



Title	パルス音波に対する板の遮音機構の解明に関する研究
Author(s)	中山, 一郎
Citation	大阪大学, 1980, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2665
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

パルス音波に対する板の遮音機構 の解明に関する研究

中山一郎

パルス音波に対する板の遮音機構
の解明に関する研究

中山一郎

内 容 梗 概

本論文は著者の行なったパルス音波に対する板の遮音機構の解明に関する研究の成果をまとめたものであり、次の7章から構成されている。

第1章は緒論であって、パルス音波に対する板の遮音機構の解明に関する現在までの研究との関連のもとに、本研究の目的、ならびにその工学上の意義について述べ、本研究の位置づけを行ない、本研究の内容を概説する。

第2章では、本論文でとりあげるバッフル中に周辺固定された弾性薄円板に平面波が垂直入射する遮音モデル（以後、単に「遮音モデル」と呼ぶ）について、以後の遮音機構解明の基礎になる放射音場の厳密解を周波数軸上で導出し、音場の周波数特性を明確にする。

第3章では、第2章で得られた結果を用いて円板による遮音量を周波数軸上で評価する。本章での評価法は、従来行なわれている「透過損失」の他に、板自身の遮音性能と放射音波の空間への伝播過程をふくむ、いわゆる「挿入損」を新たに導入して行なう。

第4章では、遮音モデルに単発パルスが入射する場合の実験結果を述べる。この実験の目的は2つあり、1) 第2、第3章で得られた結果をパルス法によって検証すること、2) 実験的にパルス音波入射による板の遮音機構の概要を把握することである。そのためにはこの種の実験には不可欠な、再現性、圧力コントロールに優れ、ある程度の圧力振巾を持つた単純な波形を有する単発パルス発生の可能なパルス音源を作成する。得られた実験結果を計算結果と比較して前章までの解析の妥当性を確認する。さらに実測入射波形を用いてFFT⁻¹によって放射波形のシミュレーションを行ない、実測放射波形と比較することによって伝播によって生ずる波形変化の過程を示し、実験的に遮音機構の概要を把握する。

第5章では、遮音モデルにパルス音波が入射した時円板から放射される過渡放射波形（円板中心軸上遠距離点）の妥当性ある近似解を、第2章で得られた音場の周波数関数をフーリエ逆変換（但し、解析的に行なう）することによって解析的に求め、その結果を用いてパルス音波に対する円板の遮音機構の解明を行なう。具体的な入射波として単発の三角パルスを例にとり、板の物理定数、パルス

の入射条件を変化させた時に生ずる放射波形への影響を系統的に検討することによって、従来あいまいにされて来たパルス音波に対する遮音機構に合理的裏付けのある明確な解釈を与える。さらに得られた結果を用いて実際の騒音軽減にも役立て得る遮音性能制御・改善のための指標の提示を行なう。なお、本章で得られた結果のいくつかを実験的にも裏付ける。

第6章では、第5章の拡張として遠距離任意点での放射波形の近似解析解を求める。遮音機構の解明は第5章で本質的には終了しているので、本章では解析解を求めることに重点を置く。得られた結果から放射波形の指向性歪の過程を明確にする。

第7章では、本研究で得られた成果を総括し、今後に残された問題について述べる。

関連発表文献

- (1) R.Takeuchi and I.Nakayama, "On dynamic elasticity of reinforced plastics", Reports of The 6th International congress on Acoustics, No.H-2-8, H-69(1968).
- (2) I.Nakayama and R.Takeuchi, "The effect of the volume concentration on the dynamic modulus of reinforced plastics", Mem.Inst.Sci.& Ind.Res., Osaka Univ., 29, 77(1972).
- (3) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Transmission of sound pulse through a circular plate", Japan.J.Appl.Phys., 16, 1461(1977).
- (4) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Insulation characteristics of a circular plate for a single sound pulse", Japan.J.Appl.Phys., 16, 2285(1977).
- (5) 中山一郎, 中村昭, 竹内龍一, “パルス音波に対する遮音について”, 信学会, 電気音響研資料, EA77-62,(1978年1月).
- (6) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Transmission characteristics of sound pulse through circular plate", Acustica, 40, 40(1978).
- (7) 中山一郎, 中村昭, 竹内龍一, “パルス音波に対する遮音の評価について”, 日音学会, 建築音響研資料, AA78-07,(1978年5月).
- (8) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Effect of acoustic loading on transient sound radiation from circular piston", J.Acoust.Soc.Jap.(E), 1(1), (1980) (in press).
- (9) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Sound insulation of a circular plate for a single sound pulse", Acustica, 44(2), (1980) (in press).

- (10) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Sound insulation evaluated in radiation field from a vibrating circular plate", *Acustica*, 44(3), (1980) (in press).
- (11) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Transient radiation field from an elastic circular plate excited by sound pulse", *Acustica* (submitted).

パルス音波に対する板の遮音機構 の解明に関する研究

目 次

内容梗概	1
関連発表文献	iii
第 1 章 緒 論	1
第 2 章 周辺固定円板による放射音場（周波数軸上）	5
2.1 緒 言	5
2.2 板面振動速度の導出	6
2.3 放射音場の計算	12
2.3.1 円板中心軸上での放射音圧	12
2.3.2 遠距離任意点での放射音圧と指向性	17
2.4 板面からの放射エネルギー	21
2.5 緒 言	23
付録 2.I 円板の相互放射インピーダンス	24
2.II ピストン円板の振動速度	24
第 3 章 円板の遮音量の評価（周波数軸上）	26
3.1 緒 言	26
3.2 挿入損の計算	26
3.2.1 円板中心軸上での挿入損	27
3.2.2 遠距離任意点での挿入損	28
3.3 垂直入射透過損失	31
3.4 緒 言	32
付録 3.I 円開口通過による放射音場	33

第 4 章 放射音場, 遮音量の実験との比較	36
4.1 緒 言	36
4.2 音響パルス発生装置(電磁誘導型送波器)	37
4.2.1 パルス発生の原理	37
4.2.2 発生装置の性能	39
4.3 測定の概要	41
4.4 測定結果, ならびに計算結果との比較	43
4.4.1 円板中心軸上	43
4.4.2 遠距離任意点	44
4.5 透過波形のシミュレーション	48
4.6 結 言	51
 第 5 章 パルス音波入射による円板からの過渡放射波形と 遮音機構	54
5.1 緒 言	54
5.2 円板中心軸上遠距離点での過渡放射波形	56
5.2.1 SC-近似	56
5.2.2 放射波形のインパルス応答	57
5.2.3 三角パルス入射による過渡放射波形	60
5.2.4 放射波形における空気抵抗の影響	65
5.3 板の物理定数変化による放射波形と遮音機構	70
5.3.1 遮音機構の概要	70
5.3.2 板厚の影響	74
5.3.3 ヤング率の影響	77
5.3.4 密度の影響	79
5.3.5 入射パルス巾の影響	80
5.3.6 内部損失の影響	83
5.4 遮音性能改善のための指標	86
5.5 結 言	88

第 6 章 遠距離任意点における過渡放射波形	89
6.1 緒 言	89
6.2 ピストン円板による過渡放射波形	89
6.2.1 放射波形のインパルス応答	90
6.2.2 三角パルス入射による過渡放射波形	97
6.3 弹性円板による過渡放射波形	103
6.3.1 三角パルス入射による過渡放射波形 —その1— PC-近似	103
6.3.2 三角パルス入射による過渡放射波形 —その2— 空気抵抗無視の場合	111
6.4 結 言	115
第 7 章 結 論	117
謝 辞	119
参考文献	120

第1章 緒論

連続性騒音とならんで最近はいわゆる衝撃性騒音の発生が社会的に問題となることが多くなり、その軽減対策が強く望まれている。我々の日常を見回しても、^{1), 2)} 例えれば建築・土木工事現場での杭打ち機、搾岩機、鍛造・成型工場における^{3) ~ 6)} プレス機械、ハンマなど、また超音速飛行に伴なって発生するソニック^{7) ~ 9)} ブーム、あるいは車両な例ではタイヤ・ライターや人間の歩行など、実に多種多様な原因によって衝撃性騒音が発生している。また、衝撃性騒音を時間的・空間的にエネルギーが局在している音波による騒音と定義すれば、エンジン¹⁰⁾ やコンプレッサによる排気音などもふくまれ、日常生活のあらゆる分野にわたってその発生源が存在しているといえる。

