Title	On the first main theorem of holomorphic mappings from C^2 into Q_(n-1) (C)
Author(s)	Suyama, Yoshihiko
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	http://hdl.handle.net/11094/25977
DOI	
rights	
Note	

【9】

氏　名・(本籍)	陶（す）　山（やま）　芳（よし）　彦（ひこ）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	第　3429　号
学位授与の日付	昭和50年6月16日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	C から $Q_{n-1}(C)$ への正則写像に関する第1主定理について
論文審査委員	(主査) 教 授 尾関 英樹
	(副査) 教 授 村上 信吾　教 授 柴田 敬一

論文内容の要旨

この論文はL.V.Ahlforsによって与えられた正則写像の等分布理論と呼ばれるものの拡張を目的としている。

f をガウス平面 C から複素射影空間 $P_n(C)$ の正則写像とする。仮定として像 $f(C)$ は $P_n(C)$ のいかなる超平面にも入らないとする。この時

$$V(t)=\left\{ z\in C : \log|z|<t \right\},$$

$P_n(C)$ の各超平面 ξ に対して

$$n(t, \zeta)=V(t)_\wedge f^{-1}(\xi) \text{ の点の個数}$$

とおく。Ω を $P_n(C)$ 上のFubini-Study metricより導かれる2次形式で $\int_{P_n}\Omega^n=1$ なる様に正規化されたものとする。この時Counting function $N(\gamma, \xi)$ とOrder function $T(\gamma)$ が次によって定義される。

$$N(\gamma, \xi)=\int_0^\gamma n(t, \xi)\,dt,$$

$$T(\gamma)=\int_0^\gamma dt\int_{V(t)} f^*\Omega。$$

この時，Ahlforsの第一主定理は次の形で述べられる。

$$N(\gamma, \xi)+m(\gamma, \xi)-m(0, \xi)=T(\gamma),$$

ここで，$m(\gamma, \xi)$ は $\gamma\in R^+$ と $P_n(C)$ の各hyperplane ξ に対して定まる非負の関数である。この定

理と Crofton の公式と呼ばれる定理から“Pn（C）のほとんど全ての hyperplanes は f（C）と交わる”という分布定理が得られる。Ahlfors 理論においては更に，第二主定理と呼ばれるものがあってそれにより“一般の位置にある任意の（$n+2$）個以上の hyperplanes の族は必ず f（C）と交わる”という事がわかる。

f を C^2 から複素二次超曲面 Q_{n-1}（C）（$n \geqq 3$）への正則写像で，ある非退化の条件を満たすものとする。ここで Q_{n-1}（C）は Pn（C）の固定された超曲面である。今，R^{n+1} の2次元線形空間よりなる Grassmann manifold G(R) を考え，その G(R) の各元に対して，それと直交する Pn（C）の（$n-2$）次元空間は全て C^{n+1} の（$n-1$）次元複素部分空間から作られる（$n-2$）次元複素射影空間 P_{n-2}（C）となる。また，この射影空間と Q_{n-1}（C）との交わりは（$n-3$）次元の複素二次超曲面 Q_{n-3}（C）である。そこで各 $\alpha \in$ G(R) に対し，上の方法で対応させた Q_{n-1}（C）の（$n-3$）次元複素二次超曲面を ξ_α とする。

この論文においては，上の正則写像 f と族 $\{\xi_\alpha\}$ に対して Ahlfors 理論の拡張を考えている。

Q_{n-1}（C）が G（R）の2重被覆空間である事より，G（R）の代りに Q_{n-1}（C）を族 $\{\xi_\alpha\}$ の表示空間として用いる事ができる。また Ω が Q_{n-1}（C）上の形式として Q_{n-1}（C）のある変換群により不変である事及び，ξ_α は，Q_{n-1}（C）上，Ω^2 の Poircare clual である事，これらにより我々の場合に Crofton の公式を証明する時，Ahlfors 理論におけるとほとんど同様の取り扱いが可能となる。この論文の主な結果は次の通りである。(1) 第一主定理　(2) Crofton の公式　(3) 分布定理。もっと詳しく述べる。

$$\Delta(\gamma = \left\{ (z_1, z_2) \in C^2 : \log | z_i | < \gamma (i = 1, 2) \right\},$$
$$n(\Delta(\gamma), \alpha) = \sum_{p_i \in \Delta(\gamma),\ f(p_i) \in \xi_\alpha} n(p_i, \alpha)$$

とおく。ここで，$n(p_i, \alpha)$ は $f(C^2)$ と ξ_α の $f(p_i)$ における交点数である。Counting function と Qrder function は次で定義される。

$$N(\gamma, \alpha) = \int_0^\gamma n(\Delta(t), \alpha)\ dt,$$
$$T(\gamma) = \int_0^\gamma dt \int_{\Delta(t)} f^*\Omega^2。$$

この時，第一主定理は

$$N(\gamma, \alpha) + m(\gamma, \alpha) - m(0, \alpha) = T(\gamma)$$

と述べられる。ここで，$m(\gamma, \alpha)$ は $\gamma \in R^+$ と各 ξ_α に対して定まる非負の関数である。Crofton の公式は次の通りである。

$$\int_{Q_{n-1}} n(\Delta(t), \alpha)\, \Omega_\alpha^{n-1} = 2 \int_{\Delta(t)} f^*\Omega^2。$$

最後に分布定理は“像 f（C^2）は，ほとんど全ての $\{\xi_\alpha\}$ と交わる”と述べられる。

論 文 の 審 査 結 果 の 要 旨

本論文は，複素２次元空間 C^2 より複素 n 次元射影空間 Pn（C）内の複素２次超曲面 Q_{n-1}（C）への正則写像 f に対し，価分布理論を展開し，いわゆる第一基本定理とクロフトンの公式が成立することを示したものである。

価分布理論は，関数論において，一変数の場合に，ネバリンナに始り，アールホースが C^1 よりPn（C）への正則写像に対し，その理論を展開し，第一，第二基本定理，クロフトンの公式を示した。最近，この理論の多変数の場合への拡張がいろいろな立場から試みられつつある。本論文もこの立場からの研究成果の一つである。

Pn（C）の複素２次超曲面 Q_{n-1}（C）を１つ固定する。Q_{n-1}（C）においては，その中の２次元低い部分多様体で Q_{n-3}（C）と同型なものが，Q_{n-1}（C）自身をパラメーター空間として得られることが示される。これを $\{\xi_\alpha : \alpha \in Q_{n-1}(C)\}$ とする。f を C^2 より Q_{n-1}（C）への正則写像で，非退化，かつ，どの ξ_α にもその像が含まれないものとする。この条件のもと，f と $\{\xi_\alpha\}$ に対し，個数関数，位数関数が定義される。このとき第一基本定理が一変数の場合と同じ形で成立する。更に Pn（C）の基本型式 Ω を用いてクロフトンの公式が得られ，これらの結果を用いて，分布定理“f は殆どすべての ξ_α と交わる”が得られる。以上が本論文の内容で，理論の展開，証明には，Q_{n-1}（C）がリー群の育次空間であること，及び基本型式 Ω を有効に利用している。

以上，本論文は，価分布理論における多変数への拡張の試みの一つとして，非常に興味ある結果を示しており，今後の発展に大きく寄与するものと考えられ，理学博士の学位論文として十分価値あるものと認められる。