The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

| | |
|---|---|
| Title | 薄板構造柱の軸圧縮動的荷重による不安定力学挙動 |
| Author(s) | 荒木, 敏弘 |
| Citation | 大阪大学, 2013, 博士論文 |
| Version Type | VoR |
| URL | https://doi.org/10.18910/26190 |
| rights | |
| Note | |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

博士学位論文

# 薄板構造柱の軸圧縮動的荷重による不安定力学挙動

荒木　敏弘

２０１３年５月

大阪大学大学院工学研究科
機械工学専攻

# 目　次

**第 1 章　序論** …… 1
1.1 背景 …… 1
1.2 薄板構造柱の研究動向 …… 3
1.3 論文の目的と構成 …… 10
参考文献 …… 12
**第 2 章　従来の車両構造設計手法** …… 15
2.1 衝突安全性能開発設計での課題 …… 15
2.2 Karman の有効幅理論と車両設計への適用 …… 27
2.2.1 Karman の有効幅理論と Euler の座屈理論 …… 27
2.2.2 車両設計への適用 …… 32
付録 …… 37
参考文献 …… 39
**第 3 章　薄板構造柱の解析モデル** …… 40
3.1 解析モデルと材料モデル …… 40
3.2 動的陽解法の概要と要素の理論的背景 …… 42
3.2.1 直接時間積分法と陽解法 …… 42
3.2.2 要素の理論的背景 …… 44
3.3 境界条件と負荷条件 …… 48
3.4 結言 …… 53
参考文献 …… 54
**第 4 章　不安定力学挙動の負荷速度依存性** …… 55
4.1 緒言 …… 55
4.2 負荷速度に応じた最大反力の変化 …… 56
4.3 低負荷速度域における負荷速度依存性 …… 58
4.4 高負荷速度域における負荷速度依存性 …… 63
4.5 エネルギー論的視点からの考察 …… 66
4.6 結言 …… 70
参考文献 …… 71
**第 5 章　負荷速度依存性に及ぼす形状効果** …… 72
5.1 緒言 …… 72

5.2 四角形断面の幅の負荷速度依存性に及ぼす影響 …… 74
5.2.1 解析モデル …… 74
5.2.2 解析結果 …… 74
5.2.3 メカニズムに関する考察 …… 76
5.2.4 修正 Karman の式 …… 79
5.3 柱の長さの負荷速度依存性に及ぼす影響 …… 83
5.3.1 解析モデル …… 83
5.3.2 解析結果 …… 83
5.3.3 メカニズムに関する考察 …… 84
5.4 断面形状の負荷速度依存性に及ぼす影響 …… 91
5.4.1 解析モデル …… 91
5.4.2 解析結果 …… 91
5.4.3 メカニズムに関する考察 …… 94
5.5 四角形断面縦横比の負荷速度依存性に及ぼす影響 …… 97
5.5.1 解析モデル …… 97
5.5.2 解析結果 …… 98
5.5.3 メカニズムに関する考察 ……102
5.6 結言 ……104
参考文献 ……105
**第 6 章　結論** ……106
**関連発表論文** ……109
**謝辞** ……111

# 第１章　序論

## 1.1 背景

日本における交通事故による死者数は，1970 年に最大数を示した第一次ピークの 16,765 人，1992 年には第二次ピークの 11,451 人を記録した．その後，交通安全環境の改善および自動車の衝突安全性能の向上により 1992 年以降減少し続け，2012 年には 4,411 人と 1970 年以降最少となった．自動車の衝突安全性能は，数々の強度設計上の工夫，乗員拘束装置の改良により飛躍的に向上してきた．その一方で，車体重量の大幅な増大を伴っていることも事実である（例えば，1980 年代の B11 型日産サニーは 800kg 程度であったが，その後継車種である現行 E12 型日産ノートは 1,100kg 前後）．近年, 環境対応, 省エネルギーの観点から車両の軽量化が非常に強く求められており，ここ数年モデルチェンジごとに数 10kg の軽量化が図られている. しかしながら, 日本, 欧州，北米をはじめとする燃費規制は極めて高いハードルとなっており，北米の例では，2013 年比で，2016 年の燃費を 1.3 倍，2025 年の燃費を 1.99 倍に改善する法律（略称 CAFE）が制定されている．これを達成するには現状の軽量化のペースでは不十分であり，フルモデルチェンジごとに 100kg 以上の軽量化を達成することが必要となっている．

安全性を確保しつつ軽量化を進めるためには，エネルギー吸収構造体であり，かつ変形抑制のための反力発生構造体でもある薄板構造柱（車両の主要な構造に多用されている）に，より高度な知見に基づく構造設計基準が不可欠である．しかし，現状の設計方法には，以下に述べるような問題点がある．薄板構造の設計には基本的な材料力学に基づく強度設計が行われ，弾性座屈には簡便な Karman の有効幅理論[(1)]（詳細は 2.2.1 項に記述）が用いられているのみである．また，設計者はこの手法により初期設計を行い，設計図面（CAD データ）を作成する．そのデータを元に詳細な有限要素モデル（以下 FE モデル）を作り，数値解析（以下 FE 解析）することで，性能達成状況の確認と未達成事項に対する検討を行う. 通常複数回の FE 解析を用いた詳細な対策により性能目標を達成する．しかし，この設計手順では初期設計終了時点で車両の大半の部品配置，生産の基本的な要件，造形（一般的にデザインと言われる）のかなりの部分が確定しており，その後の検討で設計を大きく変更することは困難である．結果的には，性能は満足するが当初計画していた車両重量の軽量化目標が実現できない，

あるいは目標の原価を達成できない，といった場合が多い．すなわち，精度の不十分な初期設計を最後まで反映させることになる．

自動車の開発は，車体，内装など車種ごとに設計しなおす部品と，エンジンなど複数車種で共用する部品がある．衝突安全性能とのかかわりの深さ，造形による車種固有設計の必要性，重量比が比較的大きな割合を持つ部品という基準で選別すると，車体をはじめとする鋼の薄板構造が本研究の最適な対象と考えられる．車体設計において，初期設計の質（精度）が不十分な場合，想定していない弾性座屈の発生などにより設計で想定している強度（計画耐力）と実際の発生反力が乖離していたり，断面形状変化部位や部材結合部などにおける強度バランスの崩れ，変形モードの予測精度の不備により軸座屈の予想から曲げ変形への遷移と言った問題が発生する．その結果，試作車を作成し，実験評価をする開発後期で，衝突性能をはじめとする車両性能，車両重量，原価に関する目標が未達成となり，車両開発日程の遅れや，収益計画への悪影響を及ぼすなど致命的な問題につながることがある．

以上のような背景から，より精度の高い薄板構造柱の構造強度設計手法の確立が今後の車両設計において強く求められている．

## 1.2 薄板構造柱の研究動向

従来より，円筒，角柱などの薄板構造柱のエネルギー吸収特性に関する研究は，数多く実施されてきた．例えば，

（A）円筒の塑性座屈モードの発生基準[(2),(3)]

（B）円筒の軸圧潰時の半径，板厚などを変数とした吸収エネルギーの最大化[(4)]

（C）円筒の軸圧潰時の最大荷重に関する実験式，予測式の構築[(5)~(8)]

（D）座屈モードに関する設計変数の関係[(9)]，周方向の形状の工夫による特性の安定化[(10)]，形状・材料との関係[(11)]，そして円筒に関する初期ピーク荷重の負荷速度依存性[(12)~(14)]

（E）塑性域でのエネルギー吸収効率の最大化[(15)~(24)]

（F）長尺中実弾性柱の衝撃座屈[(25)~(28)]

（G）FE 解析など予測手法開発のための基礎スタディ[(29)~(34)]

などがあげられる．以下に詳しく記述する．

（A）は，村瀬らによる円筒の軸入力時の塑性座屈の発生に関する研究[(2),(3)]で，軸長/直径比が 4.0，板厚/直径比が 0.04 のアルミニウム円筒を対象に動的塑性座屈が発生する条件について検討している．拘束条件としては半径方向変位が自由であること，回転角が固定であること，境界との摩擦係数が 0.005 以下と小さいこと，初期変形形状の形状条件を満たすこと，以上の条件がそろうことで衝撃速度 25 m/s での塑性座屈が可能となる，としている．しかし，薄板円筒の動的塑性座屈の発生する条件についてパラメトリックに検討したものであり，一般的なクライテリアは示されていない．また，その前駆現象としての弾性変形（座屈含む），最大荷重発生メカニズムとの関連は検討されていない．

（B）は，山崎らにより円筒の衝撃圧壊解析（計算結果の一例を図 1.1 に示す）に実験計画法を組み合わせ，エネルギー吸収の最大化を得るためのパラメータ決定法を提案したものである．

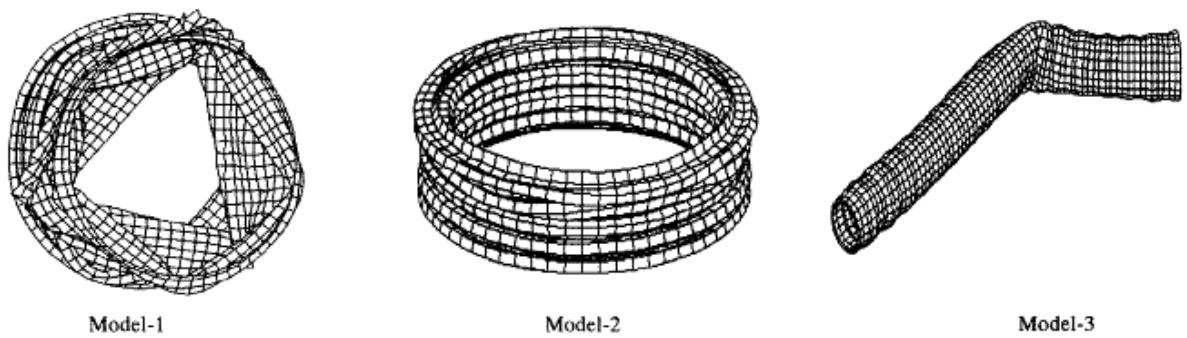



Fig. 1.1 Typical deformation modes calculated by FEM [(4)].

（C）は，SAE（Society of Automotive Engineers）の 4 つの論文であり，いずれも実験と解析を用いて設計因子を種々に変化させたときの検討を行い，メカニズムの分析などの考察をしている．例えば，文献（6）は Wang らによる研究であるが，準静的な初期ピーク反力の予測に限定している．また，文献（8）は Montanini らによる研究で，形状の工夫による塑性座屈コントロール性を解析で検討し，実験で検証している．

（D）は，陳らによる研究であり，対象構造は円筒である．ここでは軸衝撃負荷を与えた時の円筒の座屈に関するメカニズムを詳細に分析している．文献（9）では，静的な軸圧縮負荷時の塑性変形のモードについて，対称変形の場合，変形モード形状は板厚と半径の比に依存するとの従来の知見に対し，端部のフランジの影響の考慮が必要であること，対称変形の発生しやすい条件などについて明らかにしている．文献（10）では，円周方向に周期的な波形状を有する円筒についての波形状と圧縮荷重の関係を検討しており，円筒の長さが短い場合には波形状を工夫することで軸圧壊時のエネルギー吸収量を改善できることなどが明らかにされている．文献（11）では，静的負荷時の初期ピーク応力について，円筒の形状（板厚，軸方向長さ，半径）の組合せについて検討した結果，円筒長さが半径より大きい場合，ピーク応力は円筒長さによらず，（板厚/半径）の関数で整理できる．また，材料の加工硬化特性に関する検討の結果，加工硬化則の違いにかかわらず，ピーク応力が応力勾配（$\partial\sigma/\partial\varepsilon$）の関数として整理でき，二直線硬化則でのピーク応力から $n$ 乗硬化則におけるピーク応力を予測可能であることなどを明らかにしている．また，文献（12）では，初期ピーク応力に及ぼす衝突速度との関係を検討し，衝突速度が速いほど初期応力も高いこと，そしてそれは慣性の効果によること，初期ピーク応力は衝突速度と一次元弾性応力波の伝達速度との比で評価できることなどが明らかにされている．文献（13），（14）では，材料のひずみ速度依存性を考慮し，文献（12）に相当する検討を行ったものである．初期ピーク荷重は，ひずみ速度に敏感な材料の方が鈍感な材料よりも衝突速度の依存性が高いこと，ひずみ速度に依存しない材料の降伏応力と加工硬化を考慮した降伏応力の増分の影響の和で予測可能であることを示している．

以上，陳らによる研究を整理すると，文献（9）と（10）は静的な入力に対する塑性変形の研究，文献（11）は初期ピークを対象としているが入力は静的であること，文献（12）～（14）は負荷速度の変化に対する検討をしているが，最小負荷速度が 5 km/h（1.39 m/s）と本論文で扱う範囲と比較すると高速側であること（負荷速度依存性の遷移域がこの速度付近にあり，5 km/h は準静的と言える低速域ではない）がわかる．

（E）については，弓削らによる研究[15]~[17]，萩原，北川らによる研究[18]~[21]，および SAE の 3 つの論文である[22]~[24]．

弓削らによる研究は，薄板構造の位相最適化の研究であり，反力がなるべく一定になるような形状（位相）最適化を求める手法の開発をしている．節点密度法を用いることで計算上発生しやすいチェッカーボードパターン（位相最適化問題を有限要素法で解く場合，物質の有無を表す特性関数は密度のべき乗関数で置くことが多いが，各要素の密度が連続的に変化するため，取り除くべきか残すべきかを明確に判断できな

い部分が発生し，チェッカーボードの模様のようになってしまう数値不安定問題）を回避し，塑性流れ則をそのまま適用している．位相最適化された薄板構造柱の形状，変更モード，反力特性の事例を図 1.2 に示す[15].

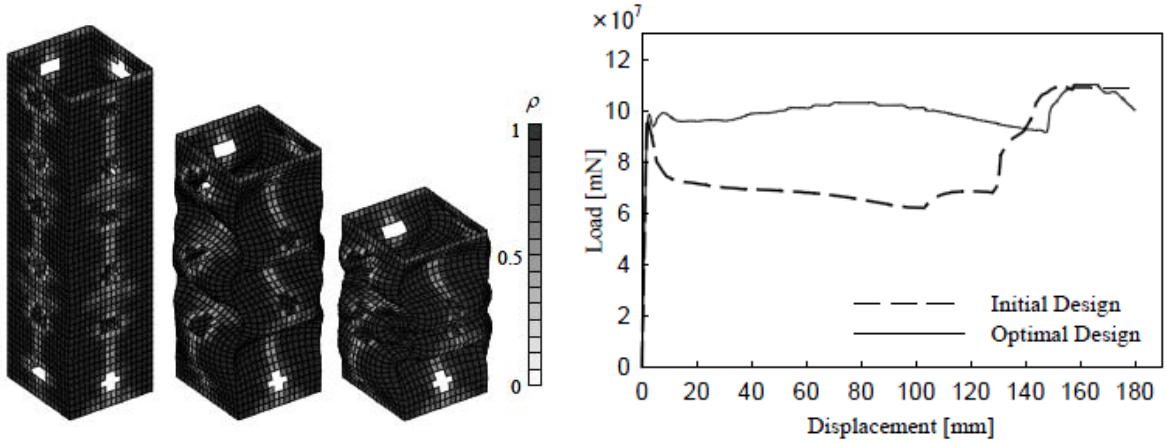
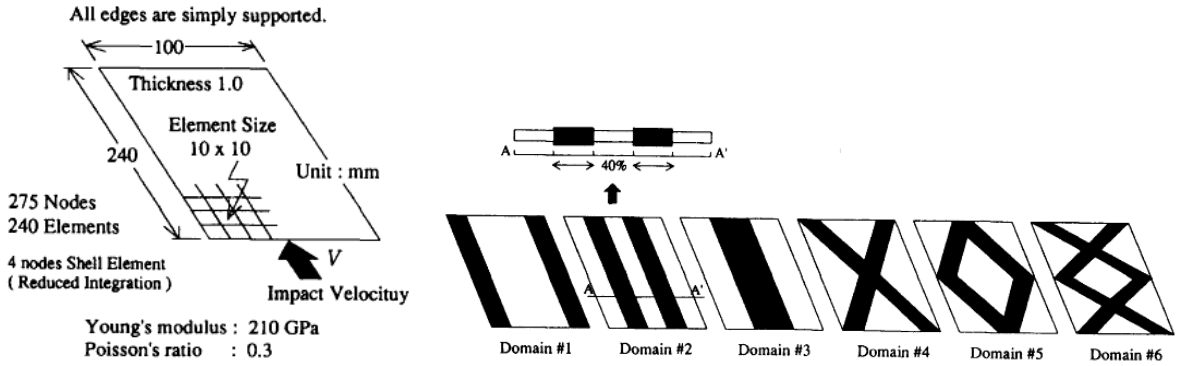



Fig. 1.2 Example of optimal design, deformed shape and improved load displacement curve[15].

萩原，北川らによる研究[18]~[21]は，薄板構造部材の衝撃入力時のエネルギー吸収量を最大化するための感度解析手法の開発を行ったものである．一例として，対象の平板モデルと感度を見るための設計変更パターンを図 1.3 に示す[21]．図 1.3（b）の黒い部分の板厚を 10%増加させた場合の変形モード，反力特性などを解析しているが，本研究で扱う弾性座屈，負荷速度依存性などに関するメカニズムについての検討は行っていない．

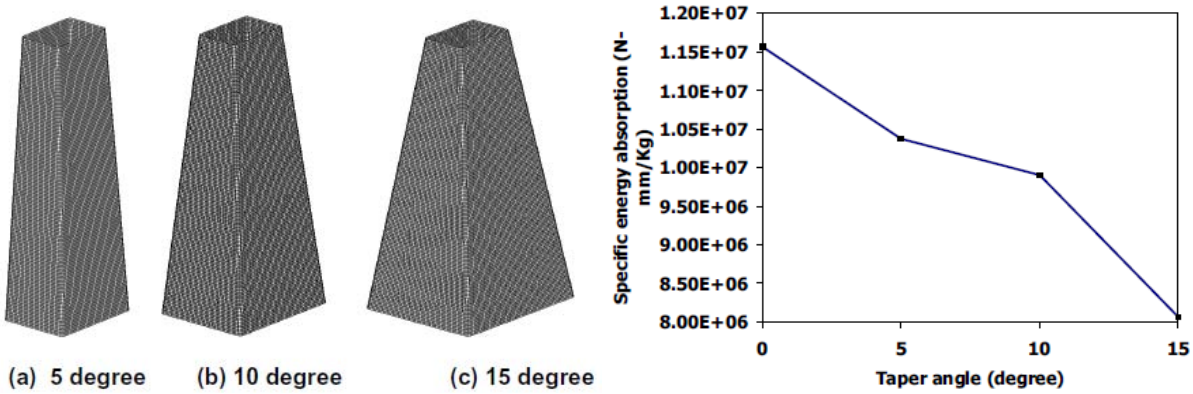



(a) Model and loading condition　　(b) Design change pattern (thickness change)

Fig. 1.3 Sensitivity analysis model and design change pattern[21].

文献（22）は，Belingardi らによる研究で，塑性変形開始後のエネルギー吸収特性と変形メカニズムについて実験的に断面形状を振って検討している．ダブルハット断面（2 つのフランジ付きコの字型の部品をフランジ部でスポット溶接した四角形断面）で，フランジの幅とスポット溶接ピッチがエネルギー吸収量に非常に大きな影響を与える

ことを明らかにした．文献（23）は Chou らによる研究で，断面形状を変化させたときの塑性エネルギー吸収量を比較し，円形断面が最もエネルギー吸収効率が高いことを示している．文献（24）は Kumar らの研究で，四角柱の動的軸圧壊特性の最適化を FEM と実験計画法を使って実施している．板厚，コーナーR，降伏応力をパラメータとして実験結果を整理し，初期ピーク荷重および塑性吸収エネルギーとの関係を 2 次関数で近似している．また，図 1.4（a）に示す柱にテーパーを持たせた形状を検討し，初期ピーク荷重の低下には一定の効果があるが，吸収エネルギー効率は著しく低下（図 1.4（b））するため，エネルギー吸収構造としては適切ではない事を結論付けている．




(a) Tapered thin-shell structured column　　(b) Energy absorption-Taper angle relation

Fig. 1.4 Energy absorption characteristics of tapered thin-shell structured column[24].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2008-01-0242 © 2008SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

（F）については，林らによる研究[25]~[27]とその後の三村らによる研究[28]である．中実帯板の長柱について，半正弦波状の初期たわみを与え，両拘束端を結ぶ方向に圧縮衝撃を負荷した．そして，その座屈発生状況，モードを検討している．代表的な変形モードを図 1.5 に示す[27]．図中の No.1～No.3 は実験で確認した 3 つの速度条件で，正規化しない速度はそれぞれ，2.45 m/s，6.0 m/s，10.0 m/s である．衝撃速度が速くなると高次モードが発生し，その主な原因は柱の軸方向の慣性によることなどが明らかにされている．さらに，三村の研究[28]では，その対象速度域を低速側にして（$V$=10$^{-4}$～0.1 m/s），その不安定挙動を実験的に調べている．中実の長柱の Euler 座屈およびその高次モードを主たる対象としており，本研究で扱う柱を構成する薄板の座屈とは主要なメカニズムが異なる．この内容については，第 5 章，第 6 章で再度取り扱う．

（G）については，薄板構造柱を題材としているが，主たる目的が FE 解析の予測精度の向上，あるいは簡易予測ツールの開発に関するものである．文献（29）（30）は Wierzbicki らによる研究で，薄板四角柱の軸圧壊問題で，動的反力が静的反力を常に上回ること，その予測式を実験結果を元に簡易に求めたこと，予測式に一部ひずみ速度依存性を考慮したことなどが特徴である．文献（31）は Mahmood らによる研究で，

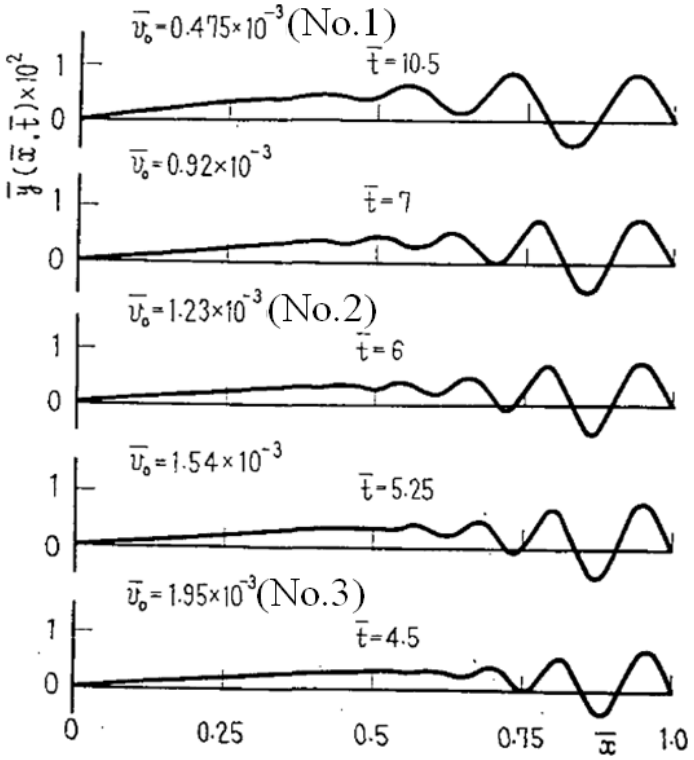



Fig. 1.5 Impact load velocity dependency of buckling mode[27].

薄板円筒の軸圧壊について塑性時の変形モードに関して薄板構造の弾性安定論ベースで理論的に解を求めている．塑性座屈時のリングモードとダイアモンドモードが想定され、それらの円筒直径と材料特性の関係について明らかにしている．文献（32）は McNay による研究で，薄板四角柱を題材に，当時の新型スパコンと最新の市販ソフト（Dyna-3D）を活用し，実験結果の再現性の検討をしている．安定した実験結果を得るため，準静的な条件に絞っている．文献（33）は Sogo らによる研究で，薄板円筒と薄板四角柱の軸圧壊時のエネルギー吸収量を実験と解析で比較し，円筒が大きいこと，またアルミの方が鉄よりも質量あたりのエネルギー吸収量が大きいことを明らかにしている．解析予測は平均反力と反力 - 変位線図を良く再現しており，吸収エネルギーの予測値も結果的によいことを報告している．文献 (34) は Flemings らによる研究で，ダブルハット断面の四角柱の動的軸圧壊実験（45kph～68kph）と解析を実施し，圧壊特性とエネルギー吸収特性の検討をしている．スポット溶接のモデル化とフィレット部の溶接のモデル化が高精度なモデル化には重要であることを示している．

以上の従来の研究成果を整理したものが表 1.1 である．表 1.1 より，以下のことがわかる．

1. 四角形断面の薄板構造柱を扱った論文が比較的少なく，多くは円筒を対象としていること．
2. 塑性域での現象を対象とするものが多いこと．また，塑性域について FE 解析モデルの再現精度向上，FE 解析結果を用いた簡易予測式の構築をしている事例が多い．

3. 弾性域を対象としていても，静的，準静的な現象のみ取り扱ったものが多いこと．
4. 負荷速度依存性についての系統的な検討が不十分であること（(D）の文献（11）～（13）は負荷速度依存性を調査しているが，比較的早い速度を対象としている）．
5. Karman の有効幅理論，Euler の平板の面外座屈理論[35]との関連を調査した論文が見当たらないこと．

Table 1.1 Summary of referred papers.

| Category -ref.No. | Title | Main Author | Shape | Elastic/ Plastic | Axial Load | Dynamic | Rate Dependency | Refer Karman or Euler |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A-(2) | Transition of Plastic Buckling Modes for Circular Tubes Subjected to an Impact Axial Compressive Load | Murase | Circular Tube | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| A-(3) | Experiments on the Dynamic Axial Plastic Buckling of Circular Tubes | Murase | Circular Tube | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| B-(4) | A Study on Maximization of Dynamic Crushing Energy Absorption of Cylindrical Shell Structures | Yamazaki | Circular Tube | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| C-(5) | Determine Member Strength of Automotive Steel Components Considering Local Buckling Effects | Wang | Rectangular column | Elastic | ○ | × | × | × |
| C-(6) | Design of Ultra-High Strength Sheet Steel Beams | Borchelt | Rectangular column | Elastic | × | × | × | × |
| C-(7) | Crush Characteristics of Thin-Walled Cylindrical Tubing | Grimm | Circular Tube | Elastic/ Plastic | ○ | × | × | × |
| C-(8) | Dynamic Axial Crushing of Triggered Aluminum Thin-Walled Columns | Montanini | Rectangular column | Plastic | ○ | × | × | × |
| D-(9) | Deformation Modes for Axial Crushing of Cylindrical Tubes Considered of Edge Effect | Chen | Circular Tube | Elastic/ Plastic | ○ | × | × | × |
| D-(10) | Axial Crushing Characteristics of Circular Tubes with Radial Corrugation | Chen | Circular Tube | Elastic/ Plastic | ○ | × | × | × |
| D-(11) | Evaluation of First Peak Stress in Axial Collapse of Circular Cylindrical Shell | Chen | Circular Tube | Elastic | ○ | × | × | × |
| D-(12) | Effect of Impact Velocity on circular Tubes Subjected to axial loading | Chen | Circular Tube | Elastic | ○ | ○ | ○ above 1.3 m/s | × |
| D-(13) | The Initial Peak Load in Axial Impact of Thin-Walled Circular Tubes with Consideration of Strain Rate Effect of Material | Chen | Circular Tube | Elastic | ○ | ○ | ○ above 1.3 m/s | × |
| D-(14) | The Average Load in Axial Impact of Thin-Walled Circular Tubes by Taking Strain Rate Effect into Consideration | Chen | Circular Tube | Elastic | ○ | ○ | ○ above 1.3 m/s | × |
| E-(15) | Optimal Design of Thin Walled Steel Structures for Crashworthiness -Maximization of energy absorption capability- | Yuge | - | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| E-(16) | Topology Optimal Design of Truss Structure under Impact Loading. | Yuge | - | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| E-(17) | Finite Element Crushing Analysis of Structural Components and Experimental Validations | Yuge | - | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| E-(18) | Dynamic Analysis of Thin-Walled Box Columns Subjected to Axial Crushing | Hagiwara | Rectangular column | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| E-(19) | Development of A Sensitivity Analysis Method for Dynamic Nonlinear Problems (1st | Kitagawa | Rectangular column | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| E-(20) | Development of A Sensitivity Analysis Method for Dynamic Nonlinear Problems | Kitagawa | Rectangular column | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| E-(21) | Development of A Sensitivity Analysis Method for Dynamic Nonlinear Problems (3rd Report) | Kitagawa | Rectangular column | Plastic | ○ | ○ | × | × |

| Category -ref.No. | Title | Main Author | Shape | Elastic/ Plastic | Axial Load | Dynamic | Rate Dependency | Refer Karman or Euler |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| E-(22) | Experimental evaluation of the axial crushing behavior of thin walled columns with different cross-section | Belingardi | Rectangular column | Plastic | ○ | × | × | × |
| E-(23) | Static and Dynamic Tests of An Axially-Collapsing Structure Concept of a Front End Energy Absorber for a Vehicle | Chou | Circular Tube | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| E-(24) | A Numerical Study on the Axial Crush Characteristics of Thin Walled Rectangular Tubes Subjected to Dynamic Impact | Kumar | Rectangular column | Plastic | ○ | ○ | ○ | × |
| F-(25) | Buckling of Elastic Column at Impact Force -A Case of Low Impact Velocity- (1st Report) | Hayashi | Rectangular column | Elastic | ○ | ○ | ○ 1E- | Euler |
| F-(26) | Buckling of Elastic Column at Impact Force -A Case of High Order Modes- (2nd Report) | Hayashi | Rectangular column | Elastic | ○ | ○ | ○ 1E- 3m/s | Euler |
| F-(27) | Buckling of Column at Impact Force -A Case of Elast0-Plastic Column- (2nd Report) | Hayashi | Rectangular column | Elasto-Plastic | ○ | ○ | ○ above 2 m/s | Euler |
| F-(28) | Dynamic Buckling of Long Column with Each End and Middle of Column Constraint at Transient Impact Velocity from Quasi-Static to | Mimura | Rectangular column | Plastic | ○ | ○ | ○ 0.0001 ~ | Euler |
| G-(29) | Dynamic Crushing of Strain Rate Sensitive Box Columns | Wierzbicki | Rectangular column | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| G-(30) | Experimental-Theoretical Correlation of Dynamically Crushed Components of Bus Frame Structure | Wierzbicki | Rectangular column | Plastic | ○ | ○ | ○ | × |
| G-(31) | Axial Collapse of Thin Wall Cylindrical Column | Mahmood | Circular Tube | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| G-(32) | Numerical Modelling of Tube Crush with Experimental Comparison | McNay | Rectangular column | Plastic | ○ | × | × | × |
| G-(33) | Energy Absorption Abilities of Thin-Walled Circular and Square Tubes By Crushing Under Static Axial Loading | Sogo | Circular Tube | Plastic | ○ | ○ | × | × |
| G-(34) | Non-linear explicit finite element simulation of the dynamic axial crush of double-hat section | Flemings | Rectangular column | Plastic | ○ | ○ | × | × |

以上より，自動車の代表的なエネルギー吸収構造体として用いられる角柱である薄板構造柱の軸方向不安定挙動について，弾性限界付近での衝撃荷重（通常，この荷重が構造反力の最大値になる）の負荷速度依存性を体系的に調査することは，学術的観点のみならず，実用的な設計指針を得るためにも極めて重要であると言える．特に，弾性変形時に Karman の有効幅[(1)]の考慮が必要となる設計条件の場合は，精度向上のために詳細な検討が不可欠である．

## 1.3 論文の目的と構成

これまで述べてきた背景，研究動向を踏まえて，本論文では薄板構造柱に軸荷重が動的に負荷される際の力学的挙動について，その負荷速度依存性を系統的に調査し，そのメカニズムについて詳細に検討することを目的とする．従来の静的な平板の座屈理論に基づく Karman の解，あるいは Euler の解との比較から，それらの適用限界について明らかにする．また，メカニズムの詳細を検討することで，従来の手法では困難な静的から動的に移行する領域に対して，新たな負荷速度依存性の予測手法の提案も行う．

本論文は 6 つの章で構成される．

1 章は，本研究の背景として，自動車の安全性能開発の概観を述べる．また，薄板構造の反力特性に関する従来の研究動向をまとめ，本研究で検討すべき課題を明確にする．

2 章は, 現状の車両開発における課題を示すことで本研究の重要性を論述する. まず, 現状の衝突性能の視点からの車両開発の手順を解説し，その中で構造の反力設計の重要性を述べる．また，実際の車両開発で発生する実験バラツキ，部品バラツキによる性能の非ロバスト性について説明する．つぎに，Karman の有効幅理論や Euler の平板座屈解の解説と，今回の薄板構造柱で発生する反力特性の典型的な課題を明示する．さらに，薄板構造設計の詳細とこれら理論の関係を整理し，Karman の理論を考慮していないことによる不具合例を示す.

3 章では，本研究で用いる FE 解析について，基本形となるモデルの仕様の決定方法について述べる．つぎに，本 FE 解析の解法である動的陽解法の理論的背景とその手法の妥当性，使用する要素（低減積分要素）の概要と理論について論述する．そして，接触条件が顕著に影響する現象なので，接触の理論的な取り扱いや負荷条件の与え方について述べる．

4 章では，FE 解析に対し，負荷速度を変化させた場合の負荷点反力の変化を求め，最大反力の負荷速度依存性を明らかにする．最大反力を Karman の解，Euler の解と比較することで，負荷速度による反力発生のメカニズムの変化を明らかにする．低負荷速度域と高負荷速度域で異なる反力発生メカニズムや，その中間の遷移域の存在を定量的に明らかにする．また，それら負荷速度域に応じたエネルギーバランスの変化を考察する．

5 章では，4 章で得られた結果に対し，柱の幅，長さ，断面形状，四角形断面の縦横比を変化させることで，最大反力の負荷速度依存性のより一般化した傾向を求める．まず，柱の幅を変化させることで，低負荷速度域（大域的不安定領域）での詳細な反力特性のメカニズムを明らかにし，より精度の高い修正 Karman の式を提案する．つぎに，柱の長さを変化させることで，4 章では明らかに出来なかった遷移領域のメカニズムを考察する．さらに，実用的な視点で，多角形化，長方形の縦横比を変化させ，それらの形状変化に対する最大反力の負荷速度依存性を明らかにする．

6 章では，本研究を通した総括を行う．主だった課題に対する研究成果の有効性，学術的な有用性をまとめる．また，今後実施すべき課題の確認と将来の展望について論じる．

# 参考文献


(1) Karman, T., Sechler, E.E.and Donnell, L.H.,“The Strength of Thin Plate in Compression”, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.54, No.5（1932）, pp. 53-57.

(2) 村瀬勝彦, 和田均, Jones, N.,“衝撃軸圧縮荷重による円管の塑性座屈モード遷移”, 材料, Vol. 50, No. 7（2001）, pp. 739-744.

(3) 村瀬勝彦，Jones, N.，“円管の衝撃軸圧縮塑性座屈実験”，材料, Vol. 42, No. 483（1993）, pp.1420-1426.

(4) 山崎光悦，韓晶，石川秀樹，“円筒の衝撃座屈圧潰吸収エネルギー最大化設計に関する研究”，日本機械学会論文集 A 編，Vol. 64, No. 620（1998）, pp. 1077-1083.

(5) Grimm, T. R., Minarecioglu, S. E., Viegelahn, G. L.,“Crush Characteristics of Thin-Walled Cylindrical Tubing”, *SAETechnical Paper Series*,No.880901 (1988), pp. 143-150.

(6) Wang, S.-J., Errera, S. and Prince, D.G.,“Determine Member Strength of Automotive Steel Components Considering Local Buckling Effects”, *SAE Technical Paper Series*,No.2000-01-2708 (2000).

(7) Borchelt, J.E., and Subbaraman, B.,“Design of Ultra-High Strength Sheet Steel Beams”,*SAE Technical Paper Series*,No. 900428（1990）, pp. 125-133.

(8) Montanini, R., Belingardi, G., Vadori, R.,“Dynamic Axial Crushing of Triggered Aluminum Thin-Walled Columns”,*SAE Technical Paper Series*,No.1997-25-0195（1997）.

(9) 陳玳珩，増田健一，牛島邦晴，尾崎伸吾，“端部の影響を考慮した円筒の軸圧潰変形モード”，日本機械学会論文集 A 編，Vol. 73, No. 733（2007）, pp. 1029-1036

(10) 陳玳珩，服部和幸，尾崎伸吾，“円周方向に周期的な波を有する円筒の軸圧潰特性”，日本機械学会論文集 A 編，Vol. 73, No. 735（2007）, pp. 1209-1216.

(11) 牛島邦晴, 春山繁之, 陳玳　珩,“円筒の軸圧潰における初期ピーク応力の評価”日本機械学会論文集 A 編，Vol. 70, No. 700（2004）, pp. 1695-1702.

(12) 春山繁之，高野雅之，牛島邦晴，陳玳珩，“薄肉円筒の軸方向衝突における衝突速度の影響”，日本機械学会論文集 A 編，Vol. 71, No. 707（2005）, pp. 1030-1037.

(13) 陳玳珩，藤田昂史，牛島邦晴，“ひずみ速度依存性を考慮した薄肉円筒の軸方向衝突における第一ピーク荷重”，日本機械学会論文集 A 編, Vol. 75, No. 759（2009）, pp. 1476-1483.

(14) 陳玳珩，藤田昂史，牛島邦晴，“ひずみ速度依存性を考慮した薄肉円筒の軸方向衝突における平均荷重”，日本機械学会論文集 A 編，Vol. 76, No. 770 (2010), pp. 1295-1301.

(15) 津金澤洋平，小林薫，弓削康平，“薄肉鋼構造の衝突最適設計”，日本計算工学会論文集，Vol.2007, No.20070010（2007）.

(16) 弓削康平，永井栄啓，原山勝臣，“衝撃荷重を受ける骨組み構造のトポロジー最適設計”，日本自動車技術会論文集，Vol. 37, No. 1 (2006), pp. 125-130.
(17) Toi, Y., Yuge, K., Obata, K., “Finite Element Crushing Analysis of Structural Components and Experimental Validations”, *SAE Technical Paper Series*, No. 871246 (1987).
(18) 萩原一郎，津田政明，佐藤佳裕，“有限要素法による薄肉箱型断面真直部材の衝撃圧潰解析”，日本機械学会論文集 A 編，Vol. 55, No. 514（1989）,pp. 1407-1415.
(19) 北川裕一，萩原一郎，鳥垣俊和，“衝撃非線形問題における感度解析手法の開発：第 1 報”，日本機械学会論文集 A 編，Vol. 57, No. 542（1991）,pp. 2581-2586.
(20) 北川裕一，萩原一郎，鳥垣俊和，“衝撃非線形問題における感度解析手法の開発：第 2 報”，日本機械学会論文集 A 編，Vol. 58, No. 552（1992）,pp. 1430-1437.
(21) 北川裕一，萩原一郎，鳥垣俊和，“衝撃非線形問題における感度解析手法の開発：第 3 報”，日本機械学会論文集 A 編，Vol.58, No. 554（1992）,pp. 1817-1820.
(22) Belingardi, G., Chiara, A., Vadoni, R., “Experimental evaluation of the axial crushing behavior of thin walled columns with different cross-section”, *SAE Technical Paper Series*, No. 92A005 (1992).
(23) Chou, C,C., Fileta, B,B., Stokes, G,P. Paluszny, A., “Static and Dynamic Tests of An Axially-Collapsing Structure Concept of a Front End Energy Absorber for a Vehicle”, *SAE Technical Paper Series*, No. 865073 (1986).
(24) Kumar, S., “A Numerical Study on the Axial Crush Characteristics of Thin Walled Rectangular Tubes Subjected to Dynamic Impact”, *SAE Technical Paper Series*, No. 2008-01-0242 (2008).
(25) 林卓夫, 佐野幸雄,“弾性柱の衝撃座屈について : 第 1 報, 衝撃速度が遅い場合”, 日本機械学会論文集（第 1 部 ，Vol.38，No.306（1972），pp.277-285.
(26) 林卓夫，佐野幸雄，“弾性柱の衝撃座屈について：第 2 報，高次の座屈モードが生じる場合”，日本機械学会論文集（第 1 部 ，Vol.38，No.306（1972），pp.286-294.
(27) 林卓夫，佐野幸雄，浅井脩次，“柱の衝撃座屈について：第 3 報，弾塑性柱の場合”，日本機械学会論文集（第 1 部 ，Vol.38，No.307（1972），pp.474-478.
(28) 三村耕司，菊井巧也，西出直広，楳田努，陸偉，橋本裕明，“準静的 - 動的遷移速度域における両端および中間部を拘束された長柱の動的座屈挙動”，材料，Vol.61, No.11（2012）, pp. 881-887.
(29) Akerstrom, T., Wierzbicki, T., “A Dynamic Crushing of Strain Rate Sensitive Box Columns”, *SAE Technical Paper Series*, No. 770592 (1977).
(30) Wierzbicki, T., Molnár, C., Matolcsy , M., “Experimental-Theoretical Correlation of Dynamically Crushed Components of Bus Frame Structure”, *SAE Technical Paper Series*, No. 785124 (1978).
(31) Mahmood, H,F., Paluszny, A., “Axial Collapse of Thin Wall Cylindrical Column”, *SAE Technical Paper Series*, No. 840727 (1984).

(32) McNay, G,H., “Numerical Modelling of Tube Crush with Experimental Comparison”, *SAE Technical Paper Series*, No. 880898 (1988).

(33) Sogo, T., Ujuhashi , S., Matsumoto , H., “Energy Absorption Abilities of Thin-Walled Circular and Square Tubes By Crushing Under Static Axial Loading”, *SAE Technical Paper Series*, No. 938110 (1993).

(34) Flemings, T.J., Schell , B.C., “Non-linear explicit finite element simulation of the dynamic axial crush of double-hat section columns”, *SAE Technical Paper Series*, No. 1994-20-0126 (1994).

(35) 中原一郎，渋谷寿一，土田栄一郎，笠野英秋，辻知章，井上裕嗣，“弾性学ハンドブック”, (2001), 朝倉書店. 264-265

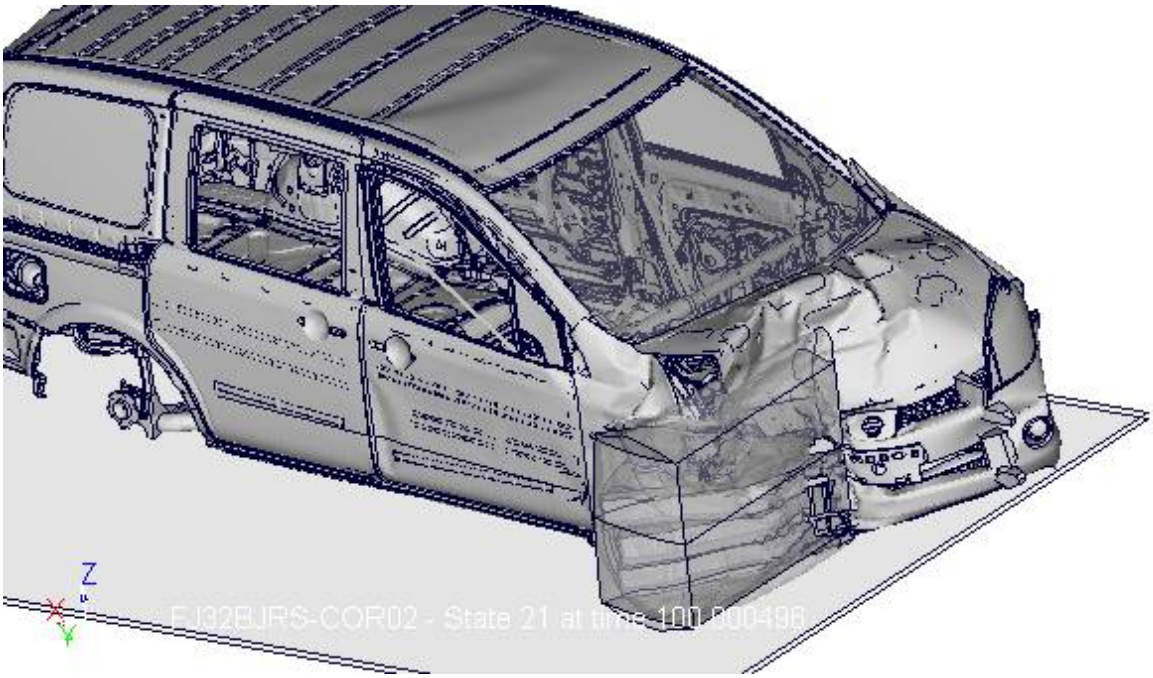
# 第 2 章　従来の車両構造設計手法

## 2.1　衝突安全性能開発設計での課題

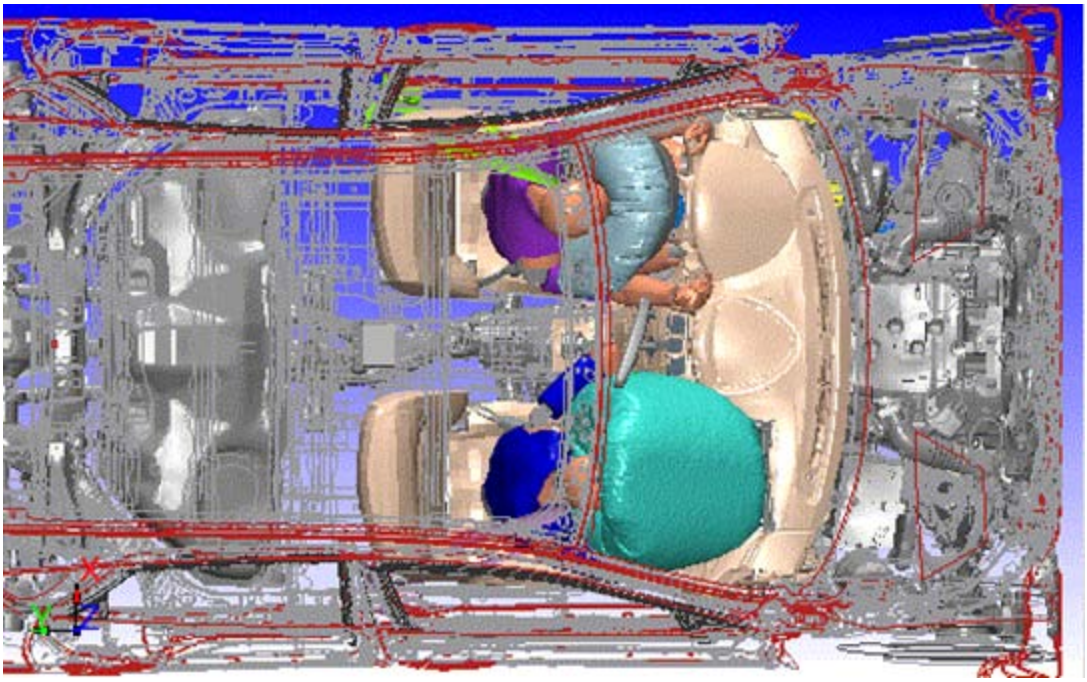
はじめに，従来の衝突安全性能開発手法について説明する．自動車のオフセット衝突の変形モードについて，FE 解析結果の一例を図 2.1（a）に示す．　オフセット衝突は車両同士が一定量オフセットした状態で正面衝突を起こすことを模擬した試験法で，車両幅の一部（40%）が変形可能なバリア（アルミハニカムで作成された対向車両の強度を模擬した固定壁）に衝突する車両変形量の大きい実験である．この衝突は，交通事故分析の結果，発生頻度の最も多い事故形態の一つと言われている．また，日本，米国では車両前面が剛体平面に衝突する，通称フルラップ衝突（これはほぼ同じ特性を持つ車両同士がオフセット無しで衝突する状態を模擬している）の試験法（図 2.1（b））も併用されている（章末の付録参照）．

オフセット衝突では，図 2.1（a）のように，エンジンルームの変形は衝突側に集中しており，一部居室，ルーフ，ドアにも及んでいる．一方，図 2.1（b）のフルラップ衝突ではエンジンルームの両側の構造が反力として機能するため居室の比較的前方で衝突現象は終了しており，相対的に変形量が小さい．

乗員を模擬したダミー人形で計測される傷害値は，車両の変形量，減速度（負の加速度）などに依存している．変形量は小さく（なるべく居室が変形しない），減速度は乗員が車両に対して相対変位をする時点で小さい（エンジンルームが変形し始め，乗員が慣性移動している衝突初期の減速度が大きく，なるべく多くのエネルギーを吸収する）ことが望ましい．オフセット衝突では片側の反力構造体しか使えず，フルラップ衝突では両側の反力構造体が機能する．その結果，たとえば，オフセット衝突の変形量を小さくしたい時，構造体の反力を大きくすると，フルラップ衝突での反力は 2 倍大きくなり，減速度が過大となり傷害値が悪化する，などの問題が発生する．このような要件を同時に満たすためには，高度な反力バランス設計が必要となる．




(a) Example of maximum deformed crash mode of ODB (Offset Deformable Barrier) regulation



(b) Example of maximum deformed crash mode of Full-lap regulation

Fig. 2.1 Typical vehicle crash mode of regulation.