しかしながら、これまでそれらの衝撃性騒音に対してなされてきた軽減対策としては連続性騒音に対しての対策をそのままあてはめるか、あるいはそれの応用といった範囲を出なかった。もっとも衝撃性音波そのものに関心が持たれだしたのが比較的新しいことであるのでその評価ならびに対策についての研究が立ち遅れているのは致し方ないかも知れないが、時間的・空間的なエネルギー局在性、ならびに発生・伝播による波形の経時パターンの多様さ、という衝撃性音波の特性を考える時、それ独自の研究が必要である。

そこで本研究は衝撃性騒音を軽減させるための基礎的研究として、これまで十分には明らかにされてはいない衝撃性音波が板に入射した時の板の遮音問題をとりあげ、その遮音機構を明確にし、今後の軽減対策を進める上での基礎的資料を得ようとするものである。

一般に遮音という概念は空气中を伝播してきた音波を板などで遮ぎることをいうが、その際音波は一部は反射し、一部は板を振動させ、それが音響エネルギーに変換されて板面から放射される。従って板による遮音の研究は、空気音入射によって生ずる板振動の解析が主要なテーマとなる。連続性音波に対しては、板の遮音量が板面からの放射エネルギーの時間平均値から求められる「透過損失」なる量で評価されており、連続性音波に対しての板の遮音の問題は一応解決すみと言っても過言ではない。その際、結果は当然の事ながら周波数軸上で得られる。一方、衝撃性音波については事情は異なってくる。周波数軸上

での遮音特性や放射エネルギーなどは考へている系の線形性が保たれれば連続性音波についてのものと同一になるが、衝撃性音波の時間的なエネルギー局在性によってそれが入射した時の板振動姿態は時々刻々変化し、従って遮音機構（即ち、音放射機構）も時間と共に変化する。従って議論を周波数軸上でだけするには「衝撃」という特性が消えてしまい不十分であり、時間軸上で系の過渡応答を求めることが必要となる。

一般に過渡応答を求めるには、

1) 数値計算による方法、

2) 時間軸のまゝ解析的に求める方法、

がある。1) では普通、高速フーリエ逆変換 (FFT^{-1}) が用いられ、入力スペクトルと系の伝達関数がわかれれば出力は容易に得られるが、入・出力間の変化の過程が不明のまゝ残る。従って変化の過程、そのメカニズムをより良く把握するためには 2) の解析的手法の必要性が生じる。

解析的手法による有限板の過渡応答については後の章でも述べるように多くの研究がなされてはいるが、板それ自身の応答に関するもので音放射の過程は考慮に入れられてはおらず、従って機械的入力による真空中での応答を求めていくことになる。また過渡的入力による板面からの音響放射については、球の平板への衝突による音場が研究されてはいるが、それらも実験的に検討を試みており、従って時々刻々変化する過渡音響放射の過程に合理的裏付けのある明確な解説が与えられているとは言い難い。さらに「遮音」という立場からの過渡応答の研究は皆無と言ってよい。

そこで筆者は、衝撃性音波入射による板の遮音機構を解明する目的を持ってある簡単な遮音モデルを考えた。即ち、無限大剛バッフル中に周囲固定された弾性薄円板に平面波状の単発パルス（单一の衝撃波形を有する圧力波という意味で、以後「パルス」という言葉を使用する）が垂直入射するモデルであり、パルス音波入射によって生ずる円板からの過渡放射波形を放射音場内で解析的に求めることによって逆にそのような波形を生ぜしめる板の遮音機構を数学的裏付けのもとに明確に示した。そしてこの解析によって遮音性能に影響をおよぼす要因を統一的に把握することが出来、従来殆んどなされていないパルス音波に対する板の遮音機構についての基礎的資料を得ることが出来た。なお、本

研究では解析の容易さの理由から板面形状として円形を選んだ。形状としては他に種々考えられ、それに伴って遮音機構も変化するが、本研究での解析方法を用いれば他の形状についても解析は可能である。従って遮音モデルの一つの典型としてとりあげた本研究の円板についての解析で一般性は失なわれないものと考えられる。以下に各章で行なった研究の内容を概説する。

第2章においては、上記の遮音モデルについて以後の遮音機構解明の基礎となる放射音場の厳密解を周波数軸上で導出する。こゝで得られた結果は、第3章での周波数軸上での遮音量の評価、第4章でのシミュレーション波形の実測波形との比較、第5章、第6章での過渡放射波形の解析的な導出などに用いられる。

第3章においては、円板による遮音量を周波数軸上で評価する。こゝでの評価法は、従来行なわれている「差温損失」の他に、放射音場内のある一点で得られた板が有る場合と無い場合とについての音圧比から求まる、いわゆる「挿入損」を新たに導入して行なう。この挿入損は板自身の遮音性能の他に、放射音波の空間への伝播過程もふくむので透過損失よりも実際的な評価法といえるかも知れない。なお、この章での評価法は周波数軸上であるので音波の種類を問わずに適用し得る。

第4章においては、パルス音波入射によるモデル実験結果を述べる。この実験の目的は2つある。1つは第2章、第3章で行なった解析の「パルス法」による検証であり、他の1つは実験的にパルス音波入射による板の遮音機構の概要を把握することである。この種の実験はこれまで余り行なわれてこなかったが、その大きな原因として、信頼できるパルス発生音源が得られなかつたことが挙げられる。そこでまず再現性が良く、ある程度の音圧振幅を持った単純な波形のパルス発生が可能な音源（電磁誘導型送波器）を作成し、それを用いて実験的に音場の周波数特性、挿入損を求める。得られた結果を前2章までの計算結果と比較し、計算の妥当性を確認する。さらに実測入射波形を用いて、FFT⁻¹によって放射波形のシミュレーションを行ない、実測波形との比較から実験的にパルス音波に対する板の遮音機構の概要を把握する。しかしこの実験は限られた物理定数についてのものであり、またFFT⁻¹によるシミュレーションでは波形変化の過程を理解することが困難である。従って放射波形を解析

的に求める必要性が生じる。

第5章においては、円板からの温渡放射波形についての妥当性のある近似解を第2章で得られた音場の周波数関数をフーリエ逆変換（但し解析的に行なう）することによって円板中心軸上遠距離点で解析的に求める。それを用いてパルス音波に対する円板の遮音機構の解明を行なう。具体的な入射波として三角パルスを例にとり、板の物理定数を種々変化させた時に生ずる波形への影響を系統的に検討することによって従来明らかにされていなかったパルス音波に対する板の遮音機構に数学的裏付けのある明確なる解釈を与える。さらにその結果を用いて、遮音性能制御・改善のための指標の提示を行なう。なお、本章で得られた結果のいくつかを実験的にも裏付ける。

第6章においては、第5章の拡張として遠距離任意点での放射波形の近似解を求める。遮音機構の解明は第5章で本質的には終了しているので本章では解析解を求めることに重点を置く。得られた結果から波形の指向性歪の過程を明確にする。

第7章においては、本研究で得られた結果を総括し、今後に残された問題について述べる。

第2章 周辺固定円板による放射音場（周波数軸上）

2.1 緒言

この章では無限大バッフル中に周辺固定された弾性薄円板（一重）に平面波が垂直入射するモデルを考え、円板の振動によって生ずる放射音場を周波数軸上で求める。本章で行なう放射音場の解析は、後の章で行なうパルス音波に対する遮音機構の解明の基礎となる。

板の振動解析は工学の分野では最も重要な問題の一つであり、古くから多くの研究がなされ、その論文も枚挙に暇がない。音響学の分野に限ってみても、建築音響の分野では例えば板状構造物の振動や板の遮音の問題において、超音波の分野では²¹⁾振動子の解析に、また、音響機器の分野ではマイクロホンや電話²²⁾の振動膜の解析²³⁾において数多くの研究がなされている。

ところで、板の振動解析は板の形状や境界条件などはどのようであれ、外力が加えられた時の強制振動解を求めることが一般であるが、その際、板が置かれている媒質の存在は、例えば粘性媒質中の振動のような場合以外は余り考慮に入れられない。ところが板面からの音放射を考える時は、音の放射の過程そのものが板振動の媒質への伝達、即ち、媒質の反作用力を受ける事があるので媒質の存在を考慮に入れなければならぬ。特に有限板の場合は後の節で述べるように、板の弾性振動による音の放射特性が周波数によって変化するので、事情は一層複雑である。従って有限板の放射特性を明らかにするには、外力と板振動、ならびにそれによって放射される音との関係を、板の物理的性質、形状、および板をとりまく周囲の状況（板の境界条件、放射される空間の状況など）を考慮して解かなければならない。

