Title	地域間再分配政策と経済厚生 : 動学モデルによるアプローチ
Author(s)	村上, 祐太郎
Citation	大阪大学経済学. 2009, 59(3), p. 168-183
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/26572
rights	
Note	

Vol.59 No.3　大阪大学経済学　December 2009

地域間再分配政策と経済厚生
― 動学モデルによるアプローチ ― *

村　上　裕太郎 †

概　要

本稿では，政府支出が生産的である 2 地域内生成長モデルを用い，地域間再分配政策と地域住民の厚生の関係について分析している。分析の結果，以下のことがわかった。本来の地域間再分配政策とは逆に，効率地域（労働人口が多い地域）への分配を増加させることによって，経済全体での成長率を高めることができ，それが非効率地域住民の厚生を上昇させる可能性（パレート改善の可能性）が存在する。さらに，両地域の労働人口格差が大きければ大きいほど，パレート改善の可能性は高まる。

Keywords：地域間再分配，内生成長モデル，パレート改善的政策
JEL classification：H53，O41，R58

1　はじめに

地域間格差を是正することの経済的根拠とは何であろうか。財政の理念には，所得税による個人の所得再分配機能は存在するものの，地域間の再分配というものは存在しない。効率地域にも低所得者が居住し，非効率地域にも高所得者が居住している現実を鑑みれば，地域間の再分配と個人間の再分配が等しくならないのは明らかなことである。では，なぜ世界各国において地域間再分配政策が存在しているのだろう。地域間再分配政策の是非をめぐっては，以下のような論争がある。地域間再分配肯定論者は，現実的に人口移動が不完全であるため，そのまま放置しておくと，非効率地域の住民の厚生を下げてしまうと主張し，否定論者は，再分配の縮小が効率地域への分配を増加させ，それが正の外部性をもたらすと主張する。長年にわたりこれらの論争はおこなわれているものの，地域間再分配に関する理論モデルはほとんど存在していない。それにもかかわらず，多くの国々では暗黙の了解として地域間再分配政策が正当化されているのである。したがって，これらの論争に応えられる理論モデルを構築し，地域間再分配政策は地域住民の厚生を引き上げているのか，引き上げているとすればどのような状況のときか，等について分析をおこなうことは非常に重要であろう。

本稿の目的は，地域間再分配政策（政府支出の分配率）を変化させたときに，経済成長率および地域住民の厚生がどのように影響を受けるかを理論的に分析することである。本稿の基本的なフレームワークは Barro (1990) を参考にしている。Barro (1990) は，内生成長モデルにおいて，生産的な政府支出が成長のエンジンとなるモデルをはじめて構築した。具体的に，本稿

* 本稿の作成にあたっては，齊藤愼氏（大阪大学）から有益な助言を頂いた。ここに記して謝意を表したい。もちろん残る誤りは，筆者の責に帰すものである。

† 慶應義塾大学大学院経営管理研究科准教授
〒 223-8526 横浜市港北区日吉 4-1-1
E-mail: murakami@a5.keio.jp

で取り扱うモデルは，Barro (1990) を 2 地域および多地域に拡張することによって，再分配政策が経済成長および厚生に与える影響を分析できるようになっている。Barro (1990) 以来，政府支出が成長のエンジンとなるモデルを用いた先行研究は多数存在するが[1]，2 地域や多地域に拡張しているモデルは少ない。

本稿は, 国際経済の分野と関連が深い。国際経済では, 主に 2 地域モデルを用い, 移転が厚生に与える影響を分析している研究が多数存在する。彼らは，移転が厚生に与える効果を 3 つに分類している。1 つ目は，標準的ケースであり，移転国 (donor) の厚生が下がり，受取国 (recipient) の厚生が上がる場合である。2 つ目は，移転国の厚生が上がり，受取国の厚生が下がるケースで，トランスファー・パラドックス（transfer paradox）と呼ばれる。3 つ目は，両国とも厚生が上がる，または両国とも厚生が下がるケースであり，パレート改善的（Pareto improving）またはパレート改悪的（Pareto worsening）と呼ばれる。これらの研究は本稿のモデルと関連しているが，ほとんどの研究は静学モデルであり，さらに移転によって生産性が変化しないモデルが多い[2]。

本稿のモデルは，構造的には，政府支出の組み合わせと経済成長の関係を分析している Devarajan et al. (1996) や Xie et al. (1998, 1999) と近い。彼らは，生産性の異なる複数の生産的公共財を定義し，分配を変化させることが均衡成長率に及ぼす影響を分析している。本稿のモデルは，彼らのモデルの 2 地域および多地域への拡張と考えることもできる。

本稿の貢献を要約すると以下の通りである。まず，地域間再分配政策とシンプルな内生成長を組み合わせることによって，比較的容易な計算で地域間再分配政策と経済成長率の関係を分析できている。さらに，この研究は 2 地域 Barro タイプでパレート改善の可能性をはじめて示している[3]。

本稿の結果は以下のようにまとめることができる。地域間再分配政策は，相対的に労働人口の多い地域の分配率を上昇させることによってパレート改善となる可能性がある。さらに，2 地域の労働人口格差が広がれば広がるほど，パレート改善の可能性は大きくなる。これは，効率地域への分配率上昇が初期消費に正の影響を与えるだけでなく，長期的な定常成長率にも正の影響を与えることに起因している。なお，相対的に労働人口が多い地域への分配が成長率に正の影響を与えるのは，政府支出の生産性が労働人口に依存しているためである[4]。また，本稿のモデルでは資本移動が完全に自由で，どちらの地域住民も効率地域の企業に投資することができるため，スピルオーバー効果により，成長率上昇の恩恵を両地域の住民が享受できる。さらに，本稿の後半では 2 地域モデルを多地域モデルに拡張している。多地域モデルにおいては，平均よりも労働人口が多い地域の分配率を上昇させることによって，パレート改善の可能性が存在することがわかった。

本稿の構成は以下のとおりである。まず, 2 節でモデルの基本設定および均衡を説明する。次に，3 節で比較静学をおこない，4 節で分配率を変化させたときの厚生に与える影響，およびパレート改善の可能性を示す。また，5 節では一般的な移転と比較するため，一括移転について簡単に触れる。6 節において，多地域モデルへ

[1] たとえば，Barro and Sala-i-Martin (1992), Futagami et al. (1993), Glomm and Ravikumar (1994), Turnovsky (1996), 等を参照されたい。

[2] 国際経済における移転と厚生の先行研究については，たとえば Bhagwati et al. (1982) 等を参照されたい。また，Ihori (1996) は Bhagwati et al. (1982) のフレームワークに公共財の自発的供給を導入している。動学モデルの例外として，Galor and Polemarchakis (1987) が世代重複モデルを用いて，トランスファー・パラドックスの分析をしており，Yanagihara (1998) は彼らの研究に公共財を導入して拡張している。

[3] Martin (1999) および Martin and Ottaviano (1999) は本稿と同じようなモチベーションであるが，彼らは空間経済学のモデルを用いているため，より複雑になっている。