衝突安全性能の設計は以下の手順で行われる.

（1） 車両の目標値（各国で実施される法規，JNCAP などの情報公開※）が決まる（5☆（章末の付録参照）など）．

※各国および北米では保険協会などが独自の試験法を定義し，衝突実験を実施する．消費者に安全な車両を選択するための情報公開が目的であり，JNCAP は Japan New Car Assessment Program の略称である．

（2） 多くの法規，情報公開のランキングでは，それぞれで決まっている衝突条件で実験した際の，乗員の傷害値（頭部の加速度とか胸の変形量など）の結果を総合的に評価して決まっている．そこから部品設計を実施するのに必要な，個々の傷害値の目標が設定される．なお，傷害値以外にも車体の変形量，変形モード（破断の可能性の有無）なども評価される．

（3） 傷害値を一定レベルに抑えるため，車両の挙動，特に減速度特性と全体変位量，特定の部位の変形量，各種拘束装置の特性などに目標が割付けられる．例えば，エンジンルームの平均減速度は 200 m/s$^2$ 以上，ダッシュ面（エンジンルームと居室を仕切る壁）の変形量は 100 mm 以下，シートベルトの拘束力の最大値などである．乗員の拘束装置（シートベルト，エアバッグなど）は多くの設計パラメーターで時系列の拘束特性をコントロールできるため，最適な拘束装置のパラメータの組合せを決めるのは難解であり最適化が研究されている(1)~(3)．また，その拘束特性は車両の減速特性と関連するため，そのバランスの最適化が図られる(4)．

（4） 割付けられた部位ごとの特性（減速度，変形量など）に対して，部品の強度設計を行い，塑性変形時のエネルギー吸収によって車両の目標減速度を達成できるか，部材間の強度バランスが適切で居室の変形が抑制されるか，といった検討を主に机上の計算により実施する．この際，本研究で取り上げる Karman の有効幅理論(5)なども活用する（2.2.1 項で詳述する）．

（5） 全ての部品の基本設計ができると（CAD データができることと同義語である），有限要素モデル（以下 FE モデルと呼ぶ）を作成し，所定の性能が出ているかの確認を行う．

（6） （4）と（5）を目標性能が達成されるまで繰り返す．

手順の（1）は各製造メーカーの目標値の持ち方と車両開発責任者の意志で決まり，（2）と（3）に関しては Excel などの簡便な机上での計算により求められる．また，（5）と（6）については詳細な FE 解析手法があるので，今回の論文で扱う範囲は主に（4）となる．1.1 節の背景でも記述したが，（5）以降のプロセスでは，ほとんどの部品の配置，主要な造形の決定，主要な生産要件の考慮がすでになされており，大きな設計変更，たとえば構造部材の配置，断面形状の大幅な変更などはできない．そのため，強度不足の場合にはパッチワークのように補強部材を貼り付けるといった応急処置がとられているのが実情である．

（3）の事例として，目標減速度，目標変形量を図 2.2 に示す．本図では車両前後方向の変形量を横軸に，減速度の平均値を縦軸に示している．ここでは，車両の変位量の少ない時点（衝突現象前半）と多くなった時点（衝突現象後半）の 2 つの平均値を

用いている．衝突現象前半では，主にエンジンルームの変形が現象を支配しているのに対し，衝突現象後半からは居室の変形が始まる．また，乗員の視点では，衝突現象前半では乗員は空走しており傷害とは無関係であるが，衝突現象後半は，シートベルト，エアバッグなどの拘束装置が機能する時間帯であるため，ここでの減速度の大きさが乗員の傷害に大きく影響する. 以上の乗員傷害と車両の変形, 減速度の関係から，このように分割して目標値を設定している．参照（市販）している車両の実績に対して，開発車両の目標性能が高くなった場合（例えば，衝突安全評価基準の 4☆から 5☆など)，減速度を大きくして最終変形量を抑える方策が取られる．この際，特に後半の減速度はそれ自身が乗員の傷害値を悪化させることがあるため，なるべく前半の減速度を高くすることが望ましい.（例えば，前半の減速度は A 以上，後半の減速度は B 以下，変形量は C 以下など）

実際の FE 解析結果と実験結果の比較を示した一例を図 2.3 に示す. 本図の横軸は，車両前後方向の変形量，縦軸は減速度の平均値を示す．ここでは，前半の減速度がおよそ目標 A 以上に対し不足していること，後半の減速度が目標 B 以下を満足していること，全体の変位量が目標 C 以下を満足していることがわかる．なお，FE 解析結果と実験結果がここで比較する程度の良い一致を示すことを確認した上で，FE 解析による具体的な検討に進む.

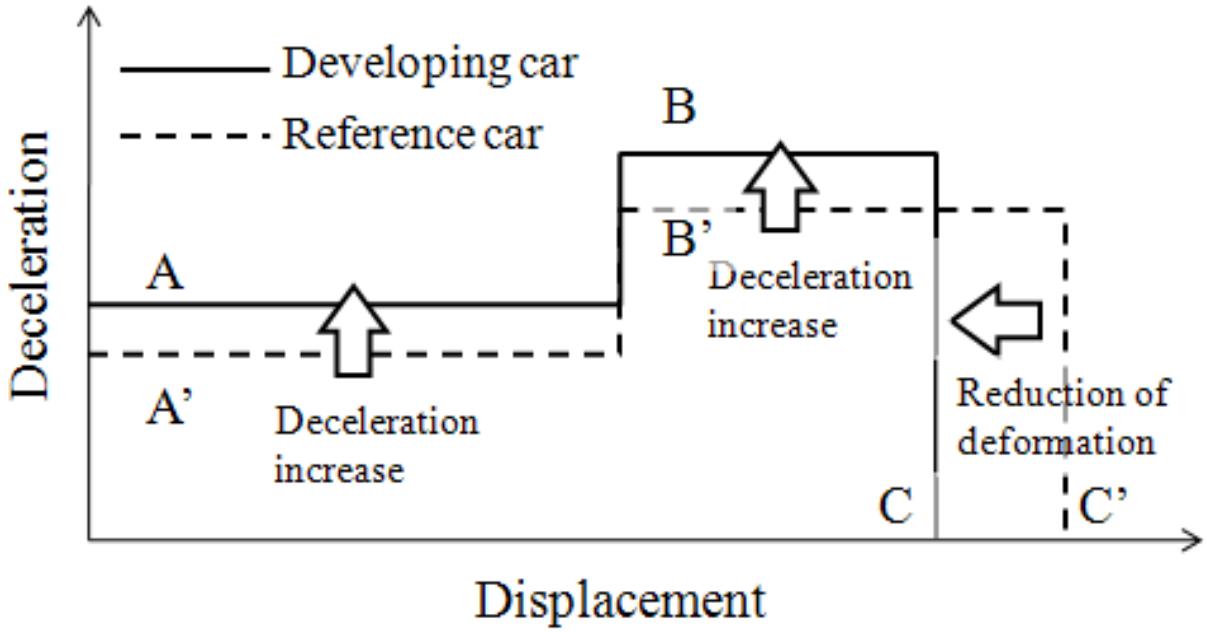



Fig. 2.2 Target deceleration for new vehicle development compared with current vehicle.

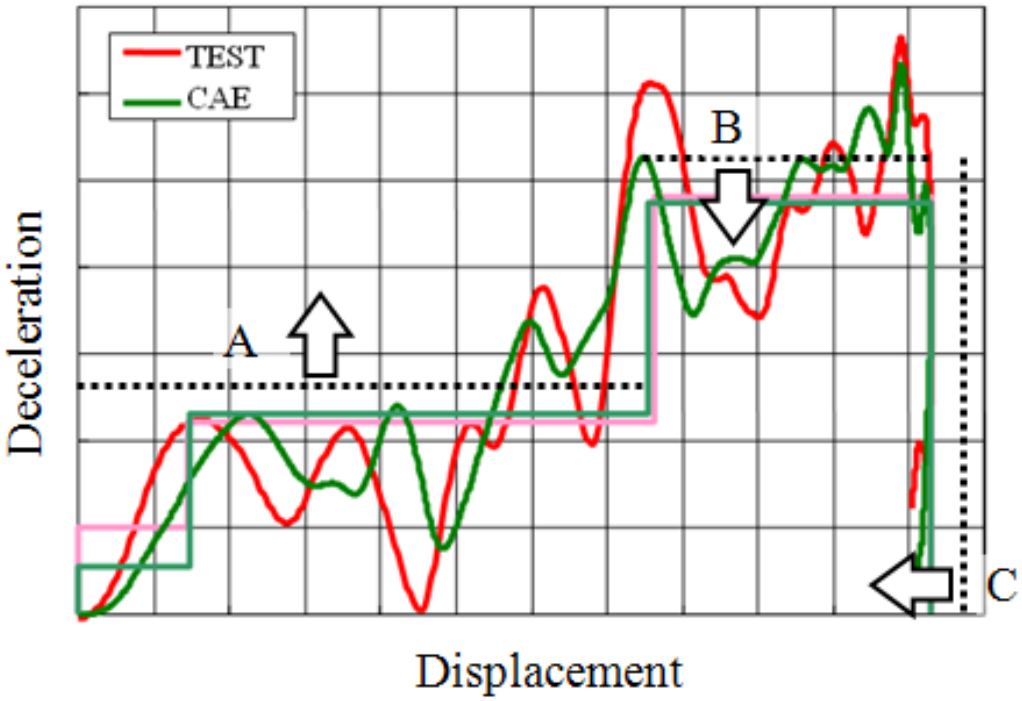



Fig. 2.3 Deceleration Displacement chart.

図 2.3 中の平均減速度 A を決めている主要な構造部材の反力特性を設計する必要がある．エンジンルーム内の主要な反力発生部材を図 2.4 に示す．3 つの部材は，それぞれ上から Hood Ledge（以下 H/L），Front Side Member（以下 F/S/M），Suspension Member（以下 Susp/M）と呼ばれる構造体で，いずれも本論文で取り扱う薄板構造の柱あるいは梁として機能している．

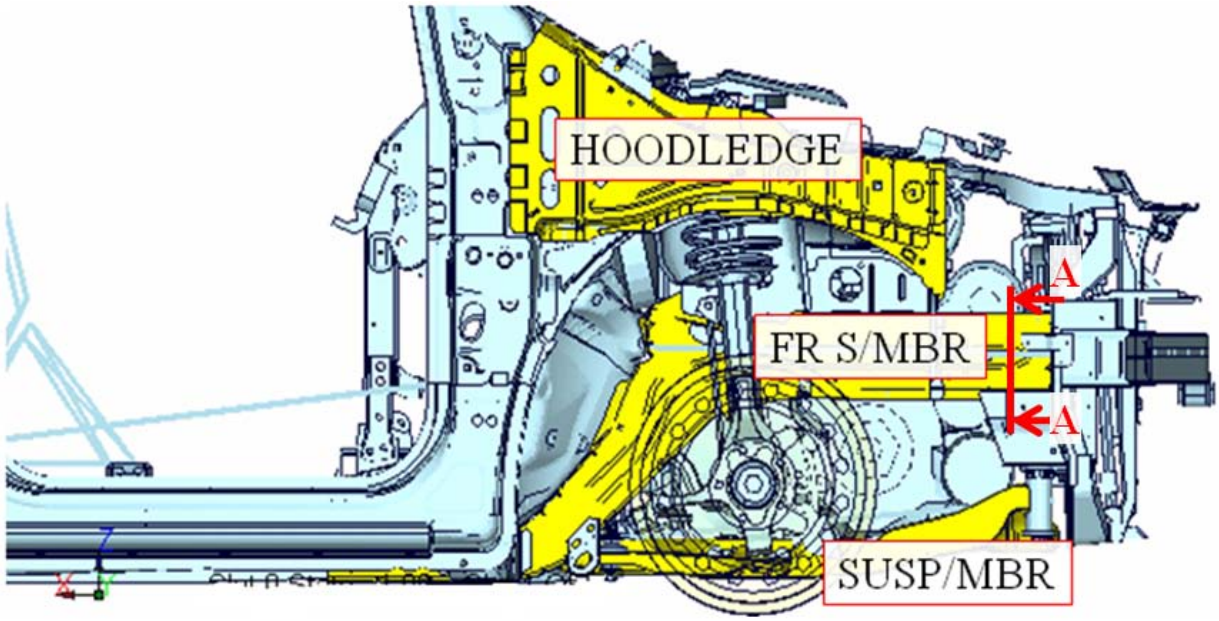
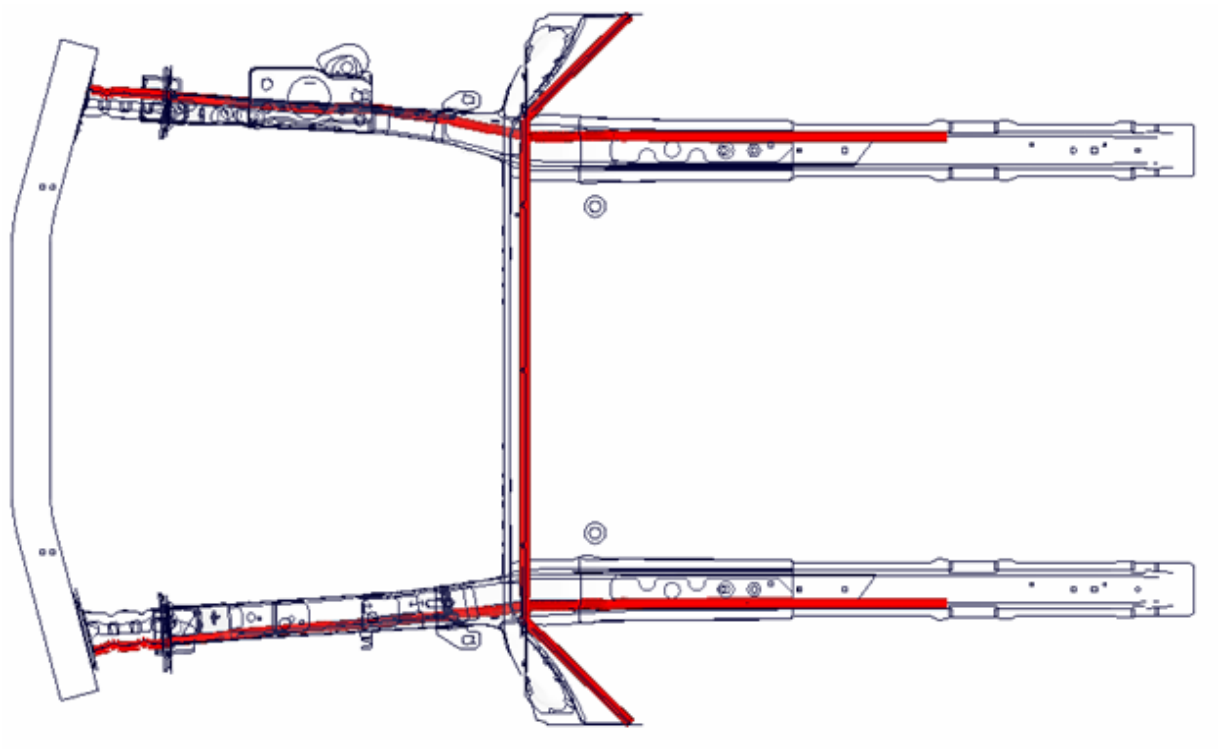
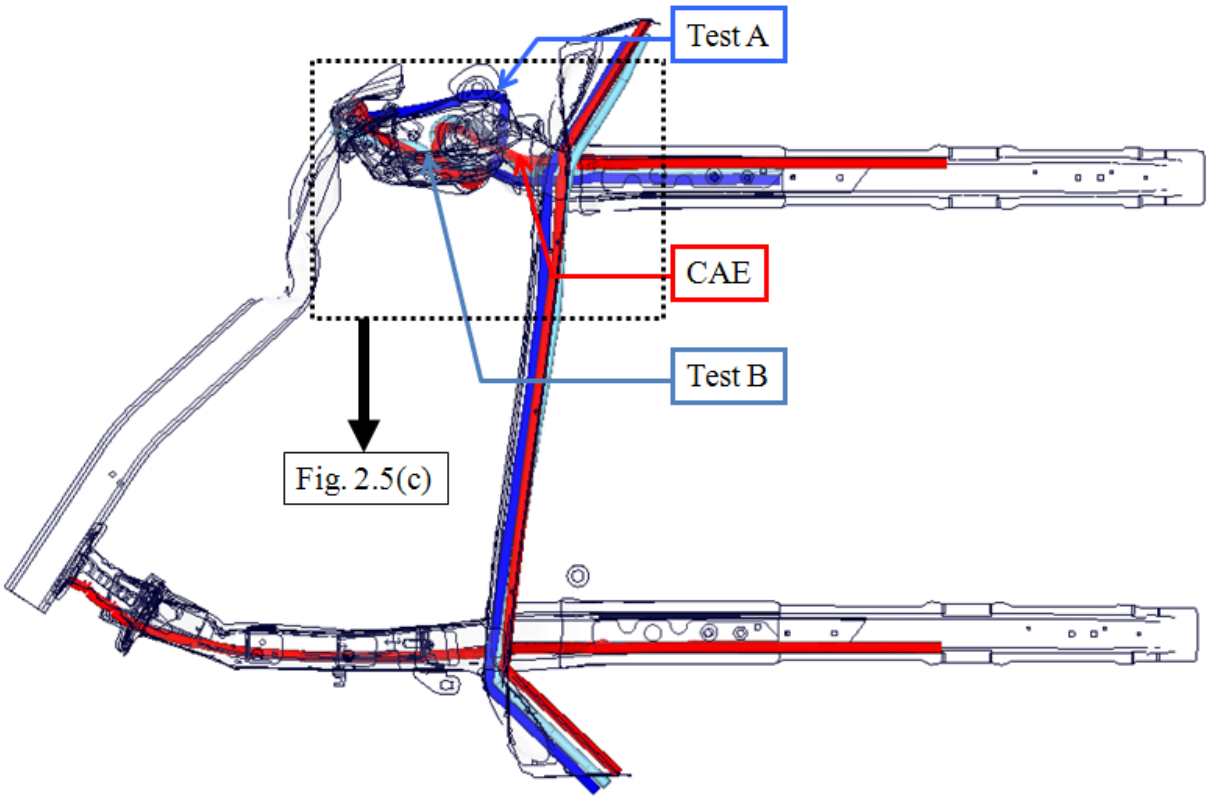



Fig. 2.4 Major structure of engine room portion.

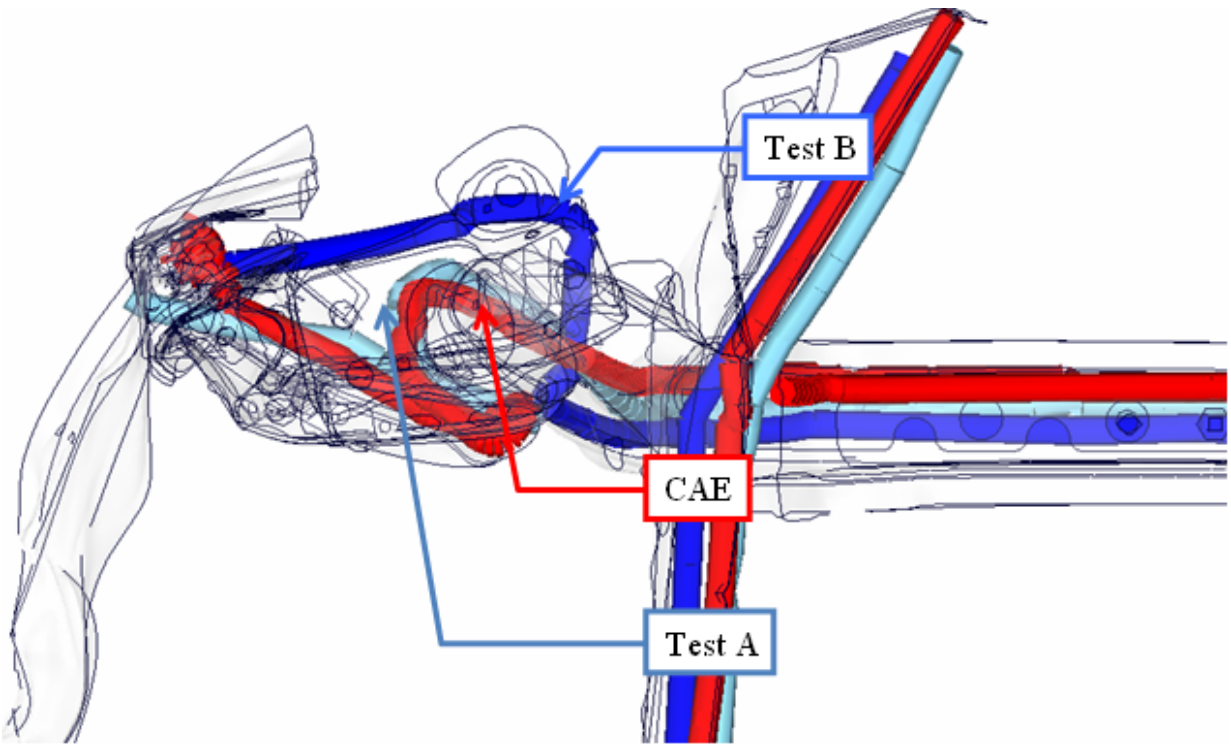
設計で計画したとおりに FE 解析の結果が得られ，さらに実験で予想どおりの性能になるのが理想であるが，一般にはそのようにはならない．その一例を図 2.5 に示す．図 2.5（a）は FE モデルと実験での計測位置（赤線）を示している．2 つのほぼ同じ設計仕様の実験結果の上面視変形モードの比較を図 2.5（b）に，その拡大図を図 2.5（c）に示す．実験 A と B では，車両開発の時期は異なる（A の方が早い時期）．車両全体として後期の試作車両には設計変更が多々入っているが，衝突性能としてはほぼ同じ特性を持つ試作車両として実験を行っている．実験 A と B の変形モードが大きく異なっていることに気づくが，これは変形の順序が異なることで最終変形モードが異なっている（図 2.6）．



(a) FE model and test measured line




(b) Deformed mode comparison in upper view (FE result, Test A, Test B)




(c) Enlarged view of Fig. 2.5(b)

Fig. 2.5 Difference of two test result and simulation result.

実験 A の結果は FE 解析とよく一致し，目標を達成している．実験 B の結果は目標を達成しない（ダッシュ面の変形量が大きい）．この場合，まず変形モードの変化の要因を分析し，各種要因を検討する．そして，最終的に安定して性能目標を達成できる設計仕様まで検討を繰り返すことになる．この事例の場合には，オフセット衝突する際のバリアと車両の相対位置が 2 つの実験で左右に一定量異なり（法規（保安基準）上は 50 mm まで許容されている），この入力の違いにより発生したことがわかっている．

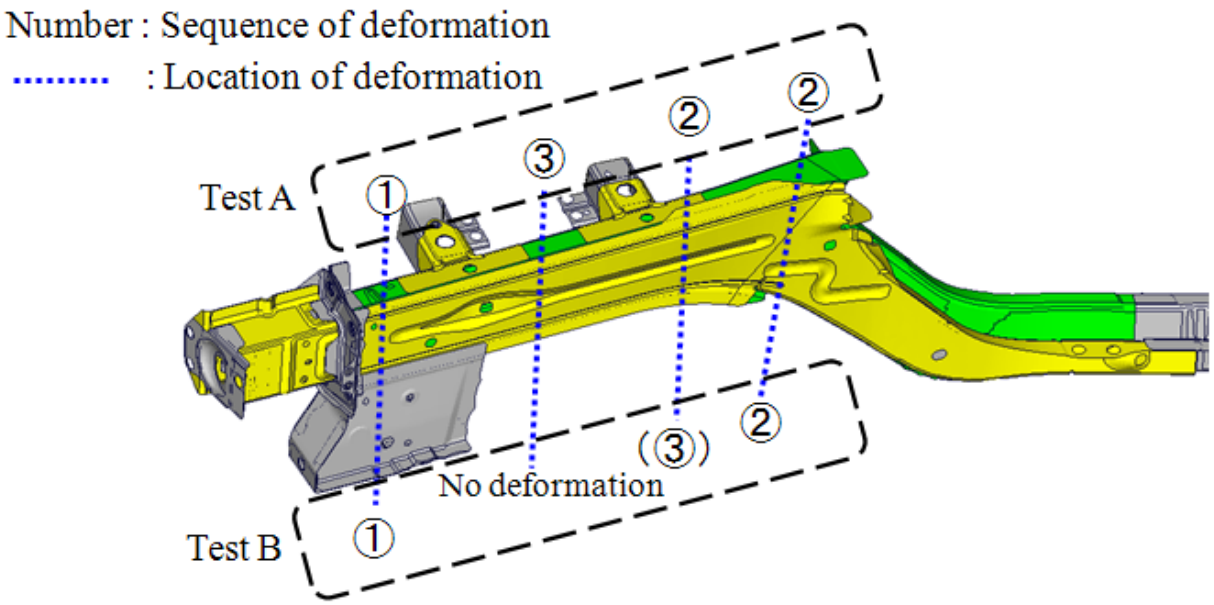
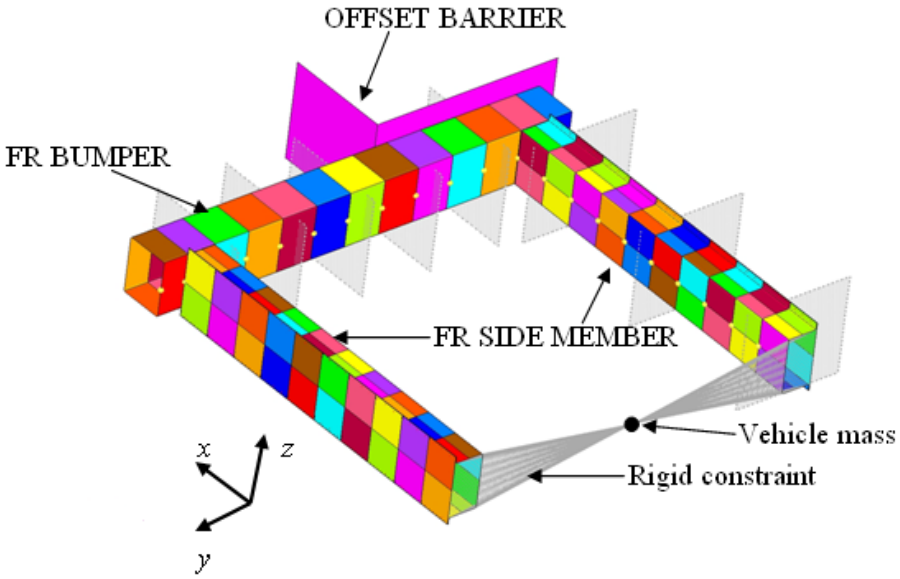



Fig. 2.6 Deformation sequence of test A and test B.

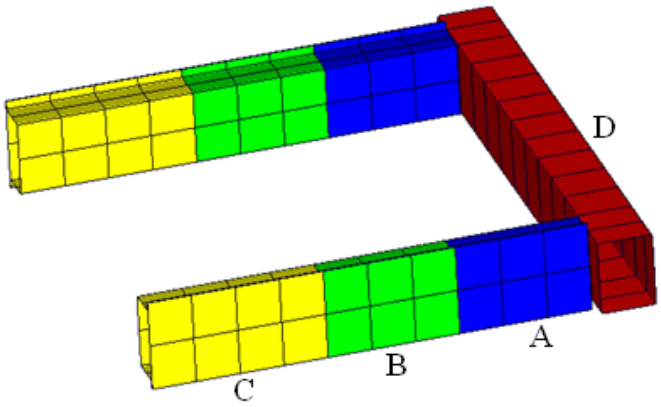
このほかの事例として，材料特性のバラツキ（例えば降伏応力 $\sigma_y$ が±15%変動することは規格上十分にありえる）が原因で，変形の順序が変わった，あるいは変形モードが変化した（その結果思わしくない性能となった）ことがある．このような課題を分析した事例として，自動車技術会で 2008 年度から 2011 年度の 4 年に亘って設置された，車体ロバスト性特設委員会の活動がある．グローバルな生産を展開する自動車業界では，各生産地毎での材料調達，組み立て工程の差異などによる製品の性能バラツキが懸念されていることが委員会活動の背景にある．その上で，現地生産の主要なコンポーネントである車体の衝突性能と耐久性能に関して，ロバスト性を評価する手法の提案，ロバストな設計指針を提示するという目標の下で実施された．ここでは，材料バラツキの衝突時の変形モード，反力特性への影響を評価した例を示す．

簡略化された F/S/M とフロントバンパーの構造部材のアッセンブリー構造を図 2.7（a）に示す．これはクライスラーのネオンの FE モデルが公開されているため，その形状を基に基本的な断面寸法を決めたものである．オフセット衝突入力を模擬するため，剛なオフセットバリアーを設置する．車両の慣性力を表現するため，F/S/M 後端を剛体要素で結合し，その中心に車両質量を定義している（部材の色は一定数の要素

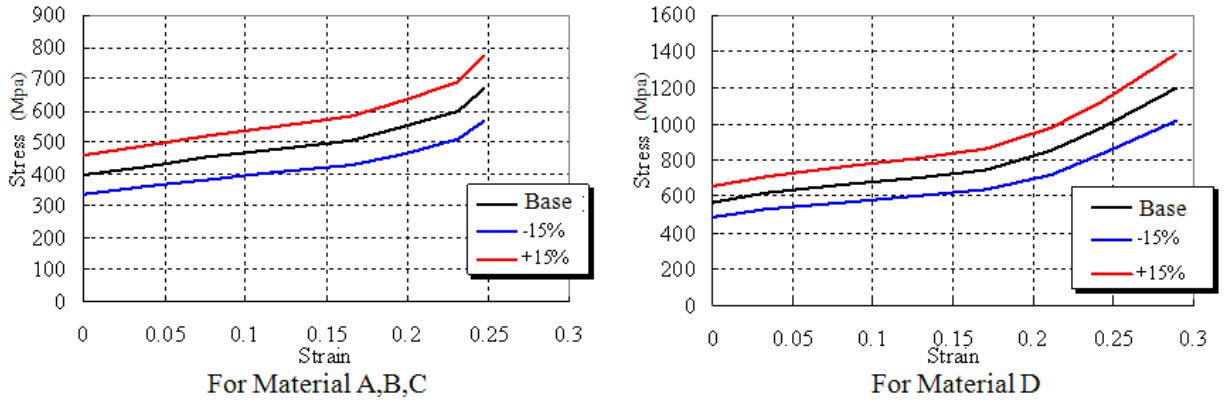
群ごとに材料定義をしていることを可視化したもの）．この構造モデルに車両実験と同様の 64km/h で+*x* 方向に初速度を与え，オフセットバリアーに衝突させる．解析結果は，バリアで計測される反力と構造体の変形モードについて評価される．なお，材料のバラツキは，図 2.7（b）に示すように，F/S/M の前後方向 3 分割とバンパーの 4 部位とした．これは，バンパーは通常 1 部品であること，F/S/M は前後方向のおよそ中央でエンジンを懸架するため，部品構成が変化することから 3 分割で表現している．材料バラツキは，図 2.7（c）に示すように，降伏点を±15%で変動させている．表 2.1 に示すように，極端なバラツキの組合せ 5 ケースと全部材が降伏点中央値のベースモデルをあわせた 6 ケースの計算を実施した．




(a) Model and boundary condition




(b) Material definition area



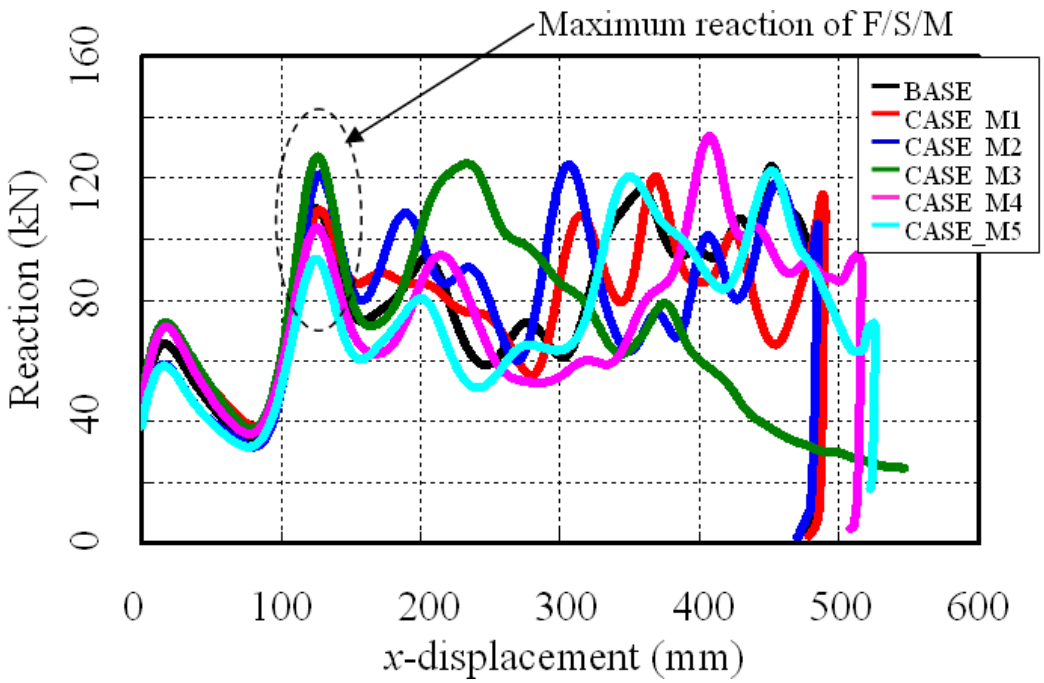

(c) Material scattering definition for each area

Fig. 2.7 Simplified F/S/M and Fr Bumper assembly model and separation of different material definition.

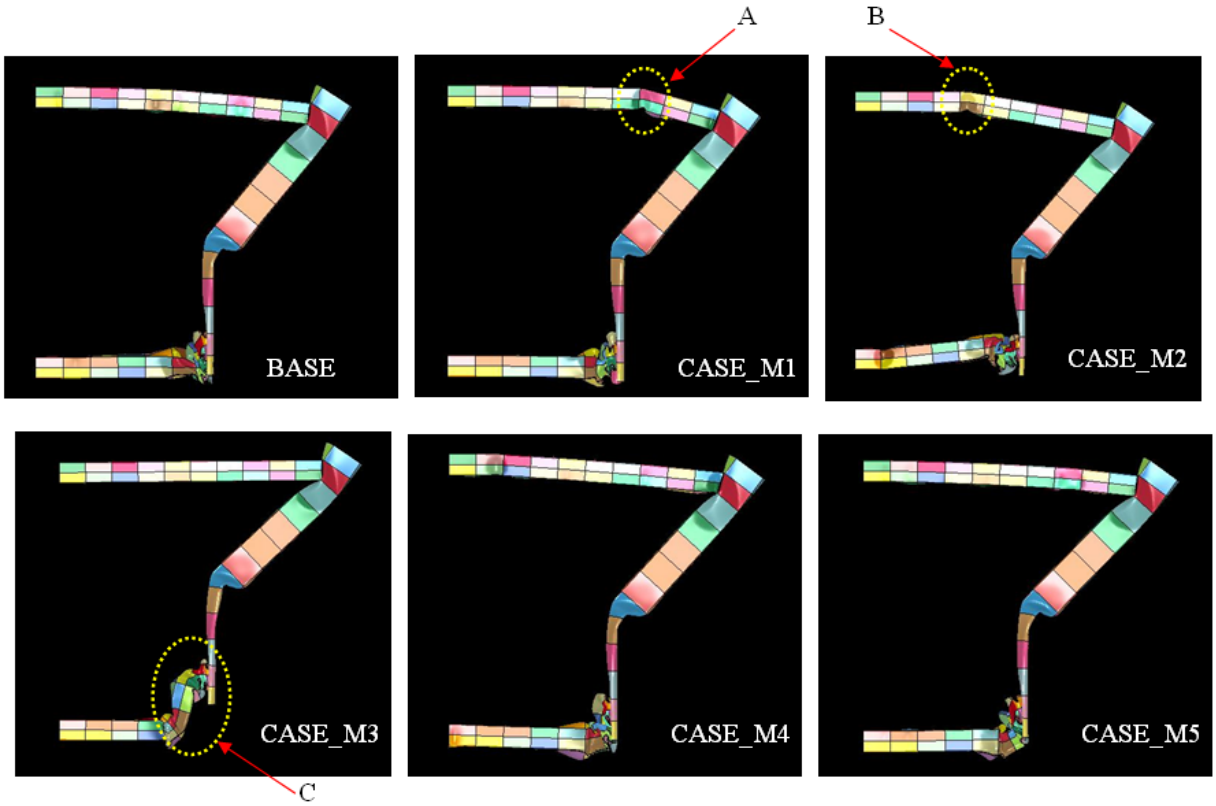
Table 2.1 Material combination of 6 models : Yield stress (MPa)

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| BASE | 400 | 400 | 400 | 570.0 |
| CASE M1 | 400 | 460 | 460 | 655.5 |
| CASE M2 | 460 | 400 | 460 | 484.5 |
| CASE M3 | 460 | 340 | 400 | 655.5 |
| CASE M4 | 340 | 400 | 340 | 655.5 |
| CASE M5 | 340 | 460 | 400 | 484.5 |

反力特性のバラツキを図 2.8（a）に，変形モードのバラツキを図 2.8（b）に示す．図 2.8（a）より，F/S/M の初期塑性変形で発生するピーク反力が大きくバラツクこと，その後の反力 - 変位特性が大きく異なることが良くわかる．図 2.8（b）からは，非衝突側の F/S/M がベースモデルでは明確な折れが発生していないのに対し，CASE_M1, CASE_M2 では折れが発生（図中の A, B）し，その折れ位置が異なっている．CASE_M3 では衝突側の F/S/M が折れて内側に倒れこむモードとなり，非衝突側の F/S/M がほとんど変形しないことより，非衝突側 F/S/M への荷重の伝達が大きく減少していることが推定できる．このように，材料特性のバラツキのみを評価しただけでも，構造部材の衝突時の特性には大きな影響が出ることがわかる．




(a) Reaction scattering calculated of 6 typical models




(b) Deformation mode scattering calculated of 6 typical models

Fig. 2.8 Scattering result of calculated reaction and deformation modes.

この他に，板厚のバラツキ（±5%程度），スポット溶接位置のバラツキ（±10mm 程度），スポット溶接強度のバラツキ（±20%程度），形状のバラツキ（プレス成型品が

多用されるので，スプリングバックなどによる図面との形状誤差が発生）なども性能をばらつかせる因子となる．自動車技術会の車体ロバスト性特設委員会では，実験条件を含めた 6 つのバラツキ因子の内，材料，板厚，スポット位置の 3 つに絞って検討した．残りの設計因子（形状，スポット強度）は相対的に初期ピーク荷重への影響が小さいことが経験的に知られており，選択肢外となっている．対象とした 3 つの因子はどれも衝突性能への影響が大きく，図 2.8 に示す程度の性能のバラツキを示す．

以上をまとめると，衝突性能の視点から，構造体の反力特性には多少の実験条件，材料，板厚，スポット溶接位置のバラツキが有っても，それを許容できるロバストな特性が強く求められている．ひとつには，衝突のメカニズム（主要な柱，梁の反力特性，エンジンなどの重量の大きい部品の動きと傷害値との関係など）を正確に把握することにより，拘束性を含めた全体の論理的な設計が出来ることで，バラツキに対する余裕を持たせた設計にできることがある．こういった試みは衝突解析をパラメトリックに実施し，統計的に結果を分析することである程度の成果を上げている[(6),(7)]．しかしながら，この塑性変形の発生順序と変形モードを確実に保証しようとすると断面形状の変化，板厚，材質の変化によって，断面の持つ反力特性がどのように分布しているのかを正確に把握し，これらのバラツキを考慮した高精度な反力バランス設計が必要になる．このことが，本研究を促す強い動機付けとなっている．

# 2.2 Karman の有効幅理論と車両設計への適用

## 2.2.1 Karman の有効幅理論と Euler の座屈理論

現在の車両設計の中で，一部活用している Karman の有効幅理論[5]について記述する．また，Euler 座屈[8]についても，その活用方法を含めて記述する．

Karman は，米国の研究機関が実施した多数の実験結果と弾性安定論をベースにした弾性座屈理論をもとに，ある仮想の有効幅という概念を仮定し，簡易な反力予測式を提案した．実際には，断面に沿って反力は連続的に変化するが，これを有効幅という領域のみで荷重を受け持ち，その他の領域では反力を発生させないとした（図 2.9 参照）．両側端を単純支持した状態で，面外変位を図 2.10（a）を仮定すると，両端の $w$ の間の面外変位量が一定の部分は変形メカニズム上無視でき，両端の $w$ が一体となった $2w$ の幅の平板の面外変形問題とすることが出来る．この場合式（2.1）が支配方程式となる．

$$\frac{\mathrm{E}h^2}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial^4 x}{\partial y^4}+2\frac{\partial^4 x}{\partial y^2 \partial z^2}+\frac{\partial^4 x}{\partial z^4}\right)-\sigma\frac{\partial^2 x}{\partial y^2}=0 \tag{2.1}$$

面外変位を式（2.2）とおき，式（2.1）に代入し整理すると，式（2.3）となる．

$$x = x_0 \sin\frac{\pi y}{2w}\sin\frac{\pi z}{b} \tag{2.2}$$

$$\frac{\sigma}{\mathrm{E}}=\frac{\pi^2 h^2}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{b}{4w^2}+\frac{1}{b}\right)^2 \tag{2.3}$$

$\sigma$/E を最小値を求めるために，右辺を $b$ について微分し 0 とおくと，$b$=2$w$ が得られる．これを式（2.3）に代入整理し，2$w$ を求めると式（2.4）となる．

$$2w=\sqrt{\frac{\kappa\pi^2\mathrm{E}}{12(1-\nu^2)}}\sqrt{\frac{h^2}{\sigma_{cr}}} \tag{2.4}$$

ここで，$w$ は有効幅，$\sigma_{cr}$ は限界応力（一般には降伏応力として取り扱う），$h$ は板厚，$\kappa$ は変形モードに依存する定数である．板の面外方向の変位分布が図 2.10（a）の時は

$\kappa$=4.0，（b）の時は $\kappa$=1.7 となり，これは仮定する弾性座屈時の平板の面外変形モードによる．すなわち，図 2.10（a）は有効幅 $w$ の内側の変位をフラットな分布と仮定するのに対し，図 2.10（b）は有効幅 $w$ 内を直線的に分布すると仮定する．また，本研究では，四角形断面の薄板構造柱を対象とする．そのため，角部の取り扱いは，厳密には図 2.10 の境界条件と同一ではないが，ここでは 4 面の平板で式（2.4）が近似的に成立すると仮定することにより，構造全体の限界荷重 $P_{cr}$ は次式となる．

$$P_{cr} = 4 \times 2w\sigma_{cr}h = 2\sqrt{\frac{\kappa\pi^2 \mathrm{E}\sigma_{cr}}{3(1-\nu^2)}h^2} \tag{2.5}$$

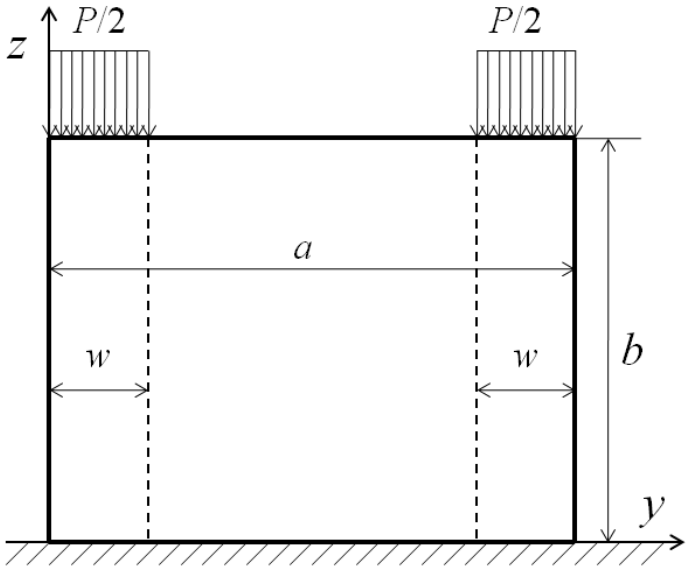



Fig. 2.9 Effective length of $w$ where reaction is assumed to be supported[5].

