Osaka University Knowledge Archive

Title	管内を流動する急減圧気液二相流の研究
Author(s)	越智, 順治
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3052249
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

管内を流動する
急減圧気液二相流の研究

平成２年10月

越　智　順　治

目　次

目次 ---------- i - ii
記号 ---------- iii - iv

第１章　序論 ---------- 1
　１．１　まえがき ---------- 1
　１．２　従来の研究 ---------- 2
　１．３　この研究の目的 ---------- 4

第２章　相変化を伴う気液二相流の圧力損失 ---------- 6
　２．１　まえがき ---------- 6
　２．２　実験装置 ---------- 7
　２．３　実験結果 ---------- 8
　２．４　圧力降下，クォリティおよび管摩擦係数の間の関係 ---------- 11
　２．５　減圧沸騰二相流の管摩擦係数の検討 ---------- 14
　２．６　結言 ---------- 16

第３章　非平衡状態にある気液二相 ---------- 18
　３．１　まえがき ---------- 18
　３．２　理論解析 ---------- 18
　　３．２．１　モデルならびに現象論的輸送方程式 ---------- 18
　　３．２．２　基礎方程式と，系変化に対する伝達関数 ---------- 20
　　３．２．３　輸送係数について ---------- 27
　３．３　計算結果と検討 ---------- 31
　　３．３．１　気液各相の温度及び圧力変化 ---------- 34
　　３．３．２　質量流束及びエネルギ流束 ---------- 39
　　３．３．３　変化の時定数を決定するα^*，β^* ---------- 42
　３．４　結言 ---------- 43

第４章　臨界状態にあるノズル内気液二相流 ---------- 44
　４．１　まえがき ---------- 44
　４．２　気液二相流を記述する基礎方程式 ---------- 45
　４．３　質量流束及びエネルギ流束 ---------- 46

４．４　気相，液相の熱力学的関係 ---------- 48
４．５　臨界状態にある先細ノズル内流れ ---------- 49
４．５．１　非平衡状態にあるときの臨界流 ---------- 49
４．５．２　飽和平衡状態にあるときの臨界流 ---------- 52
４．５．３　相間に質量及びエネルギ輸送のないときの臨界流 ---------- 55
４．６　臨界状態にある先細ノズル内流れの計算結果 ---------- 56
４．６．１　先細ノズル内の流動状況 ---------- 57
４．６．２　入口クォリティx_oの相変化に及ぼす影響 ---------- 60
４．６．３　臨界圧力，臨界速度及び臨界流量 ---------- 64
４．７　結言 ---------- 71

第５章　先細ノズル内二相臨界流の三層モデルによる解析 ---------- 72
（二成分二相流の場合）
５．１　まえがき ---------- 72
５．２　混合層を考慮したモデル ---------- 73
５．３　先細ノズル内臨界流の数値計算 ---------- 75
５．３．１　混合比x_{mg}，x_{mf}及びクォリティx_o ---------- 75
５．３．２　流路内各層の速度，圧力，温度変化 ---------- 77
５．３．３　臨界速度，臨界圧力及び臨界流量 ---------- 82
５．４　先細ノズル内臨界流の実験 ---------- 86
５．４．１　実験装置 ---------- 86
５．４　２　ノズルスロート部の気液分布 ---------- 87
５．４．３　臨界圧力及び臨界流量 ---------- 90
５．５　結言 ---------- 92

第６章　総括 ---------- 93

謝辞 ---------- 95

参考文献 ---------- 96

記　号

A　：流路断面積
A_i　：気液界面面積
A_w　：壁面面積
C_p　：定圧比熱
C_v　：定容比熱
D　：管内径
E　：蒸発過程で1，凝縮過程で0をとる係数
f_i　：気液界面の摩擦力
G_L　：放出ガス質量
h　：比エンタルピ
j　：気体分子の自由度
J_{dg}　：放出ガスのエネルギ流束
J_m　：質量流束
J_u　：エネルギ流束
k　：Boltzmann定数
L_{uu}，L_{um}，L_{mm}　：輸送係数
m　：質量
m_{mol}：分子の質量
p，P：圧力
p^*　：両相圧力差
P'　：無次元圧力
q　：単位断面積当りの質量流量
R　：気体定数
$\dot{S}$　：エントロピ変化速度
s　：Laplace変換の変数，比エントロピまたは，速度比（$=u_g/u_f$）
t　：時間
T　：温度
u　：速度，または，比内部エネルギ
U　：内部エネルギ
v　：比容積
V　：体積
V'　：無次元比容積
W　：質量流量
$\triangle V_1$：系の体積変化量

$\triangle V_2$：吐き出し質量の占める体積

$\triangle V = \triangle V_1 + \triangle V_2$

x　：クォリティ

z　：流れ方向距離

Z　：無次元距離

α，β：式(3.36)

β　：開口比

α^*，β^*：式(3.78)，(3.79)

δ　：両相のτあるいは$\mu\tau$の差を示す

ε　：界面からのエネルギ輸送量

ζ　：気液界面の傾き

η　：管入口の飽和液の静圧と動圧の比

θ　：温度変化量

κ　：比熱比

λ　：管摩擦係数

λ_x　：局所管摩擦係数

λ_m　：平均管摩擦係数

μ　：化学ポテンシャル

ρ　：密度

τ　：摩擦応力，または，絶対温度の逆数

ϕ　：系内の気相容積比，または，ボイド率

$\triangle$　：係数行列式(4.28)

$\triangle\omega$　：式(3.75)

添字

g　：気相

f　：液相

gf　：両相の差を示す

m　：混合層

o　：入口状態または，初期の平衡状態を示す

t　：スロート部状態

s　：飽和状態

l　：局所状態

第１章　序　論

１．１　まえがき

流路内に気体と液体の混在する流れは工業上よくみられる現象である。この気液二相流については，古くは，ボイラーの蒸発管内の流れから現在の原子炉の冷却系に至るまで，その流動及び伝熱に関して数多くの研究がなされてきた。動力プラント以外にも化学プラントあるいは冷凍機内の冷媒の流れや液化ガスの輸送など管内で蒸発あるいは凝縮を伴う流れは多く，その気体と液体の種類，流量割合，及び流路の形状，方向などによって流動現象も複雑に変化する。この様な相変化を伴う二相流では，流れ方向に一様な流動様式と見なして扱うことが出来ず，流路の広い範囲にわたる流れの諸量の解析では，相変化のない二成分二相流の場合に比べて，適切なモデル化が困難な場合が多い。

管内を流動する二相流では流路断面の変化や管摩擦などに起因する圧力変化を伴い，気液二相間に相変化を生じ，界面を通して質量や熱の輸送が行われる。外部からの加熱及び流動状態の変化が急激でない場合には，気液二相の状態も相間で飽和平衡に近い状態が保たれていると見なされる。従来，流路内を流れる気液二相の流動に対して両相が飽和平衡状態にあるとして取り扱うことも多く，長管路内の流れなど，比較的状態変化の緩やかな流れでは，この仮定を用いた解析で十分な場合が多い。ここでは，最初に流動様式が入口から出口まで連続的に変化する長管路内の一成分気液二相流について，とくに圧力損失について流動条件が与える影響について検討した。(1)

一方，Lavalノズル内の気液二相流などに見られるように，流路断面積の急激に変化する流れでは，その状態変化も急激で，気相と液相の間に飽和平衡状態の仮定は成り立たなくなる。これは，気相と液相の間の熱力学的な状態変化の速さに起因し，相間の圧力の変化に比べて温度の変化が遅いため，相間に熱力学的非平衡状態が生じた流れになる。このような流路内にある気液二相は，臨界流に近い高速流になるほど非平衡の程度は大きくなり，相変化も十分でない流れになってくる。

一般に，急変化する気液二相の流動に関する解析では，この非平衡の影響を考慮にいれた解析が必要であり，このときの相間の質量及びエネルギ輸送量につい

て知ることは重要であると考えられる。流路内の非平衡状態にある流れに生じた気液二相の相変化への適用に先立ち，まず，静止した一成分気液二相の理想的な系を用い，気相側容積の急膨張によって生じた二相間の非平衡状態に対し，相間の質量及びエネルギ輸送に気体分子運動論から得られる結果を適用し，両相の圧力，温度等が平衡状態に推移していくときの時間的な変化の様子並びにこのときの諸量の変化過程に関する特性を把握することにした。[2]

静止系気液二相の結果は，急減圧する流路内の二相流に適用される。例えば，臨界状態にある先細ノズル内の気液二相流では，流路の急縮小にしたがい，流体は急激に加速し大きな圧力低下を生じる。気液二相が入口で飽和平衡に近い流れであっても，膨張する気体の温度降下は，液体に比べてはるかに大きいため下流のノズル出口ほど気液間に生じる非平衡状態は増大する。ここでは，この非平衡が気液二相の臨界流に及ぼす影響について検討し，両相が飽和平衡状態にあるときと相変化のない流れの場合について，臨界流に現れる結果の違いを明らかにした。[3]

さらに，先細ノズル内の気液二相臨界流については，気液の流動形態によっても，その流量や圧力比に影響を受けることが知られている。すなわち，均質に分散した二相が等速度で流れる均質平衡流から，二相が完全に分離した流れまで，管内を流動する気液の様々な分布を考慮した解析が必要となる。ノズル内では，気液の密度差が大きいほど，スロート近くでは気液の速度差も大きくなり，気液界面のせん断力によって液滴や気泡の巻き込みが生じ，界面近傍は気液の混在した複雑な流れが観察される。この気液の分布を考慮した解析モデルには，気相と液相の中間に両相の混在する混合層を置く三層モデルをとり，混合層内の気液の割合をパラメータにとり臨界状態にある諸量の変化を調べた。また，実験でもこの混合層内の気液の分布を測定し，臨界流に及ぼす影響を確認した。[4,5]

1．2　従来の研究

高圧の液体が容器から減圧，沸騰しながら流出する流れやノズル，オリフィスなど断面積の急変化する流路などに見られる急減圧下の二相流や蒸発管内の沸騰気液二相流の流動に関する解析では，管軸方向に連続的な相変化を伴うため流動様式も下流では大きく変化する。このため両相の速度やボイド率など流れの諸量の決定や圧力損失を評価することは，一般には困難である。これらの一成分気液二相流に対し，水－空気などの二成分二相流で流動様式も一定の状態にある場合を扱い，この実験結果をもとに一成分の解析に適用しようとするものが多い。

従来，ボイラーの蒸発管内の流れに関連してBenjamin-Miller[6]など多くの研

究がされてきたが，その中でも，相変化を伴う気液二相流の圧力損失については，Martinelli-Nelson[7]があり，これは大気圧近くの二成分二相流の実験結果をもとに，二相の圧力損失を単相のみの流れとの相関をとることで整理したLockhart-Martinelli[8]の結果をさらに高圧の沸騰二相流に拡張したものである。この相関はただ一つの変数で整理され，現在でもよく用いられているが，測定値と30%程度の誤差の範囲内では有効である。

蒸発管中の圧力損失について圧力及びクォリティの広い範囲にわたる Thom[9]の実験結果がある。二相の全圧力降下のうち加速及び重力項を除いた摩擦損失については，出口クォリティに対し管路の入口から出口まで等温変化を仮定し，平均的な摩擦係数を定義している。

これらは，いずれも流動様式に関して考慮されていないが，赤川ら[10]は蒸発管の予熱部，蒸発部，過熱部に置ける摩擦損失特性について，流量，圧力，加熱量，サブクーリングなどの影響を摩擦係数一定の均質流に対して一つの特性値で整理できることを示した。さらに，液化ガスの圧力損失については，Hesson[11]の管摩擦損失の実験結果や，Chawla[12]の水平な蒸発管内環状流における圧力損失についての研究があり，気相割合，流量，加熱量に関係した実験結果を得ている。

静止系にある気液二相の相変化に対し，Schrage[13]は，気体の分子運動論を用いて気液界面で蒸発及び凝縮過程にあるときの質量輸送量を，蒸発または凝縮係数を用いて表した。Bornhorst-Hatsopoulos[14,15]は，不可逆過程の熱力学を適用し，両相の温度差とケミカルポテンシャルの差を用いて，質量流束及びエネルギ流束を現象論的輸送方程式で表した。また，輸送係数の決定についてその実験的方法について言及している。

一成分二相流では，流路内の流動にともなって，蒸発または凝縮過程にあり，とくに高速流動や断面積変化の著しい流路内では，二相は飽和平衡状態に達していない流れとなっている。このような非平衡状態にある気液二相流に関しては，Richter[16]や，Lavalノズル内流れに対する Rohatgi-Reshotko[17]，フラッシング流に対するDagMalnes[18]などがあり，これらは，Plesset-Zwick[19]などの解析に見られるような，気泡の発生とその成長過程に基づき，緩和時間を実験的結果から決める方法をとっている。また，臨界流量に対するノズル形状の影響について，Sozzi-Sutherland[20]は多くの実験データを示した。液体窒素のノズル内の圧力分布についてはSimoneau[21]の測定がある。先細ノズル内の非平衡状態にある気液二相の臨界流では，Henry-Fauske[22]があり，平衡状態との相関を実験的に求めたものである。これらは，流路内の気液二相が非平衡状態にあるときの相変化については，いずれも実験的であり，蒸発及び凝縮を伴う二相流に対し気液界面を通して輸送される質量及びエネルギについての特性を明らかにしたものではない。

このほか，気液二相の臨界流については，多くの報告[23-33]があるが，その

中でも，甲藤[34,35]は，飽和平衡状態にある二相に分離流モデルを用い，基礎方程式のみから臨界条件を決定した。従来，二相流の臨界条件には流量一定（dW/dp=0），あるいはスロート部で圧力勾配が最大（dp/dz= maximum value）などの仮定をとる場合が多いが，甲藤はこのような仮定を置くことなく二相の連続式，運動量式，エネルギ式，熱力学第一法則を連立させることから直接臨界条件が得られることを示した。これらは先に提案された小笠原の解析[36-38]に基礎を置いたものであり，後に，数土らの解析[39,40]へと発展している。

相変化のない二成分二相流の臨界流について，Wallis-Sullivan[41]は，分離流モデルを用い，ノズル形状の影響について実験的解析を報告している。また，臨界流あるいは，二相流全般に対する解説[42-44]も行っている。

1．3　この研究の目的

流体が管路内を流動するとき，管摩擦や流路断面積の変化にともなって圧力変化が生ずる。これは気液二相流の場合にも同様であるが，一成分二相流の場合は圧力変化にしたがって相変化を伴うため，加速が著しく流体抵抗はますます大きくなって来る。また，気相は液相に比べて加速されやすいことから二相の相対速度は下流ほど大きく，先細ノズルなどでは気相の急激な温度降下に対し液相からの熱移動が十分に補われず，スロート近くでは気液間の温度差は大きく，熱的非平衡な二相流となっている。

一般に，冷媒の輸送など長管路の場合には，二相は平衡に近い状態で流れている場合が多い。このような二相流に対しては気液二相の摩擦損失が圧力変化を知る上で重要となる。このような長管路の二相流の例では，炭酸ガス消火装置の管路系を用い，液化炭酸ガスの管摩擦損失について実験的解析を試み，二相流の管内輸送の概要を把握することにした。

一方，一成分気液二相流の流動の際，気液間に相変化を生じさせるが，この相変化を流動の解析に取り入れるための手法として，気泡の発生，成長の研究結果を取り入れたもの，相変化に緩和時間を単にパラメータとして導入したものなどが従来の研究にみられるが，高速の流動や断面積変化を伴うノズル流れなどでは，飽和平衡状態からのずれが認められ，相変化の過程で緩和現象を考慮することが必要となる。ここでは，非平衡状態にある気液二相流に対して，気相，液相を，それぞれ連続相としたモデルで質量輸送，エネルギ輸送を輸送方程式を用いる手法で，準平衡の仮定を入れることなく解析を行うことにする。実際の解析では，これらの緩和過程は単純な形に近似する必要があり，この近似に妥当な形がどのようなものであるかを静止系の二相を用いて調べることにした。

非平衡二相流の典型的な例として，臨界状態にある先細ノズル内気液二相流がある。ここでは，二流体の分離流モデルを仮定し，気液二相が急減圧状態で流れしかも臨界状態にあるとき，各相の諸量の変化の様子を知ることにする。ノズル入口でたとえ両相が飽和平衡状態で流入したとしても流路断面積の変化が急であれば，下流ほど気液間の速度差並びに温度差は大きくなり，ノズルスロート部で非平衡の程度は最も大きくなっている。相間の質量及びエネルギ輸送量は，静止系で得られた結果を用い，流路内の両相の状態量の違いから流れに沿って逐次計算される。臨界状態にあるときの非平衡二相流について，平衡流モデル，相変化のないフローズンモデルとの比較並びに流動パターンや流路形状の違いが二相の臨界条件に及ぼす影響について調べる。

さらに，臨界流については，従来からよく用いられる均質平衡流及び分離流モデルを用いて計算したときの臨界流量並びに臨界圧力では，前者は実際の流量よりも過小に，後者は過大に評価している場合が多い。実際の先細ノズル内の流れは，気液の速度差によって生ずる液滴の気流中への巻上がりなどで，界面近くの領域では気液の混在した層が存在し，臨界流量並びに臨界圧力などに影響を及ぼしている。ここでは，非平衡状態にある一成分二相臨界流に対して流動状況の違いが流量や圧力変化に与える影響について知るために，まず，二成分二相の相変化のない状態で，この混合層を考慮した三層モデルを適用する。実験では，臨界状態にある先細ノズル内気液二相流の圧力分布及び臨界流量の測定と同時に，スロート部の気液分布を測定し，問題となる気液界面に生ずる混合層領域を推定する。さらに，この結果を用いた数値計算では，気液混合層の存在が臨界状態にある諸量に及ぼす影響について把握するとともに，三層モデルによる解析の有効性を検討する。

以上，気液二相管路系に関して，(1)流体輸送で問題となる長管路の圧力損失，(2)流路断面積の変化とともに急激な圧力変化を伴う気液二相流に対し，相間に生じた熱力学的非平衡状態を考慮した解析の必要性，(3)先細ノズル内流れのように急減圧する二相臨界流に対しては，非平衡のみならず気液の流動状態が臨界流量などに与える影響，など，一成分気液二相流の基本的な部分を把握することを目的としている。

第２章　相変化を伴う気液二相流の圧力損失

２・１　まえがき

気液二相流は，ボイラの蒸発管やクーラ等の冷媒の流れなどにみられ，管内を流動する気液二相の熱伝達や圧力降下などは，単相の流体が流れるときとは様相を異にし，これらの機器の設計における重要な問題として，その研究が，近年ますます重要性を増してきている。

気液二相流では，流れに沿って気泡の形状の変化，成長を伴うため，その流動の様式は複雑であり，解析のためのモデル化にも多くの困難をともなっている。

これらの気液二相流のうち，空気－水系などの二成分の気液二相流においては比較的流れ方向に一様な流動状態を保ち，その流動様式に応じた適当なモデルのもとに，流れの解析を行うことが可能であるのに対して，一成分沸騰二相流においては，管路に沿う圧力降下に伴って，相変化を生じ蒸気量が増加するため，管軸に沿って流動様式が連続的に変化し，加速された流れとなり，この解析には一層の困難を伴っている。

気液二相流の研究はその重要性から，空気－水系，蒸気－水系を中心に，多くの研究[6-11]がなされているが，現象の複雑さのために，未だ確立された結論を得るには至っていない。

本研究においては，一成分の気液二相流の流動に関する研究の第一段階として，まず，流動条件が，摩擦損失に与える影響についての概要を把握することを目的としている。

蒸気－水系での出口クォリティに対する管摩擦係数については，管路の入口と出口での圧力降下と運動量の差から，等温流れを仮定したときの摩擦による圧力降下を平均的なものとして定義し，ボイド率，スリップ比を考慮に入れたThom[9]の実験的結果があり，液体炭酸ガスの管内の圧力降下については，管摩擦係数が管内径のみによると仮定して得られた結果が Hesson[11] によって報告されているが，これらの結果は，流れに沿う流動状況の変化を考慮に入れて解析を行う際に用いるには十分とはいえず，あるいは，関与する諸量についての検討が十分なされていないなどの点から，多くの検討を要すると考えられる。

ここでは，流れを断熱された管路で気液二相流が平衡を保ちながら流れる飽和状態の二相流と仮定し，エンタルピ一定の条件を用い，流れを平均化して取扱い，

圧力降下とクォリティを摩擦損失との関係で求め，これにより気液二相流における平均的及び局所的管摩擦係数を，実験結果を用いて算出し，クォリティによる変化を主として検討を行った。

炭酸ガス消火装置では，短時間にできるだけ多くのガスを流すことが要求され，管内の圧力降下がきわめて重要な問題になっていることもあって，実験は，消火装置として船舶，油火災等によく用いられる液体炭酸ガスを用いて実施した。

2・2　実験装置

実験装置の概略図を図2-1に示す。管路出口近くにあるボールバルブｆを閉じ，液体炭酸ガス容器の上部にある弁ａを全開して，容器内の液体炭酸ガスを管路に充し，容器内と管路内の圧力を等しくして後弁ｆを急開放して，流動を開始する。この際，液体炭酸ガスは，臨界圧以下では，容器内で気相と液相が上下に分離しているため，サイフォン管ｂを通じて飽和液のみが管路に流入するようにしている。管路に流入した炭酸ガスは，蒸発しながら圧力測定部の水平管路を通って管端に取り付けられたオリフィスｇから大気に放出される。管路は内径12.9mm，外径19.0mmの内面の滑らかな黄銅管を用い管路長さ約30mである。流れの様子を観察するため途中にガラス管ｃ，ｅを設けてある。圧力は容器内P_0と水平管P_1，P_2，P_3，P_4，P_5の圧力孔から銅管でダイヤフラム型の圧力変換器に導かれ，ダイヤフィラムの歪の変化を動歪計で増幅し，電磁オシログラフで記録することで

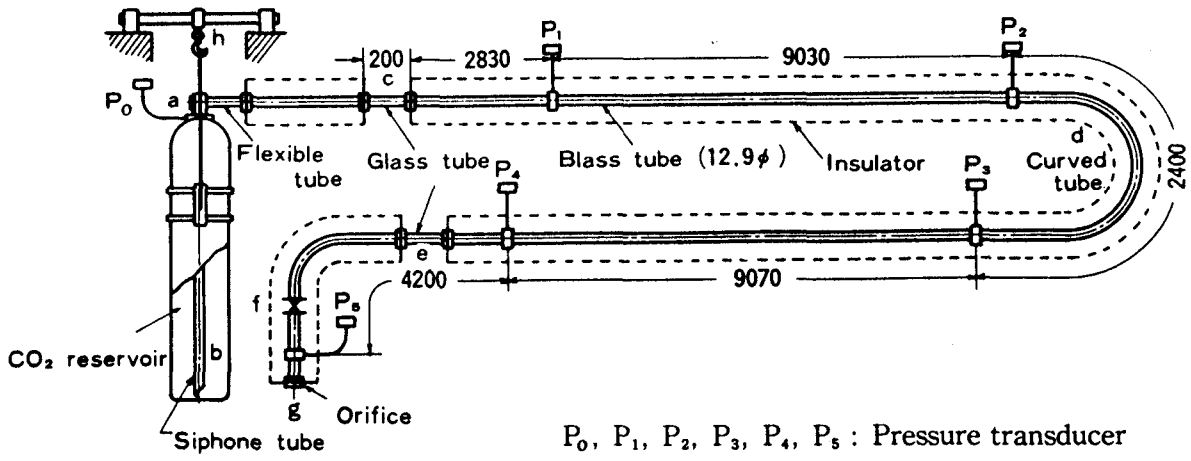


図２－１　実験装置

測定した。圧力孔は管壁に直角にあけ，同一断面上４箇所の平均の圧力として銅管で圧力計に導かれる。

予め，管路に水を流して測定された管摩擦係数λとReynolds数Ｒｅの関係を図2-2に示しているが，この結果は，管内壁が滑らかなときの従来の実験結果から導かれたBlasiusの式

$$\lambda = 0.3164 Re^{-1/4} \tag{2.1}$$

とよく一致しており，このことから管内壁は十分滑らかなものとみなすことができる。ここで，管内流速ｕ，管内径Ｄ，動粘性係数をνとするとき，Reynolds数は，Ｒｅ＝ｕＤ／νと定義されている。

管の外部との熱交換が行われないように，管路の外側は断熱材で覆うことで外気と遮断してある。流量は，管端に取り付けた開口比βが約 0.1,0.2,0.3,0.4,0.5の５種類のオリフィス板を取り替えることで変化させることができる。流量の測定は，歪ゲージを張った両端支持の丸棒ｈに液体炭酸ガスの容器を吊し，これを荷重変換器として，荷重による歪の変化を動歪み計を経て電磁オシログラフで記録し，容器の重量の時間的変化を求めることで求めた。この実験は，圧力 6.37～2.45 MPa，質量流量6.7～2.4×10^4kg/m^2s,クォリティ0～0.3の範囲で行った。

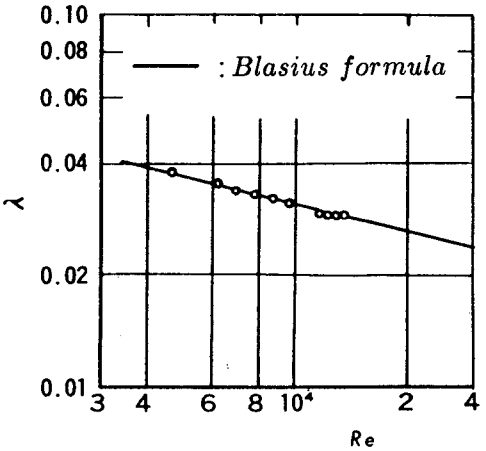


図２-２ 単相の管摩擦係数

２・３　実験結果

初期の状態で大気の温度に対する飽和圧を示していた容器内の液体炭酸ガスは，管路へ流入すると，管摩擦及び加速による圧力降下を生じ，これに伴って蒸発と温度降下が起こり，下流へ向かってさらに管摩擦と液相が気相に変わることで起こる加速に基づく圧力降下及びこれに伴う相変化を生じつつ流れ，管路に沿って下流方向へ圧力の減少とクォリティの増大の割合を増しつつ管端のオリフィスより流出する。液体炭酸ガスの流出に伴う各圧力測定位置での圧力，及び容器内の流体質量の時間的変化の例を図2-3(a),(b),(c),(d),(e)に流量の異なった場合についてそれぞれ示している。図の中で時間に対して，ほぼ直線的に圧力の減少している部分が，ここで取り扱う気液二相の状態である。ある時間以後ではこの直線性が失われるが，この状態は容器内の液体がサイフォン管入口以下になり，気体単相の流れになっている場合に対応している。また，同時に示されている容器

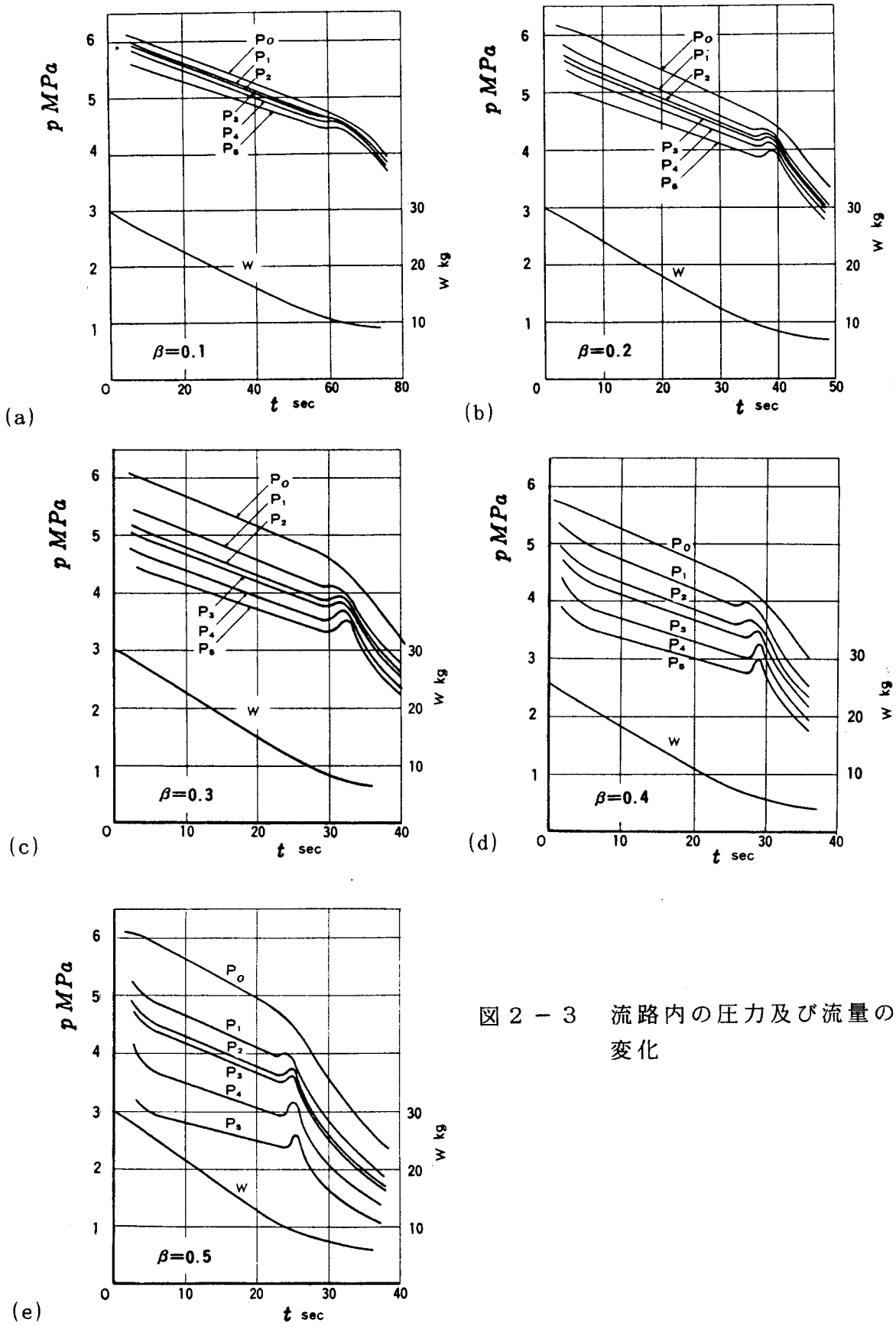


図２－３　流路内の圧力及び流量の変化

内の流体の質量Wの変化を示すグラフの勾配が容器から吐出される質量流量を与えている。この結果からみて，管端にあるオリフィスの開口比βが大きくなるほど流量も増大し，各圧力位置での時間に対する圧力の変化が急となり，また時間一定のある瞬間で見るとき，流れに沿う圧力降下も大きくなっていることが分かる。これらの図で気液二相流の状態で，容器内の流体の質量Wの変化がほぼ直線と見なし得ることから，流量の時間的変化は小さく，初期の状態及び気液二相から気相一相への遷移領域以後の状態を除いては，流れの解析において流れの流量変化に伴う非定常性を考慮しなくてもよいと考えられる。このように定常流と見なされるときの圧力pと距離zとの関係は，図で，Wが直線的に変化している部分で，時間を一定にしたときの圧力と圧力測定位置との関係として得られるが，これらの例を図2-4に示している。この図は，順次上から図2-3(a)，(b)，(c)，(d)，(e)に対応する流量の場合を示している。横軸は管路入口からの距離zと管内径Dの比で，水平直管以外の部分については，実験からその部分の圧力降下に対応する直管相当長さを求めて修正した。図からみて管軸方向への圧力の変化は，流量が増加するほど圧力降下の割合が大きく，また流量一定のとき，単相流の場合と異なり，管路に沿う相変化の発生に対応して下流側ほど大きい圧力勾配を示していることが特徴である。

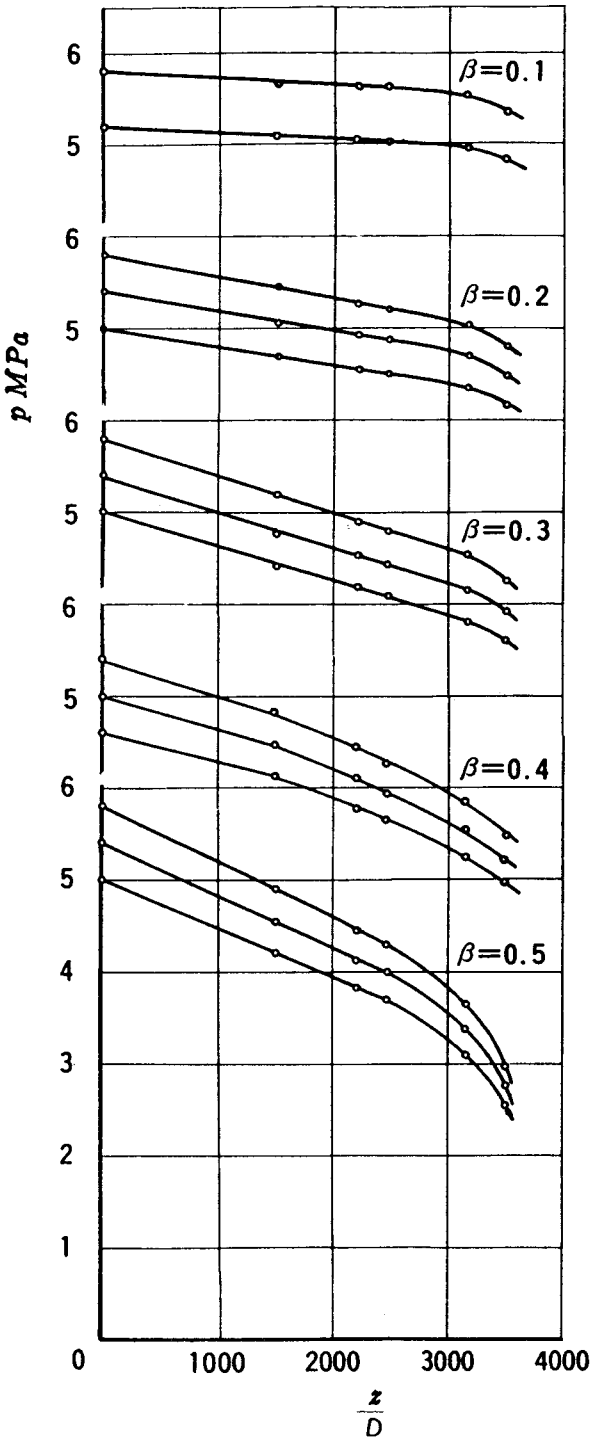


図２－４　管路に沿う圧力降下

2・4　圧力降下，クォリティおよび管摩擦係数の間の関係

以上の実験結果から見られるように，流れに沿っての相変化が激しいため，沸騰二相流では，管路全体に亘ってある決まった流動様式で流れの解析を行うことはかなり無理があると考えられる。そこで，ここでは平均化された気液二相の流れとして取扱い，管内で両相は平衡を保ち飽和状態で流れていると仮定すると，定常流では，断熱された水平管路を流れる気液二相のエネルギ式は，

$$dh+d\left(\frac{u^2}{2}\right)=0 \tag{2.2}$$

で与えられる。ここで，u：二相流の平均流速，h：単位質量あたりの二相流の平均エンタルピで，気相，液相の単位質量あたりのエンタルピをh_g，h_fとし，xを全質量流量に対する蒸気の質量流量の割合で定義されるクォリティとすると，

$$h=xh_g+(1-x)h_f \tag{2.3}$$

で与えられる。また，熱力学第一法則により，管摩擦による発熱を考慮して

$$dh-vdp=df \tag{2.4}$$

となる。ここで，v：二相の平均比容積で，飽和状態での気相，液相の比容積をv_g，v_fとすると

$$v=xv_g+(1-x)v_f \tag{2.5}$$

で与えられる。さらに，dfは単位質量当りの摩擦による圧力損失に等しいと考えられるので，二相流の管摩擦係数λは，単相流で用いる定義と同様に管軸方向にzをとり管内径をDとして

$$df=\lambda\frac{dz}{D}\frac{u^2}{2g} \tag{2.6}$$

で定義される。

一方，連続の式から単位断面積当りの質量流量をqとおくと

$$u=qv \tag{2.7}$$

となり，式(2.2)，(2.4)，(2.7)を用いて，定常流の場合に対して，単相流に類似した次の運動方程式を得ることができる。

$$\frac{q^2}{2}\frac{dv^2}{v^2}+\frac{dp}{v}+\lambda\frac{dz}{D}\frac{q^2}{2}=0 \tag{2.8}$$

