

Title	RIGIDITY AND STABILITY OF EINSTEIN METRICS : THE CASE OF COMPACT SYMMETRIC SPACES
Author(s)	Koiso, Norihito
Citation	大阪大学, 1980, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/26044
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	小 磯 憲 史
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 4 8 4 2 号
学位授与の日付	昭和 55 年 3 月 25 日
学位授与の要件	理学研究科 数学専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当
学位論文題目	アインシュタイン計量の剛性と安定性——コンパクト対称空間の場合
論文審査委員	(主査) 教授 村上 信吾 (副査) 教授 中岡 稔 教授 尾関 英樹 教授 竹内 勝

論 文 内 容 の 要 旨

リーマン計量 g は、そのリッチテンソル S が g のスカラー倍となるとき、アインシュタイン計量と呼ぶ。アインシュタイン計量をすべて求めるという問題は非常に困難である。更にいくつかのパラメータを持つアインシュタイン計量の族はほとんど知られていない。

定義 コンパクトなアインシュタイン多様体 (M, g) は、 g の近くのアインシュタイン計量 g' がすべて g に相似になるとき、剛性を持つという。

本論文では第一の問題として「ほとんどのアインシュタイン計量は剛性を持つ」という予想に対して、 (M, g) が局所対称空間である場合に一つの解答を与えた。

定理 1 2次元の成分を持たない非コンパクト型局所対称空間は剛性を持つ。

定理 2 単連結コンパクト既約対称空間は 5 種を除いて剛性を持つ。

本論文で扱った第 2 の問題は全数曲率に関するものである。コンパクト多様体 M を固定し、 M_1 を M の上の体積 1 のリーマン計量全体からなる空間とする。リーマン計量 g に対し、数曲率の M 上での積分を全数曲率という。全数曲率を M_1 上の関数 T とみなせば、 g がアインシュタイン計量であることと g が T の停留点であることは同値である。そこで T の 2 階微分 $\text{Hess } T$ を問題とする。 C を定数曲率のリーマン計量からなる空間とすれば、単位球面を除くアインシュタイン計量の近くで C は M_1 の部分多様体となる。

定義 M 上のアインシュタイン計量 g は、 $\text{Hess}(T|_C)$ が自明な方向を除いて負定値となるとき安定であるという。

アインシュタイン計量の安定性に関して、非コンパクト型の局所対称空間については参考論文で既

に結果を得ていた。本論文ではコンパクト型について、新しく、安定な例をいくつかあげた。

論文の審査結果の要旨

多様体上のリーマン計量は、そのリッチ・テンソルが計量テンソルに比例するときアインシュタイン計量とよばれる。アインシュタイン計量をもつ多様体については近年多くの研究がなされているが、この計量の変形の可能性についてはBerger-Ebinによって研究が着手され、その後小磯君などによって論じられている。

本論文で小磯君は、以前に行った負定値リッチ・テンソルをもつアインシュタイン計量の剛性に関する一般的研究の継続として、対称空間の標準的アインシュタイン計量について詳しい研究を行った。 M を連結コンパクト多様体とし、 g を M 上のアインシュタイン計量とする。本論文の第一の主要結果はつぎの通りである。もし (M, g) の普遍被覆空間が、2次元既約成分をもたない非コンパクト型対称空間であるか、または論文中にあげられた特定の五つの型以外の既約コンパクト型対称空間であれば、計量 g は剛性をもつ。つぎに、 M 上のリーマン計量 g に対して、その全数曲率を対応させて、これを g の関数とみれば、アインシュタイン計量とはこの関数の臨界点に他ならない、この事実に基づいて、小磯君はアインシュタイン計量 g の安定性を自然に定義し、つぎの第2の主要結果を得た。 (M, g) の普遍被覆空間が論文中にあげられた10種類の型以外の(球面を除く)既約コンパクト型対称空間の場合、 g は安定である。

本論文の研究は、アインシュタイン計量の剛性と安定性を、対称空間について体系的に行ったもので、そこには多くの独創的な手法の開発もみられ、今後のアインシュタイン計量の研究に資するところも多く、高く評価される。よって、本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。