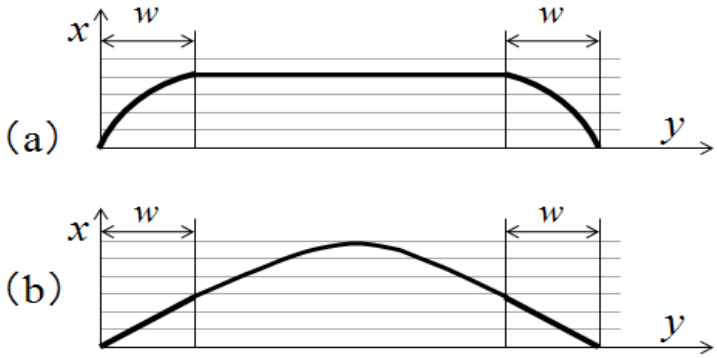



Fig. 2.10 Two kinds of assumed out-of-plane deformations; (a) case of $\kappa$=4.0, (b) case of $\kappa$ =1.7[5].

つぎに，Euler の座屈荷重は古典的な弾性座屈理論に基づいたもので，幅 $a$，長さ $b$，板厚 $h$ の周辺単純支持長方形板に，圧縮応力 $\sigma_z$=一定 が作用する場合について考える

（図 2.11 参照，$x$，$y$ 方向の応力は作用しない）．この時，四角形断面の薄板構造柱の座屈荷重 $P_{cr}$ は次式により求められる[8]．

$$P_{cr} = 4ah\sigma_{cr} = 4ah\frac{\pi^2 \mathrm{E}}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{h}{a}\right)^2 k_{cr} \tag{2.6}$$

ここで，座屈係数 $k_{cr}$ は，

$$k_{cr} = \left(\frac{ma}{b}\right)^2 + 2 + \left(\frac{b}{ma}\right)^2 \tag{2.7}$$

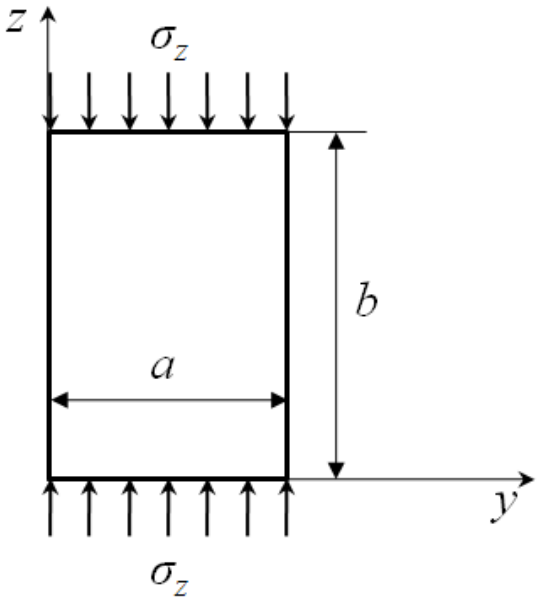



Fig. 2.11 Boundary condition of Euler buckling of a simply supported rectangle.

今回対象とする構造における座屈係数 $k_{cr}$ の変化を調べる．対象のモデルは 3 章で詳しく記述するが，$b$=300 mm 一定とし，幅 $a$ を 20mm から 200 mm まで変化させた場合の $k_{cr}$ を求める．Euler 座屈発生時の変形モード，または，最大反力発生までに Euler 座屈が発生しない場合は最大反力直前の変形モード（$x$ 方向変位分布を示し，最大変位で正規化している）を図 2.12 に示す．$a$=36 mm 以下では明確な Euler 座屈が確認できないこと，$a$=40 mm 以上では Euler の座屈モードが $m$=2 から 8 まで幅によって変化していることがわかる．座屈係数 $k_{cr}$ は式（2.7）より図 2.13 のようになる．$a$=20 mm から 200 mm では, 座屈係数 $k_{cr}$ は 4.000 から 4.340 の値を取る. 5 章で詳しく述べるが, Euler の座屈荷重が柱の最大反力に影響を及ぼすのはおよそ $a$=65mm 以下で，$k_{cr}$ は 4.000 から 4.034 の値を取る. この場合, $k_{cr}$=4.0 と近似した場合の最大誤差は 0.9%程度となり, 実用的な反力予測式を策定する際に $k_{cr}$=4.0 と近似しても大きな誤差を生じないと言える.

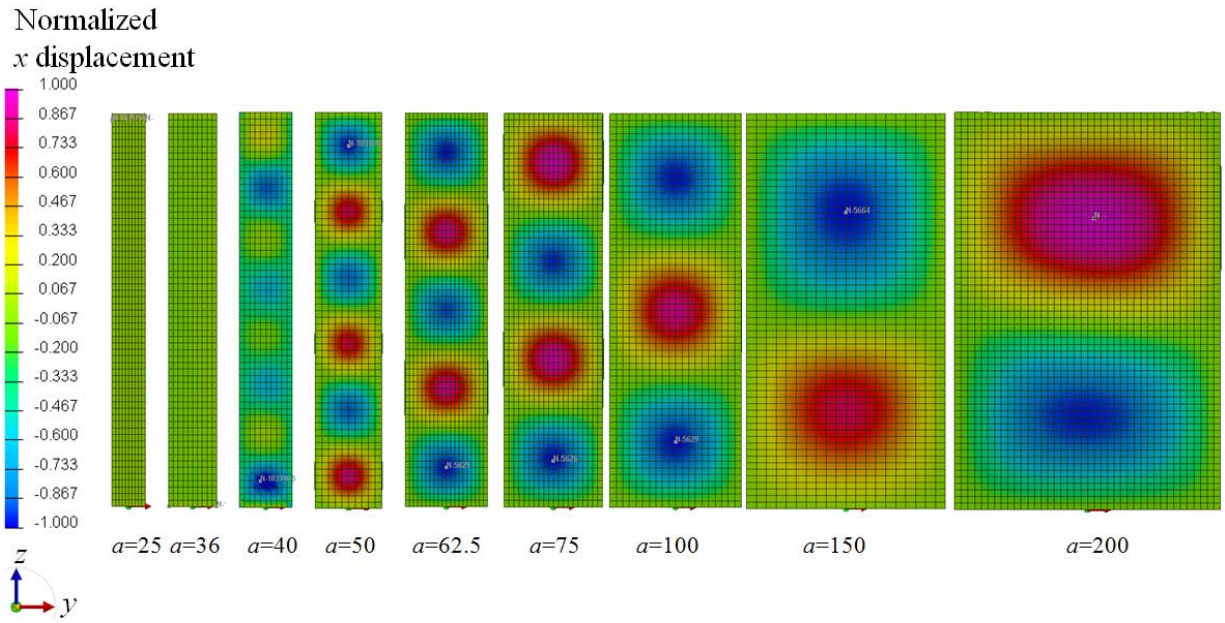



Fig. 2.12 Buckling modes along the column length for various widths.

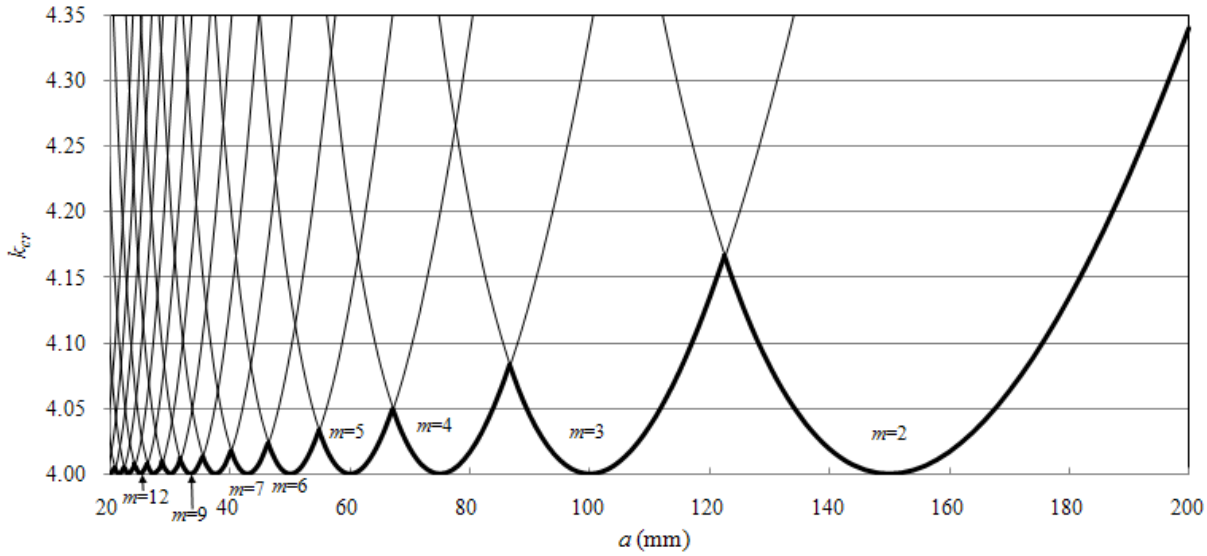



Fig. 2.13 Change of buckling coefficient $k_{cr}$ according to width $a$.

前述の板で構成される薄板構造柱に軸圧縮荷重が作用する場合についての一例を示す．薄板構造柱（解析モデルに関しては 3 章で詳述する）を，負荷速度 1 m/s（時速 3.6 km/h）で軸圧壊させた場合の反力の時間応答，および初期状態（$t$=0 ms），最大荷重発生時点（$t$=1 ms），十分に圧壊した時（$t$=10 ms）の変形モードと相当塑性ひずみ $\varepsilon_p$ 分布（0.2 %以上はピンク色で表示）を図 2.14 に示す．このケースでは，初期に最大反力 247 kN を示した後，塑性変形の進行とともに半分以下に反力が低下する．この最大反力のとき，相当塑性ひずみの分布を表した変形図からわかるように，負荷子と接触している局部的な領域のみ降伏応力に達して，全断面が一様に降伏応力に達した状態

（400 kN）の 62 %程度の最大反力しか得られていないことがわかる．このことから，薄板構造特有の特性を正確に把握しないまま構造設計すると，必要な反力が十分に得られないこと，予測していた変形モードにならないことなど，想定外の結果を招く可能性がある．

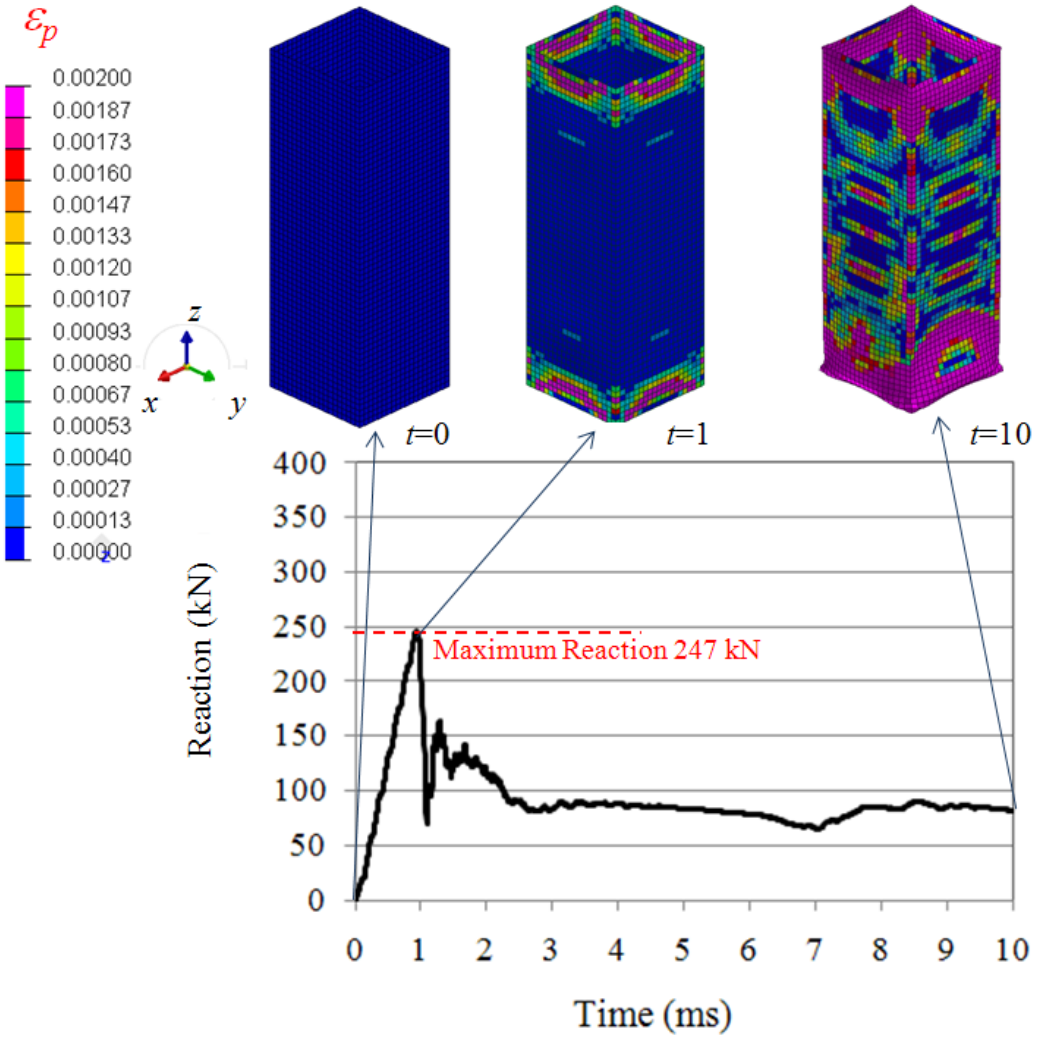



Fig. 2.14 Time evolution of reaction of a rectangular thin-shell column at $V$= 1 m/s and deformation modes at some representative times[9].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

図 2.14 で検討した薄板構造柱について，Karman の有効幅に基づく荷重と Euler の座屈荷重を求める．式（2.4）で Karman の有効幅を求め，式（2.5）から荷重を計算すると，$\kappa$=4.0 の場合 145 kN, $\kappa$=1.7 の場合 94.5 kN となる．一方，Euler の座屈荷重は式(2.6)と（2.7）に，モード次数 $m$＝3，ヤング率 E=206 GPa，ポアソン比 $\nu$ =0.3，幅 $a$=100 mm，高さ $b$=300 mm，板厚 $h$=1.2 mm を代入すると $k_{cr}$=4.0 となり，$P_{cr}=4ah\sigma_{cr}$=51.5 kN と求められる（図 2.15 参照）．これらの値は，計算結果より得られた反力 247 kN とは大きく

異なる. すなわち, 全断面が降伏した場合の反力 400 kN と Karman の解による反力 94.5 kN～145 kN の間に，今回の解が存在していることがわかる.

衝突安全性能のような動的な現象に対し，面外座屈による荷重低下は考慮する必要があるが，静的な理論である Karman の有効幅理論，および Euler の座屈理論では単純に予測値とは成りえないことがわかる.

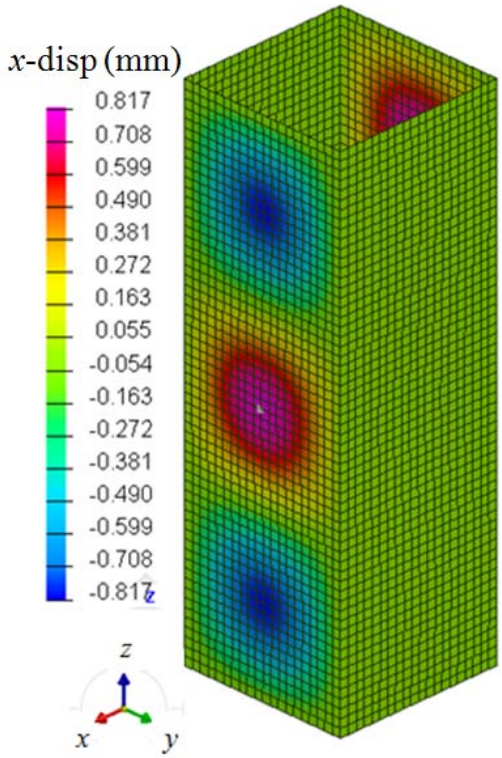



Fig. 2.15 Contour maps of out-of-plane displacements at *x*-direction at Euler buckling (*m*=3).

## 2.2.2 車両設計への適用

図 2.4 の F/S/M の反力特性を検討するための断面形状例（図 2.4 断面 A-A）を図 2.16 に示す（図中の点線は 100 mm ピッチの補助線である）. この断面情報（形状，板厚，材質）から軸座屈時の全断面降伏時の反力，Karman の有効幅を考慮した静的な断面反力などが求められる. 現実の構造では，入力（ベクトルの総和）の方向が図心を結ぶ軸と一致することはほとんどなく，何らかのモーメントが発生し，例えば軸圧壊を想定していても曲げ変形が主になるといった挙動を示すことが多い.

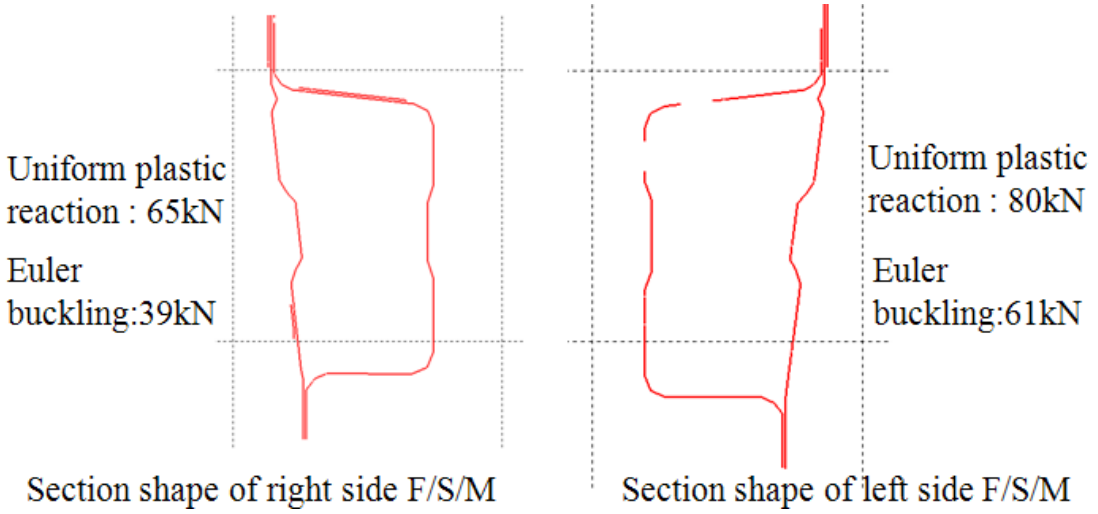



Fig. 2.16 Cross section shape of front side member (Fig. 2.4 Section A-A) and maximum reaction and Euler's buckling force estimation

車両側面構造を設計する際の，正面衝突時の主要骨格部材へのモーメント入力を評価した例を図 2.17 に示す. 車両側面構造では正面衝突の入力方向と部材の向き, また, ラーメン構造であることからモーメント入力に対する耐力が重要となるためである.

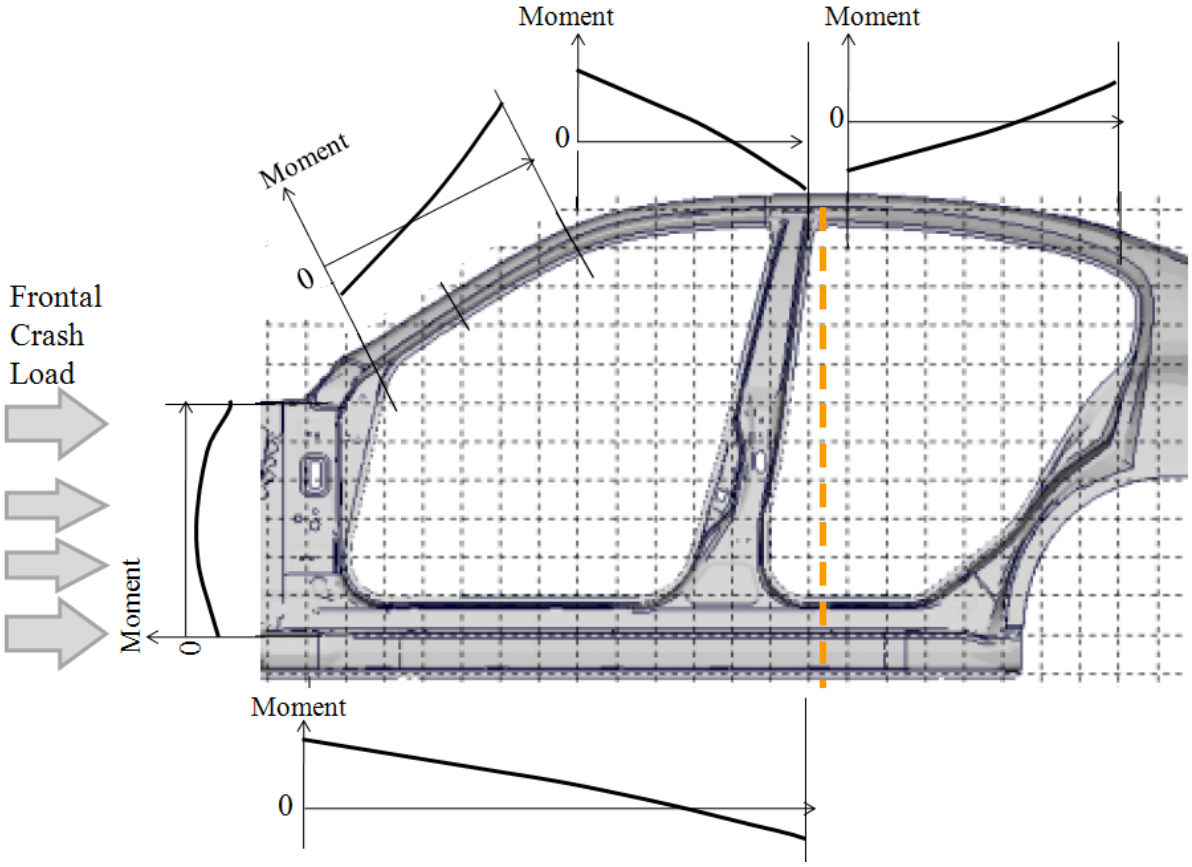



Fig. 2.17 Bending moment diagram around body side structure at frontal crash input.

図 2.17 をもとに，フロントピラーの設計をする際の，入力モーメントと耐力モーメントを比較した例を図 2.18 に示す. 耐力モーメント線図が階段状に分布しているのは，薄板の組合せで構造を作るため，板厚の変化，部品の追加，部品のつなぎの部分で反力が変化することによる．これらにより各部材，部位の変形のモードと順序を想定する．そして，過去の知見とあわせた部位ごとの平均反力を用いることで，F/S/M のエネルギー吸収量，フロントピラーとの強度バランスなどを見積もる.

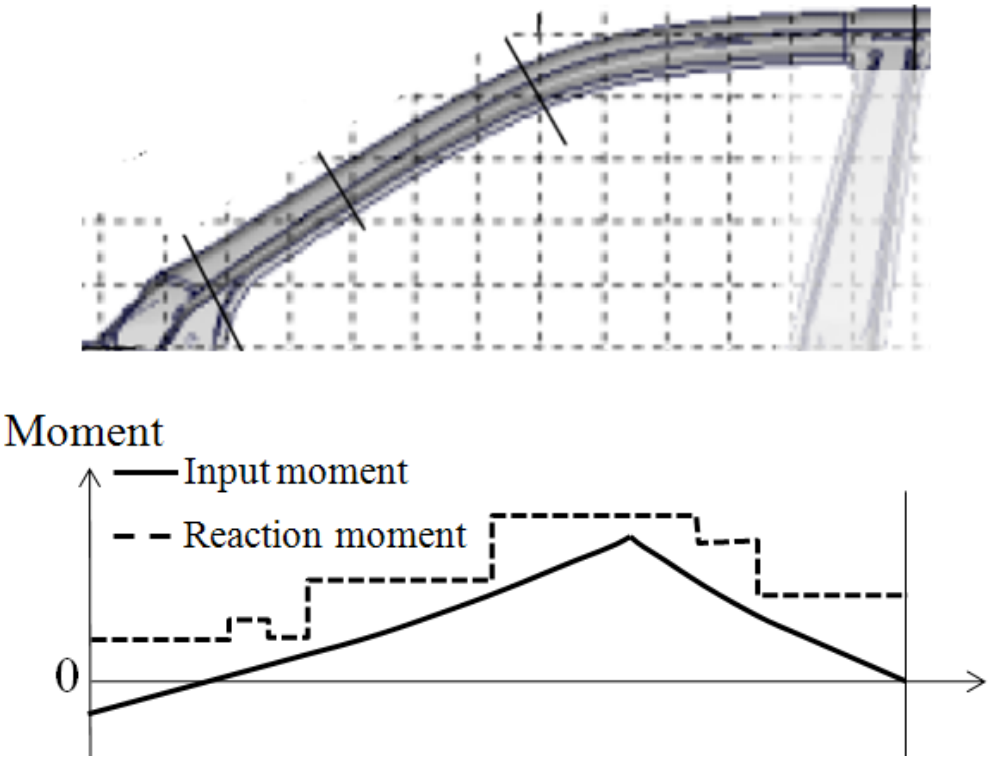



Fig. 2.18 Bending moment diagram and reaction moment plan

これらの設計により CAD データが作成され，その情報をもとに FE モデルが作成される．例えば，図 2.4 の 3 部品について時系列の反力特性が図 2.19 のように得られるので，机上検討の結果と比較検証ができる．複数の線は前後方向の位置違いによる荷重発生状況の差を示す．なお，これら部品や個別の部位の反力特性は実験により計測できないので，十分に信頼性のある FE モデルであることが前提となる.

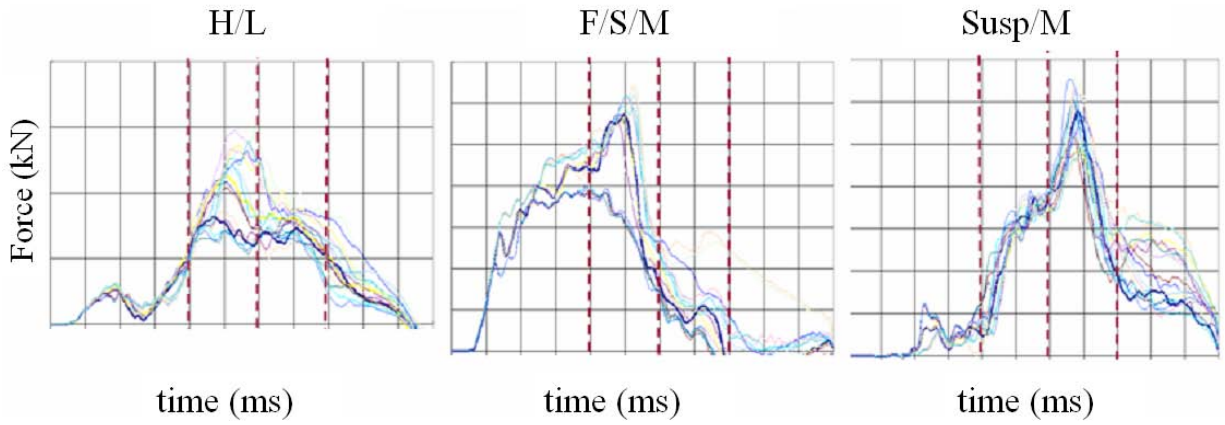



Fig. 2.19 Transmission force time chart of each load pass

解析結果の妥当性は，図 2.20 に示すような実験終了後の変形モードとの比較（赤線は実験車の変形形状）及び図 2.3 のような車両全体の減速度の比較により検証する．より高精度な予測には，例えば部材の破断を正確に再現するモデル化技術[10]とか，図 2.21 に示すような薄板部品の成型時の履歴（加工ひずみ，板厚減少）を正確に考慮する必要がある．この事例では，上記の精密なモデルを用いた FE 解析の結果，F/S/M の耐力は目標反力を下回り，その結果衝突性能として目標性能を達成できていないことが判明した．これは，板厚 $h$=1.6 mm，断面幅およそ 120 mm×80 mm，降伏応力およそ 600MPa の場合，Karman の有効幅は 35 mm～52 mm であることを初期断面構造設計において考慮していないことが要因の一つと考えられる．

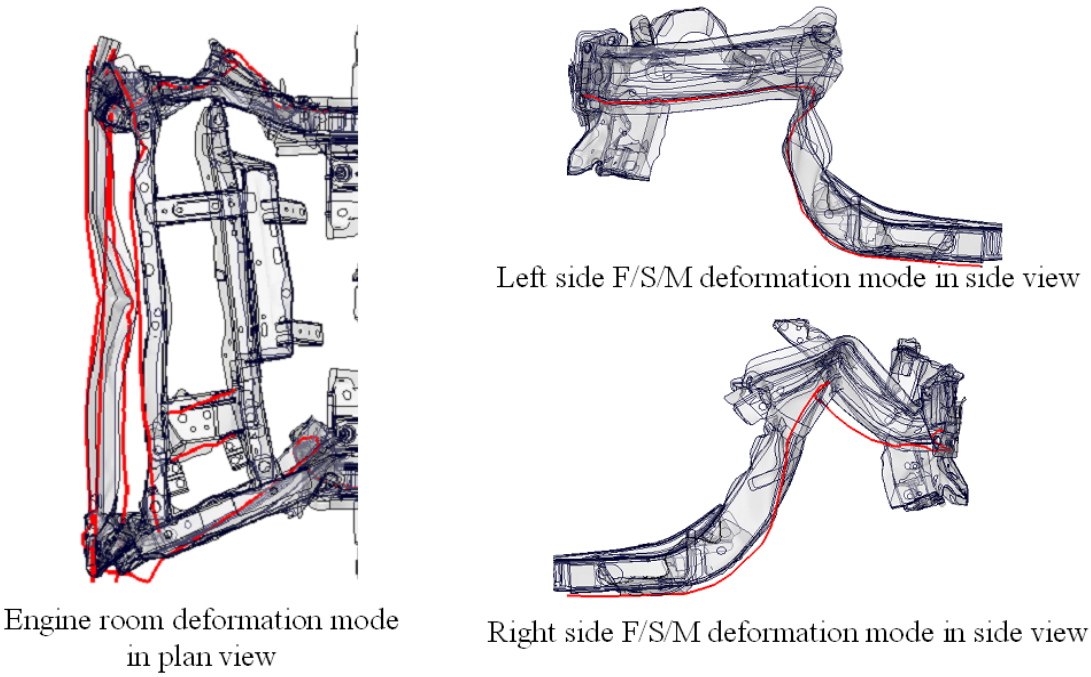



Fig. 2.20 Comparison of simulation result and test result of front side member deformation mode.

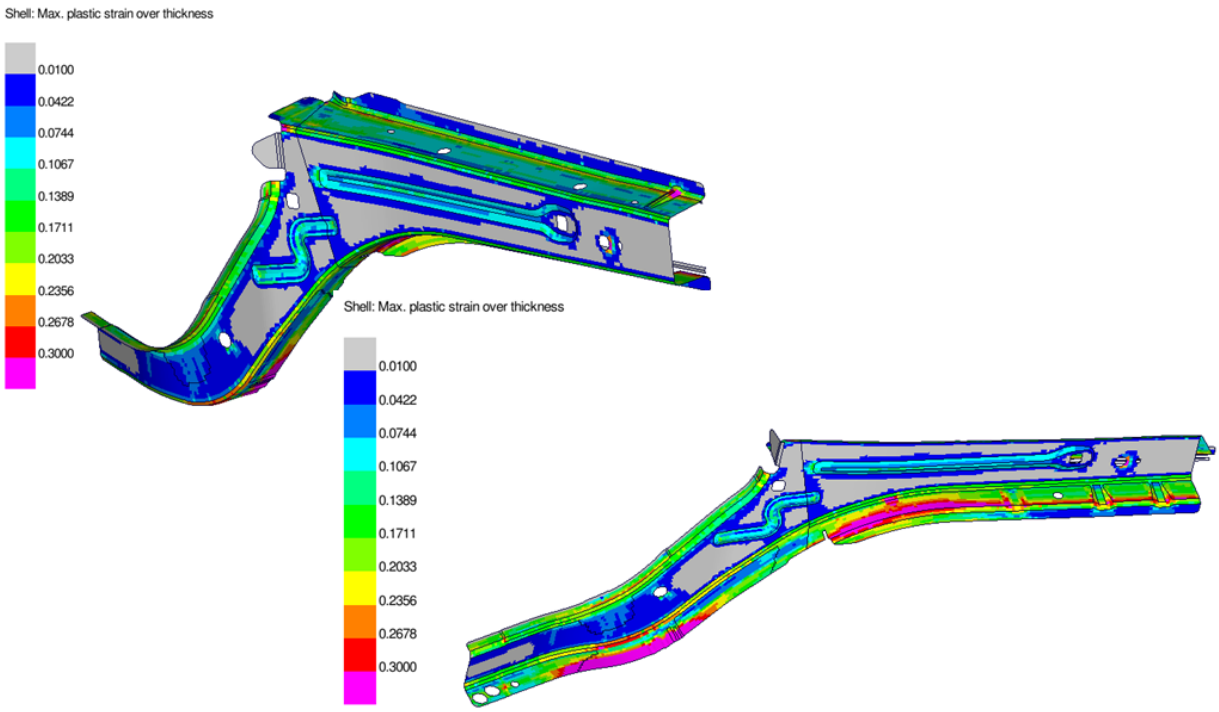



Fig. 2.21 Plastic strain distribution of F/S/M at stamped.

# 付録

各国で衝突安全に関する法規，情報公開（NCAP：New Car Assessment Program）が制度化されている．ここでは，日本，欧州，米国における情報公開の基準の一部について表 A.1 および表 A.2 に示す．通常，情報公開は法規よりも厳しい条件で行われることが多い．NCAP では安全性能の評価を 5～6 段階に分類し，★の数で表記する．（IIHS は別表記）

Table A.1　Japanese and European NCAP

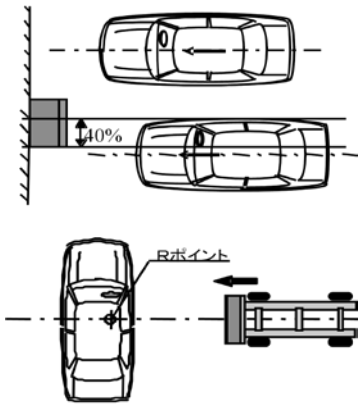
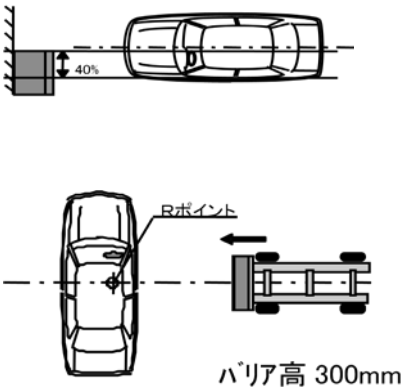
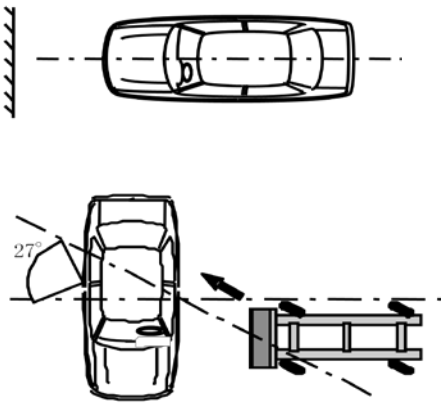
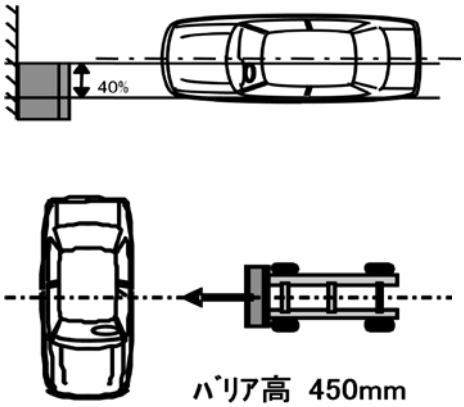
| | | 日本 | 欧州 |
|---|---|---|---|
| 名称 | | NCAP | Euro-NCAP |
| 実施機関 | | 国土交通省 事故対策センター | 英国運輸, FIA（国際自動車連盟）等 |
| 試験項目 | | 55km/h 正面衝突, 64km/h ｵﾌｾｯﾄ衝突<br>55km/h 側面衝突 | 64km/h ｵﾌｾｯﾄ衝突 , 55km/h 側面衝突<br>歩行者保護試験 |
| 衝突形態 | |  |  |
| 評価方法 | 衝突試験 | ◆乗員傷害値を基に 6 段階評価<br>（ﾌﾙﾗｯﾌﾟ,ｵﾌｾｯﾄ,側面の総合評価,但し,運転席,助手席は別々の評価）<br>★～★★★★★★ | ◆車体変形、乗員傷害値を基に 5 段階評価 (ｵﾌｾｯﾄ衝突と側面衝突の総合評価,運転席,助手席も総合)<br>★～★★★★★ |
| | その他 | 歩行者保護 JNCAP を 03 年度から実施,CRS 評価（台上試験）JNCAP も実施中 | 歩行者保護　◆歩行者傷害値を基に 3 段階評価 02 年から評価方法変更<br>★～★★★ |
| 公表形態 | | 小冊子及び Web Site で公表 | 小冊子及び Web Site で公表<br>雑誌(What Car)に掲載 |
| 公表頻度 | | 年 1 回公表（4 月） | 試験毎に公表（年 2～3 回） |

Table A.2　US NCAP and IIHS (Institute of Insurance Highway Safety)

| | | 米国 | |
|---|---|---|---|
| 名称 | | NCAP | IIHS TEST |
| 実施機関 | | NHTSA（運輸省道路交通安全局） | IIHS（道路安全保安研究所） |
| 試験項目 | | 35MPH(56km/h) 正面衝突<br>38.5MPH(62km/h) 側面衝突 | 40MPH(64km/h)　ｵﾌｾｯﾄ前面衝突<br>ﾊﾞﾝﾊﾟｰ損傷性評価<br>50kph ﾊﾞﾘｱ側面衝突 |
| 衝突形態 | |  |  |
| 評価方法 | 衝突試験 | ◆乗員傷害値を基に 5 段階評価<br>（正面衝突と側面衝突の評価結果は別々に表示）<br>★～★★★★★★ | ◆車体変形、乗員拘束性、乗員傷害値を基に 4 段階評価<br>(Good,Acceptable,Marginal,Poor 表示)<br>◇高ﾊﾞﾘｱ側突ﾚｰﾃｨﾝｸﾞを検討中 |
| | その他 | CRS 評価(実車)検討中 | ﾊﾞﾝﾊﾟｰ損傷性<br>◆修理費用の算出結果表示<br>(Good,Acceptable,Marginal,Poor 表示) |
| 公表形態 | | 小冊子及び Web Site で公表<br>雑誌(The Car Book)に掲載 | 小冊子及び Web Site で公表 |
| 公表頻度 | | 試験毎（年 4 回）に公表 | 試験毎に公表 |

# 参考文献

(1) Kawabe, Y., Kondo , T., Masuda, D., Mogi, T., Obayashi, K., Okabe, T., “Restraint System Optimization for Dual Test Configurations of Frontal Crashes”, *SAE Technical Paper Series*, No. 2004-01-1626 (2004).

(2) Kawabe, Y., Kondo , T., Hirayama, S., Obayashi, K., Okabe, T., “Multi-parameter, Multi-objective Optimization of Injury Indexes of Vehicle Crash Models”, *SAE Technical Paper Series*, No. 2005-01-1302 (2005).

(3) Koizumi, N., Ono, M., Natori, S., Araki, T., “S An Application of Cluster Analysis to Dummy Injury Readings in a Frontal Crash”, *SAE Technical Paper Series*, No. 2012-01-0556 (2012).

(4) Koizumi, N., Yajima , H., Yu, Q., Shiratori, M., “Safety estimation with deceleration characteristics considering the collision speed”, *SAE Technical Paper Series*, No. 2001-08-0018 (2001).

(5) Karman, T., Sechler, E.E.and Donnell, L.H., “The Strength of Thin Plate in Compression”, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.54, No.5（1932）, pp. 53-57.

(6) Yu, Q., Miyajima, K., Araki, T., Natori, S., “New Design Support Approach CAP (Computer Aided Principle) and an Application to Structural Design for Vehicle Crash Safety”, *SAE Technical Paper Series*, No. 2007-01-3718 (2007).

(7) Natori, S., Yu, Q., “An Application of CAP (Computer-Aided Principle) to Structural Design for Vehicle Crash Safety”, *SAE Technical Paper Series*, No. 2007-01-0882 (2007).

(8) 中原一郎，渋谷寿一，土田栄一郎，笠野英秋，辻知章，井上裕嗣，“弾性学ハンドブック”, (2001), 朝倉書店. 264-265

(9) 荒木敏弘，渋谷陽二，“薄板構造柱における軸圧縮不安定挙動の負荷速度依存性”, 日本機械学会論文集 A 編，Vol.58, No. 554 (2012), pp. 1817-1820.

(10) Ueda, T., Inoue, T., Hiruma, A., Obayashi, K., “Fracture Prediction of Aluminum Casting Parts on Frontal Crash”, *SAE Technical Paper Series*, No. 2010-08-0150 (2010).