[4] たとえば，Barro and Sala-i-Martin (1995) を参照されたい。

の拡張をおこない，7 節において，結論と今後の課題を述べる。

2　モデル設定

本節では，モデル設定について説明する。1 国に 2 つの地域が存在し，それぞれ，地域 1，地域 2 とよぶ。この国には，中央政府が存在し，全地域から集めた税金を各地域の地方政府に分配する。地方政府は，中央政府から分配された税金をもとに生産的な地方公共財を供給する。両地域は同質的な最終財を生産し，初期資産および労働人口を除いて同質であるとする。また，資本移動は完全に自由であるが，労働人口はできないと仮定する[5]。

2.1　企業

Barro(1990) にしたがい，地域 i $(i = \{1, 2\})$ の生産部門は，以下のような一次同次の生産関数をもつ。

$$Y_i = F(K_i, G_iL_i), \quad i = 1, 2, \tag{1}$$

Y_i は地域 i の生産量，K_i は地域 i の生産部門に投資されている物的資本，G_i は地域 i の地方政府が供給している地方公共サービス，および L_i は地域 i の労働人口である[6]。

消費財をニュメレールと仮定し，r_i および w_i をそれぞれ，資本のレンタル料および賃金率とする。各地域の生産関数は一次同次であるので，競争企業の利潤最大化問題の一階条件は以下のようになる。

$$r_i = f'(k_i), \tag{2}$$

$$w_i = \left[\frac{f(k_i)}{k_i} - f'(k_i)\right]\frac{K_i}{L_i} = \omega(k_i)\frac{K_i}{L_i}. \tag{3}$$

式 (19) および式 (3) において，$k_i(\equiv K_i/L_iG_i)$ は効率労働単位あたりの資本，$\omega(k_i) = f(k_i)/k_i - f'(k_i)$，および $f(k_i) = F(K_i/L_iG_i, 1)$ と仮定している．さらに，$f(k_i)$ は以下のような稲田条件を満たすとする。

$$f'(k_i) > 0,\ f''(k_i) < 0,\ \lim_{k_i\to 0} f'(k_i) = \infty,\ \lim_{k_i\to\infty} f'(k_i) = 0.$$

なお，f' および f'' はそれぞれ，一階微分および二階微分をあらわしている。

2.2　家計

この経済には数多くの同質的な個人が居住しているものとする。各個人は，両地域に資産を投資することができるが，住んでいる地域でしか働けず，非弾力的に 1 単位の労働供給をすると仮定する[7]。地域 i に住む代表的個人の目的関数は以下のようになる。

$$\int_0^\infty u(c_i)e^{-\rho t}dt, \tag{4}$$

ここで c_i は地域 i の住民の一人当たり消費，ρ は時間選好率（一定）をあらわす。瞬時的効用関数（felicity function）を CRRA (Constant Relative Risk Aversion) 型に仮定すると，以下のようになる。

---

[5] 地域経済のモデルにおいて，労働人口が完全に不可能であるという仮定は強いが，今回のモデルにおいて人口移動が可能になれば，住民は自らの効用を最大にするように地域を選ぶため，地域間格差は問題なくなってしまう。本稿では，たとえ労働人口が不完全だとしても，両地域の厚生を同時に上昇させるような再分配政策が存在することを示そうとしている。

[6] 各地域の労働人口は時間を通じて一定であると仮定している。

[7] 資本移動は完全に自由だが，人口移動は不可能であるという仮定と対応している。

$$u(c_i) = \frac{c_i^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \quad \text{for } \sigma > 0,\ \sigma \neq 1, \quad (5)$$
$$= \ln c_i, \quad \text{for } \sigma = 1, \quad (6)$$

なお, σ は相対的危険回避度の度合い（異時点間における代替の弾力性の逆数）をあらわし，一定であるとする。

地域間で資本移動が自由であるため, $r_1 = r_2 = r$ という非裁定条件 (no-arbitrage condition) が常に成り立つ。したがって，地域 i における個人のフローの予算制約式は以下のようになる。

$$\dot{a}_i = (1-\tau)(ra_i + w_i) - c_i, \quad (7)$$

なお，a_i は地域 i の個人が保有している資産，τ はフラットな所得税率をあらわす[8]。初期資産 $a_i(0) > 0$ を所与とし, 個人は式 (7) を制約として 式 (4) を最大化する. 個人は合理的期待を形成するため，現在から将来にかけての資本のレンタル料 $\{r(t)\}_{t=0}^{\infty}$ および賃金率 $\{w_i(t)\}_{t=0}^{\infty}$ を予想して効用を最大化する。効用最大化問題の結果，最適な消費経路（オイラー方程式）および横断性条件 (transversality condition) は以下のようになる。

$$\frac{\dot{c}_i}{c_i} = \frac{1}{\sigma}\left[(1-\tau)r^* - \rho\right], \quad (8)$$
$$\lim_{t\to\infty} \lambda_i(t)a_i(t)e^{-\rho t} = 0, \quad (9)$$

なお，λ は a_i の共役変数である。式 (8) は消費の最適経路を表す式であり，直感的には，今消費をする便益と今消費を我慢して将来消費をする便益が等しくなることをあらわしている。消費を増加させていくかどうかは，$(1-\tau)r$ と ρ の大小関係に依存する。これは，$(1-\tau)r > \rho$ の場合には，消費を我慢して貯蓄する収益率が高くなるため，消費の成長率はプラス（将来に向けて消費を増やしていく），$(1-\tau)r < \rho$ の場合には，今消費する効用が高くなるため，消費の成長率はマイナス（将来に向けて消費を減らしていく）となる。式 (9) はある種の終端条件であり，個人の合理性から資産の割引現在価値が発散するような経路を排除している。

2.3　政府

本稿のモデルにおいては, 3 つの政府が存在する。まず，中央政府は両地域の住民から所得税を徴収し，それを各地域の地方政府に一定率で分配する[9]。一方，地方政府は分配された税収をもとに地方公共財を供給する。したがって，各政府の予算制約式は以下のようになる。

$$G = \tau(Y_1 + Y_2), \quad (10)$$
$$G_1 = \beta G,\ G_2 = (1-\beta)G, \quad \beta \in (0,1), \quad (11)$$

G は中央政府の税収[10]，G_i は地域 i の地方政府が供給する地方公共財，そして β は地域 1 に対する分配率である。簡単化のため，τ と β は時間に依存せず，中央政府からの分配は生産的な地方公共財の供給に限定された，ひも付きの補助金であると仮定する。さらに，式 (10) および式 (11) は，各政府は公債を発行することなく，均衡財政によって資金をまかなうことも意味している。

[8] 文字の上のドット記号は時間に関する微分をあらわしている。

[9] 本稿では地域間再分配政策がメインであるため，課税方法はなるべく簡単に定義している。他の課税方法については，たとえば Atkinson and Stiglitz (1980) を参照されたい。