媒質の反作用を考慮しての板からの音の放射の厳密な解析が行なわれるようになったのは比較的近年になってのことである。 Lax ²⁴⁾はバッフル中の周辺固定円板からの音放射の問題において、板の振動変位、外力、ならびに媒質の反作用力を、板の固有関数で展開することによって板面上の音圧分布の厳密解を得ている。その際、媒質の反作用力は、第nモードの板振動によって板面上に第nモードの放射音圧が生ずることを表わす相互放射インピーダンスを導入す

ることによって得ており、この解析によって板振動と音放射の間の基本的な概念は確立されたといえる。その後、類似の解析方法を用いて、そして計算機の発達とも相まって、特に板の遮音機構の解析に多くの研究が見られるが、とりわけ川井は Lax^{25)～28)} と同じモデルにおいて平面波が板面に垂直入射する場合の板の透過損失を詳細に論じている。

本章では、バッフル中に周辺固定された円板に平面波が垂直入射するモデルを考え、板面の振動状態を Lax, 川井の結果を引用しつゝ述べ、それを用いて半無限空間の放射音場を導出する。このようなモデルを考えた理由としては、本論文の目的がパルス音波に対する板の遮音機構の解明であり、出来るだけ簡単な板形状(こゝでは円板)にした方がその本質を把握し易いこと、また、実験との対応を考える時、周辺固定の条件は比較的実現させ易いことを考えて周辺固定とした。また、入射条件として斜入射も考えられるが、この場合は垂直入射の場合の板の節円モードの他に、節直径モードが入ってくるだけで解析方法は垂直入射の場合と本質的には同じである。従って斜入射の場合は本論文では考えない。

2.2 板面振動速度の導出

図 2.1 に示すように、無限大剛バッフル内の円開口部(半径 a)に、等方・等質な一重の弾性薄円板が周辺固定され、そこへ平面波 $p_i(t, z)$ が垂直入射するモデルを考える(入射平面波は連続的なものでも、パルス的なものでも構わない)。座標原点は円板中心にとり、板厚は波長に比べて十分小さく、従って板の回転慣性や剪断力の影響は無視出来るものとする。入射平面波を

$$p_i(t, z) = P_i e^{j(\omega t - k_z z)} \quad (2.1)$$

(但し、 ω : 角周波数、 k_z : 空気中の波数定数、 z : 円板中心からの距離)とし、 $z < 0$ 、および $z > 0$ の領域を自由空間とし、板の振動によって板後面上($z = +0$)に生ずる放射音圧を $p_r(t)$ とすれば、板前面に($z = -0$)の音圧は

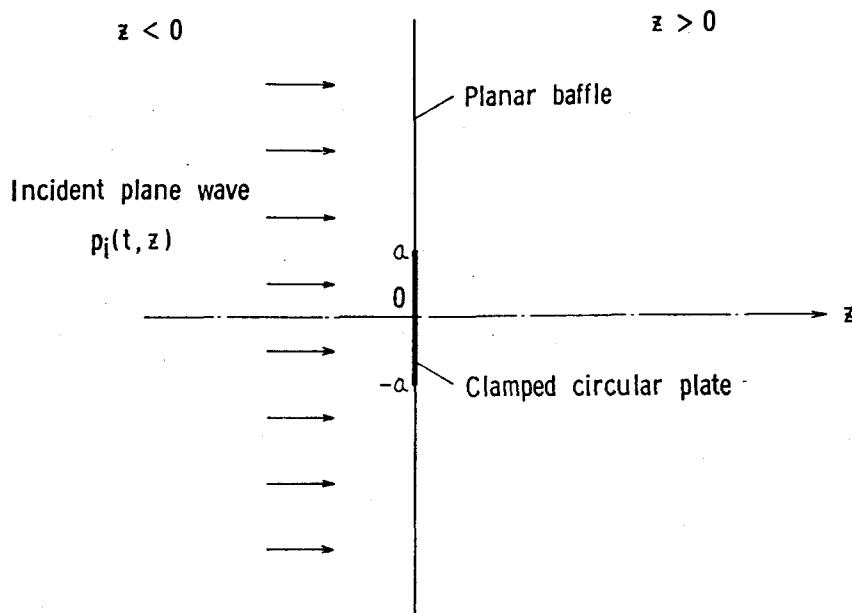


図 2.1 周辺固定円板への平面波垂直入射。

$$2P_i e^{j\omega t} - p_r(t) \quad (2.2)$$

となる。³¹⁾ (2.2)式の $2P_i e^{j\omega t}$ は板面上での入射波と反射波の和であり、板があたかも剛壁であると考へることによって出てくる塊である。従って板の振動変位を ξ とすれば、定常状態における板の運動方程式は板の内部損失を考慮して次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{E(1+j\eta)h^3}{12(1-\sigma^2)} \nabla^4 \xi + \rho_p h \frac{\partial^2 \xi}{\partial^2 t} &= \{2P_i e^{j\omega t} - p_r(t)\} - p_r(t) \\ &= 2P_i e^{j\omega t} - 2p_r(t), \quad (2.3) \end{aligned}$$

(但し, ρ_p : 板の密度, h : 板厚, E : 板のヤング率, σ : 板のポアソン比, η : 板の内部損失係数)。

(2.3)式を解くには周辺固定の境界条件を満足する円板の固有関数 $\psi_n(r)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$ 。 r : 極座標表示の径方向成分) を用いて, ξ , $p_i(t, 0)$, $p_r(t)$ をそれぞれモード展開すればよい。固有関数 $\psi_n(r)$ は, 板の自由振動をあらわす (2.4)式を, 周辺固定円板の境界条件 ($r = a$ で $\xi = 0$,

$\partial \xi / \partial r = 0$) を満足することから得られる周知の周波数方程式 (2.5) 式を用いて解くことによって極座標表示で (2.6) 式のように得られている。³²⁾ ³³⁾

$$\nabla^4 \psi_n(r) - \frac{12 \rho_p h (1 - \sigma^2)}{E h^3} \omega_n^2 \psi_n(r) = 0, \quad (2.4)$$

$$J_0(\pi \beta_{0n}) I_1(\pi \beta_{0n}) + J_1(\pi \beta_{0n}) I_0(\pi \beta_{0n}) = 0, \quad (2.5)$$

$$\psi_n(r) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{J_0(\pi \beta_{0n} r/a)}{J_0(\pi \beta_{0n})} - \frac{I_0(\pi \beta_{0n} r/a)}{I_0(\pi \beta_{0n})} \right\}, \quad (2.6)$$

(但し, ω_n : 周辺固定円板の共振角周波数, $\pi \beta_{0n}$: 固有値, J_m : m 次第1種ベッセル関数, I_m : m 次第1種変形ベッセル関数)。なお, 外力 $p_i(t, z)$ が軸対称波であるので系は極座標系で r のみの関数であり, 従って振動モードは節円モードのみである。固有関数 $\psi_n(r)$ は (2.7) 式の直交条件を備えている。即ち,

$$\int_0^{2\pi} \int_0^a \psi_n(r) \psi_m(r) r dr d\varphi = \pi a^2 \delta_n^m, \quad (2.7)$$

(但し, δ_n^m : クロネッカーデルタ)。

また, 共振角周波数 ω_n は (2.5) 式を解いて得られる固有値 $\pi \beta_{0n}$ を用いて (2.8) 式で与えられる ($\pi \beta_{0n}$ の値を表 2.1 に示す。表中の S_n については後述する)。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{E}{12 \rho_p (1 - \sigma^2)}} \cdot h \left(\frac{\pi \beta_{0n}}{a} \right)^2. \quad (2.8)$$

固有関数 $\psi_n(r)$ が与えられたので, 今 ξ , $p_i(t, 0)$, $p_r(t)$ をそれぞれ (2.9), (2.10), (2.11) 式のように置く。即ち,

$$\xi = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \psi_n(r) e^{j\omega t}, \quad (2.9)$$

$$p_i(t, 0) = P_i e^{i\omega t} \\ = \sum_{n=1}^{\infty} P_i S_n \psi_n(r) e^{i\omega t}, \quad (2.10)$$

$$p_r(t) = j\omega \rho c \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} b_m \zeta_{nm} \psi_n(r) e^{i\omega t}, \quad (2.11)$$

(但し, ρ : 空気の密度, c : 空気中の音速度).

