



Title	可換環論と代数幾何学を用いた非線形システムの解析
Author(s)	河野, 佑
Citation	大阪大学, 2013, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/26215">https://doi.org/10.18910/26215</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

## 論文内容の要旨

[題名] 可換環論と代数幾何学を用いた非線形システムの解析

学位申請者 河野 佑

本博士論文では、非線形システム制御理論の構築に、可換環論と代数幾何学を応用する。これまで、非線形システム制御理論の構築には、微分幾何学が主に用いられてきた。微分幾何学を用いると、幅広い問題を扱える反面、局所的な性質しか解析できない。また、必要十分条件を得ることが難しいなどの問題がある。本論文では、システムや問題のクラスを多項式に制限する代わりに、多項式の集合やその根の集合を解析する数学である可換環論と代数幾何学を用いて、非線形システム制御理論における未解決問題の解決を試みる。システム制御理論を分類すると解析と設計があり、それについて異なるアプローチで取り組む。まず、解析では、多項式システムを対象とする。多項式システムとは、状態の時間発展を表わす式が状態と入力の多項式であるシステムであり、多項式システムとして扱えるシステムのクラスは幅広い。したがって、システムのクラスを多項式に制限したとしても、システム制御理論における未解決問題を解決することには十分に意義がある。ここでは、微分幾何学では解析が難しいとされている大域的な性質の解析に取り組む。具体的には、可観測性、可到達性と有限時間安定性を解析する。そして、可観測性と有限時間安定性に対しては、必要十分条件を導出し、可到達性に対しては十分条件を与える。さらに、局所可観測性に対しても必要十分条件を得る。微分幾何学的アプローチでも、局所可観測性は解析されているが、十分条件しか導出されていない。したがって、必要十分条件を導出することの価値は高い。つぎに、設計では、Hamilton-Jacobi 方程式 (HJE) の新たな解法について考える。HJE はシステム制御理論で重要な方程式の一つであり、例えば非線形最適制御問題を解こうとすると現れる。しかしながら、HJE は非線形偏微分方程式であるため、解析的にも数値的にも解くことが難しい。ここでは、Hamiltonian を時間や状態の有理型関数かつ解の勾配の多項式に制限する代わりに、代数方程式を解くだけで解の勾配が求まる HJE のクラスを特徴づける。そのような代数方程式が見つかれば、解の勾配は、偏微分方程式を解くことなく代数方程式を解くだけで求まる。本論文では、そのような代数方程式の存在条件を明らかにする。

## 論文審査の結果の要旨及び担当者

氏 名 ( 河野 佑 )		
	(職)	氏 名
論文審査担当者	主査 教授	飯國 洋二
	副査 教授	乾口 雅弘
	副査 教授	潮 俊光
	副査 教授	大塚 敏之

## 論文審査の結果の要旨

ダイナミカルシステムの多くは何らかの非線形性を有し、幅広い動作範囲での高度な制御や正確な解析を実現するには、非線形性を近似なしに扱うことが必要である。しかしながら、非線形ダイナミカルシステムに対する解析と制御の実用的かつ一般的な方法論は確立されておらず、特殊なシステムに限定された理論が形式的な拡張に止まっている。それに対し、本論文は、可換環論と代数幾何学を応用することで、十分な一般性を持ちつつ比較的実用的な新しい方針を提案し、以下のように多岐にわたる成果を得ている。

- (1) 多項式システムの大域的可観測性と局所可観測性に対して、有限個の多項式の共通零点集合に基づく必要十分条件を与えており。その導出には、環の局所化やアフィン多様体の極小分解を用いている。
- (2) 多項式システムの大域的可到達性に対して、有限個の多項式の共通零点に基づく十分条件を与えており。その導出には多項式写像の全射性と単射性に関する性質を利用している。
- (3) 多項式システムの有限時間安定性に対する必要十分条件を与えており。その導出には環の次元論を用いており、線形写像に対するCayley-Hamiltonの定理を拡張した簡明な定理を得ている。
- (4) 最適制御問題などに現れるHamilton-Jacobi方程式が時刻と状態の有理型関数からなる場合に、代数的勾配解が存在するための必要十分条件を与えており。可換環のイデアルの性質を利用して、代数的勾配解の存在がH不変かつ包含的な0次元根基イデアルの存在と同値であることを示している。

これらの結果は従来の方法では得られない新規性の高いものであり、また、非線形ダイナミカルシステムの解析と制御における基礎的な知見であることから応用範囲も広い。したがって、本論文は、システム理論ならびに制御工学の発展に寄与するところが大きく、博士（工学）の学位論文として価値のあるものと認める。