ここで，管路入口での飽和圧力をp_o，比容積をv_oとし，圧力p，比容積v，長さdzをp_o，v_o，Dを基準にして次のように無次元化する。

$$P'=\frac{p}{p_o},\qquad V'=\frac{v}{v_o},\qquad dZ=\frac{dz}{D} \tag{2.9}$$

これらを用いて式(2.8)を表現すると次式を得る。

$$\frac{dV'^2}{V'^2}+\eta\frac{dP'}{V'}+\lambda dZ=0 \tag{2.10}$$

ここで無次元の定数ηは，管入口での飽和液の静圧と動圧の比を表し，

$$\eta=\frac{p_o}{\frac{q^2 v_o}{2}} \tag{2.11}$$

と与えられる。

この流れを飽和平衡状態にあると仮定するとき，v_gとv_fは炭酸ガス蒸気線図から圧力pの関数として求めることができる。さらに，この流れは外部に対して断熱であるので，流れに沿って全エンタルピが変わらず，また管路入口で，流体は飽和液のみが流れている，いわゆるクォリティx＝0の状態にあり，容器内の気泡の引き込み等はないと仮定し，さらに運動エネルギの増加によるクォリティの変化は一般に無視し得る程度であると考えられるので，dh＝0の条件で，クォリティxも同じ線図より

$$x=\frac{h_o-h_f}{h_{gf}} \tag{2.12}$$

の関係から，圧力pの関数として求めることができる。ここで，h_oは管路入口の飽和液のエンタルピであり，h_{gf}は蒸発の潜熱を示す。一例として，図2-5にp_o＝5.88，4.90，3.92MPa の場合のxと無次元圧力P'の関係を示した。以上のようにして求められたクォリティを用いて運動エネルギの増加によるエンタルピhの変化の大きさを計算すると，蒸発によるエンタルピ変化の1％程度であるので，先に述べたdh＝0の条件は十分成り立っているものと推定できる。

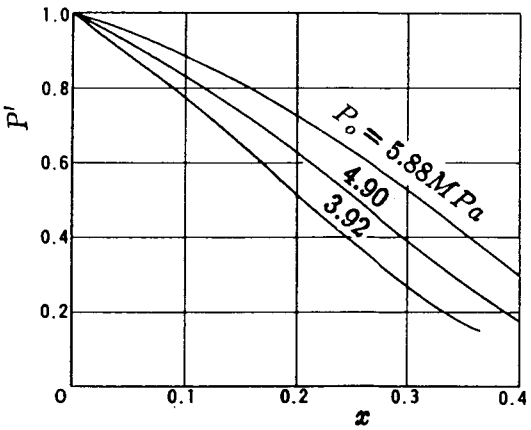


図２-５ クォリティと圧力の関係

式(2.5)に，上記のxとP'およびv_g，v_fとP'の関係を用い，これを式(2.10)に

代入し，初期条件Ｐ'＝１，Ｖ'＝１，ｘ＝０，Ｚ＝０のもとに式(2.10)を積分すると，図2-6，図2-7に例を示すような 圧力比Ｐ'と管摩擦損失を示す∫λｄＺの関係が得られる。図2-6は管入口の圧力ｐ。＝一定でηをパラメータにとったもので，ηが小さくなる程，すなわち流量ｑが大きくなる程，管軸方向に圧力降下の割合が大きくなっていることを示している。また 図2-7はｑ＝一定で，同様にηをパラメータにとったもので，ηが小さくなる程，すなわち，管路入口での圧力ｐ。が低くなる程，圧力降下の割合が大きくなっていることを示している。

同様にクォリティｘと∫λｄＺの関係の一例をｐ。＝5.88，4.90MPaの場合に示したのが 図2-8である。ｘについてもηが小さくなる程ｘの増加の割合が大きくなっている。すなわち，蒸発の割合が増えているが，状態はパラメータηのみで

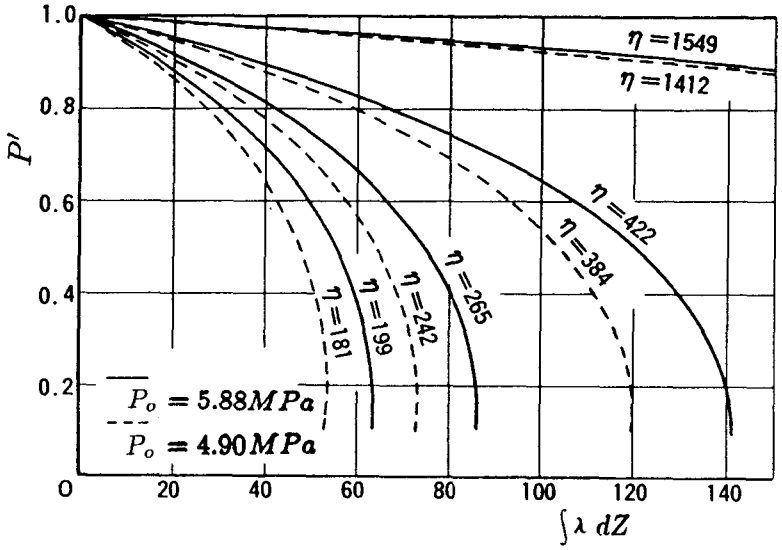


図２－６　圧力と摩擦損失の関係（入口圧力一定）

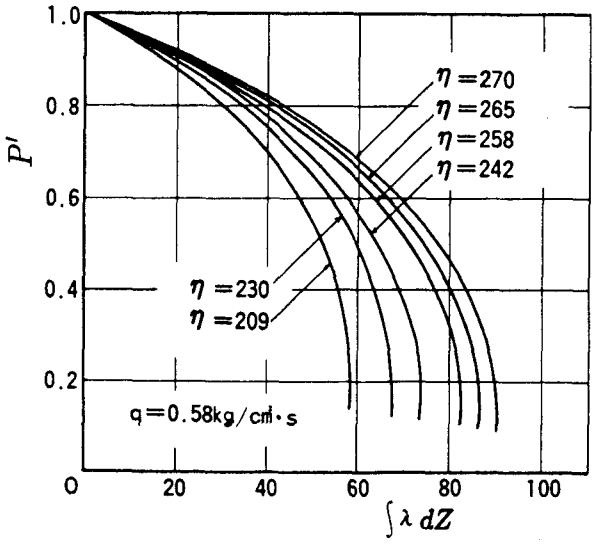


図２－７　圧力と摩擦損失の関係（流量一定）

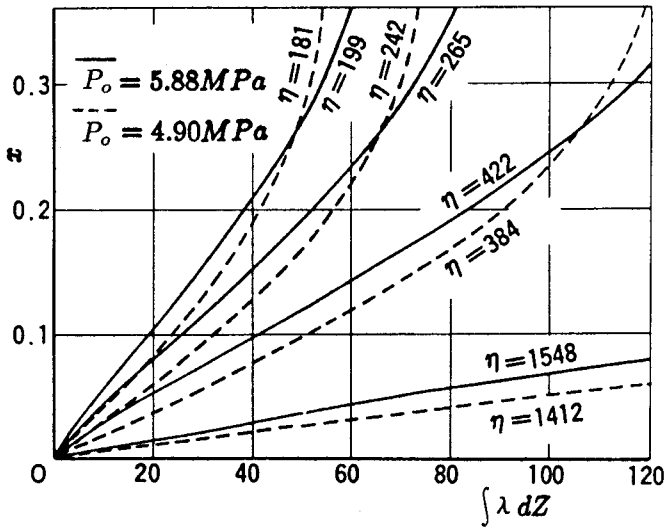


図２－８　クォリティと摩擦損失の関係

定まらず，p_oの値によって異なってくることを図から見ることができる。これは初期の条件によって，炭酸ガスの物性値の変化の様子が異なっているため生じたものと考えられる。なお，P'の値がいずれも0.1の近傍までしか描かれていないのは，p＝0.52MPa で三重点になるため，この圧力以下の流れが生じた場合，気液二相から固気二相の状態になり，ここでの取扱とは異なった扱いを必要とするためである。

２・５　減圧沸騰二相流の管摩擦係数の検討

図2-4の実験結果より管路入口からの距離と 管内径の比ｚ／Ｄに対する圧力ｐの変化の様子が得られているので，管路入口の圧力p_oが決まれば，この圧力降下に対応して図2-5のＰ'とｘの関係からクォリティｘが求まる。すなわち，ｚ／Ｄに対してｘの値が得られることになる。さらに，流量ｑが与えられるとηの値が決まり，図2-6または,図2-7を用いて，同様に，図2-4に示された実験での圧力降下に対応するＰ'の値から摩擦損失∫λｄＺが求まる。これらの結果より，流路入口からの距離ｚ／Ｄ，クォリティｘ，摩擦損失∫λｄＺの間の関係が求まり，∫λｄＺ／（ｚ／Ｄ）を計算することで，あるｘの値に対するλの値が求まる。あるいは，計算に便利なように 図2-8のｘと∫λｄＺを用いることで，先のｘとｚ／Ｄの関係から，同様にしてλを求めることができる。

ここで，クォリティｘでもって流れている気液二相の管摩擦係数λを λ_xで表現するとともに，さらに飽和液の状態で流れている管路入口から流れ方向のクォ

リティxの位置Z_xまでの平均管摩擦係数として

$$\lambda_m = \frac{1}{Z_x}\int_0^{Z_x} \lambda \, dZ \tag{2.13}$$

を別に定義する。

図2-9，図2-10は，それぞれp_oとqをパラメータにとったλ_mとxの関係を示している。これからp_oが一定の場合，流量が大きくなるほどxの小さい領域では平均管摩擦係数が大きくなる傾向をしているが，xが大きくなるに従い，ほぼ一定の値に近づき，図2-10の流量一定の場合には，入口圧力による違いはみられなかった。この実験でx＝0の液相のみが管路を流れているとした場合，Re≒7×10^5であり，管摩擦係数は約0.011を得，二相の場合は単相流に比して少し高い

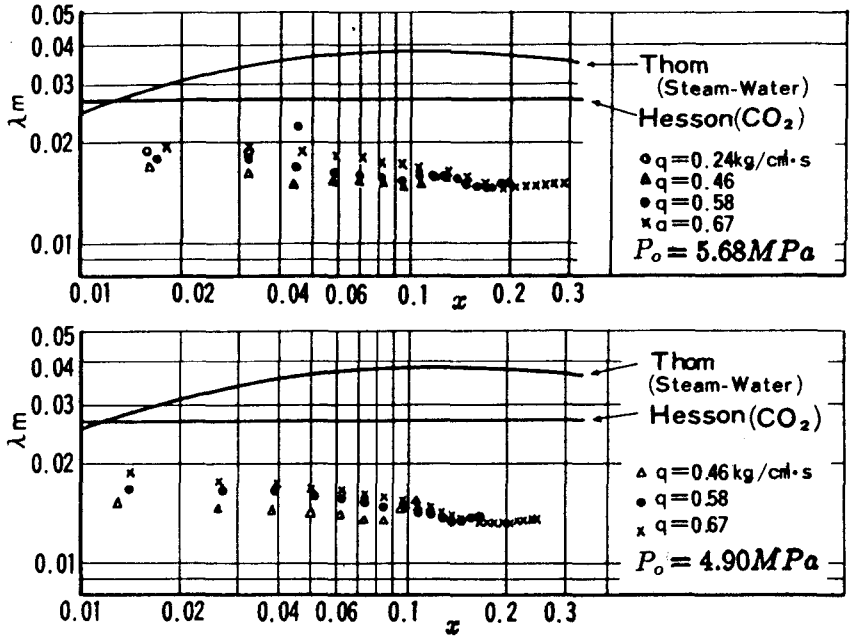


図２－９　平均管摩擦係数（流量の影響）

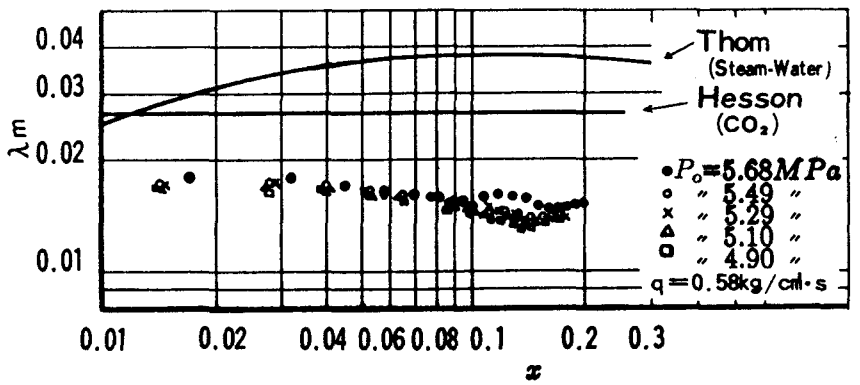


図２－１０　平均管摩擦係数（入口圧力の影響）

値を示している。図中，実線で示したのが炭酸ガス二相流での管摩擦係数が，管内径のみによると仮定したHessonの結果に，ここで用いた管内径12.9mmをあてはめたもので，$\lambda = 0.0269$が与えられ，実験ではこれより低い結果が得られた。蒸気－水系のThomの結果は，$p_o = 600$psiaの場合，λ_mはさらに高い値を示している。Thomの場合には，蒸気－水系であることの他に平均管摩擦係数の定義に密度を出口，入口の算術平均を使用するなどの簡単化があり，このように離れた値を示したものと思われる。この点，式(2.13)の方が合理性，一般性があるものと思われる。また，Hessonのような簡単な表示では管摩擦係数λの性質を十分表現し得ないと考えられる。

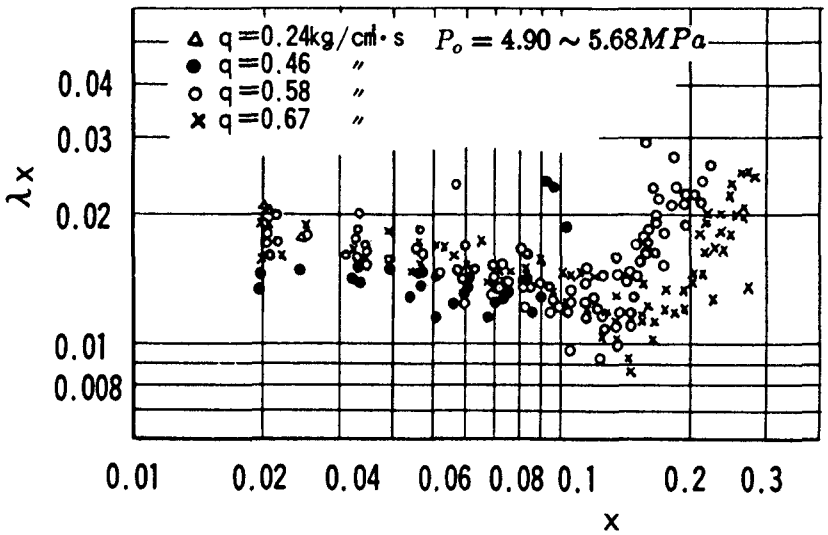


図２－１１　局所管摩擦係数

つぎに，同様にして求められた局所的管摩擦係数λ_xとクォリティxの関係を図2-11に示している。λ_mがxについて大きく変化しないことからも推察できることであるが，この図から見てλ_mとλ_xの違いはあまり大きくなく，いずれの管摩擦係数もこの実験の範囲内では，ほぼ 0.01から0.02の間にある。ただ，λ_xについてはxの大きいところで少し大きくなる傾向を示しており，これらの管摩擦係数の変化の様子と流動状況の対応づけは今後に残された問題と考えられる。

２．６　結　言

（１）断熱された水平管路を流れる一成分気液二相流を平衡かつ飽和状態にあると仮定し，圧力降下とクォリティ，圧力降下と管摩擦損失の関係を求め，これを

もとに二相流の管摩擦を整理するのに適当な管摩擦係数の形を示した。
（２）圧力降下やクォリティの管路に沿う変化の概略の様子は，管入口の静圧と動圧の比で決まることを示した。
（３）液体炭酸ガスの場合，ここで定義した平均管摩擦係数λ_mの値は Thomの定義による蒸気－水系の実験結果に比べて低い値を示し，$x<0.3$ の領域では平均管摩擦係数λ_mは 0.01から0.02の間にあり，Hessonが用いた管内径のみによるとした値よりもさらに低い結果が得られた。
（４）クォリティｘの位置での局所的管摩擦係数についても，ほぼ0.01から0.02の間にあるが，ｘが大きくなるとλ_xは増加する傾向にある。

第３章　非平衡状態にある気液二相

３．１　まえがき

一成分気液二相流の解析は，従来，気液両相間に飽和平衡状態が成り立つと仮定して取り扱われたものが多い。しかし，管内を高速で流動する場合，あるいは急拡大管部の流れなど，急激な状態変化を伴う現象においては，気液二相に飽和圧力，飽和温度として対応づけることが出来ないと考えられる。従って，この様な一成分気液二相の流動現象に対しては，相変化の過程で平衡から非平衡状態にあるいは非平衡から平衡状態に推移するときの緩和現象を考慮した解析が必要であるし，また通常の管内流動においても，ほとんどの現象は相変化をともない，程度の差があるにせよ非平衡状態であり，この非平衡の影響がどの程度であるかを知ることは興味のある問題である。

このように非平衡状態の存在を考慮した解析をすすめるためには，気液二相間に生じた非平衡状態が平衡状態に移行する過程の特性を把握し，二相流の解析に取り入れ易いような表現を見いだすとともに，多くの種類のパラメータが現象にどのように関与するかを知ることが，まず必要である。このために，この章では，一成分気液二相の理想化された静止系モデルにおいて，両相間のエネルギ流束と質量流束を現象論的輸送方程式で表し，系の体積および質量の変化を入力，それによる圧力と温度の変化を出力とする伝達関数を求め，気液両相間に非平衡が生じたときの平衡にいたる過程について解析を行い，変化過程の特長とパラメータの選定についての問題点を検討した。また実際例として，容器内にある物性の相異なる二酸化炭素と水について数値計算を行い，気相容積をステップ状に変化させた際の圧力，温度などの変化過程ならびに変化の時定数を決定するパラメータについて考察した。

３．２　理論解析

３．２．１　モデルならびに現象論的輸送方程式

一成分二相流の静止系で，系変化による圧力ならびに温度の変化がどのように

与えられるかを知るため，図３-１に示したモデルを考える。これは，静止系の上部にピストンＡ，側壁に弁Ｂを設け，ピストンの上昇と弁の開放で，系に体積膨張，ならびに質量放出を起こさせるものとする。このとき，次の仮定をする。

（１）気液各相では各々で状態変数が均一で平衡状態が保たれており，界面を各状態量について不連続面とし，非平衡な領域をこの不連続面で置き換える。

（２）気相は完全ガスの状態式に従って変化する。

（３）液相では比容積が一定とする。

（４）液相の圧力は液相温度に対する飽和圧力であり，Clausius-Clapeyronの関係式が成立するものとする。

（５）系は断熱状態に保たれているが質量放出は可能である。（放出時，放出質量が持っているエネルギ以外に外界と熱移動はない。）

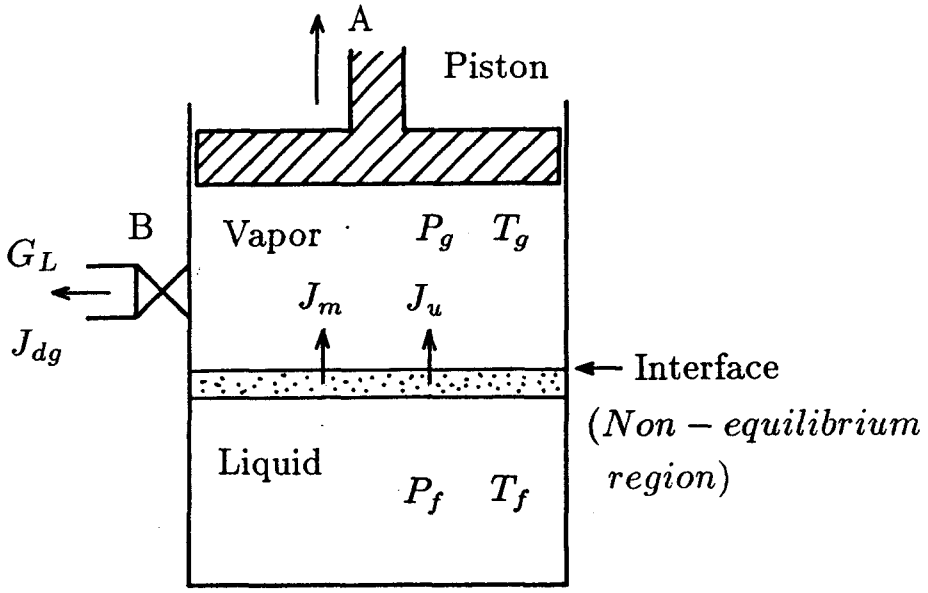


図３-１　静止系二相非平衡モデル

以上に基づいて，系全体でのエントロピ変化速度 $\dot{S}_t$は，気相および液相のエントロピ変化速度 $\dot{S}_g$，$\dot{S}_f$と放出に伴うエントロピ変化速度$\dot{S}_d$の和として表される。

$$\dot{S}_t=\dot{S}_g+\dot{S}_f+\dot{S}_d \tag{3.1}$$

上式の$\dot{S}_g$，$\dot{S}_f$の各々には，次に示すGibbsの関係式を適用できる。

$$dS=\tau\,(dU+PdV-\mu dm) \tag{3.2}$$

ここで，τは絶対温度の逆数，μは化学ポテンシャル，mは系の質量を示す。さ

らに，放出は気相面から行われ，放出された外の系が気相と平衡状態にあるとすると，J_{dg}を放出ガスのエネルギ流束として

$$\dot{S}_t=\tau_g(\dot{U}_g+P_g\dot{V}_g-\mu_g\dot{m}_g)+\tau_f(\dot{U}_f+P_f\dot{V}_f-\mu_f\dot{m}_f)$$
$$+\tau_g(J_{dg}-\mu_g\dot{G}_L) \tag{3.3}$$

これより，$\tau_g-\tau_f=\delta\tau$，$\mu_g\tau_g-\mu_f\tau_f=\delta(\mu\tau)$とすれば

$$\dot{S}_t=J_u\delta\tau-J_m\delta(\mu\tau) \tag{3.4}$$

ただし，J_u，J_mは次式で定義されるエネルギ流束，質量流束である。

$$J_u\equiv\dot{U}_g+P_g\dot{V}_g+J_{dg}=-(\dot{U}_f+P_f\dot{V}_f) \tag{3.5}$$

$$J_m\equiv\dot{m}_g+\dot{G}_L=-\dot{m}_f \tag{3.6}$$

式(3.5)，(3.6)の等号は，各々エネルギ保存則，質量保存則を表している。さらにJ_u，J_mについては式(3.4)より，輸送係数Lを用いて現象論的輸送方程式を書き下ろすことが出来る。

$$J_u=L_{uu}\delta\tau-L_{um}\delta(\mu\tau) \tag{3.7}$$

$$J_m=L_{mu}\delta\tau-L_{mm}\delta(\mu\tau) \tag{3.8}$$

ここで，Onsagerの相反関係式より

$$L_{um}=L_{mu} \tag{3.9}$$

3．2．2　基礎方程式と系変化に対する伝達関数

以上の事柄と熱力学的関係式を考慮して基礎方程式が得られる。内部エネルギU，体積Vをそれぞれ単位質量当りの量u，vを用いて表せば，U=mu，V=mv，また$du=c_v dT$を用い，式(3.5)より

$$J_u=u_g\frac{dm_g}{dt}+m_g c_{vg}\frac{dT_g}{dt}+P_g v_g\frac{dm_g}{dt}$$
$$+P_g m_g\frac{dv_g}{dt}+J_{dg} \tag{3.10}$$

$$J_u=-(u_f\frac{dm_f}{dt}+m_f c_{vf}\frac{dT_f}{dt}+P_f v_f\frac{dm_f}{dt}$$

$$+P_f m_f \frac{dv_f}{dt}) \tag{3.11}$$

式(3.6)より

$$J_m = \frac{dm_g}{dt} + \frac{dG_L}{dt} = -\frac{dm_f}{dt} \tag{3.12}$$

放出ガスのエネルギ流束J_{dg}については

$$J_{dg} = h_g \frac{dG_L}{dt} \tag{3.13}$$

系の全体積をVとして，体積間の関係式は

$$V = m_f v_f + m_g v_g \tag{3.14}$$

液相の比容積は一定であるという仮定（３）から

$$v_f = 一定 \tag{3.15}$$

気相変化は完全ガスの状態式に従うという仮定（２）より

$$P_g \frac{dv_g}{dt} + v_g \frac{dP_g}{dt} = R \frac{dT_g}{dt} \qquad (R：ガス定数) \tag{3.16}$$

式(3.7),(3.8)と$\delta\tau$，$\delta(\mu\tau)$の定義から

$$J_u = L_{uu}\left(\frac{1}{T_g} - \frac{1}{T_f}\right) - L_{um}\left(\frac{\mu_g}{T_g} - \frac{\mu_f}{T_f}\right) \tag{3.17}$$

$$J_m = L_{mu}\left(\frac{1}{T_g} - \frac{1}{T_f}\right) - L_{mm}\left(\frac{\mu_g}{T_g} - \frac{\mu_f}{T_f}\right) \tag{3.18}$$

また，仮定（４）より，液相圧力の変化dP_fと温度変化dT_fの関係は，次に示す Clausius-Clapeyronの式より

$$dP_f = \frac{h_{gf}}{T_o v_{gf}} dT_f \tag{3.19}$$

ただし，

$$h_{gf} = h_g - h_f, \quad v_{gf} = v_g - v_f$$

以上，式(3.10)～(3.19)がこのモデルに対する基礎方程式であり，初期条件は，最初は両相が平衡状態にあることから

t = 0 で

$$T_o=T_g=T_f,\quad P_o=P_g=P_f \tag{3.20}$$

となる。いま，系変化が初期の飽和平衡状態から大きくない場合，変化項の二次以上の項を無視して，方程式を線形近似できる。圧力，温度の変化量をp，θとすれば

$$\begin{aligned} P_g&=P_o+p_g,\quad P_f=P_o+p_f \\ T_g&=T_o+\theta_g,\quad T_f=T_o+\theta_f \end{aligned} \tag{3.21}$$

式(3.10)に式(3.12)，(3.13)，(3.17)～(3.19)を用い $p^*=P_f-P_g=p_f-p_g$ として変化量の二次以上の項を無視すれば

$$\begin{aligned} &-\frac{m_{go}v_{go}h_{gf}}{T_o v_{gf}}\frac{d\theta_f}{dt}-\frac{L_2}{T_o^2}\theta_f+m_{go}(c_{vgo}+R)\frac{d\theta_g}{dt} \\ &+\frac{L_2}{T_o^2}\theta_g+m_{go}v_{go}\frac{dp^*}{dt}+\frac{v_{go}}{T_o}L_3p^*=0 \end{aligned} \tag{3.22}$$

同様に式(3.11)に，式(3.12)，(3.15)，(3.17)～(3.19)を用いれば

$$m_{fo}c_{vfo}\frac{d\theta_f}{dt}+\frac{L_1}{T_o^2}\theta_f-\frac{L_1}{T_o^2}\theta_g-\frac{v_{go}}{T_o}L_4p^*=0 \tag{3.23}$$

また式(3.12)，(3.14)，(3.15)，(3.18)，(3.19)より同様な近似で

$$\begin{aligned} &-\frac{m_{go}v_{go}h_{gf}}{P_oT_ov_{gf}}\frac{d\theta_f}{dt}-\frac{v_{gf}}{T_o^2}L_3\theta_f+\frac{m_{go}R}{P_o}\frac{d\theta_g}{dt}+\frac{v_{gf}L_3}{T_o^2}\theta_g \\ &+\frac{m_{go}v_{go}}{P_o}\frac{dp^*}{dt}+\frac{L_{mm}v_{gf}v_{go}}{T_o}p^*=\frac{dV}{dt}+v_{go}\frac{dG_L}{dt} \end{aligned} \tag{3.24}$$

を得る。ただし

$$L_1=L_{uu}-(h_{fo}+h_{go})L_{um}+h_{fo}h_{go}L_{mm}$$

$$L_2=L_{uu}-2h_{go}L_{um}+h_{go}^2L_{mm}$$

$$L_3=h_{go}L_{mm}-L_{um},\quad L_4=h_{fo}L_{mm}-L_{um}$$

ここで，式(3.22)～(3.24)をLaplace変換する。Laplace変換量には～を付け，sをLaplace変換の変数とする。

$$(m_{fo}c_{vfo}s+\frac{L_1}{T_o^2})\ \tilde{\theta}_f-\frac{L_1}{T_o^2}\tilde{\theta}_g-\frac{v_{go}}{T_o}L_4\tilde{p}^*=0 \tag{3.25}$$

$$-\ (\frac{m_{go}v_{go}h_{gf}}{T_o v_{gf}}s+\frac{L_2}{T_o^2})\ \tilde{\theta}_f+\{m_{go}\ (c_{vgo}+R)\ s+\frac{L_2}{T_o^2}\}\ \tilde{\theta}_g$$

$$+\ (m_{go}v_{go}s+\frac{v_{go}}{T_o}\ L_3)\ \tilde{p}^*=0 \tag{3.26}$$

$$-\ (\frac{m_{go}v_{go}h_{gf}}{P_o T_o v_{gf}}\ s+\frac{v_{gf}}{T_o^2}L_3)\ \tilde{\theta}_f+\ (\frac{m_{go}R}{P_o}\ s+\frac{v_{gf}}{T_o^2}L_3)\ \tilde{\theta}_g$$

$$+\ (\frac{m_{go}v_{go}}{P_o}s+\frac{L_{mm}v_{gf}v_{go}}{T_o})\ \tilde{p}^*=\ (\tilde{V}+v_{go}\ \tilde{G}_L)\ s-V_o \tag{3.27}$$

これら3式より，$\tilde{\theta}_f$，$\tilde{\theta}_g$，$\tilde{p}^*$について，一般形で次式のごとく表すことが出来る。

$$\tilde{\theta}_f,\ \tilde{\theta}_g,\ \tilde{p}^*=\frac{Ls^2+Ms+N}{\triangle}X\ (s) \tag{3.28}$$

ただし，右辺のX（s）は，X（s）＝（$\tilde{V}+v_{go}\ \tilde{G}_L$）s－$V_o$［式(3.27)右辺］で，体積変化および質量変化（入力）の Laplace変換を示している。また△は，式(3.25)～(3.27)の右辺の係数行列式で，次式(3.29)で示される。L，M，Nは$\tilde{\theta}_f$，$\tilde{\theta}_g$，$\tilde{p}^*$について各々異なり，初期状態量と輸送係数を用いて式(3.33)～(3.35)で表されるものである。

$$\triangle=Ks\ (s^2+Bs+C) \tag{3.29}$$

ただしK，B，Cについては

$$K=\frac{m_{fo}m_{go}^2v_{go}c_{vfo}c_{vgo}}{P_o} \tag{3.30}$$

$$B=\frac{-1}{c_{vgo}m_{go}T_o^2}\ [\ \{h_{go}-c_{pgo}T_o)\ P_o v_{gf}-h_{go}\ (h_{go}$$

$$-P_o v_{go})\ \}\ L_{mm}+\ (2h_{go}-RT_o-P_o v_{gf})\ L_{um}-L_{uu}]$$

$$-\frac{1}{c_{vfo}m_{fo}T_o^2v_{gf}}\ \{h_{fo}\ (h_{go}v_{fo}-h_{fo}v_{go})\ L_{mm}$$

$$+ (h_{fo}v_{gf}+h_{fo}v_{go}-h_{go}v_{fo})\ L_{um}v_{gf}-L_{uu}\} \tag{3.31}$$

$$C=\frac{L_{mm}L_{uu}-L_{um}^2}{T_o^4 m_{fo}m_{go}^2 v_{gf}c_{vfo}c_{vgo}}\{v_{gf}^2P_oT_o\ (m_{go}c_{pgo}$$

$$+m_{fo}c_{vfo})\ -m_{go}h_{gf}v_{gf}\ (P_ov_{go}+RT_o)\ +m_{go}v_{go}h_{gf}^2\} \tag{3.32}$$

L，M，Nについては

$\tilde{\theta}_f$:　$L_f=0$,

$$M_f=\frac{-m_{go}v_{go}}{T_o^2}\{L_{uu}-\ (h_{fo}+h_{go}-c_{pgo}T_o)\ L_{um}$$

$$+h_{fo}\ (h_{go}-c_{pgo}T_o)\ L_{mm}\}$$

$$N_f=\frac{-v_{go}h_{gf}}{T_o^3}\ (L_{mm}L_{uu}-L_{um}^2) \tag{3.33}$$

$\tilde{\theta}_g$:　$L_g=-m_{go}v_{go}m_{fo}c_{vfo}$

$$M_g=\frac{v_{go}}{T_o^2v_{gf}}\ [\ (h_{go}v_{fo}-h_{fo}v_{go})\ \ (L_{mm}h_{fo}-L_{um})\ m_{go}$$

$$-v_{gf}\ \{m_{fo}c_{vfo}T_oh_{go}L_{mm}-\ (m_{go}h_{fo}$$

$$+m_{fo}c_{vfo}T_o)\ L_{um}+m_{go}L_{uu}\}$$

$$N_g=\frac{-v_{go}h_{gf}}{T_o^3}\ (L_{mm}L_{uu}-L_{um}^2) \tag{3.34}$$

$\tilde{p}^*$:　$L_{p*}=m_{go}m_{fo}c_{vfo}c_{pgo}$

$$M_{p*}=\frac{1}{T_o^3v_{gf}}\ [v_{gf}m_{fo}c_{vfo}T_o\ (L_{uu}-2\ h_{go}L_{mu}$$

$$+h_{go}^2L_{mm})\ +m_{go}\ [\ \{v_{go}\ (c_{pgo}T_o-h_{go})$$

$$-\ (v_{fo}c_{pgo}T_o-h_{fo}v_{go})\ \}\ L_{uu}+\ (v_{go}h_{gf}$$

$$-c_{pgo}T_o v_{gf})\ \{(h_{go}+h_{fo})\ L_{um}-h_{go}h_{fo}L_{mm}\}\ ]\ ]$$

$$N_{p*}=0 \tag{3.35}$$

式(3.28),(3.29)より，求める伝達関数Z(s)は次式で与えられる。

$$Z(s)=\frac{Ls^2+Ms+N}{Ks\ (s^2+Bs+C)}=\frac{Ls^2+Ms+N}{Ks\ (s-\alpha)\ (s-\beta)}$$

$$=\frac{1}{K}\left(\frac{r}{s}+\frac{m}{s-\alpha}+\frac{n}{s-\beta}\right) \tag{3.36}$$

ただしr，m，nについては

$$r=\frac{N}{C}\ ,$$

$$m=\frac{M+\alpha L+(N/C)\ \beta}{(B^2-4C)^{1/2}}\ ,$$

$$n=-\frac{M+\beta L+(N/C)\ \alpha}{(B^2-4C)^{1/2}} \tag{3.37}$$

である。

系の体積変化量をΔV_1（$\Delta V_1=V-V_o$），系からの吐き出し質量の占める体積をΔV_2（$=v_{go}\ G_L$）として，双方の和をΔVとすると，VならびにG_Lの変化がステップ関数で与えられる場合，入力のLaplace変換［式(3.27)右辺］は

$$(\tilde{V}+v_{go}\ \tilde{G}_L)\ s-V_o=\Delta V \tag{3.38}$$

これより出力のLaplace変換$\tilde{\theta}_f$，$\tilde{\theta}_g$，$\tilde{p}^*$は一般に次式で与えられる。

$$\tilde{\theta}_f,\ \tilde{\theta}_g,\ \tilde{p}^*=\frac{\Delta V}{K}\left(\frac{r}{s}+\frac{m}{s-\alpha}+\frac{n}{s-\beta}\right) \tag{3.39}$$

従ってθ_f，θ_g，p^*は上式を逆Laplace変換して求められる。

$$\theta_f,\ \theta_g,\ p^* = \frac{\Delta V}{K}\left(r + m e^{\alpha t} + n e^{\beta t}\right) \tag{3.40}$$

θ および p^* の無次元表示は，θ については系の変化後平衡状態に達した値 θ_∞ で p^* については初期変化量 p^*_o で除したものを用いる。以下，θ_f，θ_g，p^* 各々について列挙する。

$$\theta_f:\quad \frac{\theta_f}{\theta_\infty} = 1 + \frac{(M_f/N_f)\ C + \beta}{(B^2 - 4C)^{1/2}} e^{\alpha t} - \frac{(M_f/N_f)\ C + \alpha}{(B^2 - 4C)^{1/2}} e^{\beta t} \tag{3.41}$$

式 (3.30)，(3.32)，(3.33) より

$$\theta_{fo} = 0,$$

$$\theta_\infty = \frac{r\Delta V}{K} = -h_{gf} P_o T_o v_{gf} \Delta V / \{P_o T_o v_{gf}^2 (m_{go} c_{pgo} + m_{fo} c_{vfo}) - m_{go} h_{gf} (P_o v_{go} v_{gf} + v_{gf} R T_o) + m_{go} v_{go} h_{gf}^2\} \tag{3.42}$$

$$\theta_g:\quad \frac{\theta_g}{\theta_\infty} = 1 + \frac{(M_g/N_g)\ C + (L_g/N_g)\ C\alpha + \beta}{(B^2 - 4C)^{1/2}} e^{\alpha t} - \frac{(M_g/N_g)\ C + (L_g/N_g)\ C\beta + \alpha}{(B^2 - 4C)^{1/2}} e^{\beta t} \tag{3.43}$$

式 (3.30)，(3.32)，(3.34) より

$$\theta_{go} = \frac{-P_o \Delta V}{m_{go} c_{vgo}}, \qquad \theta_{g\infty} = \theta_{f\infty} = \theta_\infty \tag{3.44}$$

$$p^*:\quad \frac{p^*}{p_o^*} = \frac{M_p^* + \alpha L_p^*}{L_p^* (B^2 - 4C)^{1/2}} e^{\alpha t} - \frac{M_p^* + \beta L_p^*}{L_p^* (B^2 - 4C)^{1/2}} e^{\beta t} \tag{3.45}$$

式 (3.30)，(3.32)，(3.35) より

$$p^*_o = \kappa P_o \frac{\Delta V}{m_{go} v_{go}}, \qquad p_\infty^* = 0 \tag{3.46}$$