(2.11)式中の ζ_{nm} は周辺固定円板の比相互放射インピーダンス密度であり、第 n モードの板振動により板面上に第 m モードの放射音圧、即ち反作用力が生ずる割合を示し、周波数の複雑な関数であり、 $\zeta_{nm} = \zeta_{mn}$ である。 ζ_{nm} の具体的な表現は付録 2.I に示す。(なお、 ζ_{nm} は板面の単位面積当たりの比放射インピーダンスであり、以後、「密度」を省略し単に「比放射インピーダンス」と記す)。 (2.10)式中の S_n は、入射波中にふくまれる板の固有モード成分の割合を示し、

$$S_n = \frac{2\sqrt{2}}{\pi \beta_{on}} \cdot \frac{J_1(\pi \beta_{on})}{J_0(\pi \beta_{on})} \quad (2.12)$$

で与えられる (S_n の値を表 2.1 に示す)²⁹⁾。なお、 S_n は次式を満足する。

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 = 1. \quad (2.13)$$

(2.9)～(2.11)式を (2.3)式に代入して固有関数を消去し、さらに

n	$\pi \beta_{on}$	S_n
1	3.1962	-0.72875
2	6.3064	-0.41122
3	9.4395	-0.28329
4	12.5771	-0.21575
5	15.7164	-0.17414
6	18.8566	-0.14596
7	21.9971	-0.12562
8	25.1379	-0.11025
9	28.2789	-0.09824
10	31.4200	-0.08858
\downarrow	\downarrow	\downarrow
$n\infty$	$n\pi$	$-2\sqrt{2}/n\pi$

表 2.1 $\pi \beta_{on}$, S_n の値。

$$b_n = \frac{2P_i}{\rho_p h \omega^2} a_n \quad (2.14)$$

と置くと、係数 b_n (即ち a_n) を決定する次式が得られる。

$$\left\{ 1 - (1 + j\eta) \frac{\omega_n^2}{\omega^2} \right\} a_n - j \frac{2\rho C}{\rho_p h \omega} \sum_{m=1}^{\infty} a_m \xi_{nm} = -S_n. \quad (2.15)$$

(2.15)式の連立一次方程式を解けば振動変位 ξ が求まる。改めて書けば、

$$\xi = \frac{2P_i}{\rho_p h \omega^2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \psi_n(r) e^{j\omega t}. \quad (2.16)$$

従って板面の振動速度 $\dot{\xi}$ は(2.16)式を t で微分して(2.17)式で与えられる。

$$\dot{\xi} = j \frac{2P_i}{\rho_p h \omega} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \psi_n(r) e^{j\omega t}. \quad (2.17)$$

(2.16)式で与えられる板の振動変位については川井²⁹⁾が詳細に論じているので、ここでは ξ が近似的にピストン振動と屈曲振動の重ね合わせで表わされることを記すにとどめる。今、波長が円板半径に比べ十分小さい周波数域を考えると $\xi_{nr} \approx 1$ であり、非対称成分は $\xi_{nm} \approx 0$ ($n \neq m$) と近似できる。従って高周波数域では放射音圧は近似的に、

$$p_r(t) \approx \rho C \dot{\xi} \quad (2.18)$$

とあらわされ、(2.18)式を(2.3)式に代入すれば $\dot{\xi}$ はモード展開せずに求まり、次式となる。

$$\xi \simeq -\frac{2P_i e^{j\omega t}}{\rho_p h \omega^2 (1 - j 2 \rho c / \rho_p h \omega)} \\ \times \left[1 - \frac{I_1(ua) J_0(ur) + J_1(ua) I_0(ur)}{I_1(ua) J_0(ua) + J_1(ua) I_0(ua)} \right], \quad (2.19)$$

但し、

$$u^4 = \frac{12 \rho_p (1 - \sigma^2) \omega^2}{E(1 + j\eta) h^2} \left(1 - j \frac{2 \rho c}{\rho_p h \omega} \right). \quad (2.20)$$

(2.19)式中の [] 内の第1項目は板のピストン成分（付録2.II参照。 $Z_r(\omega) = 1$ とすればよい）を、第2項目は屈曲振動をあらわしており、ピストン成分は垂直に入射する平面波が板全体を同位相で動かそうとするによって生ずる項である。また (2.19)式は次のようにもあらわせる。即ち、 a_n を決定する (2.15)式において ζ_{nm} の対称成分のみを考え $\zeta_{nn} = 1$ と置けば、 a_n は、

$$a_n = -\frac{s_n}{1 - (1 + j\eta) \omega_n^2 / \omega^2 - j 2 \rho c / \rho_p h \omega} \quad (2.21)$$

となり、従って

$$\xi \simeq \frac{2P_i}{\rho_p h \omega^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{-s_n}{1 - (1 + j\eta) \omega_n^2 / \omega^2 - j 2 \rho c / \rho_p h \omega} \right. \\ \left. \times \psi_n(r) e^{j\omega t} \right] \quad (2.22)$$

となる。

こゝで此放射インピーダンスを 1 で近似した、即ち放射インピーダンスを ρc と近似したとの意味を若干記しておく。（付図 A.2.1 参照）。この近似は周波数の複雑な関数である放射インピーダンスをその実数部のみで、しかも周波数に無関係に各モードとも一様に ρc と近似する。今ある周波数を考えると、その周波数より十分小さい共振モードの此放射インピーダンスは実数

部（レジスタンス成分）のみで十分あらわされ、これが 1 である。また、十分大きいモード成分は、たとえ放射インピーダンスが PC であってもこの時は（2.21）式の分母が大きくなることからもわかるように、その寄与は殆んど考え必要がない。ところが考えていく周波数付近の共振モードについては、実数部の比放射レジスタンスはほぼ 1 で近似できるとしても（これとても荒い近似であるが）虚数部（リアクタンス成分）を無視したことの影響が入ってくる。この影響の大きさは、板の全インピーダンスに占める放射インピーダンスの割合をみなければ一概には言えないが、一般的には板厚、密度が小さい程、板振動に与える影響は大きいと言える。このことについては後の章でも論ずる。

2.3 放射音場の計算

2.3.1 円板中心軸上での放射音圧

前節で与えられた振動速度 \dot{u} を用いて、放射音場を導出する。

無限大バッフル内の振動板が \dot{u} なる速度で振動すると、一般的に空間内の観測点での速度ポテンシャル ϕ ³⁵⁾ はキルヒ霍ップの方法によって次式で与えられる。

$$\phi = \frac{1}{2\pi} \int_S \dot{u} \frac{e^{-jkR}}{R} ds , \quad (2.23)$$

（但し、 ds ：板面上の微小面積、 R ： ds と観測点との距離）。

ここで (2.17) 式を代入すれば

$$\phi = j \frac{2P_i}{P_b h \omega} e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^a \psi_n(r) \frac{e^{-jkR}}{R} r dr . \quad (2.24)$$

速度ポテンシャル ϕ と音圧との関係は (2.25) 式で与えられているので、円板中心軸上任意点での音圧 $p_r(t, z)$ は (2.26) 式となる（図 2.2 参照）。

$$P_r(t, z) = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \\ = j\omega \rho \phi . \quad (2.25)$$

$$P_r(t, z) = -\frac{2\rho}{\rho_p h} P_i e^{j\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^a \psi_n(r) \frac{e^{-jk\sqrt{r^2+z^2}}}{\sqrt{r^2+z^2}} r dr . \quad (2.26)$$

フーリエ成分 ($F_r(\omega, z)$) であらわせば、

$$F_r(\omega, z) = -\frac{2\rho}{\rho_p h} F_i(\omega) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^a \psi_n(r) \frac{e^{-jk\sqrt{r^2+z^2}}}{\sqrt{r^2+z^2}} r dr \quad (2.27)$$

となる（但し、 $F_i(\omega)$ ：入射波のフーリエ成分）。中心軸上遠距離点では $\sqrt{r^2+z^2} \approx z$ と置き、 $\psi_n(r)$ に (2.6) 式を代入し、ベッセル関数の積分公式を用いれば $F_r(\omega, z)$ は次式のように導出される。³⁶⁾

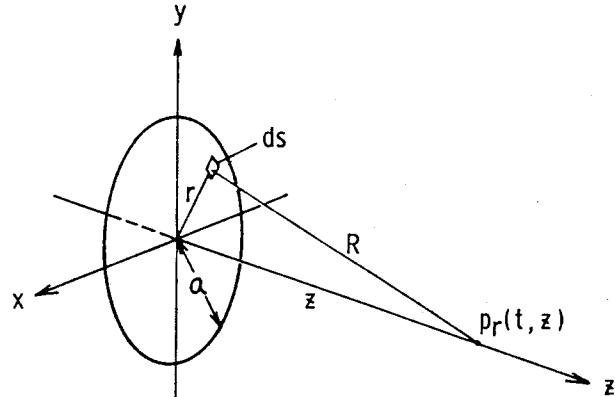


図 2.2 円板中心軸上の音圧の計算。

$$F_r(\omega, z) = -\frac{\rho a^2}{\rho_p h z} F_i(\omega) e^{-jkz} \sum_{n=1}^{\infty} a_n S_n . \quad (2.28)$$