[10] 完全分配より，$Y_i = rK_i + w_iL_i$ が各地域で成り立っている。この式と家計の予算制約式および資産市場の均衡条件より，式 (10) が導ける。

2.4 市場均衡

この経済には，統合された資産市場と財市場，分離した労働市場が存在している。それぞれの市場均衡条件式は以下のようになる。

$$A_1 + A_2 = K_1 + K_2, \tag{12}$$
$$Y_1 + Y_2 = C_1 + C_2 + \dot{K}_1 + \dot{K}_2 + G_1 + G_2, \tag{13}$$
$$L_i^D = L_i, \tag{14}$$

なお，A_i は地域 i の総資産をあらわす。

ここで，両地域の GDP 比率 (Y_2/Y_1) を新しい変数 x と定義すると，式 (1) および式 (11) より，各地域における効率労働単位あたりの資本は，以下のようにあらわせる。

$$k_1 = f^{-1}\left(\frac{1}{\beta L_1 \tau(1+x)}\right), \tag{15}$$
$$k_2 = f^{-1}\left(\frac{1}{(1-\beta)L_2 \tau(1+x^{-1})}\right). \tag{16}$$

Barro モデル（1 地域で分配のないモデル）における資本のレンタル料は，省略型 (reduced form) で AK モデルと類似したかたちを導けるが，このモデルでは，GDP 比率 x に依存するかたちとなる。図 1 は，横軸に x，縦軸に r_i をとり，この関係を描写している。この図から，r_1 は x に関して単調増加，r_2 は x に関して単調減少であることがわかる[11].

先にも述べたように，資本移動が自由であるため，均衡では非裁定条件 $r_1 = r_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2$ が常に成り立っている。したがって，均衡 GDP 比率が以下のように求まる。

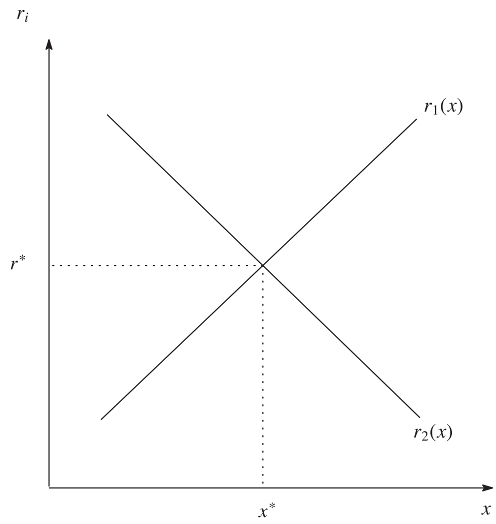

図 1: $r_i - x$ 平面

$$x^* = (1-\beta)L_2/\beta L_1, \tag{17}$$
$$k^* = f^{-1}\left(\frac{1}{\tau[\beta L_1 + (1-\beta)L_2]}\right), \tag{18}$$
$$r^* = f'(k^*), \tag{19}$$
$$\omega^* = f(k^*)/k^* - f'(k^*), \tag{20}$$

ただし，アスタリスクは均衡での値を意味している。式 (17) – (20) より，x^* および k^* が時間に依存しないので，r^* および ω^* も時間に依存せずに決まることがわかる。

2.5 定常成長均衡

この節では，経済の長期的均衡における成長率（定常成長率）について分析する。定常成長率を γ^* とすると， γ^* は以下の条件を満たす。

$$\gamma^* \equiv \frac{\dot{C}_i}{C_i} = \frac{\dot{K}_i}{K_i} = \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{Y}_i}{Y_i} = \frac{\dot{G}_i}{G_i},$$

なお，すべての変数は集計 (aggregrate) レベルであり，$A \equiv A_1 + A_2$ は両地域を合計した総資産である。次に，定常成長均衡の存在と安定性について

[11] 二階条件 $(\partial^2 r_i/\partial x^2)$ は関数形に依存する。

説明する。式 (10), (12), (13), および $Y = (r+\omega)A$ の条件より，総資産のダイナミクスは以下のようになる。

$$\dot{A} = (1-\tau)(r^* + \omega^*)A - C, \tag{21}$$

ただし，$C \equiv C_1 + C_2$ は両地域を合計した総消費である。ここで，総消費／総資産 (C/A) を新しい変数 z で定義すると，式 (8) および式 (21) より，z に関するダイナミクスは以下のようになる。

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \chi(z)\\ &\equiv z\left(\frac{1}{\sigma}((1-\tau)r^* - \rho) - (1-\tau)(r^* + \omega^*) + z\right).\end{aligned}$$

以上より，$\chi(z) = 0$ は，以下の条件を満たすときにユニークな正の解をもつことがわかる。

$$\frac{\rho}{\sigma} + (1-\tau)\left(\frac{f(k^*)}{k^*} - \frac{f'(k^*)}{\sigma}\right) > 0. \tag{22}$$

図 2 は，式 (22) が成り立つもとでの χ のグラフをあらわしている。グラフを見ると，z^* は大域的に不安定となるため，定常成長均衡はユニークに決まることがわかる。すなわち，経済は移行過程をもたず，初期時点から常に定常成長均衡経路にある。

3 比較静学

本節では，分配率 β および税率 τ の予期せざる永続的ショックがおきた場合のインパクトを分析する。定常成長均衡における各変数を β および τ で微分すると，以下のようになる。

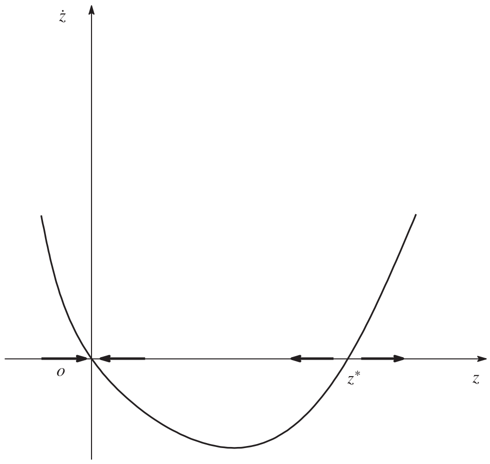

図 2: z のダイナミクス

$$\frac{d\gamma^*}{d\beta} = -\frac{1}{\sigma}(1-\tau)\frac{f''(k^*)}{f'(k^*)}\frac{L_1 - L_2}{\tau[\beta L_1 + (1-\beta)L_2]^2}, \tag{23}$$

$$\frac{dx^*}{d\beta} = -\frac{L_2}{\beta^2 L_1} < 0, \tag{24}$$

$$\frac{d\gamma^*}{d\tau} = \frac{1}{\sigma}\left[-(1-\tau)\frac{f''(k^*)}{f'(k^*)}\frac{1}{\tau^2[\beta L_1 + (1-\beta)L_2]} - r^*\right], \tag{25}$$

$$\frac{dx^*}{d\tau} = 0. \tag{26}$$

式 (23) は，地域 1 への分配率を増やしたときに定常成長率に与える効果は，両地域の大小関係に依存して決まることを意味している。これは，Barro タイプの生産関数が規模の経済 (scale effect) をもつことに起因する。すなわち，このモデルでは，公共財の生産性が労働人口に依存して決まるため，効率地域への分配率をふやすことにより，両地域の資本の限界生産性が高まり，成長率を押し上げるのである。次に，式 (24) は，地域 1 への分配率を増やしたときに GDP 比率が下がることを意味している。また，式 (25) は成長率最大化税率の存在を意味しており，式 (26) は，税率が GDP 比率に一切影響を与えないことを示している。これらの比較静学の結果より，以下の命題を導くことができる。

