

Title	<書評> Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques, 1938, Albert Lautman
Author(s)	近藤, 和敬
Citation	年報人間科学. 26 P. 295-P. 302
Issue Date	2005-03-31
Text Version	publisher
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/25869">https://doi.org/10.18910/25869</a>
DOI	10.18910/25869
rights	

**Osaka University Knowledge Archive : OUKA**

<http://ir.library.osaka-u.ac.jp/dspace/>

Essai sur les notions de structure et d'existence  
en mathématiques, 1938

Albert Lautman

近藤和敬

アルベル・ロトマン (Albert Lautman, 1908-1944)。彼の名が現在知られているのは、概ねジル・ドゥルーズ (Gilles Deleuze, 1925-1995) の引用によるところが大きい。しかし、ロトマン自身に關する研究は日本においてはほとんどといっていいほど存在せず、その状況は世界的に見ても大差はない。彼について知られていることといえば、同時代のフランスの数学の哲学者ジャン・カヴァイエス (Jean Cavailles 1903-1944) やジャック・エルブラン (Jacques Herbrand 1908-1931) らと親交深く、カヴァイエス同様、第二次代戦中にレジスタンス活動の最中、ナチスによって殺害された数学の哲学者であったという事実ぐらいである。

ドゥルーズのいくつかの著作において、ロトマンはほとんど唐突とっていいような仕方、しかしドゥルーズの理論の総体にとつて本質的な部分において引用される。例えば、『差異と反復』、第三章「思考のイマージュ」における、「問題というカテゴリーの存在論的重要性と認識論的重要性」の項目において、「あの驚くべき作品を書いたアルベル・ロトマンより適切に、次のようなことを指摘できた者は誰もいない——問題とは、何よりもまず、「現実存在 existence するものの偶然的状況」に關する、プラトニックな〈Idées〉、すなわち弁証法的な觀念の間の理念的な連結 liaisons idéelles であるのだが、そればかりでなく、問題は、数学的、あるいは物理学的などなどの場において求められる解の構成要素の實在的關係 [relations réelles constitutives] の中で現実化されるのだ、ということである」(原文 p.212—213、邦訳 p.252) という形でロトマンをひ

くのである。ここに引用される内容は、確かにロトマンによって主張される内容を引き受けている。ここで書評される彼の著作、『数学における構造と現実存在の観念に関する試論』*Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, 1938)における結論部において、彼独自の主張である、 $\wedge$ 数学が受肉するところの、問題としての *Idees* の弁証法的運動によるリアリティ $\vee$ は、まさにドゥルーズの引用するような意味で展開される。それに関するある程度詳しい内容の記述は後に回すことにして、むしろ、このようにドゥルーズによって引用されることによって見えなくなりがちであるロトマン自身の位置する文脈を素描することにした。また、それによって、ドゥルーズ自身の研究だけでは見えてこない、ドゥルーズの引きずる文脈をも明らかにすることができればとも思う。

60年代のフランスにおける現代思想の激動の背景として一般に挙げられるのは、サルトルらの実存主義とフッサールの現象学に対する反動を土台に、ソシュールに始まる記号学、フロイトに始まる精神分析の諸成果を受けたテルケル派の文芸批評、レヴィヒストロウスの構造主義人類学、ラカンの構造主義的精神分析などである。思想の流行として、しばしば実存主義に対して構造主義が現われたのだと盛んに論じられる場合もある。構造概念は一般に、ソシュールの一般言語学講義に現われるシステムティックな構想と、ブルバキの構造主義数学の構想とに由来すると言われ、またドゥルーズやデリダ、フーコーはその構造主義を批判したことからポスト構造主義などとと言われることさえもある。このような思想の潮流があったこ