ここで系変化に質量放出がなく体積変化のみを考えた場合は，$t=0$ で $\theta_{fo}=0$，$p_{fo}=0$ から，式(3.46)については

$$-p_{go}=\kappa P_o \frac{\Delta V_1}{V_{go}} \quad , \qquad (m_{go}v_{go}=V_{go}) \tag{3.47}$$

したがって変化量が小さい場合，気液二相の系が急激膨張した場合，初期体積変化がステップ状で近似できる領域においては，気相は等エントロピ膨張に近いと考えられる。

3．2．3　輸送係数について

系の体積及び質量変化がステップ関数で与えられたとき，各相の温度と相間の圧力差の時間的変化について計算するとき，輸送係数の値を決定する必要があるが，分子間力がかなり複雑であるので，ここでは現象の概要を把握するため，まず，第0近似として気相側，液相側に次のような仮定を用いる。

（1）気相側に古典的分子運動論を用い，このときの速度分布関数を Maxwell分布で近似する。

（2）液相より気相に向かう分子は液相と平衡を保っており，このときの速度分布関数についても Maxwell分布とする。

以上の仮定のもとに界面近傍での複雑な流動や分子間の相互作用を無視することで両相間の質量流束およびエネルギ流束を表現することにする。
いま，Maxwell分布は

$$f(u,v,w)\,dudvdw=\frac{N}{(2\pi RT)^{3/2}}e^{-\frac{(u^2+v^2+w^2)}{2RT}}dudvdw \tag{3.48}$$

であり，界面に直角方向にx軸（速度成分u）をとる。界面に流入する分子と流出する分子については $u>0$ と $u<0$ の範囲に分けて扱えばよい。

流束についてのこの積分は偶関数なので符号が異なるのみで絶対値は等しい。ここでは $u>0$ についての計算を行う。

（a）界面に向かう平均分子数

uを0～∞の範囲にとることで，分子数nは

$$n=\frac{N}{(2\pi RT)^{3/2}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty}u\,e^{-\frac{(u^2+v^2+w^2)}{2RT}}\,dudvdw$$

$$=\frac{NRT}{(2\pi RT)^{1/2}} \tag{3.49}$$

（b）質量流束

分子の質量をm_{mol}とし，界面を通って単位面積，単位時間当り通過する分子数のうち，液相側から気相側に向かうものをn_{out}，気相側から液相側へ向かうものをn_{in}とすると，質量流束J_mは

$$J_m=m_{mol}(n_{out}-n_{in})$$

$$=\frac{m_{mol}N_fRT_f}{(2\pi RT_f)^{1/2}}-\frac{m_{mol}N_gRT_g}{(2\pi RT_g)^{1/2}} \tag{3.50}$$

$m_{mol}N=\rho=P/RT$であるから

$$J_m=\frac{P_f}{(2\pi RT_f)^{1/2}}-\frac{P_g}{(2\pi RT_g)^{1/2}} \tag{3.51}$$

P_g，P_f，T_g，T_fのそれぞれに対して初期の飽和平衡状態からの微小変化量をp_g，p_f，θ_g，θ_fとおき，両相圧力差p_f-p_gは，p^*で表されるから

$$J_m=\frac{1}{(2\pi RT_o)^{1/2}}\left(-\frac{P_o}{2}\frac{\theta_f-\theta_g}{T_o}+p^*\right) \tag{3.52}$$

（c）エネルギ流束

分子の直線運動のみのエネルギ流束は

$$E_m=\frac{m_{mol}N}{2(2\pi RT)^{3/2}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty}(u^2+v^2+w^2)\,u\,e^{-\frac{(u^2+v^2+w^2)}{2RT}}dudvdw$$

$$=\frac{2m_{mol}N}{(2\pi RT)^{1/2}}(RT)^2$$

$$=n\cdot 2m_{mol}RT \tag{3.53}$$

ここで，Boltzmann定数 $k=R/Nv=\rho R/N=m_{mol}R$ であるから

$$E_m=n\cdot 4\cdot\frac{1}{2}kT \tag{3.54}$$

また，気体分子の直線運動以外の自由度をｊ－３とおくと，界面への入射エネルギ流束 E_{in} は，E_m との和として

$$E_{in}=(j-3)\frac{kT_g}{2}n_{in}+E_m \tag{3.55}$$

(3.54)を代入して

$$E_{in}=(j+1)\frac{kT_g}{2}n_{in} \tag{3.56}$$

液相側からの流出エネルギ流束も同様にして

$$E_{out}=(j+1)\frac{kT_f}{2}n_{out} \tag{3.57}$$

いま，質量流束 $J_m=0$ の場合のエネルギ流束 $J_{u(Jm=0)}$ を考える。

$$n_{out}=n_{in}=n \tag{3.58}$$

であるから

$$J_{u(Jm=0)}=n(j+1)\frac{k}{2}(T_f-T_g) \tag{3.59}$$

ところで自由度ｊについては比熱比 κ との間に

$$j=\frac{2}{\kappa-1} \tag{3.60}$$

の関係があり，$T_g=T_o+\theta_g$，$T_f=T_o+\theta_f$ を用いて

$$J_{u(Jm=0)}=n\frac{\kappa+1}{\kappa-1}\frac{k}{2}(\theta_f-\theta_g)$$

$$=\frac{P_oR}{2(2\pi RT_o)^{1/2}}\frac{\kappa+1}{\kappa-1}(\theta_f-\theta_g)$$

$$= \frac{P_o (RT_o)^{1/2}}{2 (2\pi)^{1/2}} \frac{\kappa+1}{\kappa-1} \frac{(\theta_f - \theta_g)}{T_o} \tag{3.61}$$

一方，輸送方程式は(3.7)，(3.8)から

$$J_u = L_{uu}\delta\tau - L_{um}\delta(\mu\tau) \tag{3.62}$$

$$J_m = L_{mu}\delta\tau - L_{mm}\delta(\mu\tau) \tag{3.63}$$

であり，さらに$\delta(\mu\tau)$を消去して

$$J_u = \left(L_{uu} - \frac{L_{um}^2}{L_{mm}}\right)\delta\tau + \frac{L_{um}}{L_{mm}}J_m$$

$$= \left(L_{uu} - \frac{L_{um}^2}{L_{mm}}\right)\frac{(\theta_f - \theta_g)}{T_o^2} + \frac{L_{um}}{L_{mm}}J_m \tag{3.64}$$

$\delta(\mu\tau)$については，まず，化学ポテンシャル$\mu = h - Ts$の関係があり，μの微小量を$\Delta\mu$とおくと，各相ではそれぞれ平衡状態を保つという仮定から

$$\Delta\mu = \Delta h - T\Delta s - s\Delta T$$

$$= v\Delta p - s\Delta T \tag{3.65}$$

また，初期に両相は平衡状態にあることから

$$\mu_o = \mu_{go} = \mu_{fo} = h_{go} - T_o s_{go} = h_{fo} - T_o s_{fo}$$

の関係を用いれば

$$\delta(\mu\tau) = \frac{\mu_g}{T_g} - \frac{\mu_f}{T_f}$$

$$= \frac{\Delta\mu_g - \Delta\mu_f}{T_o} + \frac{\mu_o}{T_o^2}(\theta_f - \theta_g)$$

$$= \frac{h_{fo}}{T_o^2}\theta_f - \frac{h_{go}}{T_o^2}\theta_g - \frac{v_{fo}}{T_o}p_f + \frac{v_{go}}{T_o}p_g \tag{3.66}$$

従って，質量流束J_mは

$$J_m = L_{mu}\frac{\theta_f - \theta_g}{T_o^2} - L_{mm}\left(\frac{h_{fo}\theta_f - h_{go}\theta_g}{T_o^2} - \frac{v_{fo}p_f - v_{go}p_g}{T_o}\right) \tag{3.67}$$

ここで Clausius-Clapeyron の関係

$$p_f=\frac{h_{go}-h_{fo}}{T_o\,(v_{go}-v_{fo})}\theta_f \tag{3.68}$$

を用いると

$$J_m=(L_{mu}-h_{go}L_{mm})\frac{\theta_f-\theta_g}{T_o^2}+L_{mm}\frac{v_{go}}{T_o}p^* \tag{3.69}$$

$$J_u=(L_{uu}-h_{go}L_{um})\frac{\theta_f-\theta_g}{T_o^2}+L_{um}\frac{v_{go}}{T_o}p^* \tag{3.70}$$

結局，(3.52)，(3.61)，(3.64)，(3.69)から輸送係数について次のような結果を得る。

$$L_{uu}=\frac{P_oT_o}{(2\pi RT_o)^{1/2}}\left\{\frac{1}{2}(\kappa+1)\,c_{vgo}T_o+\frac{(h_{go}-P_ov_{go}/2)^2}{RT_o}\right\} \tag{3.71}$$

$$L_{um}=(h_{go}-P_ov_{go}/2)\,L_{mm} \tag{3.72}$$

$$L_{mm}=\frac{P_oT_o}{RT_o\,(2\pi RT_o)^{1/2}} \tag{3.73}$$

3．3　計算結果と検討

図3-2に示されるような断熱された容器内の飽和平衡状態にある一成分気液二相が，ある瞬間に気相側の容積が僅かに変化したとき，系内の気相と液相の間には飽和平衡状態からのずれが生ずる。このときの系内の気相の温度，液相の温度，両相間の圧力差などが，次の平衡状態に達するまでに，時間とともに，どの様に変化するかを知ることにする。ここで，系の変化として気相側の体積変化のみを考え，系外への質量放出は考えないことにする。気相，液相の温度T_g，T_fは，初期の温度T_oからの変化量θ_g，θ_fを，圧力は液相と気相の圧力差$p^*=P_f-P_g$を計算することにする。これらは，式(3.41)～(3.46)から，すべて気液各相の初期の状態量と系の体積変化量が与えられれば求めることが出来る。輸送係数は式(3.71)～(3.73)に得られた結果を用い，初期の状態量から計算することが出来る。

数値計算を行うにあたり，初期の静止した系内にある各相の質量m_{go}，m_{fo}については，系の全容積Vとの比で次式のように表すことにする。

$$m_{go}v_{go}=\phi V,\qquad m_{fo}v_{fo}=(1-\phi)\,V \tag{3.74}$$

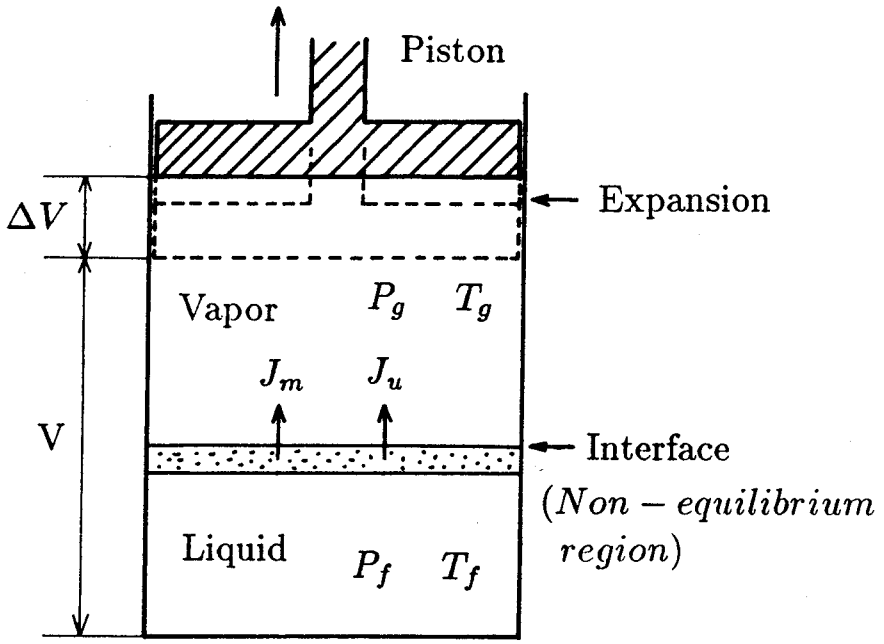


図３-２　容器内気液二相モデル

したがって，気相容積比ϕは，系の変化前の気相の容積割合を表している。またここでは，系変化として体積変化のみを考え，このときの変化量を△Ｖとおき，初期気相容積との比をとって次のように表す。

$$\frac{\Delta V}{m_{go} v_{go}} = \frac{\Delta V}{\phi V} = \Delta\omega \tag{3.75}$$

上述の△ωを用いて，体積変化がステップ関数で与えられる場合，式(3.40)から各相の温度及び両相の圧力差の各変化は次のように表される。

$$\theta_f,\ \theta_g,\ p^* = \frac{1}{K'}\left(r + m e^{\alpha t} + n e^{\beta t}\right)\Delta\omega \tag{3.76}$$

ただし，Ｋ'については

$$K' = \frac{\phi\ (1-\phi)}{P_o v_{go} v_{fo}} c_{vfo} c_{vgo} \tag{3.77}$$

である。さらに式(3.76)で変化の時定数を決定する指数α，βについては，式(3.36)の $s^2 + Bs + C = 0$ の２根であり，また１／Ｖに比例する形で次のよう

に求められる。

$$\alpha=\frac{-B+(B^2-4C)^{1/2}}{2}=\frac{1}{V}\alpha^* \tag{3.78}$$

$$\beta=\frac{-B-(B^2-4C)^{1/2}}{2}=\frac{1}{V}\beta^* \tag{3.79}$$

したがって，時間的変化を求める際，t／Vを時間についてのパラメータとすることができる。以上の事項と既述の解析に基づいて，初期飽和平衡状態から気相体積をステップ状に変化させた場合の温度および両相圧力差〔式(3.41),(3.43),(3.45)〕，また，エネルギ流束，質量流束〔式(3.69),(3.70)〕の時間的変化を，表3-1 の飽和状態にある初期値を用いて，水と二酸化炭素について数値計算をする。さらに，これらの変化の特性を決定するα^*，β^*は，初期飽和圧力をパラメータとして気相容積比に対する変化で整理できることを示した。

表３－１　数値計算に用いた水と二酸化炭素の初期飽和圧力及び温度

水		二酸化炭素	
P_o Kpa	T_o ℃	P_o Kpa	T_o ℃
1.227	10	3045.1	-10
4.242	30	3485.4	0
12.335	50	3721.8	2.5
47.362	80	3971.8	5
101.33	100	4506.3	10
196.59	120	5092.8	15
476.01	150	5403.7	17.5
1002.7	180	5733.2	20
1907.9	210	6432.4	25
2797.7	230	7192.5	30

数値計算には，常温で飽和圧力の低い水と比較的飽和圧力の高い二酸化炭素を用いて行った。系の気相の容積をステップ状に膨張させたときの変化割合$\Delta\omega$については，初期の変化が小さいという仮定から変化量の二次以上の項を無視して方程式を線形化しているため，計算には$\Delta\omega=0.01$の場合の例を示した。

初期飽和圧力P_o=199KPaの水及び P_o=4.51MPaの二酸化炭素で，初期の気相容積割合ϕ=0.5の場合について，気相，液相の温度変化量θ_g，θ_f，両相の圧力差p^*，エネルギ流束J_u及び質量流束J_mが，時間と共に変化していく様子を図3-3,

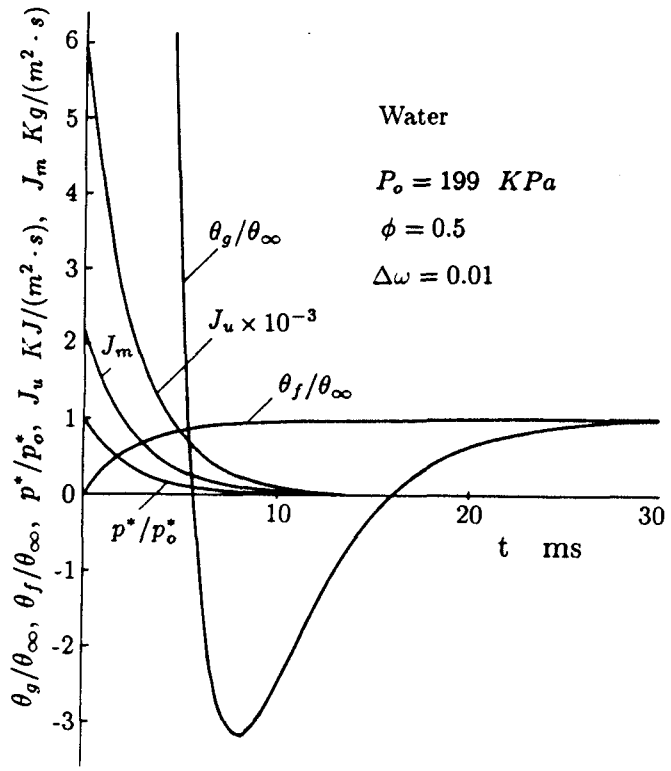


図３-３　容器内状態変化
（水－水蒸気）

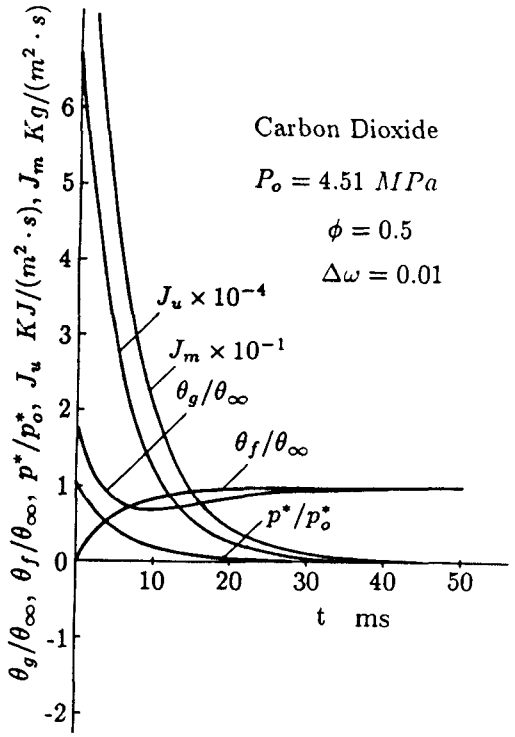


図３-４　容器内状態変化
（二酸化炭素）

図3-4に示した。各相の温度変化量は,それぞれ変化最終値の平衡状態θ_∞に対する比をとり，両相の圧力差はｔ＝０の系変化の初期値p^*_oに対する比で表した。

３．３．１　気液各相の温度及び圧力変化

図3-5は，初期飽和圧力P_o=101KPaの水の場合では，θ_g/θ_∞の変化は,変化前の気相容積比ϕをパラメータとして，ｔ＝０のとき,初期の系の膨張によってT_oからθ_{go}だけ温度降下した点から出発することになり，θ_g/θ_∞は時間とともに急激に降下し，極小値に達した後，緩やかに両相は，次の飽和平衡状態に近づく。これらはϕが小さいほど変化が急激でθ_g/θ_∞＝１への収束が速い。

図3-6の二酸化炭素についても，初期飽和圧力Po=4.51MPaの場合，水と同様に極値を持つ変化形を示しているが，水の場合ほどθ_g/θ_∞の値は急激でなく全体に緩やかな変化をする。ここで，ｔ＝０のときのθ_{go}の値は，系の気相側の体積ϕＶがステップ状に△Ｖだけ膨張したときの値で等エントロピ変化であり，ϕに関係しない量で(3.44)あるいは，$\theta_{go} = -(\kappa - 1)T_o\Delta\omega$で与えられる。

このときの液相の温度の変化は，図3-7，3-8に水，二酸化炭素についてそれぞ

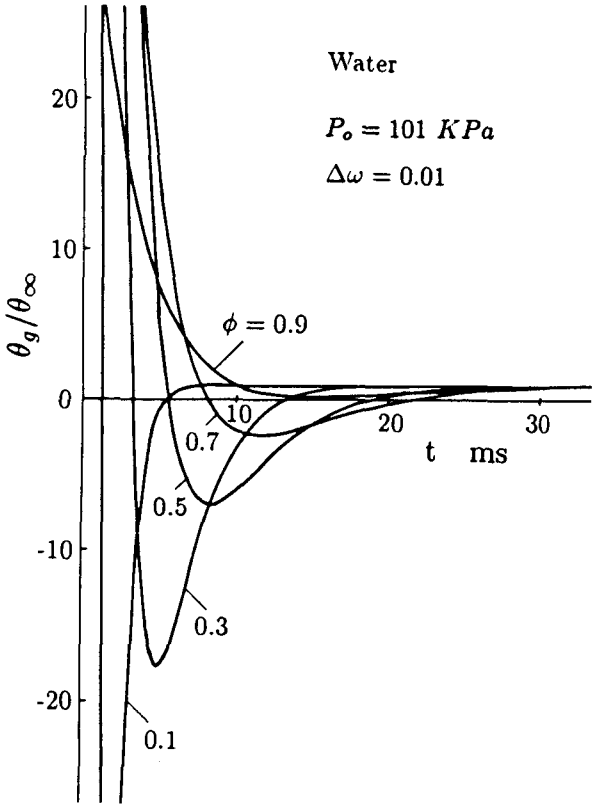


図３-５　気相の温度変化

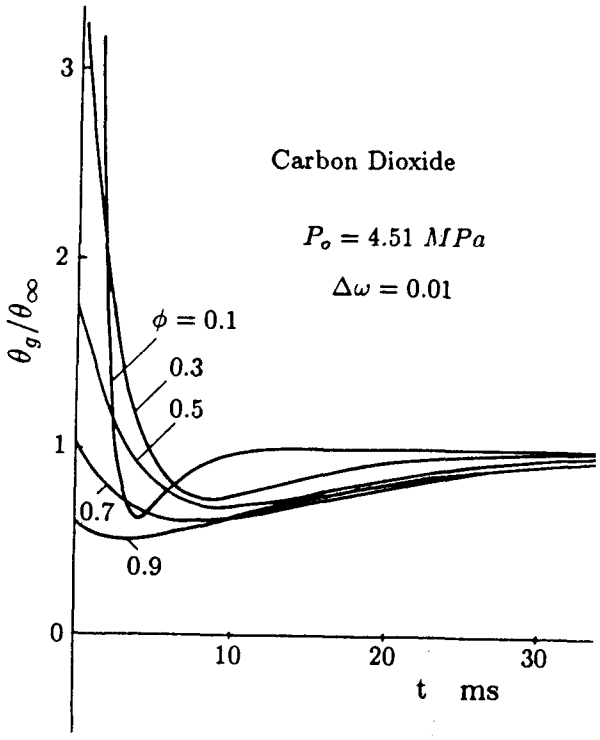


図３-６　気相の温度変化

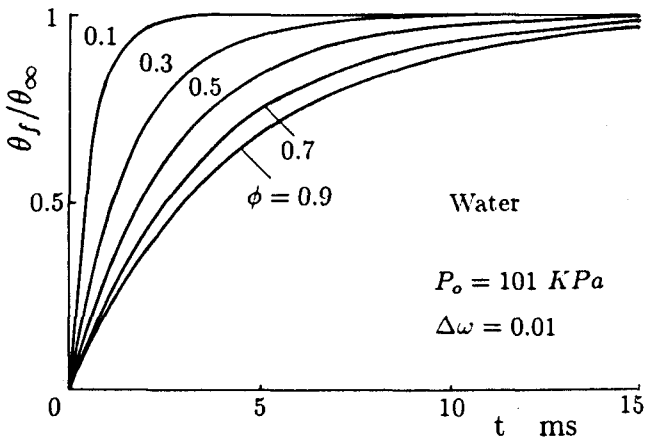


図３-７　液相の温度変化

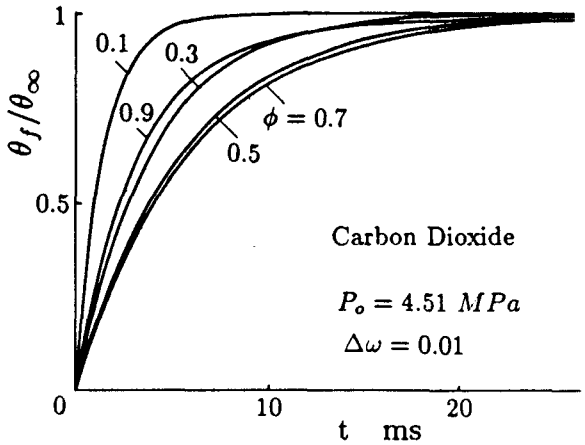


図３-８　液相の温度変化

れθ_f/θ_∞－ｔの関係を示した。ｔ＝０でステップ状に変化するとき，気相側にある蒸気のみが膨張し，液相の温度変化は，θ_{fo}＝０であり，以後，単調に液温は降下し，$\theta_f/\theta_\infty \to 1$に近づく。また，水の場合，$\phi$が大きいほど液温の変化$\theta_f$が$\theta_\infty$に収束するのが遅いが，二酸化炭素では，$\phi$が大きく0.7をこえると逆に$\theta_f/\theta_\infty$の変化は速くなる。二酸化炭素においては同様のことが，次に示す圧力

差の変化にも現れる。これは二酸化炭素では気液の密度差が小さく，ϕが大きいとき，すなわち液相の占める容積割合が小さいとき，界面からの蒸発量が大きいことから液相の温度降下が速く，圧力差も小さくなるものと推定される。

両相の圧力差の関係p^*/p^*_o-tについては，図3-9，3-10に示した。$t=0$の変化後の圧力差は $p^*=p_f-p_g=p^*_o$であり，このときのp^*_oの値は，気相側蒸気が等エントロピ変化をすることから $p^*_o=\kappa P_o\Delta\omega$で与えられる。したがって，$t=0$のときの$p^*/p^*_o=1$から時間とともに単調に減少し，$p^*/p^*_o\to 0$に近づき両相は平衡状態に達する。また，$\phi$が小さいほど圧力差$p^*$の0への収束が速いことが分かる。

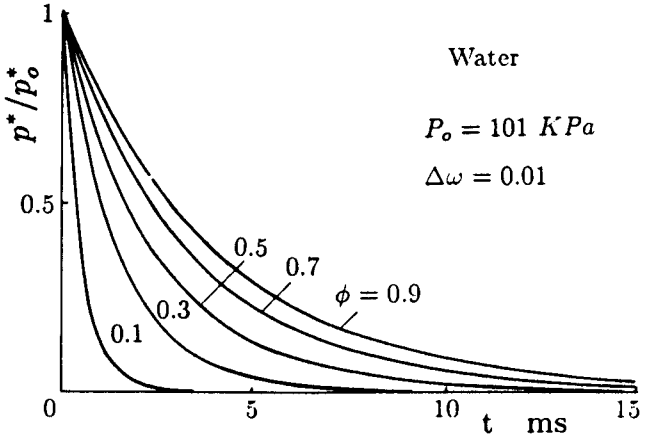


図３-９　相間の圧力変化

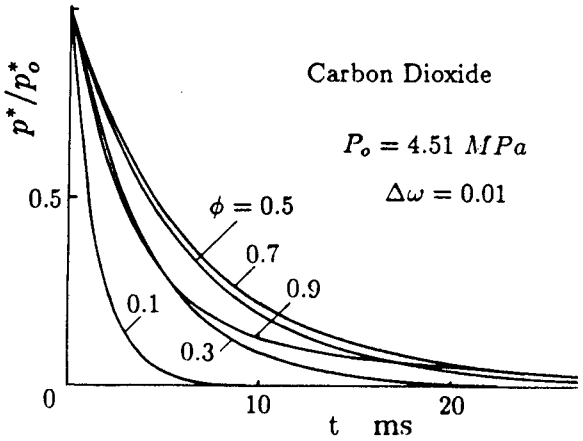


図３-１０　相間の圧力変化

気相容積比ϕが一定の場合，初期飽和圧力をパラメータにとって示したのが図3-11～16で，いずれも$\phi=0.5$の場合を例に示した。図3-11，3-12のθ_g/θ_∞については，水の場合，飽和圧力が高いほど極小値は大きく，θ_∞に達する時間は速い。一方，二酸化炭素では，飽和圧力が大きくなると，θ_g/θ_∞の極小値は，水の場合と異なり小さくなる。両相の次の飽和平衡状態への変化の速さは，図3-13，14と図3-15，16に示した液温の変化及び両相の圧力差の変化からも分かるが，水の場合，二酸化炭素に比べて変化は速い。また，水では，大きな差ではないが，初期飽和圧力が高いほど収束は速くなるが，二酸化炭素の場合では逆に，圧力の高いほど平衡状態への収束が遅い。これは，二酸化炭素の二相が状態線図の臨界点に近づき両相の状態量の差が少なくなり，液相から気相への相変化に伴う輸送量が大きくなるためと思われる。

ここで，図3-3，3-4のθ_g/θ_∞とθ_f/θ_∞の変化において見られるように，両曲線は交差しており，その交点以後では気相の温度は液相の温度よりも高くなった状態でθ_∞に近づいていることを示している。これは，気液間の輸送係数はすべて初期の状態量によって決定され，気液の過渡的な状態変化を考慮にいれてないため，気相側への過度の輸送の結果このような逆転が生じたものと考えられる。

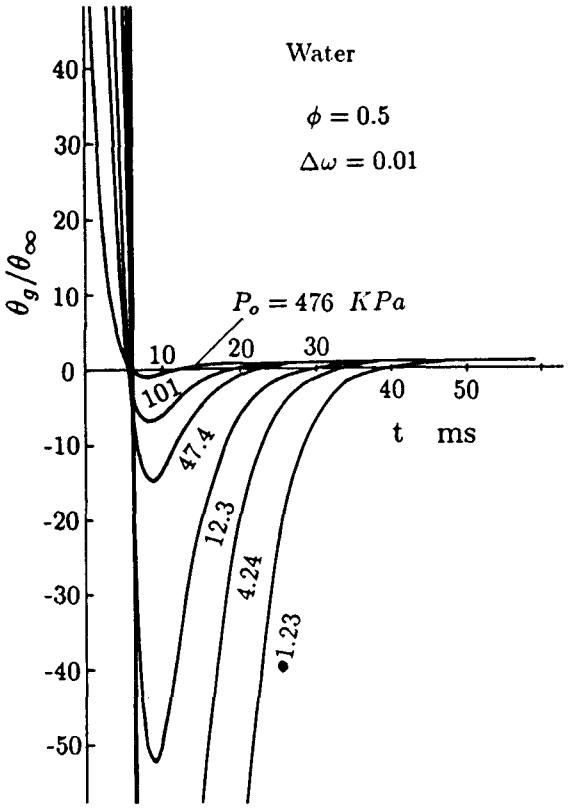


図３-１１　気相の温度変化

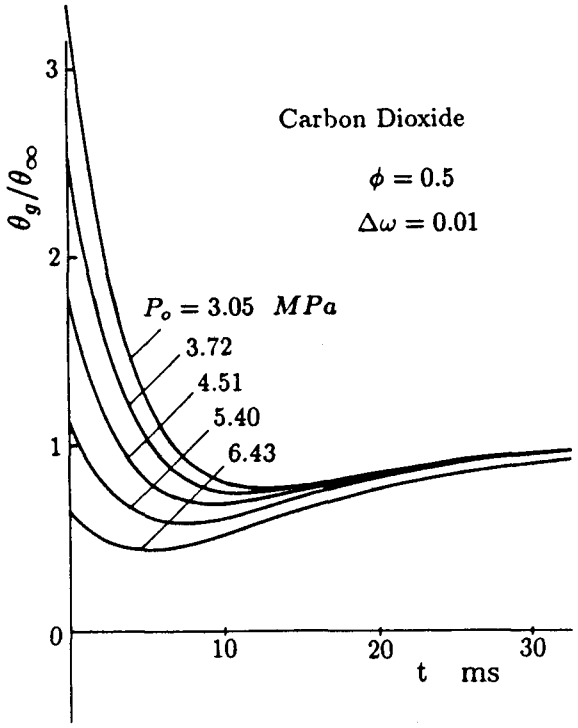


図３-１２　気相の温度変化

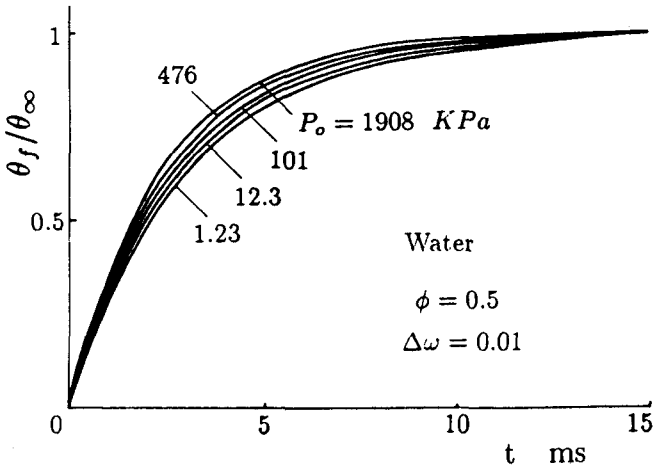


図３-１３　液相の温度変化

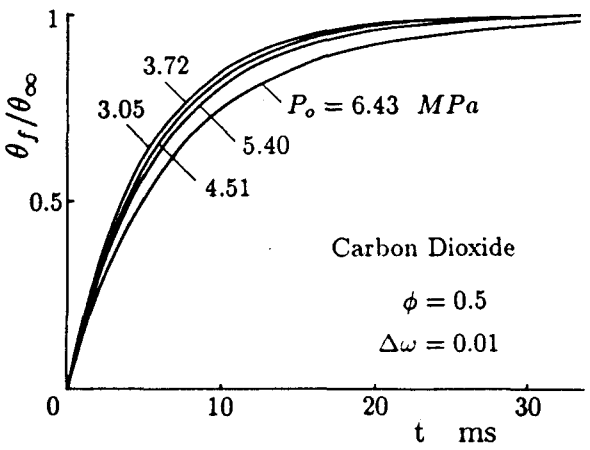


図３-１４　液相の温度変化

さらに，図3-5，3-6の気相温度についてのみθ_g/θ_∞の代わりにθ_g－tの関係を水，二酸化炭素について示したのが図3-17，3-18である。水の場合，ϕが小さいほど，やはりθ_gは急激に上昇して極値に達し，θ_∞に収束するのも速いが，θ_gの極値はϕに対してほとんど変わらないことが分かる。一方，θ_∞についてはϕが大きいほど変化量は大きくなっているが，水では，ϕ=0.1～0.9で，θ_∞=-0.00037～

-0.027℃，二酸化炭素では，ϕ=0.1～0.9で，θ_∞=-0.013～-0.28℃程度であり，全体にかなり小さい値で，はじめの平衡状態からの変化が少ないことが分かる。図3-5，図3-11でθ_g/θ_∞の値が大きく変化しているのは，このθ_∞が小さい値をとったためである。図3-6，3-12の二酸化炭素についても同様であるが，θ_∞の変化

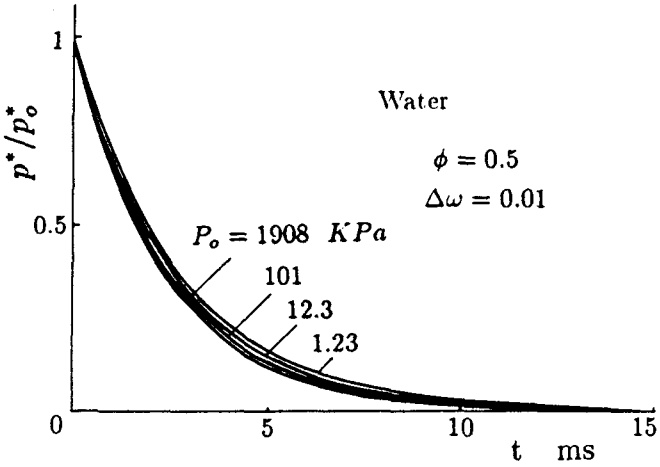


図３－１５　相間の圧力変化

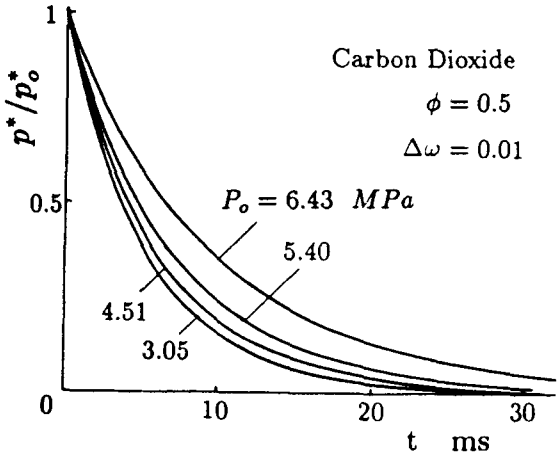


図３－１６　相間の圧力変化

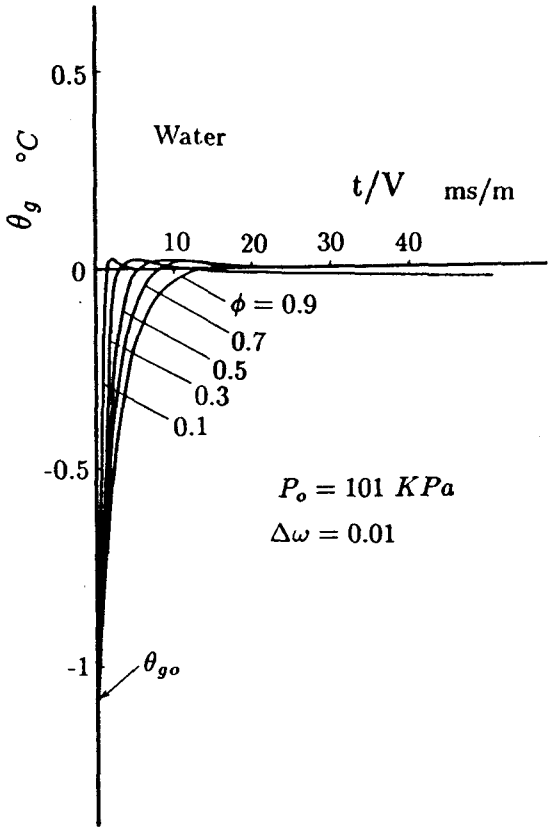


図３－１７　気相の温度変化

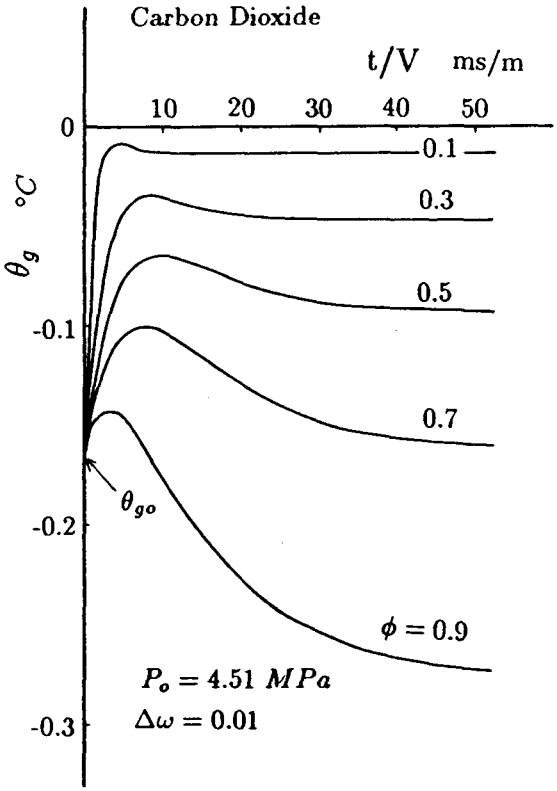


図３－１８　気相の温度変化

量は水のときより低く，とくにϕが大きい場合，θ_{go}よりさらに降下する場合がある。

これらの結果から，物性値の異なる水と二酸化炭素では，変化過程の特性が異なる。変化は，初期の状態量と気相容積比によって決まるが，二酸化炭素のように状態線図の臨界点に近い二相では，両相の飽和状態の密度差も小さくなり，水の大きな密度差の場合とはかなり違った様子を与える。