命題 1.

a. より労働人口の多い地域への分配率を増やすことにより，定常成長率を上昇させることができる。

b. 中央政府は，両地域に対して同率で課税しているため，税率を操作することにより地域間格差を是正することはできない。

証明. 式 (23) および式 (26) を参照されたい。 □

4　厚生分析 (パレート改善的政策)

本節では，分配率 β を変化させたとき，地域住民の厚生にどのような影響を与えるのかについて分析する。地域間再分配政策が正当化されるのは，非効率地域（本モデルにおいては地域 2）の住民の厚生を上昇させるときのみである。厚生分析をするために，時間 t における各地域住民の消費額を求める。

地域 i の住民の予算制約式 (aggregate) は以下のようになる。

$$\dot{A}_i(t) = (1-\tau)(r^* A_i(t) + w_i(t)L_i) - c_i(t)L_i.$$

$A_i(t)$ について一階線形微分方程式を解くことにより，地域 i の住民の初期消費が以下のようになる[12]。

$$c_i(0) = -\phi\Big[a_i(0) + (1-\tau)\int_0^\infty w_i(t)e^{-(1-\tau)r^* t}dt\Big], \quad (27)$$

なお，$\phi \equiv (1/\sigma - 1)(1-\tau)r^* - \rho/\sigma < 0$ を満たすものとする。さらに，式 (3)，式 (12)，および式 (20) を式 (27) に代入することにより，以下の式を求めることができる[13]。

$$c_1(0) = -\phi a_1(0) + \tfrac{1}{1+x^*}\tfrac{1}{L_1}(1-\tau)\omega^* A(0), \quad (28)$$
$$c_2(0) = -\phi a_2(0) + \tfrac{x^*}{1+x^*}\tfrac{1}{L_2}(1-\tau)\omega^* A(0). \quad (29)$$

したがって，初期消費は初期資産（式 (28) および式 (29) の第 1 項）と生涯賃金（式 (28) および式 (29) の第 2 項）に依存する。すなわち，初期資産あるいは生涯賃金が大きくなればなるほど，初期消費は大きくなる。さらに内生成長モデルにおいて，生涯賃金は居住地に投資されている資本に応じて大きくなるので，生涯賃金は GDP 比率（資本比率）に依存することがわかる[14]。

以下では，簡単化のために，相対的危険回避度を $\sigma = 1$，すなわち，効用関数を対数線形効用に仮定し，生産関数をコブ＝ダグラス型に特定化する。すると，生産関数は以下のようになる。

$$Y_i = K_i^\alpha (G_i L_i)^{1-\alpha}, \;\; \alpha \in (0,1),$$

なお，α は資本への分配率をあらわしている[15]。次に，各地域住民の厚生関数を定義する。地域 i に住む個人の無限期間にわたる効用関数は以下のようになる。

$$\begin{aligned} W_i &= \int_0^\infty \ln c_i(t)e^{-\rho t}dt, \\ &= \frac{1}{\rho}\ln c_i(0) + \frac{1}{\rho^2}\gamma^*. \end{aligned} \quad (30)$$

地域 1 に対する分配率を上昇させた場合の厚生に与える影響を分析するため，式 (30) を β について微分することにより，以下のようになる。

$$\frac{dW_i}{d\beta} = \frac{1}{\rho}\frac{1}{c_i(0)}\frac{dc_i(0)}{d\beta} + \frac{1}{\rho^2}\frac{d\gamma^*}{d\beta}. \quad (31)$$

---

12 詳細は補論 A を参照されたい。

13 式 (28) および式 (29) の導出は補論を参照されたい。

14 均衡において，GDP 比率は資本比率と完全に等しくなる。

15 コブ＝ダグラス型に特定化した場合の均衡における変数は，補論にまとめてある。

式 (31) は，分配率の上昇が厚生に与える効果は 2 つに分解できることを示している。右辺第 1 項は初期消費効果であり，地域 1 への分配率を増加させた結果，各地域住民の初期消費がどのように変化するかをあらわしている。次に，右辺第 2 項は経済成長効果であり，地域 1 への分配率上昇が定常成長率に与える影響をあらわしている。命題 1 でも述べたように，地域 1 の労働人口のほうが地域 2 よりも多いため，経済成長効果は常に正である。初期消費効果をより詳しく分析するため，次の符号条件を調べる。

$$\frac{dc_1(0)}{d\beta} = \frac{1-\alpha}{\alpha}A(0)\psi\left[(1-\alpha)\beta(L_1-L_2)+\alpha L_2\right], \quad (32)$$
$$\frac{dc_2(0)}{d\beta} = \frac{1-\alpha}{\alpha}A(0)\psi\left[(1-\alpha)(1-\beta)(L_1-L_2)-\alpha L_1\right], \quad (33)$$

なお，$\psi \equiv (1-\tau)\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}B^{\frac{1-3\alpha}{\alpha}}$, $B \equiv \beta L_1 + (1-\beta)L_2$ を満たす。対数線形効用において，初期消費効果はさらに 2 つに細分化することができる。これらの 2 つの効果は，両方とも生涯賃金に関係するものである。1 つ目は，右辺括弧内第 1 項に示されているものであり，賃金成長効果と呼ぶ。これは，生涯賃金が定常成長率とともに上昇していくことをあらわしている。2 つ目は，右辺括弧内第 2 項に示されているものであり，生産性効果と呼ぶ。これは，地域 1 への分配率の上昇が生産性を高めるため，より投資対象としての魅力が高まる効果である。賃金成長効果は $L_1 > L_2$ を仮定しているため正，一方，生産性効果は地域 1 については正，地域 2 については負となる。以上より，以下の命題を導くことができる。

命題 2. 地域 *1* のほうが地域 *2* よりも労働人口が多く，$L_2/L_1 \leq \Phi(L_2/L_1)$ を満たす場合，地域 *1* の分配率を増加させる政策はパレート改善的となる。

証明. はじめに，定常成長率に与える効果を考える。地域 1 のほうが労働人口が多いとすると，β の上昇は定常成長率を上昇させる。すなわち，$d\gamma^*/d\beta > 0$ である。次に，地域 1 の初期消費に与える効果は両方とも正となるため，式 (32) より $dW_1/d\beta > 0$ が成り立つ。他方，地域 2 の初期消費には正と負の影響があり，賃金成長効果は正，生産性効果は負になっている。したがって，このトレード・オフのため，$dW_2/d\beta$ の符号は確定しない。β の上昇がパレート改善的政策となる必要十分条件 ($dW_2/d\beta \geq 0$) は以下のようになる。

$$\frac{L_2}{L_1} \leq 1 - \frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-\beta)\left[1+\frac{1}{\rho}(1-\tau)r^*\right]+\frac{a_2(0)}{A(0)}\alpha B} \equiv \Phi\left(\frac{L_2}{L_1}\right). \quad (34)$$