即ち、板面振動加速度に比例する。

こゝで以後の参考のために、円板がピストン振動する時の中心軸上の音場を記しておく。ピストン円板の振動速度は付録(A2.5)式で与えられているので、上と同様の方法で速度ポテンシャルを求めることによって中心軸上任意点での音圧 ($P_p(t, z)$) は次式となる。

$$P_p(t, z) = \rho c \left\{ \dot{\xi}_p(t - \frac{z}{c}) - \dot{\xi}_p(t - \frac{\sqrt{z^2 + a^2}}{c}) \right\}, \quad (2.29)$$

(但し, $\dot{\xi}_p(t)$: ピストン円板の振動速度)。

即ち, 円板の中心からの波(中心波)と円板周縁からの波(周縁波)によって決定され, その他の部分からの寄与は互いに打ち消し合う。(2.29)式の計算を進めれば, 音圧のフーリエ成分は次式となる。

$$F_p(\omega, z) = j 2 \rho c \frac{2 F_i(\omega)}{j \rho_p h \omega + 2 \rho c Z_r(\omega)} \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (\sqrt{z^2 + a^2} - z) \right\} \\ \times \exp \left\{ -j \frac{k}{2} (\sqrt{z^2 + a^2} + z) \right\}. \quad (2.30)$$

遠距離点では,

$$\sin \frac{k}{2} (\sqrt{z^2 + a^2} - z) \simeq \frac{ka^2}{4z}, \quad (2.31)$$

$$\exp \left\{ -j \frac{k}{2} (\sqrt{z^2 + a^2} + z) \right\} \simeq \exp(-jkz) \quad (2.32)$$

と置くことによって

$$F_p(\omega, z) = j \frac{\rho \omega a^2}{z} \cdot \frac{F_i(\omega) e^{-j k z}}{j \rho_p h \omega + 2 \rho c Z_r(\omega)} \quad (2.33)$$

となる。ピストン振動の場合も板面振動加速度に比例する。

また,

$$\frac{2 \rho c Z_r(\omega)}{\rho_p h \omega} \ll 1 \quad (2.34)$$

と仮定すれば,

$$F_p(\omega, z) \simeq \frac{\rho a^2}{\rho_p h z} \cdot F_i(\omega) e^{-j k z}, \quad (2.35)$$

即ち、遠距離においては距離に反比例して振幅が下り、波形の位相遅れが生じるが、入射波と相似の波形が得られる。³⁷⁾これはピストン円板を入射波が透過することによって(2.33)式でみられるように $F_i(\omega) / j\omega$ のように入射波が積分され、さらに遠距離伝播によって微分されるために積分と微分の作用が互いに打ち消され、その結果入射波と相似の波形となるのである。但し(2.34)式が成り立つのは質量が大きいか、またはある程度周波数が高い場合である。

ここで、円板中心軸上での音場の数値計算例を若干示す。ジュラルミン円板について円板中心からの距離 z を変化させて伝達関数($H(\omega)$, dB)の形であらわす。即ち、

$$H(\omega) = 20 \log_{10} \left| \frac{F_r(\omega, z)}{F_i(\omega)} \right|. \quad (2.36)$$

遠距離においては(2.28)式より、

$$H(\omega) = 20 \log_{10} \left(\frac{\rho a^2}{\rho_p h z} \right) + 20 \log_{10} \left| \sum_{n=1}^{\infty} a_n S_n \right| \quad (2.37)$$

となる。右辺第1項目はピストン振動による伝達関数をあらわし、周波数に無関係に一定値をとる。一方、第2項目は屈曲振動によるピストン振動からのずれをあらわしている。従って遠距離における伝達関数は、一定値を中心にして屈曲振動による影響分だけはずれる値をとる。

計算に用いたジュラルミン円板の物理定数、諸元などは以下の通りである。

$$\alpha = 5 \text{ cm}, \quad h = 0.1 \text{ cm}, \quad \rho_p = 2.67 \text{ g/cm}^3, \quad E = 5.98 \times 10^{11} \text{ dyn/cm}^2,$$

$$\sigma = 0.34, \quad \eta = 0.01, \quad C = 34,250 \text{ cm/sec}, \quad S = 0.001215 \text{ g/cm}^3.$$

$z = 1, 5, 10, 50 \text{ cm}$ についての結果を図 2.3 に示す。いずれも共振点で鋭いピークを示すが、 z が大きくなるに従って第 1 共振点を除いた共振点より僅

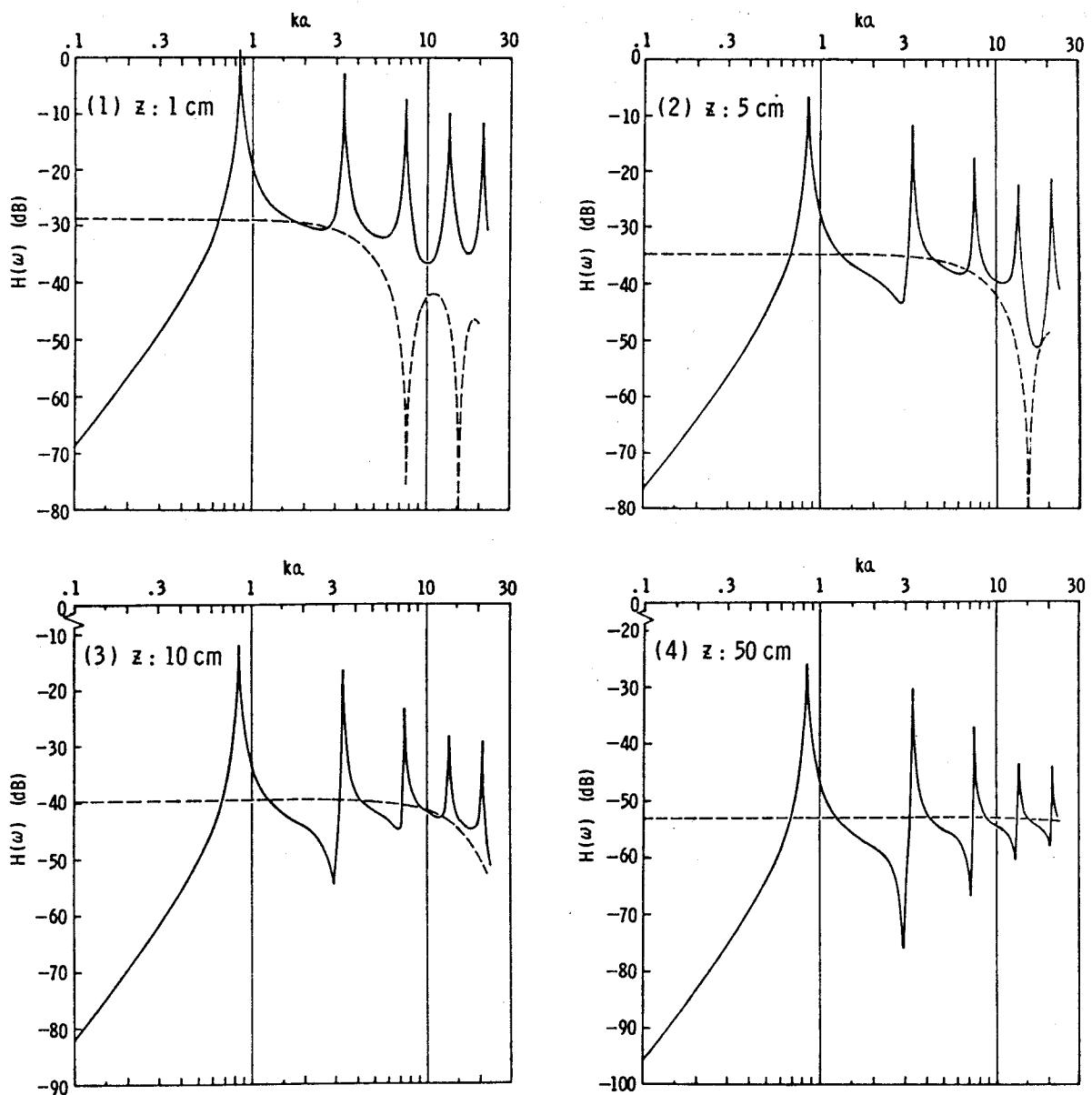


図 2.3 円板中心軸上での音圧の伝達関数: $H(\omega)$ (1 mm 厚 ジュラルミン円板);
 ————— 弾性円板, ----- ピストン円板。

か低い周波数域において非常に小さな値をとり放射が悪くなる。これは(2.3)式において、弹性制御項と慣性制御項が打ち消しあう、即ち、屈曲振動成分とピストン成分が打ち消しあるために生ずるものである。^{29), 38)}ピストン円板(破線)については近距離ではピストンの各面素からの音波の干渉による放射の減少が高周波数域でみられるが、距離が大きくなるに従って次第に平坦な特性となる。弹性振動による放射の大きさをピストン振動のそれと比べると、それが小さい時は低周波数域を除いて全体として弹性振動の場合の値の方が大きいが、それが大きくなるに従ってピストン振動による値を中心に山・谷を示す。これはふくまれる屈曲振動成分とピストン振動成分の割合が距離によって異なるためであり、距離が大きくなるとピストン成分のふくまれ方が相対的に多くなるためである。これに関しては後の章で詳細に論ずる。なお、(2.27)式を計算する際のモード数 n であるが、ある周波数 ω での値を計算する時、 $|\omega_n - \omega|$ が最小になる n の値に数個加えたところまで考慮して計算を行えば十分な収束が得られるので今回の $k\alpha = 20$ 程度までの計算では $n: 7$ とした。