とは否むべきではないし、これについてはすでに多くの研究があるのでこれ以上言葉を費やす必要もないだろう。しかし、これらの極めて流行的で雑誌的で、悪く言えば派手な思想に隠れるように、それとは別の思想の系譜が確かに存在したことに關しては、何か言うことが必要であるかもしれない。それはフランスにおける数学の哲学の系譜である。その系譜は、20世紀初頭当時のドイツやイギリスにおいて展開した最新の哲学を、ある意味で最も積極的に吸収しながら、独自の理念に従って急成長を遂げようとしていた分野である。比較的内に閉じこもりがちであるフランス哲学の風習に反して、数学の哲学は、当時他の諸科学との連繫によって大陸で急激に勢いをもち始めていた分析哲学と、それが得意とする当時の現代数学とを、積極的に取り込んでいた。それはポアンカレ、ブランシュヴィック以降の系譜であり、すなわち、彼らの影響の下で前出のカヴァイエス、ロトマン、エルブランらが形成し、後にM・セルル、Y・シナスオー、J・T・ドゥザンティ、G・G・グランジエ、J・ヴェイマシラと続くことになる系譜である。この系譜においては、コーエンに代表される新カント学派の影響が重要な意味を持ち、また、バシユラールやゴンセツラディアレクティカ派と通底するような、ダイナミックな弁証法的運動と生成の合理論が一つのまとまった主題として形成され、また、ロトマンが「概念主義」*conceptualiste* と呼び、カヴァイエスが「概念の哲学」*la philosophie du concept* と呼ぶあるオリジナルの立場が土台となる。この三つの要素の重要性は、それほど不思議でもないかもしれないが、ロトマンを引用する

ドゥルーズにおいてまた、共通するものでもある。

このような文脈をより明確に規定するためにも、ロトマンの著作の内容に移りたいと思う。この著作、『数学における構造と現実存在の観念に関する試論』は、彼の博士論文であり、全体として二部構成になっており、その前後に序論と結論が付け加えられている。

その第一部は、「構造の図式」と題され、第二部は「生成 *genesis* の図式」と題されており、それぞれが三章構成になっている。以下にその簡単な内訳を示すことにしておく。

#### 第一部…構造の図式

第一章…局所と大域／微分幾何学と位相幾何学／閉群の理論／関数の概表現

第二章…内的諸特性と帰納された諸特性／リーマン多様体上の平行／構造の諸特性と代数位相幾何学における位置の諸特性／双対性の定理／還元の世界

第三章…絶対性への上昇／ガロワ理論／類体論／被覆普遍面／リーマン面上での代数関数の一意化

#### 第二部…生成の図式

第四章…本質と実在／代数関数理論における存在定理／類体論における存在定理／群の表現理論

第五章…混合体／ヒルベルト空間／解析関数の正規族

第六章…実在の例外的な特性について／ポアンカレの方法／解析関数の特異性

章立ての部においては、それぞれ多岐にわたる数学の諸分野にお

ける具体的な諸理論、諸定理を題材に、それらを分析していくので、

まずもってそれらの分析の全体像と方向性そしてその意図を掴んでおく方が望ましいだろう。この著作の基本理念はその序文に現れている。それは端的にいえば、数学に固有のリアリティを研究することである。それは彼自身が言うように、当時の論理主義あるいは、言語中心主義的な数学の哲学に反対するものであり、それが締め出すことになった数学固有の存在論的位相を取り出すことにその本願があるといえる。そのような方法としてロトマンが採用するのは、

ブランシュヴィックが行うように数学の諸理論がなす動的な生成を、数学者の心理にも、演繹の論理にも還元されない第三の水準において捉えようとするものと、ヒルベルトが行うように数学をメタ数学の観点から形式化、構造化しようとするものという、ある意味で相矛盾する二つの方法の総合である。ロトマンにとって、数学の諸理論が織り成す生成について語ることは、諸数学の問題とその現実的な解決の方法への配慮なしには、なんら意味も持ち得ない。そこに現われる「数学のある種の理論の運動を支配しているように見える」(『Idees』は、「数学とは独立して理解可能なものとして、直接的に研究する余地はない」)①く、「それが共謀して入り込む素材との関係によってしか、実在しない」②のであり、またそこにこそ、「数学に卓越した哲学的価値」③が存在するのである。このようなアプローチは、いわゆるブルバキのように公理論的集合論にすべての数学を還元できるというような分かりやすい形式主義、構造主義の立場とも違うし、あるいは、一般にブランシュヴィックに対して言わ

れるような心理主義あるいは主知主義とも異なる。また、論理実証主義の立場に対しては根本的に異なる立場となる。問題は理論の内と外、有限の全体と、それを超え出る「外の無限」との間の弁証法的運動であり、それが実現するところの具体的諸理論間の現実的關係である。