式 (34) において，$r^*, A(0), B$ は L_2/L_1 に依存し，かつ L_2/L_1 に関して単調増加である。したがって，$d\Phi(\cdot)/d(L_2/L_1)$ の符号は確定しない。しかし，後に示す数値例では，パラメータが極端な値をとらない限り，Φ は L_2/L_1 について増加的である[16]。

式 (34) に示した必要十分条件は煩雑であるため，次にパレート改善の十分条件を示す。十分条件は，$dc_2(0)/d\beta \geq 0$ を満たす場合であり，以下のように変形できる[17]。

$$\frac{L_2}{L_1} \leq 1 - \frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-\beta)}. \quad (35)$$

□

式 (34) より，以下の命題を導くことができる。

命題 3. 地域 *1* への分配率上昇がパレート改善である可能性は，以下のときに高まる。

[16] 数値例については補論を参照されたい。

[17] 図 3 は，式 (34) および式 (35) の左辺および右辺を描くことによって，パレート改善の必要十分条件および十分条件を図示している。

a. 両地域の労働人口格差 (L_1/L_2) が大きいとき。

b. 税率が成長率最大化税率に近いとき。

証明. a. の証明は図 3 を参照されたい[18]。b. の証明は次のとおりである。成長率最大化税率は，$\partial\gamma^*/\partial\tau = 0 \Leftrightarrow \partial(1-\tau)r^*/\partial\tau = 0$ で与えられ，この税率を τ^* とすると，$\tau = \tau^*$ のとき式 (34) の右辺が最大になるので，パレート改善の条件が満たされやすくなる。 □

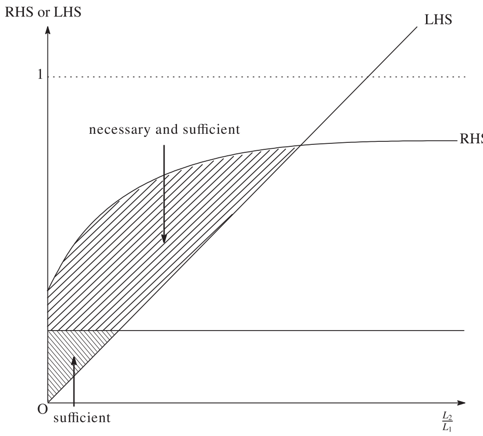

図 3: パレート改善の必要十分条件および十分条件

次に，より一般化したケースを分析するため，$\sigma \neq 1$，すなわち効用関数が CRRA 型をとると仮定する。すると，各地域の厚生関数は以下のようになる。

$$\begin{aligned} W_i &= \int_0^\infty \frac{c_i(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt, \\ &= \frac{c_i(0)^{1-\sigma}}{(1-\sigma)[\rho-(1-\sigma)\gamma^*]}. \end{aligned} \tag{36}$$

式 (36) を β で微分することにより，以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dc_1(0)}{d\beta} &= \psi\left\{\left(1-\frac{1}{\sigma}\right)a_1(0)(L_1-L_2)B \right. \\ &\left. + \frac{1-\alpha}{\alpha}A(0)\left[(1-\alpha)\beta(L_1-L_2)+\alpha L_2\right]\right\}, \\ \frac{dc_2(0)}{d\beta} &= \psi\left\{\left(1-\frac{1}{\sigma}\right)a_2(0)(L_1-L_2)B \right. \\ &\left. + \frac{1-\alpha}{\alpha}A(0)\left[(1-\alpha)(1-\beta)(L_1-L_2)-\alpha L_1\right]\right\}. \end{aligned}$$

対数線形効用と異なるのは，右辺第 1 項に示される項が新たに追加されていることである。この効果は，経済成長効果と同じ符号条件であり，消費性向効果と呼ぶことにする。したがって，この消費性向効果が加わる分，パレート改善の可能性は対数線形効用の場合よりも拡大することがわかる。

5　一括移転（lump-sum transfer）のモデル

この節では，モデルの基本設定はそのままに，よりシンプルな移転形態である一括移転の効果を分析する。地域 2 から地域 1 への移転額を T とする。よく知られているように，主観的均衡条件は一括移転により影響を受けない。すなわち，一括移転は完全に中立的な政策となる。この場合，各地域の家計の予算制約式（aggregate）は以下のようになる。

$$\dot{A}_1(t) = (1-\tau)(r^*A_1(t)+w_1(t)L_1) - c_1(t)L_1 + T,$$
$$\dot{A}_2(t) = (1-\tau)(r^*A_2(t)+w_2(t)L_2) - c_2(t)L_2 - T.$$

$c_i(0)$ について一階線形微分方程式を解くと，以下のようになる。

$$\begin{aligned} c_1(0) &= -\phi\left[a_1(0)+\frac{T}{(1-\tau)r^*L_1}\right] \\ &\quad + \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{1}{1+x^*}\frac{1}{L_1}(1-\tau)r^*A(0), \end{aligned}$$

[18] $L_1 > L_2$ を仮定しているため，L_2/L_1 が小さくなるほど労働人口格差が大きいことを意味している。

$$
\begin{aligned}
c_2(0) &= -\phi\left[a_2(0) - \frac{T}{(1-\tau)r^* L_2}\right] \\
&\quad + \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{x^*}{1+x^*}\frac{1}{L_2}(1-\tau)r^* A(0).
\end{aligned}
$$

したがって，地域住民の初期消費は，初期資産と一括移転額，および生涯賃金に依存する。次に，一括移転額が変化したときに厚生に与える影響を分析する。簡単化のため，再び $\sigma = 1$ を仮定すると，以下の式を導ける。

$$
\frac{dW_i}{dT} = \frac{1}{\rho}\frac{1}{c_i(0)}\frac{dc_i(0)}{dT} + \frac{1}{\rho^2}\frac{d\gamma^*}{dT}. \qquad (37)
$$

式 (37) より，以下の命題を導くことができる。

命題 4. 一括移転のケースでは，パレート改善の可能性は存在しない。

証明. 厚生に与える効果は，初期消費効果と経済成長効果に分けることができた。一括移転のケースでは，移転額が成長率に与える効果が中立的であるため，後者の効果はゼロ，すなわち $d\gamma^*/dT = 0$ が成り立っている。次に，初期消費効果を分析する。このケースでは，賃金成長効果および生産性効果がないため，一括移転の効果のみによって符号が決まることになる。したがって，厚生に与える影響は以下のように求めることができる。

$$
\begin{aligned}
\frac{dW_1(0)}{dT} &= -\frac{\phi}{(1-\tau)r^* L_1} > 0, \qquad (38) \\
\frac{dW_2(0)}{dT} &= \frac{\phi}{(1-\tau)r^* L_2} < 0. \qquad (39)
\end{aligned}
$$

