるが, この結果を利用して
Fox と Rock¹¹⁾ は, 鉛その他の小さな球をナイ
ロンの糸で二本吊り(bifilar suspension)とし,
水中で超音波の強度を測定する試みをしている。(1941)。
これがいわゆる二本吊型鋼球放射圧計の
初めである。第二次世界大戦後しばらくの空白期間
を経て, 1950 年に和田¹²⁾ が鋼球放射圧計に関する
実験を行っているが, それによると King の式を
用いて求めた音強度値は, 他の測定と大体一致する
としている。

一方, Embleton¹³⁾ は, 球面波音場において剛体
球に作用する放射圧を計算している(1954)。また
吉岡・河島¹⁴⁾ は変形性球体に作用する放射圧を, 平
面進行波, 定在波の場合について計算(大(1955))。
この理論は従来の放射圧の一般理論が, 物体の剛体

性を仮定していたのに対し、物体の形状が音波の到来とともに変わり得る場合の音響放射圧に関する一般公式を与えている。具体的な理論計算は流体球について展開されている。この理論によると、King の走在波に関する計算と合わなかった、Söllner と Bondy の実験がよく説明できることとしている。なおこの間、栗谷¹⁵⁾の放射圧理論および放射圧計に関する一連の研究がなされている。

吉岡・河島・平野^{16,17)}によると、Fox の数値計算の点々とり方が粗すぎるところ、また鋼球に作用する放射圧よりも、黄銅球やガラス球に作用する放射圧が數十パーセントも大きいという実験事実があり、鋼球放射圧計自体にも、その弾性にもとづく誤差の存在する可能性があるという（1958）。

以上に、本研究に関連する歴史的背景の大略を述べたが、音響放射圧法（その典型として鋼球放射圧計を参考）によって得られる超音波強度値の絶対精度如何の問題は依然未解決のまま残されている。この問題を具体的に大別すれば、オーナーに、鋼鉄程度の硬さの球に対して剛体球に関する King の理論を適用することの妥当性の問題、オーナー：鋼球放射圧計による音強度値の絶対精度を求めることがある。

そしてこのオニの問題点を調べるには、互いに独立した複数個の絶対圧測定法による相互比較が必要である。

1-3 本研究の方針および各章の内容

第2章では、従来の鋼球放射圧法で、殆んど考慮されなかつた、音場構造の放射圧に及ぼす影響を検討し、音場の平面進行音場からのそれの影響を無視できる条件で、鋼球に作用する放射圧を測定した。そして鋼球に作用する放射圧の球半径依存性および媒質の粘性の影響を調べた。その結果、鋼球に作用する放射圧の測定値は、King の放射圧理論と一致しないことをみた。そしてこの不一致の原因は球の弾性振動の影響であると推論した。また放射圧に対する媒質流体の粘性の影響は、水の場合には無視できることを見た。

第3章では、すでに与えられていた流体球に関する放射圧理論に、数値計算を施し、音響放射圧法による強度測定としては新しい方法に属する「液体球放射圧法」を試み、鋼球放射圧計によるデータと比

較した。その結果、両方法によって与えられる音強度の絶対値には、本測定の maximum probable な誤差の範囲に入る程度の差が検出された。

第4章では、鋼球放射圧法、液体球放射圧法とは原理的に全く異なる測定法として、熱電対探触子法をえりび、これの示す音強度値と、鋼球放射圧計の指示値とを比較した。これに関連して従来の熱電対探触子法の精度を向上させる可能性について研究した。その結果、鋼球放射圧計の指示値と、熱電対探触子法による音強度値には、6%程度の差があることを見た。

第5章では、鋼球放射圧計に含まれる、球の弾性振動に原因する誤差の程度を明らかにし、また第2章で明らかにされた実験事実を解明するため、球の弾性の影響を考慮に入れた、固体弾性球に関する放射圧理論を計算した。この結果は実験とよく一致した。この理論を鋼球放射圧計に適用すれば、Kingの理論を用いる場合よりも、より真の値に近い音強度の絶対値を得ることができ、他の測定法による強度値ともよりよい一致をみることを示した。

第6章に総括を掲げた。

第2章 鋼球放射圧法による 超音波強度の測定

2-1 序論

この章においては、主として従来の音響放射圧理論と著者らの実験とを比較することを主眼としている。

従来の鋼球放射圧法で殆んど考慮されなかつた、音場構造の放射圧に及ぼす影響を検討し、従来鋼球放射圧法の基礎として採用されて来た King の放射圧理論におけるオ一の仮定、平面進行波音場からそれを無視できる条件で、鋼球に作用する放射圧を測定し、そしてこの結果から、King の理論のオニの仮定、すなわち剛体球に関する仮定の妥当性を検討する。

最後に King の理論におけるオミの仮定すなわち非粘性周囲媒質に関する仮定の妥当性を実験的に検討する。

2-2 音響放射圧に関する基本概念

音響放射圧計算の基礎は、second order of excess pressure の概念の導入にある。^{6,7,15)}

いま媒質流体の非回転運動を仮定し、物体外部における音波の速度ポテンシャルを ϕ とすれば、媒質の粒子速度 v は

$$v = -\operatorname{grad} \phi \quad (2.1)$$

で与えられる。

一般に流体の密度 ρ は圧力 p のみの函数で与えられると考え、状態方程式

$$\rho = f(p) \quad (2.2)$$

を仮定する。いまあらたな量

$$w = \int^p \frac{1}{\rho} dp \quad (2.3)$$

を定義すると

$$\nabla w = \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (2.4)$$

を得る。一方外力のない場合のオイラーの運動方程式

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v(\nabla v) = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (2.5)$$

に (2.1) 式を入れると

$$w + \frac{1}{2} |v|^2 = \frac{\partial \phi}{\partial t} + F(t) \quad (2.6)$$

となる。ここに $\phi(t)$ は才の未知函数で、 $\phi(t)=0$ となさうに時間の原点をえらぶものとすると

$$W = \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} |U|^2 \quad (2.7)$$

を得る。 p を W について展開すると

$$p = p_0 + \left(\frac{dp}{dW}\right)_0 W + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 p}{dW^2}\right)_0 W^2 + \dots \quad (2.8)$$

ただし p_0 は $W=0$ の場合の圧力とする。いま媒質の平衡密度を ρ_0 とすれば

$$\left(\frac{dp}{dW}\right)_0 = \rho_0 \quad \text{および} \quad \left(\frac{d^2 p}{dW^2}\right)_0 = \rho_0 \frac{dp}{d\rho} \quad (2.9)$$

また媒質の音速を c とすれば

$$\frac{dp}{d\rho} = c^2 \quad (2.10)$$

であるから、これらを (2.8) 式に入れると

$$p = p_0 + \rho_0 W + \frac{\rho_0}{2c^2} W^2 + \dots \quad (2.11)$$

を得る。 W および ϕ は 1 次の微小量であるとして上式に (2.7) 式を入れ、2 次の項までとれば、excess pressure δp は次式で与えられる。

$$\delta p = p - p_0 = \rho_0 \dot{\phi} + \frac{\rho_0}{2c^2} (\dot{\phi})^2 - \frac{1}{2} \rho_0 |U|^2 \quad (2.12)$$

1次の微小量である粒子速度を v_1 で表わすと

$$v_1 = -\text{grad } \phi_1 \quad (2 \cdot 13)$$

ここに ϕ_1 は 1 次の速度ポテンシャルである。また 2 次の速度ポテンシャルを ϕ_2 とすれば、(2.12) 式は次のように書くことができる。

$$\delta p = \rho_0 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) - \frac{1}{2} \rho_0 |v_1|^2 + \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{c^2} (\dot{\phi}_1)^2 \quad (2 \cdot 14)$$

2 次の微小量まで考慮するとき、音圧は純正弦的ではないのであり、これが音響放射圧の生ずる原因となる。すなわち音響放射力 $\langle F \rangle$ は次式で与えられる。

$$\langle F \rangle = \left\langle \iint_S \delta p \cdot n \, ds \right\rangle \quad (2 \cdot 15)$$

ここに S は各時刻における物体の表面をあらわし、これは物体面の外向き法線ベクトルとする。

2-3 剛体球に作用する音響放射圧

非粘性流体中に自由に置かれた剛体球に作用する音響放射圧は King⁷⁾ によって計算されている。それによると平面進行波音場の場合には放射力 $\langle F \rangle$ は音の進行方向に作用し

$$\begin{aligned} \langle F \rangle = & \frac{4\pi E}{x^2 k^2} \left[\frac{1}{H_0^2 H_1^2} + \frac{2}{H_1^2 H_2^2} \frac{\{x^2 - 3(1 - \frac{p_0}{p^*})\}^2}{x^8} \right. \\ & \left. + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{H_n^2 H_{n+1}^2} \frac{\{x^2 - n(n+2)\}^2}{x^{4n+4}} \right] \quad (2.16) \end{aligned}$$

で与えられる。ここに $x = ka$ であり, k は周囲流体における波数 ($k = 2\pi/\lambda$; λ は音波長), a は球の半径で, 関数 H_n は次式で与えられるもの, また E は音場の平均エネルギー密度, p^* , p_0 はそれぞれ球および流体の密度である。

$$\begin{aligned} H_n^2 = & \frac{\pi}{2x^{2n+1}} \left\{ n^2 (J_{n+\frac{1}{2}}^2 + J_{-n-\frac{1}{2}}^2) + 2nx (J_{-n-\frac{1}{2}} J_{-n-\frac{3}{2}} \right. \\ & \left. - J_{n+\frac{1}{2}} J_{n+\frac{3}{2}}) + x^2 (J_{n+\frac{3}{2}}^2 + J_{-n-\frac{3}{2}}^2) \right\} \quad (n \neq 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1^2 = & \frac{\pi}{2x^3} \left(1 - \frac{p_0}{p^*} \right)^2 (J_{\frac{1}{2}}^2 + J_{-\frac{1}{2}}^2) + 2x \left(1 - \frac{p_0}{p^*} \right) (J_{-\frac{3}{2}} J_{-\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. - J_{\frac{1}{2}} J_{\frac{3}{2}}) + x^2 (J_{\frac{3}{2}}^2 + J_{-\frac{3}{2}}^2) \right\} \quad (2.17) \end{aligned}$$

ここに J_n は某一種ベッセル函数でその偏角はすべてズとする。

また平面定在波の場合には、放射力 $\langle F_{ST} \rangle$ は

$$\begin{aligned}\langle F_{ST} \rangle = & \pi \rho_0 |A|^2 \sin 2\pi n \left[\frac{1}{x^3} - \frac{(F_0 F_1 + G_0 G_1)}{H_0^2 H_1^2} x^2 \right. \\ & - \frac{2}{x^5} \left(\frac{F_1 F_2 + G_1 G_2}{H_1^2 H_2^2} \right) \left\{ x^2 - 3 \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_*} \right) \right\} \\ & \left. + \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+1)}{x^{2n+3}} \frac{(F_n F_{n+1} + G_n G_{n+1})}{H_n^2 H_{n+1}^2} \left\{ x^2 - n(n+2) \right\} \right] \quad (2.18)\end{aligned}$$

で与えられる。ここに F_n および G_n は $F_n^2 + G_n^2 = H_n^2$ の周囲にある函数であり、尤は粒子速度の node から測った球の中心位置の座標で、 A は入射速度亦テンシアルの振幅である。

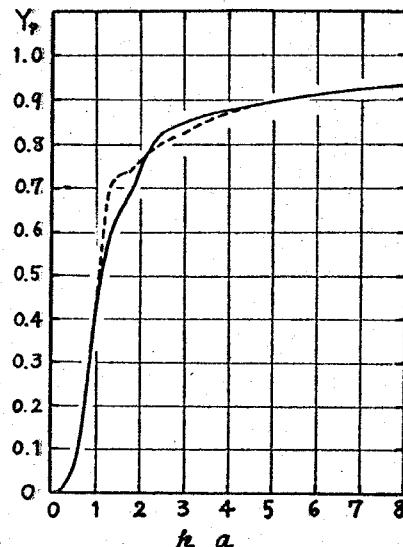
(2.16)式の数値計算は Fox¹⁰⁾ が行っている。

Fox は (2.16) 式を

$$\langle F \rangle = \pi a^2 Y_p \quad (2.19)$$

と書いた場合の Y_p について数値計算している。この Y_p は单位断面積、単位平均エネルギー密度あたりの音響放射力の意味をもつもので、長治川、吉岡はこれを平面進行音波に関する音響放射圧函数と呼ぶことを提唱している¹⁸⁾。Fox の計算は点々と

方が不完全で、放射圧計に利用するには不都合なので、吉岡・長治川^{19,20)}らは水中の鋼球等に相当する ρ^*/ρ_0 の場合についてのくわしい数値計算を与えている。その結果を(2.1)図および2.1表に示す。



2.1 図

剛体球に関する $Y_p - ka$ 曲線。

実線: $\rho^*/\rho_0 = 7.80$

破線: $\rho^*/\rho_0 = \infty$

2.1 表 剛体球に関する Y_p ($\rho^*/\rho_0 = 7.80$)

ka	Y_p	ka	Y_p	ka	Y_p
0.00	0.0000	1.75	0.6820	4.00	0.8768
0.25	0.01012	2.00	0.7367	4.50	0.8893
0.50	0.05016	2.25	0.7960	5.00	0.8975
0.75	0.1872	2.50	0.8301	5.50	0.9066
1.00	0.3869	2.75	0.8405	6.00	0.9134
1.25	0.5541	3.00	0.8485	7.00	0.9257
1.50	0.6385	3.50	0.8681	8.00	0.9352

一方 (2.18) 式を

$$\langle F_{ST} \rangle = E_{ST} \pi a^2 Y_{ST} \sin 2kh \quad (2.20)$$

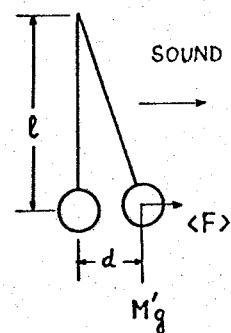
と書いた場合の Y_{ST} の数値計算を Klein⁹⁾ が行って
いる。よりくわしい数値計算は吉岡・河島・平野¹⁵⁾ が
行った。

2-4 鋼球放射圧計による音強度測定

鋼球放射圧計とは一般には硬い金属球を細い線で
二本吊り (bifilar suspension) としたもので、ふつ
うは鋼球やステンレス鋼球 (直至数mm程度) を用
いることが多いのでこの名がある。

いま 2.2 図に示すように、平面
進行波音場内の測定点に鋼球放射
圧計が置かれると、放射力 $\langle F \rangle$
がこの球に作用し、球は静止位置
からずれる。このずれ d を測定
すれば

$$\langle F \rangle = \frac{m' g d}{l} \quad (2.21)$$



2.2 図 鋼球放
射圧計の原理。

により放射力 $\langle F \rangle$ が求められる。ここに m' は球の媒質流体内における有効質量, l は糸の長さ, g は重力の加速度とする。 $(l \gg d)$.