2.3.2 遠距離任意点での放射音圧と指向性

円板から十分遠距離

での任意点 P での音場

は(2.24)式を用いて
求めることができる。

(図2.4 参照。円板中
心と P との距離を z_0
とする)。

即ち、

$$p_r(t, \theta) = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

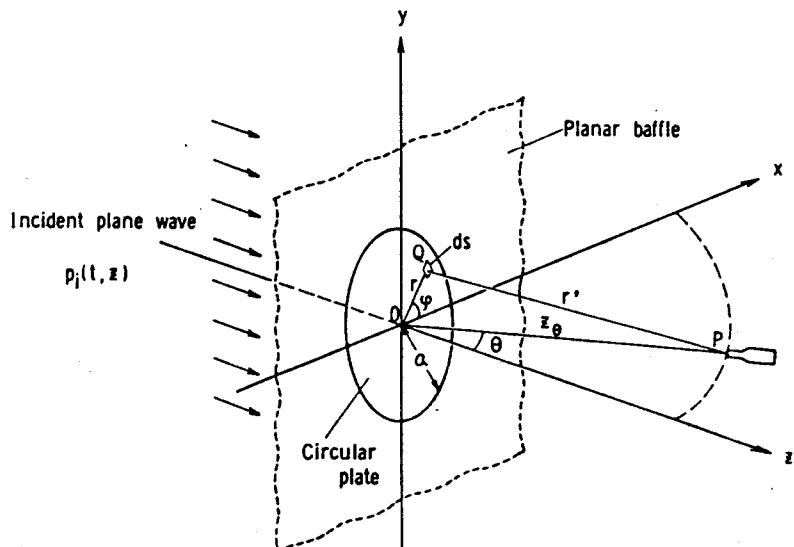


図2.4 遠距離任意点での音圧の計算。

$$= -\frac{\rho P_i e^{j\omega t}}{\pi \rho_p h} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^a \int_0^{2\pi} \psi_n(r) \frac{e^{-jk_r r'}}{r'} r dr d\varphi. \quad (2.38)$$

遠距離点では

$$r' \approx z_\theta - r \cos \varphi \cdot \sin \theta \quad (2.39)$$

とおけるから、

$$\begin{aligned} P_r(t, \theta) &\approx -\frac{\rho}{\pi \rho_p h z_\theta} P_i e^{j\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n e^{-jk_r z_\theta} \right. \\ &\quad \times \left. \int_0^a \psi_n(r) \int_0^{2\pi} e^{(jk_r r \sin \theta) \cos \varphi} r dr d\varphi \right] \end{aligned} \quad (2.40)$$

となる。ここで、

$$\int_0^{2\pi} e^{jx \cos \varphi} d\varphi = 2\pi J_0(x), \quad (2.41)$$

ならばに

$$\begin{aligned} &\int J_n(\alpha x) J_n(\beta x) x dx \\ &= \frac{x}{\alpha^2 - \beta^2} \left\{ \beta J_n(\alpha x) J_{n-1}(\beta x) - \alpha J_n(\beta x) J_{n-1}(\alpha x) \right\} \end{aligned} \quad (2.42)$$

⁴¹⁾
ある公式を用い、さらに周辺固定の条件 (2.5) 式を用いれば、円板から遠距離任意点での音圧のフーリエ成分 ($F_r(\omega, \theta)$) は次式のように導出される。⁴²⁾

$$F_r(\omega, \theta) = -\frac{\rho a^2}{\rho_p h z_\theta} F_i(\omega) e^{-jkz_\theta} \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \frac{2\sqrt{2} (\pi \beta_{on})^2}{(\pi \beta_{on})^4 - (ka \sin \theta)^4} \right. \\ \times \left\{ (\pi \beta_{on}) J_0(ka \sin \theta) \frac{J_1(\pi \beta_{on})}{J_0(\pi \beta_{on})} \right. \\ \left. \left. - (ka \sin \theta) J_1(ka \sin \theta) \right\} \right]. \quad (2.43)$$

中心軸上では $\theta = 0$ とおけば (2.28) 式に一致する。

ピストン円板については上と同様の方法で計算を行なえば、音圧のフーリエ成分は次式となる。

$$F_p(\omega, \theta) = \frac{\rho a^2}{\rho_p h z_\theta} \cdot \frac{1}{(1 - j 2 \rho c Z_r(\omega) / \rho_p h \omega)} \cdot F_i(\omega) e^{-jkz_\theta} \\ \times \left\{ \frac{2 J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right\}. \quad (2.44)$$

軸上 ($\theta = 0$) では, $2 J_1(ka \sin \theta) / ka \sin \theta = 1$ であるので (2.44) 式は (2.33) 式に一致する。

先の 1 mm 厚ジュラルミン円板についての遠距離任意点での音圧の伝達関数 ($H(\omega, \theta)$), $H(\omega, \theta) = F_r(\omega, \theta) / F_i(\omega)$ を中心軸からの角度 θ を変化させて図 2.5 に示す。 $z_\theta: 100 \text{ cm}$ ($z_\theta/a = 20$. 十分遠距離となせる) とし, ピストン振動の場合 (破線) も合わせて示す。なお, $\eta = 0$ とした。 θ が大きくなるに従って円板の各面素からの放射音波が互いに干渉をおこし, 高周波数域の方から徐々に $\theta = 0^\circ$ の場合とは違った複雑な特性を示す。

遠距離任意点での音圧分布が得られたので, 放射音場の指向特性 ($R(\theta)$), (2.45) 式) が求められる。即ち,

$$R(\theta) = 20 \log_{10} \left| \frac{F_r(\omega, \theta)}{F_r(\omega, 0)} \right|. \quad (2.45)$$