以下ではそれぞれの章において扱われるテーマと、それぞれにおいて扱われる素材を一瞥しておこう。第一章においては、問題となる数学的存在の局所的な特性と大域的な特性との間のなす連帯性が分析される。ここでは例えば、リーマン幾何学の大域的特性とクラインの幾何学の局所的特性の關係が論じられる。あるいはリーマン積分の大域的構想と、ワイヤルシュトラウスの解析的延長の局所的構想とのスタイルの違いとその關係が論じられる。第二章においては、閉コンパクトな多様体は、そうでない多様体に対してある種の特権を持ち、一般に前者の研究を後者の研究へと引き伸ばすことを確認する。ここでは主に、位相幾何学における複体とその補空間の *Betti* 数の間の双対性の分析が行われる。第三章においては、数学のリアリティが、不完全なものから出発して完全なものを定義する方法の可能性の中に見出されることが論じられる。ここでは例えば、ガロワ理論における類体論が考察される。また、第四章では、代数関数と類体論における「存在定理」 *théorème d'existence* が具体的に調べられ、主に現実存在の用語で解釈された構造が研究される。第五章においては、ある領域とその領域上で生まれる新たな存在との間の移行を媒介する「混合体」 *les mixtes* の作用が分析され

る。その混合体の例としてはヒルベルト空間と、解析関数の正規族が挙げられ分析される。第六章においては、ポアンカレの特異点理論が取り上げられ、領域の側に属するにもかかわらず、その上に存在する解に対して支配的で例外的であるような実在が研究される。

このような過程を通して、ロトマンが狙うのはいかなる賭け金であるのか。ロトマンのこの著作の狙いは、最初に書いたように、数学に固有のリアリティを取り出すことである。結論部の最初に、四つのリアリティが挙げられる。1・数学的事実。2・数学的存在。

3・数学の理論。4・イデーの連繫。1や2の水準におけるリアリティの主張は、現代ではあまりに素朴な数学的プラトニズムと混同されている。また、いわゆるブルバキの構造主義のようなりアリティは、3の公理的な理論と理論間の關係の構造にそのリアリティを見出す。ロトマンの独自性は、それを4の段階にまで引き伸ばすことである。さらに、ロトマンの主張に従えば、1は2によって成り、2は3によって組織化され、3は4によって受肉されることになる。

ロトマンは、19世紀の非ユークリッド幾何学以前の数学を参照するP・ブートルの著作を引用しながら、数学的事実が、数学の存在、例えば楕円の觀念の、現実的に区別される諸特性として組織化されることを主張する。しかし、その一方で、ブートルが主張するように、数学的存在が、それを表現する論理的な諸理論から独立であるとは、もはや言うことはできない。20世紀の現代数学においては、数学的事実もそれを「成立させる」 *consister* 数学的存在も、共にそれを表現する公理や理論や、あるいはその理論をその上にお

いて形成する領域に対して相対的になる。ロトマンはここで、非常に分かりやすい一つの例を挙げる。数 $21$ は、有理数体上では、 $21 = 3 \times 7$ を得るが、もし仮に、その有理数体に $\sqrt{5}$ を加えて得られる $K(\sqrt{5})$ 上におくときは、 $21 = (1+2\sqrt{5})(1-2\sqrt{5})$ をも得ることが出来る。即ち、 $21$ という数の特性は、それが埋め込まれている体のもとのみ意味のある研究を行うことができるというわけである。

しかし、ロトマンが考察するのは、数学のこのような形式的側面だけではない。このような形式的で論理的な組織化に双対的な作用として取り上げるのが、「問題の緊急性の経験」l'expérience de l'urgence des problèmes<sup>(6)</sup>である。これは、数学的というよりもむしろ「外数学的」extra-mathématique<sup>(7)</sup>な直観に従うものであり、「思考の無限の権能」pouvoir<sup>(8)</sup>の経験である。そして、この問題の緊急性こそが論理的な理論に相対的なア・プリオリであり、数学の哲学の役割とは、「理論の只中で演じられる論理的なドラマの意識を捉えること」であるとされる。では、このような連続するIdéesとはどのようなものであるのか。それは例えば、この著作でも取り上げられるような、全体と部分、連続と非連続といった二つの観念であり、そのような観念の図式が、論理的な理論に先行するア・プリオリとして諸理論を活性化し、それを現実的な理論として受肉するのである。したがって、このようなドラマを捉えるためには、その具体的な論理への配慮を抜きにしてはその意味を失うことは明白であるだろう。