平面進行波音場において、この球を剛体とみなして King の理論 (2.19) 式を適用すれば、この球を取り除いた場合のその中心位置に相当する点の音強度 I は次式で与えられる。

$$I = c \bar{E} = \frac{cdm'g}{\pi a^2 l Y_p} \quad (2.22)$$

ここに c は媒質中における音速度である。 Y_p としてはすでに放射圧理論で与えられている計算値を用いれば、 d を測定することにより、音強度 I が決定できる。これが鋼球放射圧計の原理である。

鋼球放射圧計の基礎として採用されている King の理論は、平面進行波音場、球の剛体性、および周囲流体の非粘性を仮定している。次節ではまずこのオーナーの仮定について検討する。

2-5 実在音場における鋼球放射圧法

実在の音場は通常必ずしも平面進行波音場ではなく、むしろ球面波音場に近い。また進行波というより準定常波音場と呼ぶべき場合が多い。このように中间的な音場における鋼球放射圧法については、吉岡・河島・平野¹⁶⁾および長谷川・吉岡²⁰⁾等の報告があるがここで簡単に総括しておく。

2-5-1 球面波発散音場における 鋼球放射圧法

球面発散波音場に自由に置かれた剛体球に作用する音響放射圧は Embleton¹³⁾により計算されている。半径 a , 密度 ρ^* の剛体球が, 平衡密度 ρ_0 , 音速 c なる完全流体中の球面発散波音場の音源から r_0 の距離に自由に置かれているとする。この球に作用する放射圧は r_0 が大なるときは次式で与えられる。

$$\langle F_s \rangle = \bar{\epsilon}_s \cdot \pi a^2 \left\{ Y_p + \frac{S_{ad,1}}{r_0} \right\} \quad (2.23)$$

ここに $\bar{\epsilon}_s$ は球の中心位置における球を取り除いた場合のエネルギー密度であり, Y_p は (2.19) 式で定義された平面進行波音場に関する放射圧函数である。また $S_{ad,1}$ なる函数は前節で定義された諸量

を用いて次式のように与えられる。

$$S_{ad,1} \doteq \frac{5}{\chi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)\{x^2 - n(n+2)\}}{H_n^2 H_{n+1}^2 \cdot x^{4n+6}} \sqrt{H_m^2 H_{m+1}^2 x^{4m+1} - \{x^2 - n(n+2)\}^2}$$

r_0 が十分大であれば (2.23) 式の右辺第二項は無視できて $\langle F_z \rangle$ は距離の逆2乗に比例することになる。($E_s \propto 1/r_0^2$ であるからである)。すなわち放射圧が距離の自乗に反比例する領域で鋼球放射圧計を使用する場合には、測定点における平均エネルギー密度は平面進行波音場の場合と同じ次式で与えられる。

$$\bar{E} = \frac{\langle F \rangle}{\pi a^2 Y_p} \quad (2.24)$$

実際の圧電振動子の場合には、十分遠方において音場は球面波とみなしうるが、この場合も鋼球放射圧計は放射圧が音源からの距離の2乗に反比例する領域で用いべきである。

2-5-2 平面準定在波音場における

鋼球放射圧法

実際の音場に対する一つの近似として、平面準定常波音場に自由に置かれた剛体球の場合を考える。

この場合は二つの平面進行波

$$\Phi_+ = A e^{i\omega t - ik(z+a)} \quad (2.25)$$

$$\text{および } \phi_- = B e^{i\omega t + ik(z+h)} \quad (2.26)$$

の合成された音場を考えることができるのである。ここに ϕ_+ および ϕ_- はそれぞれ互いに逆向きに進む波の速度 c テンシアルで、 c は粒子速度の node から測った球の中心位置の座標をあらわし、また $A > B > 0$ と仮定する。このとき球に作用する放射力は

$$\langle F \rangle = (A^2 - B^2) \langle F_p^* \rangle + AB \langle F_{ST}^* \rangle \quad (2.27)$$

の形で与えられる。ここに $\langle F_p^* \rangle$ は平面進行波音場

$$\phi_p = e^{i\omega t - ik(z+h)} \quad (2.28)$$

に同じ球が置かれたときにこれに作用する放射力であり、また $\langle F_{ST}^* \rangle$ は平面定在波音場

$$\phi_{ST} = e^{i\omega t - ik(z+h)} + e^{i\omega t + ik(z+h)} \quad (2.29)$$

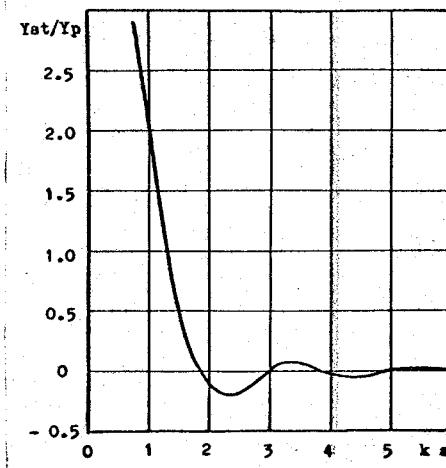
に同じ球がその位置 (h) に置かれたときに、これに作用する放射力をあらわす。

もし $A^2 \gg B^2$ であるならば

$$\langle F \rangle = \bar{\pi} a^2 Y_p \left\{ 1 + \frac{2B}{A} \frac{Y_{ST}}{Y_p} \sin 2kh \right\} \quad (2.30)$$

となる。ここに $\bar{\pi}$ は平面進行波音場 ϕ_+ における平均エネルギー密度をあらわす。

(2.30) 式にあらわれた Y_{ST}/Y_p の値を 2・3 図に示す。



第 2・3 図.

剛体球について
計算した Y_{ST}/Y_p の
値。

ただし $\rho^*/\rho_0 = 7.80$
の場合を示す。

音強度測定の場合には、定常波成分の影響を無視
できるような、すなわち

$$2 \frac{B}{A} \frac{Y_{ST}}{Y_p} \ll 1 \quad (2 \cdot 31)$$

なる関係を満足する球を使用した方がよい。この場合には平面進行波音場に関する放射圧の式が適用できる。

(2.31) 式が満されていない場合には、放射圧は音軸に沿って周期的に変化する。このような音場においては、鋼球放射圧計で他の音強度測定素子を校正する場合には、音波の半波長間ににおける平均指示値を考慮すべきである。

2-6 実験方法および装置

本測定に用いた鋼球放射圧計は、細いナイロンの单糸錘（直至 $20 \sim 40 \mu$ ）で鋼球またはステンレス鋼球（オーステナイト系 Cr18-Ni8 鋼）を吊った二本吊り型で、使用した球の諸元は 2・2 表の通りである。（有効質量は水中での質量をあらわす。）

* 2・2 表 鋼球放射圧計の諸元

公称直 径(mm)	直 径(mm)	質 量(g) <i>m</i>	有 効質 量(g) <i>m'</i>	材 質
1.5Φ	1.50	0.0139	0.0121	スチール
2Φ	2.00	0.0326	0.0284	スチール
2.5Φ	2.50	0.0640	0.0559	スチール
3Φ	3.00	0.114	0.100	スチール ステンレス
3.2Φ	3.17	0.136	0.114	ステンレス
3.5Φ	3.50	0.175	0.153	スチール
4Φ	4.03	0.273	0.240	ステンレス
4.5Φ	4.50	0.384	0.337	スチール
4.8Φ	4.75	0.448	0.390	ステンレス
5Φ	5.00	0.517	0.452	スチール ステンレス
6.4Φ	6.35	1.056	0.923	ステンレス

ナイロン繊維と球との接着は顕微鏡下で行い、接着剤としてはアラルタイトを用いた。糸の長さは25 cmの程度とし、全部分を水中に浸した。

測定に使用した水槽は、長さ80 cm、容積200 lのもので、音源に対して反対側の面には厚さ40 mmのポリビニル基板上に高さ20 mmのアクリライト角錐を並べた防音壁を、その他の5面には厚さ10-20 mmのポリエチレン吸収板を備えている。この水槽には脱気水を満した。音軸は水面下30 cm程度のところにあるようにした。

超音波の発生は、ハートレー発振器により、これを2段に電力増少し、Xカット水晶振動子に印加した。印加電圧は真空管電圧計で読み、同時に自動記録できるようにした。測定に使用した水晶振動子の諸元を2・3表に示す。

2・3表 本測定に使用した水晶振動子

振動数	厚さ(mm)	直径(mm)	型
470 kHz	6.00	26.0	3重
484 "	5.86	26.0	3
570 "	5.00	23.0	3
715 "	4.00	13.0	2
950 "	3.00	16.0	2
2.01 MHz	1.50	11.0	2

上表で掲げた振動数では鋼球放射圧計の及 α 値は
2・4表のようになる。ただし α は水中での波数、 a
は球の半径である。

2・4表 鋼球放射圧計の及 α 値 (20°C 水中)

振動数 鋼球直徑 mm	470	484	570	715	950	2.01
	kHz	kHz	kHz	kHz	kHz	MHz
1.50	1.48	1.53	1.81	2.26	3.01	6.36
2.00	1.98	2.04	2.40	3.03	4.02	8.48
2.50	2.49	2.55	3.01	3.78	5.02	10.6
3.00	2.99	3.06	3.62	4.55	6.02	12.8
3.17	3.16	3.26	3.84	4.83	6.42	13.5
3.50	3.48	3.58	4.22	5.29	7.03	14.9
4.03	3.97	4.10	4.83	6.04	8.04	17.0
4.50	4.48	4.60	5.66	6.82	9.05	19.1
4.75	4.73	4.90	5.76	7.24	9.60	20.3
5.00	4.96	5.11	6.02	7.56	10.2	21.2
6.35	6.32	6.50	7.69	9.60	12.8	27.1

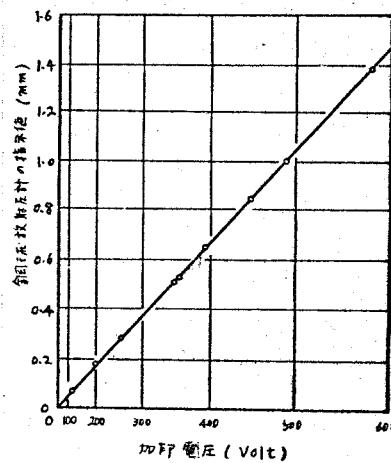
球のかれ（およそ 1 mm 程度）は、望遠顕微鏡（
倍率 30 倍）で観測した。

2-7 実験結果

この節での実験内容は、銅球放射圧計の $\gamma_p - \alpha$ 曲線に関する実験、媒質流体の粘性の影響、球とナイロン糸との接着の問題、および媒質の直進流などに関する実験である。

2-7-1 測定に用いた音場

本測定に用いた音場は、いずれも水晶振動子の加印電圧の二乗にその音強度値が比例するような範囲にある。2-4図に一例として950 Hz の音場を直径3 mm のステンレス銅球($\gamma_p = 6.0$)で測定した場合の加印電圧対放射力の関係を示す。実験がこの曲線の直線部分に属する領域で行われる限り、キャビテーション、有限振巾音波の影響等の非線形現象による効果は無視できるものと考え

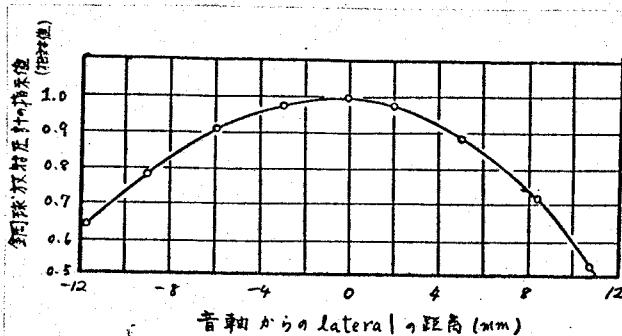


2-4図 水晶振動子
加印電圧と銅球放射圧計の指示値との関係。
放射圧が加印電圧の2乗に比例していることを示す。

えられる。

本測定で用いた無響水槽および2・3表に掲げた振動子については、放射圧が音軸上で、音源からの距離の2乗に反比例する領域は、音源からほぼ20cm以上離れた範囲であった。したがつて本研究における強度測定実験はすべてこの領域で行うこととした。通常、音源から206mm-220mm離れた点を測定点とした。すなわち本測定は(2-23)式の右辺第2項を無視しうる条件の下で行われた。

つきに、上述のように、放射圧が距離の2乗に反比例する領域内の一真における放射圧の音軸に垂直な面内の分布を調べた。2・5図はこの実験の一例で、950㎐の場合を示す。



2.5図 音軸に垂直な面内における放射圧分布の測定例。
950㎐. ステンレス鋼球放射圧計
(直徑3.0mm, Ra = 6.0).

これによると、音軸付近の放射圧が 2.5% の程度内で一定とみなしうる [lateral] の距離はおよそ 6 mm 程度である。また 2.3 表に掲げた振動子を用いた場合には、この距離はいずれも 6 mm 程度であった。以後を通じ、本研究で鋼球放射圧計あるいは他の方法による音強度測定は、すべて音軸上における強度に関するものである。

2-7-2 $Y_p - \text{た}a$ 曲線

前節まで述べたように、平面進行波音場からのそれの影響を考慮に入れて、超音波の振動数、鋼球放射圧計の球の直径を変え、平面進行波音場で一球に作用する音響放射圧の $\text{た}a$ 依存性をしらべた結果を 2.6 図に総括した。ここではステンレス鋼球と鋼球に関する放射力の測定値 $\langle F \rangle$ をその球の断面積で割った値（この値はエネルギー密度一定の条件のもとでは Y_p に比例する）と同じ図に一括してプロットした。

この図の各点はこれらの相対測定値を、 $\text{た}a$ 最小の球が King の $Y_p - \text{た}a$ 曲線（図の実線で表わした曲線）と一致するように規格化したものと示す。このようになると、 $\text{た}a$ 4 以下では、両種の球とも、

King の理論曲線からの
それは小さいようである。
しかし α 値が 4 より大きくなるに従い、実験値の King の曲線からのずれが著しくなり、放射圧が異常に小さい領域かいづか生ずるに至る。しかもこの事実は著者の数回の実験によつて十分再現性が認められた。

King の理論によれば
ステンレス鋼球と鋼球とでは、密度差はほとんど無視できる程度であるから、両種の球に作用する放射圧は、その α が等しければ事実上等しいことになる。しかしながら 2.6 図によれば、両者の差は明らかである。

ところで、この図の両種の球に関する放射圧の実験値における $\alpha = 4.5 - 5.5$ の谷は、弾性論の与える球の最低共振振動数すなわち spheroidal mode の基本振動数に対応しているものようである。

Love²²⁾ によれば、球の spheroidal vibration mode

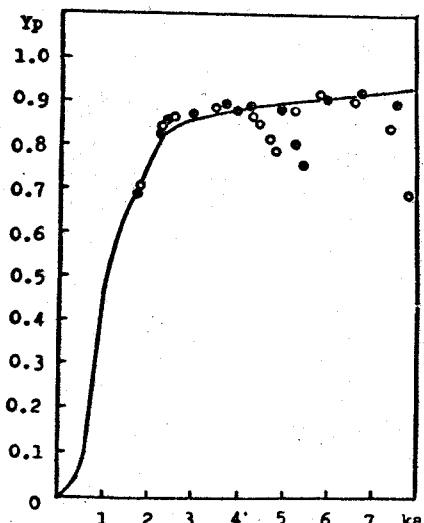


Fig. 2.6 図 水中の鋼球およびステンレス鋼球に関する放射圧対 α の関係。
実線は King の理論曲線をあらわす。

○○○ ステンレス鋼球
●●● 鋼球。

の最低共振振動数に対応する $k_2 a$ 値（ただし k_2 は固体における横波に関する波数）は次式で与えられる。

$$k_2 a / \pi = 0.848 \quad (2.32)$$

これを鋼球の場合に $k_2 a$ 値に換算すると $k_2 a = 5.8$ となり、ステンレス鋼球では $k_2 a = 5.2$ となる。この値は 2・6 図における両種の球に関する放射圧の極小を与える $k_2 a$ 値とよく一致している。同様に、 $k_2 a = 8$ 附近にある放射圧の谷も、球の他のモードの共振振動数に対応していると考えられる。^{23,24)} この点については第 5 章で理論的に検討されるであろう。

従来、鋼球放射圧計において、放射圧対 $k_2 a$ の関係は $k_2 a < 4$ 以下が比較的よく調べられており、鋼球の $k_2 a > 4$ 以上のモードの使用に関しては制限が考えられなかつた。しかしながら、この 2・6 図に示した結果によれば、 $k_2 a > 4$ の球に対しては、King の理論は適用し得ないことがわかる。

本研究では後章で、鋼球放射圧計に King の理論を適用した場合に得られる音強度組と、他の測定法による音強度との相互比較実験を行うが、この際鋼球放射圧計としては、 $k_2 a = 6.0$ のステンレス鋼球

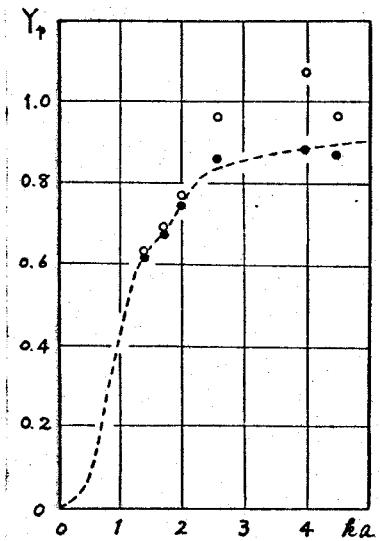
を用いることにする。その理由としては、^オ1に、 $ta = 6.0$ は ^オ2-5 節で述べたように $Y_{ST}/Y_p \neq 0$ であり、定在波成分の影響を受けにくうこと、^オ2に、^オ2-6 図にみるよう $ta = 6.0$ のステンレス鋼球は、球の弾性振動の共振からはずれており、その Y_p 値は殆んど King の理論曲線と一致していると思われるからである。

次に、球の弾性振動の影響に関する著者の研究室で行われた興味ある実験¹⁶⁾を ^オ2-7 図に示す。

この図は、鋼球および黄銅球に作用する放射圧の相対的大さを $ta < 4$ の球について測定して得られた結果を示す。

鋼球に関する放射圧の測定値を ta 最小のところで King の理論曲線と一致するように規格化すれば、鋼球に関する他の測定値もおよそこの曲線にのることがわかる。

しかし黄銅球に関する測定値は、 ta の比較的大きな領域では、鋼球のそれより 20



^オ2-7 図 鋼球および
黄銅球に関する Y_p の測定値の比較(水).