3．3．2　質量流束及びエネルギ流束

以上の各相の温度変化ならびに圧力変化に対応して，気液界面を通して輸送される質量流束，エネルギ流束の変化は，式(3.69)，(3.70)から輸送係数を用いて求めることが出来る。ここで，輸送係数L_{uu}，L_{um}，L_{mm}は，各相の初期飽和状態のみで決まる量であり，ここに用いる範囲の水と二酸化炭素について，初期飽和圧力を横軸にとり図3-19,3-20に示した。

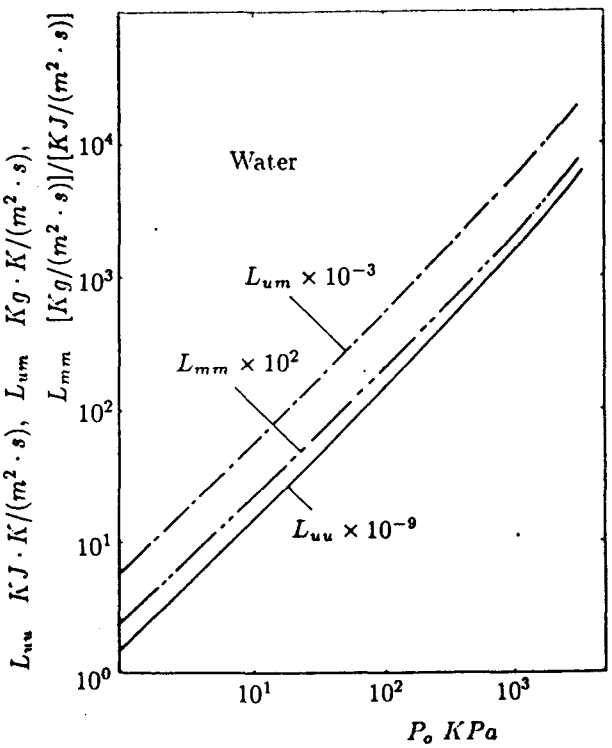


図３-１９　水の輸送係数

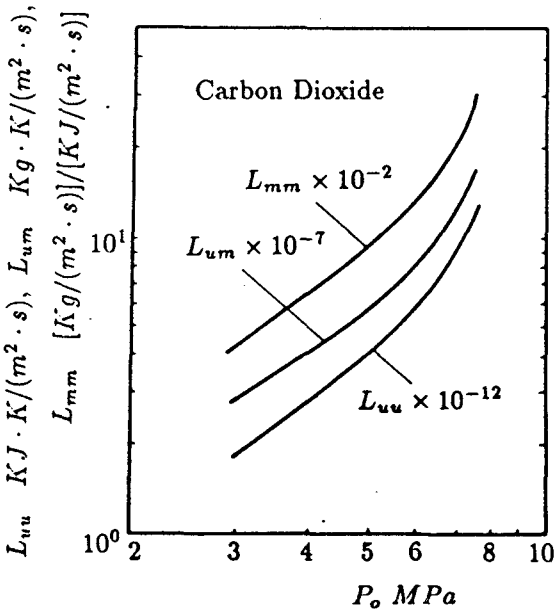


図３-２０　二酸化炭素の輸送係数

質量流束及びエネルギ流束は，気相容積比と初期飽和圧力をパラメータにとって，図3-21～図3-28に，それぞれ示した。質量流束J_mについて，式(3.69)から

第１項をＪ$_{m1}$とおき，第２項をＪ$_{m2}$とおく。この第１項は気液両相の温度差によって生ずる質量流束であり，第２項は圧力差によって運ばれる質量流束を示している。図から，いずれの場合もＪ$_{m1}$はＪ$_{m2}$に比べてかなり小さいことが分かる。また，エネルギ流束については，式(3.70)から，第１項の熱伝導によるエネルギ流束Ｊ$_{u1}$と質量流束によって運ばれるエネルギ流束である第２項Ｊ$_{u2}$とからなっ

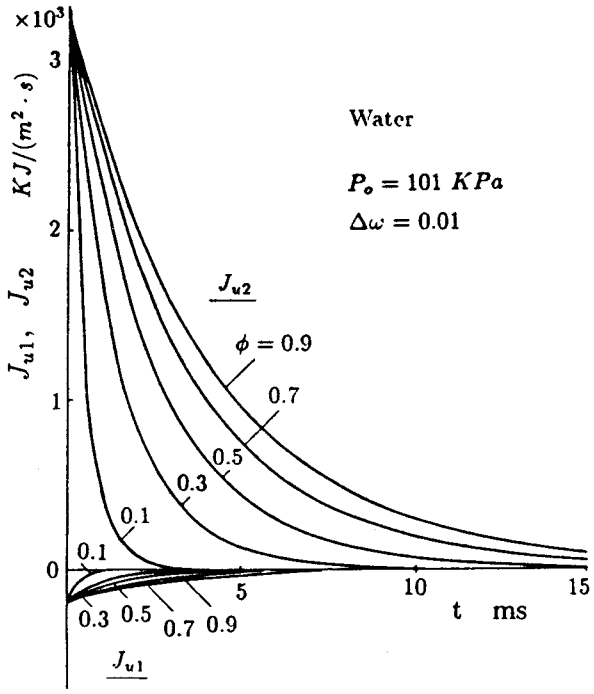


図３-２１　エネルギ流束

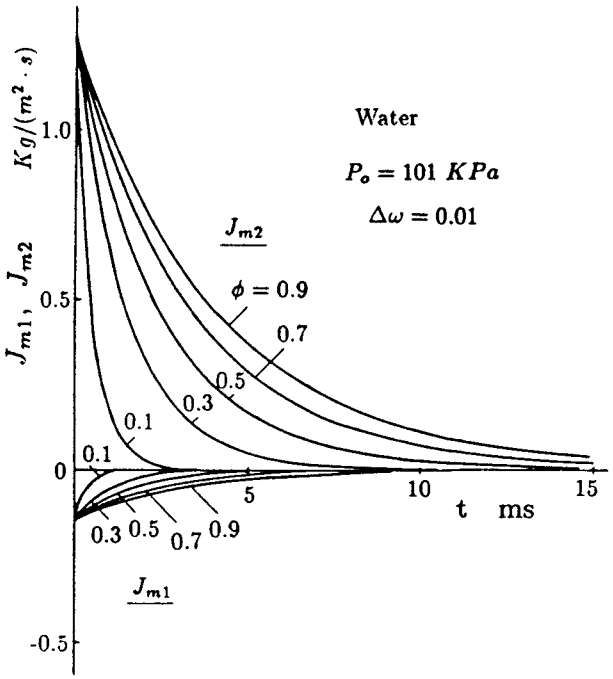


図３-２２　質量流束

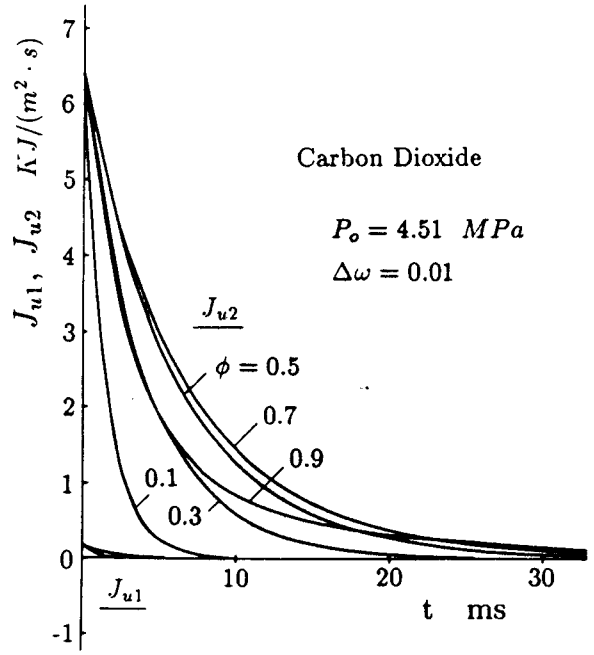


図３-２３　エネルギ流束

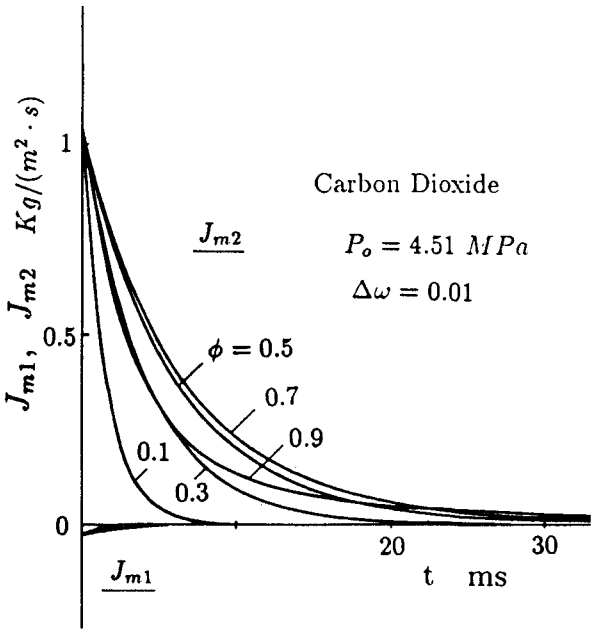


図３-２４　質量流束

ている。この場合も気液の温度差による熱伝導に関係する項の全体のエネルギ流束に与える影響はかなり小さく，界面からの質量によって運ばれる第２項のエネルギ流束が大きいことを示している。さらに，（$\theta_f - \theta_g$）の正負に応じて，液相

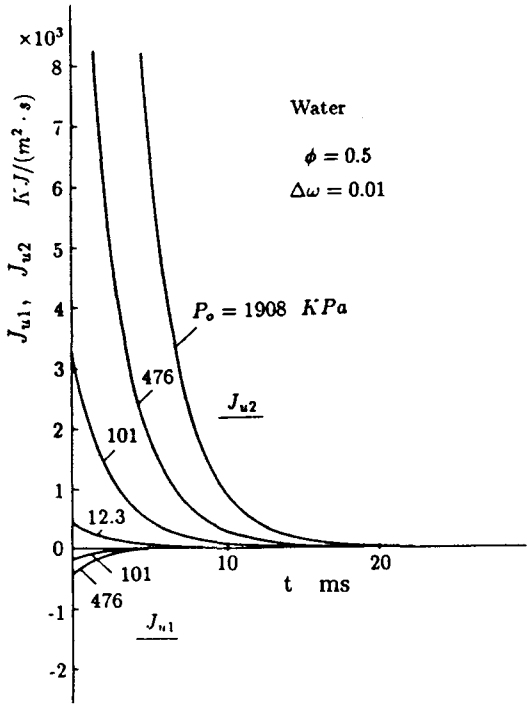


図３-２５　エネルギ流束

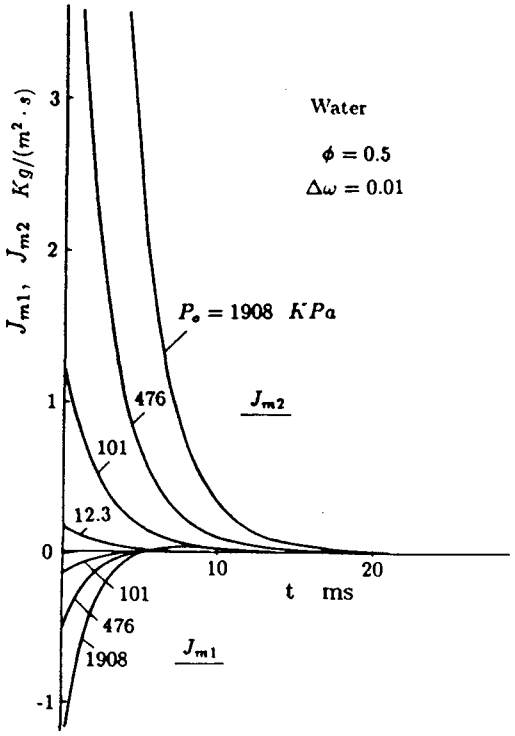


図３-２６　質量流束

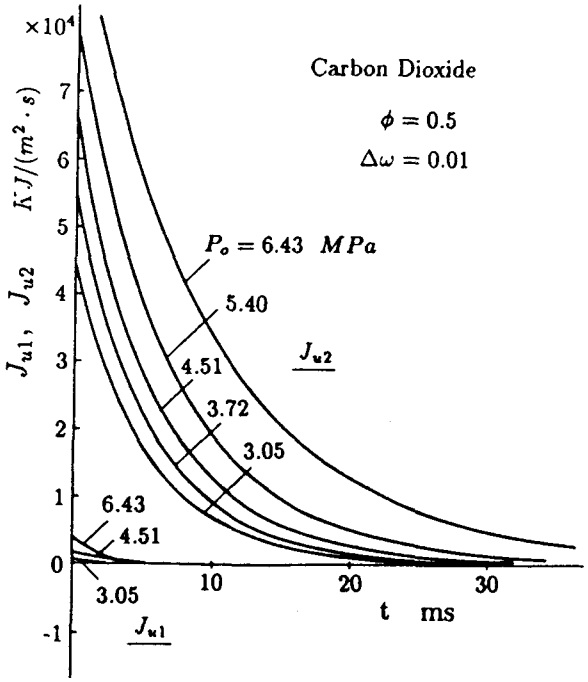


図３-２７　エネルギ流束

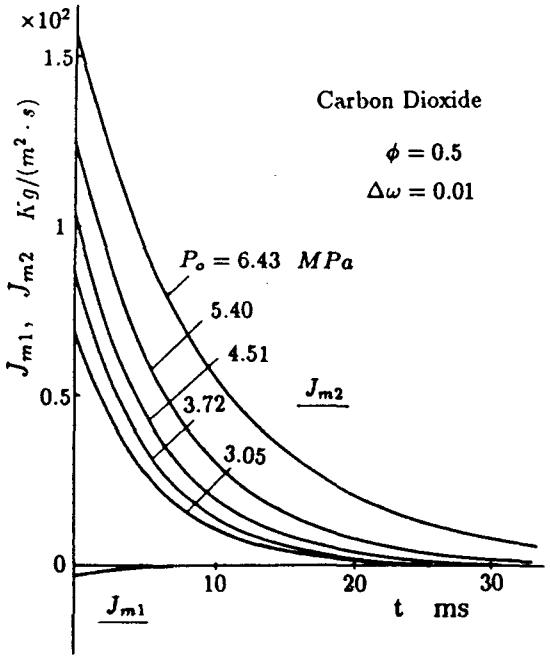


図３-２８　質量流束

から気相への熱伝導によるエネルギ流束も，逆に気相から液相へと変わっているのが分かる。

これらの輸送量は，いずれも飽和圧力が高く，気相容積割合の大きい場合ほど大きくなることを示している。

3・3・3　変化の時定数を決定する指数 α^*，β^*

両相の温度，圧力差の変化を特徴づける α^*，β^* については，式(3.78)，(3.79)に示されるように，V/α^*，V/β^* の形で，変化の時定数が決定される。図3-29，3-30には，水と二酸化炭素について飽和圧力をパラメータにとり，ϕ を変化させたときの α^*，β^* を示した。図から，いずれも $|\alpha^*| < |\beta^*|$ であり，$|\alpha^*|$ は ϕ の増加にしたがって減少する。従って，既に示した θ_f，θ_g，p^* の変化過程における時定数は気相容積比 ϕ の増加と共に大きな値となることが分かる。また，水の場合では飽和圧力が高いほど $|\alpha^*|$ が大きくなるのに対して，二酸化炭

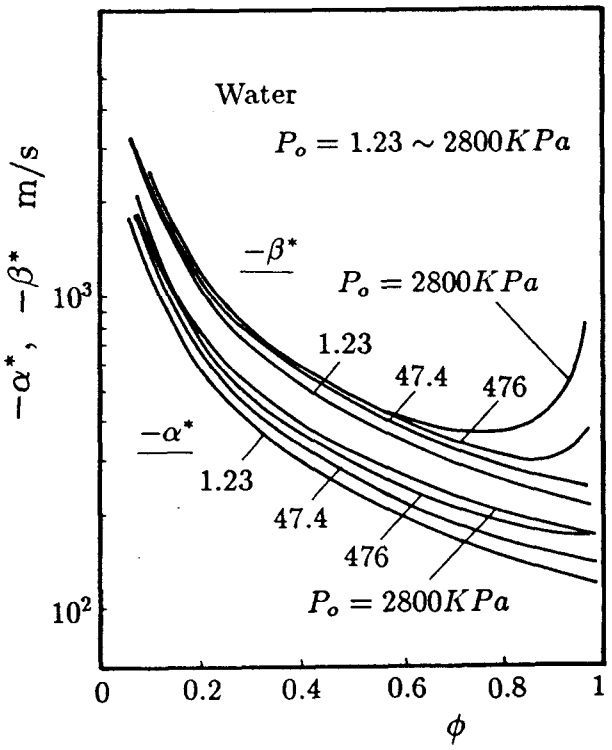


図3-29　指数 α^*，β^*

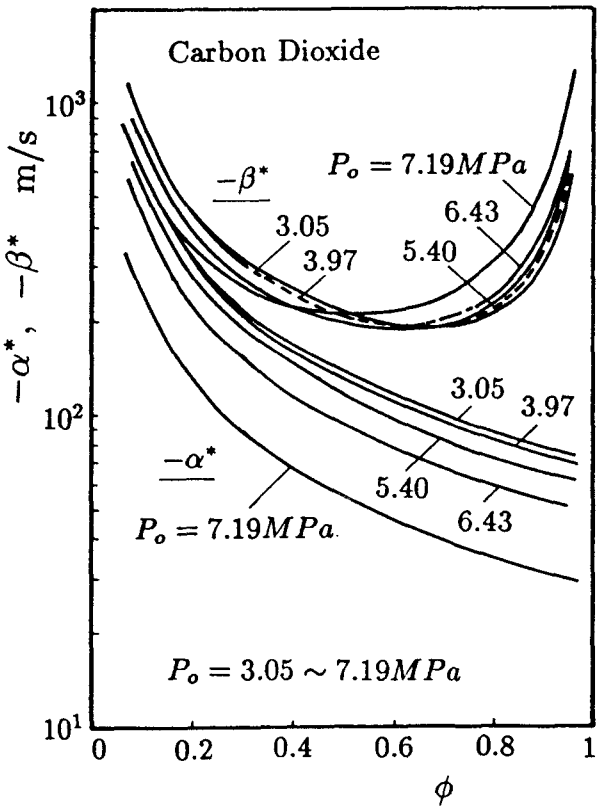


図3-30　指数 α^*，β^*

素では逆に低くなっている。この結果についても，温度や圧力差の変化に関して述べたように，二相が状態線図の臨界点近くにある二酸化炭素では，質量流束及びエネルギ流束も大きく，気相，液相ともに変化は速くなるものと思われる。

3．4　結 言

以上の解析結果から，次の結論が得られた。

（１）系の容積変化を入力，圧力と温度の変化を出力とした場合，両者の関係は式(3.36)に示した伝達関数Ｚ（s）で与えられる。

（２）相間の質量流束及び，エネルギ流束は，両相の温度差によって運ばれる割合は少なく，圧力差あるいは質量移動にともなって輸送されるものが大部分を占める。また，状態線図の臨界点近くの二相を除いて，気相容積比が大きく，初期飽和圧力が高いほど質量及びエネルギ流束は大きくなる。

（３）変化過程の時定数は，気相容積比が大きいほど大きい。また，二相が状態線図の臨界点から離れた状態にある流体では，初期飽和圧力が低いほど時定数は大きく，逆に，臨界点に近い流体では，飽和圧力が高いほど時定数は大きくなる。

第４章　臨界状態にある ノズル内気液二相流

４．１　まえがき

気液二相流の中でも冷媒，液化ガスの管内輸送やボイラ蒸発管内の流れなど，相変化を伴う一成分気液二相流に関して，Martinelli[7]らに始まり，現在まで数多くの研究が見られるが，流路断面積の急激な変化や高速流動の二相流など，流れ方向への状態変化の著しい流れに対して，相間の質量やエネルギ輸送を考慮した解析は，流動現象の複雑さなどの理由から未だ流れの特性などを十分に把握しているとは言い難い。

長管路内の比較的ゆっくりした流れでは，二相はほぼ飽和平衡状態を保っているがノズルなど短い流路内の気液二相は，急激な圧力変化に対し，相間での質量輸送，エネルギ輸送が十分に行われず，入口で平衡であっても下流では両相間の熱力学的平衡状態は大きく崩れてくる。特に，臨界状態にある先細末広ノズル内高速二相流では，スロート部近傍において相間の非平衡の程度がかなり大きく，その流動形態も確定し難いため，その扱いが非常に困難なものとなっている。

両相が熱力学的平衡にあるときの臨界条件については，甲藤の研究[34,35]があり直管から流出する臨界流の実験結果と良い一致を示している。非平衡状態を考慮したものでは，原子炉冷却系の破断事故を想定した高圧液の流出時の臨界流の解析などで，気泡の発生，成長の過程を均質流の中に取り入れた比較的気相割合の低い領域でのもの[17]や，先細ノズル内流れでは非平衡状態はスロート部において最も大きく，相変化量も大きいとして平衡状態から得られる相変化量に実験的な修正係数を用いることで臨界流量を求めたHenry-Fauske[22]の解析等があるが，ノズル内流路に沿う流動機構の詳細については明確にしていない。

ここでは，一次元の分離流を仮定した基礎方程式をもとに相間に熱力学的非平衡が存在する臨界流について，界面からの蒸発や凝縮など質量及びエネルギ輸送現象に対し，最も粗い近似ではあるが，気体分子運動論から得られる Maxwell分布則を適用するという方法で理論解析を行い，実験係数等を含まない形で，まず，二相の流路内の状態変化とその特性に関する知見を得ることとした。計算は，臨界状態における断面積の変化する流路内の速度分布や状態量の変化，臨界流量などを求め，平衡状態にある場合，あるいは相変化のない場合の気液二相の流路内流れとの違いを示した。

4．2　気液二相流を記述する基礎方程式

断熱された流路内を相変化を伴って流動する図4-1のような一成分気液二相流に

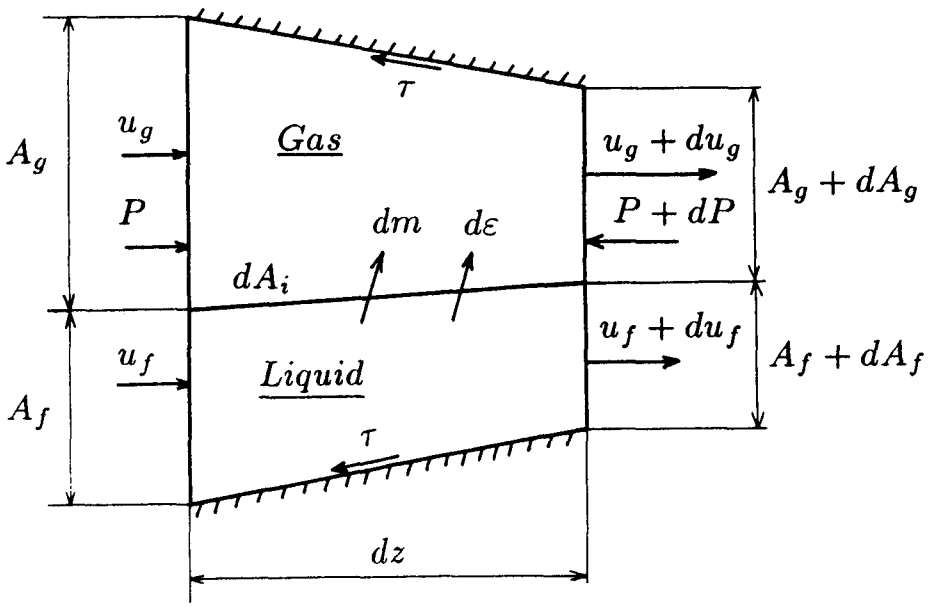


図４-１　二相流モデル

対し，定常一次元の分離流を仮定したとき，基礎方程式は気液両相を含む全体の系と気相または液相のどちらかの系について表せばよい。連続の式は全系で

$$\frac{A}{W}=\frac{x}{\rho_g u_g}+\frac{1-x}{\rho_f u_f} \tag{4.1}$$

微少区間dzの界面を通して移動する相変化量 dmは，気相側では

$$Wdx=dm \tag{4.2}$$

全系と気相に対して，運動量式は

$$Wd\{xu_g+(1-x)u_f\}=-AdP-\tau dA_w \tag{4.3}$$

$$Wd(xu_g)=Eu_f dm+(1-E)u_g dm$$
$$-A_g dP-df_i-(\tau dA_w)_g \tag{4.4}$$

ここで，蒸発過程（dx＞0）では E＝1，凝縮過程（dx＜0）で E＝0

をとるものとする。壁面摩擦力は，τdA_w のうち気相の分担分 $(\tau dA_w)_g$ を受け，界面では気相と液相の相対速度による摩擦力 df_i を受ける。

エネルギ式についても流体は壁面で断熱されていることから，それぞれ

$$Wd\left\{x\left(h_g+\frac{u_g^2}{2}\right)+(1-x)\left(h_f+\frac{u_f^2}{2}\right)\right\}=0 \tag{4.5}$$

$$Wd\left\{x\left(h_g+\frac{u_g^2}{2}\right)\right\}=E\frac{u_f^2}{2}dm+(1-E)\frac{u_g^2}{2}dm+d\varepsilon \tag{4.6}$$

右辺は相変化の方向によって異なり，蒸発過程では，質量移動にともなう液相の運動エネルギの増加があり，逆に，凝縮の際には，気相の持っていた運動エネルギの減少となる。$d\varepsilon$ はdz 区間の界面を通して運ばれるエネルギ輸送量を表し，壁面や界面との摩擦による発生熱は，それぞれのエンタルピに含まれるものである。

流路内を高速で流動するとき，あるいは，急変化する流路断面内にある気液二相流では，両相の圧力の変化の速さに比べ熱的な平衡状態に達するのは遅く，気液両相間で温度の非平衡状態が生ずる。その結果，非平衡の程度に応じて，質量及びエネルギの輸送が行われる。平衡状態の気液二相流は，その変化の極限として考えられるものである。

熱力学的に飽和平衡状態にない二相のそれぞれの状態式は，一般に，圧力と温度の関数として

$$\rho_g=\rho_g(P,\ T_g)$$

$$\rho_f=\rho_f(P,\ T_f) \tag{4.7}$$

$$h_g=h_g(P,\ T_g)$$

$$h_f=h_f(P,\ T_f) \tag{4.8}$$

で表される。

4．3　質量流束及びエネルギ流束

基礎方程式の中で，相間の質量輸送量dmやエネルギ輸送量$d\varepsilon$を，いかに評価するかは，流路内二相のフローパターンや状態変化の速さ等に関係することから，これを正確に知る事は困難である。一成分二相流では，特別な場合として相変化のないフローズンフローや両相間に十分相変化が行われたと見なされる熱力学的平衡な流れ等の仮定がよく用いられるが，実際の二相流は，この中間に存在する

ものと考えられる。例えば，気液二相流が流路内で急激な状態変化を伴う場合など，流路断面で圧力の変化は速く，相間の圧力差は無視できるのに対し，温度変化は，はるかに遅く，気相と液相の間に大きな温度差を生じ易い。このような非平衡が存在するとき，両相間の質量やエネルギが気液界面を通して移動する輸送量は，この面積に比例する形で，次のように表される。

$$dm = J_m dA_i \tag{4.9}$$

$$d\varepsilon = J_u dA_i \tag{4.10}$$

ここで，J_mは質量流束，J_uはエネルギ流束である。しかしながら質量流束やエネルギ流束は，気体分子間の相互作用や界面近傍の流動などと複雑に関係するため，これを理論的に求めることは一般に困難である。

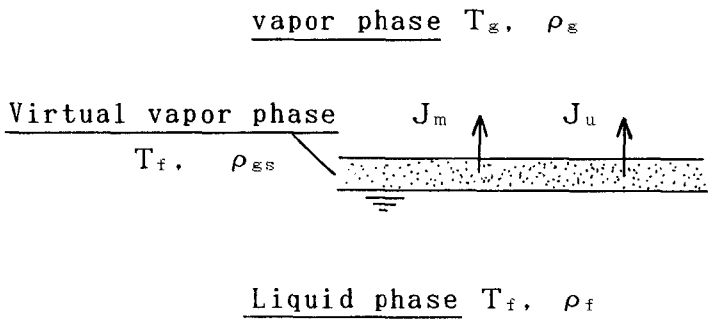


図４-２　相間の質量及びエネルギ輸送

ここでは，相間に熱力学的非平衡があるときの流路内の流れの特性を，まず把握する目的のため，これらのJ_m，J_uには，前章に示した静止系気液二相間に生じた微少変化に対し，分子間の相互作用を無視し，気相側と液相側にMaxwellの速度分布則が適用できると仮定した分子運動論から得られた結果を用い，これを実際の流れの場に適用するという近似をとった。このとき，図4-2に示すように，液相側に液相と飽和平衡状態にある気相領域を仮定し，その密度をρ_{gs}とおくと，両相間の質量流束は

$$J_m = \left(\frac{R}{2\pi}\right)^{1/2} \left(\rho_{gs} T_f^{1/2} - \rho_g T_g^{1/2}\right) \tag{4.11}$$

で与えられる。

エネルギ流束は，両相の温度差のみによって生ずる熱伝導項と質量移動に伴って輸送される項の和として表される。

$$J_u = \frac{\kappa+1}{\kappa-1}\frac{P}{2}\left(\frac{RT_o}{2\pi}\right)^{1/2}\frac{(T_f - T_g)}{T_O} + \left(h_g - \frac{1}{2}\frac{P}{\rho_{gs}}\right) J_m \tag{4.12}$$

ここで，第２項の $h_g - P/2\rho_{gs}$ は相変化の際，質量と共に運ばれる輸送熱である。

４．４　気相，液相の熱力学的関係

運動量式とエネルギ式から，各相の熱エネルギと機械的エネルギの分離をはかる。まず，気相では(4.4)式に u_g をかけ，(4.6)式との差をとり，$Tds = dh - dP/\rho$ の関係を用いると，気相側の熱エネルギの増加は

$$Wx\,T_g ds_g = \frac{E}{2}(u_g - u_f)^2 dm + u_g df_i$$

$$+ u_g (\tau dA_w)_g + d\varepsilon - h_g dm \qquad (4.13)$$

液相側に対しても，同様に

$$W(1-x)\,T_f ds_f = -\frac{1-E}{2}(u_g - u_f)^2 dm + u_f df_i$$

$$+ u_f (\tau dA_w)_f - d\varepsilon + h_f dm \qquad (4.14)$$

蒸発過程にある場合，右辺第１項は，液相から気相に移動した質量 dm の運動エネルギで，$u_g < u_f$ のとき喪失エネルギ，$u_g > u_f$ のとき獲得エネルギとなる。さらに，運動量輸送によるみかけの応力 $(u_f - u_g)\,dm$ が気相に対して負の方向に働き，これによる気相への仕事が存在し，これらは喪失エネルギとなる。第１項はこれらの合計として与えられるものである。

第２項は，界面の摩擦力による仕事で，気液両相の和をとると，$(u_g - u_f)df_i$ となり，相対速度による仕事を表し，当然，喪失エネルギとして考えられる項である。第３項は，それぞれの相の壁面摩擦による仕事を与える。第４，５項は，界面を通して輸送されるエネルギを表す。

全系の熱エネルギの増加は

$$WTds = WxT_g ds_g + W(1-x)\,T_f ds_f + (h_g - h_f)\,dm$$

$$= (2E-1)\frac{(u_g - u_f)^2}{2} dm + (u_g - u_f)\,df_i$$

$$+ u_g (\tau dA_w)_g + u_f (\tau dA_w)_f \qquad (4.15)$$

で表され，運動エネルギの変化，界面及び壁面の摩擦に起因するエントロピの生成がみられる。

4．5　臨界状態にある先細ノズル内流れ

以上の一成分気液二相流の代表的な例として，流路断面が急激に絞られる先細ノズル内流れについて取扱うことにする。

圧縮性二相流では，高速流動とともに流量の限界を示す，いわゆる閉塞現象を生じ，管路出口端やノズルスロート部で臨界条件を満たす流れになることが知られている。　短い区間で断面積の変化する先細ノズル内気液二相の流路内の状態変化は大きく，そのフローパターンとともに相間での相互作用が複雑に関係するため，流れの状態を正確に把握する事は困難である。

ここでは，ノズル内流れの二相流に分離流モデルを用い，相間に非平衡状態が存在するとき，飽和平衡状態にあるとき，相変化のまったく生じないときの臨界流について示すことにする。

4．5．1　非平衡状態にあるときの臨界流

断面積の急変化する先細ノズル内の一成分気液二相流では，スロートに向かって，気相の急激な加速による圧力降下を生じ，気液間に大きな温度差を持った流れとなる。このような熱力学的非平衡状態にあるときの臨界流については，相間に現象論的輸送方程式から得られた結果を適用することで非平衡の程度を表し，臨界状態下の流れの諸量に与える影響について検討する。

流れの解析に際し次の仮定をおく。

（1）　ノズルは流れ方向に短く，外部と断熱であり，流路壁面，および気液界面の摩擦力は無視できるものとする。

（2）　気相側の状態式は

$$\frac{P}{\rho_g T_g}=\frac{P_o}{\rho_{go} T_{go}}=R \tag{4.16}$$

に従うものとする。ただし，RはP－V線図の飽和蒸気線上での圧力，密度，温度より求めた定数で，完全ガスにおける普遍定数とは異なる。

（3）　液相の密度変化は小さいとして無視する。

（4）　両相のエンタルピの変化は，熱力学の関係式から

$$dh_g = C_{pg} dT_g \tag{4.17}$$

$$dh_f = C_f dT_f + \frac{dp}{\rho_f} \tag{4.18}$$

ただし，比熱は初期の値から変化しないものとする。

（５） 気相断面との関係から，流れ方向に変化する気液界面は

$$dA_g = \zeta dA_i \tag{4.19}$$

で表され，ζ は気液界面の流れ方向の傾きを表す。

以上の仮定を用いて基礎方程式を整理すると，連続の式は

（両相）

$$\frac{x}{\rho_g u_g^2} du_g + \frac{1-x}{\rho_f u_f^2} du_f + \frac{x}{\rho_g^2 u_g} d\rho_g + \left(\frac{1}{\rho_f u_f} - \frac{1}{\rho_g u_g}\right) dx = -\frac{1}{W} dA \tag{4.20}$$

（気相）

$$W dx = J_m dA_i \tag{4.21}$$

運動量式は，

（両相）

$$x du_g + (1-x) du_f + \frac{A}{W} dp + (u_g - u_f) dx = 0 \tag{4.22}$$

（気相）

$$x du_g + \frac{x}{\rho_g u_g} dp + E (u_g - u_f) dx = 0 \tag{4.23}$$

エネルギ式は

（両相）

$$x u_g du_g + (1-x) u_f du_f + (1-x) \frac{1}{\rho_f} dp + x C_{pg} dT_g + C_f (1-x) dT_f + \left(h_g - h_f + \frac{u_g^2}{2} - \frac{u_f^2}{2}\right) dx = 0 \tag{4.24}$$