ロトマンにおいて本質的なのは、このア・プリオリの認識、Idéesの直観であるが、ではロトマンにおけるこのIdéesはいかなるものであるのか。ロトマンは、このIdéesを、20世紀のプラトン解釈から引いてくる。「プラトンに関する現代のすべての注釈は、反対に、Idéesが叡智界 monde intelligible の不動で還元不可能な本質ではなく、Idéesはそれらの到来を司るより高次の弁証法の図式に従ってお互いに結びついている」ということを主張していた<sup>(9)</sup>。これは主に、L. Robin, J. Stenzel, Beckerらの仕事を引き受けてのことであるが、彼らの仕事は、Idéesの生成に関してだけでなく、数の生成に関して、Idées-nombresの支配的な役割をも明確にしたのである。Idées-nombresに関して、「 $\langle \sim \rangle$  L'Un と  $\langle \sim \rangle$  la Dyadeは二者＝単位 l'Unitéが二つの新たな単位 unitésに分割する継起的な反復の過程によって Idées-nombresを引き起こす<sup>(10)</sup>」とされる。それはBeckerによると、「つまりは以下のような図式を意味することになる<sup>(11)</sup>。

この図式は、Idées同様、「通常の数」 nombres ordinairesをも構成することができる。この Idées-nombresは、その生成の命令によって、通常の数と同様に、Idéesとしての数をも持つ。またこの Idéesは時間の中に、あるいは世界の中には存在しないがゆえに、「前と後の秩序」 un ordre de l'antérieur et du postérieur (l'ordre de l'avant et de l'après)<sup>(12)</sup>のみにしたがって生産される。Idéesの生成は、世界の生成に先行する。さらに、「Idéauxな数が前もつてと後での秩序 l'ordre de l'avant et de l'aprèsに従った本質の規

定の原理であるなら、「数の数」、要は「それ自身を数えるこの分割に優先する本質の分割の原理」が存在する可能性は無い」(註と、Stenzel を引用しながら述べている。つまりは、Idées と数の生成の間で受肉するメタ数学が、メタメタ数学に取って代わられる可能