破線: King の理論曲線
○○○: 黄銅球測定値
●●●: 鋼球測定値

-30% も大きな値を示している。しかし放射圧の大きさは、 α の値により大きく変動している。

吉岡ら¹⁶⁾ はさらに、ガラス球について同様の実験を行っている。この場合には放射圧は α の値と共にさらに大きく変動したと報告している。

King の理論によれば、鋼球と黄銅球程度の密度差(4% 以下)では、ほとんど同一の γ 値を与えるから、上述の如き、鋼球と黄銅球に作用する放射圧の 20-30% における差はやはり King の理論からは説明できない。この実験事実も、放射圧に対して球の弾性振動の影響が小さくないことを示すものと考えられる。

球の弾性を考慮に入れた放射圧の計算は、本研究における主要課題であるが、これは別章で与えられるであろう。

2-7-3 媒質の粘性および直進流等の影響

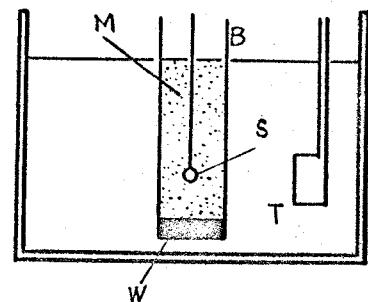
一般の放射圧理論においては、周囲媒質の粘性は無視する。それは計算を簡単にするためということもあるが、実際のところ、粘性を考慮に入れたときに物体と流体との間に生ずる drag force ある

いは音の吸収に関連して生ずる直達流 (acoustic streaming) などの環境のもとで、なにを以って音響放射圧と呼ぶべきかにも問題がある。すなわち放射圧の概念は、現在のことごとく、非粘性流体内においては明確な概念であるが、粘性流体に関しては、放射圧を別な観点から定義しなおす必要があると考えられる。しかしその議論はここではしないておく。

この節では一つの目安として、実験的に、粘質の粘性を変えたとき、放射圧計の指示値にどのような影響を与えるかを、簡単に調べておくことにする。

2.8 図に示したように、脱気水を満した水槽内に、ボリエケレン製の直方体型の袋 (B) にメトロース水溶液 (M) およびおもり (W) を入れたものを吊しておき、この内部で音源 (T) からの超音波の強度を鋼球放射圧計 (S) で測ったときの値と、Bを取り除いて、脱気水中の同じ位置での放射圧計の指示値を比較した。

メトロース水溶液の粘性率は約 10 センチガラス



2.8 図 粘性流体
(メトロース水溶液) 内の
鋼球放射圧計に作用
する放射圧の測定実験。

(20°C) とし、実験振動数は 470 kHz, 950 kHz, および 2 MHz であった。

はじめに、放射圧計を固定し、メトロース溶液と共に B を移動しながら放射圧を測定した。この結果球のふれは、各振動数において、B の移動距離（最大 40 mm）によらず一定であった。このことはこのメトロース溶液の音の吸収係数が無視できる程度であることを示す。

次に、メトロース溶液の入った袋 B をとり除いて、同じ点における鋼球放射圧計のふれを読んだ。これを数回くり返し比較した結果、振動数 470 kHz および 950 kHz の場合はともに、メトロース溶液中と脱気水中における放射圧計の指示値の差は検出できない程度のものであった。また振動数 2 MHz においては、メトロース溶液における球のふれの方方が大きかったが、その程度は 2% 以下であった。

これを要するに、媒質の粘性率を水の 10 倍程度としても、そのためには放射圧計の指示値には大きな影響が及はない（少なくとも 2 MHz 以下において）ことを示すものである。この実験事実から、水中における鋼球放射圧計の指示値に、水の粘性の影響が含まれるとは考えにくいことがわかる。従って King の

理論におけるオミの仮定（非粘性同回媒質）は水の場合には妥当と思われる。

またこの実験で鋼球前面のホリエチレン膜と鋼球との距離を 5mm まで接近させても放射力の大きさになんらの変化も見られなかった。このことは、媒質中の直進流 (acoustic stream) の影響がないことを示すものである。

《その他の誤差要因》

鋼球とナイロン糸との接着の際に用いる接着剤の中に気泡が含まれていると、強度測定に際して誤差の要因となる可能性がある。著者の実験によると、最も不注意に接着した場合には 4% 程度の誤差を生じた例がある。

また接着剤の量も、出来るだけ少い方が望ましい。直至 3mm のステンレス球での実験によると、音の振動数 500 Hz 以下では、接着剤の量の影響はほとんど見られないが、1 MHz では最大 3%，2 MHz では最大 7.5% の誤差を検出した例がある。いずれの場合もこの誤差は放射圧を大きくする方向に寄与していた。接着剤の量としては、縫針の先端に点としてつく程度の量であれば、接着強度は十分で

あり、放射圧への影響はないようである。

最後にナイロン糸の太さおよびしなやかさの問題があるが、直至 2.5 mm 以上の鋼球では、直至 20 μ のナイロン糸と 40 μ のナイロン糸とを用いた場合では、鋼球放射圧計の指示値に実質的な差は検出できなかつた。しかし直至 1.5—2.0 mm 程度以下の鋼球で十分の直伸性を得るには、40 μ のナイロン糸では不十分で、20 μ 以下の糸を用いた方がよいようであつた。

2-8 結論

平面進行波音場からの departure の影響を eliminate して行われた著者の実験によると、従来、鋼球放射圧計の基礎として採用されて来た King の理論は実験と合わない。

すなわち、鋼球およびステンレス鋼球について測定された音響放射圧対 α の関係と King の理論曲線との差は、 α がほぼ 4 以下では比較的小さいが、 α 4 以上では、この差が増大し、放射圧の測定値対 α の関係をあらわす曲線には、King の理論曲線には存在しない極小値を生ずるに到る。

この測定値の、King の曲線からのずれは、球の弹性振動によるもので、観測された曲線の谷は、球の共振に対応すると考えられる。

第3章 液体球放射圧法

による超音波強度の絶対測定

3-1 序論

第2章で述べたように、鋼球放射圧計における
Y_p-f_a 曲線に関して、King の理論と著者の実験
は一致しない。そしてこの実験値の King の理論か
らのすれば、球の弾性振動に原因するものと推定さ
れた。この誤差の程度を解明するためには固体球の
弾性を考慮に入れた放射圧理論が必要である。そ
の計算は第5章で行うこととする。

一方、音強度値の絶対レベルに関する実験的検討
には、互いに独立な複数個の絶対測定法による結果
を相互比較することが必要である。ここでは鋼球
放射圧計の指示値と、液体球に作用する放射圧の測
定から得られる音強度値との比較実験を行うことにつ
ける。また熱電対探触子法との比較については第4
章で述べる。

吉岡・河島の流体球に関する放射圧理論¹⁴⁾は、
King の理論が固体(剛体)球を対象とするのに対

して、液体球あるいは気体球を対象とするものであつて、球の圧縮率を考慮に入れた理論である。

もし鋼球放射圧計の代りに、たとえば液体球を用い、これに作用する放射力の大きさを測定すれば、流体球に関する放射圧理論の与える A_p を用いて、音場の平均エネルギー密度を決定することができるであろう。この方法を「液体球放射圧法」と呼ぶことにする。この方法がたとえ実用的ではないにしても、この方法には従来の鋼球放射圧計に含まれる、球の剛体性という大きな仮定を含まないのであるとすれば、鋼球放射圧計との比較実験法として有益であると考えられる。またこの実験は、流体球に関する吉岡・河島の理論の妥当性を検討する意味にもなろう。

この章では吉岡・河島の理論に数值計算を与え、液体球を用いた実験と比較する。そしていわゆる、液体球放射圧法による超音波強度の測定が可能であることを示し、この方法で得られる音強度値と、鋼球放射圧計の指示値との、相互比較を行うことにする。

3-2 液体球に関する放射圧の理論

3-2-1 変形性物体に関する放射圧の一般理論

この節では、吉岡・河島の液体球に関する放射圧理論¹⁴⁾のうち、後章での議論でも必要となる、変形性物体に関する放射圧についての一般公式について述べておく。

いま媒質流体中（非粘性流体とする）に、ある閉境界を考え、これが粒子速度と同じオーダーの小さな速度で運動しているとし、時刻 t におけるその境界面を $S(t)$ とする。このときこの閉境界に作用する音響放射力は次式で与えられる。

$$\langle F \rangle = \left\langle - \iint_{S(t)} \delta p n \, ds \right\rangle \quad (3.1)$$

ここに \vec{n} は境界面外向き法線ベクトルである。また δp としては、2次の項を含む（2.14）式をとるものとする。ここで積分は、1次の integrand に対しては $S(t)$ 上で、また 2次の量に対しては平衡状態における境界面 S_0 について行えば十分である。すなわち（2.14）式を（3.1）に代入して、

$$\begin{aligned} \langle \mathbb{H} \rangle &= \left\langle - \iint_{S(t)} \rho_0 \dot{\phi}_1 n ds \right\rangle + \left\langle - \iint_{S_0} \rho_0 \dot{\phi}_2 n ds \right\rangle \\ &\quad + \left\langle \iint_{S_0} \frac{1}{2} \rho_0 v_i^2 n ds \right\rangle + \left\langle - \iint_{S_0} \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{c^2} (\dot{\phi}_1)^2 n ds \right\rangle \end{aligned} \quad (3.2)$$

を得る。

もし 1 次および 2 次の音場について定常状態が成立しているとすれば、式(3.2)は

$$\left\langle \iint_{S_0} \rho_0 \dot{\phi}_2 n ds \right\rangle = 0 \quad (3.3)$$

であることが証明できる。

また $\dot{\phi}_1$ も $S(t)$ も、ともに周期的であるとすれば

$$\left\langle \iint_{S(t)} \rho_0 \dot{\phi}_1 n ds \right\rangle = \left\langle \iint_{S_0} \rho_0 v_n (v_n n + v_x t) ds \right\rangle \quad (3.4)$$

が成り立つことが証明できる。ここに v_n および v_x は、境界面の速度の法線成分および接線成分とし、 t は境界の接線ベクトルとする。
(3.3) および
(3.4) 式を (3.2) 式に代入すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \langle \mathbb{H} \rangle &= - \left\langle \iint_{S_0} \rho_0 (v_n n + v_x t) v_n ds \right\rangle \\ &\quad + \left\langle \iint_{S_0} \frac{1}{2} \rho_0 v_i^2 n ds \right\rangle - \left\langle \iint_{S_0} \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{c^2} \dot{\phi}_1^2 n ds \right\rangle. \end{aligned} \quad (3.5)$$

とくに境界面が球体の場合には、放射力 $\langle F \rangle$ の、音の進行方向（これをいまの場合、球座標系 r, θ, φ において $\theta = 0$ の方向と考える）への寄与 $\langle F \rangle$ は、つきよ次式で与えられる。

$$\langle F \rangle = \langle F_r \rangle + \langle F_\theta \rangle + \langle F_{r\theta} \rangle + \langle F_t \rangle. \quad (3.6)$$

ここで

$$F_r = -\pi a^2 \rho_0 \int_0^\pi \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \right)_{r=a} \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (3.7)$$

$$F_\theta = \pi \rho_0 \int_0^\pi \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} \right)_{r=a}^2 \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (3.8)$$

$$F_{r\theta} = 2\pi a \rho_0 \int_0^\pi \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} \right)_{r=a} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \right)_{r=a} \sin^2 \theta d\theta \quad (3.9)$$

$$F_t = -\frac{\pi a^2 \rho_0}{c^2} \int_0^\pi \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \right)_{r=a}^2 \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (3.10)$$

である。ただし a は球の半径とする。

3-2-2 平面進行波音場に自由に置かれた 流体球に作用する音響放射力

吉岡・河島¹⁴⁾は、平面進行波音場に自由に置かれた大圧縮性流体球に作用する音響放射力を計算し、次式を得ている。

$$\langle F \rangle = 2\pi \rho_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(m+1) \{ D_{1,n} D_{2,n+1} - D_{2,n} D_{1,n+1} \}^2}{\{ D_{1,n}^2 + D_{2,n}^2 \} \cdot \{ D_{1,n+1}^2 + D_{2,n+1}^2 \}} \quad (3.11)$$

ここに $D_{1,n}$, $D_{2,n}$ は次式で与えられる函数である。

$$D_{1,n} = k^* a j_n'(k^* a) j_n(ka) - \frac{\rho^*}{\rho_0} ka j_n(k^* a) j_n'(ka) \quad (3.12)$$

$$D_{2,n} = k^* a j_n'(k^* a) n_n(ka) - \frac{\rho^*}{\rho_0} ka j_n(k^* a) n_n'(ka).$$

ただし

k^* : 球の内部における波数

k : 周囲流体における波数

ρ^* : 球の密度

ρ_0 : 周囲流体の平衡密度

j_n : 球ベッセル函数 $j_n(x) = \sqrt{\frac{2\pi}{x}} J_{n+\frac{1}{2}}(x)$

n_n : 球ベッセル函数 $n_n(x) = \sqrt{\frac{2\pi}{x}} Y_{n+\frac{1}{2}}(x)$

3-3 数値計算

(2.19) 式で導入した放射圧函数 Y_p を、いまの場合 (3.11) 式から計算すると次式のようになる。

$$Y_p = \frac{4}{(ka)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1) \{ D_{1,n} D_{2,n+1} - D_{2,n} D_{1,n+1} \}^2}{\{ D_{1,n}^2 + D_{2,n}^2 \} \cdot \{ D_{1,n+1}^2 + D_{2,n+1}^2 \}}. \quad (3.13)$$

(3.12) 式に含まれる微分を実行すると、 $D_{1,n}$ および $D_{2,n}$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} D_{1,n} = & \frac{\pi}{2\sqrt{\frac{c}{C^*}(2n+1)}} \left\{ \left[n \cdot \frac{c}{C^*} J_{n-\frac{1}{2}}(k^*a) J_{n+\frac{1}{2}}(ka) \right. \right. \\ & + \frac{P^*}{P_0} (n+1) J_{n+\frac{3}{2}}(ka) J_{n+\frac{1}{2}}(k^*a) \\ & \left. \left. - \left[(n+1) \frac{c}{C^*} J_{n+\frac{3}{2}}(k^*a) J_{n+\frac{1}{2}}(ka) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{P^*}{P_0} n \cdot J_{n-\frac{1}{2}}(ka) J_{n+\frac{1}{2}}(k^*a) \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{2,n} = & \frac{\pi}{2\sqrt{\frac{c}{C^*}(2n+1)}} \left\{ \left[n \cdot \frac{c}{C^*} J_{n-\frac{1}{2}}(k^*a) Y_{n+\frac{1}{2}}(ka) \right. \right. \\ & + \frac{P^*}{P_0} (n+1) Y_{n+\frac{3}{2}}(ka) J_{n+\frac{1}{2}}(k^*a) \\ & \left. \left. - \left[(n+1) \frac{c}{C^*} J_{n+\frac{3}{2}}(k^*a) Y_{n+\frac{1}{2}}(ka) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{P^*}{P_0} n Y_{n-\frac{1}{2}}(ka) Y_{n+\frac{1}{2}}(k^*a) \right] \right\}. \quad (3.14) \end{aligned}$$

ここで J_n および Y_n はそれそれぞれ Bessel 関数および Neumann 関数である。また c および c^* はそれ respective 周囲媒質および球内部における音速度とする。

(3.13) 式の数値計算を、大阪大学計算センターの電子計算機により行った。このうちの計算例を、3.1表、3.1図、および3.2表に示す。

3.1表 液体球に関する Y_p の計算値 ($\rho^*/\rho_0 = 1.0050$)

ka	c/c^*	1.120	1.135	1.150
0.00		.0000000	.0000000	.0000000
0.25		.0001033	.0001337	.0001685
0.50		.001548	.002012	.002547
0.75		.006943	.009078	.01157
1.00		.01807	.02374	.03040
1.25		.03306	.04341	.05553
1.50		.04600	.05992	.07596
1.75		.05176	.06647	.08304
2.00		.05155	.06553	.08111
2.25		.05170	.06610	.08249
2.50		.05635	.07302	.09234
2.75		.06320	.08198	.1035
3.00		.06755	.08674	.1083

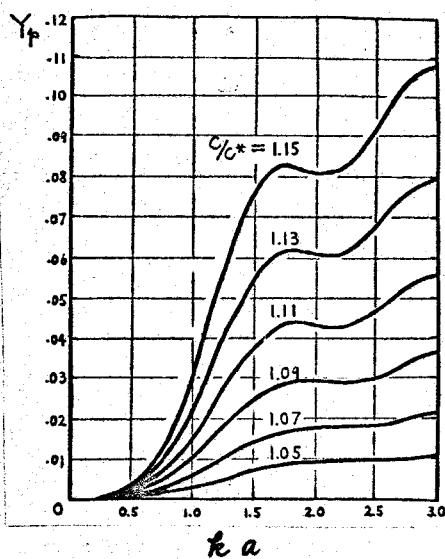


図 3.1 図. 液体球に関する
 Y_p の計算値 ($\rho^*/\rho_0 = 1.0050$).

図 3.2 表 液体球に関する Y_p の計算値 ($\rho^*/\rho_0 = 1.0030$).

