

|              |  |
|--------------|--|
| Title        | Entanglement entropy in quantum field theory and entanglement entropic force between black holes |
| Author(s)    | Shiba, Noburo  |
| Citation     |  |
| Issue Date   |  |
| Text Version | ETD  |
| URL          | <a href="https://doi.org/10.18910/26157">https://doi.org/10.18910/26157</a>                      |
| DOI          | 10.18910/26157   |
| rights       |  |
| Note         |  |

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## 論文内容の要旨

〔題名〕

Entanglement entropy in quantum field theory and entanglement entropic force between black holes

(場の量子論におけるエンタングルメントエントロピーとブラックホール間のエンタングルメントエントロピック力)

学位申請者 芝 暢郎

場の量子論におけるエンタングルメントエントロピーは元々ブラックホールのエントロピーを説明するために研究された。部分系 A のエンタングルメントエントロピーは一般的に部分系 A の密度行列から作られる von Neumann エントロピーとして定義される。場の量子論を考えると部分系としてある空間領域上の場を考える。このようなエンタングルメントエントロピーはブラックホールを考える時に自然に現れてくる。何故なら外側からはブラックホールの内部の情報は得られないからである。実際、場が真空状態だと、ある領域のエンタングルメントエントロピーはその領域の表面積に比例するという面積則が多く例で成り立つことが知られている。この面積則はブラックホールのエントロピーと共通しており、ブラックホールのエントロピーとエンタングルメントエントロピーの関係について多くの研究がなされてきた。

本博士論文では高次元（空間が 2 次元以上）における場の量子論のエンタングルメントエントロピーを研究し、またそれとブラックホールの物理との関係について議論する。

まず、 $d+1$  次元 Minkowski 時空上の massless 自由スカラー場において、距離  $r$  だけ離れた 2 つの有限領域 A, B (大きさはそれぞれ  $R_1, R_2$ ) のエンタングルメントエントロピー  $S_{AB}$  について研究する。

ここで massless 自由スカラー場の状態は真空状態である。そして、相互情報量  $S_{A:B} \equiv S_A + S_B - S_{AB}$

を考える。ここで  $S_A, S_B$  はそれぞれ A, B の内側の領域のエンタングルメントエントロピーである。エ

ンタングルメントエントロピーの計算法を、Bombelli 達の計算法を元にして発展させて、 $r \gg R_1, R_2$

のとき  $S_{A:B} \equiv \frac{1}{r^{2d-2}} G(R_1, R_2)$  という結果を得た。特に  $d=2, 3$  で A, B が球のときは、数値計算により

$d=2$  に対して  $G(R_1, R_2) = 0.37R_1R_2$ 、 $d=3$  に対して  $G(R_1, R_2) = 0.26R_1^2R_2^2$  という明確な結果が得ら

れた。通常、高次元においてはエンタングルメントエントロピーの計算は非常に困難であり、これらの結果は従来の計算方法を大きく発展させることにより初めて得ることが出来た。

次に、Minkowski 時空の場合の計算法に修正を加えることにより、距離  $r$  だけ離れた 2 つのブラックホール A, B (半径はそれぞれ  $R_1, R_2$ ) の外側の領域 C 上の massless 自由スカラー場のエンタング

ルメントエントロピー  $S_C$  の  $r$  依存性を研究する。もしこのエンタングルメントエントロピーを熱力学

的なエントロピーとみなせるなら、 $S_C$  の  $r$  依存性から 2 つのブラックホールに働くエントロピック力

(これをエンタングルメントエントロピック力と呼ぶ) がわかる。最後にこのエントロピック力の性

質について考察する。

## 論文審査の結果の要旨及び担当者

| 氏 名 ( 芝 暢郎 )  |     |           |
|---|-----|-----------|
|   | (職) | 氏 名       |
| 論文審査担当者   | 主 査 | 教授 細谷 裕   |
|   | 副 査 | 教授 窪田 高弘  |
|   | 副 査 | 教授 橋本 幸士  |
|   | 副 査 | 准教授 山口 哲  |
|   | 副 査 | 教授 阿久津 泰弘 |
| <b>論文審査の結果の要旨</b>   |     |           |
| <p>量子的な相関を測る量としてエンタングルメント・エントロピーがある。これは、複合系の一部を測定できない場合の残りの系のエントロピーであり、これまで、ブラックホールの外側の領域のエントロピーとして研究されてきた。本論文「Entanglement entropy in quantum field theory and entanglement extropic force between black holes (場の量子論におけるエンタングルメント・エントロピーとブラックホール間のエンタングルメント・エントロピック力)」では、球状のブラックホールが2つあるときの外側のエントロピーを評価する方法を開発し、2つの球間の相互情報量(量子的相関)を距離 <math>r</math> の関数として決めた。具体的には、零質量のスカラー場の真空状態で、半径 <math>R_1, R_2</math> の球の内部のエンタングルメント・エントロピーを、空間を離散化、格子点にして数値計算し、相互情報量が近似的に <math>0.26 R_1^2 R_2^2 / r^4</math> と有限量となることを示した。これは、2つのブラックホール間には、通常の重力だけではなく、斥力のエンタングルメント・エントロピック力が働くことを意味する。2つの球間の相互情報量の重要性に着目し、それを求めたのは、世界初であり、その計算方法として開発した格子化による固有値計算法は極めて斬新なものである。その後、芝氏の研究に啓発され、他の海外研究者により厳密解も発見され、芝氏が得た係数 0.26 は、厳密な係数 <math>4/15 = 0.266\dots</math> に極めて近いことが判明した。芝氏の着眼点の正しさ、重要性を証明するとともに、芝氏が開発した計算方法は、厳密には解けない系にも適用でき、今後、量子的相関の研究でますます重要となると予想される。よって、本論文は博士(理学)の学位論文として十分価値のあるものと認める。</p> |     |           |