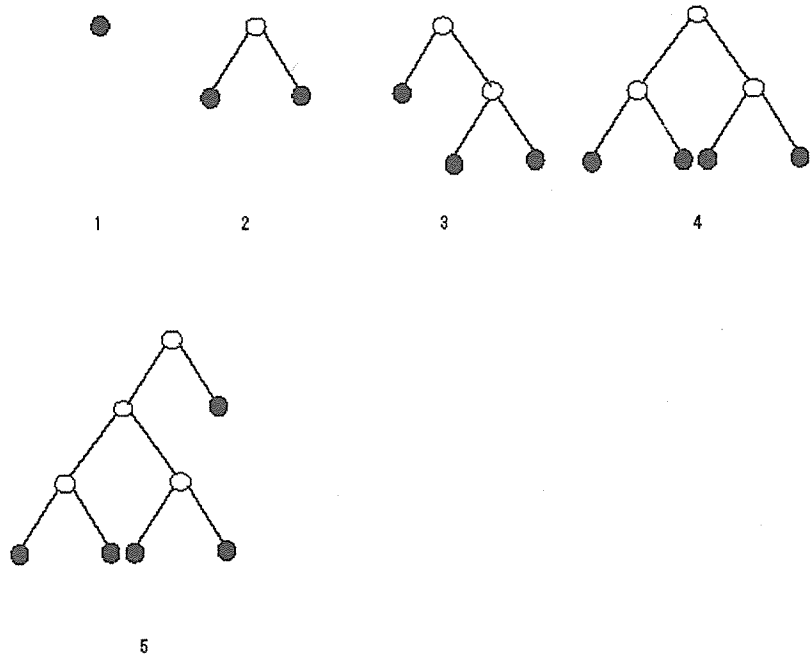


図 1 : Idées-nombres の生成図式。『試論』 p.151 の図 10 より転写。

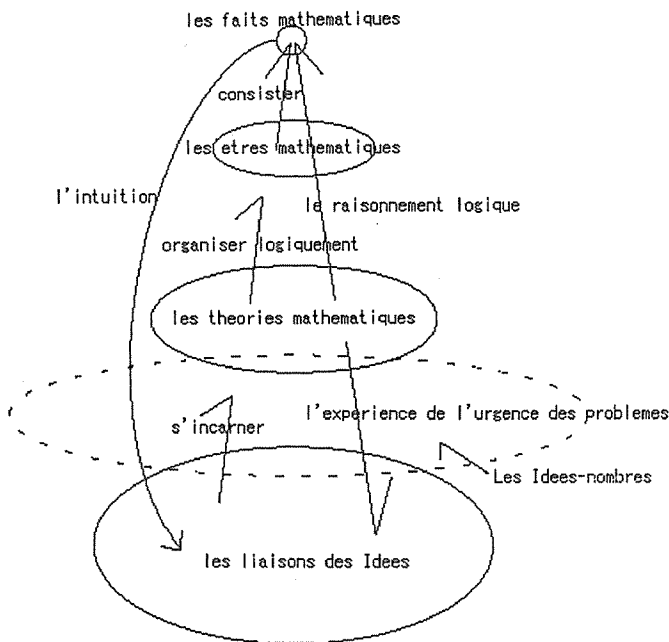


図 2 : ロトマンにおける réalité の生成図(アクサン等は作図の都合上省略)

性がないということである。Idées-nombres とは、生成の図式そのものであり、Idées と「世界」の生成を可能にしている条件であり、いかなれば Idées の Idées であるとさえ言えないだろうか。それは、ロトマンが、Idées と数とに同時に優越する、一つの「数学」 une mathématique と呼ぶものであり、それを取り出すことが、ロトマンにおける数学の哲学の仕事であるというわけである。

ロトマンのこの異様なプラトニズムをまとめると、上のような図式になる。ロトマンにとってメタ数学とは、数学の諸理論を超出しながら、そのア・プリオリな諸理念の連繫 la liaison des Idées を回復すること、「再統合」réunion (註)の試みであり、また、そのような上昇によってのみ、生成と構造の図式、あるいは弁証法を可能にする図式の「ドラマ」(註)を再演することが可能になるのである。そのように論理的理論と、直観的 Idées の両義的な図式を取り出す数学の哲学、あるいはメタ数学は、あるいは、現実存在と超感性的存在との間の膜のようなものであり、その弁証法は、まさに膜によって襞を生み出す。生成する襞は、外なる無限と内なる組織化との間で、それらをずらし、再活性化し、命を吹き込むのである。

注

- (一) Gilles Deleuze, *Différence et répétition*, puf, 11<sup>ed.</sup> 2003, 1<sup>ed.</sup> 1968, p.212-213.
- (二) Albert Launman, *Essai sur les notions de la structure et d'existence en mathématiques*. Herman, 1938, p.142.
- (三) Jean Cavailles, *Sur la logique et la théorie de la science*, J. Vrin, 1997, 1946, p.90.
- (四) A. Launman, *前掲書* p.14.
- (五) 同書 p.14.
- (六) 同書 p.14.
- (七) 同書 p.15.
- (八) 同書 p.149.
- (九) 同書 p.149.

- (10) 同書 p.150.
- (11) 同書 p.151.
- (12) 同書 p.151.
- (13) 「それぞれの図式は、単位から構成される、いくつかの単位が、通常の数の中で現動化し(それらは黒く塗られた円によって表現される)、他のものは隠される(白い円)が、全ては、より高くに位置づけられる単位の二分割によって帰結する。イデアルな数は、そのとき、現動化している単位と隠されている単位の方法によって算術の数を生じる図式である」。

- (14) 同書 p.152, p.153.
- (15) 同書 p.153.
- (16) 同書 p.152.
- (17) 同書 p.147.
- (18) 同書 p.149.

書誌情報

- 『科学哲学国際会議』 Le Congrès international de philosophie des sciences : (du 15 au 23 septembre 1935)
- 『数学とリアリティ』 Mathématiques et réalité : 1936
- 『数学における構造と現実存在の観念について』(パリ大学文学部文学博士 主論文) *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques: 1937: thèse principale pour le doctorat es lettres présentée par Albert Launman,....Faculté des lettres de l'Université de Paris.*
- 『現在の発展における数理論理学の統合と試論』 *Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel : 1937*
- 『構造の図式』 *Les Schemas de structure : 1938 Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques : 1*
- 『生成の図式』 *Les Schemas de genèse : 1938 Essai sur les notions de stru*



*ture et d'existence en mathématiques : 2*

『数学の弁証法的構造についての新たる研究』 *Nouvelles recherches sur*

*la structure dialectique des mathématiques : 1939*

『物理学と数学にさける対称性と非対称性 時間の問題』 *Symétrie et*

*dissymétrie en mathématiques et en physique : Le problème du temps :*

*1946*

『数学の統合について』 *Essai sur l'unité des mat*

*hématiques et divers écrits : 1976*