$ka \backslash c/c^*$	1.120	1.135	1.150
0.00	.0000000	.0000000	.0000000
0.25	.0001060	.0001368	.0001720
0.50	.001587	.002058	.002601
0.75	.007118	.009284	.01181
1.00	.01851	.02427	.03101
1.25	.03381	.04430	.05657
1.50	.04693	.06099	.07718
1.75	.05260	.06742	.08409
2.00	.05217	.06621	.08185
2.25	.05220	.06666	.08312
2.50	.05691	.07369	.09312
2.75	.06388	.08279	.1044
3.00	.06827	.08754	.1092

3-4 実験方法 および 装置

3・2 図に、本実験で用いた装置の概略を示す。

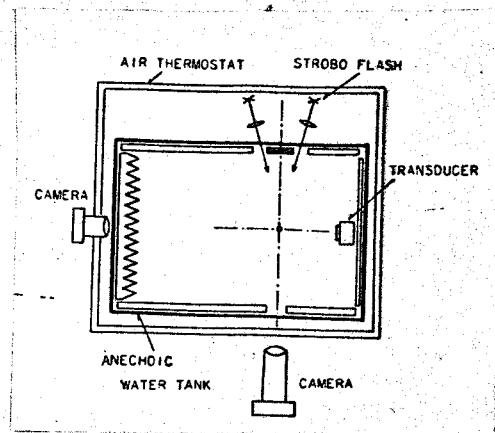
いま水に不溶性の、比重 1.005 程度の液体球をゆるやかな速度で脱気水中を自由に落下させ、音場の軸附近に達したとき一定出力の超音波を水平方向に照射する。

このときストロボフラッシュで一定時間間隔をおいて暗視野照明を行い、同一写真フィルム上に、音の照射前後の一連の写真を撮影すると、一般に 3・3 図に示すようなものを得る。

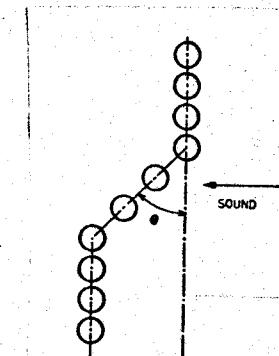
音波が照射されて、球の運動が定常状態に達したときのふれ角を θ とすれば、

$$\langle F \rangle = \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho^* - \rho_0) g \cdot \tan \theta \quad (3 \cdot 15)$$

の関係から、球の半径 a と、 θ をフィルム上で測定



3.2 図 実験装置
(平面図)



3.3 図 平面進行
波音場における液体
球の運動

すれば、放射力 $\langle F \rangle$ を定めることができる。ここに g は重力の加速度、 ρ^* および ρ_0 はそれぞれ液体球および水の密度である。

フラッシュ照明は 3・2 図に示したように、左右、上の三方向から行い、單一フラッシュの継続時間は 0.001 秒以下で、フラッシュ間の時間間隔は、音の照射のないときに 0.5 秒、音の照射中は 0.25 秒とした。

音を照射してから球の運動が定常状態に達するまでの時間は、この実験では 0.75 秒以下で、また音の照射時間は 2 秒程度とした。

音の振動数は 950 及 H_z および 570 及 H_z を使用した。測定水槽は第 2 章で述べたものと同じであるが、とくにこの実験では、水槽内の水の対流がないことが必要なので、このため、水槽の外部を空気恒温槽として、数十時間一定温度に保った。

水晶振動子は 570 及 H_z の場合には厚さ 5mm、直径 23 mm, 950 及 H_z の場合には厚さ 3mm、直至 18 mm の X-cut 水晶板を用いた。

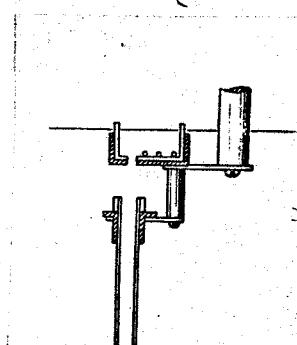
第 2 章での実験と同様に、測定は放射圧が音源からの距離の 2 条に反比例する領域で行われた。すなわちこの実験では音源からの距離は 22.0 cm とした。

測定空間(被写界)としては、音軸に垂直な方向の広かりを、軸の上下に 4 mm 以内とした。この範囲内では、音強度は 2.5 % 程度で一定であった。

この実験では最終的には、液体球放射圧法により求められる音強度の絶対値と、鋼球放射圧計によるそれとの比較を行う。この場合、放射圧計の球としては、570 Hz では 5 mm ϕ の、950 Hz では 3 mm ϕ のステンレス鋼球を使用したが、これら 2 球に関する α 値はともに 6.0 である。 $\alpha = 6.0$ のステンレス鋼球を使用する理由については 37 頁～38 頁で述べた通りである。

3・4 図は、水槽内に disturbance を反ほすことなく液体球を落とすために採用された方法を示した。ガラスの小ビン内で shaking 法で作られた液体球を、3・4 図のガラス製貯蔵容器の中に、測定の数時間前に移しておき、細いガラス針の先端で 1 ㌢ずつ静かに貯蔵容器の底の丸孔より落とし、のちこれをガラス管で誘導して測定点に落下せしめる。

液体球物質としては、水に不溶性で、ガラスに付



3・4 図
液体球誘導装置

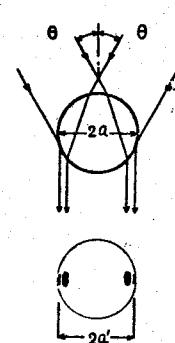
着しくない、比重 1.005 程度の安定な液体として、パラクロロトルエンとキシレンとの混合液（混合比およそ 1 : 0.4）をえらんだ。

液体球の直径を写真測定するため、3.2 図の照明方法を採ったから、3.4 図に示したように、明るく大きな屈折像と、鮮細な反射像が得られ、図の右を小さくするにつれて、両者の分離が大きくなる。球の直径 $2a$ と、反射像間の距離 $2a'$ との差

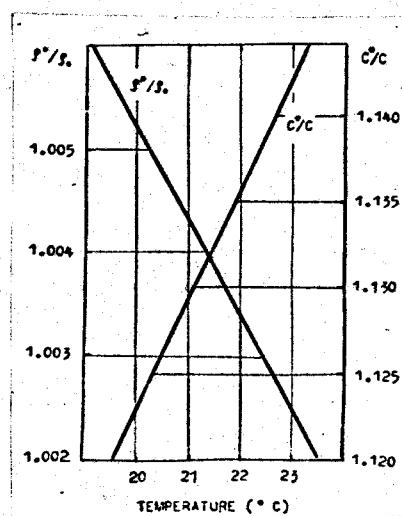
$$2(a-a') \doteq \frac{\theta^3}{8}$$

はこの実験の場合、問題にならない程小さいので、本測定では $2a'$ を以って球の直径とした。

液体球（混合液）の密度および音速比 C/C^* の値はそれぞれピクノメーターおよび超音波による光の回折実験により求めた。その結果を 3.6 図に示す。ただし C および C^* はそれぞれ水および混合液における音速度である。



3.5 図
球直径の測定法



3.6 図 混合液の密度
および音速度の温度依存性

3-5 実験結果

本測定はすべて音強度 0.04 Watt/cm² 以下で行われた。少くともこの強度域では、音響放射圧の大きさは正確にトランスデューサーの電極電圧の二乗に比例することを確認した。

液体球に作用する音響放射圧の測定結果を 3.7 図および 3.8 図に示す。これらの実験は一定振動数、一定音強度のもとに、液体球の径をかえて、これに作用する放射力を前節に述べた方法で測定したもので、図の点は各球について測定された放射力を球の断面積で割った $\langle F \rangle / \pi a^2$ の相対値を示すものである。この値は一定エネルギー密度に対しては Y_p に比例する。 $(Y_p = \langle F \rangle / \pi a^2 E)$ 。図ではこの値を $Ra = 2.2$ で理論曲線にのるよう規格化して示した。このようにすると、他の測定値も、理論曲線上にのり、この意味で理論と実験との一致

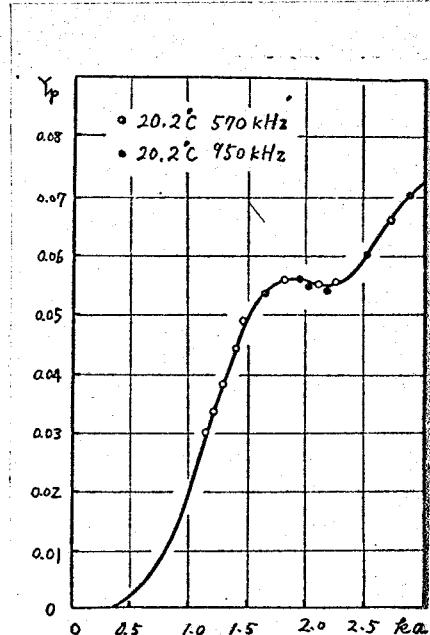


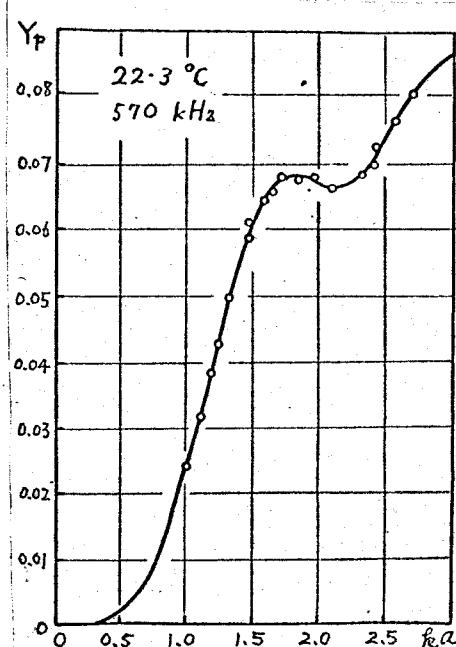
Fig. 3.7 図 液体球に作用する音響放射圧の測定値。
実線は理論曲線を表わす。

はよいようである。

3・7図に示したのは、実験温度 20.2°C , 振動数 570 kHz および 950 kHz の場合である。この図の実線はこの温度（すなわち $\rho^*/\rho_0 = 1.0049$, $c/c^* = 1.124$ ）に対応する理論曲線を示す。

以上の実験（液体球放射圧法）により、この音場の測定点における平均エネルギー密度の絶対値を決定することができる。3・8図は 570 kHz , 22.3°C ($\rho^*/\rho_0 = 1.0031$, $c/c^* = 1.138$) の場合の測定結果を示すものである。このように液体球放射圧法によって決定される音場の平均エネルギー密度値を \bar{E}_2 とする。（この \bar{E}_2 を決定する際にはもちろん Y_P として液体球に關する放射圧理論の与えられた計算値をとる。）

一方、同じ音場の同一測定点における平均エネルギー密度値を \bar{E}_3 としてテンレス鋼球放射圧計を用いて測定した値を \bar{E}_3 とする。（この場合 Y_P として



第3.8図 液体球に作用する放射圧の測定値。
実線は理論曲線を示す。

はもちろん King の放射圧理論の与える計算値をとる。)

この \bar{E}_s と E_e との一連の相互比較実験（約 500 例）の結果、液体球の至、実験温度、および振動数によらず、実験データの 95 % は

$$\frac{\bar{E}_s}{E_e} = 1.08 \pm 0.04 \quad (3.16)$$

であることを示した。

すなわち、鋼球放射圧計および液体球放射圧法によってそれぞれ決定される音強度の絶対値には 8 % 程度の差があるようであった。

しかしながらこの実験には、 P^*/P_0 、 C/C^* 、球の直径 $2a$ 、および球のふれ $\tan\theta$ などの測定に含まれる誤差、および音源出力の変動、鋼球放射圧計自体に含まれる誤差（たゞ（球の共振に基づく誤差は $a=6.0$ のステンレス鋼球では無視できるものと考えられる — 37 頁参照）などを考慮するとき maximum probable な誤差が 8 % 程度存在する可能性はない。

このようにこの比較実験の困難性に基固する maximum probable な誤差を考慮するとき、球の共振からはずれた a の値の鋼球放射圧計の示す音強度値と、

液体球放射圧法による音強度値との 8% 程度の差は、むしろよい一致を示しているものと解釈すべきかも知れない。

以上の結果は $Ra = 6.0$ のステンレス鋼球に関する Υ_p 値を、King の理論に従って 0.913 とした場合であった。著者は第 5 章において、球の弾性を考慮に入れた放射圧を計算しているが、それによると、 $Ra = 6.0$ のステンレス鋼球では $\Upsilon_p = 0.924$ である。(106 頁参照)。 Υ_p としてこの値を採用するときには (3.16) 式に相当して $E_s/E_e = 1.07 \pm 0.04$ となる。さらに maximum probable な誤差を考慮に入れれば、 $E_s/E_e = 1.07 \pm 0.08$ とすべきである。

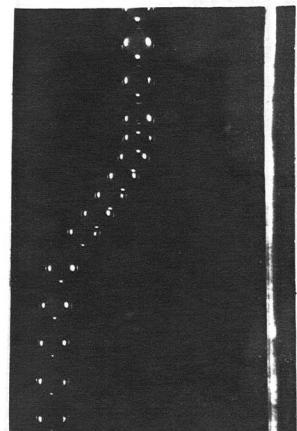
3-6 考 察

3-6-1 acoustic stream の影響

この液体球放射圧法による音強度測定実験の最終結果に影響の最も大きい誤差要因の一つは、音響直進流の問題である。超音波の吸収に関連して生ずるこの stream は、音波照射時間内に生長を続け、音波停止後はゆるやかに消えて行くものと考えられる。

したがってこの stream の影響は、音波放射前の球の自由落下の方向と、音波停止後の自由落下方向との差を測定することで調べることができる。とくに非常に小さな球ではこの落下の方向差が検出されやすい。

3-9図に、実際の液体球の運動を示す写真例を示す。同種の写真約500例について、上述の検討の結果、液体球放射圧法による音強度測定に及ぼす acoustic stream の影響は、音強度数十 mW/cm^2 、音の照射時間2秒程度では、1%あるいはそれ以下であることがわかつ



第3.9図 超音波放射前後にかけ液体球の運動。(布端の白線は40μのナイロン单糸維)。

つた。

3-6-2 液体球の自由落下速度

つきに液体球の自由落下終速度について考察しておく。

液体中を自由に落下する球の終速度 v は、ストークスの抵抗

$$D_{ST} = 6\pi a \eta v \quad (3.17)$$

を仮定すれば

$$v = \frac{2}{9} \frac{\rho^* - \rho_0}{\eta} g \cdot a^2 \quad (3.18)$$

である。これを Oseen の抵抗

$$D_{OS} = 6\pi a \eta v \left(1 + \frac{3}{8} R\right) \quad (3.19)$$

を仮定した場合の終速度と共に示せば、著者の実験に用いた液体球についてはそれが 3.10 図の鎖線および破線のように

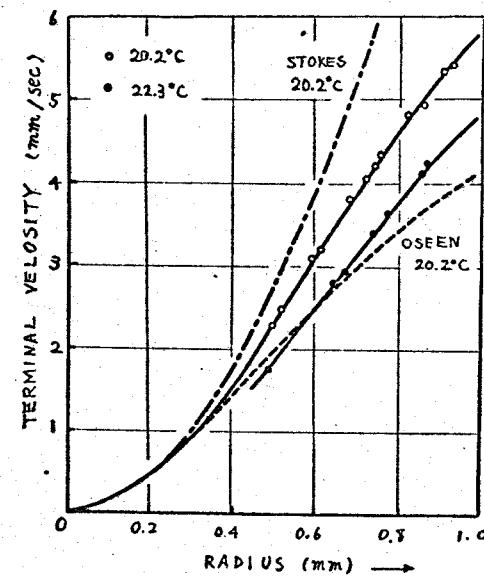


図 3.10 液体球の終速度曲線。

- Stokes の抵抗を仮定して得られる終速度
- Oseen の抵抗を仮定して得られる終速度
- 著者の実験式 (3.21) を仮定して得られる終速度 (上は 20.2°C, 下は 22.3°C)

なる。ここに， α は周囲媒質（水）の粘性係数， R はレイノルズ数。

$$R = \frac{\alpha \rho_0 v}{\eta} \quad (3.20)$$

である。

3.10 図の記号 $\circ\circ\circ$ および $\bullet\bullet\bullet$ は、著者の実験において測定された終速度を示す。これらの終速度の測定値から、終速度 v で流体中を運動する液体球に作用する抵抗を表わす実験式として

$$D = 6\pi a \eta v (1 + 0.14 R) \quad (3.21)$$

を得た。3.10 図の実線はこの実験式を仮定して得られた終速度曲線である。

3-6-3 音場内を等速運動する液体球 に作用する抵抗

著者の実験では、音場を等速運動する液体球は、音響放射力を受けろ以外は音波の影響を何ら受けないことを仮定している。

いま、音場内を鉛直方向に対し θ の方向に等速

運動する液体球を考えると、これに作用する外力は
 θ 方向に

$$m'g / \cos\theta \quad (m' \text{ は 液体球の有効質量})$$

の大きさを有するから、上記の仮定を設ければ、
 この球には (3.21) 式で与えられる抵抗が作用して、

$$6\pi a q v (1 + 0.14 R) = \frac{m' g}{\cos\theta} \quad (3.22)$$

となる。この式を v について解いて得られる終速度
 v'_0 と、 θ 方向の実測終速度 v_0 を比較したところ、
 1% 程度の範囲で両者に一致が認められた。

音場内を等速運動する液体球の運動に対して、音響放射圧以外の second order effect (たとえば
 球の変形、境界層に対する擾乱など) が影響をもつ
 とすれば、 v'_0 と v_0 とのよい一致は得られないで
 あるし、また水槽内の対流が影響をもつ場合も同
 様である。

3-7 結論

平面進行波音場からのそれの影響を無視できる音場条件のもとで、鋼球放射圧計による音強度値と、液体球に作用する音響放射圧の測定から得られる音強度値とを相互比較した。

液体球に作用する音響放射圧の測定値は、 $\gamma_{\text{p}} \tan \alpha$ の関係において、吉岡・河島の流体球に関する放射圧理論の与える計算値と、よく一致した。

従来、鋼球放射圧計の基礎として用いられてきた、Kingの剛体球に関する放射圧理論を $\tan \alpha = 6.0$ のステンレス鋼球放射圧計に適用して得られる音強度値は、球の圧縮性を考慮に入れた、前記流体球に関する放射圧理論を液体球に適用して得られる音強度値よりも 8 (± 4) % 程度大きいことを見た。

この差はこの比較実験の maximum probable な誤差の範囲内にあると考えられるが、液体球の球径、超音波の振動数および実験温度に關せず、ほぼ一定であった。

第4章 热電対探触子法

による音強度値と鋼球放射圧計の指示値との比較

4-1 序論

従来、数百Hz以上の水中超音波強度の絶対測定に用いられて来た鋼球放射圧計には、球の弾性をの他に基図する誤差が存在することは第2章で議論したところである。第3章ではこの問題を液体球放射圧法との比較実験により検討したが、この章ではこれらの測定法と原理的に全く異なる第3の方法、熱電対探触子法によって決定される音強度値と鋼球放射圧計の指示値とを比較する。

熱電対探触子法は、原理的にはすでに確立された音強度測定法であるが、精密測定用としてこれを採用するには、探触子内に充填すべき媒質の物理的諸定数たとえば音の吸収係数、比熱などに関する正確なデータが整備されていることが必要であるが、従来この種のデータには不足があった。またこの測定