（気相）

$$x u_g du_g + x C_{pg} dT_g + \left\{h_g + E \left(\frac{u_g^2}{2} - \frac{u_f^2}{2}\right)\right\} dx - \frac{J_u}{W} dA_i = 0 \tag{4.25}$$

気相の状態変化は

$$d\rho_g - \frac{\rho_g}{P}\,dp + \frac{\rho_g}{T_g}\,dT_g = 0 \tag{4.26}$$

界面の面積の変化は，$dA_g = A_g\left(\frac{dx}{x} - \frac{du_g}{u_g} - \frac{d\rho_g}{\rho_g}\right)$ で与えられるので，(4.19)式から

$$\frac{x}{\rho_g u_g^2}\,du_g + \frac{x}{\rho_g^2 u_g}\,d\rho_g - \frac{1}{\rho_g u_g}\,dx + \frac{\zeta}{W}\,dA_i = 0 \tag{4.27}$$

入口の条件が与えられれば，(4.20)～(4.27)式を解くことでノズルの入口からスロートまでの諸量の変化を知ることができる。

臨界条件は甲藤に従い，上式の $u_g, u_f, \rho_g, p, T_g, T_f, x, A_i$ の微少変化量が同時に全てが零にならない場合，ノズルスロート部 $dA = 0$ の位置で生じ，(4.20)～(4.27)式の係数行列式を零としたときに臨界条件を与えることにする。

このときの係数行列式△は

$$\triangle = \begin{vmatrix} \frac{x}{\rho_g u_g^2} & \frac{1-x}{\rho_f u_f^2} & \frac{x}{\rho_g^2 u_g} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho_f u_f} - \frac{1}{\rho_g u_g} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W & -J_m \\ x & 1-x & 0 & \frac{A}{W} & 0 & 0 & u_g - u_f & 0 \\ x & 0 & 0 & \frac{x}{\rho_g u_g} & 0 & 0 & E(u_g - u_f) & 0 \\ x u_g & (1-x) u_f & 0 & \frac{1-x}{\rho_f} & x C_{pg} & (1-x) C_f & H_{gf} & 0 \\ x u_g & 0 & 0 & 0 & x C_{pg} & 0 & H_{ge} & -\frac{J_u}{W} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{\rho_g}{P} & \frac{\rho_f}{T_g} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{x}{\rho_g u_g^2} & 0 & \frac{x}{\rho_g^2 u_g} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_g u_g} & \frac{\zeta}{W} \end{vmatrix} \tag{4.28}$$

ここで，$H_{gf} = h_g - h_f + \frac{u_g^2}{2} - \frac{u_f^2}{2}$，$H_{ge} = h_g + E\left(\frac{u_g^2}{2} - \frac{u_f^2}{2}\right)$

$x = 0$，$x = 1$ の場合にも $\triangle = 0$ となるが，それぞれの場合 du_g, du_f の項

が消えdu_g, du_fが任意になるという意味で臨界条件に適合するが有意ではない。

結局，この二相流の臨界条件はスロート部で次式を満足する流れとなる。

$$\frac{1-x}{\rho_f{}^2 u_f{}^3}\left\{\frac{J_m\left\{h_g+E\left(\frac{u_g{}^2}{2}-\frac{u_f{}^2}{2}\right)\right\}-J_u}{C_{pg}T_g}+\zeta\rho_g u_g-J_m\right\}$$

$$+x\left(\frac{J_m}{\rho_f u_f}-\zeta\right)\left(\frac{1}{\kappa p}-\frac{1}{\rho_g u_g{}^2}\right)-\frac{x(u_g-u_f)J_m}{\rho_f u_f{}^2}$$

$$\left\{\frac{E}{p}\frac{1-\phi}{\phi}-\left(\frac{E}{\phi}-1\right)\left(\frac{1}{\kappa p}-\frac{1}{\rho_g u_g{}^2}\right)\right\}=0 \tag{4.29}$$

この結果は，$x\to 1$，（$\phi\to 1$）の気相のみに近い状態では

$$\frac{J_m}{\rho_f u_f}\left\{1+\zeta(1-E)\left(\frac{u_g}{u_f}-1\right)\right\}\left(\frac{1}{\kappa p}-\frac{1}{\rho_g u_g{}^2}\right)=0 \tag{4.30}$$

この領域では｛｝内は0にならないことから，

$$u_g{}^2=\frac{\kappa p}{\rho_g} \tag{4.31}$$

となり，気相の速度はスロート部で音速に近く単相の結果と一致することが確認される。

次にこれら気液二相の特別な例として（i）両相が飽和平衡状態にあると仮定したとき，（ii）両相間に相変化がないと仮定したときの両極端の臨界流について検討する。

4．5．2　飽和平衡状態にある臨界流

気相と液相の間で質量およびエネルギ輸送が十分行われる場合両相間は飽和平衡状態に近づき，流路内の圧力に対応して両相の温度も等しくなる。

従来から等断面の長管路では，飽和平衡に近い流れにあることが確認されておりノズルのように流路断面が変化する場合でもその変化の勾配がゆるやかに長いかあるいはノズル内で気液の界面面積の大きい場合等には同様の傾向がみられる。

既述の基礎方程式で両相が飽和平衡状態にあるとした場合を以下に示す。

連続の式

$$\frac{Wx}{\rho_g u_g}+\frac{W(1-x)}{\rho_f u_f}=A \tag{4.32}$$

運動量の式

（両相）　$Wd(xu_g+(1-x)u_f)=-Adp$ (4.33)

（気相）　$d(Wxu_g)=Eu_f d(Wx)+(1-E)u_g d(Wx)$

$$-\frac{Wx}{\rho_g u_g}dp \tag{4.34}$$

エネルギ式

（両相）

$$Wx\left(\frac{u_g^2}{2}+h_g\right)+W(1-x)\left(\frac{u_f^2}{2}+h_f\right)=\text{一定} \tag{4.35}$$

（気相）

$$Wd\left\{x\left(\frac{u_g^2}{2}+h_g\right)\right\}=E\left(\frac{u_f^2}{2}+h_f\right)Wdx$$

$$+E(h_g-h_f)Wdx+(1-E)\left(\frac{u_g^2}{2}+h_g\right)Wdx \tag{4.36}$$

密度，エンタルピは圧力あるいは温度の関数として飽和蒸気表から与えられる。
式(4.32)～(4.36)を　du_g, du_f, dp, dxで整理して

$$\frac{x}{\rho_g u_g^2}du_g+\frac{1-x}{\rho_f u_f^2}du_f+\frac{x}{\rho_g^2 u_g}\frac{d\rho_g}{dp}dp$$

$$+\left(\frac{1}{\rho_f u_f}-\frac{1}{\rho_g u_g}\right)dx=-\frac{dA}{W} \tag{4.37}$$

$$xdu_g+(1-x)du_f+\frac{A}{W}dp+(u_g-u_f)dx=0 \tag{4.38}$$

$$xdu_g+\frac{x}{\rho_g u_g}dp+E(u_g-u_f)dx=0 \tag{4.39}$$

$$xu_g du_g+(1-x)u_f du_f+\left\{x\frac{dh_g}{dp}+(1-x)\frac{dh_f}{dp}\right\}dp$$

$$+\left(h_g-h_f+\frac{u_g^2}{2}-\frac{u_f^2}{2}\right)dx=0 \tag{4.40}$$

$$x u_g d u_g + x \frac{d h_g}{d p} d p + E \left(\frac{u_g^2}{2} - \frac{u_f^2}{2} \right) d x = 0 \tag{4.41}$$

これら５式のうち４式をとり，同様な方法で du_g, du_f, dp, dx の係数行列式から臨界条件を求める。例えば(4.37)～(4.40)から

$$\begin{aligned}
\Delta = x(1-x) \Big[& \left\{ x \left(\frac{d h_g}{d p} - \frac{1}{\rho_g} \right) + (1-x) \left(\frac{d h_f}{d p} - \frac{1}{\rho_f} \right) \right\} \\
& \left\{ \frac{1}{\rho_f u_f} - \frac{1}{\rho_g u_g} - \left(\frac{E}{\rho_g u_g^2} + \frac{1-E}{\rho_f u_f^2} \right) (u_g - u_f) \right\} \\
& - \left\{ \frac{x}{\rho_g^2 u_g} \left(\frac{d \rho_g}{d p} - \frac{1}{u_g^2} \right) - \frac{1-x}{\rho_f^2 u_f^3} \right\} \\
& \left\{ h_g - h_f + (1-E) \frac{(u_g - u_f)^2}{2} - E \frac{(u_g - u_f)^2}{2} \right\} \Big]
\end{aligned} \tag{4.42}$$

(4.13)，(4.14)式で求めたごとく各相の熱エネルギは

$$x T d s_g = E \frac{(u_g - u_f)^2}{2} d x \tag{4.43}$$

$$(1-x) T d s_f = - \left\{ h_g - h_f + (1-E) \frac{(u_g - u_f)^2}{2} \right\} d x \tag{4.44}$$

から得られるので(4.42)式は

$$\begin{aligned}
\Delta = x(1-x) & \left\{ x \left(d h_g - \frac{d p}{\rho_g} \right) + (1-x) \left(d h_f - \frac{d p}{\rho_f} \right) \right\} \\
& \Big[\left\{ \frac{1}{\rho_f u_f} - \frac{1}{\rho_g u_g} - \left(\frac{E}{\rho_g u_g^2} + \frac{1-E}{\rho_f u_f^2} \right) (u_g - u_f) \right\} \frac{d x}{d p} \\
& - \left\{ \frac{x}{\rho_g^2 u_g} \left(\frac{d \rho_g}{d p} - \frac{1}{u_g^2} \right) - \frac{1-x}{\rho_f^2 u_f^3} \right\} \Big]
\end{aligned} \tag{4.45}$$

最後の項は、ρ_fの変化の大きい場合には，$\frac{1-x}{\rho_f^2 u_f} \left(\frac{d \rho_f}{d p} - \frac{1}{u_f^2} \right)$ の形で表されるものである。結局，臨界条件 $\Delta = 0$ から

$$\frac{d x}{d p} = \frac{\frac{x}{\rho_g^2 u_g} \left(\frac{d \rho_g}{d p} - \frac{1}{u_g^2} \right) - \frac{1-x}{\rho_f^2 u_f^3}}{\frac{1}{\rho_f u_f} - \frac{1}{\rho_g u_g} - \left(\frac{E}{\rho_g u_g^2} + \frac{1-E}{\rho_f u_f^2} \right) (u_g - u_f)} \tag{4.46}$$

の関係が得られ，スロート部でのクォリティの変化割合を規制することになる。甲藤の示したように，他の４式は臨界となるときの状態変化を規定するものである。式(4.38)～(4.41)から△を求めると，

$$\triangle = x(1-x)\left[x\left(\frac{dh_g}{dp}-\frac{1}{\rho_g}\right)\left\{h_g-h_f+(1-E)\frac{(u_g-u_f)^2}{2}\right.\right.$$

$$\left.\left.+E(1-x)\left(\frac{dh_f}{dp}-\frac{1}{\rho_f}\right)\frac{(u_g-u_f)^2}{2}\right]\right. \tag{4.47}$$

これは(4.43)，(4.44)の関係から，常に△＝０を満足しているのが分かる。なお，全系の熱エネルギの変化は式(4.15)と同じく

$$Tds=(2E-1)\frac{(u_g-u_f)^2}{2}dx \tag{4.48}$$

で表され，両相が飽和平衡状態にあるときの全系のエントロピの増加を示している。

４．５．３　相間に質量およびエネルギ輸送のないときの臨界流

常温近くの空気－水系などの二成分二相流や過熱蒸気や過冷却液を含んだ二相流などでは，気液二相間で相変化による質量移動量の少ない場合がある。ここでは，相間の質量のみならずエネルギ輸送もない，いわゆる フローズンフロー に対する臨界条件を求めた。

基礎方程式に$J_m=0$（$dx=0$），$J_u=0$の条件を用い整理すると，連続，運動量，エネルギ式は，両相，気相のそれぞれに対して

$$\frac{x}{\rho_g u_g^2}du_g+\frac{1-x}{\rho_f u_f^2}du_f+\frac{x}{\rho_g^2 u_g}d\rho_g=-\frac{dA}{W} \tag{4.49}$$

$$xdu_g+(1-x)du_f+\frac{A}{W}dp=0 \tag{4.50}$$

$$xdu_g+\frac{x}{\rho_g u_g}dp=0 \tag{4.51}$$

$$xu_g du_g+(1-x)u_f du_f+(1-x)\frac{1}{\rho_f}dp+xC_{pg}dT_g$$

$$+C_f(1-x)dT_f=0 \tag{4.52}$$

$$x u_g d u_g + x C_{pg} d T_g = 0 \tag{4.53}$$

$$d\rho_g - \frac{\rho_g}{P} dp + \frac{\rho_g}{T_g} dT_g = 0 \tag{4.54}$$

同様に，dA=0の位置で，臨界条件は△=0で与えられるから

$$x^2 (1-x)^2 C_f C_{pg} \left\{ \frac{x}{\rho_g^2 u_g} \left(\frac{1}{u_g^2} - \frac{\rho_g}{\kappa p} \right) + \frac{1-x}{\rho_f^2 u_f^3} \right\} = 0 \tag{4.55}$$

即ちノズル スロート部での気相速度は

$$u_g = \left\{ \frac{\kappa p}{\rho_g} \left(1 + \frac{1-\phi}{\phi} \frac{\rho_g}{\rho_f} \frac{u_g^2}{u_f^2} \right) \right\}^{1/2} \tag{4.56}$$

で表され，常に気相の音速を越える流れになる。即ち，気相速度はノズルスロート部より上流側の位置で音速に達しており，気相断面積は，この位置で最小となることを意味している。

4．6　臨界状態にある先細ノズル内流れの計算結果

急激に状態変化が生じ，相間に質量輸送及びエネルギ輸送の存在する非平衡状態にある気液二相流の流動状態について，前節の基礎方程式にしたがって計算す

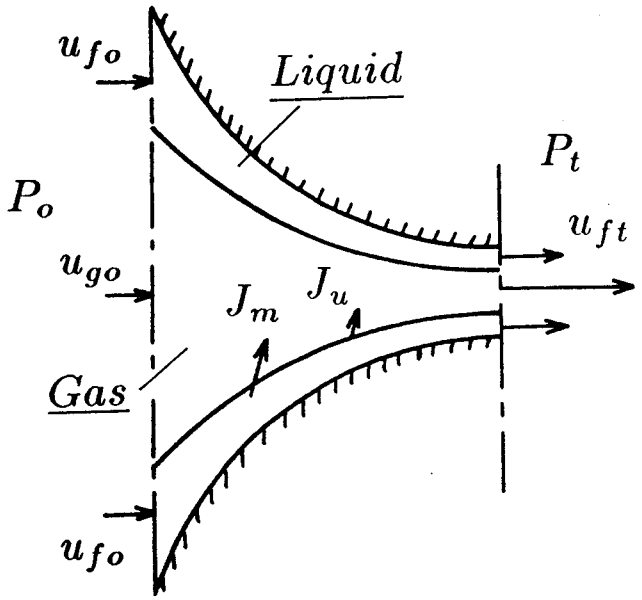


図４-３　先細ノズル内の流れ

る。 計算に用いた先細ノズルは，図4-3のように入口から出口（スロート部）まで円形断面が急激に絞られた四分円形状のノズルで，入口直径12mm，スロート直径3mm，ノズル長さ4.5mmとした。この間で気液二相は下流に向かって減圧，加速されスロート部に至る。流体は，ノズル周辺部を水，中心部を水蒸気が流れる環状二相流とし，入口圧力 $P_o = 0.6 \sim 8.5$ MPaに対して，入口で二相は飽和平衡状態にあり，気液両相の速度も等しいと仮定した場合について計算を行った。

臨界状態にある流れは，ノズルスロート部で，式(4.29)を満足することが必要である。スロート部にある流れの諸量は，二相の入口条件，フローパターン，流路形状等により相変化量に差が生じ，臨界状態も異なってくる。従って，計算は，図4-4のフローチャートに示すように，ノズル入口で流体の初期値 P_o，x_oと，適当な質量流量Wが与えられるとフローパターンや流路形状に応じて，式(4.20)～(4.27)に従って変化し，スロート部の諸量が，式(4.29)の臨界条件を満足する流れになるまで繰り返した。即ち，一組の P_o，x_oの初期値に対し一つの臨界流量Wが決定される。フローパターンを簡単な環状流とした場合について気液各相の諸量の流動状態の変化の様子及び臨界流量等について以下に示す。

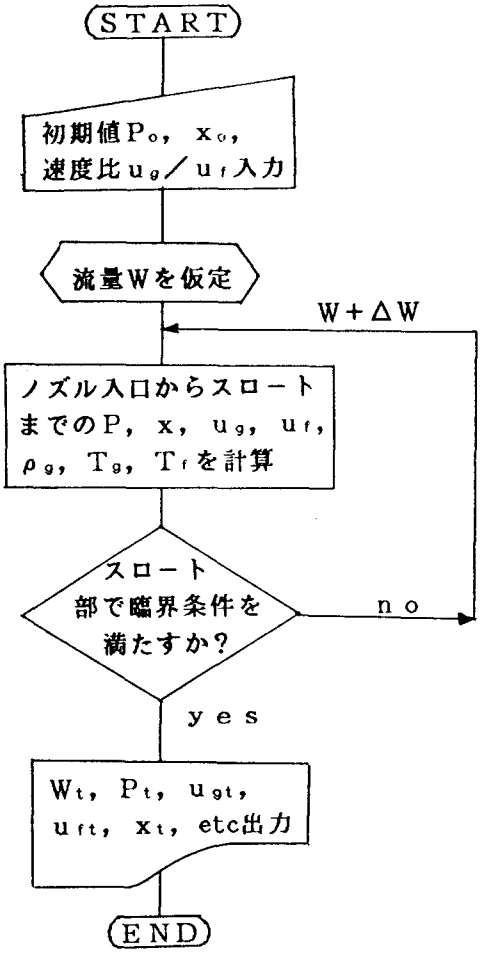


図４-４　フローチャート

４．６．１　先細ノズル内の流動状況

断面積の減少する下流になるほど，気相は液相に比べ加速され易く，圧力及び温度降下が著しいため，気相と液相の間には大きな相対速度や熱的非平衡が生じ易い。図4-5，図4-6には，初期圧力 $P_o = 2.32$ MPaについて，ノズル入口からスロート部までの圧力と各相の流速の変化を示したもので，のど部近くで圧力降下は著しく，液相に比べ気相の流速が急激に増大する。低クォリティでは，後の図

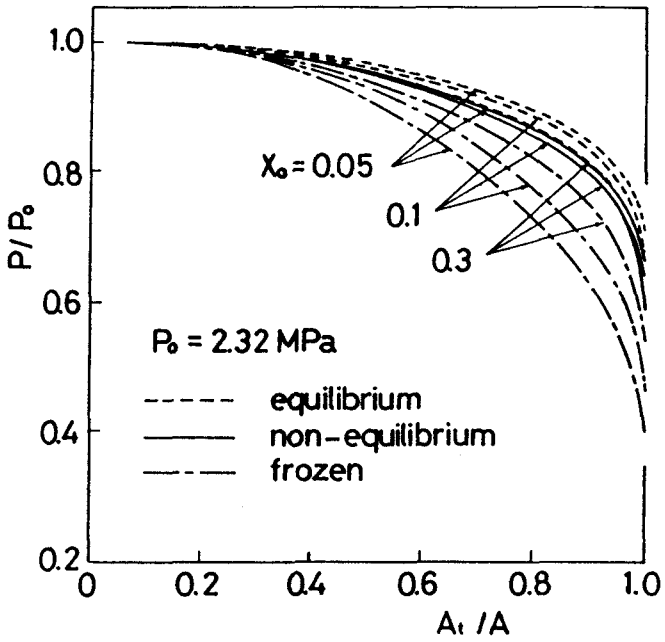


図４－５　ノズル内圧力変化

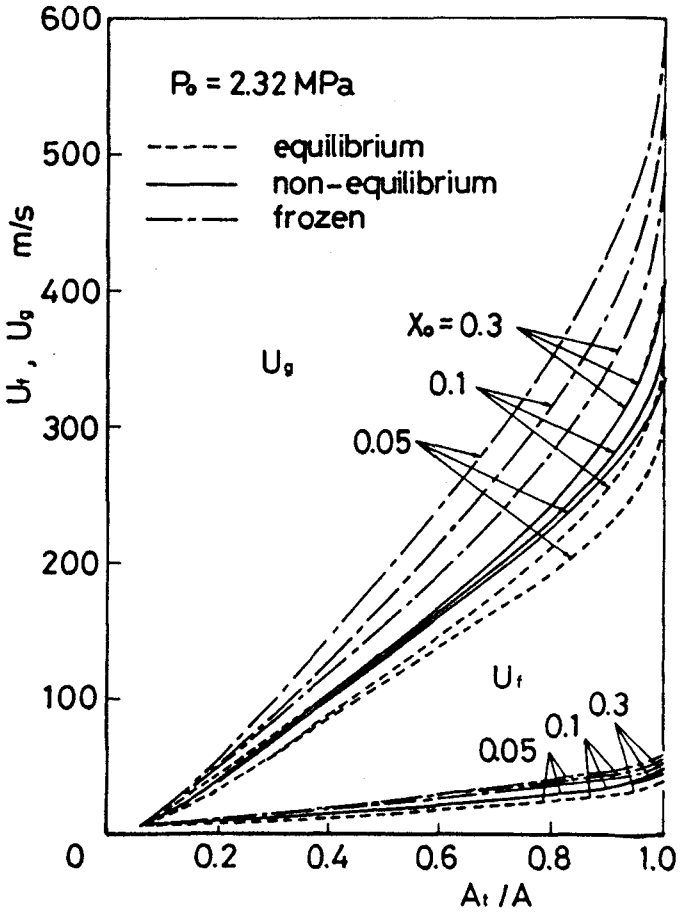


図４－６　ノズル内流速変化

4-12に示されるように，管内を占める気相割合に対して蒸発量が大きい。従って，運動量の変化によるみかけ応力から，気相側の流速は抑制され圧力降下の割合も少なくなる。また，逆に凝縮過程では，液相側の加速を促進させることになるが，図4-6 にその差異が示されるほど大きな変化ではない。　図中には，クォリティ0.05,0.1,0.3について，両相が飽和平衡状態を保ちながら流れる場合と，相変化，熱移動のないフローズンフローにある二相の圧力と流速の変化を同時に示したが，非平衡状態にある二相流が，これらの中間領域に分布しているのが分かる。

液相に比して気相の加速が大きいことから，ノズル入口近くではx_oの低いほど全流路断面積に占める気相の割合は小さくなり，図4-7 に示されるように，ボイド率は急激に減少する。なお，ボイド率は

$$\phi = \left(1 + \frac{1-x}{x}\frac{\rho_g}{\rho_f}\frac{u_g}{u_f}\right)^{-1} \tag{4.57}$$

であり，図4-8に示されるようにノズル内の ρ_g/ρ_f，u_g/u_fの変化は，ノズル入口近くでは u_g/u_fの増加が大きく，一方，スロート近くでは，u_g/u_fはほとんど変わらないのに対し，ρ_g/ρ_fの減少割合が大きいため，ボイド率はノズル内の中間で極小値を持つことが分かる。極小値からスロートに向かってボイド率の増加があるが，平衡状態にある二相流の場合に最も大きく，相変化が十分でない

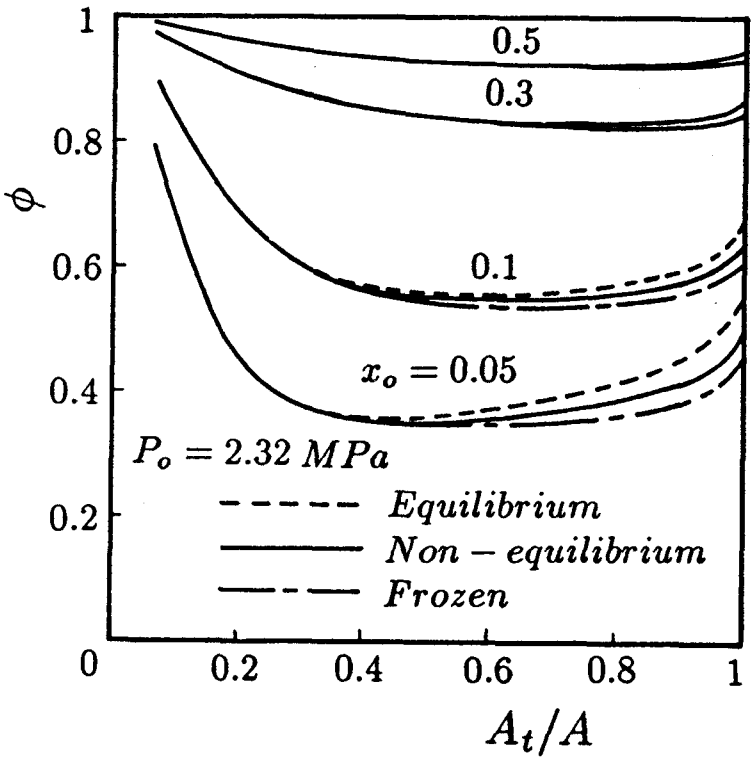


図４-７　ノズル内のボイド率

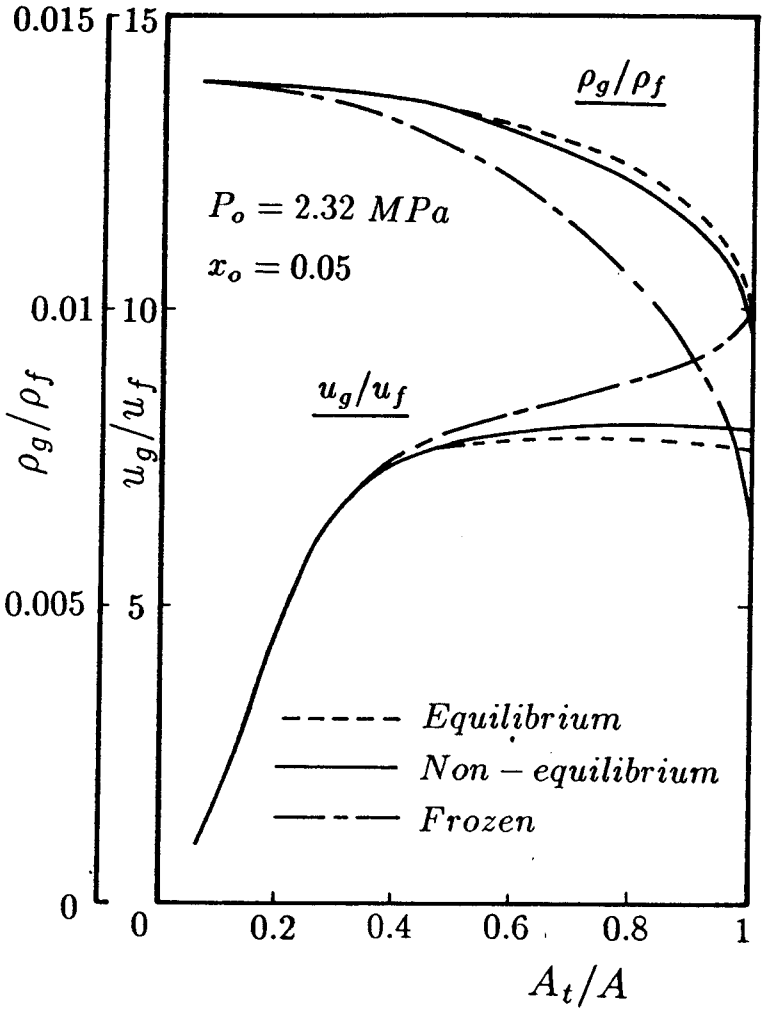


図４-８　ノズル内の速度比及び密度比

流れほど気相の占める断面積は小さい。これらの差はクォリティが小さい流れほど顕著に現れる。

４．６．２　入口クォリティ x_o の相変化に及ぼす影響

ノズル内の相変化の大きさが，気液二相の非平衡の程度を表すことは，先に記述したが，計算結果から 図4-9 の流路内のクォリティの変化にみられるように，初期クォリティ x_o の小さい流れでは 平衡状態にある二相流よりもクォリティの変化は小さく，相変化が十分でないとみなされるが，クォリティが大きく，x_o = 0.3 付近を境として，それ以上のクォリティの流れでは x の増加量は，逆に，平

衡な二相流よりも大きな変化を示している。

そこで，このようなクォリティ変化に関係する質量流束 J_m については，

$$J_m \sim \rho_{gs} T_f^{1/2} - \rho_g T_g^{1/2} \tag{4.58}$$

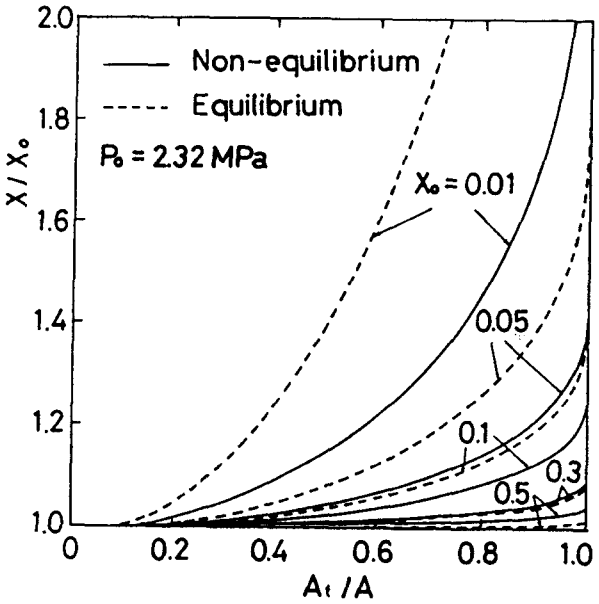


図４-９　ノズル内のクォリティ変化

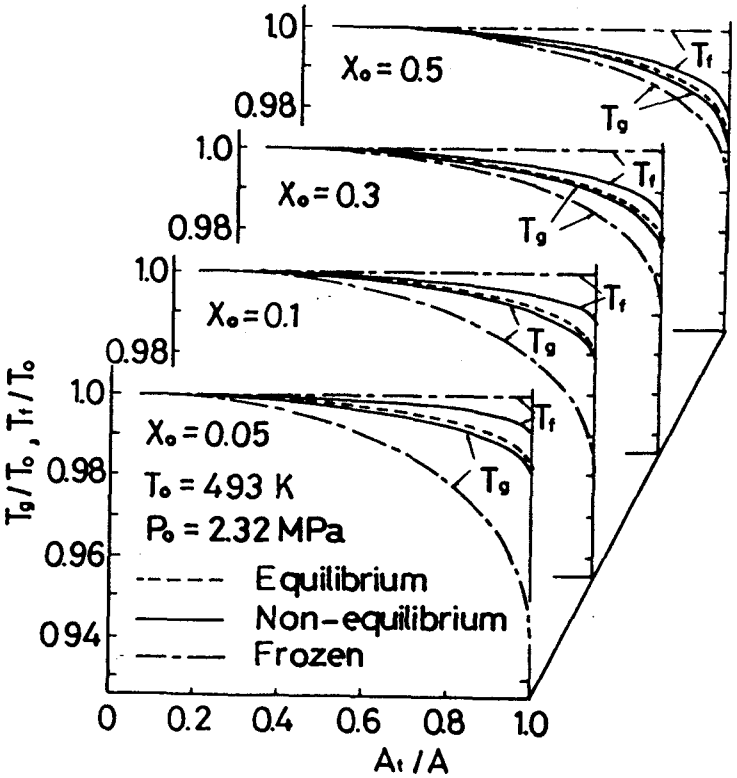


図４-１０　ノズル内の温度変化

で表され，その大きさは気相と液相の温度及び密度差によって決まる。図4-10，図4-11に入口からスロートまでの両相の温度と密度の変化を x_oをパラメータにとって示した。ここで，ρ_{gs}は液相側のT_fに対応する気相の飽和密度であり，ρ_{gE}は両相が飽和状態を保って流れるときの気相の密度である。温度分布はフローズンフローの場合についても図示した。フローズンフローの場合を除いて，何れの温度，密度の変化も初期クォリティx_oが小さいほど，入口からスロートに至るまでの変化量は小さいが，液相と気相の温度差，密度差はx_oが小さいほど大きい。即ち，x_oが小さいほど相間の質量流束J_mが大きいことが分かる。従って，図4-12に示されるように，入口からスロートまでの相変化による増加量の初期クォリティに対する比では，x_oの減少とともに大きな値をとる。しかしながら，界面面積は，逆に低クォリティでは小さいので，これらの両者の積として得られる相変化量は，x_oが小さくなると少なくなるという結果が得られる。

一方，飽和平衡二相流のクォリティの変化は，近似的に

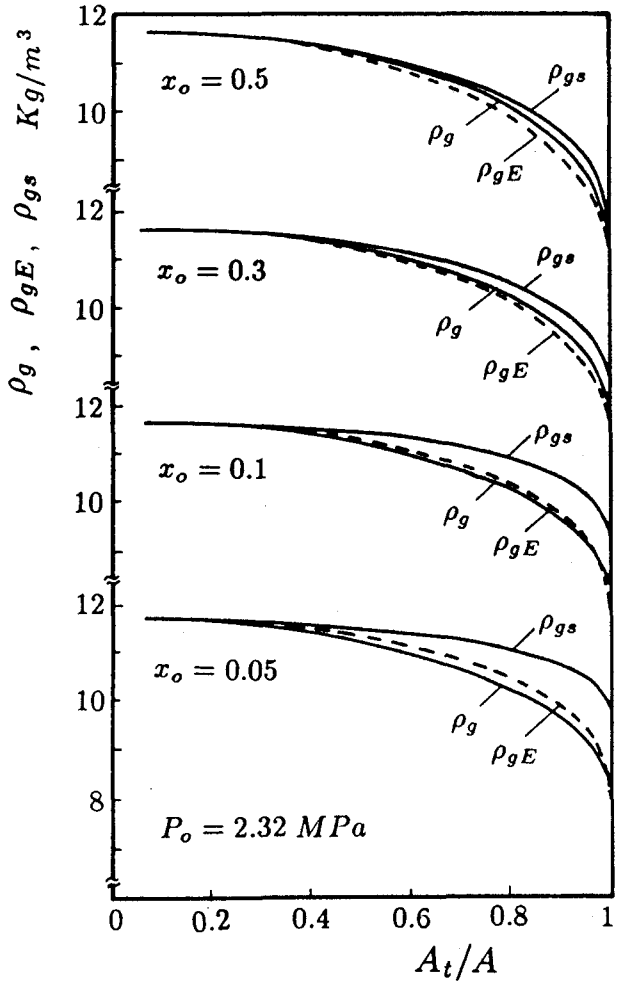


図４－１１　気相の密度変化

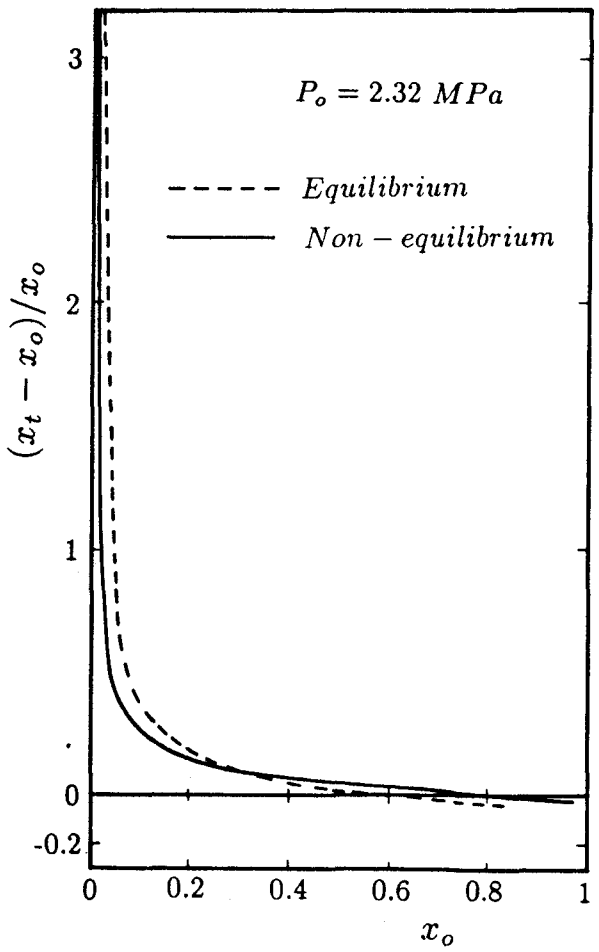


図４－１２　x_oと相変化量の割合

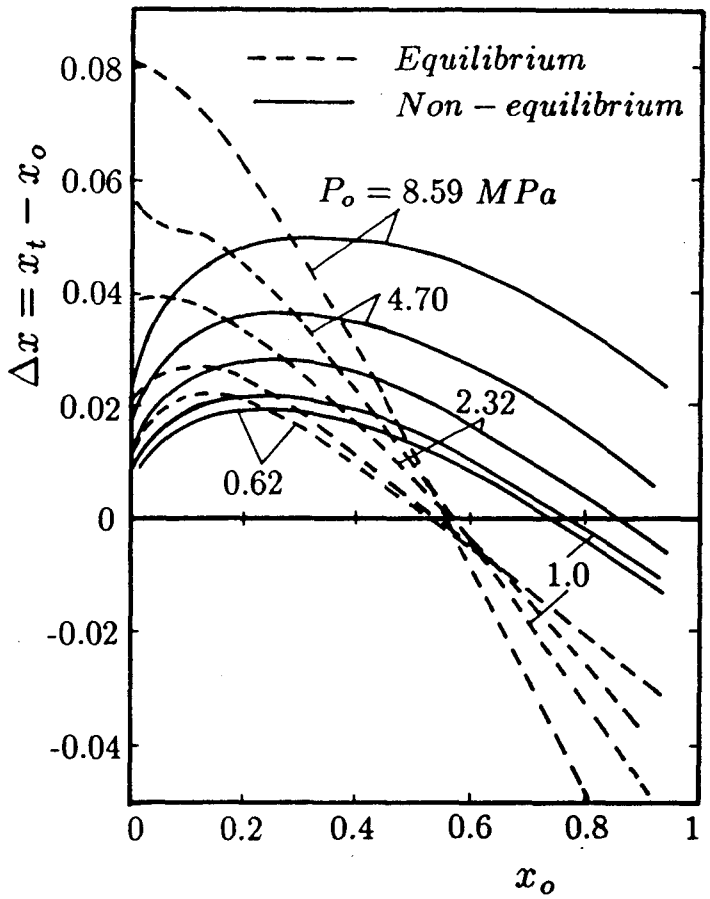


図４-１３　入口クォリティと相変化量

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{\frac{ds_f}{dp}}{s_g - s_f}\frac{dp}{dz} - \frac{\frac{ds_g}{dp} - \frac{ds_f}{dp}}{s_g - s_f}\frac{dp}{dz}x \tag{4.59}$$