式 (38) および (39) より，命題を証明できた。 □

6 多地域への拡張

これまで 2 地域で扱ってきたモデルは，容易に多地域モデルに拡張できる。経済には n の地域が存在する，すなわち，$i = 1, \cdots, n$ であると仮定する。β_i は地域 i における政府支出のシェアであるとすると，中央政府および各地域の地方政府の予算制約式は以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
G &= \tau \sum_{i=1}^{n} Y_i, \qquad (40) \\
G_i &= \beta_i G, \qquad (41)
\end{aligned}
$$

なお，$\sum_{i=1}^{n} \beta_i = 1$ を満たす。式 (40) は中央政府の予算制約，式 (41) は地域 i の地方政府の予算制約式をあらわしている。企業の利潤最大化問題および家計の効用最大化問題は，基本的に 2 地域モデルの場合と変わらない。新しい市場均衡条件は以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n} A_i &= \sum_{i=1}^{n} K_i, \qquad (42) \\
\sum_{i=1}^{n} Y_i &= \sum_{i=1}^{n} C_i + \sum_{i=1}^{n} \dot{K}_i + G, \qquad (43)
\end{aligned}
$$

式 (42) は資本市場，式 (43) は財市場の均衡式である。

次に，新しい変数 s_i を定義する。これは，地域 i における GDP シェア $(Y_i / \sum_{k=1}^{n} Y_k)$ であると仮定すると，式 (41) より，効率労働単位あたりの地域 i の資本は以下のようにあらわされる。

$$
k_i = f^{-1}\left(\frac{s_i}{\tau \beta_i L_i}\right).
$$

また，資本移動が自由であるため，任意の i, j, $i \neq$

j において $k_i = k_j$ という非裁定条件が成立するため，均衡での変数は以下のようになる。

$$s_i^* = \frac{\beta_i L_i}{\sum_{k=1}^n \beta_k L_k}, \tag{44}$$

$$k^* = f^{-1}\left(\frac{1}{\tau \sum_{k=1}^n \beta_k L_k}\right), \tag{45}$$

$$r^* = f'(k^*), \tag{46}$$

$$\omega^* = f(k^*)/k^* - f'(k^*). \tag{47}$$

2 地域モデルと同様に比較静学をするが，その前に以下のような再分配政策のルールを仮定する必要がある。

仮定 1. 地域 i のシェアを増加させたとき，その増加分は他のすべての地域から負担してもらう，すなわち，$\Delta\beta_i = -\sum_{j\neq i}^n \Delta\beta_j$ であるとする。さらに簡単化のため，他地域のシェア減少分は i 以外のすべての地域において均等であるとする，すなわち，任意の $j \neq i$ において $\Delta\beta_j = \Delta\bar{\beta}$ が成立していると仮定する。

以上の仮定により，β_i について比較静学すると以下のようになる[19]。

$$\frac{d\gamma^*}{d\beta_i} = -\frac{1}{\sigma}(1-\tau)\frac{f''(k^*)}{f'(k^*)}\frac{1}{\tau(\sum_{k=1}^n \beta_k L_k)^2}\left(L_i - \frac{1}{n-1}\sum_{j\neq i}^n L_j\right), \tag{48}$$

$$\frac{ds_i^*}{d\beta_i} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \beta_k L_k}\left((1-s_i^*)L_i + \frac{s_i}{n-1}\sum_{j\neq i}^n L_j\right) > 0, \tag{49}$$

$$\frac{ds_j^*}{d\beta_i} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \beta_k L_k}\left(-\frac{L_j}{n-1} - s_j^*\left(L_i - \frac{1}{n-1}\sum_{j\neq i}^n L_j\right)\right) < 0. \tag{50}$$

これらの比較静学の結果より，以下の命題を導ける。

命題 5. 平均よりも労働人口の多い地域の分配率を増加させることにより，定常成長率を上昇させることができる。

証明. 式 (48) より，$d\gamma^*/d\beta_i > 0 \Leftrightarrow L_i > \sum_{i\neq j} L_j/(n-1)$ であることから，命題を証明できる。 □

式 (48) は式 (23) と対応している。また，式 (49) および (50) は，地域 i の分配率上昇が地域 i の GDP 比率を上昇させることを意味している。

2 地域モデルと同様に，生産関数をコブ＝ダグラス型に特定化する[20]。次に，資本市場の均衡条件を用いて初期消費を求める。2 地域モデルと同様にして，地域 i の住民の初期消費を求めると，以下のようになる。

$$c_i(0) = -\phi a_i(0) + \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{1}{L_i}(1-\tau)r^* s_i^* A(0), \tag{51}$$

この条件がすべての i について成り立っている。式 (51) を β_i について微分することにより，地域 i への分配率を増加させたときに地域 i 住民の厚生に与える影響を分析できる。再び $\sigma = 1$ を仮定すると，分配率が厚生に与える影響は以下のようになる。

$$\frac{dW_i}{d\beta_i} = \frac{1}{\rho}\frac{1}{c_i(0)}\frac{dc_i(0)}{d\beta_i} + \frac{1}{\rho^2}\frac{d\gamma^*}{d\beta_i}. \tag{52}$$

[19] 式 (48), (49) および (50) の導出については補論を参照されたい。

[20] 特定化した場合の均衡における各変数は，補論にまとめてある。

経済成長効果 $(d\gamma^*/d\beta_i)$ についてはすべに比較静学で述べたため，2 つの初期消費効果 $(dc_i(0)/d\beta_i$ および $dc_j(0)/d\beta_i,\ j \neq i)$ に焦点をあてる。地域 i への分配率を上昇させた場合の，地域 i および j の初期消費に与える影響は以下の通りである。

$$\frac{dc_i(0)}{d\beta_i} = \frac{1-\alpha}{\alpha}\Psi\beta_i\zeta^{\frac{1-3\alpha}{\alpha}}\left(\alpha\left[\left(\frac{1-s_i^*}{s_i^*}\right)L_i + \bar{L}\right] + (1-\alpha)(L_i-\bar{L})\right)$$

$$\frac{dc_j(0)}{d\beta_i} = \frac{1-\alpha}{\alpha}\Psi\beta_j\zeta^{\frac{1-3\alpha}{\alpha}}\left(-\alpha\left[(L_i-\bar{L}) + \frac{1}{n-1}\frac{\zeta}{\beta_j}\right] + (1-\alpha)(L_i-\bar{L})\right)$$

なお，$\Psi \equiv (1-\tau)\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}A(0)$, $\zeta \equiv \sum_{k=1}^{n}\beta_k L_k$, $\bar{L} \equiv \frac{1}{n-1}\sum_{j\neq i}^{n} L_j$ を満たす。以上の分析により，次の命題を導くことができる。