# 第 3 章　薄板構造柱の解析モデル

## 3.1　解析モデルと材料モデル

正面衝突時のエネルギー吸収を主に担う構造体として，エンジンルーム内の前後方向に配置された，エンジン，サスペンションなどを懸架する通称 “FR SIDE MEMBER”（2 章で記述した F/S/M）があり，それを模擬した薄板構造柱を解析の対象とする．

本研究で基準とするモデルとして，図 3.1 に示すような四角形の 2 辺がともに $a$=100 mm，高さ $b$=300 mm，板厚 $h$=1.2 mm の薄板四角柱を取り上げる．柱の有限要素モデル（FE モデル）の要素分割は要素数 4,800，節点数 4,880 である．

柱の幅 $a$ は，実際の車両の F/S/M の断面が短辺 80 mm～120 mm，長辺 120 mm～160 mm であることから，弾性座屈の視点では多少座屈しにくい（座屈するケース，座屈しないケースの双方を再現し，遷移メカニズムを分析するため）小さめの断面形状として 100 mm を選択した．また，柱の長さ $b$ は，F/S/M の先端からエンジンマウントなどの付加構造までの長さが 200 mm～400 mm であることから中間の 300 mm とした．用いる材料は，近年多用されている高張力鋼板を想定し，ヤング率を 206 GPa，ポアソン比を 0.3，初期降伏応力を 833 MPa，硬化特性として $n$ 乗硬化則で近似した加工硬化指数を $n$=0.07 とする（図 3.2 の応力–塑性ひずみ曲線参照）．この場合，全断面が一様に降伏応力に達した場合の発生荷重は 400 kN となる．また，加工硬化の影響を検討するために，図 3.2 のように，降伏応力 833 MPa の弾完全塑性モデルも取り扱う．なお，材料のひずみ速度依存性は，塑性変形が大きく進展する車両の衝突現象では重要な特性であるため，式（3.1）に示す Cowper-Symonds の式[1]を用いて考慮する（25 年以上実務で使用され，実用上十分な精度を有している．$\sigma_{\mathrm{d}}$ : 動的応力，$\sigma_{\mathrm{s}}$ : 静的応力，$\dot{\varepsilon}_p$ : 塑性ひずみ速度，$D$，$f$ : 材料固有の定数）．しかし，本研究では，扱う現象が降伏点近傍までの主に弾性域であるため，塑性域の特性である材料のひずみ速度依存性は考慮していない．

$$\sigma_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{s}}\left[1+\left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{D}\right)^{1/f}\right] \tag{3.1}$$

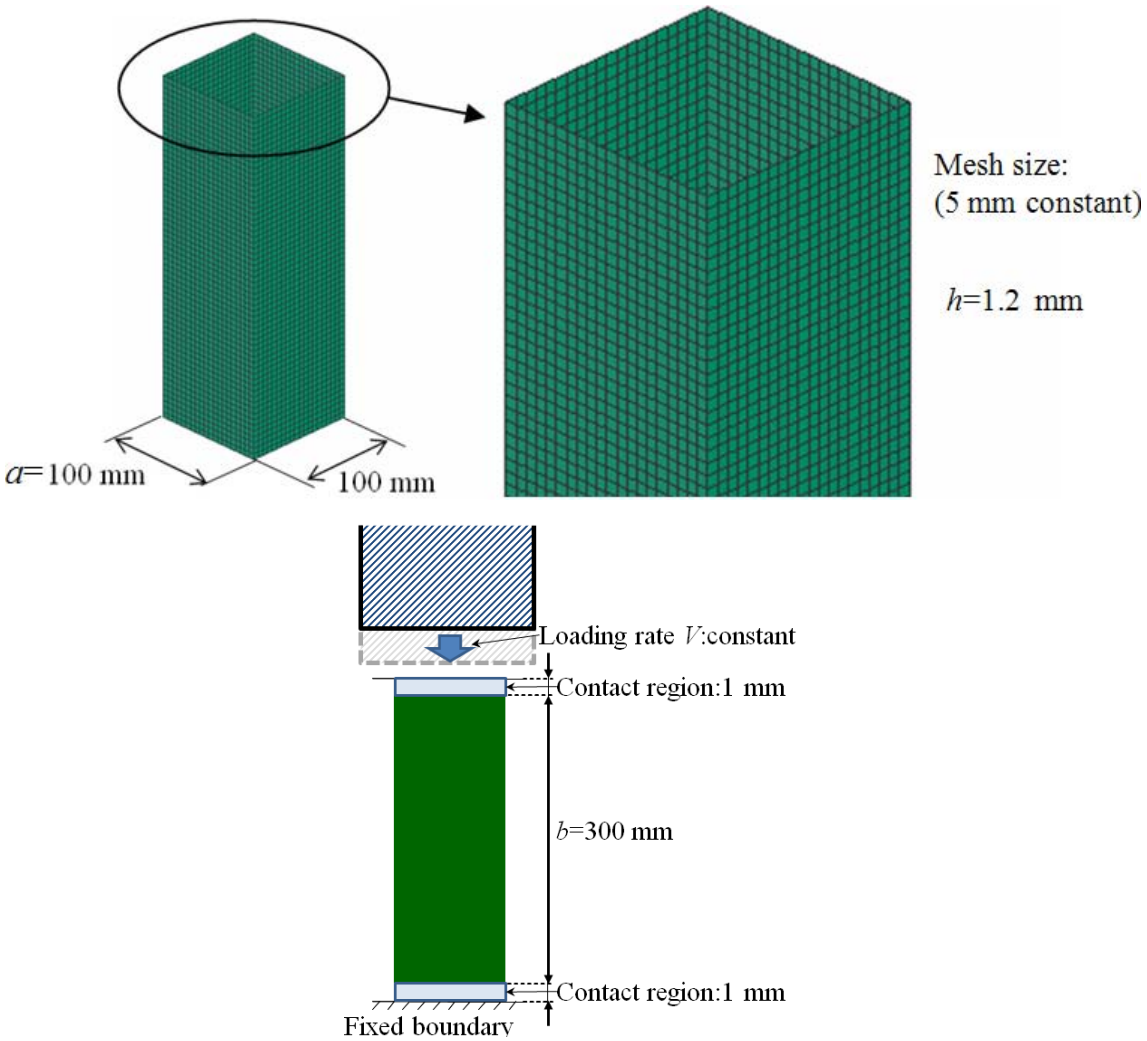



Fig. 3.1 Specifications of FEM model of thin-shell structured column[(2)].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

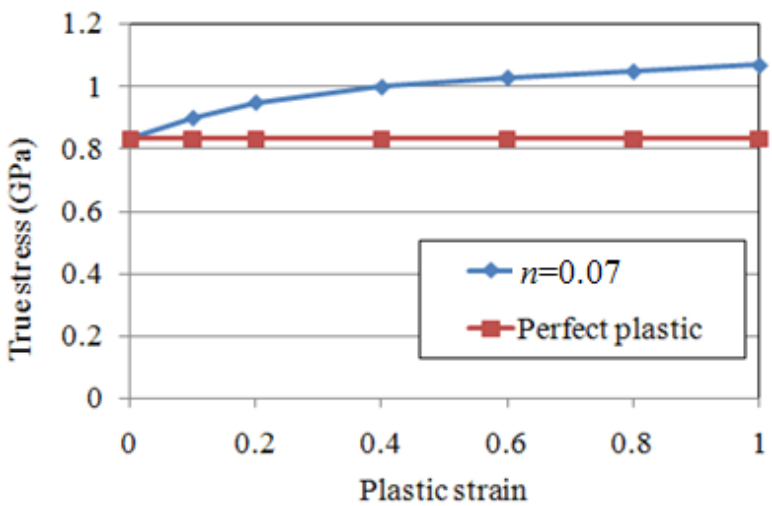



Fig. 3.2 True stress versus plastic strain curves of two kinds of hardening[(2)].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

## 3.2 動的陽解法の概要と要素の理論的背景

解析は，汎用有限要素法プログラム PAM_CRASH（Ver.2009）を用いて行う．PAM_CRASH をはじめとする動的有限要素法を用いた衝撃解析は, 弾塑性, 大ひずみ, 接触問題などの多重な非線形性を含んだ大規模な計算となるが，近年のコンピューターの高性能化により実用的な計算時間で解析可能となった．参考までに，今回の解析対象である幅 100 mm，長さ 300 mm の薄板構造柱に負荷速度 $V$=1.0 m/s の負荷子を衝突させた時，塑性変形発生までに要した計算時間はハードウェア Dell Precision M2400，Intel （R）Core （TM）2 Duo P8700 2.53GHz で約 10 秒である．後述するが，このような解析手法では現象時間と計算時間が略比例するため，負荷速度の遅い場合は計算時間が長くなる（例えば $V$=$10^{-2}$ m/s では，計算時間が約 1,000 秒）．

この動的有限要素法は，基本的に非線形な運動方程式をそのままの形で直接時間方向に解く手法, すなわち直接時間積分法を用いており, 衝撃問題の計算に適している．以下に，直接時間積分法と陽解法，および低減積分要素の概要について述べる．

### 3.2.1 直接時間積分法と陽解法

本節では直接時間積分法と陽解法について記述する[(3)]．まず，直接時間積分法で取り扱う運動方程式を式（3.2）に表す．

$$\boldsymbol{M}\frac{d^2\boldsymbol{U}}{dt^2}+\boldsymbol{C}\frac{d\boldsymbol{U}}{dt}+\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{F} \tag{3.2}$$

ここで，$\boldsymbol{M}$ は質量マトリックス，$\boldsymbol{C}$ は減衰マトリックス，$\boldsymbol{Q}$ は内力ベクトル，$\boldsymbol{F}$ は外力ベクトル，$\boldsymbol{U}$ は変位ベクトルである．内力ベクトル $\boldsymbol{Q}$ は剛性マトリックスを $\boldsymbol{K}$ とすると，$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{KU}$ で計算できる．線形問題ではモード重ね合わせ法で解けるが，非線形問題では $\boldsymbol{Q}$ が変位 $\boldsymbol{U}$ の履歴関数となるためモード重ね合わせ法が使えない．そこで，式（3.2）の運動方程式を直接時間方向に積分して解く．この直接時間積分法には連立方程式の求解操作を必要とする陰解法（Implicit method）と，求解操作を必要としない陽解法（Explicit method）に分けられる．

陰解法では時刻 $t$ までの変位，速度，加速度が既知であるとして，時刻 $t+\Delta t$ での平衡を満足するように，時刻 $t+\Delta t$ における式（3.2）の運動方程式を満たすように解く．そのため，$\boldsymbol{Q}$ は $\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{KU}$ に置き換えられ，剛性マトリックスの作成と，それによる大規模な連立 1 次方程式の求解操作が必要となる．陰解法の代表的な解法としては，Wilson-$\theta$ 法，Newmark-$\beta$ 法，Houbolt 法があげられる[(4)]．これらの手法は元々線形問題に対して開発されたものであり，弾塑性，大ひずみそして接触問題を含んだ衝撃解析の非線形問題に対しては，剛性マトリックスの作成とそれによる大規模な連立 1 次方程式の求解計算に多大な時間がかかる．そのため，後述の陽解法が良く用いられる．

陽解法では，時刻 $t$ での運動方程式を基に時刻 $t+\Delta t$ の解を近似的に計算する．陰解法のような連立方程式の求解操作を行わず，式（3.2）をそのまま解く．良く用いられる中心差分に基づく解法を記述する．時刻 $t+\Delta t$，時刻 $t-\Delta t$ での変位を 2 次項まで考慮した時刻 $t$ に関する Taylor 展開し, その 2 式の差と和から時刻 $t$ における速度と加速度が次式のように求められる．

$$\frac{d\boldsymbol{U_t}}{dt} = \left(\boldsymbol{U_{t+\Delta t}} - \boldsymbol{U_{t-\Delta t}}\right) / 2\Delta t \tag{3.3}$$

$$\frac{d^2\boldsymbol{U_t}}{dt^2} = \left(\boldsymbol{U_{t+\Delta t}} - 2\boldsymbol{U_t} + \boldsymbol{U_{t-\Delta t}}\right) / \Delta t^2 \tag{3.4}$$

この 2 式を時刻 $t$ における式（3.2）に代入し，整理すると次式となる．

$$\left(\frac{\boldsymbol{M}}{\Delta t^2} + \frac{\boldsymbol{C}}{2\Delta t}\right)\boldsymbol{U_{t+\Delta t}} = \boldsymbol{F_t} - \boldsymbol{Q_t} + \frac{(2\boldsymbol{U_t} - \boldsymbol{U_{t-\Delta t}})\boldsymbol{M}}{\Delta t^2} + \frac{\boldsymbol{C}\boldsymbol{U_{t-\Delta t}}}{2\Delta t} \tag{3.5}$$

これより，右辺は既知であることを考慮すると，もし左辺の（　）内が対角行列であれば逆行列を求める演算を必要とせず, 連立方程式を解かずに変位 $U_{t+\Delta t}$ を求めることができる．通常，陽解法では集中質量行列を用い，減衰は無視するか，節点減衰行列にして対角化を実現するので，式（3.5）の連立方程式を解く必要がない．これは，質量行列と減衰行列を対角項のみとする簡略化による理論的な計算精度の低下を甘受しても，逆行列計算の膨大な計算負荷の削減というメリットを優先しているのである．なお，計算精度低下への対処として，有限要素のメッシュサイズを小さくし，質量分布，減衰分布の再現性を高めるなど，種々の計算上の工夫により，陽解法での計算精度は実質的に陰解法と同等となっている．

陽解法は，上述のとおり，外挿して解を求めるため $\Delta t$ を十分小さくとらないと解の安定性が確保できない．具体的には最小節点間距離を波動（今回の例では応力波）が伝播する時間より小さくとることが求められ，これを Courant 条件[(1)]と言う．通常，波動伝播時間の 90%を用いることが多い．一例として，薄板構造柱の一端を固定し，他端に図 3.3 のような三角波の動的負荷を作用させた場合について考える．この過渡応答計算を通常の陰解法と比較した結果が図 3.4 である．$z$ 方向変位と加速度ともに，極めて高い精度で一致する．

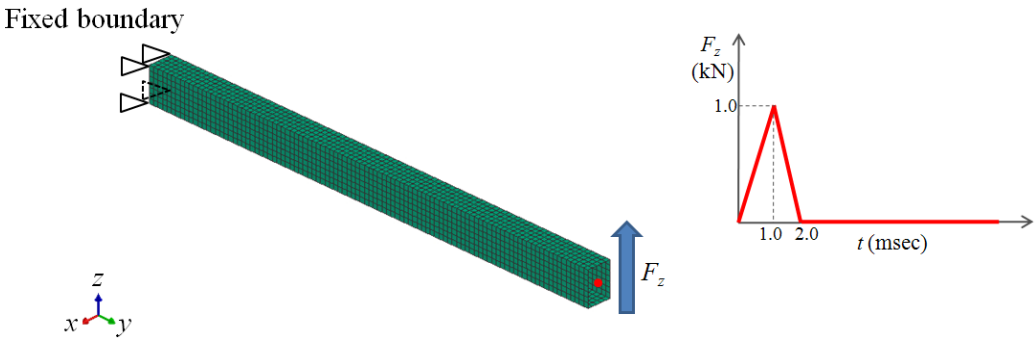
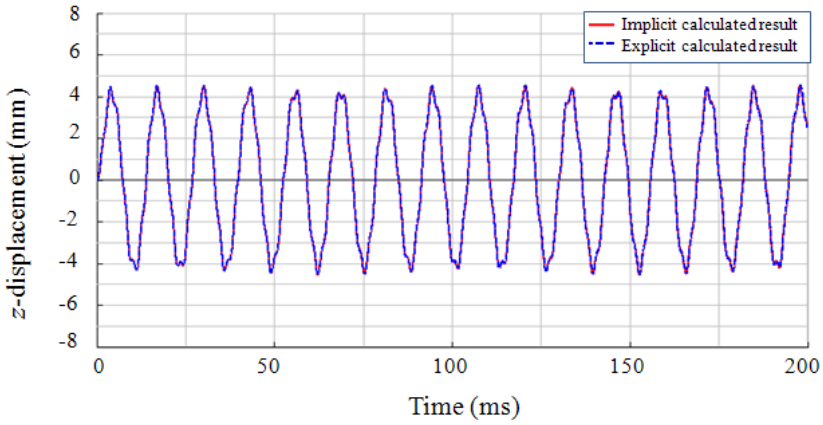
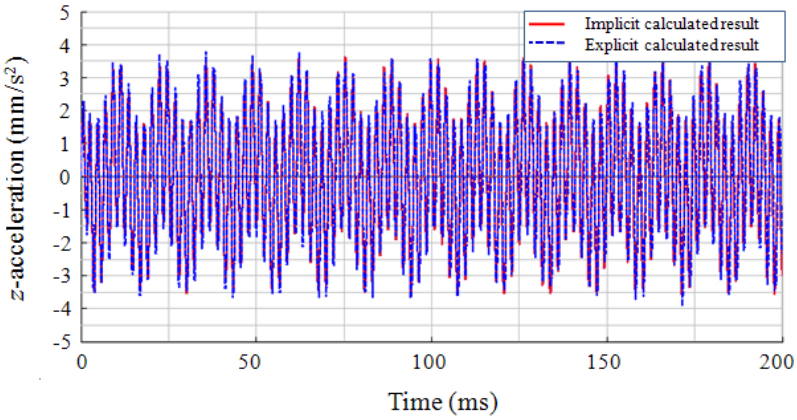



Fig. 3.3 Thin-shell structured beam transient calculation model.




(a) $z$-displacement




(b) $z$-acceleration

Fig. 3.4 Calculated result comparison between implicit and explicit.

### 3.2.2 要素の理論的背景

本節では，要素の理論的背景[3]について記述する．本解析に用いた要素は，Hughes らにより提案され[5]，Belytschko，Tsay らにより開発された低減積分要素[6]（以降 BT Shell 要素と呼ぶ）を用いる．BT Shell 要素は，双 1 次補間 4 節点四角形アイソパラメトリック要素で，曲げとせん断方向の積分点を低減した要素である．一般に，面内方向の積分点は多い方が精度の高い要素となるが，幾何学的非線形解析では，当初理想

形状であった要素でも変形に応じてゆがむため，十分な積分点を設けても積分の精度は大きく低下する．加えて，要素に大きなゆがみが生じる座屈，圧壊を伴う衝突現象の場合，高次積分要素では計算が安定しないことから，上記のような低減積分要素が多用されている．

四角形 BT shell 要素を図 3.5 に示す. 面内方向に 1 点のみ積分点（図 3.5 の中央黒丸）を有する要素である．BT shell 要素のような低減積分要素の場合，要素内の積分をする際に図 3.6 のような条件を満たした変形が発生する可能性がある．これはアワーグラスモード，あるいはゼロエナジーモードと呼ばれている．すなわち，節点が図 3.6 に示すような変位をしても，積分点ではひずみ，応力ともに 0 になり，要素全体のひずみエネルギーが 0 の状態となることがわかる．

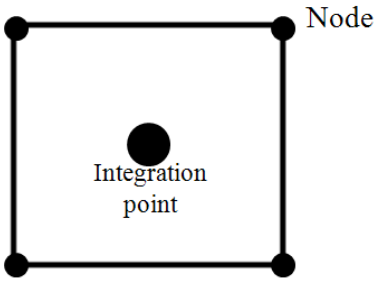



Fig. 3.5 Quadrilateral shell element with one integration point (BT shell).

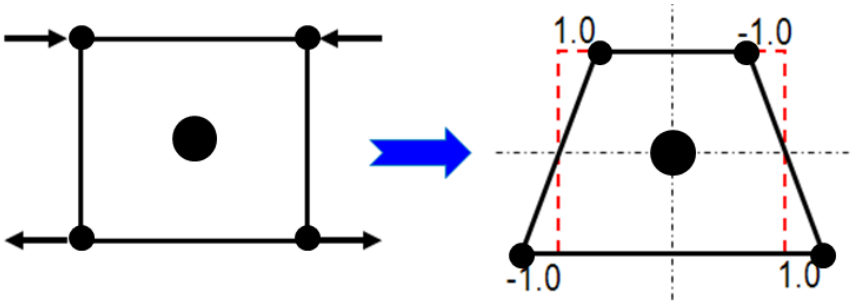



Fig. 3.6 Hourglass mode.

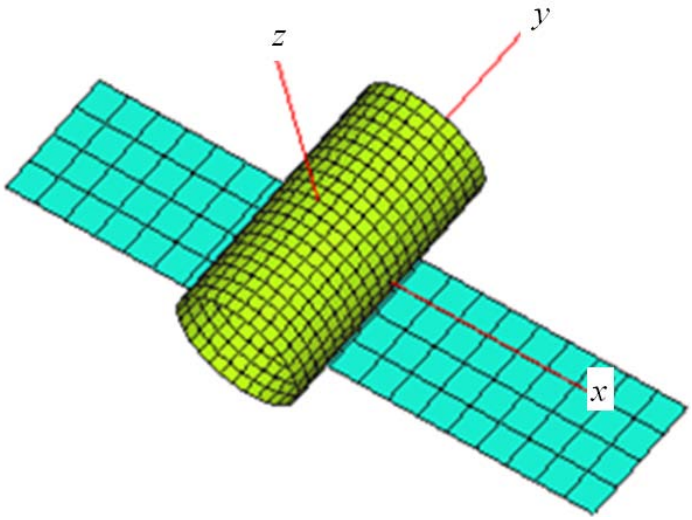
精度の高い衝突解析を実行するためには，このアワーグラスモードを回避することが必要である．経験的に，以下の方策を実施することで実用的な解析精度が得られる．

（1） モデルの要素品質（縦横比，ねじれ等の一般的な評価指標）が高くする．

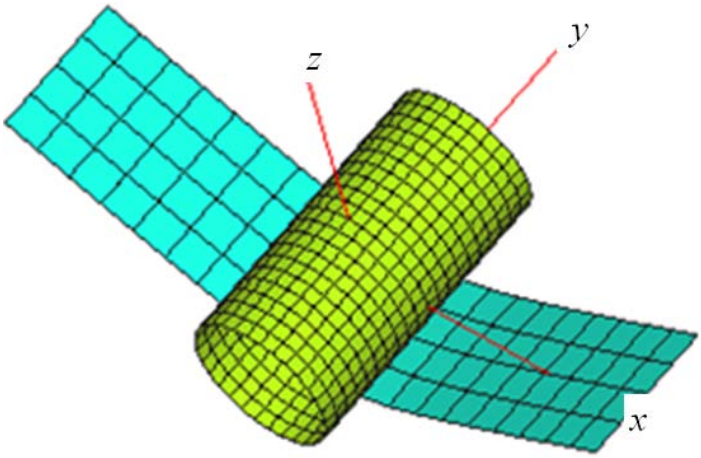
（2） Stiffness based method using the plastic modulus with improved orthogonality to rigid body motion と呼ばれる，要素剛性に関連した節点変位補正を行う制御を使う．

（3） 衝突時の変形モードを表現できるのに十分小さい要素サイズとする．今回は，弾性変形の際に半波長が数 10 mm 程度となるため，5 mm のメッシュサイズで十分小さいと判断した．

また，要素の板厚方向の積分数については，以下の検討の結果により 7 点とした．静止した無拘束の平板に円筒の剛体が動的に接触するモデルを図 3.7 に示す．平板は $x$ ー$y$ 面に平行に置かれており，円筒の軸は $y$ 軸と一致させていて，$z$ 方向に衝突する．ここでは，平板の板厚を 1 mm，2 mm，5 mm としたときに，板厚方向の積分点数を，3，5，7，9 点と変えた場合の接触反力の安定性を解析している．平板の板厚が 1 mm と 5 mm の場合の接触反力の結果を図 3.8（a）と（b）に示す．積分点数が 7 点と 9 点は一致しており，7 点で十分な精度であることがわかる．以上より，本解析ではアワーグラスコントロールを適切に実施し，板厚方向の積分点を 7 点とする BT Shell 要素を用いる．

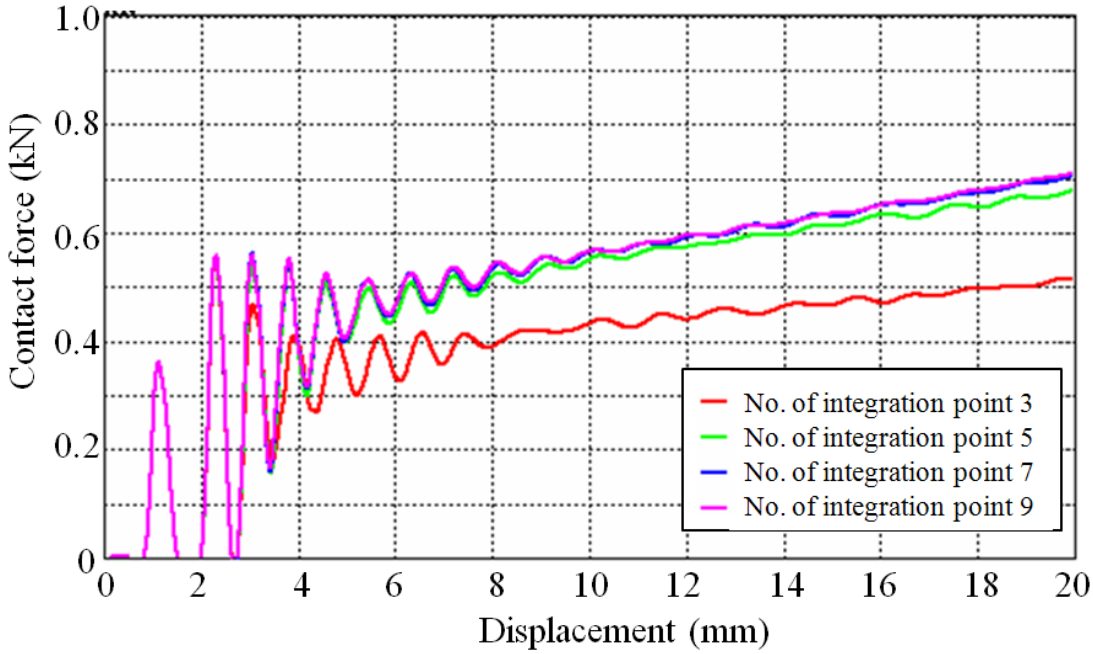



(a) Model

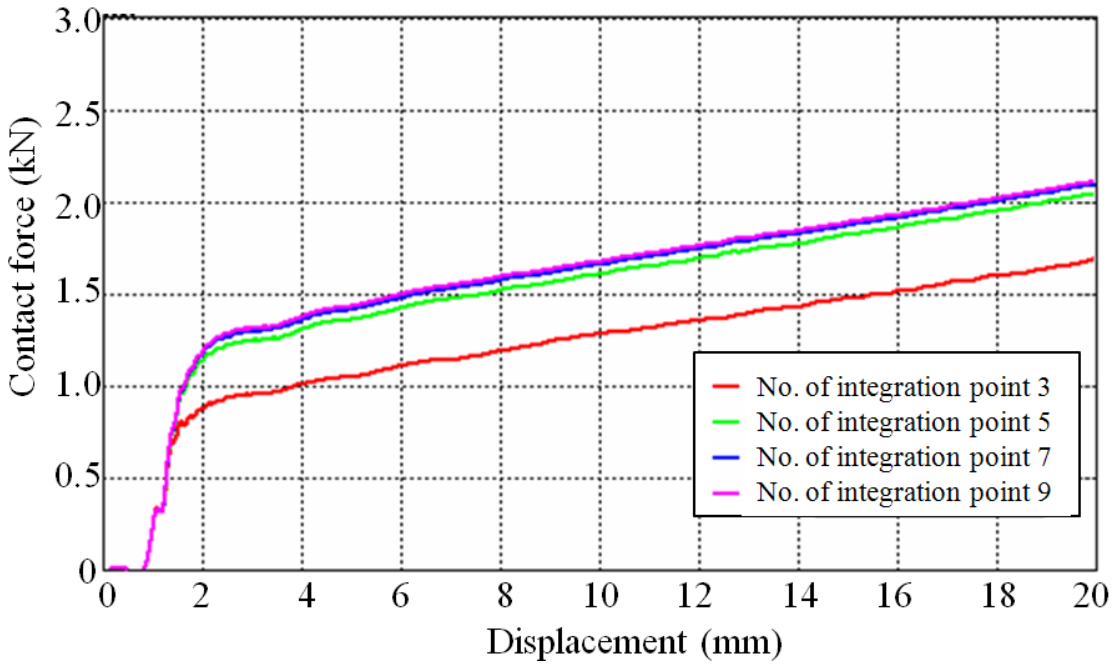



(b) Deformation mode

Fig. 3.7 Model for the study of number of thickness integration point.




(a) Thickness *h*=1.0 mm




(b) Thickness *h*=5.0 mm

Fig. 3.8 Contact force – displacement curve comparison for several integration points.

## 3.3 負荷条件と境界条件

図 3.1 に示すように，柱の上端面には規定した一定速度 $V$（m/s）を持つ剛体負荷子によって変位を与え，柱の下端面は以下に述べる接触領域を介して剛体床で支持されている．負荷子と柱上端面および柱下端面と剛体床の間には，数値解析の安定性を確保するために，それぞれ厚さ 1 mm の接触領域を設ける．負荷子と柱上端面の距離が 1 mm 以下になった（すなわち，接触領域に異なる要素の節点が入った）瞬間を $t$=0 と定義し，剛体床と柱下端面間の接触領域に発生する力を反力として求める．なお，接触面の接線方向には，摩擦係数 $\mu$=0.2 の摩擦を考慮した．

アルゴリズム的に複雑な接触の判定と計算について説明する．節点がある面に接触する場合を想定した接触判定を考える．接触される面（要素の面で構成される）を Master Segment と呼び, 接触してくる節点を Slave Nodes と呼ぶ（図 3.9 参照）. さらに, ある接触されるセグメントと接触してくる節点の幾何学的な位置関係を図 3.10 に示す. ここで，Hitting Slave Node とは近づいてきた要素の節点，Closest Master Node とは接触されるセグメント上で，最も Hitting Slave Node に近い節点，Defense Node とは Hitting Slave Node をセグメント上に投影した位置に仮想的に作った節点で，Hitting してくる節点の侵入を防ぐ（Defense）節点である．幾何学的な関係は，Closest Master Node から Hitting Slave Node を結ぶベクトルを $\boldsymbol{g}$ とし，セグメントの Closest Master Node での法線方向ベクトルを $\boldsymbol{e}_3$ とすると，次式で定義されるベクトル $\boldsymbol{s}$ が得られる．

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{g} - (\boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{e}_3)\boldsymbol{e}_3 \tag{3.6}$$

ここで，$\boldsymbol{e}_3$ は,

$$\boldsymbol{e}_3 = \frac{(\boldsymbol{c}_i \times \boldsymbol{c}_{i+1})}{|\boldsymbol{c}_i \times \boldsymbol{c}_{i+1}|} \tag{3.7}$$

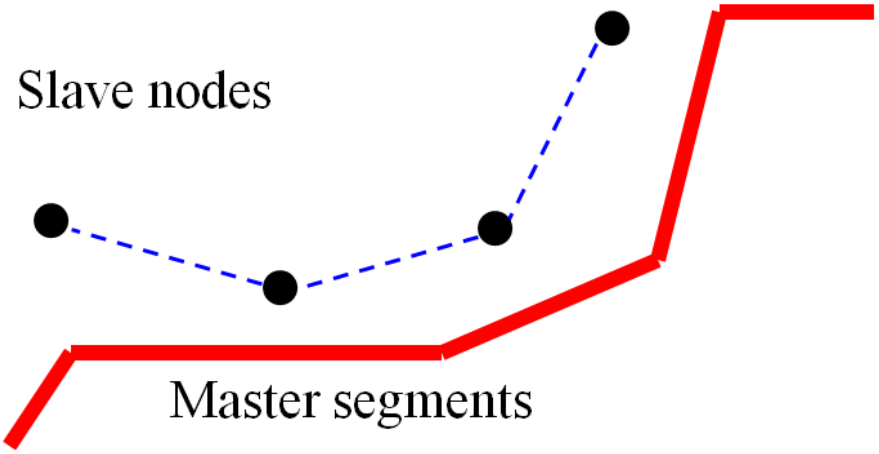



Fig. 3.9 Node to segment correspondence search.

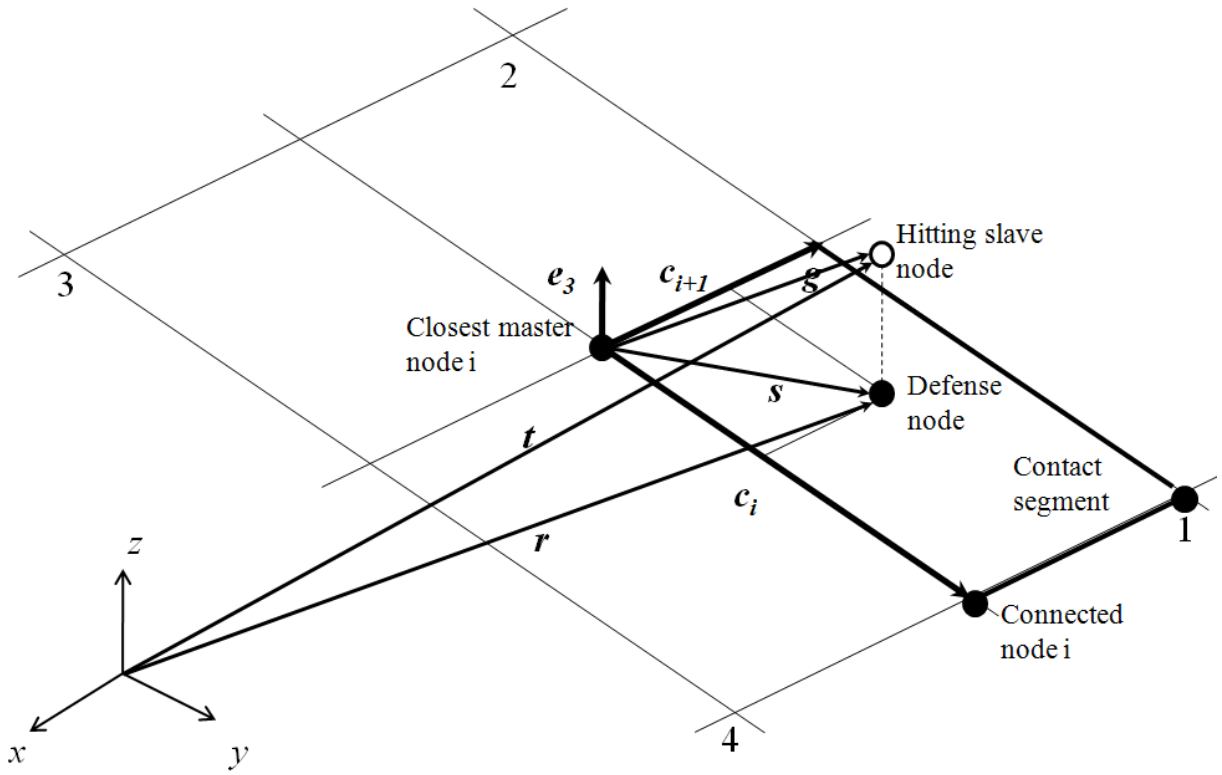



Fig. 3.10 Node to segment correspondence search[1].

Hitting Slave Node がセグメントに侵入したかどうかは，以下の式で判定できる．

$$\delta = \boldsymbol{n} \cdot (\boldsymbol{t} - \boldsymbol{r}) < 0 \tag{3.8}$$

ここで，法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ は近似的に $\boldsymbol{e}_3$ と置いても良いが，正確には以下の式による．

$$\boldsymbol{n} = \left( \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial s} \times \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial t} \right) \Big/ \left| \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial s} \times \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial t} \right| \tag{3.9}$$

ここで，$s$，$t$ はベクトル $\boldsymbol{s}$，$\boldsymbol{t}$ の方向に沿った距離の大きさである．

より詳細な説明のために，ある接触板厚（Contact Thickness）を定義した時の侵入量（penetration : $\delta$），接触反力ベクトル（Contact force vector）を図 3.11 に示す．$\delta$ だけ侵入した時，以下の式にしたがって反力を発生させ，侵入防止を図る．

$$F = k\delta \tag{3.10}$$

ここで，$k$ は次式の 1 自由度バネ - 質点系の運動方程式から求められる．

$$M\frac{d^2\boldsymbol{x}}{dt^2} + \boldsymbol{k}\boldsymbol{x} = 0 \quad , \quad \Delta t = \frac{2}{\omega} \tag{3.11}$$

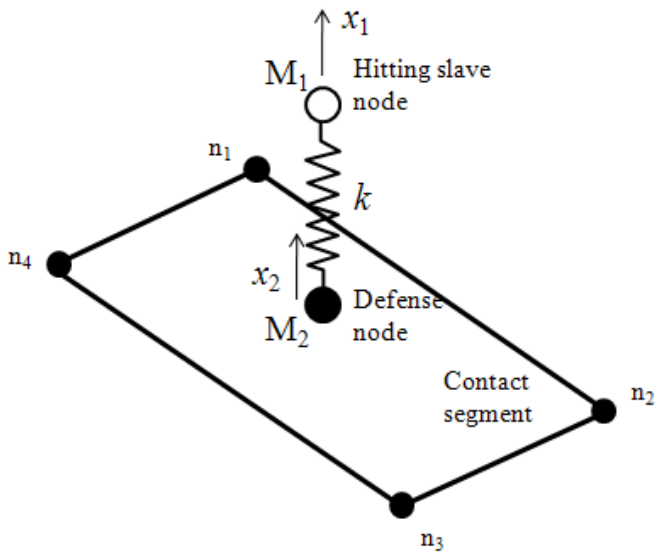



Fig. 3.11 Contact stiffness $k$ , related nodes and masses[(1)].

Hitting slave node の質量と変位量を $M_1$，$x_1$，Defense node の質量と変位量を $M_2$，$x_2$ とし，一定距離以内にこの 2 つの節点が近づいたときに発生する反力のバネ定数を $k$ とする．$M_1$ は節点質量，$M_2$ は Contact segment を構成する節点の質量を形状関数で内挿した数値である．式（3.11）に，$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_0}e^{i\omega t}$ を代入し整理すると，

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 M_1 + k & -k \\ -k & -\omega^2 M_2 + k \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_0 = 0 \tag{3.12}$$

となり，非自明解を持つためには行列式が 0 となる．したがって，$\omega=2/\Delta t$ を考慮すると，

$$k=\frac{4}{\Delta t^2}\frac{M_1M_2}{M_1+M_2} \tag{3.13}$$

この式により接触剛性 $k$ は計算されるが，接触する 2 つの物体の特性により，計算が安定しないことがある．対象の 2 つの物体が鋼の場合，$4/\Delta t^2$ は 0.1 程度とすると計算が安定し，かつ十分に接触条件を表すことが可能であることが経験的にわかっている．バネ定数 $k$ を大きく取り過ぎると接触反力が過大となり数値計算の不安定性が増す．一方，小さく取り過ぎると侵入が大きくなり解析精度が低下する．したがって，式（3.13）を基本としながら，状況によって $k$ を制御することが必要となる．特に，$M_1$ と $M_2$ の比が大きい場合は，式（3.13）で定義する線形バネでは不都合の生じる場合が多い． 図 3.12 に貫入量 $\delta$，接触板厚 $h_0$ を示す．また，図 3.13 に貫入量 $\delta$ と接触反力 $R$ の関係を示す．式（3.13）に示す接触剛性 $k$ は線形のまま接触板厚 $h_0$ まで反力が増大する．しかし，$M_1$ と $M_2$ の比が大きい場合（例えば，シートクッションと鋼の接触の場合などが典型的なケース）は，この接触反力では貫入してしまうことが予想される．一方，線形のまま接触剛性を上げると計算が不安定となるため，対策として非線形バネを定義することがある．

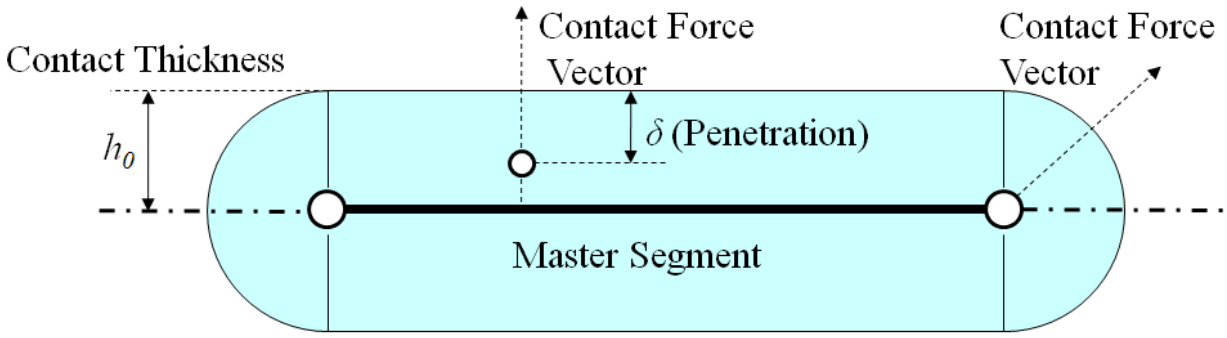



Fig. 3.12 Contact search area[1].

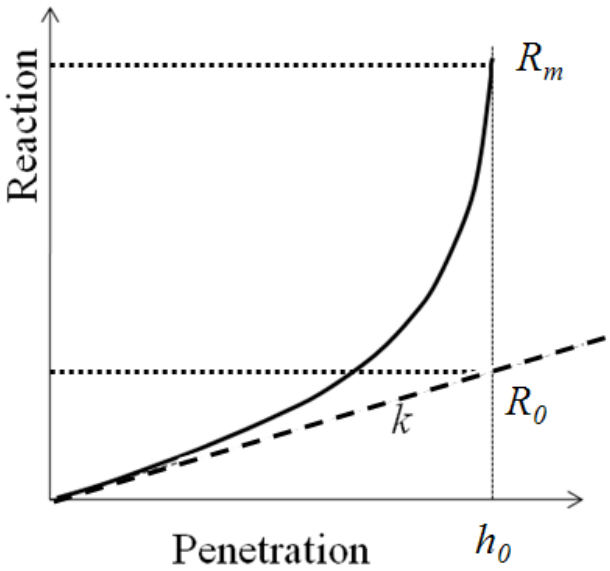



Fig. 3.13 The relation between Penetration and Reaction.

この非線形バネは, 経験的に 3 次関数で表現すると妥当な結果が得られやすい. また, $R_m$ は $R_0$ のおよそ 10～100 倍が数値計算的には妥当である．本論文では，対称構造が全て鋼であることから，$4/\Delta t^2$ は 0.1 とし，$k$ は線形バネとして定義している．

計算結果を確認すると，最大負荷速度である $V$=30 m/s の時，剛体負荷子が接触板厚に貫入する量は最大 0.05 mm 程度である．これは時間増分 $\Delta t$ が 1μs で計算しているため，2 増分（2μs）以内の応答遅れを意味する．本研究では，時間軸で 1 ms 程度，変位量で 1 mm 程度の精度で議論しているため，本接触定義による時間遅れの誤差は無視できる．

## 3.4 結言

自動車の基本構造の中の本研究の対象部位を想定し，図 3.1 に示す形状の薄板構造柱を基本モデルとした．本研究では主に弾性域から塑性域に移行する時点の変形および座屈を取り扱うため，材料のひずみ速度依存性，加工硬化則の影響は大きな影響を及ぼさないことから，ほとんどの計算，分析はこれらの影響を排除したモデルで実施した．

ソフトウェアは 25 年以上にわたって実務での実績があることから汎用有限要素法プログラム PAM_CRASH（Ver.2009）を用いた．衝撃問題の計算には直接時間積分法，陽解法でしか現実的な計算はできない．ただし，その制約により出てくる計算精度の低下などの不都合を極力低減する方法（Courant 条件の採用，適切なメッシュサイズの選択，積分点の最適値の導出など）を取ることで，実用上十分な計算精度は得られている．また，接触判定の手法は，本研究の対象部材でも通常の衝突解析でも極めて重大な影響を計算結果に与える．本研究では，時間軸で 1 ms 程度，変位量で 1 mm 程度の精度を必要とするが，そのためには接触剛性を表すバネは線形バネでバネ定数を定義する際のパラメーター$4/\Delta t^2$ は 0.1 程度で良いことを確認している．

以上のモデル，ソフトウェア，計算条件にて現実問題に即した，十分精度の高い検討が出来ることを確認した．

# 参考文献

(1) “PAM-SCL™ (Solid Core Library) VERSION 2000, THEORY NOTE MANUAL©”（2000）, *PAM SYSTEM INTERNATIONAL*.

(2) 荒木敏弘, 渋谷陽二, “薄板構造柱における軸圧縮不安定挙動の負荷速度依存性”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.58, No. 554 (2012), pp. 1817-1820.

(3) 松岡泰宏, “直接積分法による動的有限要素法解析の現状と今後の展望”, PUCA(Pam-crash Users Conference in Asia)’96, (1996), 日本イーエスアイ, p35-39.

(4) 久田俊明, 野口裕久, “非線形有限要素法の基礎と応用”, (1996), 丸善株式会社

(5) Hughes, T.J.R., Cohen, M. and Haroun M., “Reduced and Selective Integration Techniques in Finite Element Analysis of Plates”, *Nuclear Engineering and Design*, No. 46（1978）, pp.203-222.

(6) Belytschko, T., Lin, J.I., and Tsay, C., “Explicit Algorithms for the Nonlinear Dynamics of Shells”, *Computer Methods for Applied Mechanics and Engineering*, No. 42（1984）, pp.225-251.