で表され，蒸気線図から，この計算範囲の状態変化ではクォリティの変化は負の勾配を持ち，初期クォリティが大きくなると相変化量も小さくなる。図4-13にノズル入口からスロートまでのクォリティの総変化量$\Delta x = x_t - x_o$を初期のクォリティに対して示した。x_oが約0.55より大きい領域では Δxは負になり凝縮過程に在ることが分かる。平衡二相流の場合の蒸発から凝縮過程の変化に比して，非平衡状態にある二相流の場合，蒸発過程の占める領域も広く，クォリティ増加量も大きいことが示される。

非平衡状態に在るということは，質量流束およびエネルギ流束が存在することであり，液相側と気相側に温度差や密度差があるため，質量並びにエネルギの輸送を生ずる。図4-10の温度分布から，液相温度は平衡温度より高く，気相温度はそれよりも低い値を示しているように，常に，二相のうち気相側の膨張が大きく，気相温度は液相よりも低い値となる。一方，気相の密度変化は$p = \rho_g R T_g$の状

態式に従いx_oの大きい流れになるほどρ_{gs}に近づく。さらにρ_gがρ_{gs}より大きくなり，J_mが負になるとき，気相は初めて凝縮過程に入り，クォリティは減少を始める。即ち，クォリティの高い場合には蒸発に伴う熱移動から液相の温度降下が著しく，ノズル内でρ_gがρ_{gs}より大きくなることからJ_mは小さく，また負になり易い。したがって，平衡状態変化に較べ凝縮過程は，かなりクォリティの高い領域に存在することになる。

4．6．3　臨界圧力，臨界速度及び臨界流量

以上の結果から，気液間の熱的非平衡はスロート部で最も大きくなり，液相から気相への質量及びエネルギの流れの強さが増大している。このような状態下で臨界条件を満たす気液各相の臨界速度，臨界圧力比を初期クォリティ，初期圧力に対して示したのが図4-14，図4-15及び図4-16である。初期クォリティの増加とともに臨界速度は大きくなり，初期圧力が低いほど高い値を示す。ノズル内の気相，液相の加速は，それぞれの運動量式に示されるように，気相及び液相流量に対する蒸発量に関係し，低クォリティではこの蒸発量の割合が大きいことから臨

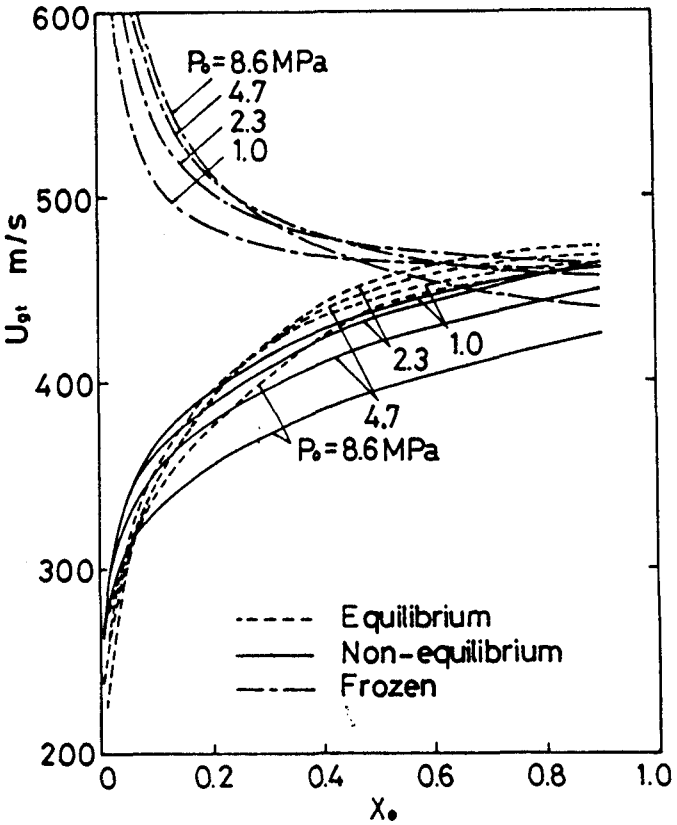


図４-１４　臨界状態にあるスロート部の気相速度

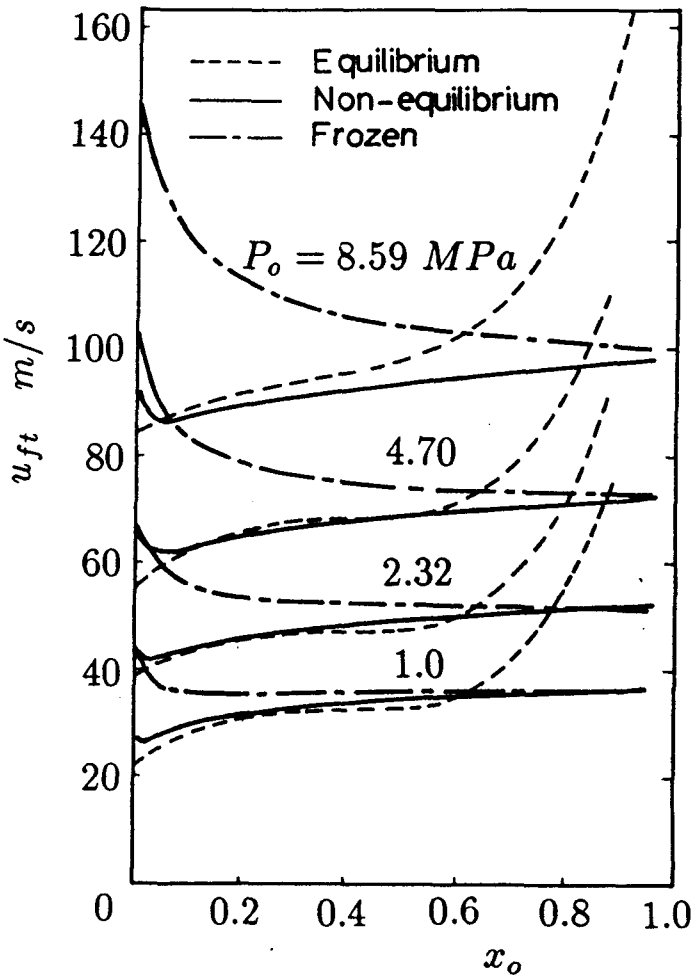


図４-１５　臨界状態にあるスロート部の液相速度

界速度は低く，臨界圧力比は高くなる。クォリティが高くなるほど蒸発量の割合が減少することから，両相は加速されるが，気相は液相より大きく加速され，その相対速度も大きくなる。臨界圧力も気相の加速に応じ低くなる。これらは初期圧力の低いほど気相密度が低いためこの変化が著しい。

平衡状態にある二相流では，低クォリティで相変化割合が大きいことから，加速が抑えられ非平衡にあるときよりも，さらに低速になる。また，図4-13から分かるように，平衡状態の場合には，x_oが，おおよそ0.55を境として，相変化は蒸発から凝縮現象に変わり，逆に非平衡状態にある場合よりも臨界速度は高くなる。しかし，気相の臨界速度，臨界圧力比とも，この領域の初期圧力に対して，大きな差はみられなかった。一方，液相の臨界速度は，初期圧力の増大とともに大きくなり，とくに高クォリティにおける凝縮量の運動量交換の増大から大きな加速がみられる。

相変化のない フローズンフローでは，両相の臨界速度及び臨界圧力の変化は，

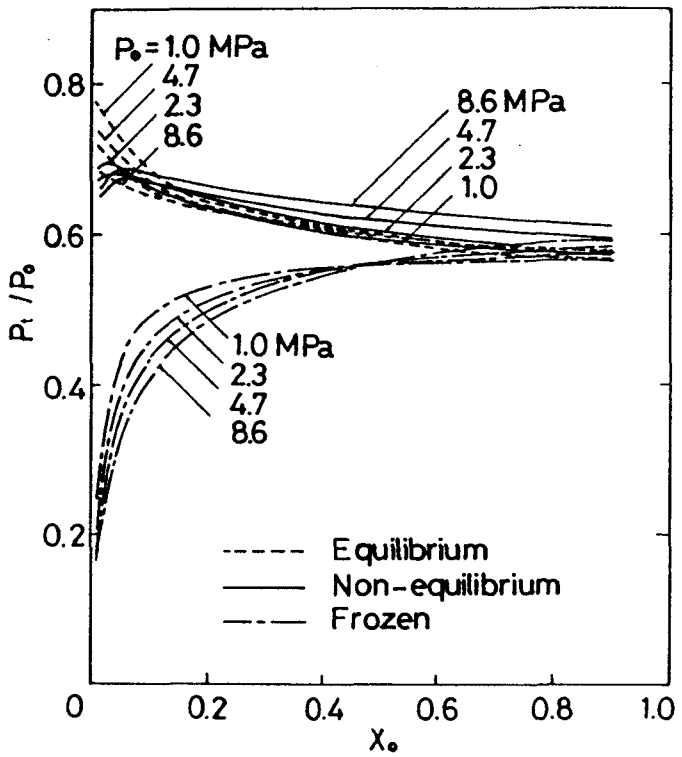


図４-１６　臨界圧力比

かなり異なった特性を示す。気液の臨界速度は，先の相変化をともなう場合とは全く，逆で，低クォリティでは，大きく増大している。これにともない臨界圧力も，同様に，急減少の方向にある。この結果より，相変化のない場合は，気相は加速され易く，式(4.56)に示されるようにスロートで超音速状態になる。結局，液相は気相に比べ加速されにくく，液流量の大きい低クォリティ領域ほど，気相断面が最小となる位置は，上流側にある流れとなっている。

なお，低クォリティにおける臨界圧力比については，Sozzi-Sutherlandの実験結果[20]が図4-17に示されているが，P_0＝6.2～6.9MPaの範囲では計算結果より僅かに高いが，ほぼ測定値に近い値が得られた。

臨界流量を入口クオリテイについて示したのが図4-18である。図中の破線は気液両相が飽和平衡状態にあると仮定した式(4.45)の臨界条件から得られた臨界流量であり，一点鎖線はフローズンフローに対して式(4.55)の条件から計算された結果を示したものである。圧力降下が激しく気液両相間で熱的非平衡の生じ易い先細ノズル内の流れでは，臨界流量は飽和平衡流とフローズンフロー の間に存在することは図からも明らかである。 また，クォリティの大きい領域では飽和平衡流と余り差異は無いがクォリティの低い領域になるほど液相と気相の間で，気液界面面積が小さく熱及び質量の移動が十分でないため，熱的非平衡の程度が大きい。このような差の現れるクォリティ $x_0<0.01$ の低い領域について 図4-3と同様のノズルを用いた臨界流量の実験が Sutherlandらによって報告されており，この解

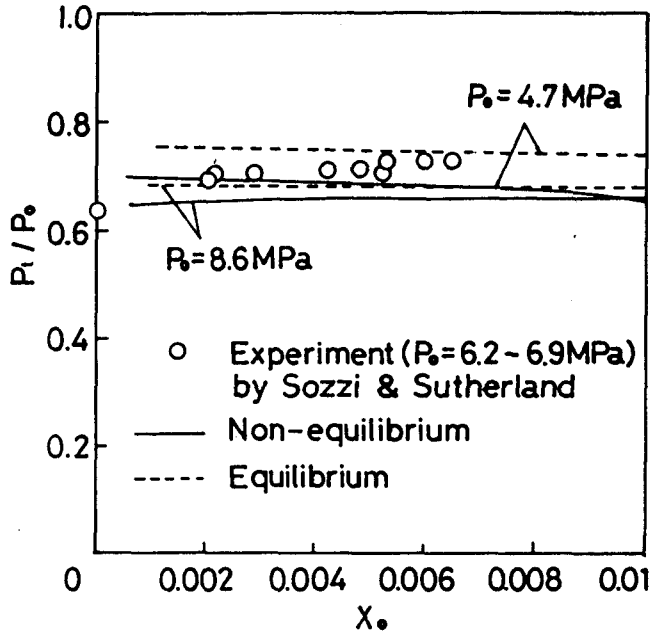


図４－１７　臨界圧力比

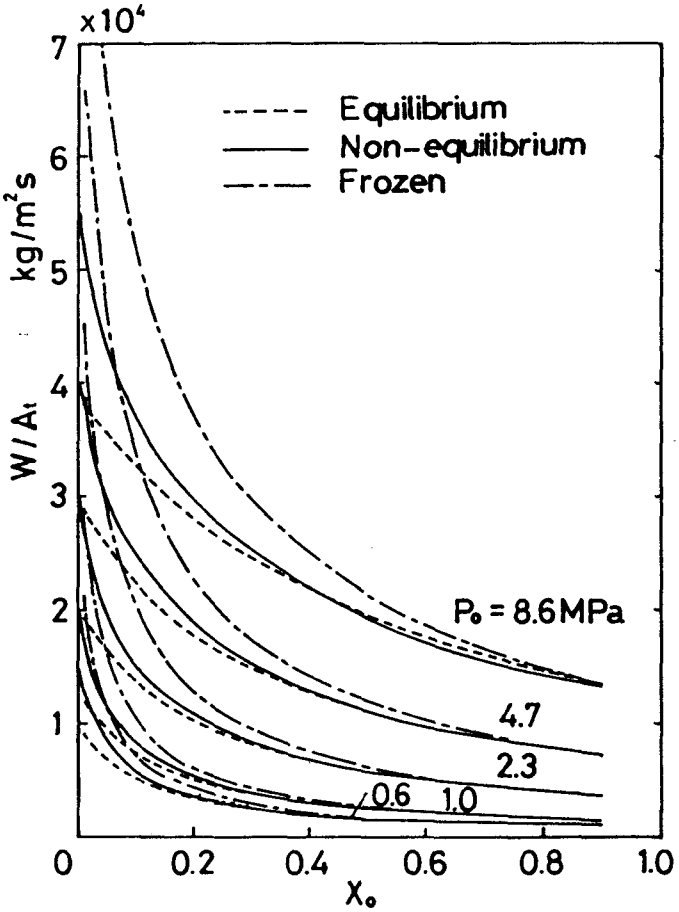


図４－１８　臨界流量

解析から得た計算結果の一例を比較したのが図4-19である。計算に用いたフローパターンと実験では流れの様子は異なると思われるが，両者とも低クォリティ領域では平衡状態よりかなり高い値を示すことが分かる。

飽和平衡にある二相の臨界流量をスロート部クォリティ x_t をパラメータにと

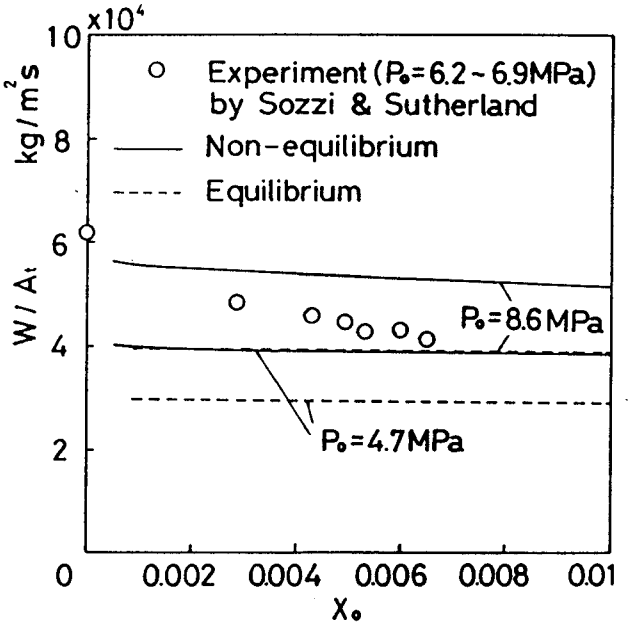


図４-１９　臨界流量

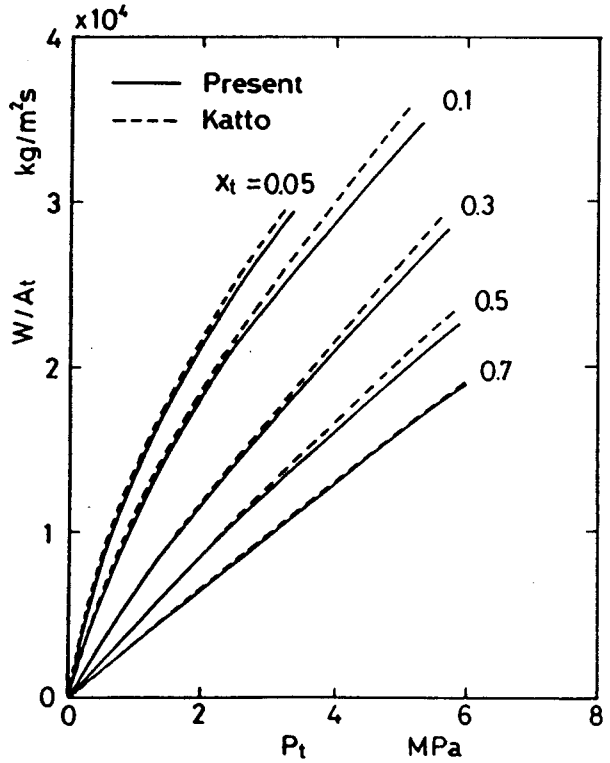


図４-２０　平衡状態にある場合の臨界流量

り，スロート部の臨界圧力に対して示したのが 図4-20で，p_tの高いところで僅かに低い値をとるが，甲藤の結果とほぼ一致している。基礎方程式で，気液相間で相変化に基づく界面力に関して甲藤の運動量式と著者らの式(4.33)は異なるが臨界流量には大きな差は現れない。

臨界流量については，図4-18で明らかなようにクォリティの高い領域では界面面積も広く相変化も早いため飽和平衡状態に近い値を示しているが，クォリティの低い領域では大きな差がある。解析には分離流をとっているが，一般に界面は複雑な形状をしており，気液の接する界面面積の大きさにより，その相変化量も異なってくる。

この計算では環状流をとっているが，流路断面積変化の緩やかなノズル，即ち，同じ断面積を持っていても，入口から出口までの距離の長いノズルでは，流路内での相変化も十分に行われ，飽和平衡流に近い流れとなる。図4-21に，一定のノズル径d_tに対し，ノズル長さLが臨界流量に与える影響について示した。 L→∞の場合が直管に相当するが，図で $p=2.32$Mpa，$x_o=0.05$，0.1の場合の計算結果を示したように，L/d_tが 約60以上では飽和平衡状態に近い流れになっているのが分かる。

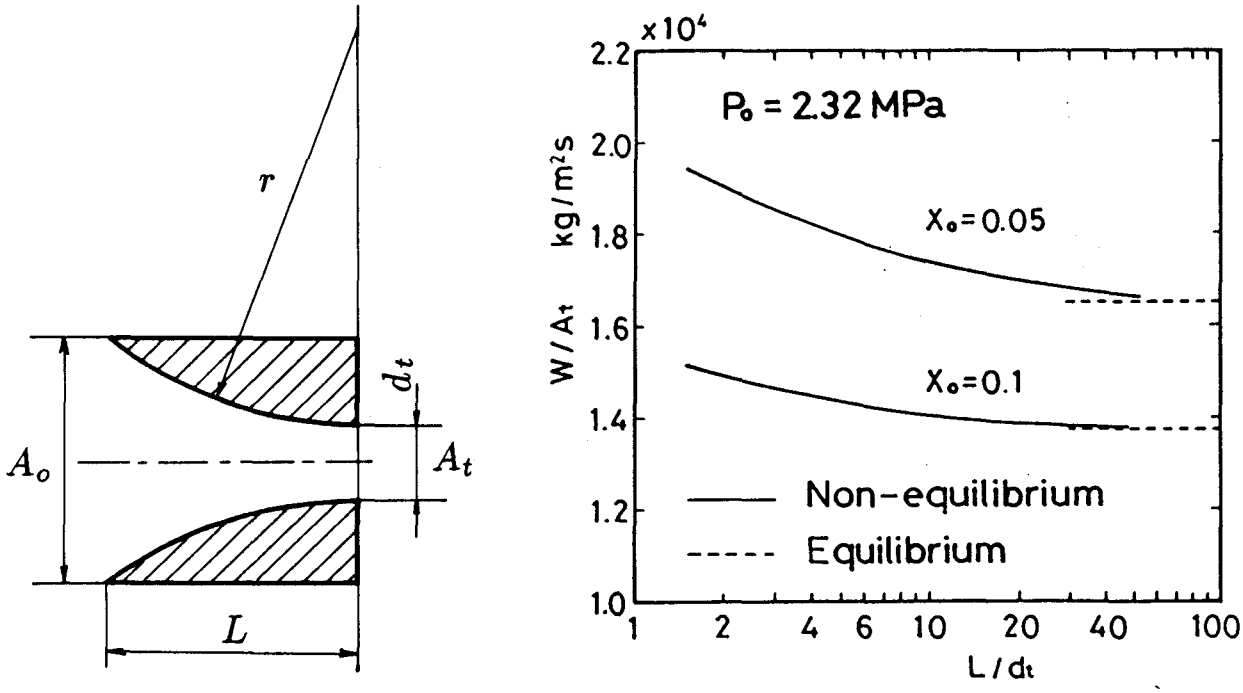


図４-２１　ノズル長さの影響

さらに，二相が，気泡流，スラグ流，環状流などフローパターンの違いによって，気液の接する界面面積の大きさは異なり，ボイド率が同じであっても，その相変化量は異なってくる。

この様な界面面積の違いを表現するため，図4-22のように，ノズル内の液体中

にいくつかの円柱状の気相部分が存在する流れとし，複雑な界面を気相部分の数の違いに置き換えた。簡単な形状である単一の気相円柱の場合が，環状流を表すものである。これらを考慮する場合，ζは気相円柱数n_aの関数として表される。

ここで，図のように流路の微少区間dzをとり，その内の一つの気相円柱部についてdA_{g1}およびdA_{i1}は

$dA_g=\zeta dA_i$の関係から

$$dA_{g1}=dA_g/n_a$$

$$dA_{i1}=\{(\frac{dA_g}{n_a})^2+\frac{\pi}{n_a}(A_g^{1/2}+(A_g+dA_g)^{1/2})^2dz^2\}^{1/2}$$

となり $dA_i=n_a dA_{i1}$であるから

$$dA_i=\{(dA_g)^2+n_a\pi(A_g^{1/2}+(A_g+dA_g)^{1/2})^2dz^2\}^{1/2}$$

$$\zeta=\{1+n_a\pi(A_g^{1/2}+(A_g+dA_g)^{1/2})^2dz^2/dA_g^2\}^{-1/2} \tag{4.60}$$

で表される。

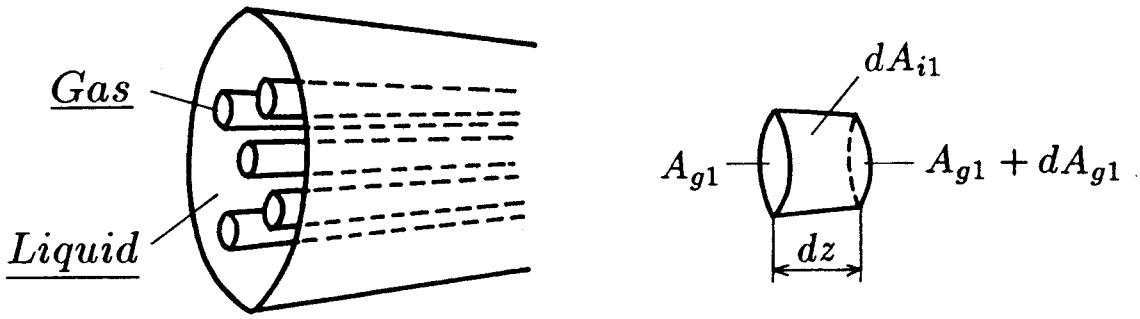


図4-22　気液界面を気相円柱に置き換えた流れ

図4-23は，同一のクォリティに対し流路内に気相の円柱部分を多く取り，界面の面積を大きくした場合の臨界流量を示したもので，気相円柱数n_aが増えるほど右端にある飽和平衡状態の値に近づくことが分かる。

このように，先細ノズル内の二相流では，流路形状や界面面積の大きさによって相間の質量及びエネルギ輸送量が異なり，気液二相の非平衡の程度に応じて臨界状態も異なることが分かる。

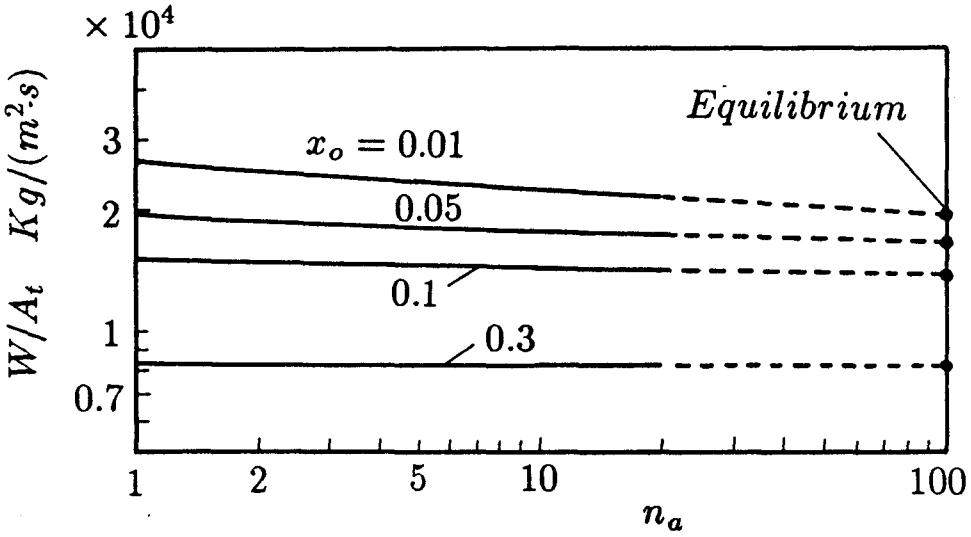


図４-２３　界面面積の影響

４．７　結 言

急激な状態変化をする一成分気液二相の流路内流れについて次の結論を得た。

（１）相間の輸送現象を気体分子運動論から得られる結果を用いて，質量流束，エネルギ流束を表し，流路内の気液二相が非平衡状態にある時の流れに適用し，流路内流れの特性を把握するための有効な解析方法を得た。

（２）断面積の急変化する先細ノズル内の気液二相流では，気相の加速により圧力降下も著しく，両相の相対速度は大きく気相温度は急激に低下するが，液相の温度変化の遅れからのど部近傍では相間に熱的非平衡が存在する。入口クオリティが低いほどこの非平衡の程度は大きくなる。

（３）低クオリティの流れでは界面々積が小さいことから，ノズル内で十分な相変化が行われず蒸発量は少ないが，x_oが 0.3 近くで最大値をとり，それ以上のクオリティでは蒸発量は減少するが，なお平衡状態より蒸発量は高く過飽和状態にあり，凝縮過程の領域も高クオリティ側に移動する。

（４）この解析方法を，急激な圧力降下を伴う先細ノズル内臨界流に適用した場合，クォリティの低い領域で臨界流量が飽和平衡状態の時よりも大きくなる従来の実験結果に一致する傾向を示した。

（５）気液二相流において気液界面面積が広く，流路断面積変化が緩やかなほど二相の非平衡の程度は小さくなり平衡状態に近づく。計算では，飽和平衡な流れと見なされるのは，ノズルの長さがスロート直径の約60倍以上必要であると推定される。

第５章　先細ノズル内二相臨界流の三層モデルによる解析（二成分二相流の場合）

５．１　まえがき

圧縮性気体が Laval管内を高速で流動するとき，この流れに閉塞現象が生ずることはよく知られている。管路内にある高圧の気液二相についても同様であり，先細ノズルから大気中など低圧の場に流出するとき，流量などがある一定の値になる臨界現象が存在する。この様な臨界状態にあるときの流量や圧力など，流れの特性については，二相の急激な流動状態の変化に起因して，未だ十分に把握されていない。とくに先細ノズルのように流路断面が急激に変化する場合，流路内で両相は急激に加速され，同時に気液間の相対速度も大きくなり，流路出口近傍では気体と液体の流路断面上の分布はかなり複雑な様相を呈し理論的解析のモデル化が困難となっている。従来，これら気液二相の臨界流に関する解析は，二相を一様な流体として扱う均質平衡流モデルあるいは各相それぞれについての運動を考慮する分離流モデルで扱われる場合が多い。しかしながら実際には，このような高速二相流のフローパターンは，これらのモデルの中間的なものであることが観察される。これらの影響は臨界流量に関して顕著に現れ，均質平衡流モデルで計算した場合，実験結果に比べて流量は過小に評価され，逆に，分離流モデルでは過大に評価されている場合が多い。

第４章では，相変化を伴う一成分二相流について，分離流モデルを用いて気液間の非平衡状態を考慮した解析を示したが，臨界流量については，このモデルでは，クォリティの広い範囲に亘って十分な結果は得られていない。これは，急激に加速される流路内の気液二相流では，その界面は分離流モデルのように不連続ではなく，実際には，界面近くでは気液二相の混合した層となっており，この層が現象に大きな役割を果たしていることが想定される。そこで本章では，二相流のモデルとして，流路内を気相のみの層と液相のみの層及びその間に存在する気液混合層の三層からなる流れとし，とくに流路断面上の気液の分布が臨界流量に与える影響について調べた。また，臨界状態にあるときの圧力についても，第４章にみられるように相変化の有無によって，その特性に差異が生ずることが知られている。ここでは，まず，相変化の無視できる二成分二相流について，混合層

を考慮した三層モデルを用い，先細ノズル内の臨界流について解析を試みた。また，実験では，常温近くで圧力約300kPaの空気－水二相流が臨界状態にあるときの圧力分布，流量，さらに，スロート部における気液の分布を測定し，混合層に対する評価とともに，上記のモデルによる数値解析結果と比較し，検討した。

5．2　混合層を考慮したモデル

気液二相流の多くは，高速流動になるほど，管内のボイド率，流速分布などが断面上で一様な流れになっておらず，二相の密度差や気液の割合，流れの方向によって，この分布も種々の形となって現れる。従来この様な二相流を均質平衡モデルあるいは分離流モデルで扱ったものが多いが，ここでは，次のようなモデルをとることで解析する。

流路は水平で，断面積の急変化する先細ノズルとし，流路壁からの熱の出入はなく，流路長さも短いことから壁面との摩擦も無視しうるものとする。

ノズル内の気液の分布は，図5-1 に示すように，気相のみの層と液相のみの層（以下，気層，液層と記す）の中間に気液界面を中心とした気液二相の混在した層を仮定する。実際の流れでは，この混合層の領域内では気液の分布は不均一である。すなわち下方の液相の多い領域から上方の気相の占める割合の多い部分まで変化しているが，このモデルでは混合層内は一様に分散した均質流を仮定する。

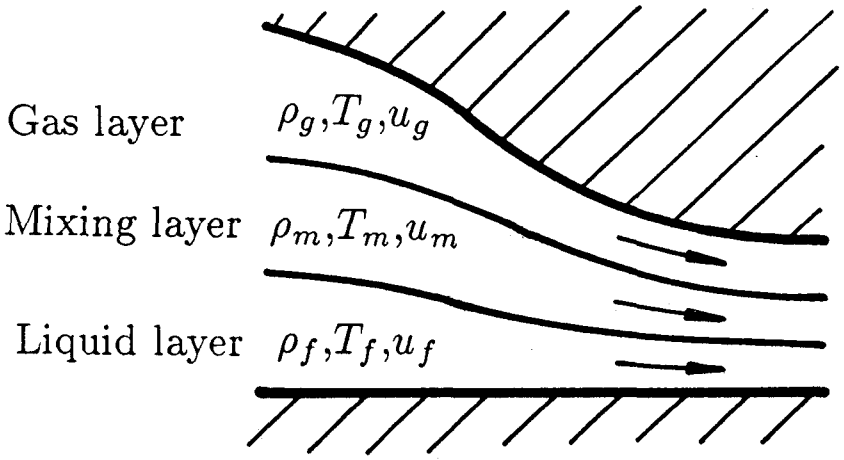


図５-１　流れのモデル

以上の仮定から，三層流モデルによる基礎方程式は，次のように表される。
連続の式は，三層を含む全体の系で

$$\frac{W_g d\rho_g}{\rho_g^2 u_g} + \frac{W_g du_g}{\rho_g u_g^2} + \frac{W_{mg} d\rho_{mg}}{\rho_{mg}^2 u_m}$$

$$+ \frac{W_m du_m}{\rho_m u_m^2} + \frac{W_f du_f}{\rho_f u_f^2} = -dA \tag{5.1}$$

ただし，ここでは相変化はなく，混合層内にある気液の流量及びその割合も流れ方向に変化しないものとする。 なお，全質量流量Wは

$$W = W_g + W_m + W_f \tag{5.2}$$

で表され，混合層流量W_mは，混合層内の気相流量W_{mg}と液相流量W_{mf}の和である。

流路壁との摩擦損失を無視できるとき，運動量式は，全系で

$$W_g du_g + W_m du_m + W_f du_f = -A dp \tag{5.3}$$

気層，混合層に対して，層間の摩擦並びに運動量交換も無視するとき

$$W_g du_g = -\frac{W_g}{\rho_g u_g} dp \tag{5.4}$$

$$W_m du_m = -\frac{W_m}{\rho_m u_m} dp \tag{5.5}$$

外部との熱の移動はないとすれば，全系のエネルギ式は

$$W_g d\left(h_g + \frac{u_g^2}{2}\right) + W_m d\left(h_m + \frac{u_m^2}{2}\right)$$

$$+ W_f d\left(h_f + \frac{u_f^2}{2}\right) = 0 \tag{5.6}$$

各層間でも熱の移動はないものとすれば，気層のエネルギ式は

$$W_g d\left(h_g + \frac{u_g^2}{2}\right) = 0 \tag{5.7}$$

混合層では

$$W_m d\left(h_m + \frac{u_m^2}{2}\right) = 0 \tag{5.8}$$

ここで，混合層のエンタルピの変化は

$$W_m dh_m = W_{mg} c_{pg} dT_m + W_{mf}\left(c_f dT_m + \frac{1}{\rho_f} dp\right) \tag{5.9}$$

で表される。先細ノズル内二相流では，気相の急激な膨張のため，その温度降下も著しく，液相との間に大きな温度差を生ずる。分離流モデルの気液では，この差が最も大きく現れる。このモデルでは，気液間の熱移動は混合層の範囲内に限られ，この層内では気液の間で熱交換が十分に行われ両相は平衡状態にあるものと仮定する。

状態方程式は，気層と混合層内の気相に対し，それぞれ

$$\frac{dp}{p}-\frac{d\rho_g}{\rho_g}-\frac{dT_g}{T_g}=0 \tag{5.10}$$

$$\frac{dp}{p}-\frac{d\rho_{mg}}{\rho_{mg}}-\frac{dT_m}{T_m}=0 \tag{5.11}$$

に従って変化するとした。

先細ノズル内二相流の臨界条件については，前章と同様に，ノズルスロート部 $dA=0$ の位置で生じ，式(5.1)～(5.11)に示された $du_g, du_f, du_m, d\rho_g, d\rho_{mg}, dp, dT_g, dT_m, dT_f$ の流れの微小変化量が同時に0とならないときで，これらの変化量の係数行列式Δが0になるときとした。この結果は

$$(W_{mg}c_{pg}+W_{mf}c_f)\left(-\frac{A_{mg}}{p}-\frac{A_g}{\kappa p}+\frac{A_g}{\rho_g u_g^2}+\frac{A_m}{\rho_m u_m^2}+\frac{A_f}{\rho_f u_f^2}\right)+\frac{A_{mg}W_{mg}}{\rho_{mg}T_m}=0 \tag{5.12}$$