命題 6. 多地域モデルにおいて，平均よりも労働人口の多い地域の政府支出分配率を増加させることにより，パレート改善となる（他のすべての地域の厚生を上昇させる）可能性がある。

証明. 証明のプロセスは 2 地域モデルと同様である[21]。地域 i は平均よりも労働人口が多いと仮定すると，β_i の上昇は定常成長率を上昇させる（$d\gamma^*/d\beta_i > 0$）。次に，地域 i の住民の初期消費に与える 2 つの効果は両方とも正であるため，$dW_i/d\beta_i > 0$ が成り立つ。逆に，地域 j の住民の初期消費に与える効果を調べると，賃金成長率が正，生産性効果は負となるため，$dW_j/d\beta_i$ の符号は確定しない。したがって，パレート改善の必要十分条件 $(dW_j/d\beta_i \geq 0)$ を求めると，以下のようになる。

$$\frac{\bar{L}}{L_i} \leq 1 - \frac{\alpha}{[(n-1)(1-2\alpha)+D]}\frac{L_j}{s_j},$$

なお，

$$D \equiv \frac{a_j(0)}{A(0)}\frac{L_j}{s_j} + \frac{1}{\rho}\frac{1-\alpha}{\alpha}(1-\tau)r^*.$$

である。2 地域モデルと同様に，パレート改善の十分条件（$dc_j(0)/d\beta_i \geq 0$）は以下のようにあらわせる。

$$\frac{\bar{L}}{L_i} \leq 1 - \frac{\alpha}{(n-1)(1-2\alpha)}\frac{1}{s_j}\frac{L_j}{L_i}.$$

以上より，多地域モデルにおいてもパラメータの値によってパレート改善の可能性が存在することを証明できた。 □

7 結論

本稿では，政府支出が生産的である 2 地域内生成長モデルを用い，地域間再分配政策と地域住民の厚生の関係について分析した。分析の結果，以下のことがわかった。本来の地域間再分配政策とは逆に，効率地域（労働人口が多い地域）への分配を増加させることによって，経済全体での成長率を高めることができ，それが非効率地域住民の厚生を上昇させる可能性（パレート改善の可能性）が存在する。さらに，両地域の労働人口格差が大きければ大きいほど，パレート改善の可能性は高まる。この結果は，多地域モデルに拡張した場合にも同様に成り立ち，平均よりも労働人口の多い地域へ分配を増やすことにより，パレート改善の可能性がある。

[21] 多地域モデルにおけるパレート改善政策については，すべての地域の厚生変化を分析しなければならない点で注意が必要である。しかし，すべての地域は労働人口と初期資産以外対称であると仮定しているため，地域 j がもっとも労働人口の少ない地域（$L_j = \min\{L_1, L_2, \cdots, L_n\}$ かつ $s_j = \max\{s_1, s_2, \cdots, s_n\}$）と仮定することにより，地域 j の厚生が上昇することを証明するだけでパレート改善を証明できる。

しかしながら，本稿のモデルは以下の点で拡張の余地がある。1 つ目は，効率地域への分配について混雑費用を一切考慮していない。もし，混雑費用を考慮すれば，効率地域への分配が経済成長をそのまま上昇させるとは限らず，結果が大幅に変わるかもしれない。2 つ目は，地域の政府支出分配率を所与として取り扱っていた点である。政治的意思決定により，分配率が内生的に決定する場合，さらに興味深いインプリケーションがえられるかもしれない。

補論 A　式 (27) の導出

$A_i(t)$ に関する 1 階線形微分方程式を解くと，以下のようになる。

$$e^{-(1-\tau)r^* t}[\dot{A}_i(t) - (1-\tau)r^* A_i(t)] = e^{-(1-\tau)r^* t}[(1-\tau)w_i(t)L_i - c_i(t)L_i] \quad (53)$$

両辺を $[0, \infty)$ の範囲で積分することにより，以下のようになる。

$$\left[e^{-(1-\tau)r^* t}A_i(t)\right]_0^\infty = \int_0^\infty e^{-(1-\tau)r^* t}[(1-\tau)w_i(t)L_i - c_i(t)L_i]dt \quad (54)$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-(1-\tau)r^* t}A_i(t) - A_i(0) = \int_0^\infty e^{-(1-\tau)r^* t}[(1-\tau)w_i(t)L_i - c_i(t)L_i]dt \quad (55)$$

横断性条件より，左辺第 1 項はゼロとなる。オイラー方程式より $c_i(t) = c_i(0)e^{\gamma^* t}$ となるので，この条件を式 (55) に代入することにより，

$$c_i(0)\int_0^\infty e^{[\gamma^* - (1-\tau)r^*]t}dt = a_i(0) + (1-\tau)\int_0^\infty e^{-(1-\tau)r^* t}w_i(t)dt \quad (56)$$

となる。ここで，新しい変数 ϕ を以下のように定義する。

$$\begin{aligned}\phi &\equiv \gamma^* - (1-\tau)r^* &(57)\\ &= \frac{1}{\sigma}[(1-\tau)r^* - \rho] - (1-\tau)r^* &(58)\\ &= \left(\frac{1}{\sigma} - 1\right)(1-\tau)r^* - \frac{\rho}{\sigma} < 0 &(59)\end{aligned}$$

すると，$c_i(0)$ は以下のように書き直すことができる。

$$c_i(0) = -\phi\Big[a_i(0) + (1-\tau)\int_0^\infty w_i(t)e^{-(1-\tau)r^* t}dt\Big] \quad (60)$$

補論 B　式 (28) および式 (29) の導出

このモデルにおいては移行過程は存在しないため，式 (27) の右辺第 2 項 $(w_i(t))$ は以下のようになる。

$$w_i(t) = \omega^* \frac{K_i(t)}{L_i}. \quad (61)$$

資産市場の均衡式である式 (12) を用いることにより，式 (61) は以下のように変形できる。

$$K_1(t) = \frac{1}{1+x^*}A(0)e^{\gamma^* t}.$$

同様の方法により，地域 2 の条件は以下のようになる。

$$K_2(t) \;=\; \frac{1+x^*}{x^*}A(0)e^{\gamma^* t}.$$

したがって，均衡における賃金率を以下のように導出できる。

$$w_1(t) \;=\; \frac{1}{1+x^*}\frac{1}{L_1}\omega^* A(0)e^{\gamma^* t}, \qquad (62)$$

$$w_2(t) \;=\; \frac{x^*}{1+x^*}\frac{1}{L_2}\omega^* A(0)e^{\gamma^* t}. \qquad (63)$$