# 第 4 章　不安定力学挙動の負荷速度依存性

## 4.1 緒言

本章では，3 章で定義した薄板構造柱のモデルを用いて，軸方向に動的負荷を作用させた場合の反力特性を解析する．静的な不安定力学挙動は，2 章で述べたように，Karman の有効幅理論[(1)]あるいは Euler の座屈荷重が参考値として用いられているが，車両の衝突時のような動的荷重に対する評価基準は明確でなく，大規模な有限要素(FE)モデルによる解析に依存している．

薄板構造柱（3 章の図 3.1 のモデル）では，図 2.14 のように $V$=1.0 m/s では最大反力が 247 kN であり，全断面が降伏したときの反力（=400 kN）の 62%しか反力を発生しない．また，静的な反力の指標となる Karman の有効幅を基にした反力（$\kappa$=4.0 のとき 145 kN，$\kappa$=1.7 のとき 94.5 kN）より 100 kN 以上も大きい．すなわち，静的な特性でもなく，全断面降伏でもない特性を示していることになる．したがって，負荷速度の依存性に着目し，準静的な負荷速度に対する Karman の解との関係や負荷速度の上昇に伴う反力変化を調べることは，動的荷重に対する評価基準を確立する第一歩と言える．

まず，十分に遅い準静的な負荷速度から，動的な負荷速度に至る反力の変化を解析し，反力の負荷速度依存性について検討する．続いて，その反力の変化のメカニズムを明らかにする．特に，低速負荷時の基本的なメカニズムを Karman の理論，Euler の平板の座屈理論[(2)]と比較することで明確にする．そして，高速負荷時での慣性の影響を分析し，エネルギー論的観点からメカニズムの遷移に関する考察を行う．

## 4.2 負荷速度に応じた最大反力の変化

負荷速度 $V$ を $10^{-4}$ m/s（$3.6\times10^{-4}$ km/h，ほぼ静的な負荷）から 30 m/s（108 km/h，各国で実施される衝突試験の最高速度である北米後面衝突法規の 80 km/h より速い負荷速度）まで変化させた時の負荷端に生じる最大反力を全断面降伏時の反力（400 kN）で除したのが図 4.1 である．

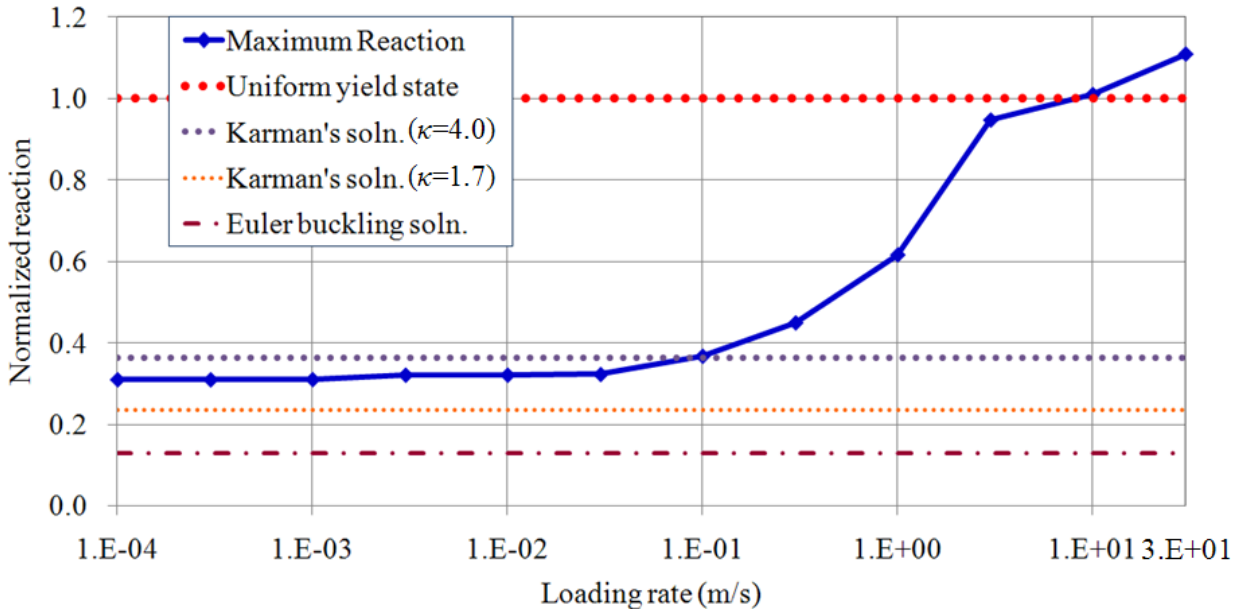



Fig. 4.1 Loading rate dependence of maximum reaction of rectangular thin-shell structured column[(3)].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

本解析結果を用いて応力波の伝播速度を算出すると，およそ 4,500 m/s であった．すなわち，負荷速度 $V$=30 m/s の場合，1 往復もしないうちに最大反力を発生させることになる（4.4 節で詳述する）．したがって，高速負荷時の反力を正確に求めるため，本解析では高周波成分を除去するフィルター（実際の衝突実験では，加速度計測時に装置の共振をはじめとする高周波のノイズが乗る．このため，衝突現象をより正しく把握する目的で一定の周波数以上の成分を FFT ローパスフィルターで除去する．通常，200Hz 以上の周波数を除去することが多い．今回は数値解析なので，高周波のノイズはほとんど発生しない）等は使用しない．この図より，以下のことが言える．

（1）負荷速度 30 m/s では，全断面降伏応力時の反力 400 kN を超過している．

（2）負荷速度 0.03 m/s 以下では，ほぼ一定の反力に収束している．

まず，（2）の特徴を考察するため，Euler の座屈荷重および Karman の有効幅に基づく荷重（2.2.1 項参照）と比較する．Karman の有効幅の理論は平板の両端単純支持条件を前提としており，薄板平板で構成される構造体の近似解として実用的な設計時に良く用いられている．また，Karman の想定した 2 つの面外変形モードに対応する係数が

$\kappa$=4.0 と $\kappa$=1.7 であること，Karman が同定に用いた数多くの実験結果が $\kappa$=4.0 と $\kappa$=1.7 の間に分布していること，そして従来より実用的な車体の設計にはこの 2 つの係数がよく用いられていることから，この 2 つの $\kappa$ を用いて解析結果との比較を行う．

Karman の有効幅理論の式（2.4）より有効幅を求め，有効幅が一様に降伏した場合の荷重を計算すると，$\kappa$=4.0 の場合 145 kN，$\kappa$=1.7 の場合 94.5 kN となる．一方，Euler の座屈荷重[(2)]は，式（2.3）と（2.4）に，ヤング率 $E$=206 GPa, ポアソン比 $\nu$=0.3，幅 $a$=100 mm, 高さ $b$=300 mm，板厚 $h$=1.2 mm を代入し，モード次数としてこの形状の場合 $m$=3 になることがわかっている(2 章図 2.13 参照)．このことから $k_{cr}$=4.0 となり，$P_{cr}=4a\times h\times\sigma_{cr}$=51.5 kN と求められる．本解析結果は，Euler の座屈荷重 51.5 kN より大きく，また $\kappa$=4.0 の Karman の有効幅での荷重 145 kN と $\kappa$=1.7 の荷重 94.5 kN の間に収束している．このことから，四角形断面の薄板構造柱を安全側に設計するには，$\kappa$=1.7 とした Karman の有効幅を想定した荷重を最小値として見込み, 負荷速度に応じた反力増加を考慮に入れる必要があることがわかる．これら 2 つの基本解との詳細な比較検討は後続する 4.3 節で，（1）の高速負荷時の荷重超過については 4.4 節で述べる．

## 4.3 低負荷速度域における負荷速度依存性

負荷速度 $10^{-2}$ m/s のときの，負荷子変位 1.4 mm（$t$=140 ms）で生じる最大反力（129 kN）付近での変形モードを図 4.2 に示す．負荷速度の十分小さな準静的とみなせる領域では, 柱の長手方向に一定の周期で系全体に不安定を引き起こす Euler の座屈モードに類似した面外座屈が生じる．

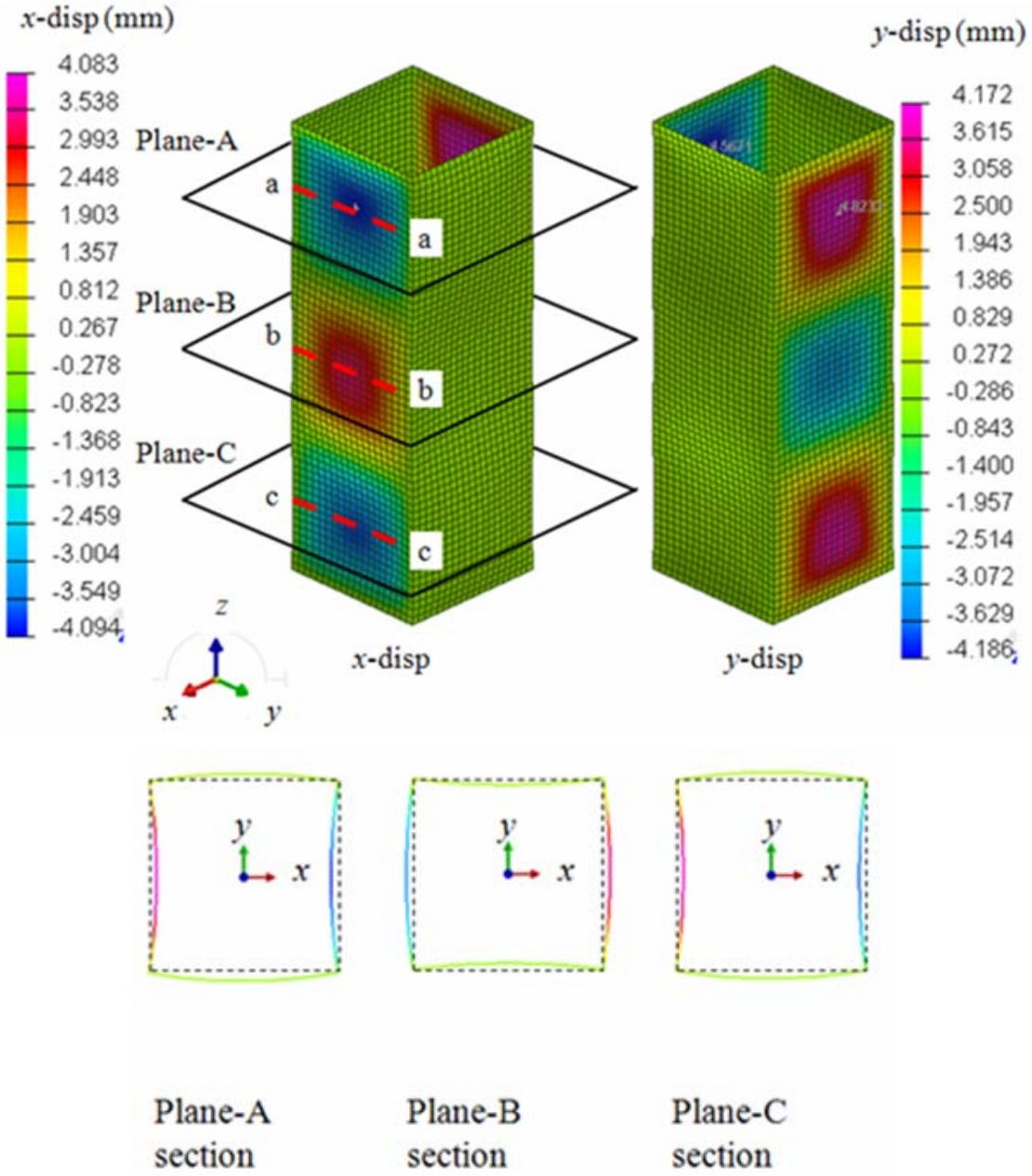



Fig. 4.2 Out-of-plane deformation modes of three cross sections at $t$=140 ms（1.4 mm）with $V$=$10^{-2}$ m/s[3].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

図 4.2 の Plane-B における b-b 線上の面外方向変位を，負荷点変位に応じて示したのが図 4.3 である. この解析モデルでの Karman の有効幅 $w$ は, $\kappa$=4.0 のとき $w$=18 mm, $\kappa$=1.7 のとき $w$=12 mm となる．図 4.3 の端部（±50 mm）からそれぞれ 18 mm，12 mm が有効幅になるが，有効幅の内側はフラットな変形（$\kappa$=4.0 の場合：図 2.10（a）参照）ではなく，有効幅部の変位分布が直線的（$\kappa$=1.7 の場合：図 2.10（b）参照）でもない. すなわち，両端にモーメントが負荷された 2 次のたわみ曲線的な変位分布となる．図 4.2 の Plane-A，B，C 断面の変形モードを見ると，4 面は交互に凸と凹の変位となっており，Karman が前提としている単純支持に近い境界と考えられる．加えて，Karman が検証に用いた $\kappa$=4.0 と $\kappa$=1.7 の間の値に今回の解析結果が入っていることから, 柱の軸圧縮負荷時の最大反力の推定には，これまで実用的な設計で用いられてきた Karman の式を適用することは工学的に妥当であると言える.

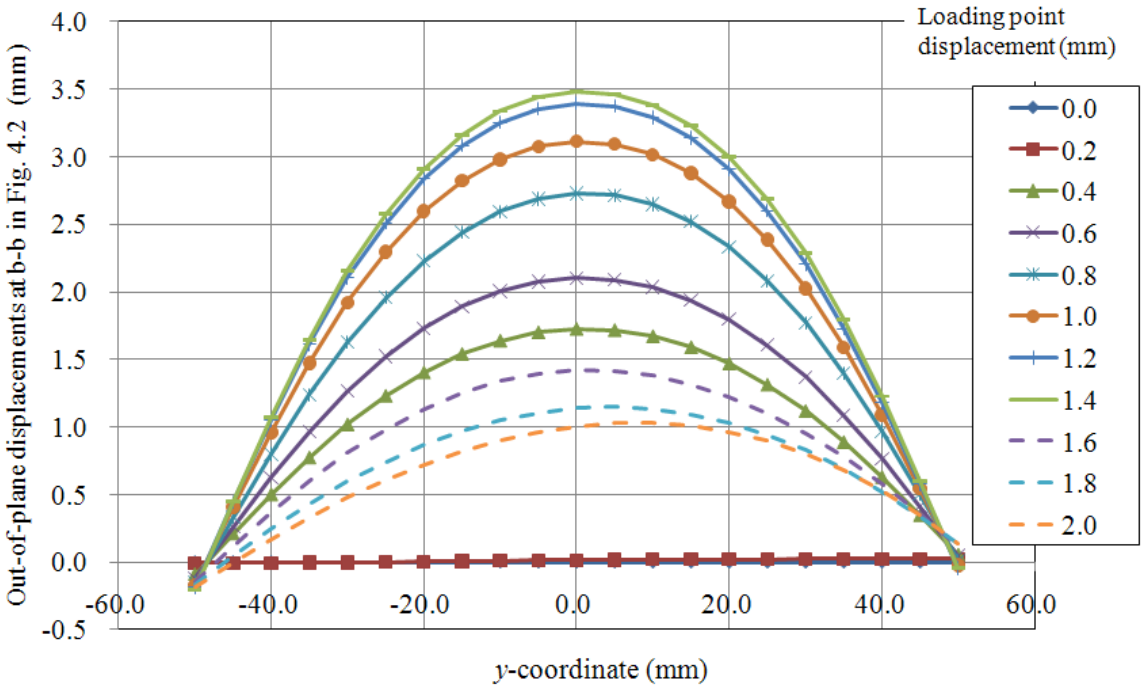



Fig. 4.3 Distributions of out-of-plane displacements at b-b line of Plane-B in Fig. 4.2 for several loading point displacements, where dashed lines indicate the curves after buckling[3].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

図 4.2 の Plane-B 断面の b-b 線上中央点（$y$=0）で生じる最大面外変位の時間応答, および $t$=140, 150 ms での面外変位分布の等高線図を図 4.4 に示す. 面外変位は時刻 $t$=29 ms あたりから急激に増加し，最大反力の生じる時刻 $t$=140 ms（負荷子変位 1.4 mm）付近で最大面外変位約 3.5 mm に達する.

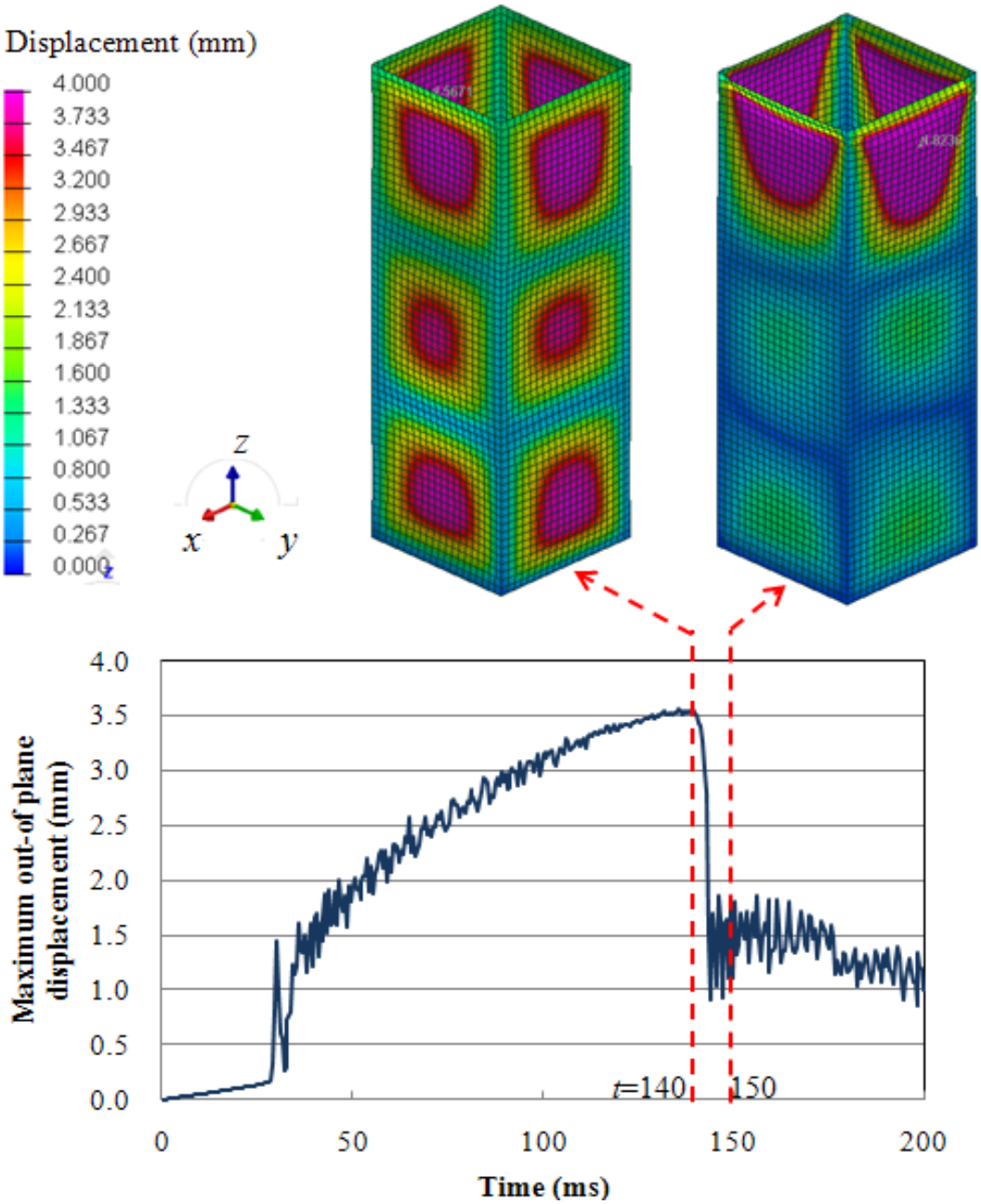



Fig. 4.4 Time history of maximum out-of-plane displacement at $y$=0 in Fig. 6 and displacement distributions at $t$=140, 150 ms[3].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

変位分布の等高線からわかるように，最大反力の生じる時刻 $t$=140 ms の前後で，系全体の不安定挙動である Euler の座屈モードから，負荷子接触部の局所的な変形モードに変化する．

上記と同じ負荷速度 $10^{-2}$ m/s 時の反力の時間応答を図 4.5 に示す．この図から，特徴的な反力の変化点が 2 点（図中 A，B）あることがわかる．図 4.1 の負荷速度依存性に示した最大反力は，負荷端もしくは固定端が塑性変形をして，構造の剛性が急速に弱くなった結果反力が低下する B 点として定義していた．一方，B 点よりも前の時刻 A

点において，反力の応答に変化が見られる．この A 点は，時刻 $t$=29 ms（負荷子変位 0.29 mm）であり，反力は 70 kN である．A 点付近において，面内変形のみの弾性状態（$t$=28.0 ms）から，Euler の座屈に対応する面外変形が生じ始めた状態（$t$=30.5 ms）までの $x$ 方向面外変位を示したのが図 4.6 である．

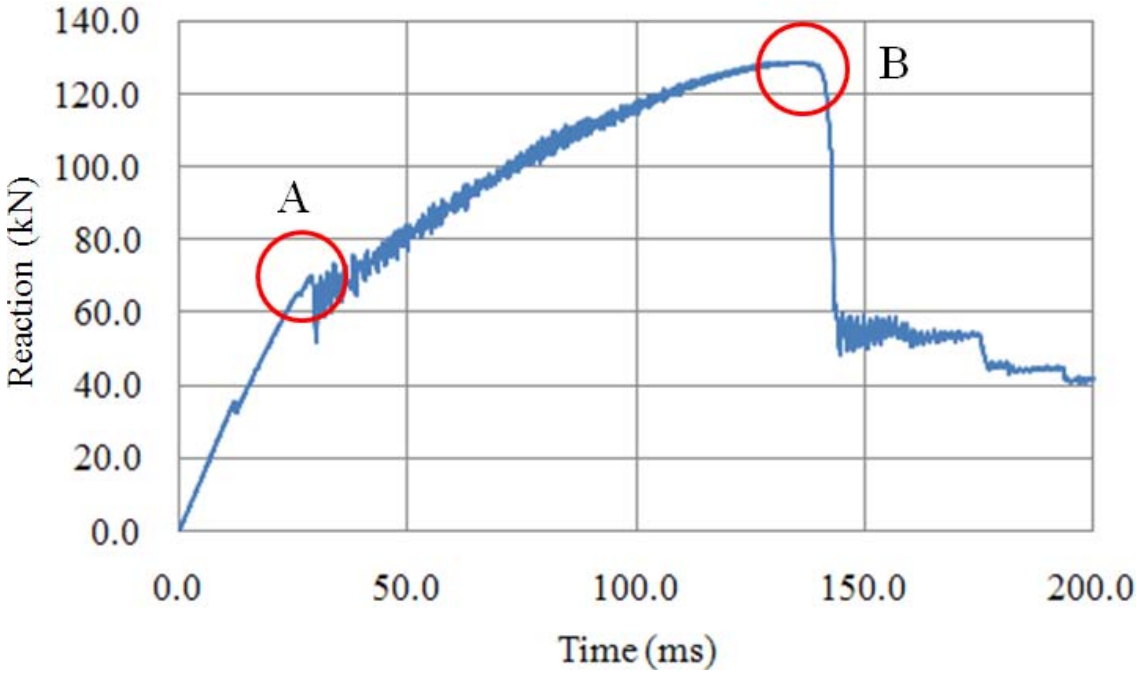



Fig. 4.5 Time history of reaction at $V$=$10^{-2}$ m/s[3].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

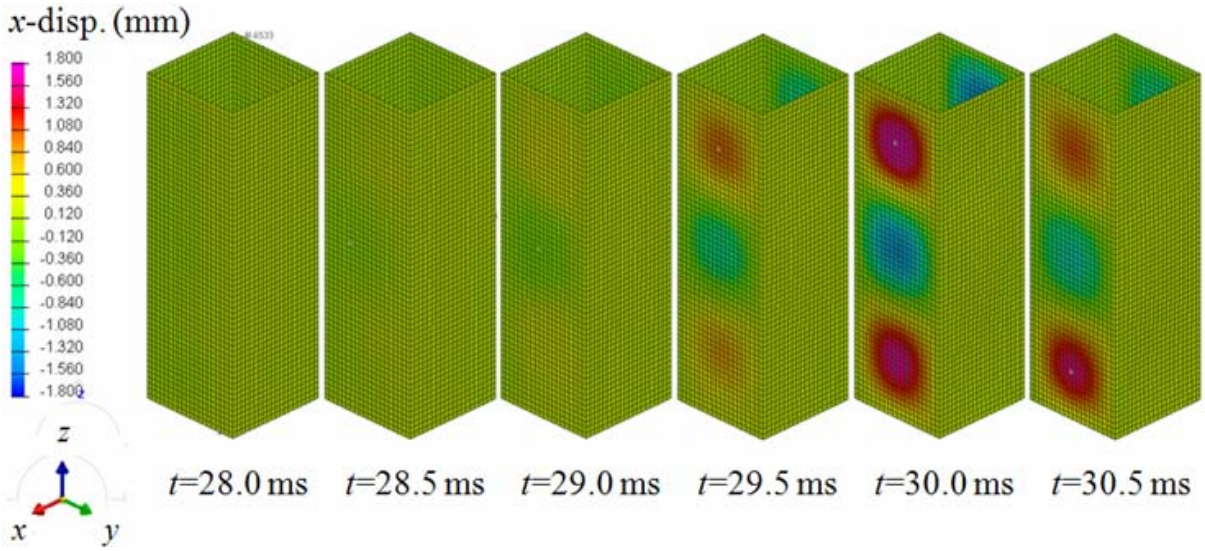



Fig. 4.6 Out-of-plane displacement in$x$ direction with $V$= $10^{-2}$ m/s[3].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

負荷速度が比較的小さい場合，動的な負荷荷重の作用により生じた応力波が薄板構造柱の両端間で十分繰り返し伝播し，準静的な力学状態に達することができる（前述したように, 本構造体に対する応力波伝播速度はおよそ 4,500 m/s なので, 図 4.6 の $t$=29 ms までに応力波は 218 回往復したことになる）．したがって，応力の増加とともに静的な Euler の座屈荷重において面外変位が生じ（図 4.5 の A 点（$t$=29 ms）付近），その後負荷端あるいは固定端での局部的な塑性変形が開始し，反力の急激な低下で表される塑性座屈へ移行している（B 点付近）．これらのことを整理すると，低負荷速度域での薄板構造柱の構造不安定は, まず一様な圧縮変形から面外変形へ移行する Euler の座屈が生じる．この時の反力は微小な変動を繰り返すが，急激な反力低下は生じない．その後，応力の増加に応じて端面での降伏とともに局部的な塑性座屈が発生し，構造全体の剛性の低下とともに急激な反力低下が生じる．このメカニズムから，Euler の座屈の発生点である A 点の反力（以下 $R_E$ とする）の負荷速度依存性を，図 4.1 に追記したのが図 4.7 の破線である. より低負荷速度域になるほど, 静的な Euler の座屈荷重（図中の下部一点鎖線）に漸近している様子がわかる．

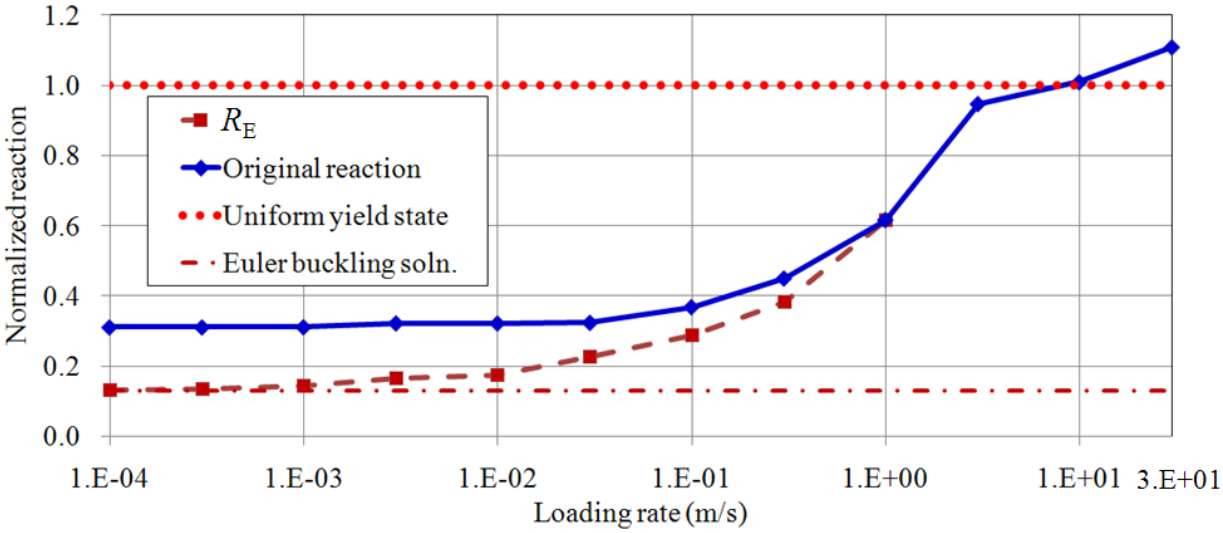



Fig. 4.7 Reaction at the starting point of out-of-plane deformation and converging to Euler buckling[(3)].

“Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE.”

## 4.4 高負荷速度域における負荷速度依存性

負荷速度 30m/s の条件では，全断面降伏応力時の反力 400kN を超える荷重が発生する．図 3.2 に示した加工硬化モデルでは，衝突断面が一様に降伏状態になることはなく，部分的に加工硬化するため反力の増大することが考えられる．しかしながら，降伏応力が一定の弾完全塑性モデル（加工硬化なし）に対しても同様に超過し，加工硬化モデルとの反力差（図中の○印）は最大約 2 kN（0.4%以下）と微小であることから，加工硬化の影響ではないことがわかる（図 4.8 参照）．

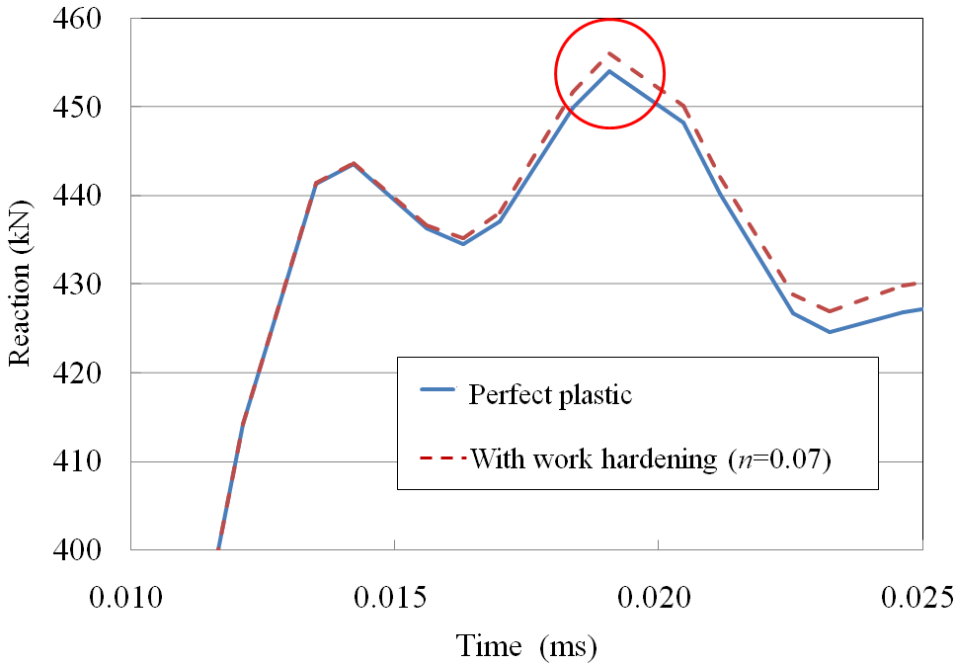



Fig. 4.8 Effect of work hardening on reaction over the value at uniform plastic state (400 kN) at $V$=30 m/s[3].

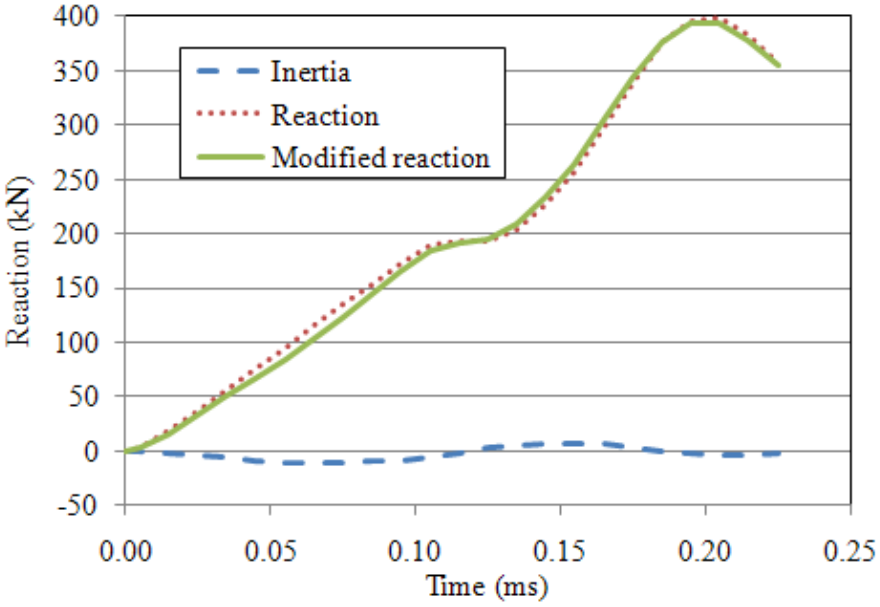
"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

そこで，慣性力の影響について検討する．負荷速度 10 m/s，30 m/s について，解析モデルの全要素に対して次式で定義される $z$ 方向の慣性力を計算した結果が，それぞれ図 4.9 の（a）と（b）である．

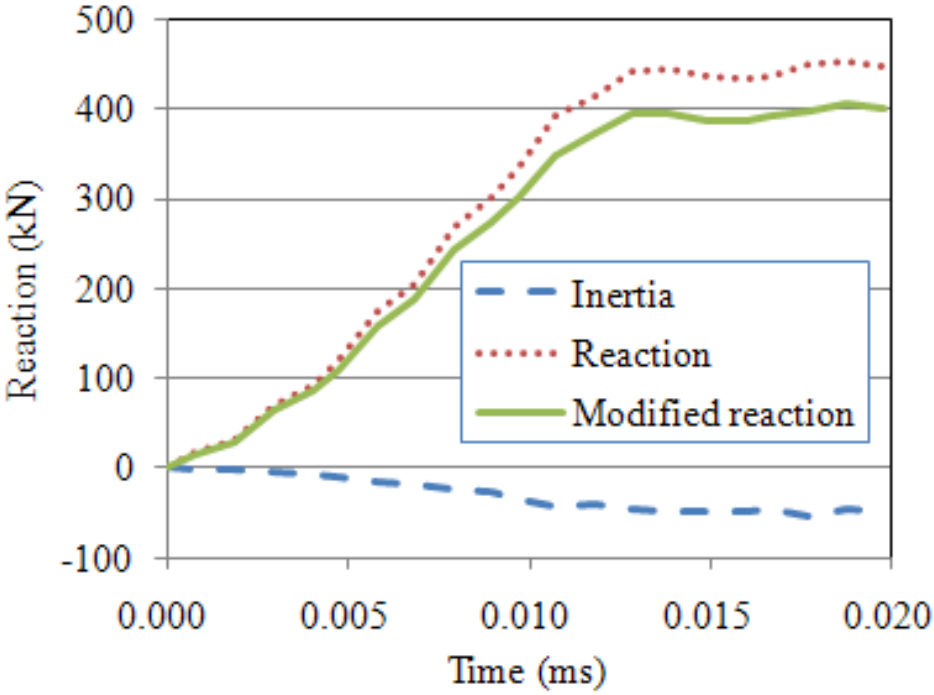
$$F_{in}(t)=\sum_{e=1}^{N} m_e \alpha_e(t) \tag{4.1}$$

ここで，$\alpha_e(t)$は時刻 $t$ における要素 $e$ の加速度ベクトルの $z$ 方向成分（m/s$^2$），$m_e$ は要素 $e$ の質量（kg），$N$ は総要素数を表す．図 4.9 では，反力，慣性力，そして慣性力を差し引いた補正後の反力を，それぞれの負荷速度について示している．これからわかるように，負荷速度 30 m/s では慣性力が全断面降伏における反力の 12%程度に達して

おり，その値を補正した最大反力は全断面降伏における荷重とほぼ一致している．すなわち，図 2.14 で示した負荷速度 1 m/s の一様でない局部的な塑性状態の発生とは異なり，高負荷速度域では負荷端接触面付近での一様な全断面降伏状態が生じていることがわかる．




(a)Loading rate of 10 m/s




(b)Loading rate of 30 m/s

Fig. 4.9 Reaction modified by inertial force[3].

“Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE.”

以上のことをまとめると，4. 3 節で述べた低負荷速度域では，Euler の座屈により一様な圧縮変形から系全体の面外変形が生じ，その後端面における一様でない局部的な塑性領域とともに構造の剛性低下を伴う不均一変形モードに移行する．一方，高負荷速度域では，応力波の繰り返し伝播が十分行われる前に，接触面が均一な塑性変形に移行して全断面降伏状態になることがわかる（負荷速度 $V$=30 m/s の場合，最大反力になる $t$=0.019 ms までに応力波は 1 往復もしていない．本件は 4. 5 節で詳述する）．

## 4.5 エネルギー論的視点からの考察

これまでの解析結果より，低負荷速度域では，Euler の座屈後，反力の急激な低下を伴う塑性座屈を示す反力が Karman の有効幅 $\kappa$=4.0 と $\kappa$ =1.7 の間に収束する．また，高負荷速度域では，慣性力の補正を施した後の反力が負荷端の接触面付近での一様な全断面降伏応力状態の反力に収束する．そして，両者を結ぶ中間状態での負荷速度依存性があることが明らかになった．ここでは，このような変化が発生するメカニズムについて，エネルギー論的な視点から検討する．

運動エネルギーを $K$，面内変形によるひずみエネルギー$U_p$ と曲げモーメントに基づく面外ひずみエネルギー$U_b$ の和として表される内部エネルギーを $U$ とする．一般に非線形な変形挙動では，その過程を積分することによりひずみエネルギーが求められる．本解析では，図 4.5 のように Euler の座屈後，反力の勾配がやや変化するが，図 2.14 に示すように，最大反力までほぼ線形に近似できる．したがって，ここでは次式のような線形近似されたひずみエネルギーの定義式を用いて，最大反力時までのエネルギーを求める．

$$K = \sum_{e=1}^{N} \frac{1}{2} m_e \left| \boldsymbol{V_e} \right|^2 \tag{4.2}$$

$$U_p = \sum_{e=1}^{N} \frac{1}{2\mathrm{E}h} \left\{ \left( N_x + N_y \right)^2 - 2\left(1+\nu\right)\left( N_x N_y - N_{xy}^2 \right) \right\} \Delta S \tag{4.3}$$

$$U_b = \sum_{e=1}^{N} \frac{6}{\mathrm{E}h^3} \left\{ \left( M_x + M_y \right)^2 - 2\left(1+\nu\right)\left( M_x M_y - M_{xy}^2 \right) \right\} \Delta S \tag{4.4}$$

$$U = U_p + U_b \tag{4.5}$$

$$E_{tot} = K + U \tag{4.6}$$

ここで，$\boldsymbol{V_e}$ は要素 $e$ の速度ベクトル，$N_x$，$N_y$，$N_{xy}$ は要素面内に作用する合応力，$\Delta S$ は要素面積（一定），$M_x$，$M_y$，$M_{xy}$ は要素に作用する合モーメントである．負荷速度 $10^{-2}$～30 m/s における，式（4.2）から（4.6）で求めた最大反力時のエネルギーの分配を図 4.10 に示す．縦軸は，全エネルギー$E_{tot}$ に対する各エネルギーの割合を示す．図 4.10 より，以下のことが言える．

（1）　負荷速度 0.3 m/s 以下では，面外ひずみエネルギーが 35～40％と大きく，運動エネルギーは無視し得る程度に小さい．

（2）　負荷速度 1 m/s～3 m/s では，面外ひずみエネルギーはほとんど発生せず，面内ひずみエネルギーが大半を占める．

（3）　負荷速度 10 m/s～30 m/s では，速度の増加とともに運動エネルギーの比率が急激に高まる．

（1）については，平面部のほぼ全面で面外変形が発生する Euler の座屈の関連で説明できる．また，運動エネルギー比率が微小であることから，準静的な現象であると言える．

（2），（3）については，Euler の座屈が発生しない負荷速度域であり，面外ひずみエネルギーは微小になる．負荷速度が大きくなれば 4.4 節で述べたように慣性力の影響が大きくなり，運動エネルギーが支配的になっていく．負荷速度 10 m/s と 30 m/s の運動エネルギー比率の大きな差には, 慣性力の増大に加えて, 以下のメカニズムがある．負荷速度 30 m/s の時には，応力波が柱全体を繰り返し伝播する前に，負荷端の断面が降伏応力に達する．つまり，内部エネルギーが十分に蓄えられる前に負荷端断面付近で塑性崩壊が始まる．それを示したのが図 4.11（a）であり，負荷速度 30 m/s の時の最大反力に至るまでの相当応力分布を示している．これを見るとわかるように，降伏応力相当の応力に達している領域は, 負荷端から 1/5 程度である. 一方, 10 m/s の時には, 応力波が往復し，最大反力時には全領域にわたって降伏応力に近い応力状態になっている（図 4.11（b）参照）．負荷速度 30 m/s の場合，運動エネルギーは十分大きいことに加えて，内部エネルギーが比較的小さい状態であることから，図 4.10 のような極端なエネルギー比率の変化が起こっていると解釈できる．

なお，低速度負荷時（$V$=$10^{-3}$ m/s）には，十分な応力波の伝播後 Euler の座屈が発生し, 応力分布は Euler の座屈により生じた面外変形に応じた分布を示していることが図 4.11（c）よりわかる．この際，高応力の発生領域は，四隅の稜線付近に集中している．すなわち, Karman が実験的な考察からモデル化した有効幅に相当する領域の応力が高く，平面中央部は低応力状態となっている．

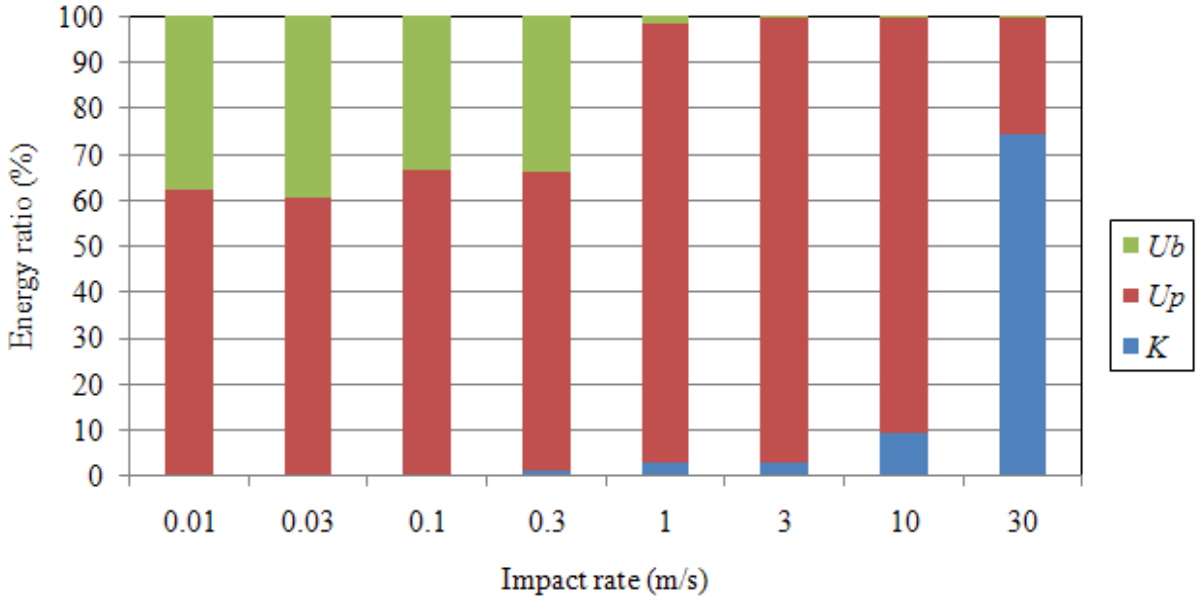
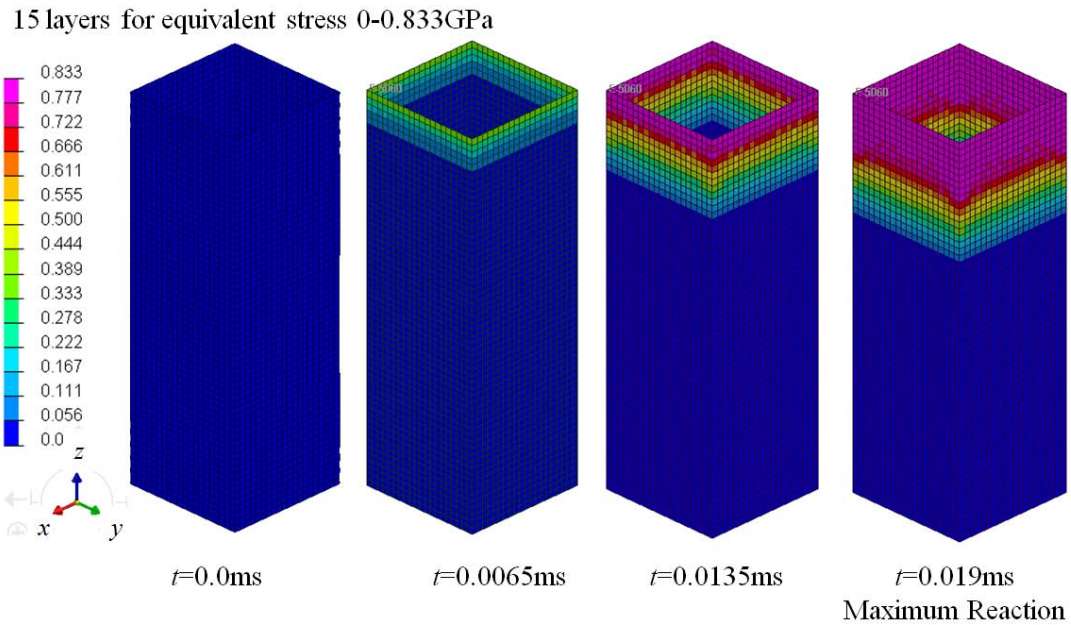
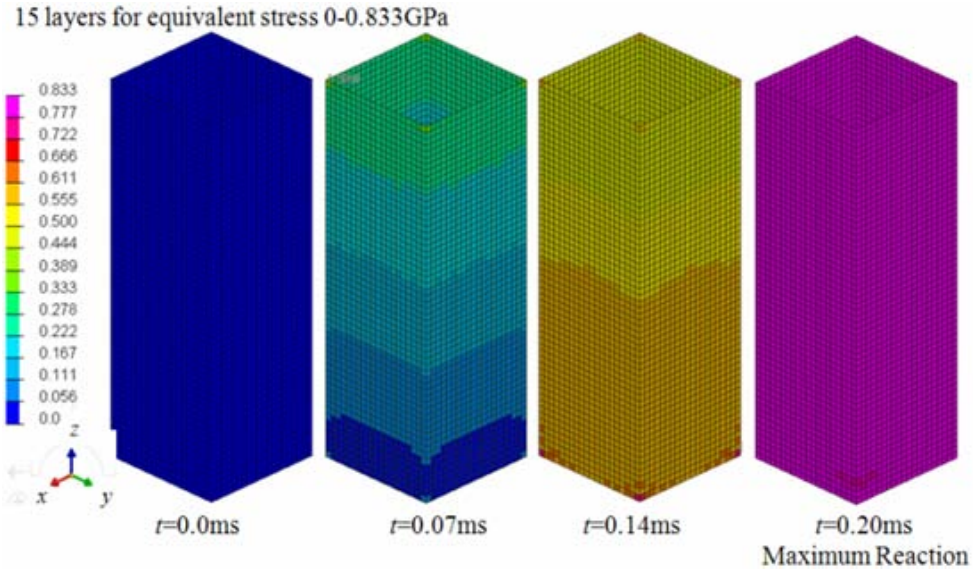


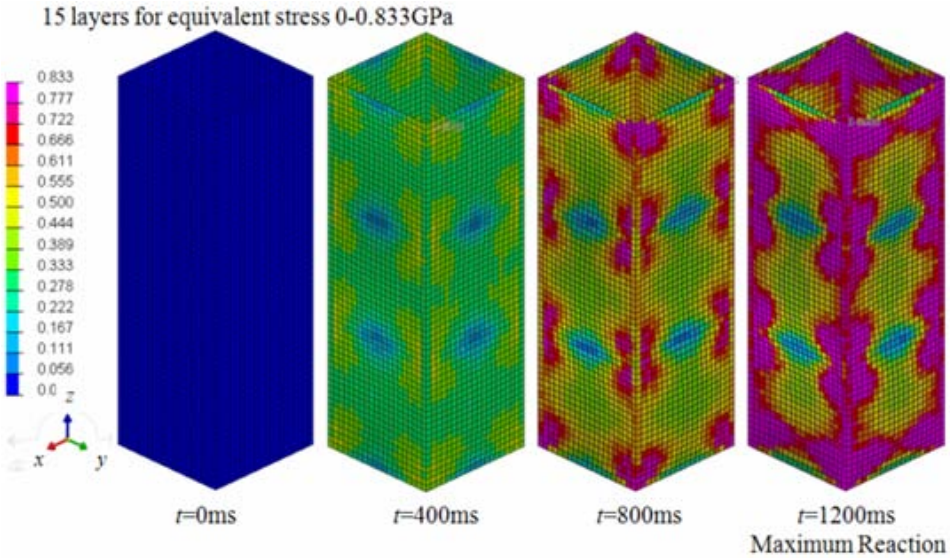

Fig. 4.10 Partitioned energy map dependent to Loading rate[3].




(a)Loading rate of $V$=30 m/s




(b)Loading rate of $V$=10 m/s




(c)Loading rate of $V$=$10^{-3}$ m/s

Fig. 4.11 Evolutions of equivalent stress distributions for loading rates of $V$=30 m/s, 10 m/s and $10^{-3}$ m/s, where the pink colored area indicates the stress over yielding[(3)].

## 4.6 結言

本研究では，薄板構造柱の軸方向負荷時の不安定挙動を動的非線形有限要素法により解析し，負荷速度依存性の特徴とそのメカニズムについて検討し，以下の結果を得た．

(1)　低負荷速度域では，Euler の座屈により一様な圧縮変形から系全体の面外変形が生じる．この時，反力増加の勾配の変化とともにわずかな反力の変動が見られるが，反力低下は生じない．その後端面における一様でない局部的な塑性座屈とともに構造全体の剛性低下を伴う不均一変形モードに移行し，急激な反力低下を示す．一方，高負荷速度域では，応力波の繰り返し伝播に伴う準静的な力学状態に達する前に，接触面が均一に塑性変形に移行して全断面降伏状態となることがわかった．

(2)　低負荷速度域での面外変形発生時の反力は，Euler の座屈荷重にほぼ一致する．そして，その後の塑性座屈発生時の反力は，$\kappa$=4.0 と $\kappa$=1.7 の Karman の不均一変形状態を区分化した有効幅での反力の間にほぼ収束する．また，高負荷速度域での最大反力から慣性力を差し引いた値は，負荷端面が一様に降伏する全断面降伏時の反力にほぼ一致する．

(3)　エネルギー論的視点から，本解析モデルについて，最大反力の生じた時の力学的状態からエネルギーの分配を考察した結果，負荷速度 0.3 m/s 以下では，Euler の座屈による面外変形に伴うひずみエネルギーが 35～40%と大きく，運動エネルギーは無視し得る程度に小さい．負荷速度 1 m/s～3 m/s では，面外ひずみエネルギーはほとんど発生せず，面内ひずみエネルギーが大半を占める．負荷速度 10 m/s～30 m/s では，速度の増加とともに運動エネルギーの比率が急激に高まることがわかった．特に，負荷速度 30 m/s では，降伏応力相当の応力に達している領域は負荷端から柱の 1/5 程度の領域であり，面内のひずみエネルギーの寄与が比較的小さい．そのことが，運動エネルギーを急激に増加させていることにつながっている．

# 参考文献

(1) Karman, T., Sechler, E.E.and Donnell, L.H.,“The Strength of Thin Plate in Compression”, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol.54, No.5 (1932),pp. 53-57.