法を実際上に運用するにあたって解決されるべき諸問題もまだ十分研究されていない。

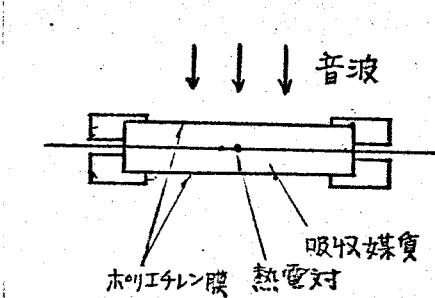
ここでは以上の諸点に鑑み、銅球放射圧計の指示値と熱電対探触子法による強度値との比較実験を行うとともに、熱電対探触子法そのものの使用法を検討し、この方法の精度を向上させる可能性についても議論することにする。

4-2 热電対探触子法の原理²⁵⁾

W.J. Fry と R.B. Fry²⁶⁾ の熱電対プローブは、水中音場における超音波強度の絶対測定を目的とするもので、4-1 図 に示すような構造をもつ。

この図で、銅-コンスタンタンあるいはクロメル-アルメルなどの細線を火花熔接して作った熱電対 (Fry らの場合には接点付近の直径 13 μ 程度) が、薄い円板状の容器内に図のように張られている。

円板状容器の両面はホリエチレン薄膜で密になつていて、内部には吸収媒液として、ひまし油あるいは



4-1 図 热電対プローブ
の構造

はシリコン油(710片)などが封入されている。

水中音場内の、音強度を求めようとする位置に、超音波が窓から垂直に入射するようになつたプローブをセットする。ひま(油やシリコン油の常温、常用振動数範囲における固有音響インピーダンス ρc)は、水のそれにほとんど等しいから、両液体の境界面における超音波の反射は問題にならない程小さい。

熱電対、温接点(音波が照射される方の接点)は内極状容器の中央に位置するが、冷接点(温度一定に保たれるべき接点)はプローブの上方に、音波と水とに対し絶縁しておくものとする。

このプローブによる超音波強度の測定は次のように行われる。すなわち、一定振動数、一定強度の超音波を一定時間(通常1秒ないし数秒間程度)照射して、熱起電力の時間的変化を鋭敏な短周期検流計で記録する。

4.2 図はこのようにして得られた典型的な温度曲線の一例である。

4.2 図において、Aは超音波の照射開始、Cは照射の停止に相当する。温度変化の急峻なAB部分は、wire周辺の境界層内における媒質の摩擦損失に原因する発熱によるもので、迅速に熱平衡に達

することを示している。BC部分は、超音波吸収に基づく媒質(

ひまし油あるいはシリコン油)

の発熱による温度上昇を示す。

超音波照射停止後は、摩擦損失の消失による急速な冷却を経て、吸収媒質の緩慢な冷却がこれに続く(D以後)。

本研究におけるように、吸収媒質の諸定数を一定とみなしうる程度に温度変化が小さく、熱伝導による媒質の冷却を無視できる程度に照射時間が短ければ、BC部分は直線状となり、この示す温度変化の時間的割合は次式で与えられる。

$$\left(\frac{dT}{dt} \right)_0 = \frac{\mu I e^{-\mu d}}{\rho c_p J} \quad (4.1)$$

ここに、 μ は吸収媒質の音の強さに関する吸収係数、 ρ は吸収媒質の密度、 c_p は媒質の定圧比熱、J は熱の仕事当量、d は吸収媒質の超音波入射面から熱電対に至る距離である。また I は熱電対温接点

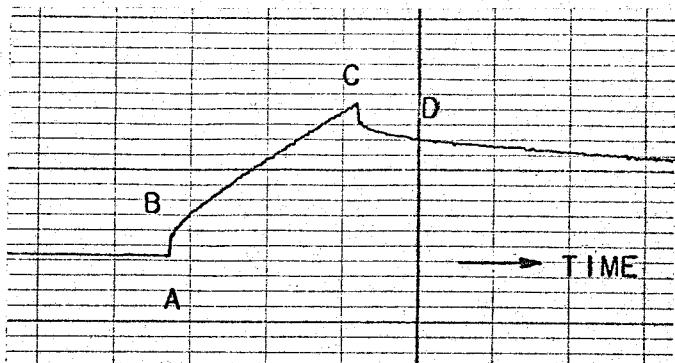


図4.2 図 超音波の矩形波的照射に対する熱電対の温度変化

位置の、プローブを取り除いたときの音強度である。

この式から、 μ , C_p , P が知れていれば、測定された温度変化の割合から、プローブを取り除いたときのその位置の絶対音強度を定めることができる。

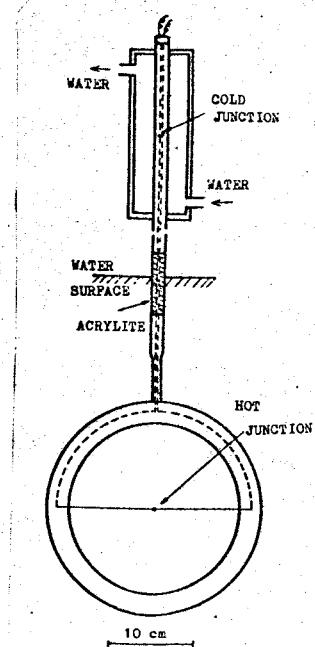
音強度が大きく、吸収媒質の温度変化が大きい場合には、温度曲線は直線からずれてくる。この場合は μ , C_p などの、温度による変化を考慮して、初期の dT/dt を曲線から決定しなければならない。²⁷⁾

4-3 実験方法および装置

この実験に使用した熱電対プローブの構造は 4・3 図に示したようなものである。

リング状の外枠は黄銅製で、熱電対としては直径 50μ の銅-コニスタンタンの細線を電気火花により熔接したものを使用した。

円形窓に張る膜として、厚さ 30-40 μ のホリエスティル（商品名マイラーア等）を用いた。



4-3 図 本実験に
用いた熱電対プローブ

充填吸収媒質としては、軽く脱気した Dow Corning 社製シリコン 710 F を採用した。

熱電対の冷接点の外側には、測定中一定温度の水を流して、これを一定温度に保つための冷却筒（肉厚 5mm, 内径 70mm, 高さ 300mm; ベークライト製）をとりつけた。熱電対の較正は、この流水の温度を変える（温度はベックマン 温度計あるいは冷接点附近に別にとりつけた熱電対で読んだ）ことによって行った。

プローブ熱電対の出力電圧の記録には、三榮測器社製ガルバノグラフを、空気恒温槽に入れて、電圧感度 $0.08 \mu V/mm$ の程度で使用した。

（本測定においては、超音波の 10 秒間照射による熱電対温接点付近の温度上昇は通常およそ $0.05^{\circ}C$ の程度とし、ガルバノグラフの感度はおよそ $1^{\circ}C$ につき $30 cm$ (チャート上) の程度とした。）

この実験は、鋼球放射圧計の指示値との比較が目的であるので、本実験の前に、あらかじめ音場の強度分布を鋼球放射圧計で測定しておき、つきに熱電対プローブ法で、同じ位置の音強度を測定し、最後に再び鋼球放射圧計で測定を行った。

鋼球放射圧計としては $Ra = 6.0$ のステンレス鋼

球を使用した。

測定に用いた魚雷水槽は前章までに述べたものと同じである。音源としては 950 Hz の水槽振動子（直徑 16 mm）を使用し、音源から 209 mm 離れた音軸上で測定を行った。

熱電対プローブは、黄銅製外枠の内径がそれぞれ 110 mm, 210 mm, および 270 mm の三種類のものを製作した。

4-4 実験結果

4-4-1 シリコン DC 710 F の物理定数の測定

(密度)

シリコン DC 710 F の密度はピクノメーターで実測した。その結果によると、この密度は常温では温度と共に直線的に減少し、たとえば 18.0°C および 22.0°C ではそれぞれ 1.103 および 1.101 であった。この温度係数はきわめて小さいから、 16°C - 27°C ではほとんど 1.10 とみなしてさしつかえ

ないことを見た。これによる誤差は 1% よりかなり小さいものである。

《比熱》

定圧比熱 C_p は混合液によって測定し、4・4 図に示したような結果を得た。

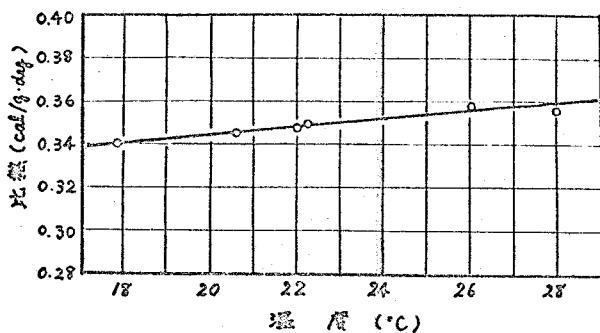
測定方法は、テフロ

ワービンに水約

1400 cc を入れたものを熱量計とし、試料は約 100 g をうすいテフロン製容器に封入した。これとほぼ同じ量の水を同様のテフロン製容器に封入したものを使用して、熱量計の水当量を定めた。テフロンの比熱は別に測定した。 C_p の測定値の精度は ±1% 程度と推定される。

《超音波吸収係数》

DC 710 F の超音波吸収係数についても、十分に正確な測定は現在までに行われていない。本研究では、送受信に同じ大きさの transducer を使用する two-transducer pulse technique を採用してこれを測定した。



第4-4図 DC 710 F シリコンオイルの比熱に関する測定結果

使用した transducer の共振振動数は 984 周 Hz, 直径は 60 mm であった。

吸収係数を 1% の精度で求めようとはすれば、媒質中の超音波の振動数の精度は 0.5% 以上でなければならぬ。共振振動数から外れた振動数でのパルス発信の場合には、受信音波の振動数に上記の精度を超える不確定性を認めたので、吸収測定はすべて水晶振子の共振振動数で行うこととした。そして吸収係数は振動数の 2 条に比例するとして、熱電対プローブによる強度測定実験の振動数 950 周 Hz の値に吸収係数測定値を換算した。吸収係数測定の振動数と 950 周 Hz の差はわずかであるから、この換算手続きにより生ずる誤差は問題にならない。

測定には、あらかじめ容器壁の影響のないことを確かめた銅製の試料容器を使用し、これを恒温水槽内に保持した。さらにこの恒温水槽は、自動的に温度制御された空気恒温室に格納された。

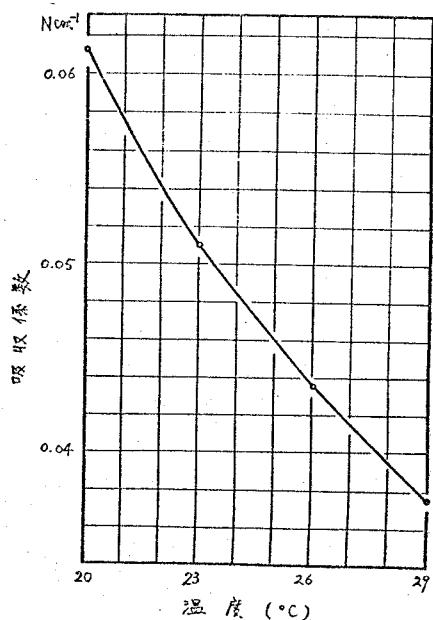
測定は最初に銅製容器に脱氣水を満たし、トランステューサー間の距離を変えて減衰値を測定し、水の吸収による減衰をこれから差引いたものを回折のみによる減衰とした。

つきに容器に試料を満たし、トランステューサー

間の距離と減衰との関係を測定し、これから回折による減衰を差し引いたものを、試料の超音波吸収に基づく減衰として吸収係数を求めた。

回折による減衰の測定結果を Williams²⁸⁾ および Bass²⁹⁾ の理論と比較すれば、その差は測定のはらつきに比較して大きく、振動子によつても異なる。この理由から、試料中で実測された減衰値にはどこすべき回折補正としては、理論値を採らず、同振動数、同温度で個々の振動子について測定された結果を適用し、回折補正に対する波長補正（これは、試料中と水中とでは波長が異なることに原因する）にのみ、Bass の計算を利用した。

本測定における preliminary の測定において、(927 周 Hz, 60 mmφ) 振動子、(936 周 Hz, 45 mmφ) 振動子、(973 周 Hz, 60 mmφ) 振動子を使用して、上記の手続きにより、950 周 Hz の超音波吸収係数を求めた結果は、各温度において ± 1 % の範囲内で一致した。



第4.5図 DC 710F シリコンオイルの超音波吸収係数。
(振巾吸収係数; 950周Hz)。

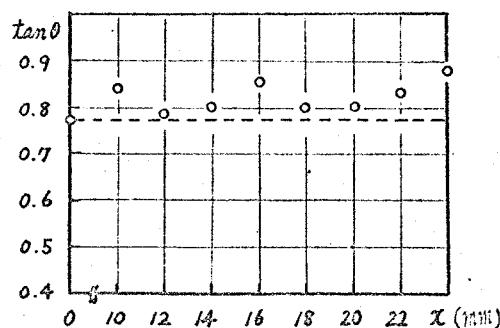
したがって、本測定による吸収係数値の精度は土1%程度と考えられる。この測定結果を4.5図に示した。

4-4-2 フローブ棒の影響について

前述のように、この実験に使用した音源の放射面直徑は16mm(950危Hz)であるが、フローブ外棒が十分大きくなない場合には、この外棒からの反射波がフローブ中央の音場に影響を及ぼす可能性がある。

この影響の程度を調べるために、フローブの黄銅外棒にはほぼ内径の等しい別の黄銅リンクを作り、これをフローブの前面から距離 x の位置に同軸的におき、 x を変えることによるフローブ指示値の変化を調べた。

4.6図は、110mm ϕ フローブについての実験結果を示す。縦軸の $\tan\theta$ は4.2図(70頁)における



4.6図 試験外棒による熱対応フローブ指示値への影響。(110mm ϕ フローブ)。

る B C 間の dT/dx に相当するチャート紙上の角度の正切を示し, $x=0$ における点はリンクをヒリ除いたときの値を示す。

4-6 図 は明らかにプローブ外極の反射の影響の存在を示していると思われるが, 210 mm ϕ プローブの場合と同じ test では, 実験誤差 ($\pm 2.5\%$) を超える黄銅リンクの影響は見られなかった。また, 270 mm ϕ プローブの場合も同様であった。

したがって以下の実験ではすべて 270 mm ϕ のプローブを使用するが, このプローブでは外極の反射音波の影響はないものと考えられる。

4-4-3 热伝導による冷却の影響

周囲と熱的平衡状態にあるプローブ内の吸収媒質(シリコンオイル)に超音波が照射されて, その温度が時間とともに上昇する一方, 热伝導による周囲への热の移動を生じる。

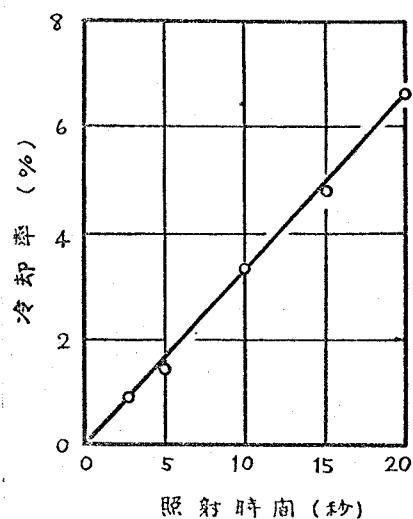
プローブ指示値に対するこの冷却の影響は, 実験条件によって異り, 通常の測定の場合には十分無視できる程度の小さいものであるが, 本研究における

通常の実験条件の下でのこの影響を調べるために、次のような実験を行った。

4.2図(70頁)において、超音波照射停止時刻(C 点に相当)を t_1 とし、この後に続く transient な期間(表面発熱により境界層内に生じた温度差の解消時間と計器の遅れとの和)をすぎた後、 D 点附近における温度の下降速度(D 点附近における温度曲線の勾配)を求め、これを時刻 $t=t_1$ に外挿すると、この外挿値(これを $|dT/dt|_c$ と書くことにする)は、超音波照射停止時刻 t_1 における温接部近傍の媒質の冷却速度($^{\circ}\text{C/sec}$)を与える。

超音波の強度を 50 mWatt/cm^2 のオーダーにえらび、超音波の照射時間を変えて、これに対応する冷却速度を求めたところ4.7図に示すような結果を得た。

この図において、縦軸の冷却率(Cooling Rate)は、外挿して求めた冷却速度 $|dT/dt|_c$ と、超音波照射開始後3~5秒後における温度上界速度 $|dT/dt|_o$ との比を示す。すなわち、



4.7図 超音波照射時ににおける温接部の冷却率。

$$\text{冷却率} \equiv \frac{\left| \frac{dT}{dt} \right|_c}{\left| \frac{dT}{dt} \right|_0} \quad (4 \cdot 2)$$

で与えられるものである。

本研究における熱電対探触子法による音強度測定実験は、すべて音強度値を、音波照射開始後 5 秒における dT/dt から求めているので、いまの場合これに加えるべき熱伝導に関する補正は 4・7 図から約 2% 程度であることがわかる。

4-4-4 定在波成分の影響

一般に実在の音場では定在波成分が存在していることが考えられる。

本実験においても、実験水槽内で熱電対プローブを音軸に沿って前後に微小距離移動させてプローブの指示値を求めると、音場の準定常性に対応して、半波長を周期とする周期性が認められた。