式 (62) および (63) を初期消費の式 (27) に代入することにより，式 (28) および (29) を導出できる。

補論 C　生産関数がコブ＝ダグラスの場合の均衡 (2 地域モデル)

$$\begin{aligned}
x^* &= \frac{(1-\beta)L_2}{\beta L_1}\\
r^* &= \alpha\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\left[\beta L_1 + (1-\beta)L_2\right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\\
\gamma^* &= \frac{1}{\sigma}\left((1-\tau)\alpha\tau^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\left[\beta L_1 + (1-\beta)L_2\right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \rho\right)\\
w_i(t) &= \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{K_i(t)}{L_i}r^*\\
c_1(0) &= \left(\frac{\rho}{\sigma} + \left(1-\frac{1}{\sigma}\right)(1-\tau)r^*\right)a_1(0)\\
&\quad + \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{1}{1+x^*}\frac{1}{L_1}(1-\tau)r^* A(0)\\
c_2(0) &= \left(\frac{\rho}{\sigma} + \left(1-\frac{1}{\sigma}\right)(1-\tau)r^*\right)a_2(0)\\
&\quad + \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{x^*}{1+x^*}\frac{1}{L_2}(1-\tau)r^* A(0)
\end{aligned}$$

補論 D　生産関数がコブ＝ダグラスの場合の均衡 (多地域モデル)

$$\begin{aligned}
s_i^* &= \frac{\beta_i L_i}{\sum_{k=1}^n \beta_k L_k}\\
r^* &= \alpha\left(\tau\sum_{k=1}^n \beta_k L_k\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\\
\gamma^* &= \frac{1}{\sigma}\left((1-\tau)\alpha\left(\tau\sum_{k=1}^n \beta_k L_k\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \rho\right)\\
w_i(t) &= \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{K_i(t)}{L_i}r^*\\
c_i(0) &= \left[\frac{\rho}{\sigma} + \left(1-\frac{1}{\sigma}\right)(1-\tau)r^*\right]a_i(0)\\
&\quad + \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{1}{L_i}(1-\tau)r^* s_i^* A(0)
\end{aligned}$$

補論 E　式 (48)，式 (49)，および式 (50) の導出

定常成長率はオイラー方程式により，$\gamma^* = 1/\sigma((1-\tau)r^* - \rho)$ であたえられるため，β_i に関する比較静学は以下のようになる。

$$\frac{d\gamma^*}{d\beta_i} = \frac{1}{\sigma}(1-\tau)\frac{dr^*}{d\beta_i}. \qquad (64)$$

式 (45) および (46) より，式 (64) は以下のように変形できる。

$$\frac{d\gamma^*}{d\beta_i} = -\frac{1}{\sigma}(1-\tau)\frac{f''(k^*)}{f'(k^*)}\frac{\tau}{(\tau\sum_{k=1}^n \beta_k L_k)^2}\frac{d(\sum_{k=1}^n \beta_k L_k)}{d\beta_i}. \qquad (65)$$

仮定 1 を用いることにより，式 (65) における $d(\sum_{k=1}^n \beta_k L_k)/d\beta_i$ は以下のようになる。

$$d\left(\sum_{k=1}^{n}\beta_k L_k\right) = L_i d\beta_i + \sum_{j\neq i} L_j d\bar{\beta}, = \left(L_i - \frac{1}{n-1}\sum_{j\neq i} L_j\right) d\beta_i. \quad (66)$$

したがって，式 (66) を式 (65) に代入することにより，式 (48) を導出することができる[22]。

次に，式 (49) を導出する。式 (44) を全微分することにより，以下のようになる。

$$\frac{ds_i^*}{d\beta_i} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n}\beta_k L_k}\left(L_i - s_i^* \frac{d(\sum_{k=1}^{n}\beta_k L_k)}{d\beta_i}\right) \quad (67)$$

式 (66) を式 (67) に代入することにより，式 (49) を導ける。式 (50) も同様にして導くことができる。

参考文献

[1] Atkinson, B.A. and J.E. Stiglitz (1980) *Lectures on Public Economics*, McGrawHill.

[2] Bhagwati, J.N., Brecher R.A. and Hatta, T. (1983) "The generalized theory of transfer and welfare: Bilateral transfers in a multilateral world," *American Economic Review* 83(3), 606-618.

[3] Barro, R.J. (1990) "Government spending in a simple model of endogenous growth," *Journal of Political Economy* 98(5), 103-125.

[4] Barro, R.J. and X. Sala-i-Martin (1992) "Public Finance in Models of Economic Growth", *Review of Economic Studies* 59(4), 645-661.

[5] Barro, R.J. and X. Sala-i-Martin (1995) *Economic Growth*, McGraw-Hill, New York.

[22] 式 (66) を導出するために，$\sum_k \beta_k = 1 \Leftrightarrow \sum_k d\beta_k = 0$ という条件を使っている。

[6] Davoodi, H. and H. Zou (1998) "Fiscal decentralization and economic growth: A cross-country study", *Journal of Urban Economics* 43(2), 224-257.

[7] Davoodi, H., D. Xie and H. Zou (1999) "Fiscal decentralization and economic growth in the United States," *Journal of Urban Economics* 45(2), 228-239.

[8] Devarajan, S., V. Swaroop and H. Zou (1996) "The composition of public expenditure and economic growth," *Journal of Monetary Economics* 37(2-3), 313-344.

[9] Futagami, K., Y. Morita and A. Shibata (1993) "Dynamic analysis of an endogenous growth model with public capital," *Scandinavian Journal of Economics* 95(4), 607-625.

[10] Glomm, G. and B. Ravikumar (1994) "Public Investment in Infrastructure in a Simple Growth Model," *Journal of Economics Dynamics and Control* 18(6), 1173-1187.

[11] Galor, O. and H. Ploemarchakis (1987) "Intertemporal equilibrium and the transfer paradox," *Review of Economic Studies* 54(1), 147-156.

[12] Ihori, T. (1996) "International public goods and contribution productivity differentials," *Journal of Public Economics* 61(1), 139-154.

[13] Lejour, A.M. and H.A.A. Verbon (1997) "Tax competition and redistribution in a two-country endogenous-growth model," *Journal of Tax and Public Finance* 4(4) 485-497.

[14] Martin, P. (1999) "Public policies, regional inequalities and growth," *Journal of Public Economics* 73(1), 85-105.

[15] Martin, P. and G.I.P. Ottaviano (1999) “Growing locations: Industry location in a model of endogenous growth,” *European Economic Review* 43(2), 281-302.

[16] Turnovsky, S.J. (1996) “Fiscal policy, adjustment costs, and endogenous growth,” *Oxford Economic Papers* 48(3), 361-381.

[17] Yanagihara, M. (1998) “Public goods and the transfer paradox in an overlapping generations model,” *Journal of International Trade and Economic Development* 7(2), 175-205.

Regional redistribution policy and welfare in a two-region endogenous growth model

Yutaro Murakami

This paper constructs a two-region endogenous growth model with productive government expenditure to analyze the relationship between regional redistribution of public input and the welfare of residents in each region. This paper shows that the redistribution policy may be Pareto improving if the distribution rate of a more populous region is increased because it raises the equilibrium growth rate. Furthermore, the higher the inequalities between the labor populations are, the greater the possibility of a Pareto improving policy.

Key words: Endogenous growth; Government expenditure; Regional distribution; Welfare; Pareto improving policy
JEL classification: H53; O41; R58