(2) 中原一郎，渋谷寿一，土田栄一郎，笠野英秋，辻知章，井上裕嗣，“弾性学ハンドブック”，（2001），朝倉書店．264-265.

(3) 荒木敏弘, 渋谷陽二, “薄板構造柱における軸圧縮不安定挙動の負荷速度依存性”, 日本機械学会論文集 A 編，Vol.58, No. 554 (2012), pp. 1817-1820.

# 第 5 章　負荷速度依存性に及ぼす形状効果

## 5.1 緒言

4 章では，四角形断面の薄板構造柱を対象に，その軸圧縮不安定力学挙動が負荷速度に大きく依存し，Euler 座屈[(1)]，Karman の有効幅[(2)]，および慣性力の影響をうけることを明らかにした．四角形断面薄板構造柱に生じる最大反力の負荷速度依存性の一例を，図 5.1 に再記する．この図を変形メカニズムの相違から 3 つの領域に分け，それぞれ領域 A：大域的不安定領域，領域 B：遷移領域，領域 C：端面塑性領域とする．領域 A の低速域では，薄板構造柱の最大反力が Karman の 2 つの有効幅を用いた反力の間に収束することは確認されたが，2 つの解の間のどこに収束するのかは不明確なままである．また，領域 B での最大反力の変化のメカニズムに関しては考察されていない．領域 A では薄板構造柱の形状に強く依存し，領域 C では断面積が一定であれば形状に依存しない．したがって，領域 A から領域 C へ至る負荷依存性の遷移メカニズムの理解には，薄板構造柱の形状を種々変化させて，その負速度依存性を調べることが重要になる．

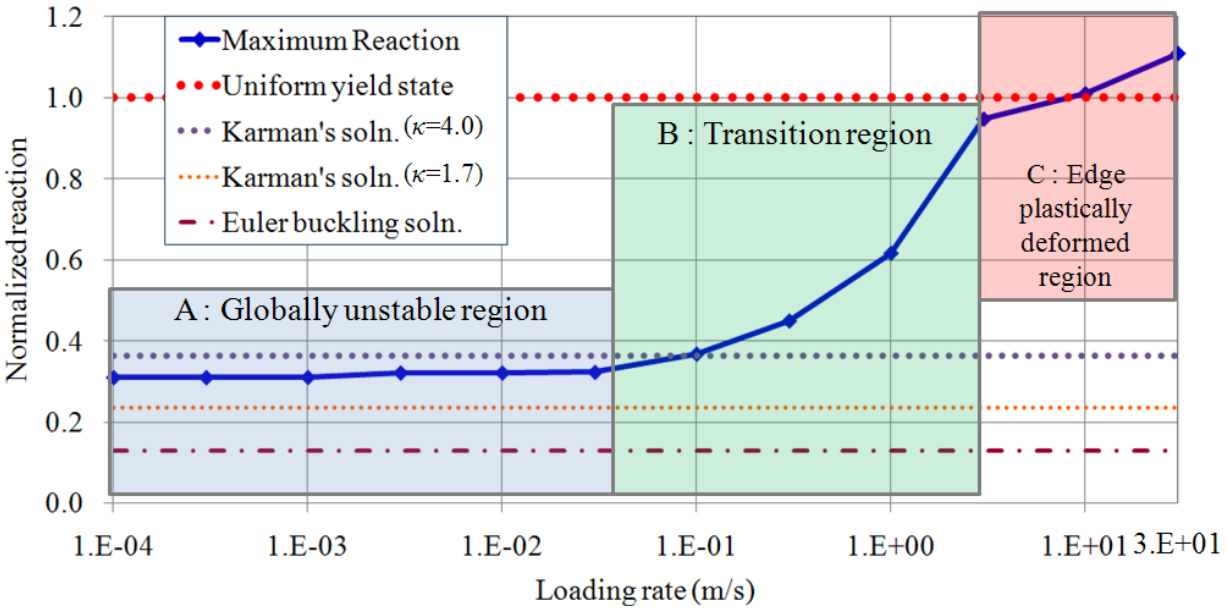



Fig. 5.1 Three mechanism-based regions of loading rate dependence on maximum reaction.

そこで，本章ではまず 5.2 節，5.3 節で薄板構造柱の断面形状の大きさ（四角断面の一辺の幅）と柱の長さを種々変化させ，その最大反力への影響を解析する．そして，

上記の領域 A での収束する最大反力を予測する修正 Karman の式を提案し，領域 B での遷移過程のメカニズムを明らかにすることを目的とする．以上の考察により，全負荷速度域での最大反力の発生メカニズムの全容を理解できることになる．

また，現実の自動車車体構造では，多角形断面や様々な縦横比の四角形断面が活用されているため, これらの形状因子と最大反力の負荷速度依存性との関係を 5.4 節, 5.5 節で検討する．

# 5.2 四角形断面の幅の負荷速度依存性に及ぼす影響

## 5.2.1 解析モデル

Karman の解である $\kappa$=1.7 と 4.0（$\kappa$ は Karman の解で変形モードに依存した定数である．詳細は 2 章 2.2.1 項を参照）に相当する有効幅 $w$ は，それぞれ 23.6 mm と 36.2 mm である．また文献（1）より，Euler 座屈の荷重が幅 $a$ に依存し，$a$=35.9 mm より小さな形状では Euler 座屈が発生する荷重が全断面降伏荷重を上回り, 全断面降伏状態のみを考慮すれば良いことは明らかである．したがって，幅が負荷速度依存性に及ぼす影響を検討するためには，幅 $a$ については 25mm を最小値とし，最大値は Karman の有効幅より十分に大きく，柱の長さ $b$=300 mm との比を考慮し 200 mm とした．詳細に分析するため, それら最小値と最大値を含めて 9 種類のモデルを作成した.（図 5.2 参照）

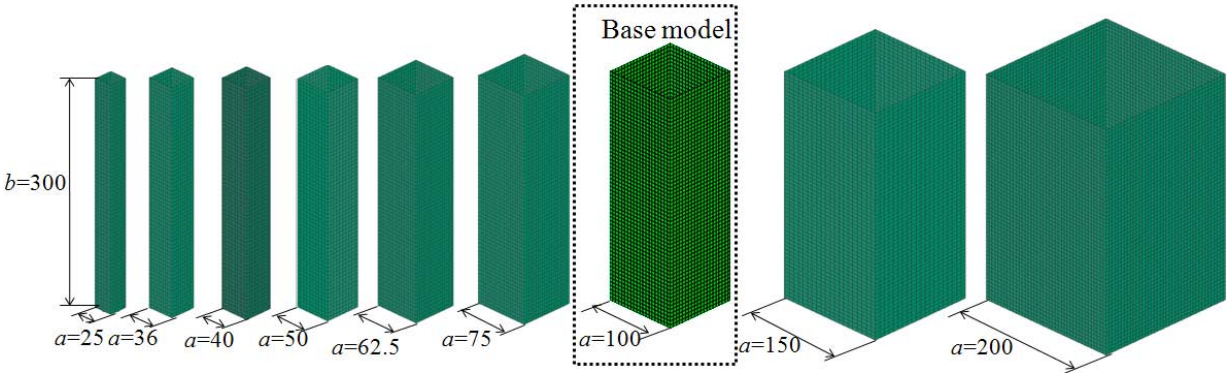



Fig. 5.2 Geometric changes of cross section of thin-shell structured column. Variation of width $a$.

## 5.2.2 解析結果

図 5.2 のように幅 $a$ を変化させた場合に, 負荷速度に応じて薄板構造柱の負荷側端面に生じる反力の最大値を全断面降伏状態となる反力で正規化した値を示したのが図 5.3 である．Karman の有効幅から計算される反力である式（2.5）において，限界応力 $\sigma_{cr}$ の代わりに降伏応力 $\sigma_y$（=833 MPa）を用いた時の反力を図中に点線で示している．また，低負荷速度領域を拡大した図を下図に示している（図中の Karman の解は，式（2.4）より幅 $a$ には依存しないが, 全断面降伏状態となる反力で正規化しているので, 幅 $a$ に応じて異なっている）.

最大反力値は，いずれの幅 $a$ に対しても $\kappa$=1.7 と 4.0 の Karman の有効幅を基準にした荷重の範囲内（図 5.3 下図の上下方向の矢印）で収束するが，幅 $a$ によって $\kappa$=1.7 と $\kappa$=4.0 の間の収束する値が異なり，明らかに幅 $a$ に依存していることがわかる．負荷速度が十分に小さいとき（$V$=$10^{-5}$m/s）の最大反力の値を，正規化せずに幅 $a$ に対して示したのが図 5.4 である．板厚 $h$ と機械的特性値のヤング率 E および降伏点 $\sigma_y$ が一定の

時，式（2.4）より Karman の有効幅を基準にした反力は幅 $a$ には依存しない．一方，解析結果では明確な幅 $a$ の依存性が見られる．幅 $a$ がおよそ 50 mm 以下の時，最大反力は大きく変動するが，幅 $a$ が大きくなるにつれて，$\kappa$=1.7 の解から $\kappa$=4.0 の解に漸近している．これらの変化については 5.2.3 項で考察する．

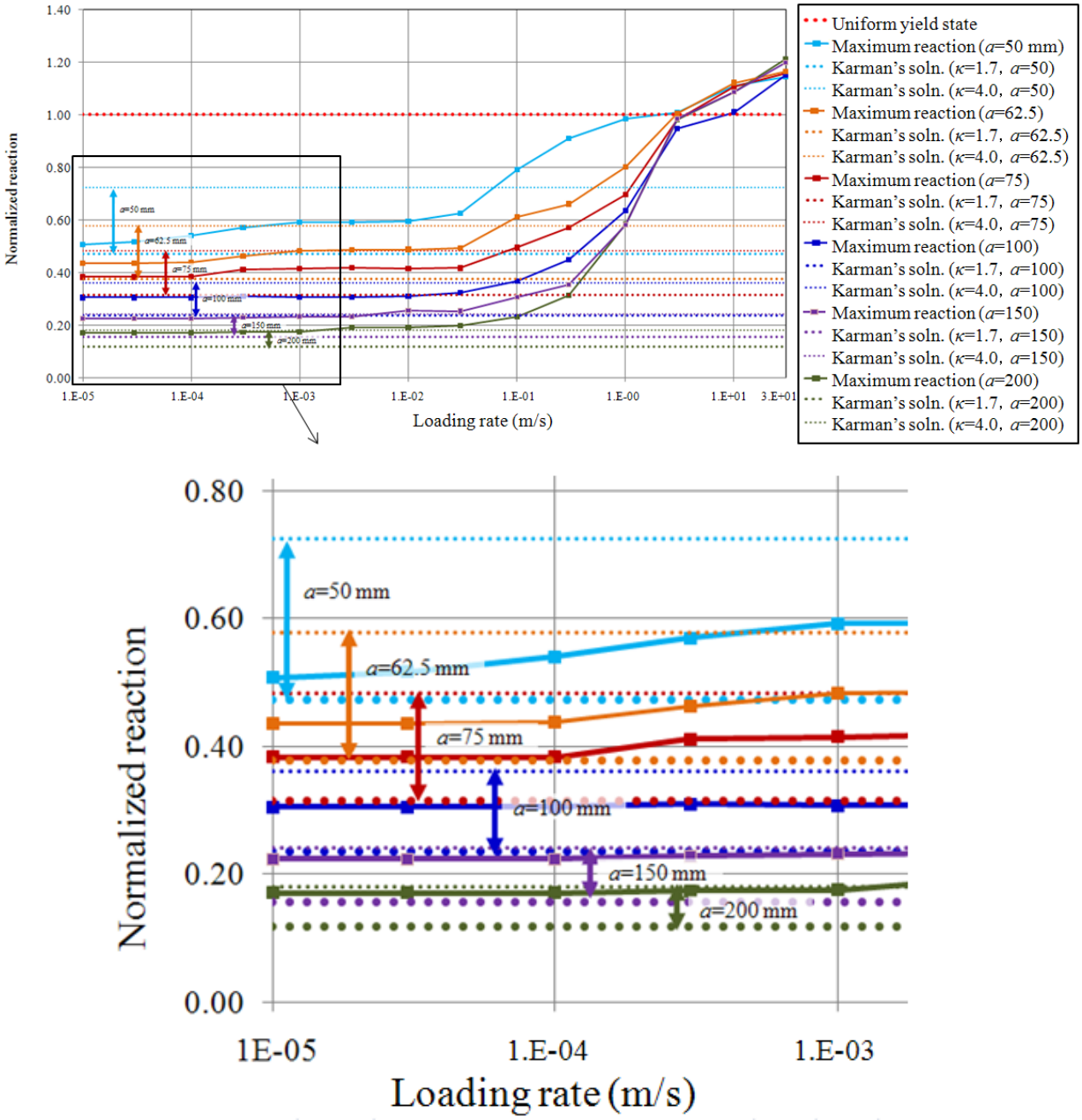



Fig. 5.3 Loading rate dependence of reactions for various column widths in comparison with the reactions calculated from Karman's solutions.

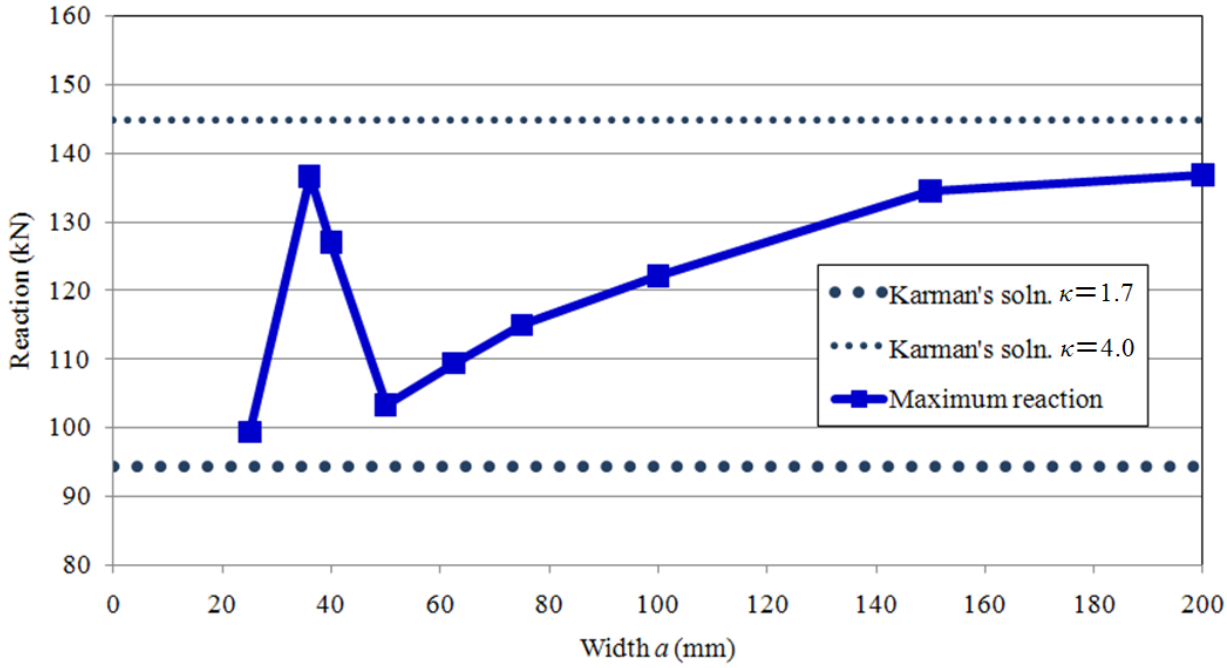



Fig. 5.4 Maximum reactions at the quasi-static state for various column widths in comparison with Karman's solutions with $\kappa$=1.7 and 4.0.

### 5.2.3 メカニズムに関する考察

図 5.4 に示された最大反力の幅 $a$ への依存性を定量化することで, より正確な有効幅と反力を予測することができる．4 章では，図 4.5 の A 点付近での基本的なメカニズムとして，Euler の座屈により一様な圧縮変形から系全体の面外変形がまず生じること，そして，その後端面における一様でない局部的な塑性座屈とともに構造全体の剛性低下を伴う不均一変形モードに移行し，その結果急激な反力低下の示すことを述べた．

ここでは，まず Euler の座屈に注目し，図 5.4 の最大反力の幅 $a$ への依存性との関係を整理する．まず，図 2.12 と 2.13 より，$a$=36 mm 以下では Euler 座屈は発生していないこと，$a$=40 mm 以上では Euler の座屈モードが $m$=2 から 8 まで幅によって変化していることがわかる．Euler 座屈の荷重と座屈係数の式（2.6)，（2.7）より，$a$=62.5mm の時の Euler の座屈荷重は 82.5 kN となり，Karman の $\kappa$=1.7 の荷重（=94.4 kN）より小さくなるが，それよりも幅 $a$ が小さくなると Euler の座屈荷重の方が大きくなる．前述したように，系全体の不安定挙動では Euler の座屈がまず前駆現象として生じるので，Karman の解との大小関係が反転する範囲（$a$ が 62.5 mm 以下）について考える．この範囲では座屈モード次数は 5 以上となり，座屈係数 $k_{cr}$ は図 2.13 より，$a$=36 mm から 62.5mm では 4.000 から 4.034 の値となる．したがって，$k_{cr}$=4.0 と近似した場合でも最大誤差は 0.9%程度である．このことから，$k_{cr}$=4.0 一定とした時の座屈荷重を限界曲線として図 5.4 に併記したのが図 5.5 である（図 5.5 の青色点線）．この座屈荷重が前述したようなメカニズムに基づき，まずは優先的な限界値となる．幅 $a$=36 mm，40 mm,

50 mm の解析結果は，2 つの Karman の解（図 5.5 中の$\kappa$=1.7 と 4.0 の直線）の間に位置する Euler の座屈荷重線にほぼ沿った結果となっている．

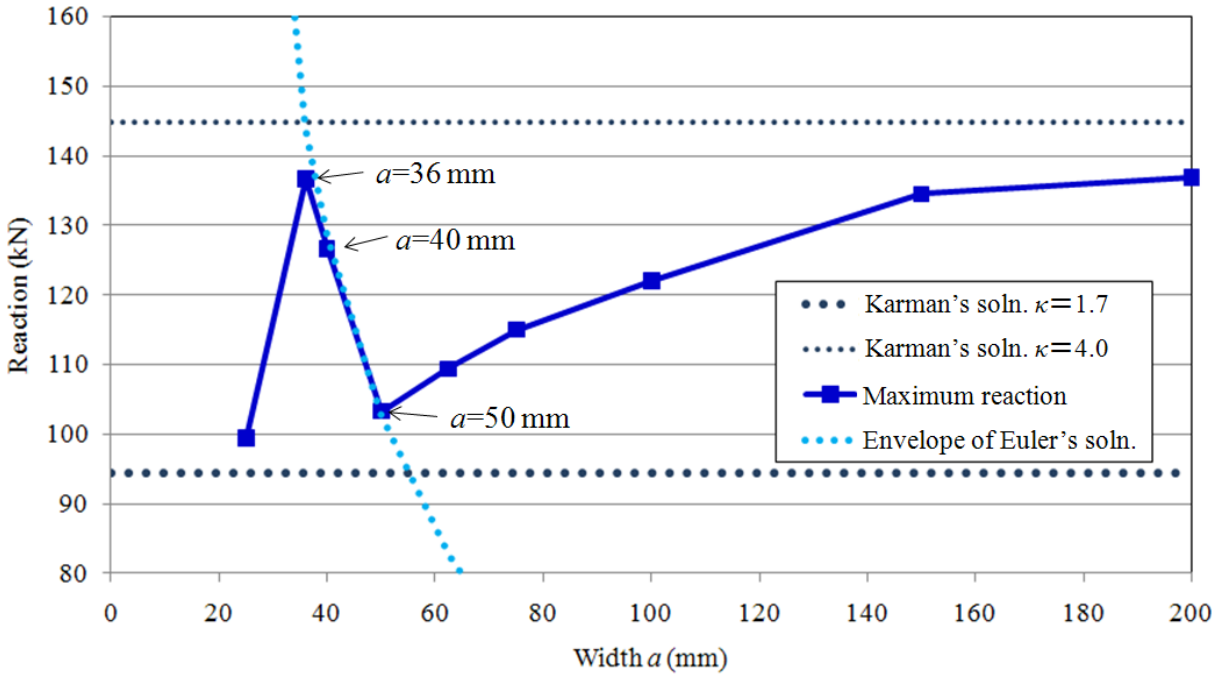



Fig. 5.5 Maximum reactions at the quasi-static state for various column widths in comparison with Karman's solutions with $\kappa$=1.7 and 4.0, envelope of Euler's solutions.

さらに，全断面が降伏するときの荷重を求めた結果を図 5.5 に追記したのが図 5.6 である（図 5.6 の赤色点線）．この条件は，幅 $a$ に比例するので直線である．準静的負荷では全断面降伏時の反力以上は発生しないので，Euler 座屈荷重以下で全断面降伏となる $a$ がおよそ 36 mm 以下の幅のモデルでは赤色の点線に沿った結果となる．以上より，$a$ がおよそ 50 mm 以下の領域では，Euler の座屈荷重と全断面降伏時の荷重に律されていることがわかる．

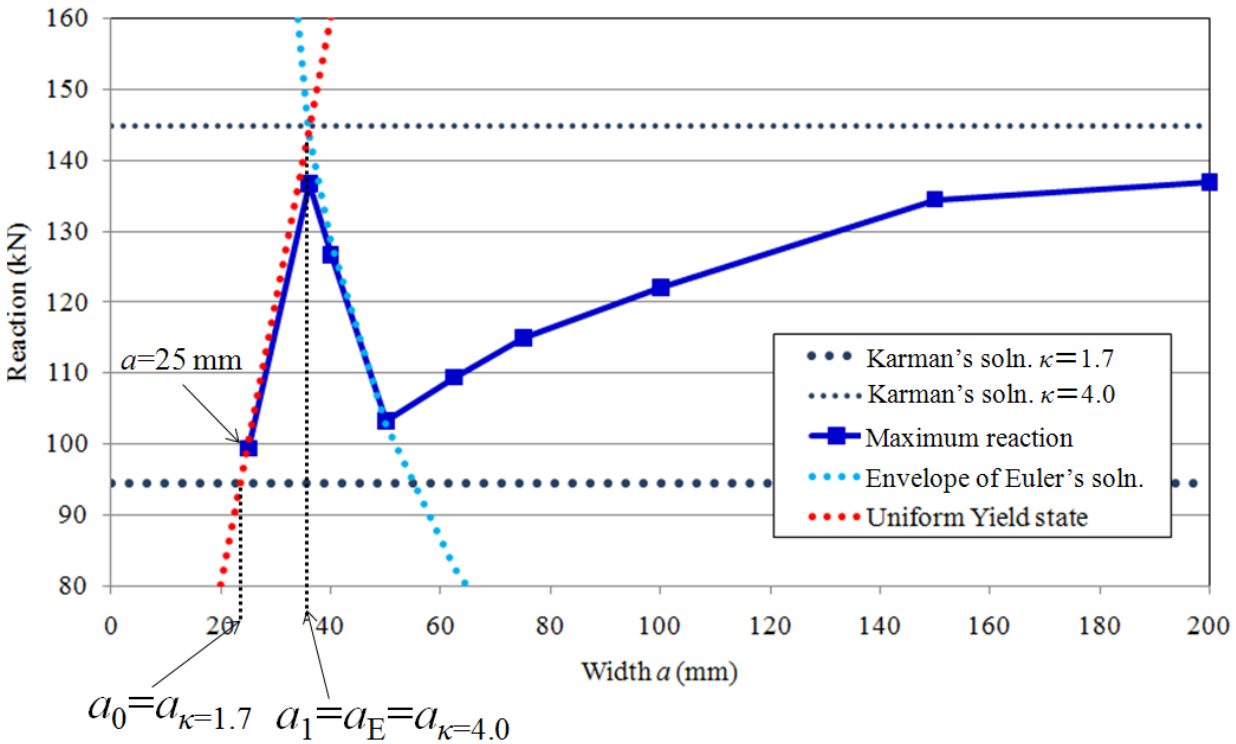



Fig. 5.6 Maximum reactions at the quasi-static state for various column widths in comparison with the forces calculated from Karman's solutions with $\kappa$=1.7 and 4.0, envelope of Euler buckling solutions and uniformly yielding state.

図 5.6 において，$\kappa$=1.7 のときの Karman の有効幅 2$w$ となる幅 $a$ を $a_0$，$\kappa$=4.0 のときの Karman の有効幅 2$w$ となる幅 $a$ を $a_1$ とする．すなわち，

$$a_0 = 2w\big|_{\kappa=1.7} = \sqrt{\frac{1.7\pi^2 Eh^2}{12(1-\nu^2)\sigma_y}} = 23.6[\mathrm{mm}]$$

$$a_1 = 2w\big|_{\kappa=4.0} = \sqrt{\frac{4.0\pi^2 Eh^2}{12(1-\nu^2)\sigma_y}} = 36.2[\mathrm{mm}] \tag{5.1}$$

また，Euler の座屈荷重が $\kappa$=4.0 のときの Karman の有効幅に基づく荷重と一致する点を $a_E$ と定義する．このとき，式（2.5）と（2.6）は等しくなり，

$$\frac{4\pi h^2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}\sqrt{\sigma_y E} = 4a_E h \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{h}{a_E}\right)^2 k_{cr} \tag{5.2}$$

これから，$a_{\mathrm{E}}$ について求めると次式となる．

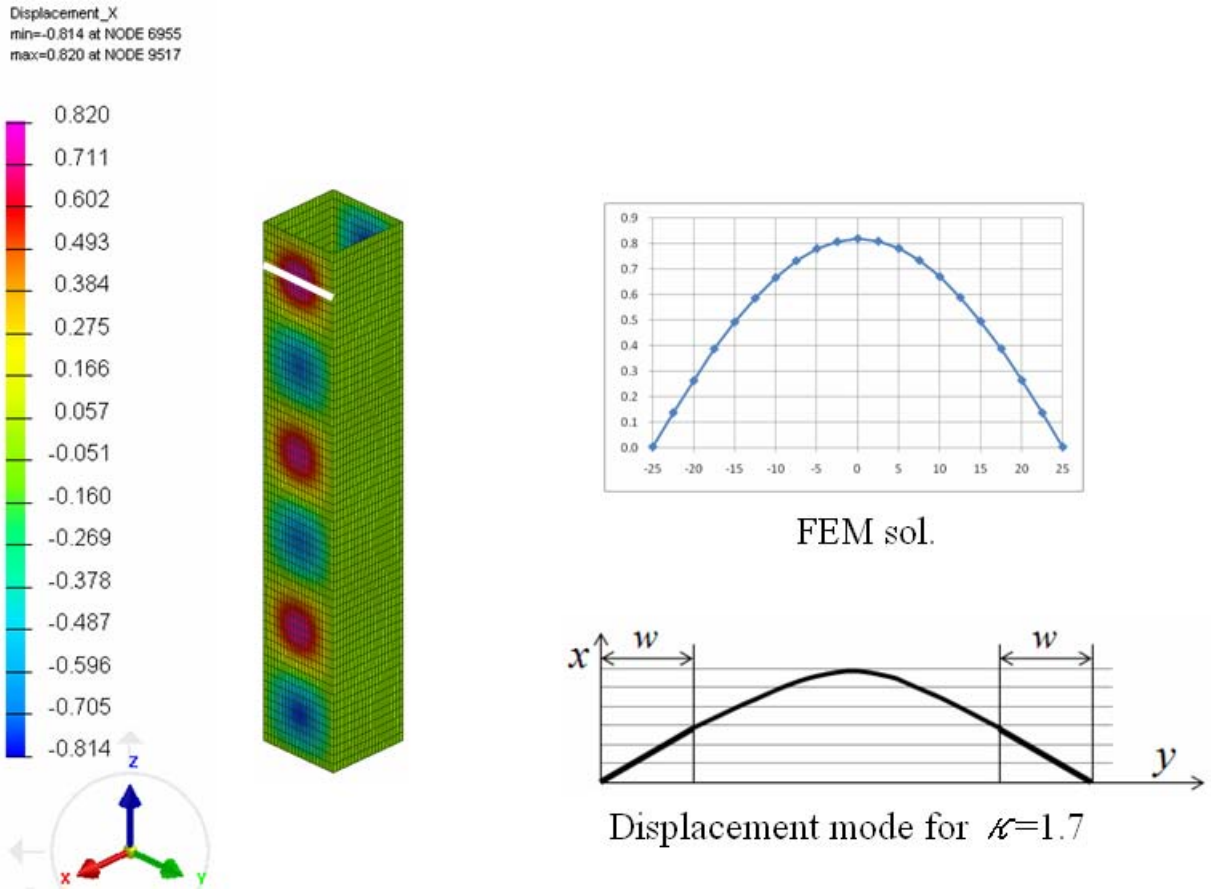
$$a_{\mathrm{E}} = \frac{k_{cr}}{4}\sqrt{\frac{4.0\pi^2 Eh^2}{12(1-\nu^2)\sigma_y}} \tag{5.3}$$

2 つの Karman の解の間では，ほぼ $k_{cr}$=4.0 と近似できるので，式（5.1）の $a_1$ と式（5.3）の $a_{\mathrm{E}}$ は一致することになる（以降 $a_{\mathrm{E}}$ に統一する）．このことから，点 $a_{\mathrm{E}}$ では Euler の座屈荷重と $\kappa$=4.0 のときの有効幅に基づく荷重と全断面降伏時の荷重がほぼ一致することになる．

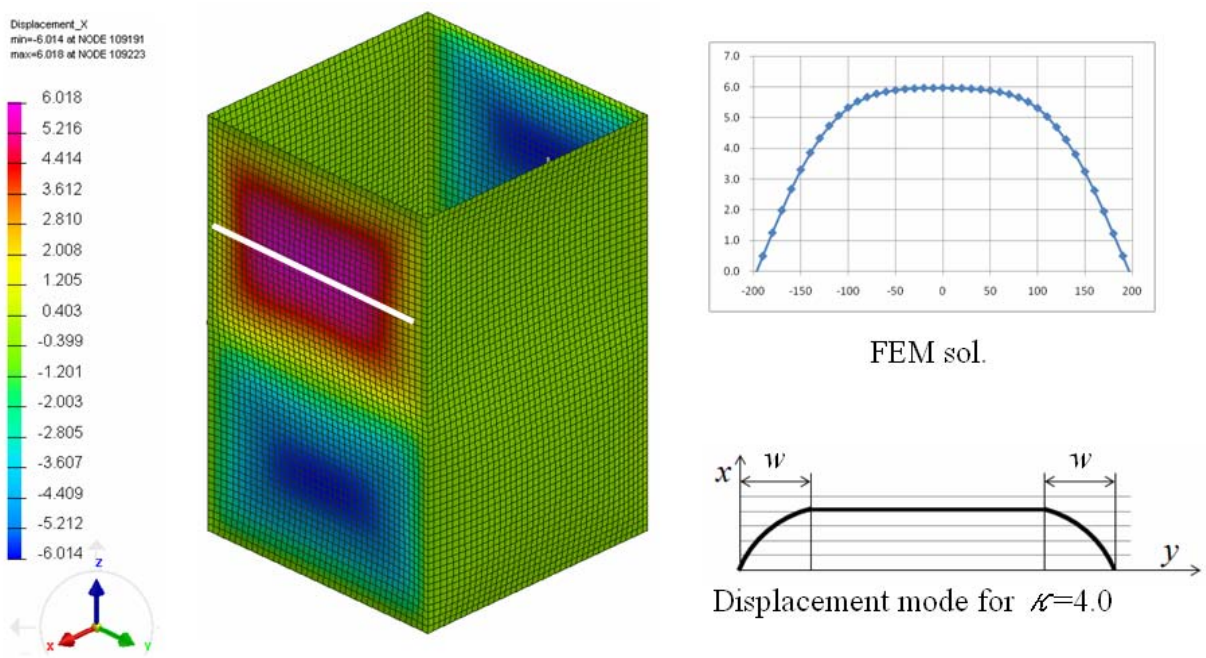
### 5.2.4 修正 Karman の式

前項では幅が小さい場合の支配メカニズムを明確にした．この領域では Karman の有効幅の概念は適用できず，全断面降伏条件，Euler 座屈の条件により律せられていることがわかった．一方，それよりも幅の広い領域については Karman の有効幅理論の対象領域となるが，幅の依存性が明確に存在している．ここでは，従来の Karman の有効幅理論との比較から修正 Karman の式を新たに提案する．

図 5.6 からわかるように，Euler の座屈曲線と Karman の $\kappa$ =1.7 の直線が交差する点より大きな幅 $a$ では，4 章で得られたメカニズムに従い，最大反力は Karman の有効幅で不安定挙動が律されることになる．Karman の有効幅理論では幅 $a$ に依存しないが，実際には面外方向変形の分布は Karman の仮定したものと異なり，図 5.6 のように幅 $a$ に依存することがわかる．図 5.7 のように，幅 $a$ =50 mm と 200 mm の変形モードでは Karman の仮定した分布に類似していることから，幅 $a$ が小さいほど $\kappa$=1.7 の解に，大きいほど $\kappa$=4.0 の解に漸近することがわかる．




（a）$a$=50 mm




（b）$a$=200 mm

Fig. 5.7 Out-of-plane displacement distributions at maximum reactions for $a$=50 mm and $a$=200 mm.

この両端でそれぞれ Karman の 2 つの解に漸近し, その間がなめらかに変化する特性を反映するような曲線として双曲線関数を選択し，非線形の最小二乗法により近似することにより, 幅 $a$ の依存性を考慮した修正 Karman の解を提案する（式(5.4)）. 式(5.4)を図 5.6 に併記したのが図 5.8 の茶色の曲線である.

$$P_{cr} = 21.25 \tanh(0.019(a - 80.0)) + 115.65 \qquad \text{[kN]} \quad (a \text{ の単位は[mm]}) \qquad (5.4)$$

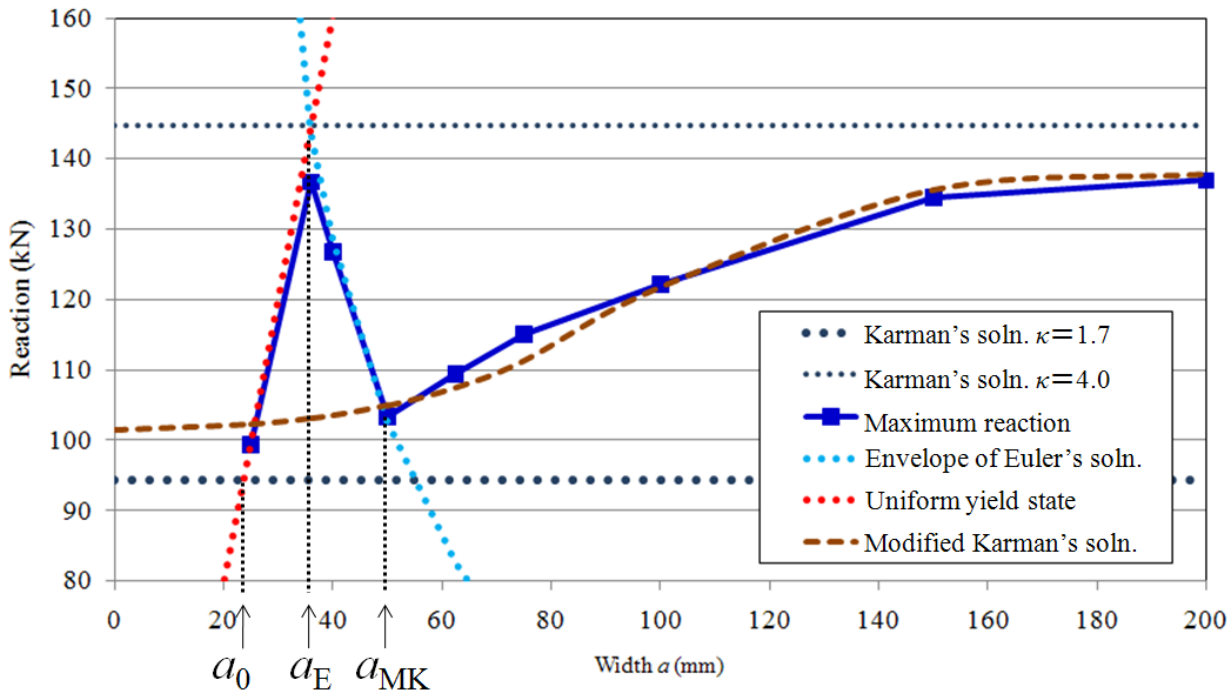



Fig. 5.8 Modified Karman's solution in comparison with Maximum reactions at the quasi-static state for various column widths.

図 5.8 において，Euler 座屈荷重の包絡線と式（2.5）の交点となる幅 $a$ を $a_{MK}$ と定義する．本モデルの場合では $a$=49.3 mm となる.

以上得られた結果に基づき，メカニズムの異なる解析結果を区分化すると，限界応力 $\sigma_{cr}$ を降伏応力 $\sigma_y$ としたとき以下のようにまとめられる.

（i）$a$= 0～$a_E$ において：

$$P_{cr} = 4ah\sigma_y \qquad (5.5)$$

$$2w = a \qquad (5.6)$$

（ii）$a$= $a_E$～$a_{MK}$ において：　包絡線で近似すると $k_{cr}$ はおよそ 4.0 なので,

$$P_{cr} = 4ah\sigma_{cr} = \frac{4ah\pi^2 E}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{h}{a}\right)^2 \times 4.0 = \frac{4ah\pi^2 E}{3(1-\nu^2)}\left(\frac{h}{a}\right)^2 \qquad (5.7)$$

（iii）$a$=$a_{\mathrm{MK}}$～において：

$$P_{cr} = 21.25 \tanh (0.019 (a - 80.0)) + 115.65 \text{ [kN]} \quad (a \text{ の単位は[mm]}) \tag{5.8}$$

$$2w = \frac{P_{cr}}{4h\sigma_{cr}} \left\{ 21.25 \tanh(0.019\ (a - 80.0)) + 115.65 \right\} \text{ [kN]} \quad (a \text{ の単位は[mm]}) \tag{5.9}$$

# 5.3 柱の長さの負荷速度依存性に及ぼす影響

## 5.3.1 解析モデル

柱の長さ *b* については，図 3.1 の基本モデルの 300 mm に対して幅と同じ長さの 100 mm から基本モデルの 2 倍の長さ 600 mm までの 4 種類とした．（図 5.9 参照）

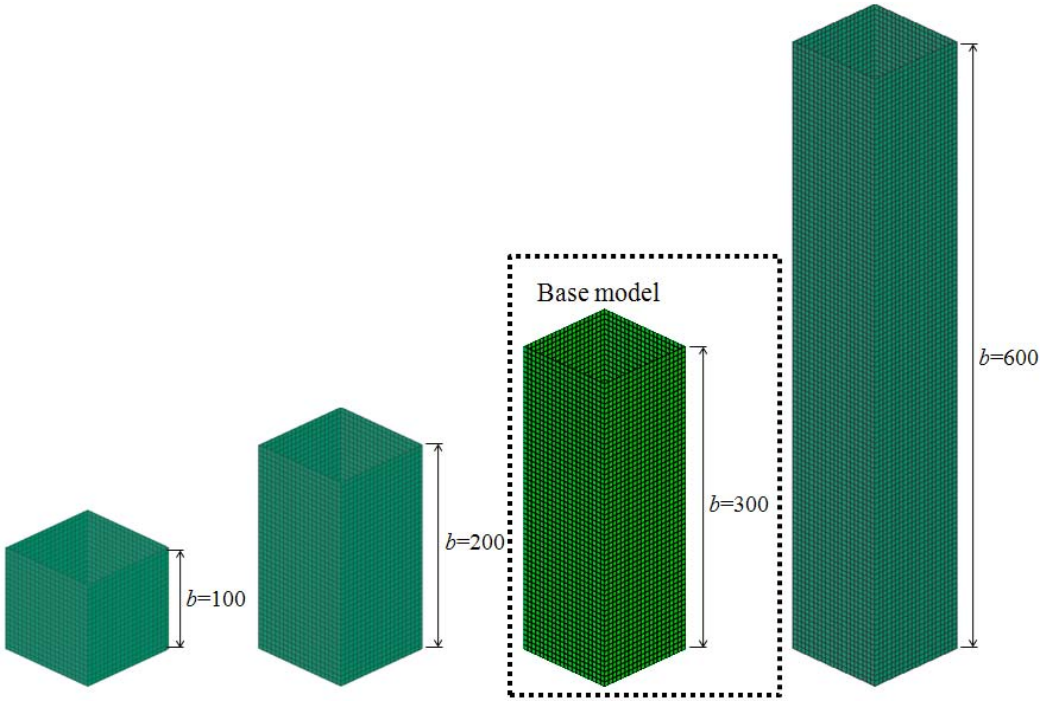



Fig. 5.9 Geometric changes of cross section and length of thin-shell structured columns.

## 5.3.2 解析結果

図 5.9 の柱の長さ *b* を変化させた場合について，図 5.3 と同様に最大反力の変化を示したのが図 5.10 である．

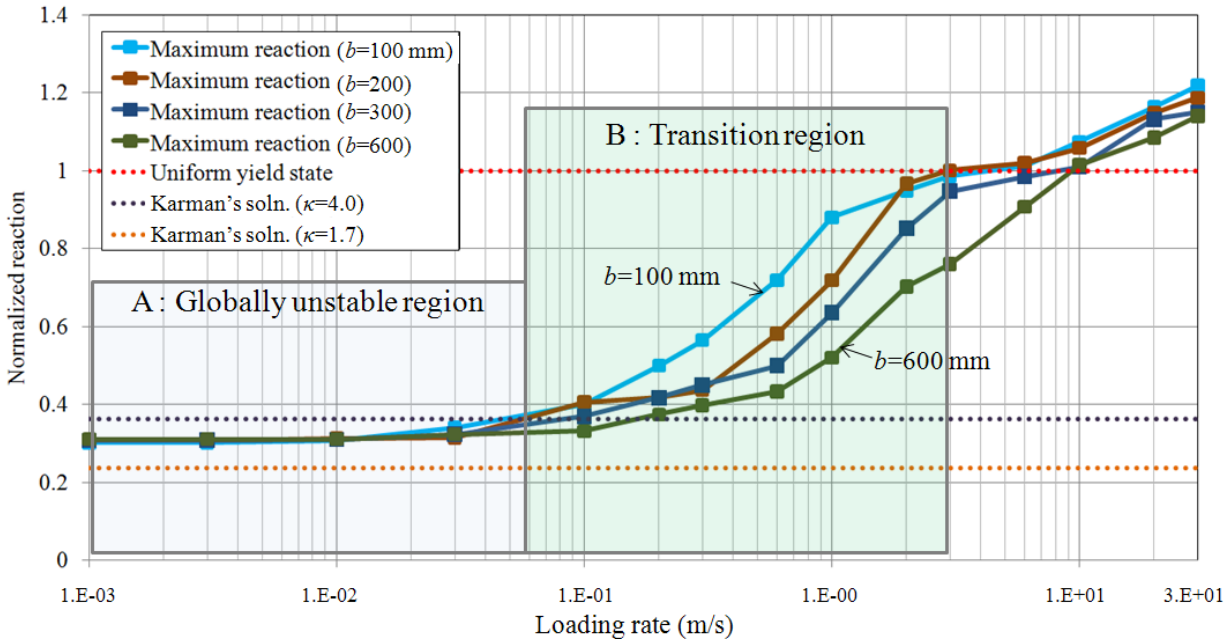



Fig. 5.10 Loading rate dependence of reactions for various column lengths in comparison with the reactions calculated from Karman's solution.

図 5.10 からわかることに，以下の点が挙げられる．

（1）　領域 A（大域的不安定領域）では，最大反力は柱の長さ $b$ によらず一定の値に収束する．

（2）　領域 B（遷移領域）では，最大反力は長さ $b$ に依存する．すなわち，柱の長さが大きいほど, 領域 B の遷移領域が負荷速度の大きい方へ移動し最大反力は低下している．

図 5.3 と図 5.10 の結果をまとめると, 最大反力の特性は領域 A (大域的不安定領域) は幅 $a$ に依存し，領域 B（遷移領域）は柱の長さ $b$ に依存することがわかった．

## 5.3.3 メカニズムに関する考察

図 5.10 の柱の長さの依存性について考える．　負荷速度 $V$= 1.0 m/s において，各長さ $b$ における負荷子反力の時系列変化を図 5.11 に示す．

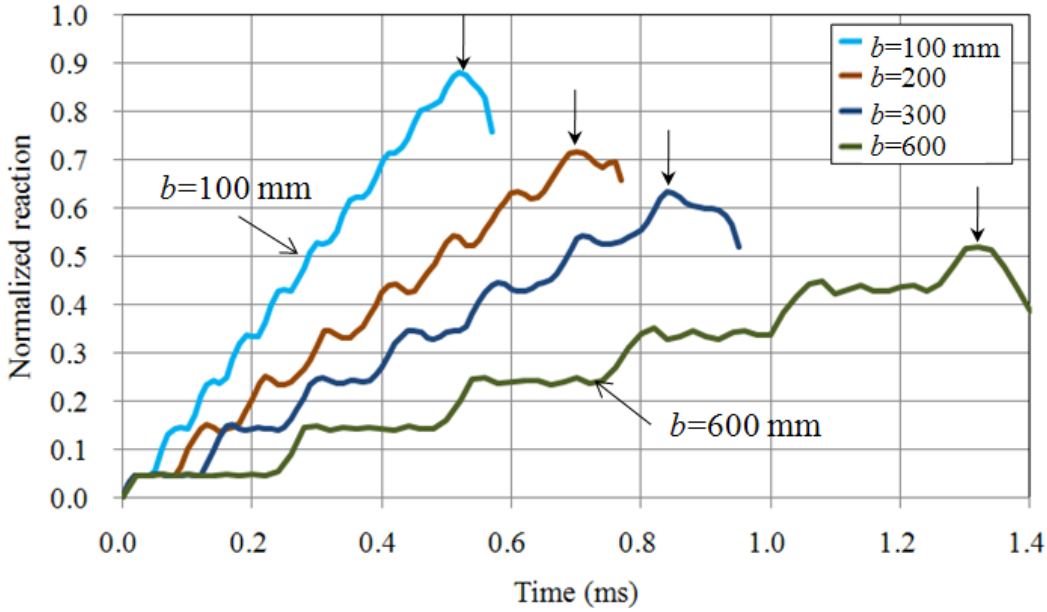



Fig. 5.11 Time histories of reactions for various column lengths at *v*=1.0 m/s.