4・8 図はその一例を示すもので、950 Hz, 音源からの距離 209 mm の点を横軸目盛の 0 にとつ

て、順次プローブを音源から $1/8$ 波長ずつ遠ざけていき、各莫毎 (0.2 mm ごと) にプローブ指示値を測定したものである。

このような準定常波音場において、熱電対探触子法による音強度値と、鋼球放射圧計の指示値とを比較する場合には、後で述べるように、たとえば 4・8 図の半波長間の空間的平均指示値をもって、熱電対プローブの指示強度とすべきである。

ただし鋼球放射圧計の球に関する α 値が、音場の是在波成分に不感であるようなもの（この点に関しては第 2 章 2・3 図 - 29 頁参照。 $Y_{ST}/Y_p \neq 0$ であるような球を意味する）であることが望ましい。前述のごとく、本実験で使用した $\alpha = 6.0$ のステンレス鋼球は、この条件を十分に満足している。

〔準定常波音場における熱電対プローブ指示値〕

ここで準定常波音場における熱電対プローブの指示値について少しく定量的に考察しておく。

いまこの音場における音圧分布を

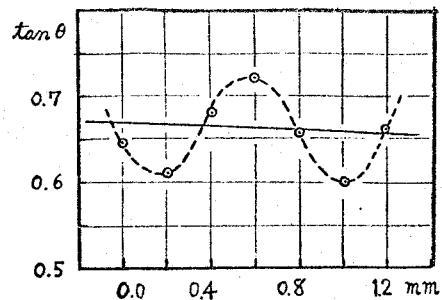


図 4.8 熱電対プローブ指示値の音軸上における空間的変動 (950 Hz)。

$$p = A \sin(\omega t - kx) + B \sin(\omega t + kx)$$

(4.3)

$$\text{とし, } A > B > 0$$

(4.4)

と仮定すれば

$$p = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos 2kx}$$

$$\times \sin \{ \omega t + \phi(x) \} \quad (4.5)$$

と書くことができる。ただし ϕ は水中における波数で

$$\phi(x) = \tan^{-1} \left[\frac{B-A}{A+B} \tan kx \right] \quad (4.6)$$

とする。

したがって準定常波の音圧の node における振幅は $A-B$, loop における振幅は $A+B$ で与えられる。ゆえにフローブで測定される量の最小値は $(A-B)^2$, また最大値は $(A+B)^2$ であり, それの空間的平均値に相当するものは $A^2 + B^2$ で与えられる。

いまこれを 4.8 図の場合に適用してみるよ,

$$A^2 + B^2 = 0.67$$

$$2AB = 0.06$$

である。これから $B/A = 0.045$ を得る。(たがつて

$$A^2 + B^2 = A^2 \left\{ 1 + \left(\frac{B}{A} \right)^2 \right\} = A^2 \{ 1 + 0.002 \} \quad (4.7)$$

である。すなわち 4.8 図の音場においては、熱電対プローブによって測定される量の、半波長内における空間平均値 ($A^2 + B^2$) は、純進行波音場における音強度値 (A^2) にくらべて、0.2% 程度大きい値を示すにすぎない。

一方、上と同じ音場を $\varphi a = 6.0$ の鋼球放射圧計 (必然もしも $\varphi a = 6.0$ であるを必要としない。要は $Y_{ST}/Y_p \neq 0$ であるようなものであればよい) で測定した場合には、28頁 (2.30) 式により、殆んど A^2 に相当する強度値を測定していることになるが、たとえ Y_{ST}/Y_p の値が 0 に近くないような鋼球を使用する場合でも、その空間的平均値を考慮すれば、(2.27) 式により、 $A^2 - B^2$ に相当する強度値を測定していくことになる。本研究における音場条件では ($A^2 + B^2$) と ($A^2 - B^2$) との差は 0.4% 程度であり、問題にならないと考えられる。

4-4-5 鋼球放射圧計の指示値との比較

以上の準備実験により、熱電対探触子法によつて測定された音強度に含まれる誤差、すなわち

- 1) フローバル外枠による音の反射による誤差,
- 2) 热伝導による冷却にもとづく誤差
- 3) 波在波成分による誤差

についての検討がなされた。これらの誤差はいかにも除きあういは補正が可能であることはすでに述べた通りである。

熱電対探触子法には上記の他、吸収媒質の物理的諸定数の測定に関する誤差が含まれるが、それについてもすでに各項目で述べた。その他に記録紙上で測定される dT/dx ($= \tan \theta$) の測定誤差が考えられるか、これは 2% 程度である。

熱電対探触子法による音強度値として、その空間的平均値をとり、これに冷却補正を施したものと、鋼球放射圧計（ステンレス鋼球 $3.00\text{ mm}\phi$, $Ra = 6.0$ ）の指示値について、一連の相互比較実験を行つた。

この比較実験の結果をまとめると、4-1 表のようになる。

オ4.1表 热電対探触子法による音强度値
と鋼球放射圧計 ($\varphi a = 6.0$, ステンレス鋼球)
の指示値との比較実験例.

温度 (°C)	鋼球放射圧 計による强度値 I_s (W/cm²)	熱電対探触子法 による强度値 I_p (W/cm²)	両强度値の 比 I_p/I_s
23.10	0.0605	0.0626	1.04
23.15	0.0628	0.0622	0.99
23.20	0.0586	0.0601	1.03
23.90	0.0618	0.0685	1.11
24.15	0.0624	0.0659	1.06
25.45	0.0998	0.106	1.06
27.75	0.0710	0.0790	1.12

これによると、熱電対探触子法によって求められた音强度値は、 $\varphi a = 6.0$ のステンレス鋼球放射圧計によるそれに比べて $6 (\pm 5) \%$ 程大きいようである。ここに $(\pm 5) \%$ は測定値のはらつきを示すもので、これには熱電対探触子法における dT/dt の測定誤差 $\pm 2 \%$ と、鋼球放射圧計の指示値自体のはらつきが含まれている。この鋼球放射圧計の指示値におけるはらつきのうち、球のかれの測定にかかる誤差は、好条件下において 1% 程度であるが、トラ

ンステューサーの stability その他に原因する誤差を加えると、鋼球放射圧計の指示値のはらつきは $\pm 2.5\%$ 程度である。これはもちろん鋼球放射圧計の絶対精度を示すものではなく、相対的強度値の精度を示すものである。

この強度値比較実験で得られた強度比 1.06 には当然シリコンオイルの物理的諸定数の測定にかかる誤差が含まれているが、これは上記のはらつきには含まれていない。したがって、これらの誤差を含めたこの比較実験、maximum probable な誤差は、 $\pm 7\%$ 程度と考えられる。

以上結果は $k_a = 6.0$ のステンレス鋼球に関する I_p 値を King の理論に従って 0.913 とした場合であった。

第3章5節(61頁)で述べたように、 $k_a = 6.0$ のステンレス鋼球の I_p を、第5章の固体弹性球に関する放射圧理論の与える 0.924 にとれば、 $I_p/I_s = 1.07 \pm 0.07$ となる。ここに I_p は熱電対接触子法による音強度値、 I_s は鋼球放射圧計による音強度値を示す。

4-5 結論

熱電対探触子法によつて得られる音強度の絶対値と銅球放射圧計の与えるそれとの相互比較実験を行つた。

探触子に充填すべき吸収媒質として、DC #10万シリコンオイルを用いた。これに関する超音波吸収係数および比熱を測定し、アローブ杵の影響、冷却効果などを考慮に入れて補正して得られた熱電対探触子法による音強度値は、 $\text{Ra} = 6.0$ のステンレス銅球放射圧計による強度値と 6 % 程度の範囲で一致することを見た。

第5章 固体弹性球に 作用する音響放射圧に關 する計算

5-1 序論

すでに述べたように、平面進行波音場内の剛体球に作用する音響放射圧に関する King の理論は、実験と一致しない。そしてこの King の理論からのすれば、球の弾性振動に原因するものと推論された。(第2章)。

従来放射圧の理論計算は剛体球その他回転椭円体などについてはよくなされており、流体球についてもその圧縮性を考慮に入れた計算が第3章に述べたようにすでに報告されているのであるが、固体球について、その弾性を考慮に入れた理論計算は行われたことがないので、この章では、固体球に作用する音響放射圧を次の仮定、すなわち

- 1) 平面進行波音場
- 2) 等方性の固体弹性球
- 3) 周囲媒質は非粘性流体

の場合について計算する。

以下第2節で、固体弹性球による平面波の散乱を計算し、第3節には、それに作用する音響放射圧の計算を示す。そして二、三の数値計算の結果を第4節に掲げ、これと実験を比較し、超音波強度の絶対測定への応用について議論することとする。

5-2 固体弹性球による平面波の散乱の計算

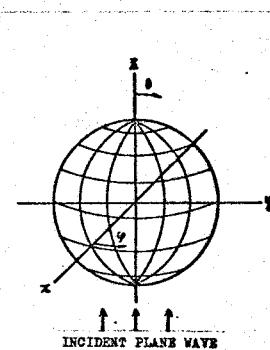
いま、非粘性流体中に自由に置かれた等方性の固体弹性球を考える。

5-1図に示すように、直角座標系 (x, y, z) の原点を球の中心にとり、振動数 $\omega/2\pi$ なる平面波が z 軸の負の方向から入射するものとする。

一般に等方性の固体内では、次の運動方程式がなりたつ²²⁾。

$$(\lambda + 2\mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} u - \mu \operatorname{rot} \operatorname{rot} u = \rho^* \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (5.1)$$

ここに、入ふよび μ はラメの定数、 u は変位、 ρ^* は



第5-1図 座標軸の選定

固体の密度を表わす。(5.1)式の解は, Helmholtz の定理によれば, スカラー ホテンシアル ψ , ベクトル ホテンシアル A を導入することにより, 次の形に表わすことができる。

$$\mathbf{u} = -\operatorname{grad} \psi + \operatorname{rot} A \quad (5.2)$$

ここで球座標 (r, θ, φ) ,

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta$$

を導入すれば, ψ , A は次の形に展開できる。²³⁾

$$\psi = \sum_{n=0}^{\infty} a_n j_n(k_1 r) P_n(\cos \theta) e^{i \omega t} \quad (5.3)$$

$$A_\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} b_n j_n(k_2 r) \frac{d}{d\theta} P_n(\cos \theta) e^{i \omega t} \quad (5.4)$$

ただし変位 \mathbf{u} の φ 成分は 0 と仮定した。ここに a_n , b_n は境界条件によって定められるべき未定係数, j_n はオイラー種球 Bessel 函数, $P_n(\cos \theta)$ はオイラー種帶球函数であり, $k_1 = \omega/c_1$, $k_2 = \omega/c_2$ である。

ただし c_1 , c_2 はそれぞれ固体における縦波速度および横波速度とする。また A_φ は A の φ 成分で, $\theta = 0$ の方向に向いて変位が軸対称であるという条件のもとでは, A の唯一の 0 でない成分である。

いまの場合、

$$\left. \begin{aligned} \text{grad}_r \psi &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(\cos\theta) \frac{d}{dr} j_n(k_1 r) \\ \text{grad}_\theta \psi &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r} a_n j_n(k_1 r) \frac{d}{d\theta} P_n(\cos\theta) \\ \text{grad}_\varphi \psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{また } \text{rot}_r A &= -\frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} b_n n(n+1) j'_n(k_2 r) P_n(\cos\theta) \\ \text{rot}_\theta A &= -\frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{d}{d\theta} P_n(\cos\theta) \{ j_n(k_2 r) + \\ &\quad k_2 r j'_n(k_2 r) \} \\ \text{rot}_\varphi A &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

となる。ただし上式の導入に際し

$$\frac{d}{d\theta} [\sin\theta \frac{d}{d\theta} P_n(\cos\theta)] = -\sin\theta \cdot n(n+1) P_n(\cos\theta) \quad (5.7)$$

の関係を用いた。

したがって変位ベクトル \mathbf{u} の各成分は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_r &= -\frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} [a_n k_1 r j'_n(k_1 r) + b_n \cdot n(n+1) j_n(k_2 r)] P_n(\cos\theta) \\ u_\theta &= -\frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} [a_n j_n(k_1 r) + b_n \{ j_n(k_2 r) + k_2 r j'_n(k_2 r) \}] \\ &\quad \times \frac{d}{d\theta} P_n(\cos\theta) \\ u_\varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

一方、入射平面進行音波の速度ポテンシャル ϕ_i を次の展開式で与える。

$$\phi_i = A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) (-i)^n j_n(kr) P_n(\cos\theta) e^{i\omega t} \quad (5.9)$$

ここに A は入射速度ポテンシャルの複素振幅、又は周囲媒質流体における波数定数とする。また球の外部における速度ポテンシャル ϕ は

$$\phi = \phi_i + \phi_s \quad (5.10)$$

で与えられる。ここに ϕ_s は散乱波の速度ポテンシャルで

$$\begin{aligned} \phi_s &= A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) (-i)^n c_n h_n^{(2)}(kr) \\ &\times P_n(\cos\theta) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (5.11)$$

なる形に展開できる。 $h_n^{(2)}$ は第2種球 Hankel 函数、すなわち

$$h_n^{(2)} = j_n - i n_n \quad (5.12)$$

である。ただし n_n は第2種球 Bessel 函数とする。

以上により入射平面音波の圧力 p_i 、粒子速度の r 成分 u_{ir} はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p_i &= \lambda \omega \rho A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) (-i)^n j_n(kr) \\ &\times P_n(\cos\theta) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$u_{ir} = \frac{iA k}{\omega} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)(-\lambda)^n j_n'(\lambda r) P_n(\cos\theta) e^{i\omega t} \quad (5.14)$$

また散乱音波の圧力 p_s 、粒子速度の r 成分 u_{sr} はそれぞれ

$$p_s = i\omega \rho A \sum_{n=0}^{\infty} c_n (2n+1)(-\lambda)^n h_n^{(2)}(\lambda r) P_n(\cos\theta) e^{i\omega t} \quad (5.15)$$

$$u_{sr} = \frac{iA k}{\omega} \sum_{n=0}^{\infty} c_n h_n^{(2)\prime} (2n+1)(-\lambda)^n P_n(\cos\theta) e^{i\omega t} \quad (5.16)$$

となる。以上の各式における c_n は境界条件で定められるべき未定係数である。

境界条件はいまの場合次のようである。すなわち球の表面 ($r=a$; a は球の半径)において

1) 流体における圧力は、固体における応力の法線成分に等しい。

2) 流体における変位の radial 成分は、固体における変位の法線成分に等しい。

3) shear stress の接線成分は球の表面において零に等しい。

いまの場合、応力の法線成分 [rr] は

$$[rr] = \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (5.17)$$

ここに Δ は dilatation を表わし、

$$\begin{aligned}\Delta &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot u_\theta) \\ &\quad + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} \\ &= k_1^{-2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n j_n(k_1 r) P_n(\cos \theta)\end{aligned}\quad (5.18)$$

である。次に

$$\begin{aligned}n(n+1) j_n(k_1 r) - 2k_1 r j_n'(k_1 r) - k_1^2 r^2 j_n''(k_1 r) \\= k_1^{-2} r^2 j_n(k_1 r)\end{aligned}\quad (5.19)$$

の関係を用いた。したがって (5.17) 式は

$$\begin{aligned}[rr] &= \frac{2\rho^* c_s^2}{r^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left\{ \frac{\sigma}{1-2\sigma} j_n(k_1 r) - j_n''(k_1 r) \right\} \right. \\ &\quad \times k_1^{-2} r^2 a_n - n(n+1) b_n f k_2 r j_n'(k_2 r) - j_n(k_2 r) \\ &\quad \times P_n(\cos \theta)\end{aligned}\quad (5.20)$$

となる。ここに σ は固体の Poisson 比である。またとくにことあることなく、共通の時間項 $e^{i\omega t}$ は省略することとする。

以上各式を用い、また

$$x_1 = k_1 a, \quad x_2 = k_2 a, \quad x = Ra \quad (5.21)$$

とおくと、境界条件 1) に相当して

$$A(x_1) a_n + B(x_2) b_n + C(x) c_n = -D(x) \quad (5.22)$$

を得る。ここに

$$\begin{aligned}
 A(x_1) &= 2\rho^* C_2^2 x_1^2 \left\{ \frac{\sigma}{1-2\sigma} j_n(x_1) - j_n''(x_1) \right\} \\
 B(x_2) &= 2\rho^* C_2^2 n(n+1) \left\{ j_n(x_2) - x_2 j_n'(x_2) \right\} \\
 C(x) &= \frac{i w \rho A x^2}{k^2} (2n+1)(-i)^n \left\{ j_n(x) - i n_n(x) \right\} \\
 D(x) &= \frac{i w \rho A (2n+1)(-i)^n x^2}{k^2} j_n'(x)
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

とする。また ρ は周囲媒質の平衡密度である。

また境界条件 2) に相当して

$$E(x_1) a_n + F(x_2) b_n + G(x) c_n = -H(x) \tag{5.24}$$

ここで

$$\begin{aligned}
 E(x_1) &= x_1 j_n'(x_1) \\
 F(x_2) &= n(n+1) j_n(x_2) \\
 G(x) &= \frac{i A x}{\omega} (2n+1)(-i)^n k_n^{(2)}(x) \\
 H(x) &= \frac{i A x}{\omega} (2n+1)(-i)^n j_n'(x)
 \end{aligned} \tag{5.25}$$

である。

境界条件 3) に相当しては

$$[r\theta] = \mu \left[\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right] = 0$$