で与えられる。

5．3　先細ノズル内臨界流の数値計算

5．3．1　混合比 x_{mg}，x_{mf} 及びクォリティ x_o

上記のモデルから得られた基礎方程式を用いて，先細ノズル内気液二相流の数値計算を行うには，混合層内の気体及び液体の流量について知ることが必要である。しかしながら，実際の流れでは，気液二相が臨界状態にあるときのノズルスロート近くでは，相対速度の増大と共に気液の分散した混合層は広がり，流路断面上の気液の占める割合も不均一な分布になっているため，モデルに仮定されたように，各層では一様であるが層間では不連続な速度分布を持つ流れではない。

ここで，問題となる混合層内の気相と液相の流量については，全流路内にある気相流量及び液相流量に対する割合とし，混合比x_{mg}，x_{mf}は，それぞれ

$$x_{mg}=\frac{W_{mg}}{W_g+W_{mg}} \tag{5.13}$$

$$x_{mf}=\frac{W_{mf}}{W_f+W_{mf}} \tag{5.14}$$

で表される。このときの混合比 x_{mg}，x_{mf} の値は，気液の物性値や流動条件によって異なる。 また，三層流モデルの両極限は，$x_{mg}=0$，$x_{mf}=0$ の混合層の存在しない分離流であり， 一方，$x_{mg}=1$，$x_{mf}=1$ の場合が流路全体に混合層の広がった均質流に相当する。数値計算では，気層と液層の間に均一な混合層を仮定し，このx_{mg}，x_{mf}に対し，臨界状態及び気液の流動状態の変化の様子を調べることにする。さらに，この混合層の存在が二相の臨界流量及び臨界圧力に与える影響について，実験結果と比較し検討した。

計算は，片側平面壁の先細ノズルを用い，入口で空気，水及び中間の混合層が層状になって流入し，出口までこの流量割合は変わらないものとする。ここで，流路全体のクォリティx_oは，前章までの定義と同じで，全質量流量に対する気相流量の割合で，相変化をしないため流路内で一定であるが，混合層が存在することから，次のように表される。

$$x_o=\frac{W_g+W_{mg}}{W_g+W_m+W_f} \tag{5.15}$$

また，断面上の三層の占める割合は，ボイド率と同様に，

$$\phi_g+\phi_m+\phi_f=1 \tag{5.16}$$

と定義される。ここで，混合層内については，$\phi_m=\phi_{mg}+\phi_{mf}$で表される。
以上のクォリティおよびボイド率を用いて，再び(5.12)式の臨界条件を表すと，

$$\left(c_{pg}+\frac{x_{mf}}{x_{mg}}\frac{1-x_o}{x_o}c_f\right)\left(\frac{\phi_g}{\rho_g u_g^2}(1-M_g^2)\right.$$

$$\left.+\frac{\phi_m}{\rho_m u_m^2}-\frac{\phi_{mg}}{p}+\frac{\phi_f}{\rho_f u_f^2}\right)+\frac{\phi_{mg}}{\rho_{mg}T_m}=0 \tag{5.17}$$

で与えられる。ここで，気層のマッハ数は，$M_g=u_g/a_g=u_g/(\kappa p/\rho_g)^{1/2}$で表される。さらに，$x_o\to 1$の気体単相に近い流れになったときの臨界条件は，(5.17)式で，$\phi_f\to 0$，$\phi_m\to\phi_{mg}$，$\rho_m\to\rho_g$，$u_m\to u_g$になることから，$M_g\to 1$を満足する流れで気体の臨界条件に漸近する。

計算例は，$A_t/A_o=0.2$の先細ノズルとし，入口で圧力$P_o=300$kPa前後の常

温の空気及び水を用い，適当なx_{mg}，x_{mf}を仮定し，広い範囲のクォリティx_oに対して流れの諸量の変化を調べた。

5．3．2　流路内各層の速度，圧力，温度変化

臨界状態にある先細ノズル内気液二相流の混合層を考慮した解析から流路内の各層の流れの諸量の変化について数値計算の結果を示す。入口速度比sと混合比x_{mg}，x_{mf}を与えたときの混合層の存在する流れの特性の一例を図5-2 に示した。図中には均質流と分離流についての結果も併せて示した。ただし，気液の入口条件や混合層の分布は，二相の流体の種類や流動状態によって異なる。各層の速度，圧力，温度は，流路断面の縮小する下流になるほど変化が大きく，密度の低い層ほどそれが顕著であることが分かる。圧力及び気相の速度や温度は，分離流モデ

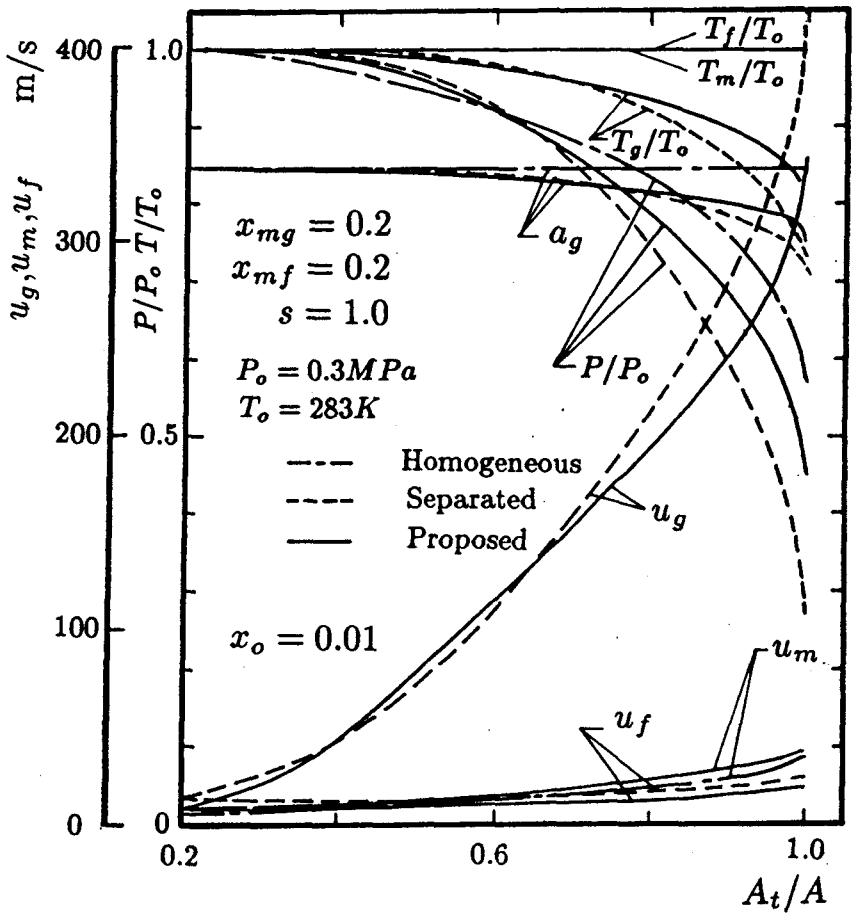
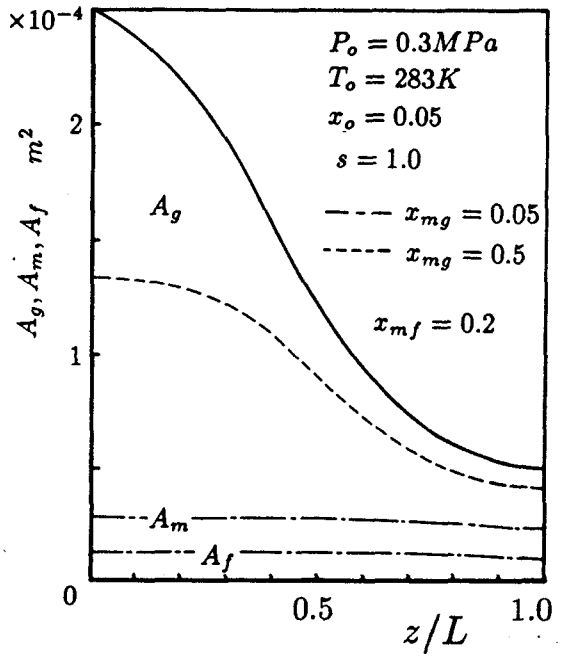


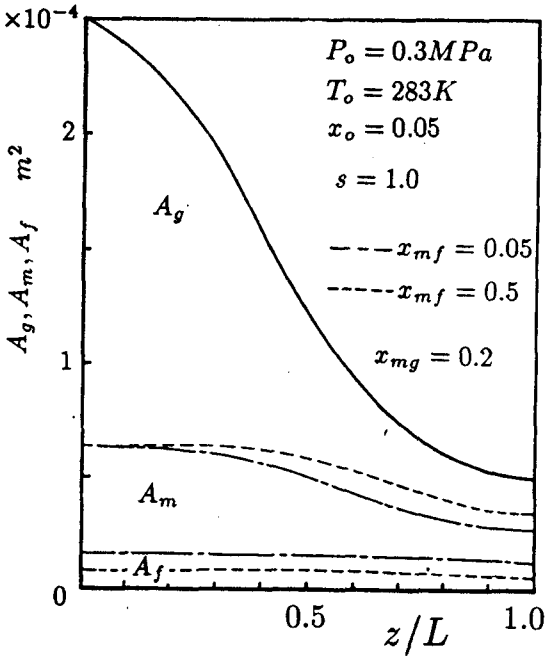
図５-２　ノズル内流れの計算例

ルの方が混合層モデルより大きく変化しているのが認められる。図は x_o=0.01, x_{mg}=0.2, x_{mf}=0.2, s=1.0の場合であるが，流路内の各層の速度，圧力，温度は，混合比x_{mg}，x_{mf}やクォリティx_oなどの流動条件によって差異を生ずる。以下に，これらの条件の違いによる影響について示す。

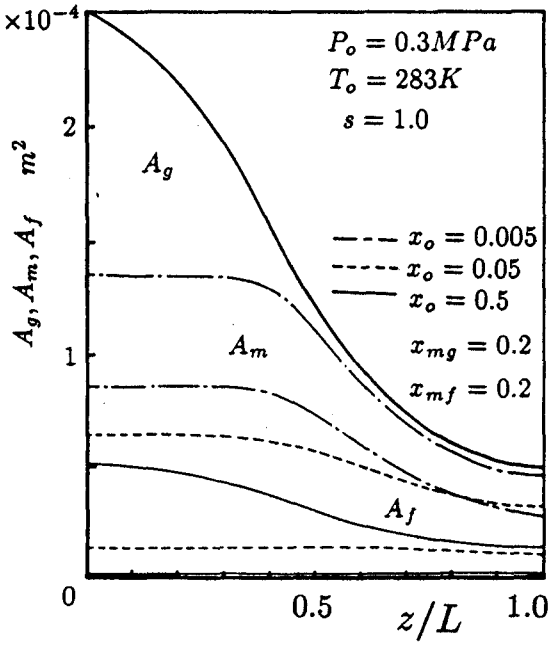
図5-3は s=1.0の場合に，各層が先細ノズル内を流れるときの流路を占める割合を示したものであるが，x_{mg}，x_{mf}，x_o の違いに伴う断面の変化から，各層の加速される様子が推測できる。ここで，Lはノズルの全長である。



（a） x_{mg}の影響



（b） x_{mf}の影響

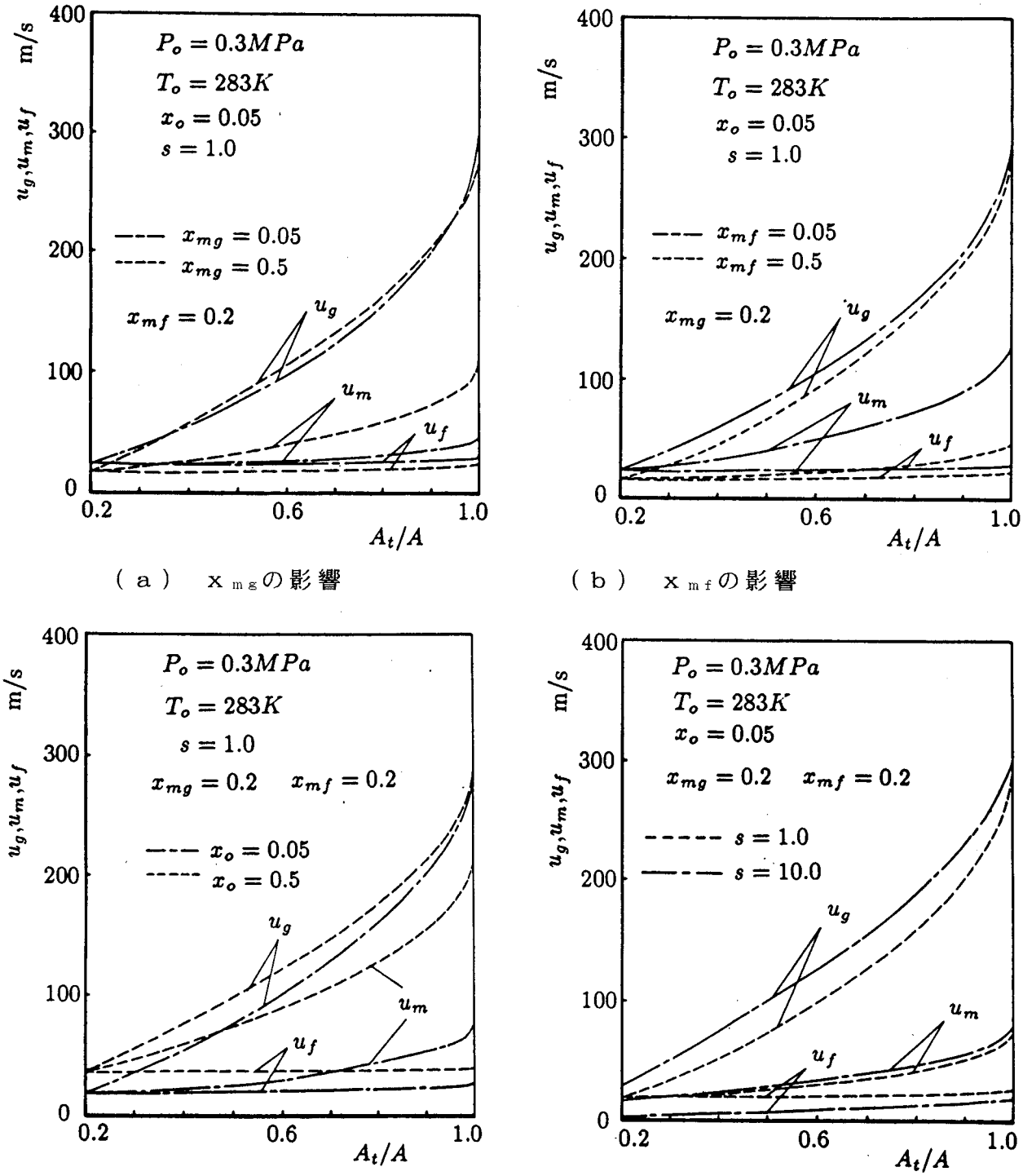


（c） x_oの影響

図5-3

ノズル内各層の断面分布

各層の速度については，x_{mg}，x_{mf}の影響を図5-4a，4bに，x_oの異なる場合を図5-4cに，また入口の速度比の違いによる影響を図5-4dに示した。混合層の速度は，気層と液層の間にあるが，気層速度よりもかなり低く，クォリティの低い流れでは液層速度に近い値を示している。また，混合比x_{mg}が大きく，x_{mf}が小



（a） x_{mg}の影響　（b） x_{mf}の影響

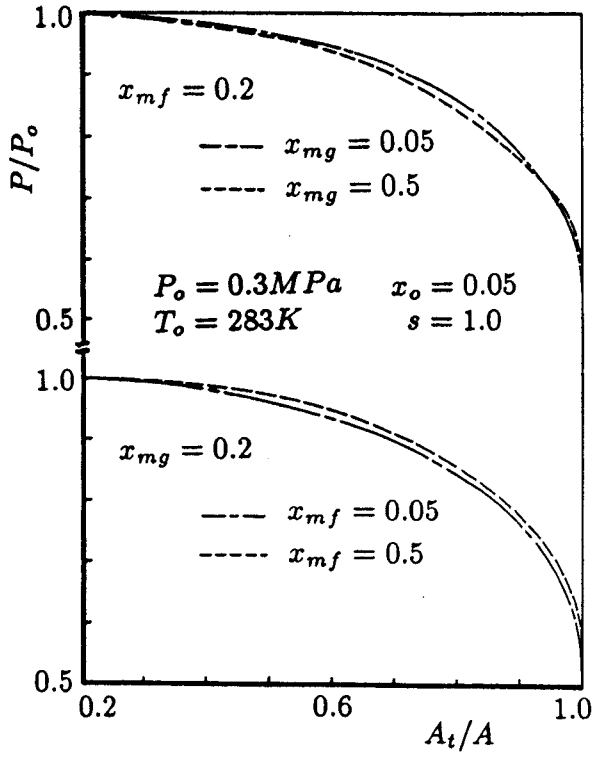
（c） x_oの影響　（d） sの影響

図5-4　ノズル内の速度変化

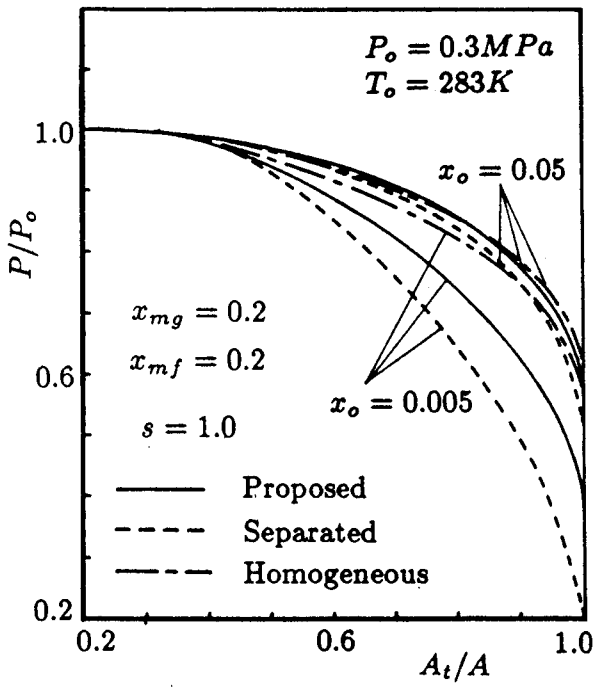
さくなるほど混合層内の平均密度は小さくなることからその速度は増大する。気層及び液層速度は，混合比x_{mg}，x_{mf}が低いほど僅かに増大し，クォリティ及び速度比が低いほど流路内の加速は大きい。

ノズル内の圧力変化を図5-5a～5cに示す。三層モデルにおける圧力は気層の速

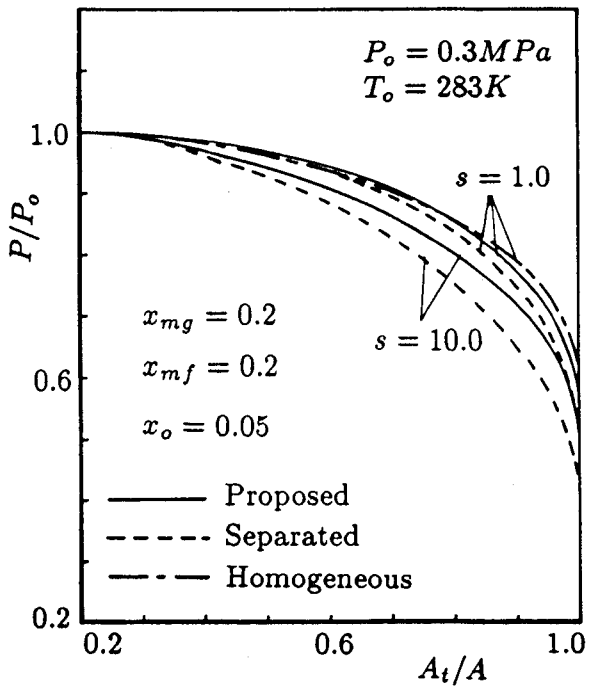
図５-５　ノズル内の圧力変化



（ａ）　x_{mg}，x_{mf}の影響



（ｂ）　x_oの影響



（ｃ）　速度比の影響

度に対応して，スロートに近づくほど大きく降下し，均質流モデルより低く，分離流モデルより高い値を示す。
図では大きな圧力差は現れていないが，x_{mg}，x_{mf}が小さくなるほどスロート部近くで圧力は降下し，とくにクォリティx_oが低く，入口速度比sが大きい場合，ノズル内の圧力降下は著しい。

x_oが低い場合，圧力降下および気相速度が大きくなるのは，相変化のある一成分二相流の場合と異なり，加速されにくい液相が流路を占める割合が大きくなり，気相の流速が増大するためである。混合層の存在するときの気層速度は分離流モデルにおける気相速度よりも減速されるが，クォリティの低い領域では，音速を超える流れとなっている。このときの流路内の気層速度と音速の変化を図5-6に示した。$x_o=0.005$ではスロート部の上流$z/L \fallingdotseq 0.91$で音速を超え，その位置では流路内の気層の占める断面積は最小値になっているのが分かる。Wallisらも示すように，二成分二相の完全な分離流では，ノズル出口の気相速度は，ほとんど超音速流れであるのに対して，このモデルでは気層と液層の間に存在する混合層に起因して，超音速流れはクォリティの低い領域のみに限られている。

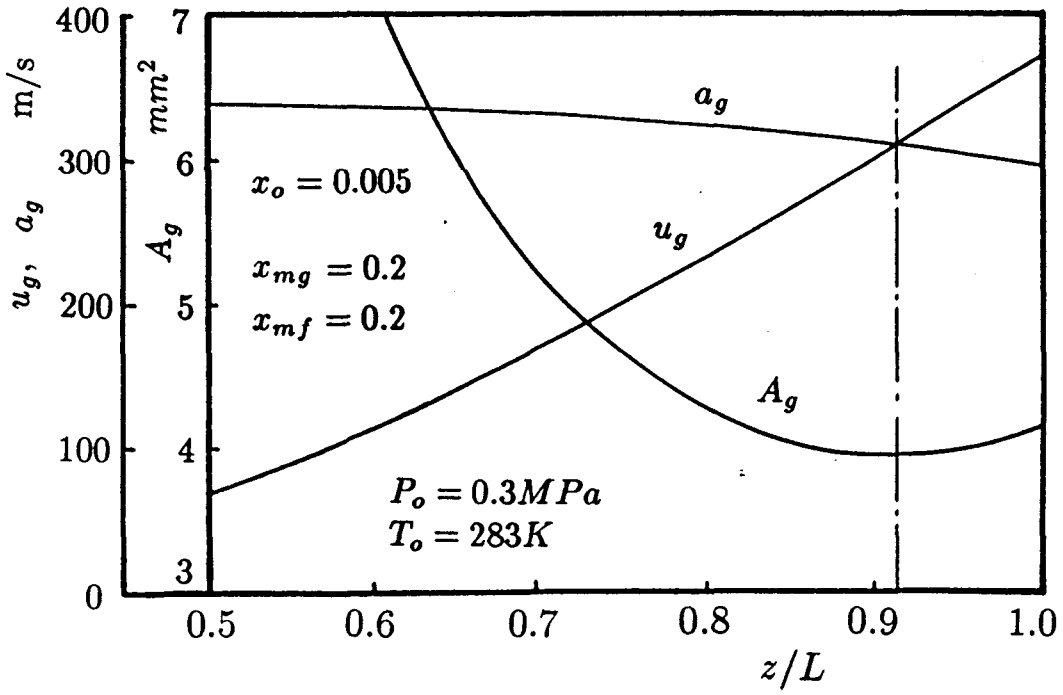
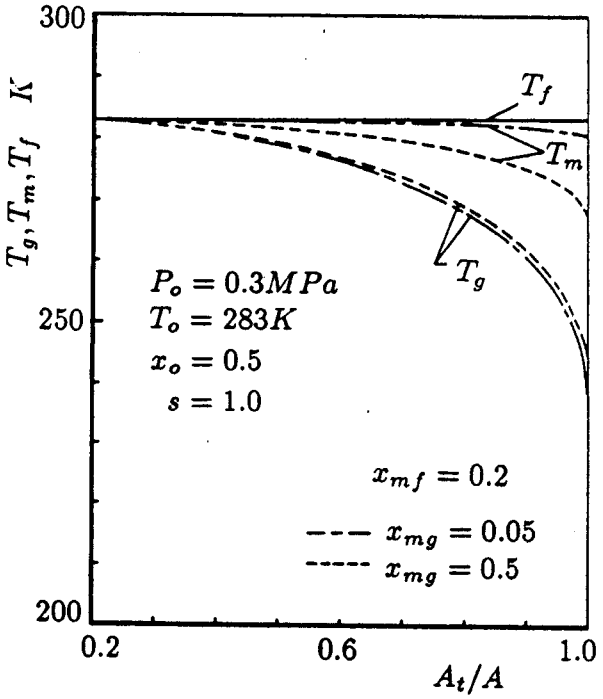
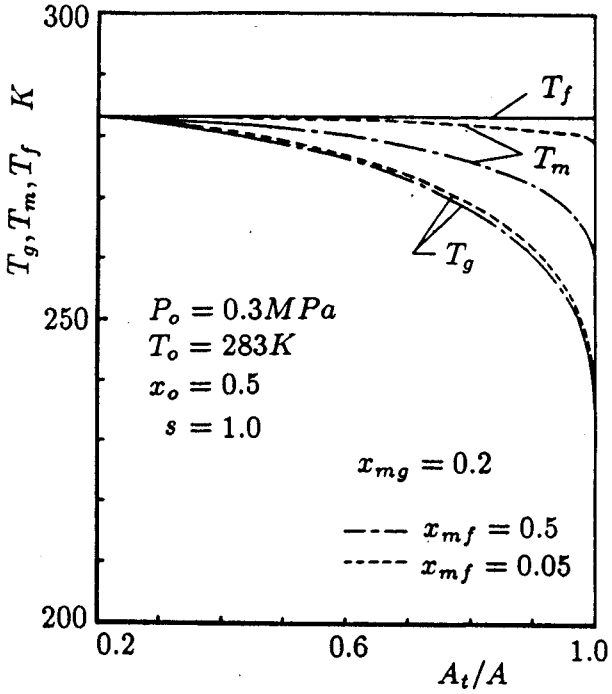


図5-6　スロート近くの気層の状態

各層の温度分布を図5-7に示す。液層及び混合層の温度は殆ど変わらないが，気層はクォリティが低くなるほどスロートに向かって温度降下が著しい。これは圧力に対応した気相の状態変化であり，分離流における気層では，さらに大きな温度降下となっている。



（ａ）　x_{mg}の影響



（ｂ）　x_{mf}の影響

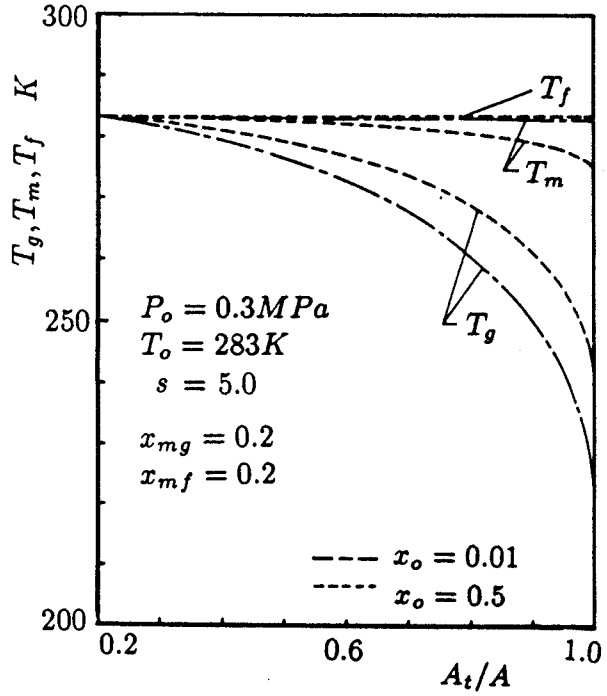


図５－７

ノズル内各層の温度変化

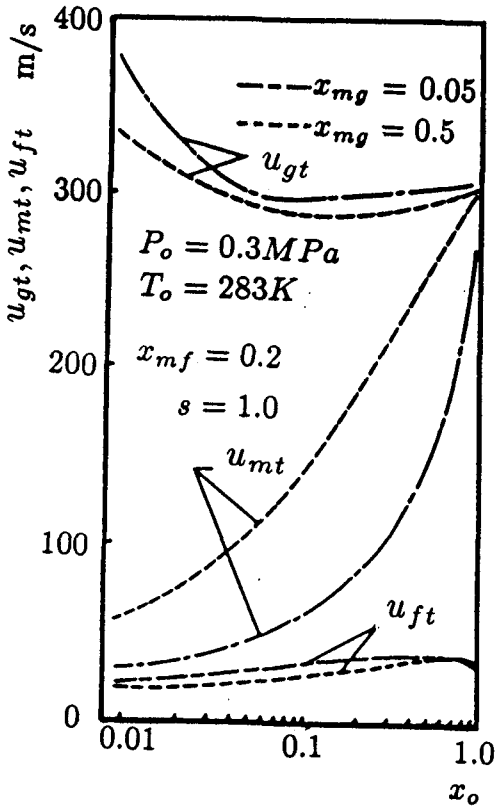
（ｃ）　x_oの影響

５．３．３　臨界速度，臨界圧力及び臨界流量

臨界条件は，ノズルスロートにおける流れの諸量から決まり，クォリティや流

路内の流動状態及びノズル入口の気液二相の流入条件によって異なる。

臨界状態にあるときのノズルスロート部の各層の速度について，クォリティに対する変化を示したのが 図5-8である。x_{mg}，x_{mf}を一定とし，均質な仮定をとる混合層の速度はクォリティが低いときは水の速度に近く，クォリティの増大とともに気層の速度に近づいてくる。気層の速度は，クォリティの低い領域で高く，音速を超えており，前章に示した一成分二相の場合とは逆の傾向を示す。図5-8a，8bは，x_{mg}，x_{mf}の違いに対して示したもので混合層内の平均密度が低いほど速度は大きくなり，混合層の全流路を占める割合が小さくなるほど気層の臨界速度も増大する。図5-8cではノズル入口の気液の流入速度比sの違いが各層の臨界速度に与える影響について示した。図にはs＝10の例を示したが速度比が大き



（a） x_{mg}の影響

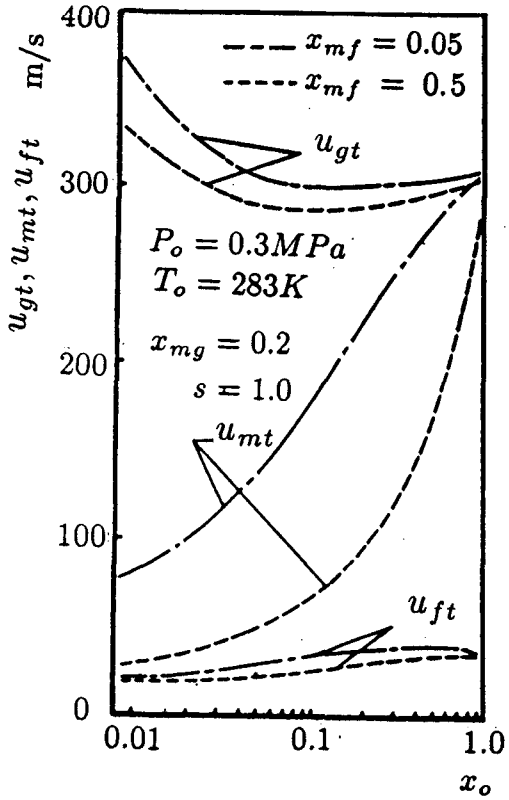
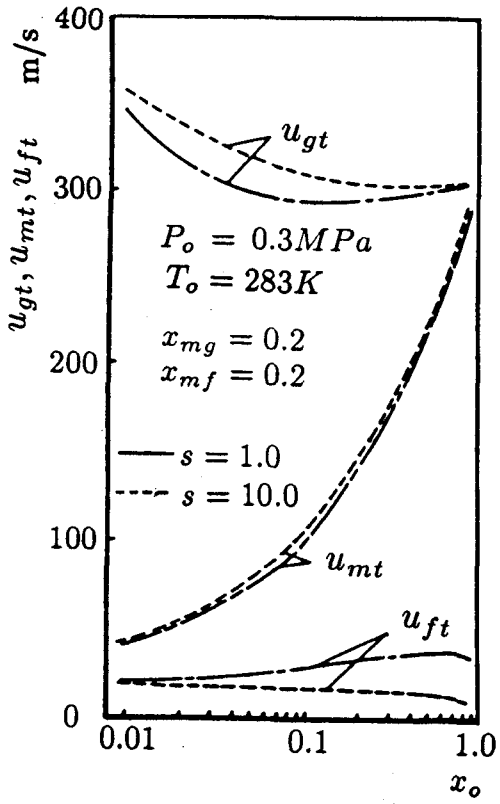


図５-８　臨界速度　（b） x_{mf}の影響



（c） sの影響

くなると，図5-4 に示したように，ノズル入口の速度の違いがスロート部に至るまで影響し，臨界速度は，クォリティの低い領域で気層の場合高くなり，液層では低速となる結果が得られた。

臨界圧力は全圧に対する比をとり，クォリティx_oとの関係を示した。図5-9は，x_{mg}，x_{mf}及び入口速度比の影響について同時に示したもので，混合層を考慮した場合は，スロート部の臨界圧力は，均質流と分離流の間にあり，クォリティの低下とともに減少する。また，x_{mg}及びx_{mf}が小さくなるほど混合層の領域が狭くなり，完全分離流に近づき，臨界圧力は低くなる。入口速度比sが大きくなると，臨界圧力が低い値をとるのは，一定のx_oに対して入口で気相の占める断面積の割合が少なくなり，x_oの低いときの流れのように気層の加速は大きくなるためである。速度比が約5以上では，この変化に大きな差が現れない。以上のいずれの場合においても，$x_o \to 1.0$では，ほとんど単相の空気の音速状態にあり，その臨界圧力に近づく。

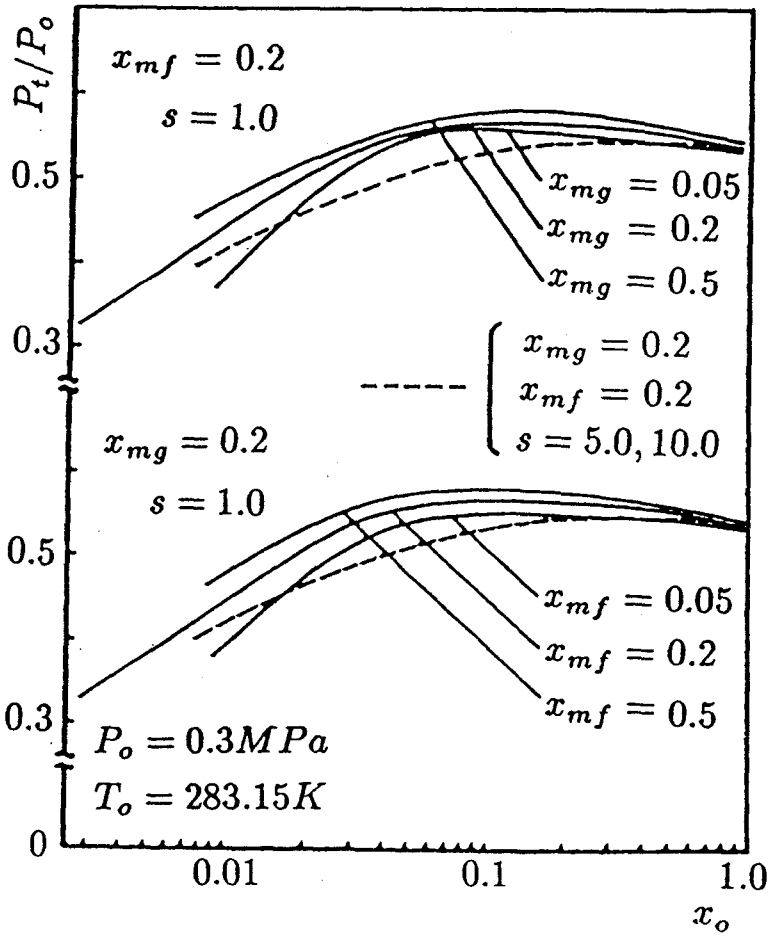


図５-９　臨界圧力

図5-10に臨界流量の計算結果を示す。縦軸は，スロート断面積で除した質量流束W／A_tで表す。クォリティの増大とともに臨界流量は減少しているのが分か

る。混合層の存在を仮定したときの臨界流量は，x_{mg}，x_{mf}をパラメータにとって示されているが，いずれも分離流モデルで計算された結果より低く，均質流を仮定したモデルより高い値を示している。すなわち，混合層に占める空気と水いずれの割合に対しても，その増加に従い分離流から均質流に向かって降下することが分かる。これらのことから，臨界流量は，この層内の気液の割合あるいは流路を占める混合層領域の広がりに大きく影響を受けるものと推定される。