応力波の往復を示す階段状の反力上昇がそれぞれに見られるが，*b*=100 mm と 600 mm を比較すると，*b*=100 mm の方がより多くの応力波の往復の後大きな最大反力を示している．つまり，柱の長さが短い方が応力波の往復による応力分布の乱れが少なく安定して変形が継続していることがうかがえる．これを確認するため，どの応力値に着目すべきかについて *b*=300 mm を例に取り上げる．

図 5.12 に示す白線上の応力の時間変化を示したのが図 5.13 である．それぞれ，(a) 板厚中央の *z* 方向面内膜応力，(b) 圧縮側の板表面の *z* 方向応力（面内膜応力+曲げ応力の圧縮側），(c) von Mises 応力を示す．

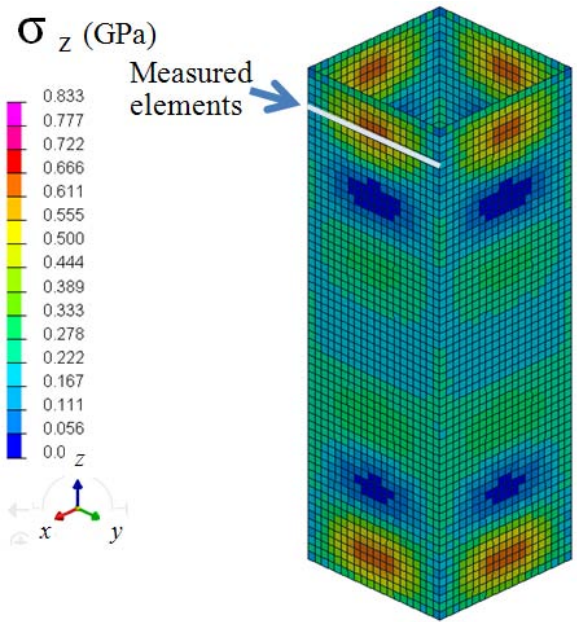
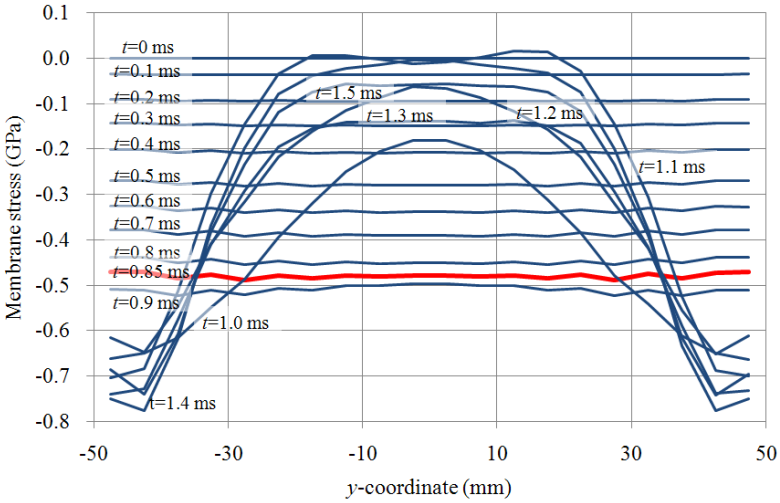
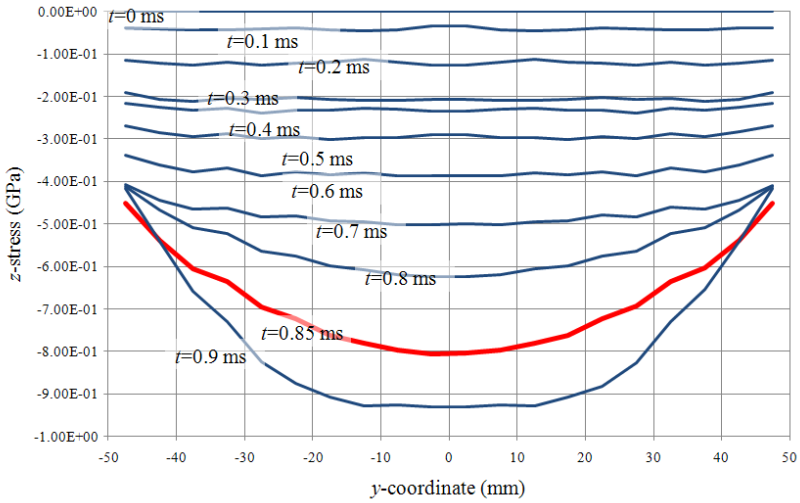


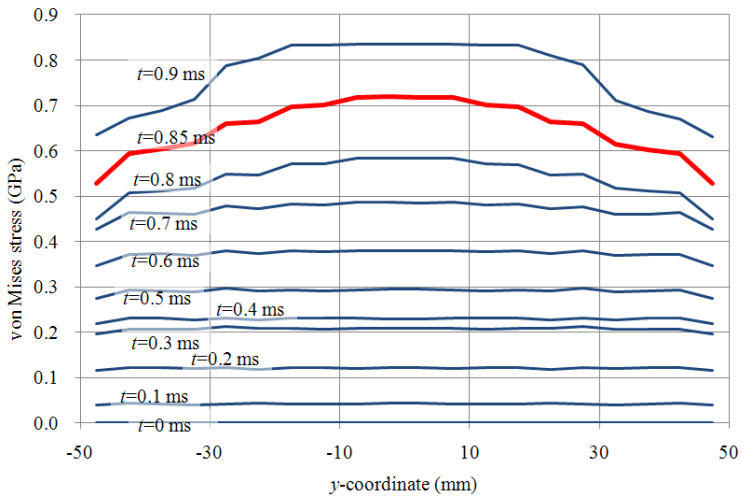

Fig. 5.12 Line-wise distribution where stress components are measured.




(a) Membrane stress




(b) Surface compressive stress




(c) von-Mises stress

Fig. 5.13 Stress distributions along the line in Fig. 4.10 of thin-shell structured with *b*=300 mm.

図 5.13（a）の面内膜応力は，急激な荷重低下が発生する $t$=0.85 ms（図中の赤線）では約 500 MPa となり降伏応力（$\sigma_y$= 833MPa）より低い値を示す．また，図 5.13（c）の von-Mises 応力も $t$=0.85 ms（赤線）では約 740 MPa と降伏応力に達していない．一方，図 5.13（b）の板表面の $z$ 方向圧縮応力（$z$ 軸方向の面内膜応力と圧縮側の表面に生じる曲げ応力の和を称する）は，$t$=0.85 ms（赤線）で約 810 Mpa と降伏応力に近い値を示す．すなわち，まず $t$=0.6 ms 辺りまでは一様な分布を示しているが，その後端部に発生した面外変形（Euler 座屈）により板表面の $z$ 方向圧縮応力が増加していく一方，面内膜応力は比較的一様な分布を継続している．さらに変形が進み，板表面の $z$ 方向圧縮応力が降伏応力に達し塑性変形の開始とともに急激な荷重低下が生じることになる．このことから，この応力に着目して，柱の長さ $b$ の変化による負荷速度依存性への影響について検討する．

長さ $b$=100 mm，200 mm，300 mm，600 mm における応力の観測部位を図 5.14 に示す．観測部位はそれぞれ，最大反力直前の最大応力発生部位で，端面から 15 mm から 20 mm の間のメッシュ列，あるいは，20 mm から 25 mm の間のメッシュ列（メッシュサイズが 5 mm であるため）となっている．

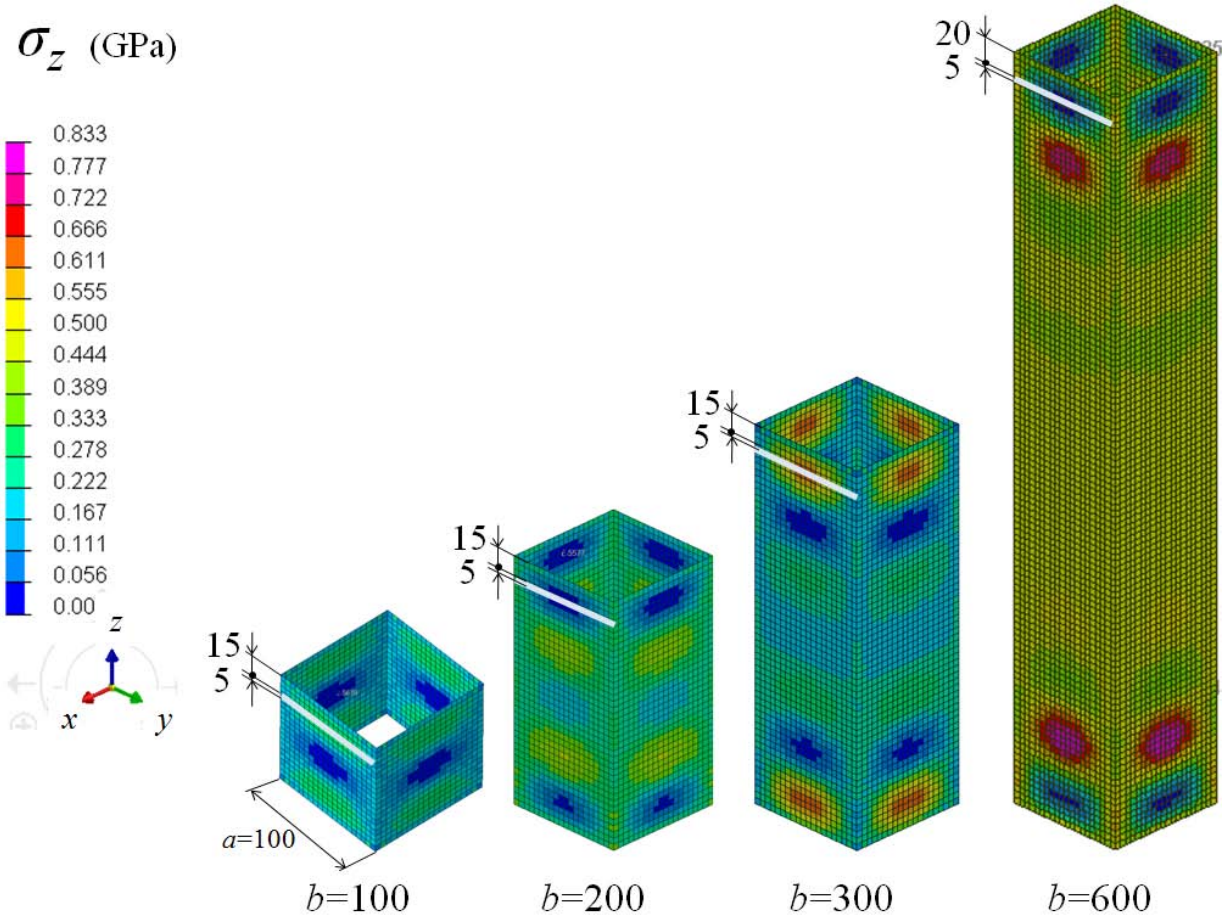
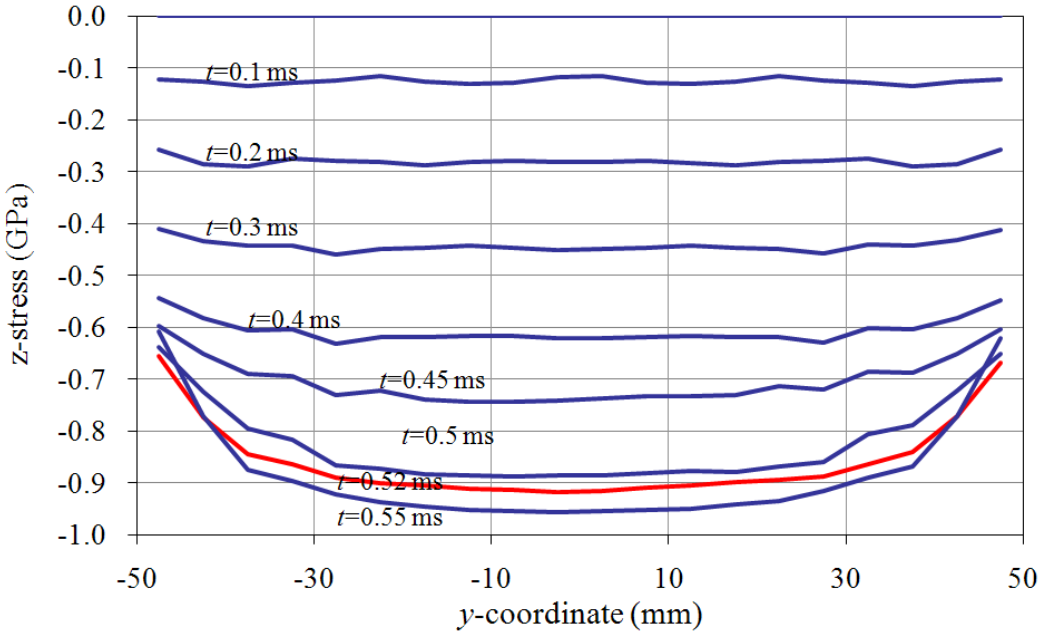
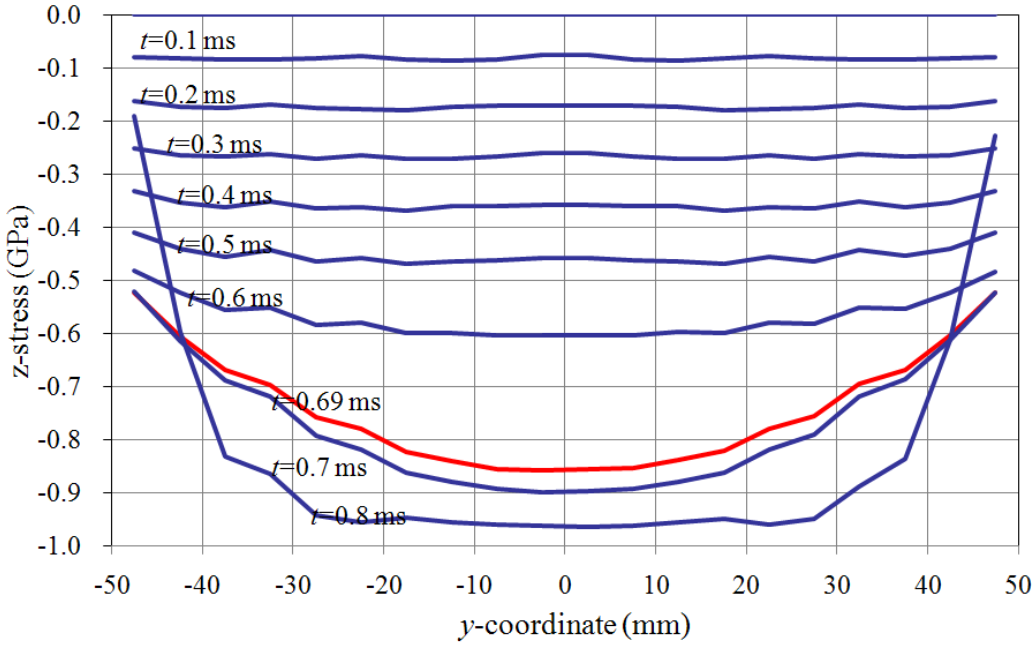



Fig. 5.14 Line-wise distributions where stress components are measured for thin-shell structured columns with various lengths.

図 5.14 の白線上の板表面の z 方向圧縮応力の時間変化を示したのが図 5.15 である.

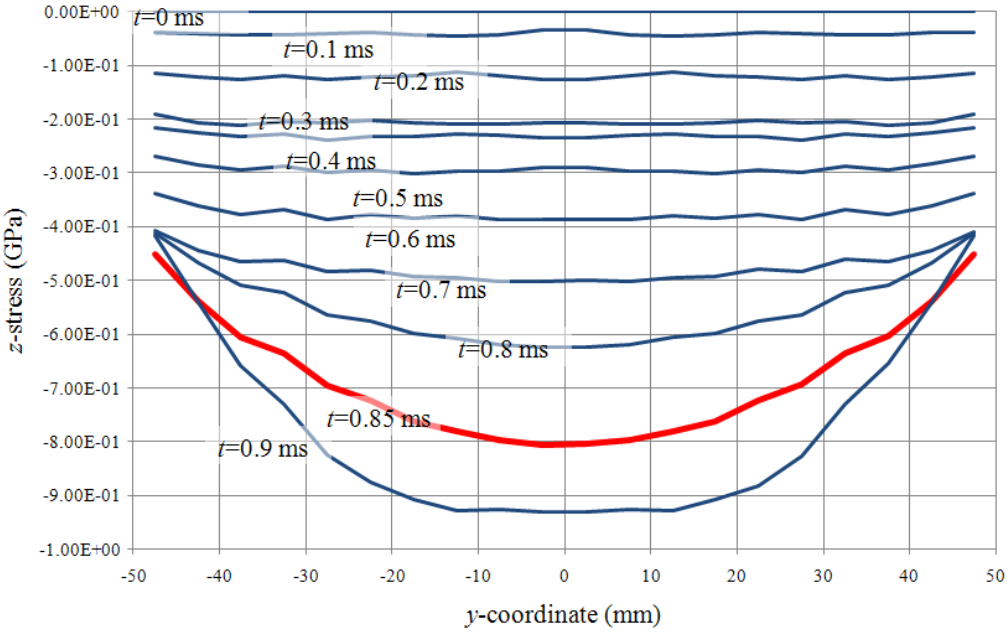



(a) *b*=100 mm

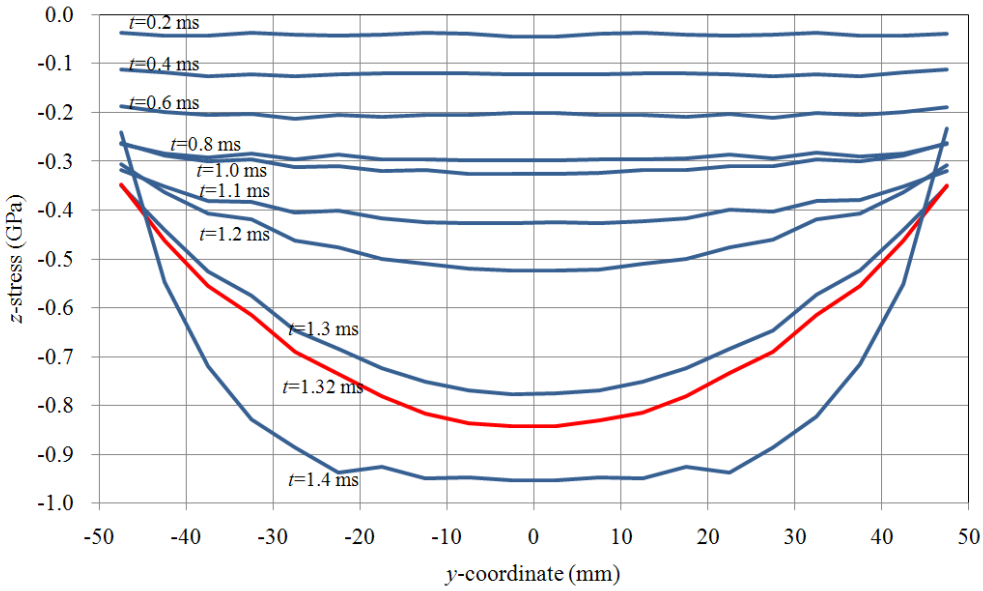



(b) *b*=200 mm

Fig. 5.15 Time histories of stress distributions along the lines in Fig. 5.14 comparison. *b*=100 mm, 200 mm.




(c) $b$=300 mm




(d) $b$=600 mm

Fig. 5.15 Time histories of stress distributions along the lines in Fig. 5.14 comparison. $b$=300 mm, 600 mm.

これらの結果を同一の基準で比較するために，応力波の反復回数 $N$（計算結果より求めた 1 往復の平均時間を用いて最大荷重時の時間を除した値）を横軸に，縦軸には応力パラメータ $\alpha$（圧縮側の板表面の $z$ 方向応力の最大値を膜応力の最大値で除した絶対値）を取り，図 5.16 に示す．これより，柱の長さ $b$ が長いほど応力波の伝搬回数が少

なく，面外変形のよる板表面の $z$ 方向圧縮応力の膜応力に対する比率が大きくなり不均一変形が進む．また，図 5.11 より，一回の応力波伝搬で上昇する反力は柱の長さによらず一定なので図 5.16 の横軸は反力の大きさを表しており，柱の長さ $b$ が長いほど最大反力が低下する．

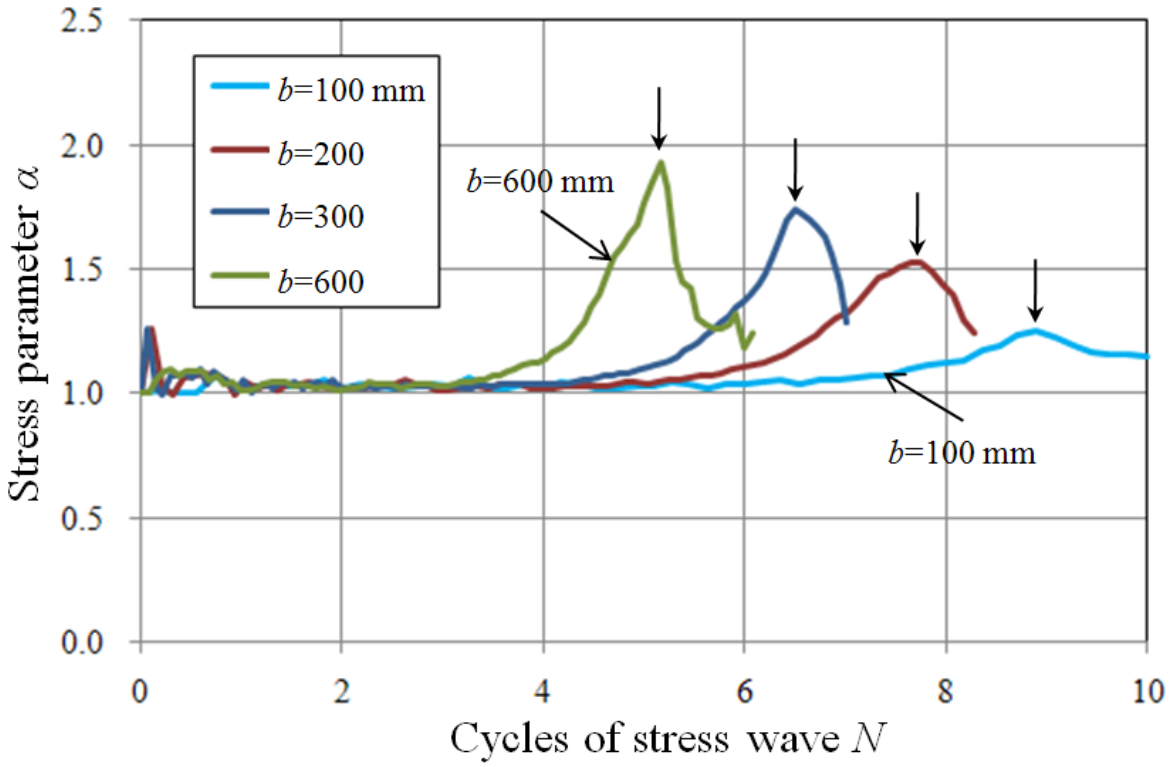



Fig. 5.16 Relationship between the stress parameter $\alpha$ and cycles of stress wave $N$.

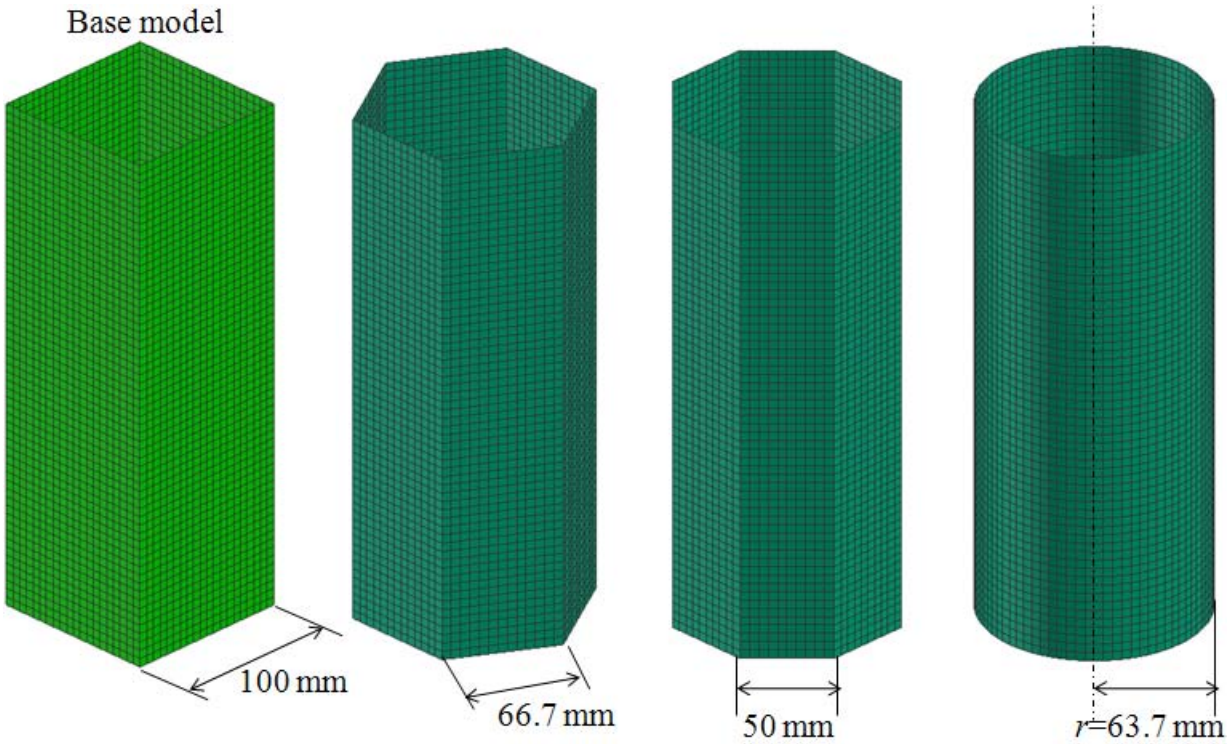
このことから，図 5.10 に示したように，薄板構造柱の長さ $b$ が長いほど同一の負荷速度に対して最大反力が低下することになり，より最大反力が小さくなる．一方，1 章，1.2 節で述べた（F）分類の三村らによる研究[3]では，中実帯板状の長柱に対して負荷速度 $V$=10$^{-4}$～0.1 m/s の範囲内で動的不安定挙動を実験的に調べた結果，中実長柱の長さ $b$ が小さいほど負荷速度の大きい方へ限界荷重は移動しており，本解析結果と反対の傾向を示す．これは，中空の構造柱ではなく中実柱では長さ方向の変形モードが高次化することによるものと考えられる．本研究で対象とする薄板構造柱は柱の長さ方向の不安定が抑制されているため，幅方向の面外方向変形に伴う応力増加が不安定挙動の駆動源になっている．この参考文献との比較は，柱の構造により基本的な不安定現象のメカニズムが変化することを示唆しており，極めて興味深い．

なお，計算結果より得られた応力波の進行速度は，$b$=100 mm で約 3,630 m/s，$b$=200 mm で約 4,190 m/s，$b$=300 mm で約 4,380 m/s，$b$=600 mm で約 4,550 m/s であり，本研究で用いた薄板鋼板の想定される Lamb 波 3,000～6,000 m/s の範囲内におおむね収まっており妥当な結果と思われる．（参考までに，本材料のヤング率と密度から算出される 1 次元縦波弾性波の伝播速度は 5,120 m/s である）

# 5.4 断面形状の負荷速度依存性に及ぼす影響

## 5.4.1 解析モデル

自動車の骨格構造には単純な四角形ではなく，断面の有効部分を増やすため，部分的に多角化をする事例が増えている．ここでは，これまでの正方形の四角形断面の解析に加え，図 5.17 に示すような断面形状を正多角化して，その形状因子が負荷速度依存性に与える影響について考える．全断面降伏応力時の反力がいずれも 400 kN とするため，断面積が一定（断面の平均周長 400 mm，板厚 1.2 mm）になるような断面寸法を用いる．したがって，多角形の板幅 $L$ は，基本となる四角形で 100 mm，六角形で 66.7 mm，八角形で 50 mm となり，多角化の極限としての円形では半径 63.7 mm となる．




(a)Rectangular　(b)Hexagonal　(c)Octagonal　(d)Circular

Fig. 5.17 Various cross sections of multi-angular thin-shell structured columns[4].

## 5.4.2 解析結果

四角形断面と同様に，負荷速度を変化させた時の最大反力 $R_{max}$ の変化および面外変形の始まる反力 $R_E$ と Euler の理論座屈荷重 $P_{cr}$ との比較を図 5.18 に，$R_{max}$ と Karman の有効幅を基にした反力 $R_{kr}$ との比較を図 5.19 に示す．これらの図から，高負荷速度域

の反力は，四角形と同様に全断面が降伏応力時の反力を超過するが，低負荷速度域に比べて断面形状の依存性は大きくない．

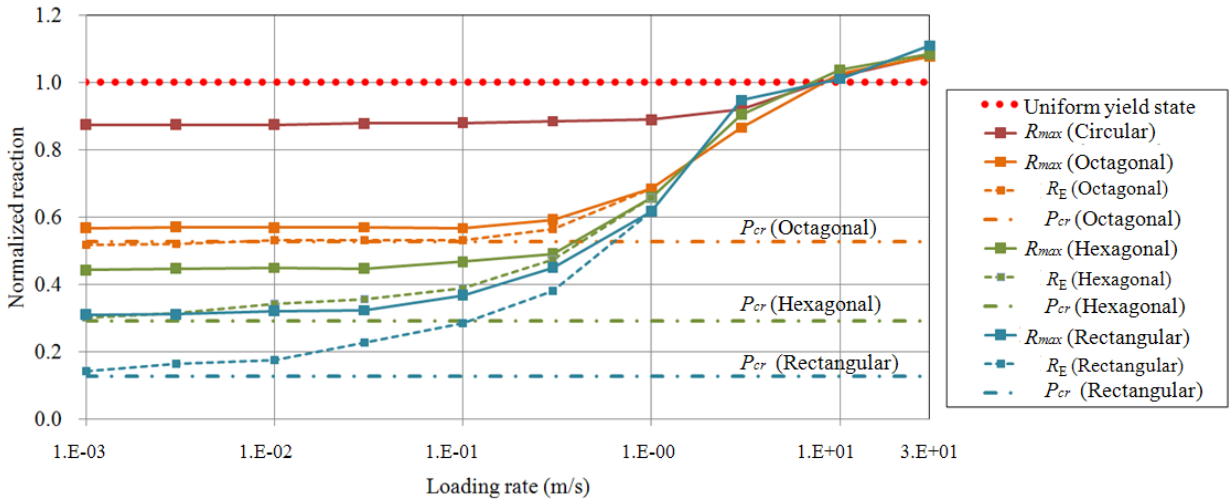



Fig. 5.18 Loading rate dependence of reaction for multi-angular cross sections in comparison with Euler buckling force[(4)].

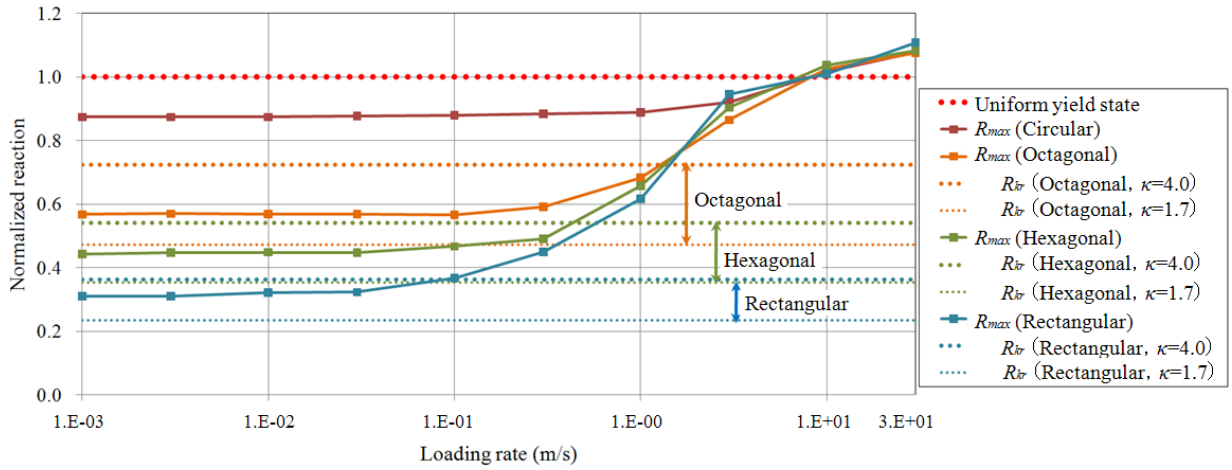



Fig. 5.19 Loading rate dependence of reaction for multi-angular cross sections in comparison with the reaction calculated from Karman's effective length[(4)].

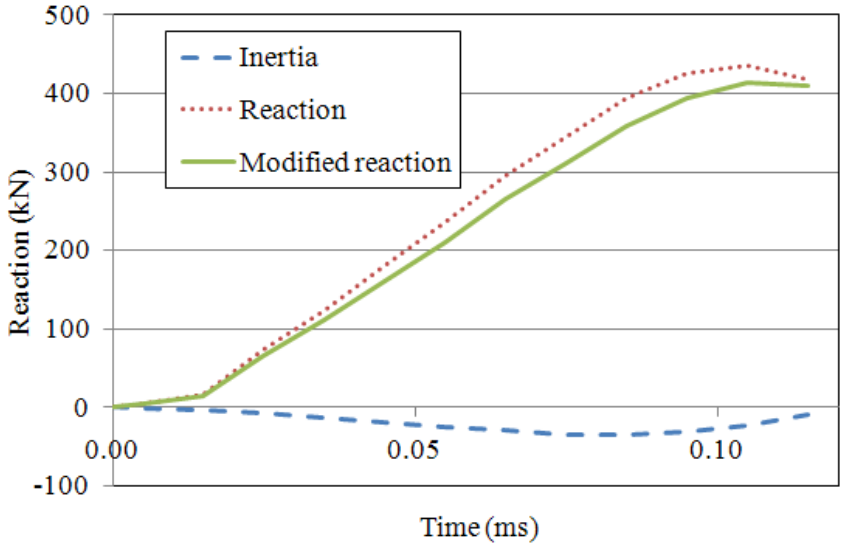
一方，低負荷速度域の最大反力は，

（1）　断面を多角形化するほど，負荷速度の減少に伴う反力低下が小さい．

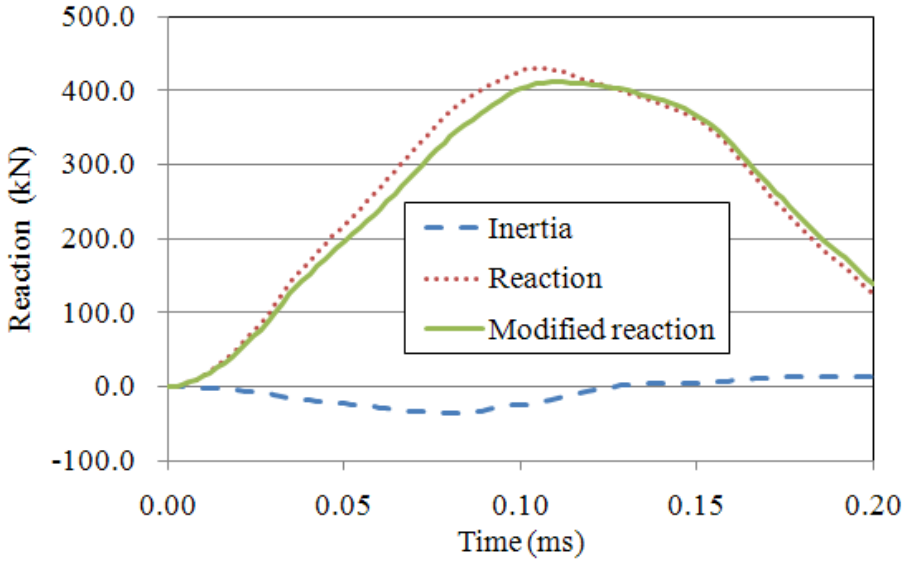
（2）　六角形，八角形の低負荷速度域での最大反力は，四角形同様の修正を行うとほぼ Euler の座屈荷重に収束する．

（3）　Euler の座屈の面外変形後に生じる塑性座屈時の反力は，六角形，八角形の場合も，四角形同様に Euler の座屈荷重より大きい値に収束し，それぞれ Karman の有効幅 $\kappa$=4.0 と $\kappa$=1.7 間に収束する．

まず，高負荷速度域の超過荷重について，4.4 節と同様に検討する．式（4.1）を用いて算出した慣性力により反力を補正した結果について，負荷速度 30 m/s における六角形の場合を図 5.20（a）に，八角形での場合を図 5.20（b）に示す．四角形と同様に，超過荷重の慣性力を差し引いた値が全断面降伏時の荷重（400kN）にほぼ一致することから，多角化した断面の場合も，接触面付近での一様な塑性状態になり構造の剛性低下が生じている．




(a) Hexagonal




(b) Octagonal

Fig. 5.20 Reaction modified by inertial forces of hexagonal and octagonal beams with loading rate of 30 m/s[(4)].

### 5.4.3 メカニズムに関する考察

多角形化により負荷速度の減少に伴う反力低下が小さくなることについて，座屈との関連で検討する．負荷速度 $10^{-3}$ m/s 時において，形状の違いによる反力の変化を示すために，4.3 節の図 4.5 で示した A 点と B 点での最大反力 $R_A$ および $R_B$ と，板厚と板幅比 $h/L$ の関係を図 5.21 に示す．

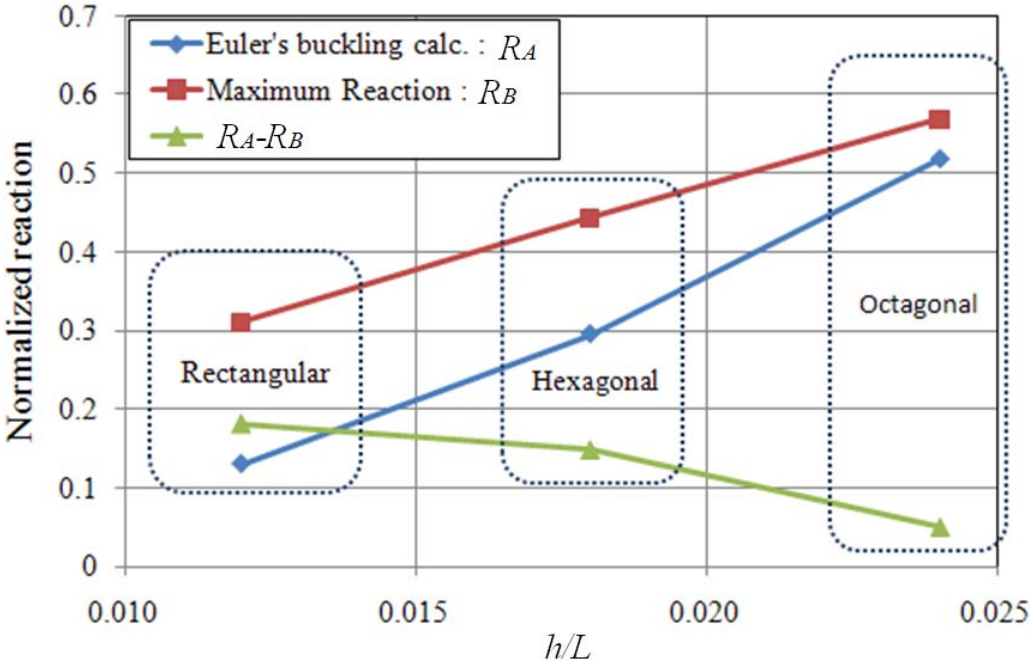



Fig. 5.21 Effect of multi-angular cross section to two kinds of reaction at points A and B in Fig. 4.5[(4)].

A 点に対応する Euler の座屈荷重 $R_A$ は，平面部の幅 $L$ の 2 乗に反比例するため，四角形から八角形への形状変化では 4 倍に増加する．一方，B 点に対応した塑性座屈に移行する反力 $R_B$ は，経験的によく一致する Karman の有効幅が 36.2 mm と変化しないので, 初期平面部の幅が小さくなれば有効幅以外の領域が比例して小さくなる. つまり，四角形から八角形への形状変化では，ほぼ線形の変化を示す．これらのことから，多角形化すればするほど，A 点と B 点での反力は同じ値に近づき，更なる多角形化で逆転する．参考までに，十二角形時の Euler の座屈荷重は 460 kN となり，全断面降伏時の反力 400 kN を超える. また, 十二角形時には一面の幅が 33.3 mm となるため Karman の有効幅 36.2 mm の方が大きくなり, 有効幅での局部的な塑性面外座屈は発生しない. また多角化の究極が円形であるが，$h/L$ が∞となること，後述（式（5.10））するとおり 400 kN 以下では弾性座屈が発生しないことから図 5.21 への記載はしていない．

Euler の座屈発生直後の $x$ 方向変位の等高線図を図 5.22 に示す．また，各図の矢印で示した節点での変位の時間変化を図 5.23 に示す．

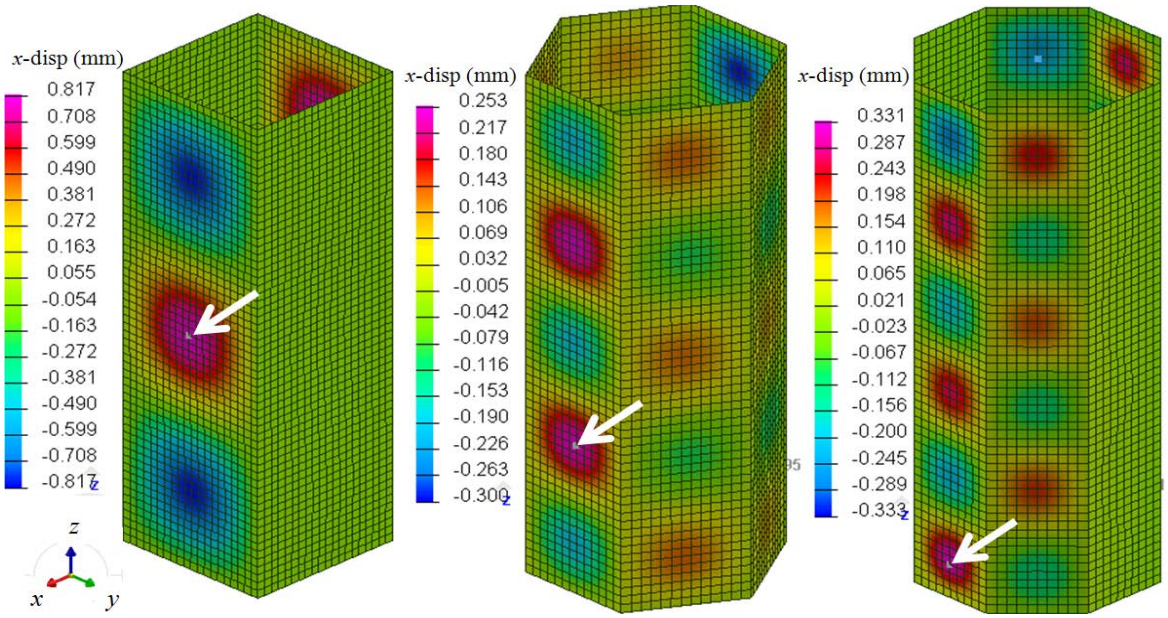



Fig. 5.22 Contour maps of out-of-plane displacements at *x*-direction of multi-angular beams[(4)].

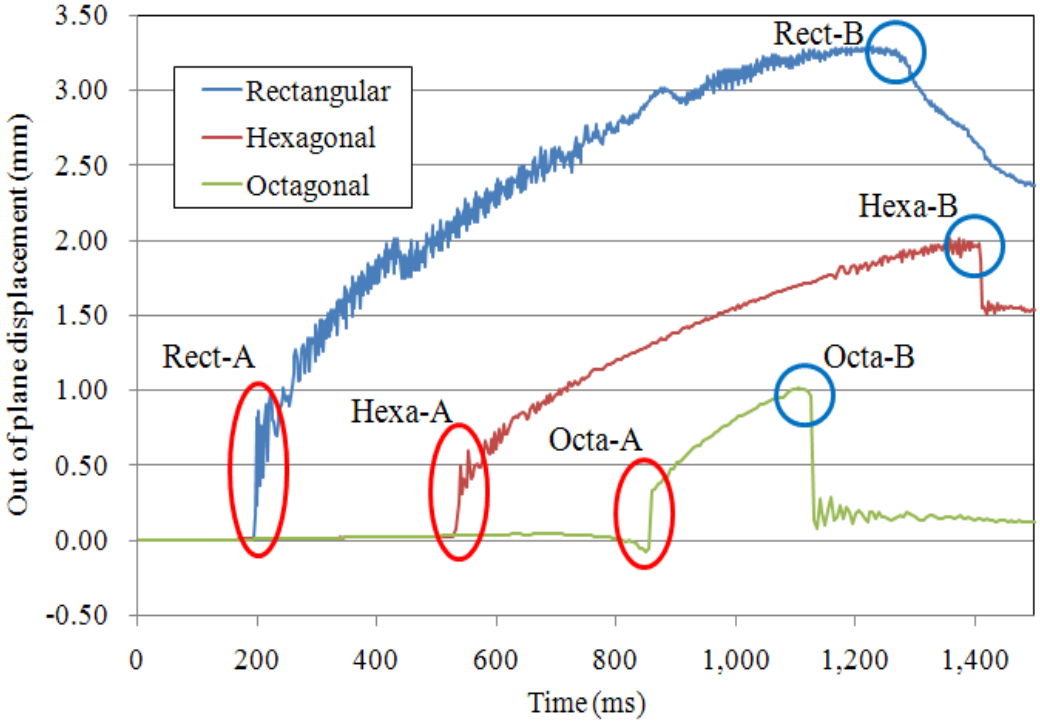



Fig. 5.23 Time histories of out-of-plane displacements at *x*-direction at nodes pointed by arrows in Fig. 4.21[(4)]

図 5.21, 5.22, 5.23 の 3 図の結果から考察すると，多角形化するに従い，A 点に対応する Euler の座屈の発生が遅延され, B 点に対応する塑性座屈までに要する時間が短くなる.