であるから

$$I(x_1) a_n + J(x_2) b_n = 0 \quad (5.26)$$

を得る。ただし

$$\begin{aligned} I(x_1) &= 2\{x_1 j'_n(x_1) - j_n(x_1)\} \\ J(x_2) &= (n^2 + n - 2) j_n(x_2) + x_2^2 j''_n(x_2) \end{aligned} \quad (5.27)$$

である。 (5.22) , (5.24) , および (5.26) 式を c_n について解いて、整理すると次式

$$c_n = - \frac{F_n j_n(x) - x j'_n(x)}{F_n h_n^{(2)}(x) - x h_n^{(2)'}(x)} \quad (5.28)$$

を得る。ここに F_n は次式で与えられる。

$$F_n = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{p^*} x_2^2$$

$$\times \frac{\frac{x_1 j'_n(x_1)}{x_1 j'_n(x_1) - j_n(x_1)} - \frac{2n(n+1) j'_n(x_2)}{(n+2)(n-1) j_n(x_2) + x_2^2 j''_n(x_2)}}{\frac{x_1^2 \left\{ \frac{\sigma}{1-2\sigma} j_n(x_1) - j''_n(x_1) \right\}}{x_1 j'_n(x_1) - j_n(x_1)} - \frac{2n(n+1) \{j_n(x_2) - x_2 j'_n(x_2)\}}{(n+2)(n-1) j_n(x_2) + x_2^2 j''_n(x_2)}} \quad (5.29)$$

この結果は、多少形が異なけれども、以前 Faran²³⁾ が行った計算と identical と思われる。しかし彼の式では $\sigma/(1-2\sigma)$ の位置がまちがえられている。

(5.28) 式の C_n は実函数 a_n および β_n を用い

$$C_n = a_n + i\beta_n \quad (5.30)$$

の形に書くことができる。この場合は

$$\alpha_n = - \frac{\{F_n j_n(x) - x j'_n(x)\}^2}{\{F_n j_n(x) - x j'_n(x)\}^2 + \{F_n n_n(x) - x n'_n(x)\}^2} \quad (5.31)$$

$$\beta_n = - \frac{\{F_n n_n(x) - x n'_n(x)\} \cdot \{F_n j_n(x) - x j'_n(x)\}}{\{F_n j_n(x) - x j'_n(x)\}^2 + \{F_n n_n(x) - x n'_n(x)\}^2}$$

となる。

これまでの計算によつて、平面進行入射音波が、半径 a の球に入射するときの散乱係数 C_n が与えられたことになり、(5.10)式の、球の外部における速度ポテンシャル ϕ が決定されたことに相当する。

次節ではこの結果を変形性物体に関する放射圧理論¹⁴⁾に適用することによつて、固体弹性球に作用する音響放射圧を計算する。

5-3 固体弹性球に作用する音響放射圧の計算

音場に自由に置かれた変形性球体に作用する音響放射圧 $\langle F \rangle$ は (3.6) 式のように与えられていて、かたたび (5.30) 式を (5.10) 式に入れて、整理すると、球の外部における速度ポテンシャル ϕ は

$$\phi = A \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)(-i)^n (U_n + iV_n) (\cos \omega t + i \sin \omega t) \times P_n(\cos \theta) \quad (5.32)$$

で与えられる。ここに

$$\begin{aligned} U_n(kr) &= (1+\alpha_n) j_n(kr) + \beta_n n_n(kr) \\ V_n(kr) &= \beta_n j_n(kr) - \alpha_n n_n(kr) \end{aligned} \quad (5.33)$$

である。(たがって

$$R_n = \operatorname{Re} \{ (-i)^n (U_n + iV_n) (\cos \omega t + i \sin \omega t) \} \quad (5.34)$$

と置くことすれば、 ϕ の実数部は

$$\operatorname{Re}\{\phi\} = |A| \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) R_n P_n(\cos \theta) \quad (5.35)$$

となる。この R_n に関する、次式かなりたつ。

$$\langle R_n R_{n+1} \rangle = \frac{1}{2} (U_n V_{n+1} - V_n U_{n+1}) \quad (5.36)$$

(n=0, 1, 2, \dots)

次に、球に作用する放射力を求めるために、まず (3.7) 式によつて $\langle F_r \rangle$ を計算すと、今の場合

$$\int_0^\pi P_n(\cos\theta) P_m(\cos\theta) \sin\theta \cos\theta d\theta$$

$$= \begin{cases} \frac{2n}{(2n+1)(2n-1)} & (m=n-1) \\ 0 & (m < n-1) \end{cases}$$

あよび

$$\langle R'_n R'_{n+1} \rangle = \frac{1}{2} (U'_n V'_{n+1} - V'_n U'_{n+1})$$

であることを用ひよと、けつきてく

$$\langle F_r \rangle = -2\pi \rho x^2 |A|^2$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) (U'_n V'_{n+1} - V'_n U'_{n+1}) \quad (5.37)$$

を得る。

また (3.8) 式の $\langle F_\theta \rangle$ に関するには、

$$\int_0^\pi \frac{d}{d\theta} P_n(\cos\theta) \frac{d}{d\theta} P_m(\cos\theta) \sin\theta \cos\theta d\theta$$

$$= \begin{cases} \frac{2m(m+1)(m+2)}{(2m+1)(2m+3)} & (m=n-1) \\ 0 & (m \neq n-1) \end{cases}$$

であること、および(5.36)式を用いると、けっきょく次式を得る。

$$\langle F_\theta \rangle = 2\pi \rho |A|^2 \sum_{m=0}^{\infty} [n(n+1)(n+2) \times (U_n V_{n+1} - V_n U_{n+1})] \quad (5.38)$$

また(3.9)式の $\langle F_{r\theta} \rangle$ に関する

$$\int_0^\pi P_n(\cos\theta) \frac{d}{d\theta} P_m(\cos\theta) \sin^2\theta d\theta$$

$$= \begin{cases} -\frac{2(n+1)(n+2)}{(2n+1)(2n+3)} & (m=n+1) \\ 0 & (m \neq \binom{n+1}{n-1}) \\ \frac{2m(m+1)}{(2m+1)(2m+1)} & (m=n-1) \end{cases}$$

であること、および

$$\langle R_n R'_{n+1} \rangle = \frac{1}{2} (U_n V'_{n+1} - V_n U'_{n+1})$$

$$\langle R_n' R_{n+1} \rangle = \frac{1}{2} (U_n' V_{n+1} - V_n' U_{n+1})$$

の関係を用いると、けっきょく次式を得る。

$$\begin{aligned} \langle F_{rx} \rangle &= 2\pi \rho x |A|^2 \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ n(n+1) (U_n V_{n+1}' - V_n U_{n+1}') \right. \\ &\quad \left. - (n+1)(n+2) (U_n' V_{n+1} - V_n' U_{n+1}) \right\} \end{aligned} \quad (5.39)$$

最後に (3.10) 式の $\langle F_x \rangle$ に関しては、

$$\int_0^\pi P_n(\cos \theta) P_m(\cos \theta) \sin \theta \cos \theta d\theta = \begin{cases} \frac{2n}{(2n+1)(2n-1)} & (m=n-1) \\ 0 & (m \neq n-1) \end{cases}$$

であること、および

$$\langle \frac{\partial R_n}{\partial t} \frac{\partial R_{n+1}}{\partial t} \rangle = \omega^2 \langle R_n R_{n+1} \rangle$$

の関係を用いると、結局次式を得る。

$$\langle F_x \rangle = -2\pi \rho x^2 |A|^2 \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) (U_n V_{n+1}' - V_n U_{n+1}) \quad (5.40)$$

以上によつて、入射速度 A テンシアル振巾 $|A|$ なる平面進行波音場内に自由に置かれた、半径 a の球に作用する音響放射力が求められたことになり、それは (5.37), (5.38), (5.39) および (5.40) の各式の和として与えられる。これが音の進行方向に作用する放射力である。

いま、平面進行波音場における平均エネルギー密度を \bar{E} とすれば、これは

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \rho k^2 |A|^2 \quad (5.41)$$

で与えられる。いまの場合も、前章までと同様に、

$$Y_p = \frac{\langle F \rangle}{\pi a^2 \bar{E}} \quad (5.42)$$

によって定義される無次元の量 Y_p (平面進行音波に関する音響放射圧函数) を導入すると、これはつきよく次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Y_p = & \frac{4}{\chi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[(n+1)(V_n' U_{n+1}' - U_n' V_{n+1}') \chi^2 \right. \\ & - n(n+1)(n+2)(V_n U_{n+1} - U_n V_{n+1}) \\ & + \{ n(n+1)(U_n V_{n+1}' - V_n U_{n+1}') \right. \\ & - (n+1)(n+2)(U_n' V_{n+1} - V_n' U_{n+1}) \} \chi \\ & \left. + (n+1)(V_n U_{n+1} - U_n V_{n+1}) \chi^2 \right] \quad (5.43) \end{aligned}$$

5-4 数値計算

(5.47) 式で与えられた音響放射圧函数 Y_p の数値計算を、大阪大学計算センターの電子計算機によって行った。

Y_p はいまの場合、 $c, c_1, c_2, \rho^*, \rho, \chi (= \tau_0 \alpha)$, α の函数である。数値計算に際しては周囲媒質は、 $\rho = 1.00 \text{ g/cm}^3$, $c = 1500 \text{ m/sec}$ の水とした。これはほぼ 20°C の蒸留水に相当する。

計算に使用したその他の物理定数は、オ 5・1 表に示した通りである。ただし市販のステンレス鋼球

オ 5・1 表 数値計算に用いた球の物理定数

Material	Density (g/cm ³)	Poisson's ratio σ	Compressional velocity c_1 (m/sec)	Shear velocity c_s (m/sec)
Brass	8.10	0.300	3830	2050
Steel	7.81	0.288	5945	3252
Stainless Steel	7.90	0.264	5240	2978

の材質は一般にオーステナイト系 18-8 鋼であり、表におけるステンレス鋼に関する定数は、18-8 鋼線についての実測値を示す。

はじめに、プログラムミングのチェックのために、著者の理論の、剛体球への極限が、King の理論と

一致するかどうかを見るための数値計算を行つた。
その結果は従来の剛体球に関する Y_p の計算値 (23
頁参照) と全く一致するものであった。

5.2表および5.3表に、それぞれ黄銅球および
鋼球に関する Y_p の計算結果を示す。

*5.2表 黄銅球に関する Y_p の計算値

ka	Y_p	ka	Y_p
1.50	0.6344	5.00	0.9468
1.75	0.6870	5.25	0.8321
2.00	0.7694	5.50	0.9495
2.50	0.9578	5.75	0.9946
3.00	1.0421	6.00	0.9824
3.50	1.3082	6.25	0.9490
4.00	1.0531	6.50	0.8694
4.25	1.0283	6.75	0.6913
4.50	1.0037	7.00	0.8354
4.75	0.9334	7.25	0.9491

表5.3 鋼球に関する Y_p の計算値

ka	Y_p	ka	Y_p
1.00	0.3839	4.75	0.8725
1.25	0.5508	5.00	0.8615
1.50	0.6358	5.25	0.8347
1.75	0.6825	5.50	0.7317
2.50	0.8579	5.75	0.6226
3.00	0.8756	6.00	0.9032
3.50	0.8850	6.25	0.9256
4.00	0.8807	6.50	0.9266
4.25	0.8811	6.75	0.9245
4.50	0.8789	7.50	0.9000

ステンレス鋼球に関する Y_p の計算値を、5.2図
および 5.4 表に示す。

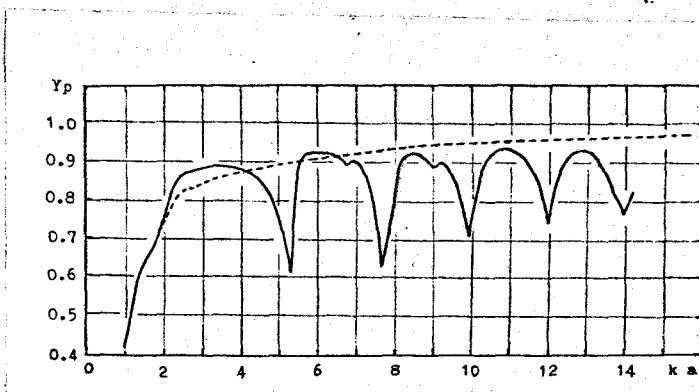


図5.2 図 ステンレス鋼球に関する Y_p
の理論値。点線は King の理論曲線
をあらわす。

#5-4表 ステンレス鋼球に與する Y_p の計算値.

ka	Y_p	ka	Y_p	ka	Y_p
0.00	0.000000	6.00	0.9242	12.00	0.7349
0.25	0.003718	6.25	0.9197	12.25	0.8525
0.50	0.04945	6.50	0.9121	12.50	0.9158
0.75	0.1852	6.75	0.8865	12.75	0.9312
1.00	0.3839	7.00	0.9051	13.00	0.9310
1.25	0.5510	7.25	0.8750	13.25	0.9163
1.50	0.6359	7.50	0.7959	13.50	0.8617
1.75	0.6827	7.75	0.6259	13.75	0.8125
2.00	0.7468	8.00	0.8442	14.00	0.7673
2.25	0.8199	8.25	0.9138	14.25	0.8653
2.50	0.8644	8.50	0.9220		
2.75	0.8734	8.75	0.9110		
3.00	0.8827	9.00	0.8767		
3.25	0.8908	9.25	0.8959		
3.50	0.8888	9.50	0.8745		
3.75	0.8830	9.75	0.7869		
4.00	0.8772	10.00	0.7112		
4.25	0.8716	10.25	0.8731		
4.50	0.8586	10.50	0.9233		
4.75	0.8265	10.75	0.9338		
5.00	0.7222	11.00	0.9322		
5.25	0.6077	11.25	0.9218		
5.50	0.9081	11.50	0.8952		
5.75	0.9265	11.75	0.8250		

5-4 理論と実験との比較

黄銅球、鋼球、およびステンレス鋼球に関する Y_p 値の Ra 依存性についての実験は、すでに第2章で示したのであるが、ここではそれらと本理論との比較を行おう。

黄銅球に関する結果を 5.3 図に示す。この図において、実線は本理論の数値計算の結果である。破線は剛体黄銅球に関する King の理論曲線を示す。

すぐ後に、鋼球、ステンレス鋼球に関する図を示すのであるが、各図において、 Ra 値の小さな領域 ($Ra \approx 2$) では、 Y_p の値は剛体球に関する理論値と弾性球に関するものは、ほとんど一致しているが、 Ra が 2 より大きくなるにつれて、固体弾性球理論による Y_p 値の King の理論曲線からのずれが大きくなり、球の自由振動のノルマルモードに対応して、 Y_p の値に一

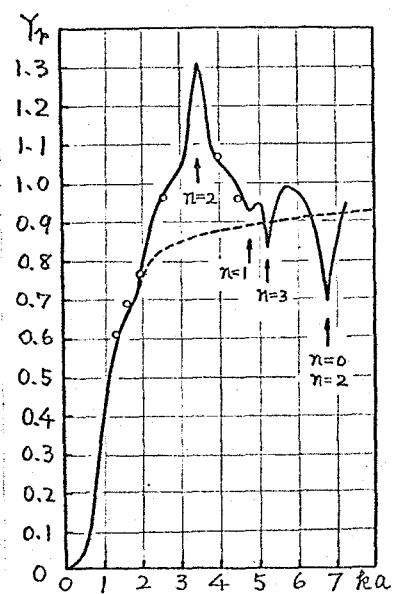


図 5.3 黄銅球に関する $Y_p - R_a$ 曲線.