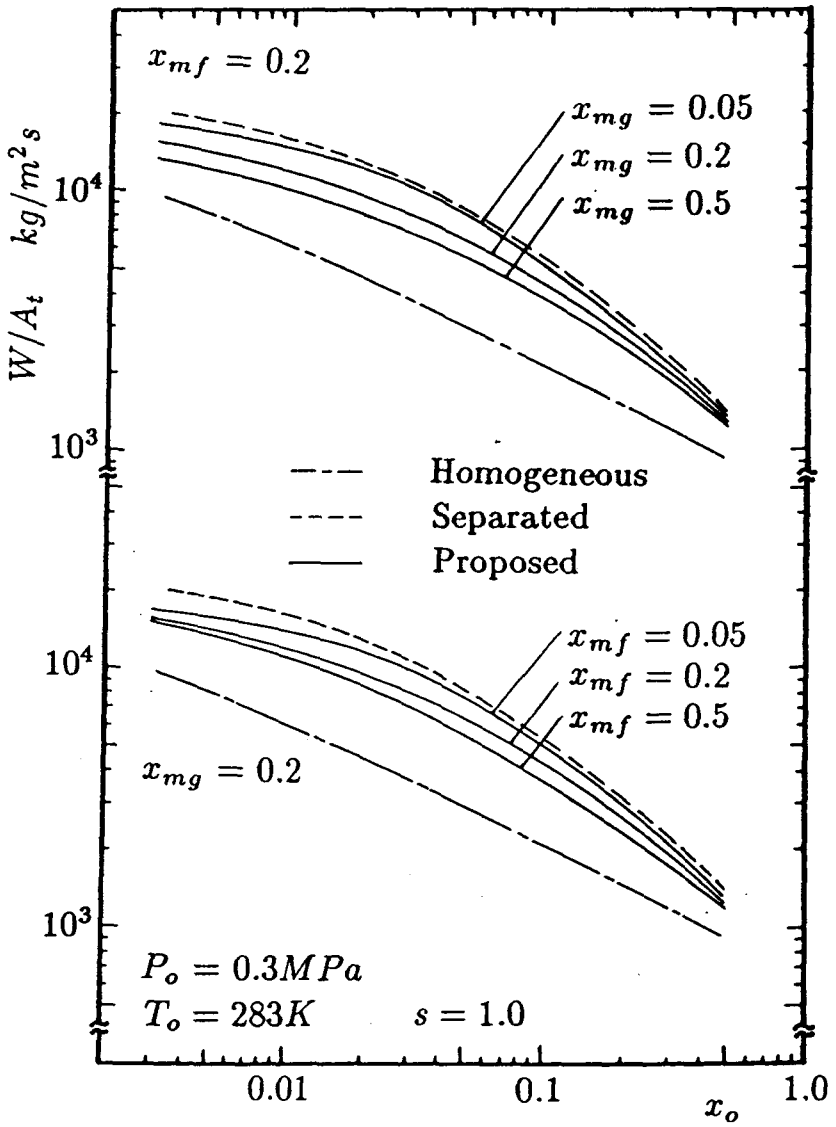


図５-１０　臨界流量

5．4　先細ノズル内臨界流の実験

5．4．1　実験装置

臨界状態にある先細ノズル内の空気・水二相流について臨界流量，流路内圧力分布及びスロート部近傍の気液の分布などを測定するため，図5-11に示す実験装置を用いた。ノズルはアクリル製で，厚さ10mmの両側板の間に厚さ5mmの板を 図のような片側平面壁をもつノズル形状に切取り測定部流路とした。ノズル入口で二相は完全な分離流となるよう上流側に空気及び水のチャンバを仕切り板の上下に設けた。仕切り板の先端はシャープなエッジを持ち気液界面の乱れを少なくした。これらの流体はコンプレッサ及びポンプから供給され，それぞれの流量はチャンバの上流側管路に設けられた四分円ノズルの差圧から測定される。下流チャンバ内の圧力は大気圧に近く，吐出された二相は分離して外部に放出される。気液の流量比，すなわち，クォリティx_0は仕切り板の位置を上下に移動させることで調節した。チャンバ内の圧力及び先細ノズル内の圧力は，側壁に直角に設けられた圧力孔からダイアフラム式圧力変換器に導かれ，このときの歪量を測定して求めた。とくにスロート部近くでは圧力降下の著しいことから流れ方向への影響を少なくするため，圧力孔は 直径0.3mmとした。

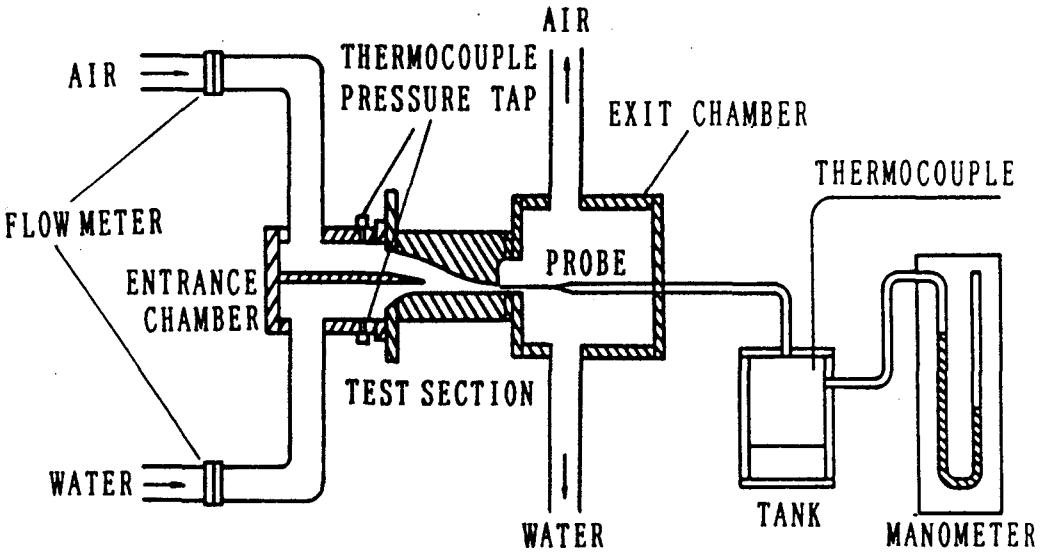


図５－１１　実験装置

両相の温度は，ノズル入口と入口及び出口チャンバで測定され，0.1mm の銅－コンスタンタン熱電対を用いて測定した。ノズル入口部では空気と水は完全に分離した状態で流入するが，断面積の絞られる流路内で流体は急激に加速され，しかも，空気と水の間で大きな速度差を生じる。入口では気液の分離した流れであっても，速度差の増大と共に界面に生ずるせん断応力から気流中への液滴のまき上がりや液中への気泡のまき込みなどのため，下流ほど界面は判然としなくなる。本解析モデルでは，気液二相の臨界条件は，スロート部にある二相の流動状態から決まるため，この気液の断面上の分布を得ることは臨界状態にある二相の特性を知るためにも重要なことである。

ノズル出口断面上の局所的な気相と液相の質量流量の測定には，図に示されるようにノズル出口側チャンバ内に支持された直径１mmのステンレスパイプで作られた吸引式プローブを用い，断面上をトラバースして各位置の気液を低圧容器に採取しそれぞれの流量を測定した。気液採取の容器は，あらかじめ真空ポンプで空気を排除し，水の飽和圧力まで下げられる。ノズルスロート部の二相は，急激な圧力降下により速度の増加とともに温度降下も著しい。このような状態にあるスロート部の気液二相は，切り替えコックにより，プローブを経て低圧の容器内に取り込まれる。一定時間内採取された容器内の気液の状態変化から断面上の局所流量を知ることができる。なお，気液の局所流量は，スロート全断面について積分して得られた値とノズル上流部で測定されている気液の各流量と比較することで修正された。このときの容器内の圧力は，水銀のＵ字管マノメータで，温度は熱電対を用いて測定した。

５．４．２　ノズルスロート部の気液分布

ノズル入口で完全に分離された状態で流入する気液二相は，先細ノズル内流路の断面変化から，各相それぞれ加速され，その相対速度の増加とともにスロート近傍の界面では，気液の混在した流れとなる。流路断面上の気液の分布については，臨界条件に関与するスロート部のみで測定を行った。図5-12には，ノズルスロート直後の気液を吸引採取して得られた出口断面の局所的なクォリティ分布を示した。ここで，パラメータにとった流路全体のクォリティをx_o，局所クォリティをx_1で区別する。図中の実線は，等x_1線を示す。この流路が水平であることから，いずれも，下部及び周辺部に液相，上部及び中心部に気相の多い流れとなっている。二相流では，通常，気相と液相の速度差が存在し，その密度差も大きいことから，図のクォリティ分布では，流動する気液の瞬間的な断面上の分布を直接知ることはできない。図で流路周辺及び下部の液相に近い部分から，流路中央上部の気相のみに近い部分までの中間部分が，この解析で問題とする混合層

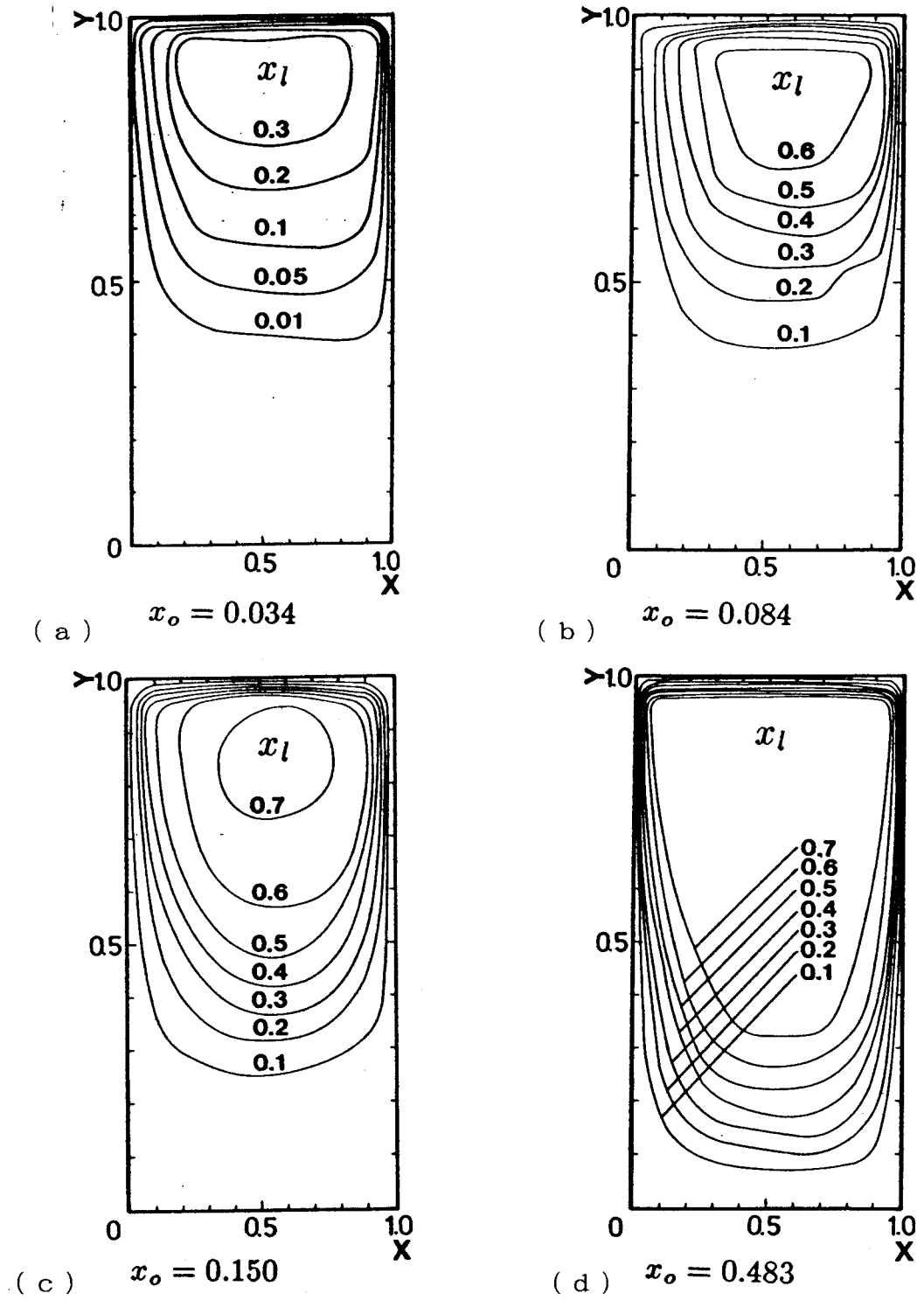
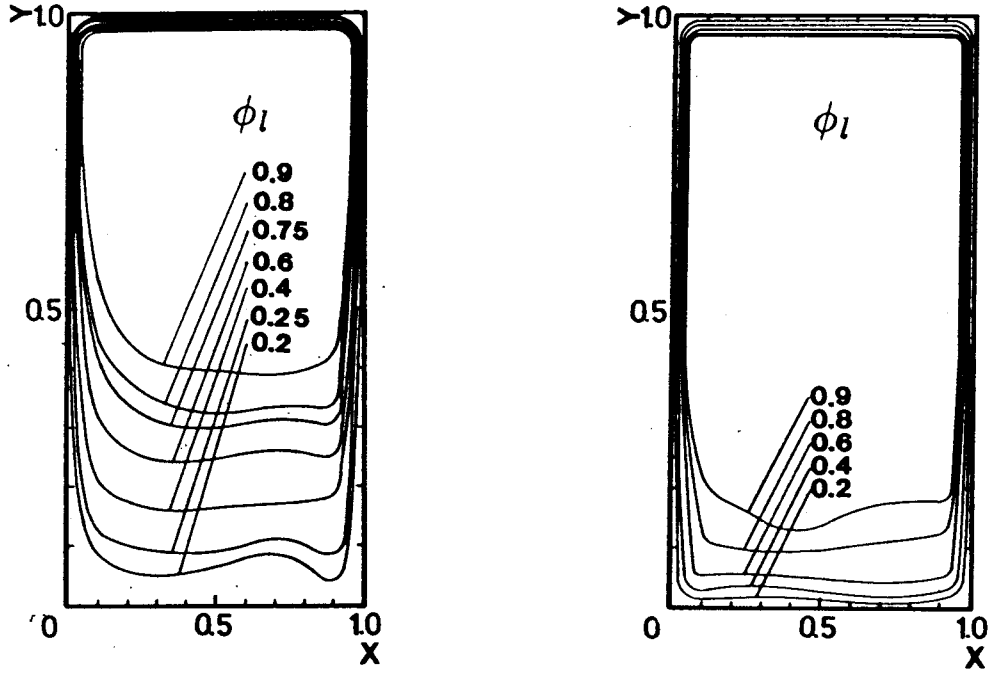


図５-１２　ノズル出口断面の局所クォリティ線図

に相当する。 図では，この領域のx_lの変化は連続的であり，気層あるいは液層との明確な境界が存在しない。ここでは，この領域の混合層を定義するため，局所的には気液の速度は等しいとする仮定のもとに，ノズル出口断面上の局所ボイド率 ϕ_lの分布を示した。図5-13の実線は，局所的等ボイド率線を表しているが，

x_oによって中央上部の気相の占める領域が大きく変わることが判る。ここで，混合層の領域を，気流中の液滴や液流中の気泡などが周りの流体に影響を及ぼす範囲とし，近似的にボイド率ϕ_l＝0.25から0.75までの範囲を混合層とした。この層内にある気相と液相の質量流量W_{mg}，W_{mf}を求め，全気相及び全液相流量に対する割合x_{mg}，x_{mf}をx_oに対して示したのが図5-14である。x_{mg}は，x_oの増



（a）　$x_o = 0.034$　　（b）　$x_o = 0.084$

図５-１３　ノズル出口断面の局所ボイド率分布

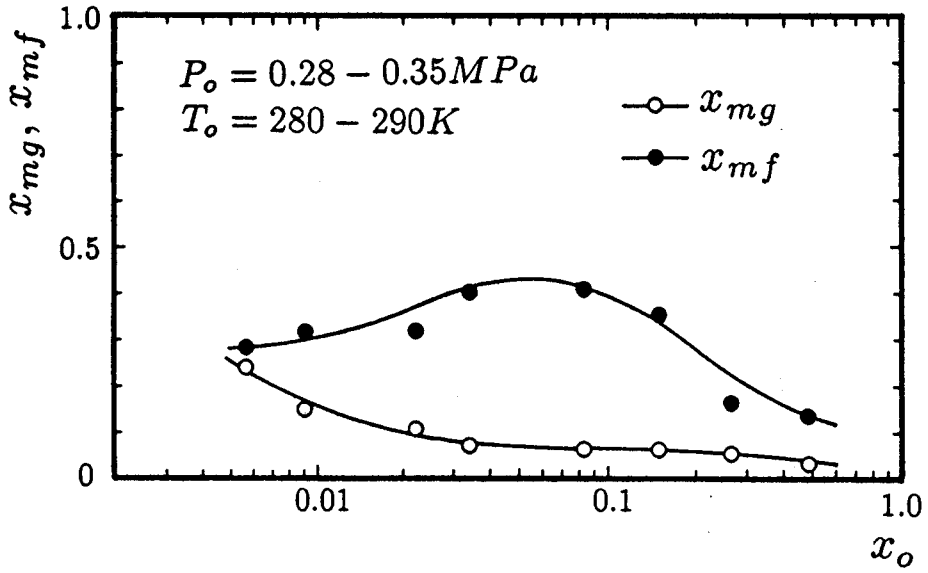


図５-１４　ノズル出口断面の混合比x_{mg}，x_{mf}

加にともない減少するが，x_{mf}は，逆に増大の傾向がみられる。 x_oの大きい領域では流路断面を占める液層の割合が少なく，流路周辺への広がりと分散のため再び降下する。

5．4．3 臨界圧力及び臨界流量

臨界条件は，ノズルスロートにおける流れの諸量から決まり，クォリティや流路内の流動状態及びノズル入口の気液二相の流入条件によっても異なる。

流路内の圧力分布の実験結果を図5-15に示す。 流れのクォリティx_oに対応して，図5-14から得られるx_{mg}，x_{mf}を用いて計算した結果を図中に実線で示した。計算値は実験値にかなり近く，ノズルスロート近くの高速領域での急激な変化に対しても計算値はよい一致を示している。

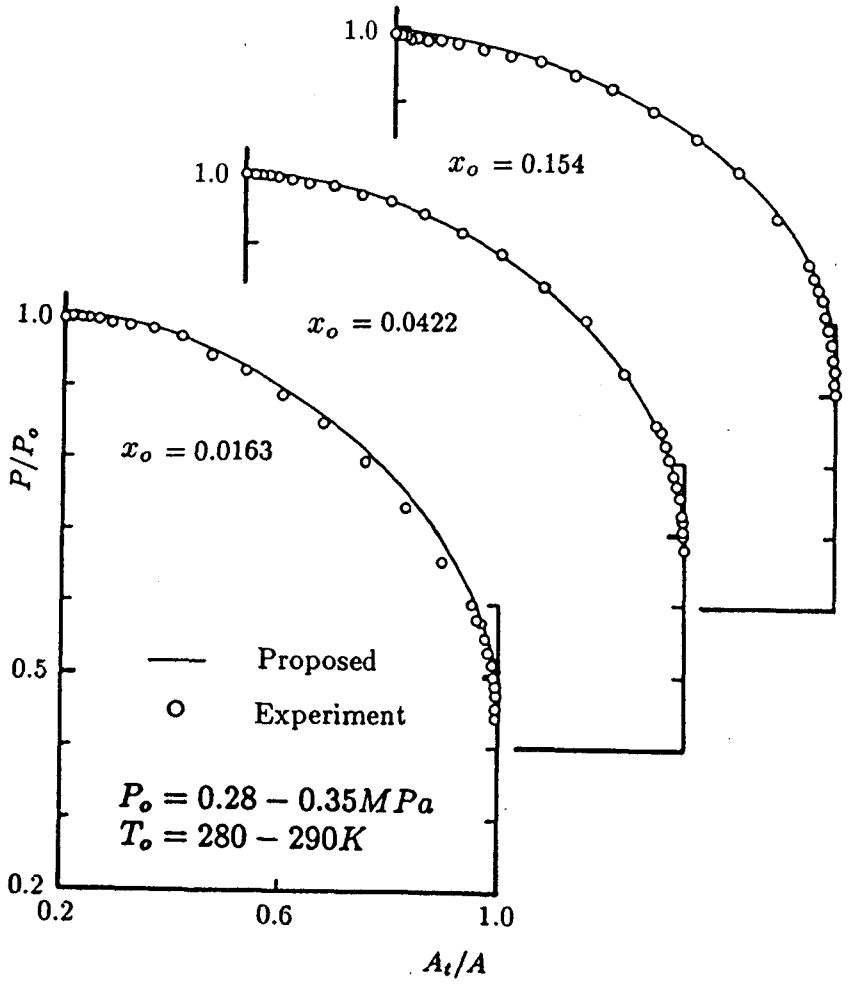


図５-１５ ノズル内の圧力変化

臨界状態にあるときのスロート部の圧力と全圧の比で定義される臨界圧力比は，図5-16に流路全体のクォリティx_oとの関係を示した。図から分かるように，測定値は，均質流と分離流の間にあり，三層モデルによる計算結果は，実験値とかなりよい一致を示している。x_oが高くなり1に近づくほど，いずれのモデルの流れも単相の空気の臨界圧力に近づく。一方，低クォリティの流れでは臨界圧力は降下し，おおよそx_o=0.01以下ではノズル出口で気体は$M_g>1$の状態になっているものと思われる。このことは図5-8に示される臨界状態にあるときのスロート部での気層速度の変化からも明かなように，クォリティの低い領域で高速になり，それに対応した圧力になっているものと思われる。

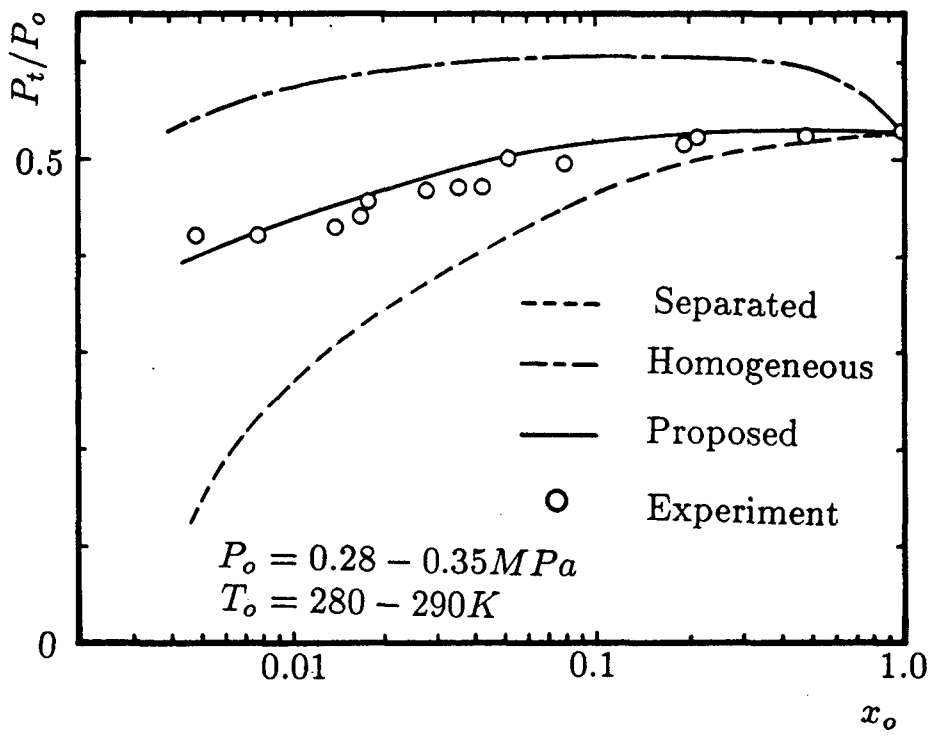


図5-16　臨界圧力比

臨界流量については，実験と同じ入口条件を用い，図5-14のx_{mg}，x_{mf}を用いて計算した結果が図5-17である。臨界流量は，クォリティの増加に従って小さくなり，気体単相の臨界流量に近づき，低クォリティになるほど液体単相の場合に得られる流量に近くなる。均質流モデルや分離流モデルによる計算結果と実験値はかなり隔たりがあるが，混合層を仮定した三層モデルによる計算結果では，これら実験値とかなりよい一致がみられる。

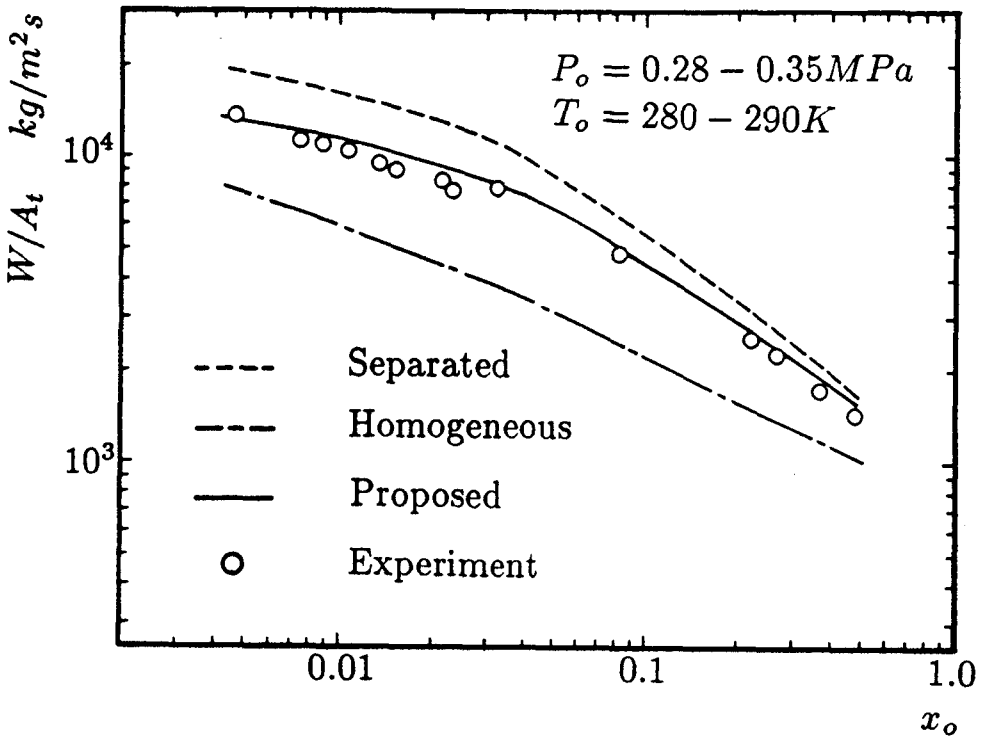


図５－１７　臨界流量

５．５　結　言

（１）臨界状態にある先細ノズル内気液二相流に対し，混合層を含む三層流のモデルを用いて，流路内の流れの諸量の変化を表し，分離流と均質平衡流モデルの間にある実際の流れに有効な解析方法を示した。

（２）臨界条件に関与する先細ノズルスロート部の出口断面上の気液の分布を実験から求め，流れのクォリティに対して混合層領域の広がりの違いを示した。

（３）混合層を仮定した二成分二相の臨界圧力比，臨界流量は，空気・水二相流の実験値とよい一致を示し，このモデルの有効性が確認された。

第６章　総　括

各章についての結論は，すでに述べているから，ここでは，全体を通しての結論と今後の問題などについて総括する。

この論文では，相変化を伴う気液二相が管内を高速流動するとき，各相の状態変化及び流れの諸量の流動特性について知るとともに，先細ノズル内流れのように，急減圧下にある一成分気液二相の流動と相間の非平衡の程度が臨界状態に与える影響について検討した。最初に，飽和平衡状態に近い流れの圧力損失並びに気相と液相の間に非平衡状態が生じたときの各相の変化過程について基本的な特性をまず把握し，圧力変化の急激な非平衡状態にある実際の流れに適用した。

圧力の急変化のない長管路の流れでは，気液の相変化も十分に行われ，二相は飽和平衡に近い状態で流れている。このような場合には，熱力学的関係式を用いて流路内の状態量の変化を推定することが出来る。従って，一成分二相流の流動の解析で重要なことは，相変化を伴って流れるときの二相の管摩擦損失を知ることがまず必要である。ここに得られた結果は，圧力降下とクォリティの変化，及び管摩擦損失の関係から，二相流の管摩擦係数を表し，管路に沿う圧力及びクォリティの変化は，管入口の静圧と動圧の比で決まることを示した。

一方，圧力変化の急激な流動では，気液各相の状態変化の速さの違いから，相間の平衡は保たれず，圧力に対応した各相の飽和状態の値を用いて解析することが出来ない。急減圧下の流れでは，気体の加速による温度降下に対し，液相の温度の変化ははるかに遅く，非平衡な二相流として相間の緩和現象を考慮した扱いをしなければならない。管内の気液二相流の蒸発や凝縮現象などの相変化に対し，気泡の発生やその成長を考慮した実験的な解析があるが，非平衡状態にある気液では，界面を通して質量や熱移動の存在する流れであり，その非平衡の程度に応じ流動条件も異なると考えられる。ここでは，まず，静止系における一成分二相が非平衡状態にあるときについて取扱い，界面からの質量及びエネルギ輸送現象を表すために，かなり粗い近似であるが現象の概要を把握するため，気体分子運動論から得られる Maxwell分布則を用いた。この結果，系の変化に対して圧力及び温度変化の関係を与える伝達関数を表し，質量及びエネルギ流束や両相の温度，圧力変化と気液の初期状態との関係を明らかにするとともに，変化過程の時定数を示した。これらの結果は，管断面積が急激に変化する先細ノズル内を流動する非平衡状態にある二相間での質量及びエネルギ輸送に対して適用され，この非平

衡が，気液二相の流動特性に与える影響について検討した。質量及びエネルギ輸送量についての評価は今後に残された問題であるが，臨界状態にある先細ノズル内の流れのように急減圧下にある気液二相流への適用では，非平衡の程度あるいは相変化量の大きさによって流れは異なり，飽和平衡を仮定した流れや相間の輸送を無視した取扱いとは明かな違いがみられ，非平衡状態を考慮した解析方法の妥当性とその必要性が確認された。

先細ノズル内の気液二相臨界流の解析では，相変化と共にもう一つ重要なことは，流路内の気相と液相の分布に対し適切なモデルを用いることである。従来，均質流モデルまたは分離流モデルを適用した解析が多いが，気液の速度差が大きい場合，気液界面のせん断応力に起因して，液滴や気泡の混合した領域が生じる。たとえ，ノズル入口で完全な分離流であってもノズル内では下流ほど気液の混合した層が増大するようになる。この混合層領域の断面上の広がりが臨界流量あるいは臨界圧力に与える影響について知るために，まず，相変化のない二成分二相流に対し，三層流モデルを適用し，その特性を把握することにした。実験は，空気－水を用い，臨界状態にある先細ノズル内二相流の流量，圧力分布の測定とともにノズルスロート部の気液の分布の測定から混合層領域を推定し，混合比を決定した。三層モデルを用いて計算された臨界流量及び圧力は，測定値とかなりよい一致が得られた。

以上の結果から，管内で急減圧する二相流に対し，非平衡性を考慮した解析が有効となるのは，流体の飽和圧力が高く，クォリティの低領域にある一成分二相流の場合であるが，一方，三層モデルでは，液相に比べて気相の密度が低く，加速され易い流れの場合であるが，クォリティは広い範囲にわたって有効であり，流体の飽和圧力は低く，相変化のない二成分二相流の流動解析には，とくに有効なモデルである。

以上の研究から，急減圧下にある管内一成分気液二相流の解析に対する重要な要素とみなされる，管摩擦損失，非平衡状態及び混合層などについての結論が得られた。今後は，先細ノズルから急拡大流路内への二相流についても検討し，相間の輸送現象の把握と共に，非平衡状態にあるときの二相流の流動に関して，さらに解析を進展させたいと考えている。

謝　辞

この研究を通じて，終始懇切なるご指導とご鞭撻を賜った愛媛大学工学部の鮎川恭三教授に謹んで感謝の意を表します。

また，本研究をまとめるに当たり，懇切なるご指導と貴重なご助言を賜った大阪大学基礎工学部機械工学科の角谷典彦教授に心より感謝の意を表します。

さらに，本研究に対して有益なご意見やご討論を頂いた大阪大学基礎工学部化学工学科の伊藤龍象教授，機械工学科の吉川孝雄教授，辻本良信教授に厚くお礼申し上げます。

この研究の進行の過程で，当初から終始熱心なご指導とご激励頂いた大阪大学の今市憲作名誉教授，廣瀬達三名誉教授に深く感謝の意を表します。

実験及び数値計算に際して，ご協力頂いた当時愛媛大学工学部の技官であった渡辺福寿氏をはじめとする流体工学研究室の各位に厚く謝意を表します。

参考文献

(1) 越智・鮎川・今市, 愛媛大学紀要, 第三部工学, 8-1,(昭49),9.

(2) 鮎川, 越智, 青山, 梶原, 日本機械学会論文集, 45-391,(1979),380.

(3) 鮎川・越智, 日本機械学会論文集, 54-498, B (昭63) ,374.

(4) 越智・鮎川・門田, 日本機械学会論文集, 投稿中.

(5) Ochi,J.,Ayukawa,K., "The 3rd ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference",(1991), to be published.

(6) Benjamin,M.W.,Miller,J.G.,Trans.ASME.,64,(1942),657.

(7) Martinelli,R.C.,Nelson,D.B.,Trans.ASME.70-6,(1948),695.

(8) Lockhart,R.W.,Martinelli,R.C.,Chem.Eng.Prog.,45-1,(1949),39.

(9) Thom,J.R.S.,Int.J.Heat Mass Transfer,Vol.7,(1964),709.

(10) 赤川・坂口・世古口・小林, 日本機械学会論文集, 35-276,(1969),1714.

(11) Hesson,J.C.,Illinois Institute of Technology (1953).

(12) Chawla,J.M.,VDI-Forschungsheft 523,(1967)

(13) Schrage,R.W.,A Theoretical Study of Interface Mass Transfer, Columbia University Press,New York(1953).

(14) Bornhorst,W.J.and Hatsopoulos,G.N.,Trans.ASME,Ser.E,34-4(1967-12), 840.

(15) Bornhorst,W.J.and Hatsopoulos,G.N.,Trans.ASME,Ser.E,34-4(1967-12), 847.

(16) Richter,H.J.,Int.J.Multiphase Flow,9-5,(1983),511.

(17) Rohatgi,U.S.,Reshotko,E.,ASME Non-Equilibrium Two-Phase Flows Symp.,(1975),47.

(18) Dag Malnes, ASME Non-Equilibrium Two-Phase Flows, Symp.,(1975),11.

(19) Plesset,S.S.,Zwick,S.A.,J.Appl.Phys.,25,474.

(20) Sozzi,G.L.,Sutherland,W.A.ASME Non-Equilibrium Two-Phase Flows Symp.,(1975),19.

(21) Simoneau,R.J.,ASME Non-Equilibrium Two-Phase Flows, Symp.,(1975),37.

(22) Henry,R.E.,Fauske,H.K.,Trans.ASME,J.Heat Transfer 95,179.

(23) Fauske,H.K.,ANL-6633,U.S.AEC Research and Development Report, TID-4500,18th Ed.(1962)

(24) Moody,F.J.,ASME Non-Equilibrium Two-Phase Flows, Symp.,(1975),27.

(25) Levy,S.,Trans.ASME,Ser.C,87-1(1965),53.

(26) Moody,F.J.,Trans.ASME,Ser.C,87-1(1965),134.

(27) Moody,F.J.,Trans.ASME,Ser.C,88-3(1966),285.
(28) Starkman,E.S.,Schrock,V.E.,Neusen,K.F.,Maneely,D.J.,Trans.ASME, J.Basic Engng.,(1964),247.
(29) Schrock,V.E.,Starkman,E.S.,Brown,R.A.,Trans.ASME,J.Heat Transfer 99-2(1977),263.
(30) Hesson,J.C.,Peck,R.E.,A.I.Ch.E.Journal,4-2,(1958),207.
(31) Isbin,H.S.,Moy,J.E.,Da Cruz,A.J.R.,A.I.Ch.E.Journal,3-3,(1957),361.
(32) Faletti,D.W.,Moulton,R.W.,A.I.Ch.E.Journal,9-2,(1963),247.
(33) von Bockh,P.,Chawla,J.M.,VDI-Berichte Nr.232,(1975),87.
(34) 甲藤, 日本機械学会論文集, 34-260,(1968),731.
(35) 甲藤, 日本機械学会論文集, 35-271,(1969),573.
(36) 小笠原, 日本機械学会論文集, 31-225,(1965),751.
(37) 小笠原, 日本機械学会論文集, 32-240,(1966),1239.
(38) 小笠原, 日本機械学会論文集, 34-267,(1968),1985.
(39) 甲藤・数土, 日本機械学会論文集, 39-319 (昭48), 970.
(40) 数土・甲藤, 日本機械学会論文集, 41-342 (昭50), 624.
(41) Wallis,G.B.,Sullivan,D.A.,Trans.ASME,J.Basic Engng.,(1972),788.
(42) Wallis,G.B.,Int.J.Multiphase Flow,6,(1980),97.
(43) Wallis,G.B.,One-Dimensional Two-Phase Flow,McGraw-Hill,New York, 1969.
(44) 赤川, 気液二相流 (昭49), 164, コロナ社.
(45) 植田, 気液二相流 (昭56), 養賢堂.
(46) Prigogine,I.,Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes,2nd ed.,(1961),Interscience.
(47) 流体の熱物性値集 (昭58), 日本機械学会.
(48) 伝熱工学資料 (昭55), 日本機械学会.