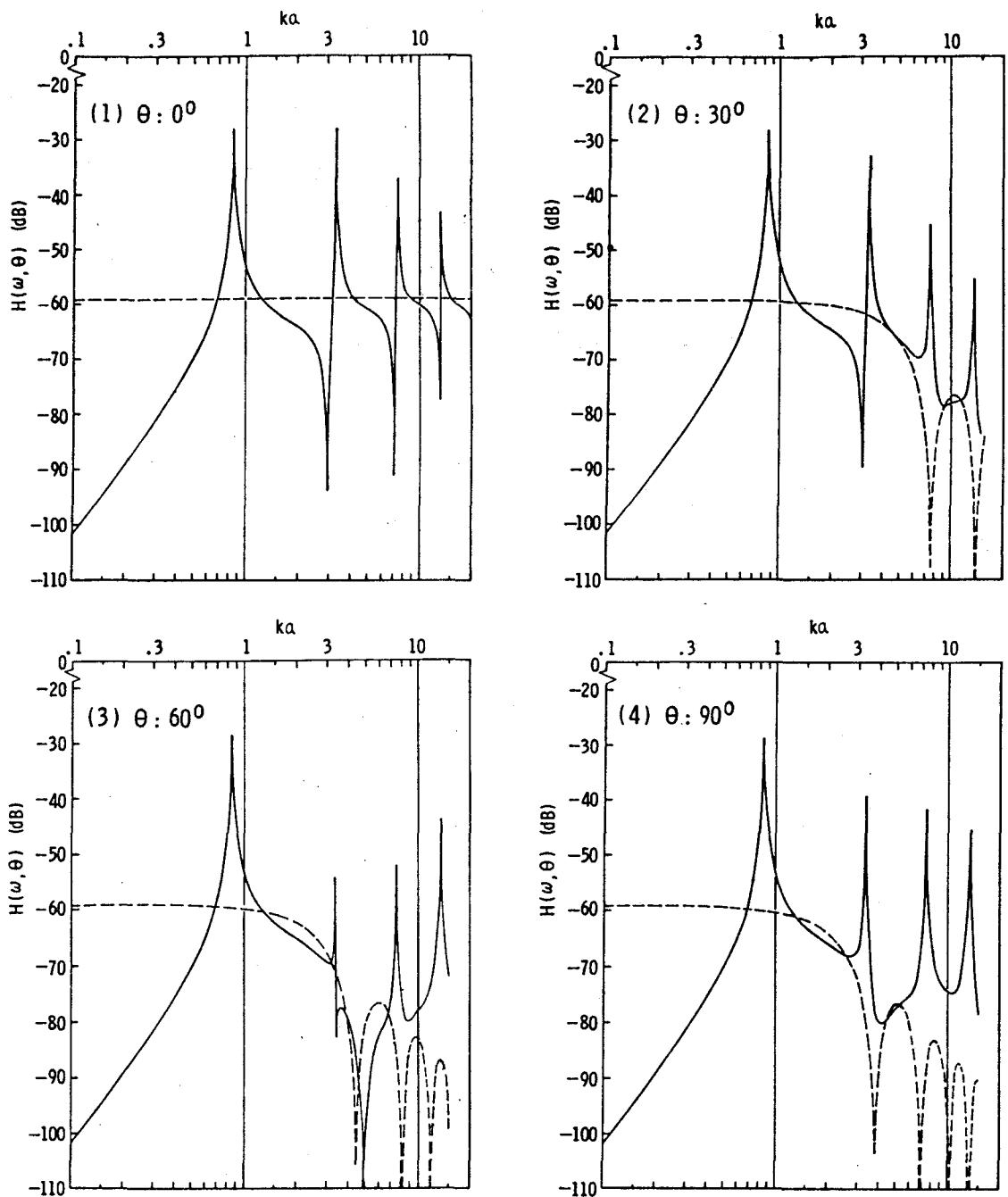


図2.5 遠距離任意点での音圧の伝達関数： $H(\omega, \theta)$ (1mm厚 ジュラルミン円板, Z_0 : 100cm, $\gamma: 0$) ; ————— 弹性円板, ----- ピストン円板。

前述の 1mm 厚ジュラルミン円板についての結果を図2.6に示す。弾性振動(実線), ピストン振動(破線)の場合ともに $\theta: 0^\circ$ の音圧を 0dB とした。 ka が小さい時は遠距離空間での音圧分布はほぼ一様であるが, ka が大きくなるに従って複雑な指向特性を示す。

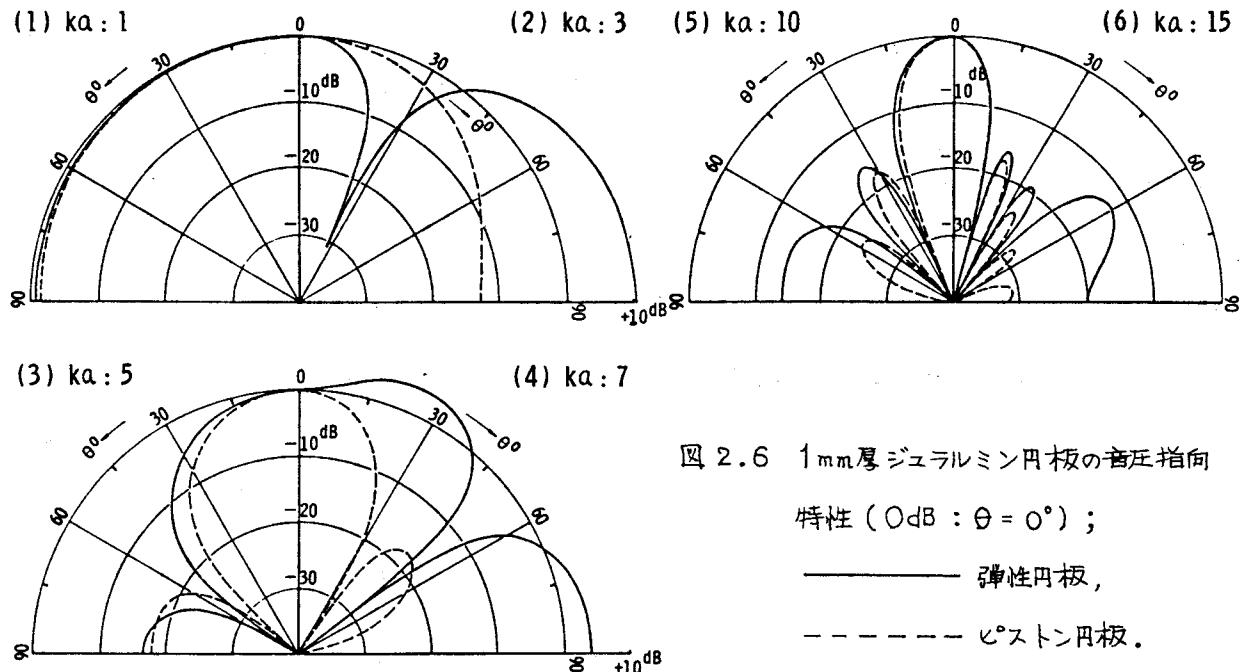


図 2.6 1mm 厚 ジュラルミン円板の音圧指向特性 (0dB : $\theta = 0^\circ$) ;
 ————— 弾性円板,
 - - - - - ピストン円板。

2.4 板面からの放射エネルギー²⁹⁾

前節までで周辺固定弾性円板によって出来る放射音場の解析を行なったが、これは板からの音放射とそれが空間へ伝播される過程をふくめての解析であった。この節では板自身の音響特性をあらわす量として、以後の参考のためにすでに得られている板面からの放射エネルギーの式を記す。この結果は第3章での透過損失の計算に使用される。

板面全体から放射されるエネルギーの時間平均値 W_t は次のように与えられる。

$$W_t = \frac{1}{2} \int_S \operatorname{Re} \{ p \xi^* \} ds, \quad (2.46)$$

但し、 p は板面上のある点 (A点: 図 2.7 参照) での放射音圧であり、 $*$ は

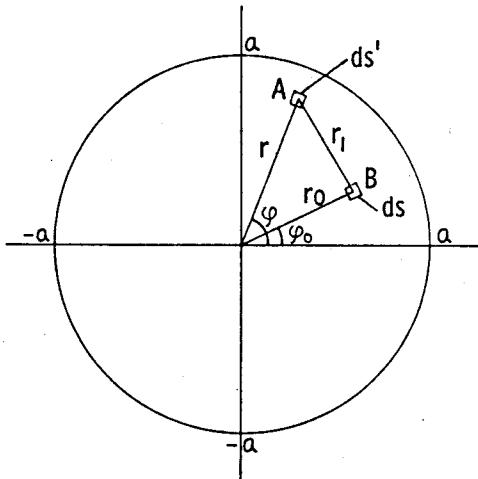


図 2.7 円板からの放射エネルギーの計算
 (半径 : a)。

共役複素数, $\operatorname{Re}\{\quad\}$ は $\{\quad\}$ 内の実数部を示す。B点から r_1 だけ離れた A点での速度ポテンシャルは,

$$\phi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^a \zeta(r_0) \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} r_0 dr_0 d\varphi_0. \quad (2.47)$$

故に A点での音圧 ψ は,

$$p = -\frac{\rho P_i e^{i\omega t}}{\pi \rho_p h} \int_0^{2\pi} \int_0^a \sum_{n=1}^{\infty} a_n \psi_n(r_0) \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} r_0 dr_0 d\varphi_0. \quad (2.48)$$

となる。一方この ψ は(2.11)式より

$$p = j \rho c \frac{2 P_i e^{i\omega t}}{\rho_p h \omega} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_n \psi_m(r) \zeta_{nm} \quad (2.49)$$

とあらわせるので (2.48)式と (2.49)式を等置し、両辺に $\psi_m(r)$ をかけて板面上で積分すれば次の関係を得る。

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^a \psi_n(r_0) \psi_m(r) \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} r_0 dr_0 d\varphi_0 r dr d\varphi \\ &= -j \frac{2c(\pi a)^2}{\omega} \zeta_{nm}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

$\zeta(r)$ は(2.17)式で与えられているように

$$\zeta(r) = j \frac{2 P_i e^{i\omega t}}{\rho_p h \omega} \sum_{m=1}^{\infty} a_m \psi_m(r) \quad (2.51)$$