— present theory
--- King's curve
... 测定値

速の極大、極小を生じる。

各図において矢印の下の番号は、対応する自由振動の規準型をあらわす。たとえば、 $n=0$ および $n=2$ は、それぞれ pulsation および spheroidal vibration に相当している。

5.3 図において $\circ\circ$ は黄銅球について得られた Y_p の測定値を示すが、ここでは $\text{た} \alpha = 2.0$ における測定値を、固体弹性球に関する理論曲線上にのるように規格化して示した。このようにすれば他の測定値は、King の理論曲線にはのらないが、固体弹性球に関する理論曲線にはよくのるようである。

この図において、 $\text{た} \alpha = 3.5$ に見える大きなピークは $n=2$ (spheroidal vibration) の、また $\text{た} \alpha = 5.3$ に相当する谷は $n=3$ の、そして $\text{た} \alpha = 6.8$ にある大きな谷は $n=0$ (pulsation = radial vibration) の、それぞれ自由振動のノルマルモードの基本振動数に相当している。ただし $\text{た} \alpha = 6.8$ は $n=2$ の規準型のオーダー高調振動数にも相当している。⁽³⁰⁾

Y_p の測定値は本理論とよく一致していると思われ、しかもオヌ章で述べた、 $\text{た} \alpha$ が 3 ～ 4 の範囲では、黄銅球に関する Y_p の実験値は、剛体球に関する

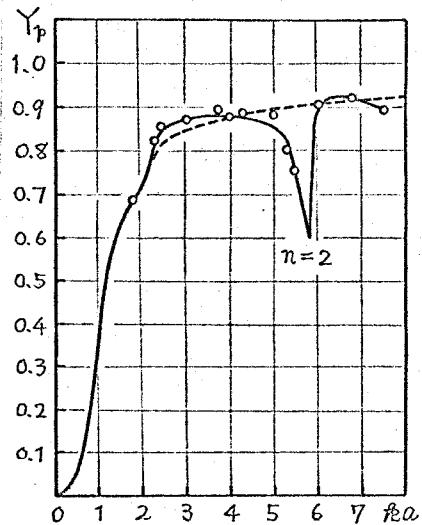
る King の理論値よりも 20-30 % 程度大きいといふ実験事実（38 頁）と完全に符合するものである。

鋼球に関する結果を 5・4 図に示す。本理論の与える Y_p 値は $\omega a \leq 2$ では前述のように King の理論値とほとんど一致しているが、 $\omega a \leq 4$ では、King の理論値より 2-3 % 高い値を示している。

$\omega a = 5.8$ における大きな谷は、 $n=2$ の規準型の基本振動に相当している。

この図における測定値。。。は、2・6 図（36 頁）から鋼球に関する値だけを抽出したものであり、 $\omega a = 4.0$ で本理論と一致するよう規格化して示した。このようにすれば他の測定値も、比較的本理論と一致する。

ステンレス鋼球に関する結果を 5・5 図に示す。本理論の与える Y_p 値は King の理論値にくらべて $\omega a \leq 3.5$ では 3-4 % 大きな値を示している。また $n=2$ つまり spheroidal vibration の



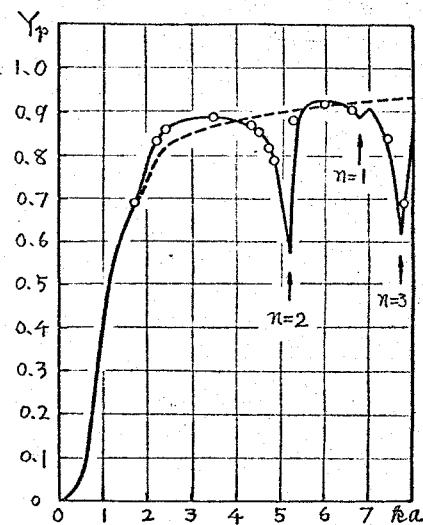
5・4 図 鋼球に関する $Y_p - \omega a$ 曲線。

— present theory
--- King の理論曲線
... 測定値

の規準型の基本振動は、鋼球の場合 ($\text{Ra} = 5.8$) より低い振動数で生じ、 $\text{Ra} = 5.2$ がそれに相当している。 $\text{Ra} = 6.8$ にある微細な谷は $n=1$ の、また $\text{Ra} = 7.8$ にある大きな谷は $n=3$ の、それそれ規準型の基本振動に相当する。

この図における測定値。。。はやはり 2・6 図のステンレス鋼球に関する値のみを抽出したもので、 $\text{Ra} = 3.5$ で本理論曲線によるように規格化して示した。このようにすれば測定値は本理論曲線とよい一致を見ることがわかる。

すなわち 2・6 図で鋼球とステンレス鋼球に関する測定値を一括してプロットしたときに現われた、 $\text{Ra} = 5-6$ 付近の 2 つの谷は、第 2 章で推論した通り、それそれステンレス鋼球と鋼球の spheroidal vibration の共振振動数に対応するものであったことがわかる。



第 5.5 図 ステンレス鋼球に関する Y_p - Ra 曲線。

— present theory

--- King の理論曲線

。。。測定値

5-6 超音波強度の絶対測定 への応用

以上述べたように、著者の固体弹性球に関する放射圧の理論は、 γ_p 対 r_a の関係において、黄銅球、鋼球、ステンレス鋼球に関する実験値とよく一致をみてい。そしてこの測定値は、従来鋼球放射圧計の基礎として採用されて来た King の理論とは一致しないことが明らかとなつた。

したがつて超音波強度測定に関する応用として、著者の放射圧理論を、鋼球放射圧計法に適用すれば、King の理論を用いる場合よりも、より真の値に近い強度値が得られるであらう。

しかしこの際、音強度の精密な測定には、球の自由振動のノルマルモードに対応する r_a の球の使用はさけるべきであらう。なぜなら、このような領域では、 γ_p 対 r_a 曲線の勾配が急でありすぎて、

γ_p の正確な値を知り難いと同時に、 r_a のわがかの変化に対して、球に作用する放射力 $\langle F \rangle$ の値が大きく変動する可能性があるからである。

この意味からも、鋼球放射圧計として黄銅程度の硬さの球を使用すべきでないことは明らかである。

また鋼球またはステンレス鋼球の場合でも、次の
たるに相当する至る球の使用はさけるべきである。
すなわち鋼球の場合には

$$4.5 \leq R_a \leq 6.0 \quad \text{および} \quad R_a \geq 7$$

ステンレス鋼球においては

$$4.2 \leq R_a \leq 5.5 \quad \text{および} \quad 9.0 \leq R_a \leq 8.3$$

などである。

実験によると、 R_a の比較的大きな球 ($R_a \geq 14$)
については、固体弹性球に関する本理論の与える χ_p
値は、使用する球の物理定数の僅少の変化に対して
大きな変動を示すから、球の物理定数の誤差を考え
れば、このような領域では理論値とより一致は期
待できない。

しかし弹性球に関する理論曲線の平均的な値を採
用すれば、 R_a の大きな領域においても、ある程度
の精度で絶対音強度の測定に使用できるであろう。

《各種測定法による絶対音強度値の相互比較》

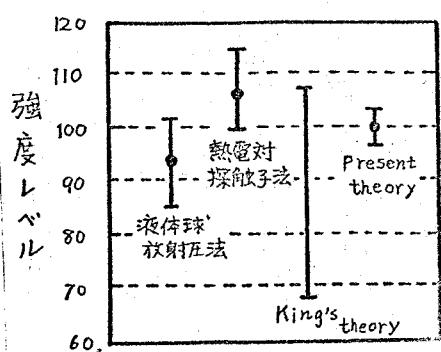
これまで各種の測定法による音強度測定値の相互
比較実験を行つて来たが、本研究でこれまでに得ら
れた各データを総括して示すと 5・6 図のようにな

る。この國においては、固体弹性球に関する理論を鋼球放射圧計に適用して得られる超音波絶対強度を 100 とした。この場合の相対精度は $\pm 2.5\%$ の程度である。

同じ鋼球放射圧計に従来の King の理論を適用した場合には、球の共振に原因する誤差を含めて、最大 30% 程度の誤差を生じる可能性がある (36 頁参照)。

鋼球放射圧計に、固体弹性球に関する理論を適用した場合においても、これによる音強度と、液体球放射圧法および熱電対探触子法による音強度値にはなお \pm 数 % の差が存在する可能性があるが、これは相互比較実験の誤差の範囲内にあると考えることができるものである。

鋼球放射圧計に著者の理論を適用し、前記のとく球の α 値を適確に選べば、これによって得られる絶対音強度値の絶対精度に関しては、5-6 図からほほ明らかであるが、現段階では $\pm 7 \sim 8\%$ 程度と見積っておくのが妥当と考えられる。



第 5.6 図 各測定法による絶対強度値の相互比較。固体弹性球に関する本放射圧理論を鋼球放射圧計に適用して得られる超音波絶対強度を 100 ($\pm 2.5\%$) とした。

5-7 結論

平面進行波音場内に自由に置かれた固体球について、その弾性を考慮に入れた音響放射圧を計算した。

放射圧対 ω/a の関係を示す曲線は、球の自由振動の各ノルマル・モードに対応して、鋭い極大または極小を示した。

著者の研究室において測定された、放射圧対 ω/a の関係は、King の理論には従わず、この固体弾性球に関する計算とよい一致をみた。

この理論の結果を音強度測定に関する応用として、鋼球放射圧計法に適用すれば、King の理論を用いる場合よりも、より真の値に近い強度値が得られるであろう。この場合、球の自由振動の共振に近い ω/a の球は用いない方がよい。測定に適する ω/a の範囲は、5-6 節に示した通りである。

第6章 総括

本研究では、数百 kHz 以上の水中超音波強度の絶対測定法の一つとして従来用いられてきた鋼球放射圧計について、その強度指示値に含まれる誤差、要因と誤差の程度を明確にし、1次音響標準としての鋼球放射圧計の精度を向上させる問題について検討した。

第2章において、平面進行波音場からの departure の影響を eliminate して行われた著者の実験によれば、鋼球およびステンレス鋼球に作用する音響放射圧に対する曲線と、従来、鋼球放射圧計の理論的基礎として採用されてきた、King の剛体球に関する放射圧理論によるそれとの差は、 λ/α がほぼ 4 以下では比較的小さいが、 λ/α が 4 より大きくなると、この差は増大し、放射圧に対する曲線に谷を生ずるに至ることを見た。King の曲線からのこゝれは、球の弾性振動によるもので、観測された曲線の谷は球の共振に対応するものと推論した。

第3章において、平面進行波音場とみなしうる音場条件のもとで、鋼球放射圧計による音強度値と、

液体球に作用する音響放射力の測定から得られる音強度値とを比較した。それによると、 $R_a = 6.0$ のステンレス鋼球放射圧計の指示値に、前記 King の理論の結果を適用して得られる音強度値は、球の圧縮性を考慮に入れた、吉岡・河島の理論を液体球に適用して得られる音強度値よりも 7~8 % 程度大きい。この差は本比較実験の maximum probable の誤差の範囲内にあると考えられるが、液体球の球至、音の振動数および実験温度を変えても、この値に変化はみられなかった。

第4章では、熱電対探触子によつて得られる音強度値と、鋼球放射圧計の与える音強度値との相互比較実験を行つた。それによると、プローブ棒の影響、冷却効果などを考慮に入れて補正して得られた、熱電対探触子法による音強度値は、 $R_a = 6.0$ のステンレス鋼球放射圧計による強度値にくらべて 6~7 % 程度大きな値を示した。この差は本比較実験の maximum probable の誤差の範囲内に入る程度のものであった。

第5章においては、平面進行波音場内に自由に置かれた固体球について、その弾性を考慮に入れた音響放射圧を計算した。その結果によると、放射圧対

たの曲線を示す曲線は、球の自由振動の各ルマール・モードに対応して、鋭い極大または極小を示す。著者の研究室で測定された放射圧対、たの曲線は、前記 King の理論には従わず、この固体弹性球に関する計算とよい一致を見た。

音強度測定に関する應用として、本理論を鋼球放射圧計法に適用すれば、King の理論を用いる場合よりもより真の値に近い強度値が得られるであろう。この際、球の自由振動の共振に近いたの球は使用しない方がよい。

従来、鋼球放射圧計の示す相対強度値の精度に関しては殆んど明らかでなかった。本研究の結果によれば、King の理論を採用する限り、それは最大30%にもあらう。しかしながら固体弹性球に関する理論を上記のように適用すれば、相対強度値に關し 2% の精度を得ることも困難ではない。

しかし、鋼球放射圧計に、固体弹性球に関する理論を適用した場合においても、それによって得られる音強度値の絶対精度に関しては不明の点もあるが、液体球放射圧法および熱電対探触子法との比較実験から推定して、現段階では土々へ 8% 程度と見積つておくのが妥当と考えられる。

謝 辞

本研究は、大阪大学産業科学研究所音響材料研究室において、1966年4月から約4ヶ年にわたり行われた。その間終始懇意な御指導をえられた、吉岡勝哉教授に対し、ここに謹んで感謝の意を表します。

さらに、学会活動を通じ、終始激励して下さった大阪大学産業科学研究所 加藤金正教授に深く感謝致します。

また数値計算に際し、貴重な御助言を賜った大阪大学工学部応用物理学教室 牧之内三郎助教授、測定装置の設計と測定に多大の御援助をいただいた本音響材料研究室 大村彰技官に深く感謝致します。

参考文献

- (1) Ch. Sörensen, Absorptions-, Geschwindigkeits- und Entgasungsmessungen im Ultraschallgebiet. Ann. Phys. 26 (1936) 121-137.
- (2) J. Awatani, Absolute intensity measurement of supersonics in liquid by physical pendulum. Mem. Inst. Sci. & Industr. Res., Osaka Univ. 12 (1955) 103-109.
- (3) 宮吉純一・原田耕作, 液体中強力超音波強度の簡易測定法. 応用物理 18 (1949) 271-277.
- (4) G.E. Henry, Ultrasonic output power measurements in liquids. IRE Trans. Ultrasonic Eng. PGUE-6 (1957) 17-31.
- (5) Lord Rayleigh, On the pressure of vibrations. Phil. Mag. 3 (1902) 338-346.
- (6) M. Kotani, An acoustical problem relating to the theory of Rayleigh disc. Proc. Phys.-Math. Soc. Japan 15 (1933) 30.
- (7) L. von King, On the acoustic radiation pressure on spheres. Proc. Roy. Soc. A 137 (1935) 212-240.
- (8) K. Söllner and C. Bondy, The mechanism of coagulation by ultrasonic waves. Trans. Farady Soc. 32 (1936) 616.
- (9) E. Klein, Absolute sound intensity in liquids by spherical torsion pendula. J. Acous. Soc. Amer. 9 (1938) 312.
- (10) F.E. Fox, Sound pressure on spheres. J. Acous. Soc. Amer. 12 (1940) 147.
- (11) F.E. Fox and G.D. Rock, Ultrasonic absorption in water. J. Acous. Soc. Amer. 12 (1941) 505.

- (12) 和田英一, 超音波球輻射圧計.
応用物理 18 (1950) 277.
- (13) T.F.W.Embleton, Mean force on a sphere in a spherical sound field. J.Acou.Soc.Amer. 26 (1954) 40.
- (14) K.Yosioka and Y.Kawasima, Acoustic radiation pressure on a compressible sphere. Acustica, 5 (1955) 167-173.
- (15) J.Awatani, Studies on acoustic radiation pressure. I,II. J.Acou.Soc.Amer. 27 (1955) 278-286.
- (16) K.Yosioka, Y.Kawasima and H.Hirano, On the absolute measurement of ultrasound intensity by radiation force on a solid sphere.
Mem.Inst.Sci. & Industr. Res., Osaka Univ. 21 (1964) 13-23.
- (17) 吉岡勝哉, 平野英幸, 河島幸彦, 球形音響輻射圧計の指示値について. 音響学会講演論文集. 昭33.5月(1958)39.
- (18) T.Hasegawa and K.Yosioka, Acoustic radiation force on a solid elastic sphere.
J.Acou.Soc.Amer. 46 (1969) 1139-1143.
- (19) K.Yosioka, T.Hasegawa and A.Omura, Comparison of ultrasonic intensity from the radiation force on steel spheres with that on liquid spheres. Acustica, 22 (1970).
- (20) 吉岡勝哉, 長谷川高陽, 大村彰, 液体球への音響放射圧による音強度値と鋼球放射圧計によるそれとの相互比較.
電気通信学会超音波研究会資料 US66 (1967) 02
- (21) T.Hasegawa and K.Yosioka, Errors involved in intensity values from the acoustic radiation force on steel spheres. Rep. 6th I.C.A. (1968) K 61.

- (22) A.E.H.Love, A treatise on the mathematical theory of elasticity. (Dover Publications, New York, 1944) 4th edition, p.286.
- (23) J.J.Faran, Sound scattering by solid cylinders and spheres. J.Acou.Soc.Amer. 23 (1951) 405-418.
- (24) R.Hickling, Analysis of echoes from a solid elastic sphere in water.
J.Acou.Soc.Amer. 34 (1962) 1582-1592.
- (25) 実吉・菊地・能本, 超音波技術便覧 (日刊工業新聞社) p.421.
- (26) W.J.Fry and R.B.Fry, Determination of absolute sound levels and acoustic absorption coefficients by thermocouple probes. (Experiment.)
J.Acou.Soc.Amer. 26 (1954).311.
- (27) K.Yosioka, Y.Kawasima and H.Hirano, Absolute determination of high ultrasonic intensities by thermo-electric probes. Mem.Inst. Sci. & Industr. Res., Osaka Univ. 18 (1961) 15-22.
- (28) A.O.Williams, The piston source at high frequencies. J.Acou.Soc.Amer. 23 (1951) 1-6.
- (29) R.Bass, Diffraction effects in the ultrasonic field of a piston source.
J.Acou.Soc.Amer. 30 (1958) 602.
- (30) A.E.H.Love, A treatise on the mathematical theory of elasticity. (Dover Publications, New York, 1944) 4th edition, p.141.

講演ならびに論文目録

本研究に関する講演ならびに論文は次の通りである。

I 講 演

「液体球への音響放射圧による音強度値と銅球放射圧計によるそれとの相互比較」

第1報 電気通信学会超音波研究会
昭和41年2月

第2報 電気通信学会超音波研究会
昭和42年2月

第3報 日本音響学会
昭和42年5月

「銅球放射力計の誤差について
日本音響学会
昭和42年11月

「銅球放射力計による音響強度値と熱電対プローブによるそれとの比較」

電子通信学会超音波研究会
昭和44年2月

「固体弹性球に作用する音響放射力について」

第1報 電子通信学会超音波研究会

昭和44年2月

第2報 日本音響学会

昭和44年5月

第3報 日本音響学会

昭和44年10月

II 論 文

" Errors Involved in Intensity Values from the Acoustic Radiation Force on Steel Spheres."

Rep. 6th I.C.A. (1968) K 61.

" Acoustic Radiation Force on a Solid Elastic Sphere."
J. Acous. Soc. Amer. 46 (1969).

" Comparison of Ultrasonic Intensity from the Radiation Force on Steel Spheres with that on Liquid Spheres."
Acustica, 22 (1970).

「液体球への音響放射圧による音響強度値と鋼球放射力計によるそれとの相互比較」

電気通信学会超音波研究会資料 US 66-02 (1967)

「鋼球放射力計による音響強度値と熱電対法による
によるそれとの比較」

電気通信学会超音波研究会資料 US 68-02 (1969)

「固体弹性球に作用する音響放射力について」

電子通信学会超音波研究会資料 VS 68-02 (1969)