そのため，両者が一致するように近づくことが最大反力の負荷速度依存性を低減していることになる．

多角形化の極限の形状が円と考えられ，円筒の場合は八角形よりもさらに低負荷速度域の反力低下が小さくなり，350 kN あたりで収束する（図 5.18，5.19 参照）．先に述べたように，Euler の座屈荷重は，十二角形を想定すると 460 kN と全面降伏応力時荷重を超えるため，Euler の座屈による荷重低下は発生しない．また，局部弾性座屈応力 $\sigma_{cr}$[1]を用いて，薄板円筒の軸圧縮時に生じる反力 $P_{cr}$ を式（5.10）に示す．

$$P_{cr} = 2\pi \times r \times h \times \sigma_{cr} = \frac{2\pi \times \mathrm{E}}{\sqrt{3\left(1-\nu^2\right)}} \times h^2 \tag{5.10}$$

式（5.10）に円筒の半径 $r$=63.7 mm，板厚 $h$=1.2 mm を代入し座屈荷重を求めると $P_{cr}$= 1,150 kN となり，やはり全断面降伏時の荷重を超える．これらのことから，円筒での準静的な負荷に対する不安定挙動に弾性座屈の影響はなく，局部的な塑性座屈によるものである. その結果, 最大反力の負荷速度に依存した低下が最も小さくなっている.

# 5.5　四角形断面縦横比の負荷速度依存性に及ぼす影響

## 5.5.1 解析モデル

実際の車両に用いられる薄板構造柱の断面は正多面体ではなく，長方形を基にしたものがほとんどである．したがって，今までの検討結果を拡張し，長方形断面にした場合の負荷速度依存性の変化を検討することは設計上極めて有用である．ここでは，断面の縦横比率をパラメータとした場合の負荷速度依存性に及ぼす影響と，そのメカニズムを明らかにする(5).

モデルは, これまでの 1 辺 100mm の正方形を基準にして, 1 対の辺（長辺 $q$）を 100mm に固定し，他辺（短辺 $p$）を 90mm から 20mm まで 10mm 単位で変化させた．（図 5.24 参照）この際，全断面降伏時の反力が異なるので，全断面降伏時の反力で正規化した場合，長辺のみの反力に注目して正規化した場合，および短辺の反力に注目して正規化した場合の 3 つの場合について整理をおこなう．なお，短辺と長辺の比 $p/q$ を縦横比と定義する．

短辺については，$\kappa$=4.0 の場合 Karman の有効幅は 36.2mm で 30mm 以下の形状では全幅が有効幅となり，$\kappa$=1.7 の場合 23.6mm で 20mm の形状では全幅が有効幅となる．また，オイラー座屈については，幅が 30mm の場合，座屈荷重が 42.9kN と全断面降伏時の荷重 30kN を超えることから，幅 30mm 以下では Euler 座屈の生じる可能性がないことになる．

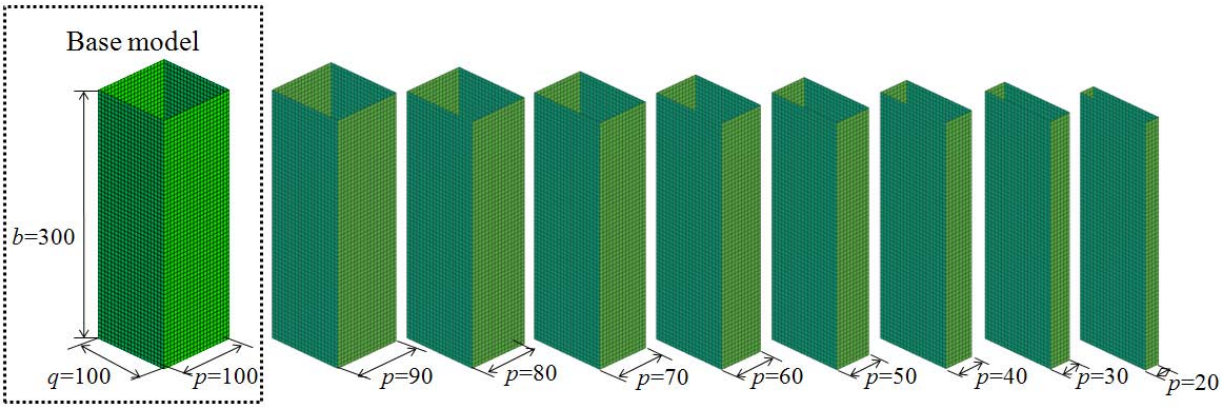



Fig. 5.24 Cross-sectional shapes of examined model for various aspect ratios varied in 10 mm increments(5).

### 5.5.2 解析結果

断面を変化させた場合の最大反力の負荷速度依存性を図 5.25 に示す．縦軸の値は，全断面降伏時の反力で正規化したものである．

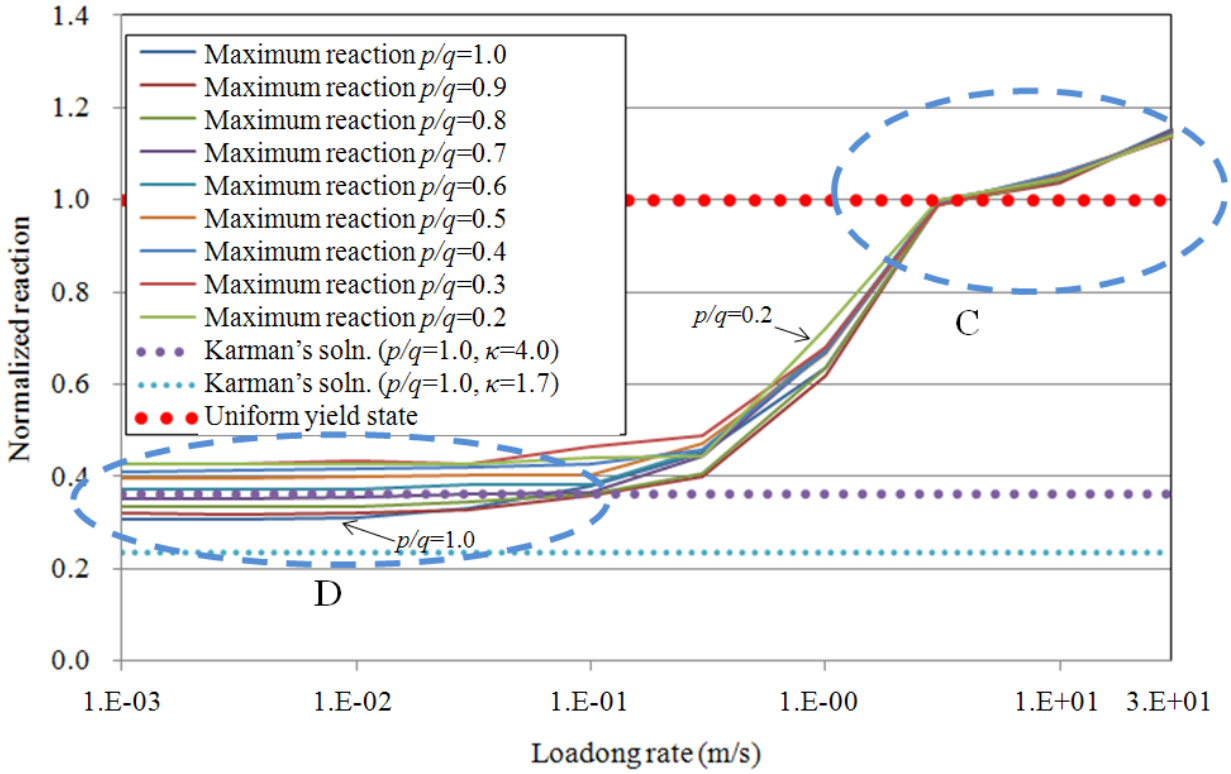



Fig. 5.25 Loading rate dependence of maximum reaction for various aspect ratios[5].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

高速負荷時の応答については，図中の領域 C で示すように縦横比依存性はほとんどない．一方，低速負荷時の応答（図中の領域 D）では縦横比依存性を示す．なお，Karman の有効幅理論に基づく反力を $p$=100 mm の場合について図中に併記する．長方形の縦横比が大きいほど，最大反力が高いことがわかる．

ほぼ一定の反力に収束する $V$=10$^{-2}$ m/s 以下の最大反力の平均値と縦横比の関係を図 5.26 に示す．これより，計算結果は Karman の 2 つの有効幅に基づく反力のほぼ中央に位置し，Karman の有効幅理論が縦横比を変化させた場合でも良い近似解であることを示す．つぎに，長辺のみの反力に注目して整理した結果を図 5.27 に示す．図中の領域 E の高速負荷域の応答は，図 5.25 と同様に縦横比依存性を示さない．また，図中の領域 F の低速負荷域では縦横比依存を示すものの，図 5.25 よりはその影響が少ない．

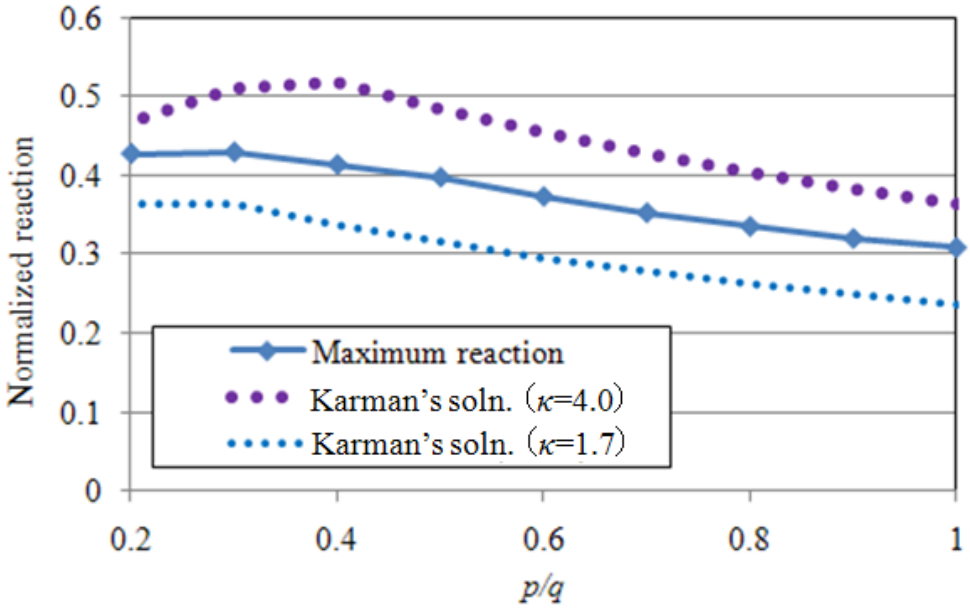



Fig. 5.26 Aspect ratio dependence of maximum reaction in the low loading rate region and relation to von Karman's effective width solution[5].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

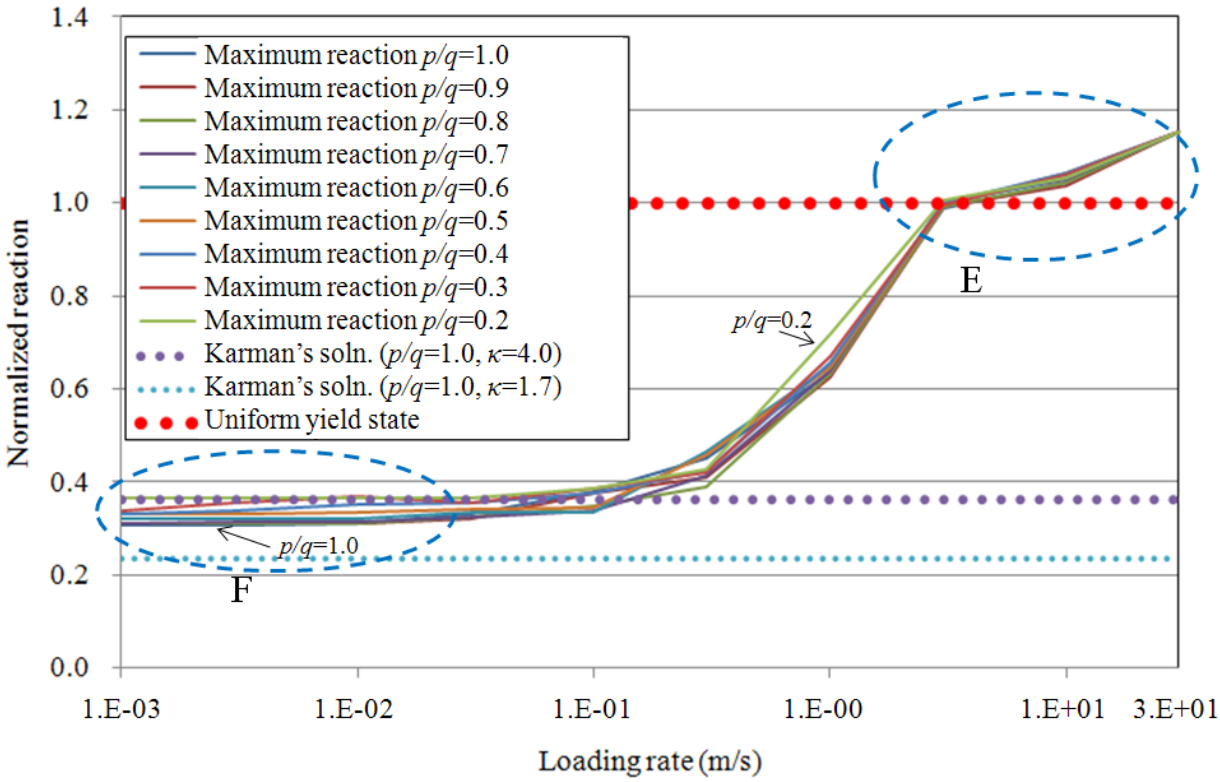



Fig. 5.27 Loading rate dependence of maximum reaction for various aspect ratios (characteristic of long sides only)[5].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

負荷速度 $V$=10$^{-2}$ m/s 以下の長辺の最大反力の平均値と形状の関係を図 5.28 に示す．縦横比が小さいほど，最大反力が大きくなることがわかる．最後に，短辺の反力のみの縦横比変化に対する応答を図 5.29 に示す．低速域での最大反力の縦横比依存性が非常に大きいことがわかる．

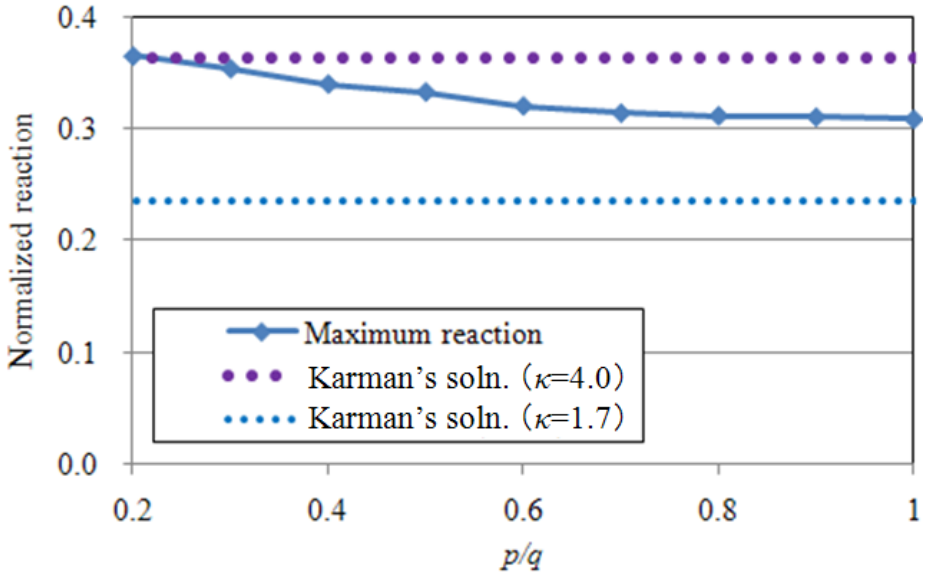



Fig. 5.28 Aspect ratio dependence of maximum reaction in the low loading rate region and relation to von Karman's effective width solution (characteristic for long sides only) [5].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

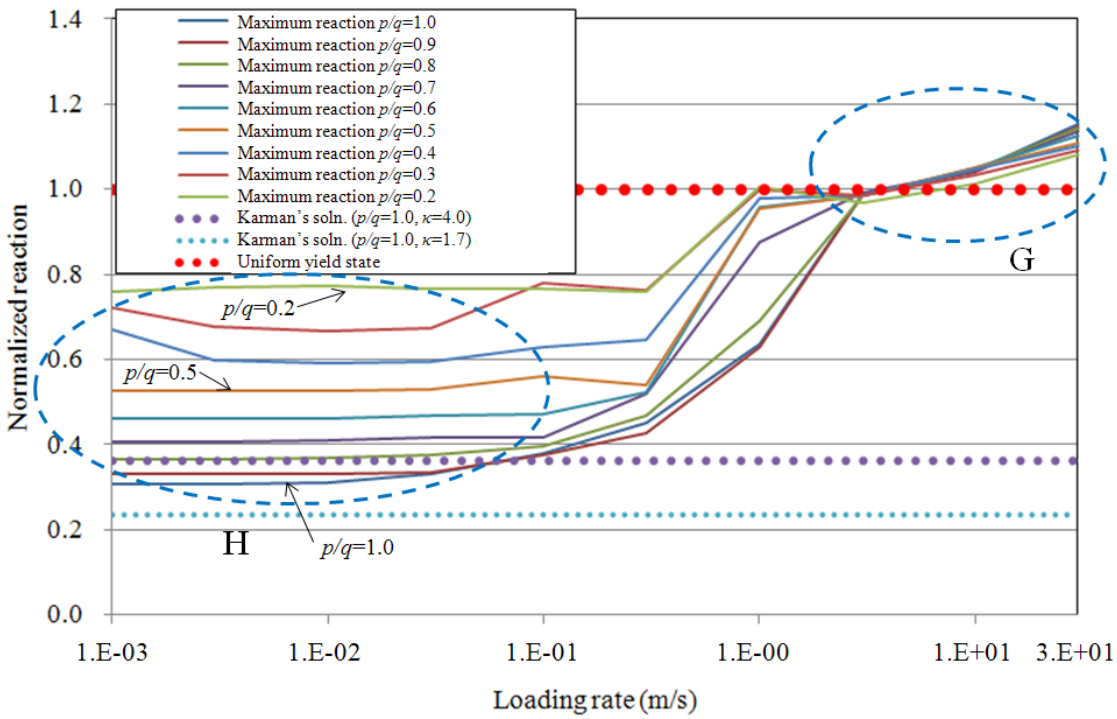



Fig. 5.29 Loading rate dependence of maximum reaction for various aspect ratios (characteristic of short sides only) [5].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

同様に，負荷速度 $V$=10$^{-2}$ m/s 以下の最大反力の単純平均値と縦横比の関係を図 5.30 に示す．

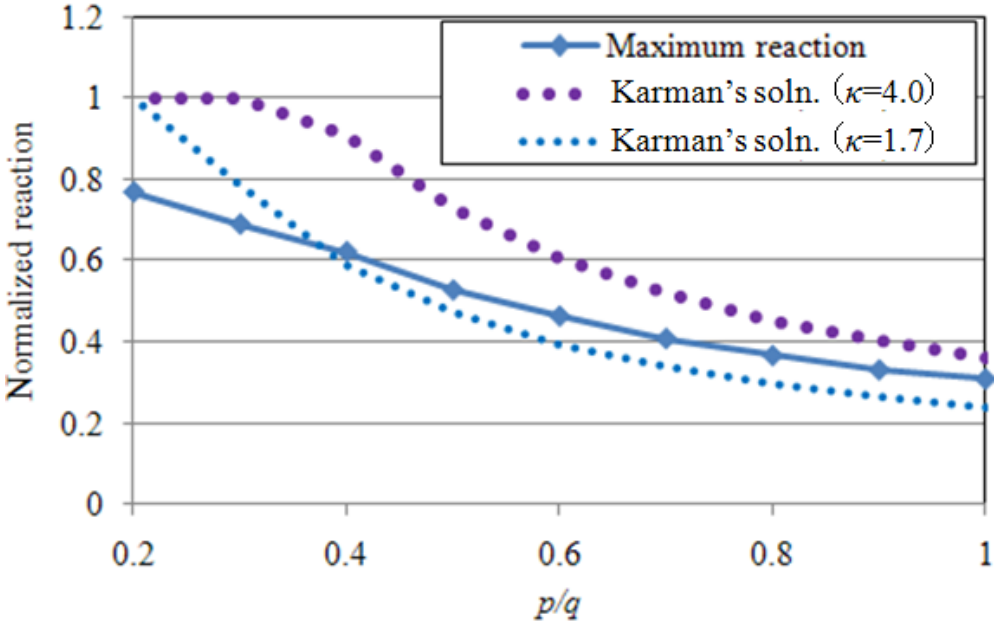



Fig. 5.30 Aspect ratio dependence of maximum reaction in the low loading rate region and relation to von Karman's effective width solution (characteristic for short sides only) [5].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

縦横比 $p/q$ が小さくなると，全幅に占める有効幅の割合が大きくなることから，Karman の解は 1 に近づく．$p/q$= 0.4 以下では有効幅理論から逸脱するが，最大反力の大きさは大きくなる．

以上の解析結果を整理すると，最大反力の負荷速度依存性について，

（1）　高速負荷域での縦横比依存性はほとんど無い．

（2）　低速負荷域での縦横比依存性は大きい．その主要な要因は短辺の長さ依存性である．全幅に占める Karman の有効幅の比率が関連していると考えられる．

（3）　低速負荷域での長辺（$q$=100mm）の最大反力の負荷速度依存性の縦横比依存性はある．この点については，後述するメカニズムが原因と考えられる．

（4）　低速負荷域での短辺 $p$ の最大反力の負荷速度依存性の縦横比依存性は強い．これは主に短辺の全幅に占める有効幅の割合が大きくなることによる．

### 5.5.3 メカニズムに関する考察

低速負荷域での長辺（$q$=100mm）の縦横比依存性について考察する．低速負荷時（$10^{-3}$ m/s）の最大荷重付近の面外変形モードについて，それぞれ $x$ 方向変位と $y$ 方向変位をそれぞれ図 5.31 に示す．正方形時に 3 次のモードであった面外変形モードは，$p/q$=0.5 までは 3 次のままである．$p/q$ =0.4 以下になると 4 次のモードに変化していることがわかる．これは，例えば $p/q$ =0.4 の場合，短辺の予想される変形モードでは柱の長さと短辺の比が 7.5 : 1 であることから 7～8 次のモードが最も発生しやすい（2 章の図 2.13 より，7.5：1 の比率から $b$=300 mm に対する $a$ は 40mm となり，Euler 座屈係数 $k_{cr}$ が最小値を取るのが 7 か 8 となる）．一方，長辺（$q$=100mm）の予想される変形モードは，同様に 2 章図 2.13 より 3 次となっており，3 次モードが最も安定的に発生する．このモード次数の乖離を境界（角部）で整合させることになるため，4 次モードが優先的に生じたと考えられる．このモード次数の変化について，境界（角部）での変形を詳細に分析する．

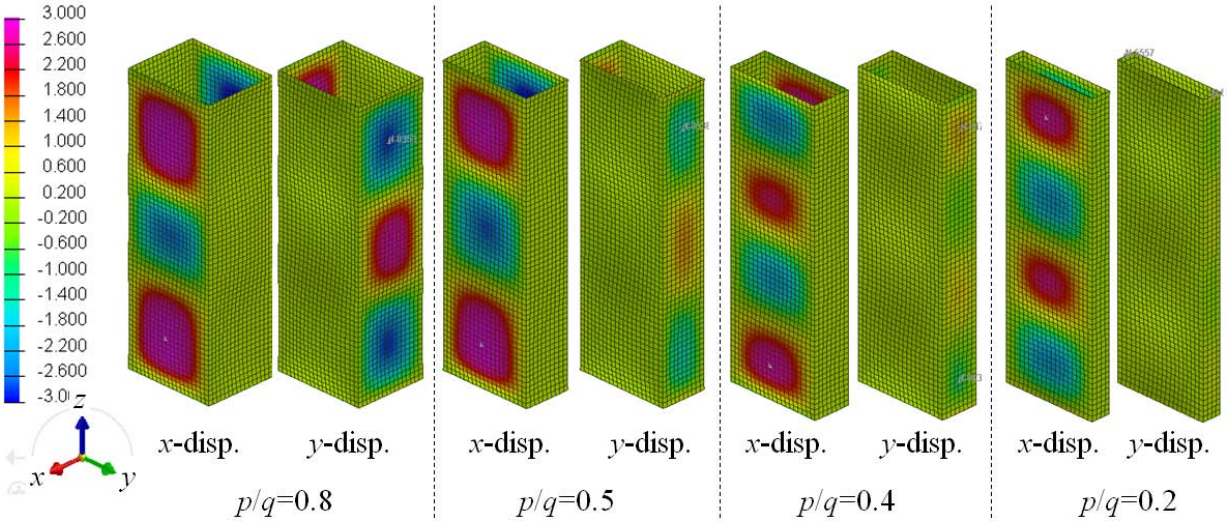



Fig. 5.31 Comparison of out-of-plane deformation modes for various aspect ratios near the maximum reaction at a loading rate of $10^{-3}$ m/s[5].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

図 5.31 の長辺の変位について，図 4.2 の a-a に相当する部位の面外変位分布を図 5.32 に示す．最大変位で正規化しているので，大きな差異は見られないが，境界部分の変位角が異なることがわかる（図 5.32 の領域 I，J）．この変位角（$x$ 方向最大変位量で正規化した $x$ 変位量を $\bar{x}$ としたときの｜$d\bar{x}/dy$｜）を縦横比との関係で整理したのが図 5.33 である．$p/q$ =0.2～0.4 は 4 次のモードで，$p/q$ が大きいほど変位角が大きくなる．$p/q$ =0.5 にて 3 次モードに移行するが，このとき変位角は小さくなり，隣辺からの拘束が強くなっていることがわかる．このメカニズムがモード次数の変化の主たる要因である．

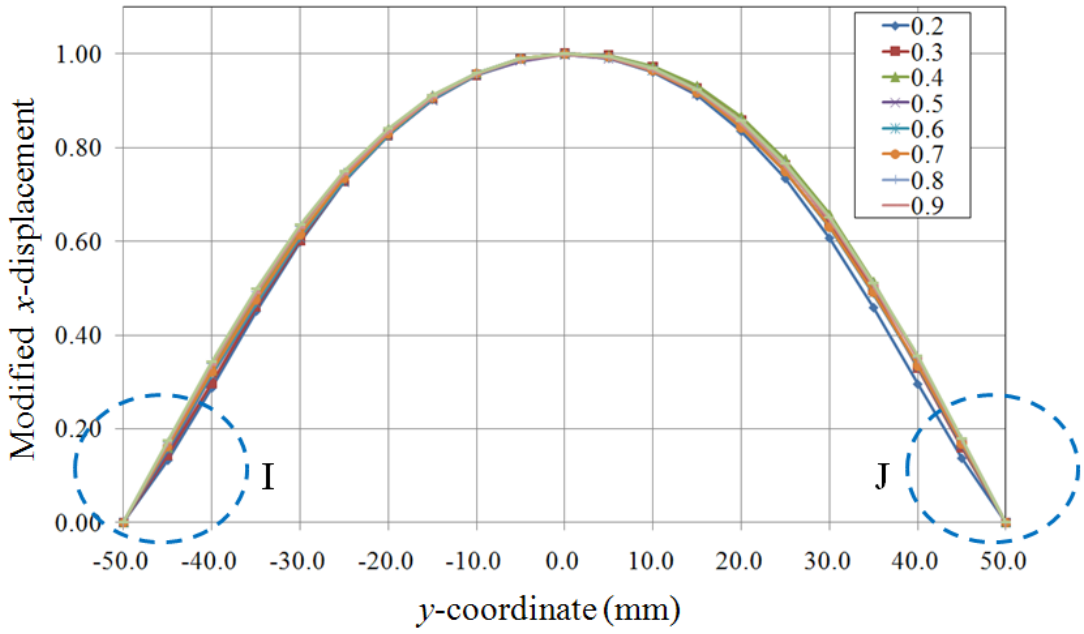



Fig. 5.32 Distribution of out-of-plane displacement for Fig. 5.31 (normalized to maximum displacement at a-a position in Fig. 4.2) [5].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

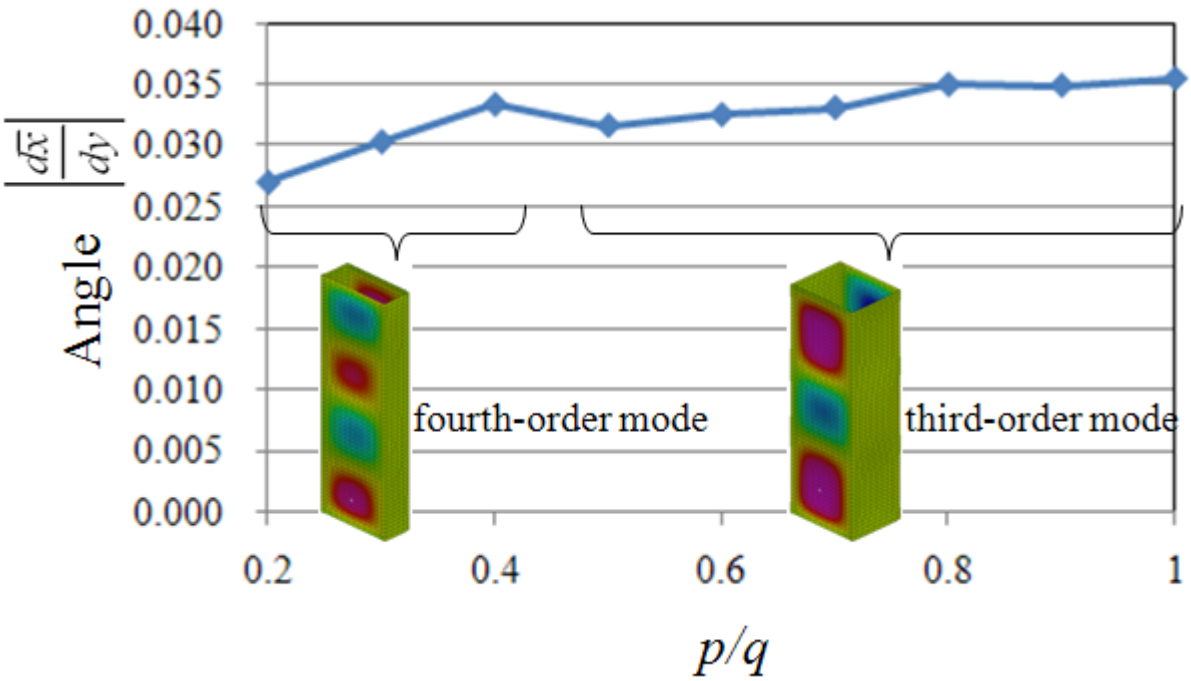



Fig. 5.33 Displacement angle in areas I and J in Fig. 5.32 as a function of the aspect ratio[5].

"Reprinted with permission from SAE Paper No. 2012-01-0554 © 2012 SAE International. Further use or distribution is not permitted without permission from SAE."

## 5.6 結言

本章では，薄板構造柱における不安定挙動の生じる限界値を示す最大反力の負荷速度依存性を考察するために，断面形状の幅，柱の長さ，断面形状（多角化と四角形断面の縦横比）を種々に変化させ，4 章での結果を 3 領域に区分化した領域 A（大域的不安定領域）から領域 C（端面塑性領域），そして両者を遷移する領域 B（遷移領域）でのメカニズムを検討した．その結果，以下のことがわかった．

（1）幅 $a$ を変化させた結果から，Karman の解の予測とは異なり，準静的な負荷時の最大反力は幅 $a$ に依存することがわかった．幅 $a$ が小さい領域では，全断面降伏の荷重と有効幅を基準にした反力の関係，また Euler の座屈荷重と有効幅を基準にした反力の関係が制約事項となり，その結果最大反力が決定する．それ以上に幅が大きくなると Karman の $\kappa$=4.0 の解に漸近する．しかし，Karman の解とは異なり幅 $a$ に依存した結果となり，それを反映した修正 Karman の式を提案した．これにより，従来より正確な準静的な最大反力の予測が可能となる．

（2）柱の長さ $b$ を変化させた結果から，領域 A（大域的不安定領域）では，柱の長さ $b$ によらず一定の値に収束した．これは，柱の長さ $b$ によらない平板の座屈解と一致する．領域 B（遷移領域）では，最大反力は柱の長さ $b$ に依存し，柱の長さが長いほど領域 B の遷移領域が負荷速度の大きい方へ移動することがわかった．これは，柱の長さ $b$ が長いほど曲げ応力の膜応力に対する応力比は大きくなり，応力の不均一さが増すことによって早期に降伏応力に達したためと考えられる．

（3）断面形状を六角形，八角形，円形と多角化させると，負荷速度に応じた最大反力の低下を伴う負荷速度依存性が緩和されることがわかった．これは，多角形化に伴って Euler の座屈の発生が遅延されることによる．八角形までは Euler の座屈の発生から構造全体の塑性座屈までに要する時間が短くなり，それ以上の多角化（円形含む）では，塑性座屈が先に発生し Euler の座屈は現れなくなる．

（4）長辺の長さ $q$ を一定にし，縦横比 $p/q$（ここで $p$ は短辺の長さを表す）を変化させた場合，縦横比が小さいほど，負荷速度依存性は小さくなることがわかった．その主なメカニズムは 2 つ考えられ，

- 短辺の反力は，全幅に占める有効幅の割合の変化により，正規化した反力は大きく変化する．縦横比が小さい場合，この影響により最大反力の負荷速度依存性は非常に小さくなる．
- 長辺の最大反力の負荷速度依存性は，短辺の変形モードの影響で変化する．縦横比が非常に小さい場合は，長辺の面外変形モードの次数が増え反力が増加する．また，縦横比が小さいほど，隣辺からの拘束がより強くなるため，反力が増加する．

# 参考文献

(1) 中原一郎，渋谷寿一，土田栄一郎，笠野英秋，辻知章，井上裕嗣，弾性学ハンドブック（2001），p.264-265，朝倉書店

(2) Karman, T., Sechler, E.E. and Donnell, L.H., “The Strength of Thin Plate in Compression”, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.54, No.5（1932）, pp. 53-57.

(3) 三村耕司，菊井巧也，西出直広，楳田努，陸偉，橋本裕明，“準静的 - 動的遷移速度域における両端および中間部を拘束された長柱の動的座屈挙動”，材料， Vol.61, No.11（2012）, pp. 881-887.

(4) 荒木敏弘，渋谷陽二，“薄板構造柱における軸圧縮不安定挙動の負荷速度依存性”，日本機械学会論文集 A 編， Vol.58, No. 554 (2012), pp. 1817-1820.

(5) Araki, T., Shibutani, Y., “Effect of Loading Rate Dependence on Unstable Behavior of Thin-Shell Structured Beams under Axial Compression-Elucidation of Mechanism and Effect of Beam Aspect Ratio on Loading Rate Dependence”, *SAE Technical Paper Series*, No. 2012-01-0554 (2012).

# 第 6 章　結論

安全性を確保し，軽量化を進めるために，エネルギー吸収構造体であるとともに変形抑制のための反力発生構造体として車両に用いられる薄板構造柱には，より高度な知見に基づく構造設計基準が不可欠である．本研究では，薄板構造柱に軸圧縮荷重が動的に負荷される際の力学的挙動について，その負荷速度依存性を系統的に調査し，そのメカニズムについて詳細に検討した．特に，従来の静的な平板の座屈理論に基づく Karman の解，あるいは Euler の解との比較により，準静的な低負荷速度域での考察を行った結果，以下のような結論を得た．

1 章では，本研究の背景として，自動車の安全性能開発の概観を述べた．また，薄板構造の反力特性に関する従来の研究動向をまとめ，本研究で検討すべき課題を明確にした．その結果，自動車の代表的なエネルギー吸収構造体として用いられる角柱である薄板構造柱の軸圧縮荷重に対する不安定挙動について, 弾性変形時に Karman の有効幅の考慮が必要となる設計条件の場合，弾性限界付近での衝撃荷重（通常，この荷重が構造反力の最大値になる）の負荷速度依存性を体系的に調査することが，学術的観点のみならず，実用的な設計指針を得るためにも極めて重要であることが明確となった．

2 章では，現状の車両開発における課題を示すことで本研究の重要性を示した．衝突性能の視点から現状の車両開発の設計過程を鑑みると，構造の反力設計が極めて重要であることがわかる. 実際の衝突実験でのバラツキ, 部品のバラツキが存在しても，性能のロバスト性を保証するための精密な反力設計手法の必要性を明らかにした．また，Karman の有効幅理論や Euler の平板座屈解について述べ，薄板構造柱で発生する反力特性の典型的な課題を明示した．さらに，薄板構造設計の詳細とこれら理論の関係を整理し, 実際の設計において Karman の理論を考慮しない場合の不具合の一例を示した．

3 章では，本研究で用いる FE 解析について，基準となるモデルの概要について述べた．つぎに，FE 解析の解法である動的陽解法の理論的背景とその手法の妥当性，使用する要素（低減積分要素）の概要と理論，接触条件の理論的な取り扱い，負荷条件の与え方について述べた．

4 章では，薄板構造柱の軸方向負荷時の不安定挙動を動的非線形有限要素法により解析し，負荷速度依存性の特徴とそのメカニズムについて検討し，以下の結果を得た[(1)].

（1）低負荷速度域では，Euler の座屈により一様な圧縮変形から系全体の面外変形が生じる. この時, 反力増加の勾配の変化とともにわずかな反力の変動が見られるが, 反力低下は生じない．その後端面における一様でない局部的な塑性座屈とともに構造全体の剛性低下を伴う不均一変形モードに移行し, 急激な反力低下を示す. 一方, 高負荷速度域では，応力波の繰り返し伝播に伴う準静的な力学状態に達する前に, 接触面が均一に塑性変形に移行して全断面降伏状態となることがわかった.

（2）低負荷速度域での面外変形発生時の反力は，Euler の座屈荷重にほぼ一致する．そして，その後の塑性座屈発生時の反力は，$\kappa$=4.0 と $\kappa$=1.7 の Karman の不均一変形状態を区分化した有効幅での反力の間にほぼ収束する．また，高負荷速度域での最大反力から慣性力を差し引いた値は，負荷端面が一様に降伏する全断面降伏時の反力にほぼ一致する.

（3）エネルギー論的視点から，本解析モデルについて，最大反力の生じた時の力学的状態からエネルギーの分配を考察した結果，負荷速度 0.3 m/s 以下では，Euler の座屈による面外変形に伴うひずみエネルギーが 35～40％と大きく，運動エネルギーは無視し得る程度に小さい．負荷速度 1 m/s～3 m/s では，面外ひずみエネルギーはほとんど発生せず，面内ひずみエネルギーが大半を占める．負荷速度 10 m/s～30 m/s では，速度の増加とともに運動エネルギーの比率が急激に高まることがわかった．特に，負荷速度 30 m/s では，降伏応力相当の応力に達している領域は負荷端から柱の半分程度の領域であり，面内のひずみエネルギーの寄与が比較的小さい．そのことが，運動エネルギーを急激に増加させていることにつながっている.

5 章では，薄板構造柱の不安定挙動の発生する最大反力の負荷速度依存性に及ぼす影響を解析するために，断面形状の幅，柱の長さ，断面形状（多角形，四角形の縦横比）を種々に変化させ，第 4 章での結果を 3 領域に区分化した領域 A から領域 C に遷移するメカニズムを検討した[(2),(3)]．その結果，以下のことがわかった.

（1）幅 $a$ を変化させた結果から，Karman の解の予測とは異なり，準静的な負荷時の最大反力は幅 $a$ に依存することがわかった．幅 $a$ が小さい領域では，全断面降伏の荷重と有効幅を基準にした反力の関係，また Euler の座屈荷重と有効幅を基準にした反力の関係が制約事項となり，その結果最大反力が決定する．それ以上に幅が大きくなると Karman の $\kappa$=4.0 の解に漸近する．しかし，Karman の解とは異なり幅 $a$ に依存した結果となり, それを反映した修正 Karman の式を提案した. これにより, 従来より正確な準静的な最大反力の予測が可能となる.

（2）柱の長さ $b$ を変化させた結果から，領域 A（大域的不安定領域）では，柱の長さ $b$ によらず一定の値に収束した．これは，柱の長さ $b$ によらない平板の座屈解と一致する．領域 B（遷移領域）では，最大反力は柱の長さ $b$ に依存し，柱の長さが長いほど領域 B の遷移領域が負荷速度の大きい方へ移動することがわかった. これは,

柱の長さ $b$ が長いほど曲げ応力の膜応力に対する応力比は大きくなり，応力の不均一さが増すことによって早期に降伏応力に達したためと考えられる．

(3) 断面形状を六角形，八角形，円形と多角化させると，負荷速度に応じた最大反力の低下を伴う負荷速度依存性が緩和されることがわかった．これは，多角形化に伴って Euler の座屈の発生が遅延されることによる．八角形までは Euler の座屈の発生から構造全体の塑性座屈までに要する時間が短くなり，それ以上の多角化（円形含む）では，塑性座屈が先に発生し Euler の座屈は現れなくなる．

(4) 長辺を一定にし，縦横比を変化させた場合，縦横比が小さいほど，負荷速度依存性は緩和されることがわかった．その主なメカニズムは 2 つ，

・短辺の反力は，全幅に占める有効幅の割合の変化により，正規化した反力は大きく変動する．縦横比が小さい場合，本影響により最大反力の負荷速度依存性は大きく緩和される．

・長辺の最大反力の負荷速度依存性は，短辺の変形モードの影響で変化する．縦横比が非常に小さい場合は, 長辺の面外変形モードの次数が増え, 反力が増加する．また, 縦横比が小さいほど, 隣辺との境界が単純支持より固定支持に近づくため, 反力が増加する．

# 関連発表論文

## 発表論文

- 荒木敏弘，渋谷陽二，“薄板構造柱における軸圧縮不安定挙動の負荷速度依存性”，日本機械学会論文集 A 編， Vol.58, No. 554 (2012), pp. 1817-1820.

- Araki, T., Shibutani, Y., “Effect of Loading Rate Dependence on Unstable Behavior of Thin-Shell Structured Beams under Axial Compression-Elucidation of Mechanism and Effect of Beam Aspect Ratio on Loading Rate Dependence”, *SAE Technical Paper Series*, No. 2012-01-0554 (2012). [Araki, T., Shibutani, Y., “Effect of Loading Rate Dependence on Unstable Behavior of Thin-Shell Structured Beams under Axial Compression-Elucidation of Mechanism and Effect of Beam Aspect Ratio on Loading Rate Dependence” *SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*, Vol.5, No.2 (2012), pp.767-777.]

## 国際会議

- Araki, T., Shibutani, Y., “Effect of Loading Rate Dependence on Unstable Behavior of Thin-Shell Structured Beams under Axial Compression-Elucidation of Mechanism and Effect of Beam Aspect Ratio on Loading Rate Dependence”, SAE 2012 World Congress April 24-26 2012, Detroit, Michigan, USA.

- Araki, T., Shibutani, Y., “Loading Rate Dependence of Unstable Behaviors of Thin-shell Structured Columns under Axial Compression - Effects of Cross-sectional Shape and Column Length -”, JSME-CMD (Japan Society of Mechanical Engineers-Computational Mechanics Division) International Computational Mechanics Symposium (ICMS) 2012, October 9-11 2012, Kobe, Japan.

## 国内学術会議

- 荒木敏弘, 渋谷陽二, “薄板構造はりの軸圧縮不安定挙動に及ぼす負荷速度依存性”, 日本機械学会 M&M2011 材料力学カンファレンス，2011-7.

# 謝辞

本論文をまとめるにあたり，大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻 澁谷陽二教授には，休日に相談のお時間をいただくなど，終始懇切なるご指導，ご助言ならびにご教示を賜り，謹んで感謝の意を表します．また，ご多忙中にもかかわらず本論文の審査の労を取って頂くとともに，貴重なご意見と有益な討論を頂きました大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻 箕島弘二教授，知能・機能創成工学専攻 中谷彰宏教授，機械工学専攻　垂水竜一准教授に厚く御礼申し上げます．

本研究は，自動車技術会の車体ロバスト性特設委員会（2008～2011 年度）での技術検討が動機となっています．この委員会は富山県立大学の森孝男教授が委員長を務められ，その傘下に衝突性能ワーキンググループ（以下 WG，著者が WG 長を務める）と耐久性能 WG を持つ構成で実施されました．衝突 WG の初期検討段階で，薄板構造柱の軸圧縮動的負荷時の負荷速度依存性が確認されたことが本研究の直接的な発端となっています．4 年間にわたって委員長の森先生には本現象を含め，懇切丁寧なご指導をいただき，大変お世話になりました．また，衝突 WG のメンバーであった，富士重工業㈱ 鈴木友和様，ダッソーシステム㈱ 宮田諭様，㈱JSOL 小田穂高様，スズキ㈱ 小出貢様，ダイハツ工業㈱ 先田款様，㈱本田技術研究所 篠原啓様，現トヨタ自動車東日本㈱ 立神清浩様，トヨタ車体㈱ 田中友樹様，アイシン精機㈱ 玉置健二様，マツダ㈱ 花田裕様，三菱自動車工業㈱ 林賢司様，日産自動車㈱ 寺本真人様には，薄板構造柱の課題に関する多くの知見の提供と解析の実行による建設的な議論をしていただきました．ここでの経験が研究開始の強い動機となりました．大変感謝しています．

著者は日産自動車株式会社の統合 CAE 部に在籍する中で，2009 年に大阪大学大学院工学研究科，機会工学専攻の社会人博士課程に入学し，3 年余りにわたって本研究に携わりました．その間，職場の皆様のご理解とご協力が無ければこの日を向かえることは無かったと思います．深く感謝いたします．

また，本研究の遂行には，FE 解析の正しい活用法，理論的背景などに関する指導が必須でありました．日本イーエスアイの福島英樹様，松岡泰宏様，松岡秀樹様，後藤智様，香西沙耶様，冨樫文様には大変お世話になりました．御礼申し上げます．

最後に，この年になって社会人博士課程に入学することに対し，最初から理解を示し，終始支援をしてくれた妻　英美子に感謝のことばを述べて結びとさせていただきます．