であるので全放射エネルギーは (2.48), (2.51)式を (2.46)式に代入し、(

2.50)式の関係を用いることによって次式をえられる。

$$W_t = -\frac{2\rho C}{(\rho_p \hbar \omega)^2} (\pi a^2) R_i^2 \left[\operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_n a_m^* \zeta_{nm} \right\} \right]. \quad (2.52)$$

2.5 結 言

本章では剛バッフル中の円開口部に周辺固定された弾性円板に平面波が垂直入射する遮音モデルを考え、円板の振動によって生ずる放射音場の厳密解を固波数の関数として導出した。これは音放射の過程を考慮して板の固有関数展開によってすでに得られている板振動の厳密解を用いて導出したもので、円板中心軸上、ならびに空間の遠距離任意点での放射音場、ならびに音場の指向特性を求めた。得られた結果を要約すると、

- 1) 板振動は近似的に屈曲振動ヒストン振動の重ね合わせで表現されるが、音場はいずれの場合においても円板の共振周波数にピークを持つ特性を示す。
- 2) 円板中心軸上では遠距離になるに従い、ヒストン円板による特性を中心には山・谷を示す。遠距離点では放射音圧は板面振動加速度に比例し、波形は相似形を保って振巾を減少させる。ヒストン円板では入射波の相似波形となる。
- 3) 中心軸を離れるに従って干涉のために中心軸上での特性に比べ、高周波数域の方から徐々に複雑な特性を示す。
- 4) 指向特性は低周波数域では音圧分布はほぼ一様であるが、周波数が大きくなるに従って複雑な特性を示す。

問題点としては無限個数のモードを計算すべきところを有限個で打ち切ったことが挙げられる。モード数を変化させて行なった収束性の検証から今回の $k_0 = 20$ 程度までの計算では $\pi : 7$ といた。

付録 2. I 円板の相互放射インピーダンス

円板の比放射インピーダンス Σ_{nm} は次式で与えられる。

$$\Sigma_{nm} = \delta_{nm} + j\chi_{nm}, \quad (\text{A2.1})$$

但し、 δ_{nm} は比放射レジスタンス、 χ_{nm} は比放射リアクタンスであり、 δ_{nm} 、 χ_{nm} は各々次式で与えられる。

$$\delta_{nm} = 4ka(\pi\beta_{on})^2(\pi\beta_{om})^2$$

$$\times \int_0^{ka} \frac{f_n(y)f_m(y)}{\{(\pi\beta_{on})^4 - y^4\}\{(\pi\beta_{om})^4 - y^4\} \sqrt{(ka)^2 - y^2}} y dy, \quad (\text{A2.2})$$

$$\chi_{nm} = 4ka(\pi\beta_{on})^2(\pi\beta_{om})^2$$

$$\times \int_{ka}^{\infty} \frac{f_n(y)f_m(y)}{\{(\pi\beta_{on})^4 - y^4\}\{(\pi\beta_{om})^4 - y^4\} \sqrt{y^2 - (ka)^2}} y dy, \quad (\text{A2.3})$$

但し、

$$f_n(y) = (\pi\beta_{on}) \frac{J_1(\pi\beta_{on}y)}{J_0(\pi\beta_{on})} J_0(y) - J_1(y)y. \quad (\text{A2.4})$$

δ_{nm} 、 χ_{nm} の計算例を 図A2.1 に示す。対称成分 δ_{nn} (または χ_{nn}) は、非対称成分 δ_{nm} (または χ_{nm} 、 $n \neq m$) に比べ非常に大きい。 δ_{nn} は ka が大きくなると 1 (即ち、放射レジスタンス = PC) に近づく。一方、 χ_{nn} は 0 に近づく。

付録 2. II ピストン円板の振動速度

図 2. 1 と同様のモデルにおいて円板がピストン振動するとし、円板の機械インピーダンスが質量のみと仮定すると、ピストン円板の振動速度 (\dot{x}_a) は

$$\dot{\gamma}_p = \frac{2P_p e^{j\omega t}}{j\beta_p h\omega + 2\rho c Z_r(\omega)} \quad (A2.5)$$

で与えられる。³⁷⁾ ここに $Z_r(\omega)$ はピストン円板の比放射インピーダンス密度であり、次式で与えられる。⁴³⁾

$$Z_r(\omega) = \left(1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} \right) + j \frac{S_1(2ka)}{ka}, \quad (A2.6)$$

但し、 $S_1(x)$ ：ストルーヴ関数。

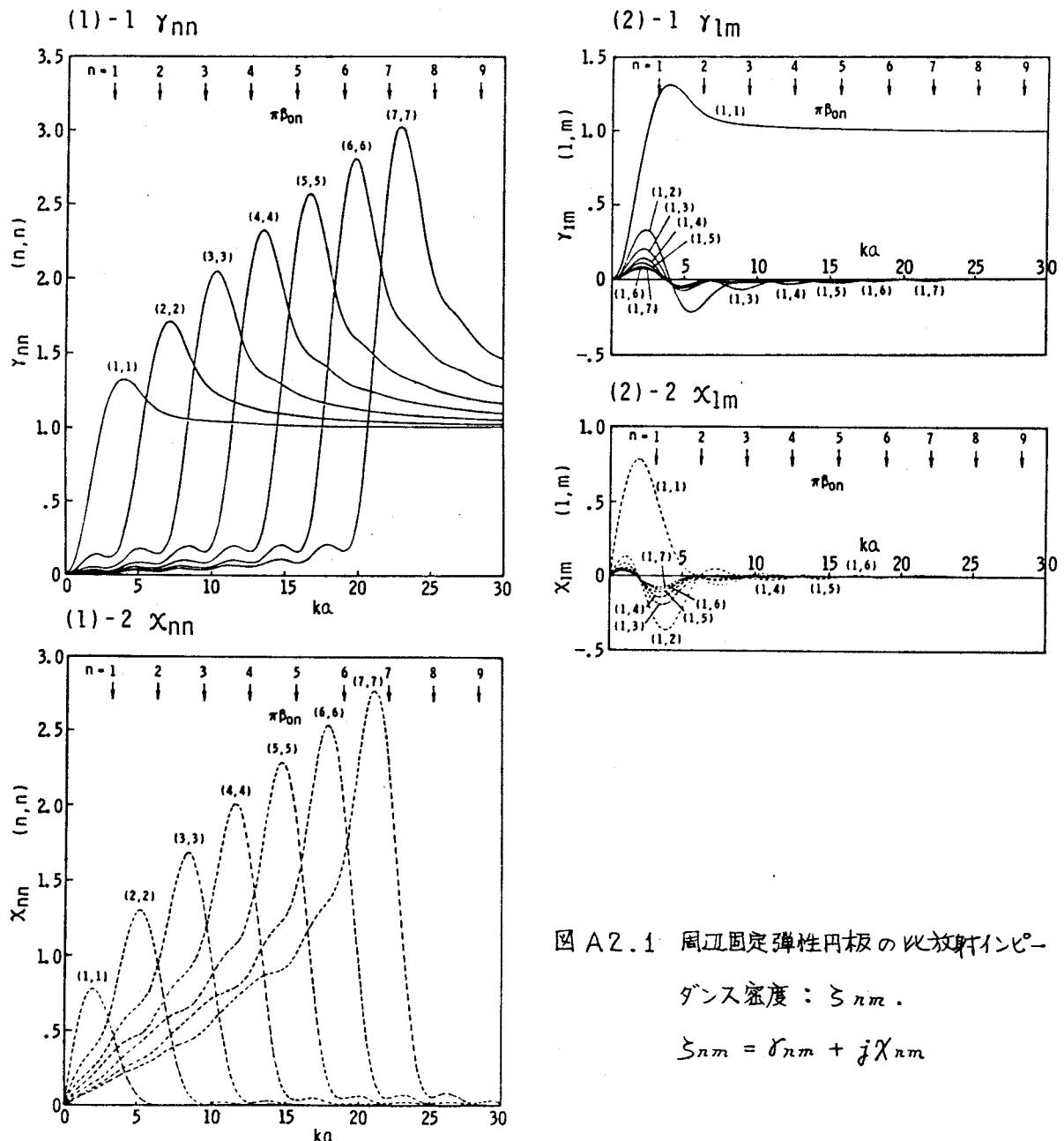


図 A2.1 周辺固定弾性円板の比放射インピーダンス密度： $\dot{\gamma}_{nm}$ 。

$$\dot{\gamma}_{nm} = \dot{\gamma}_{nm} + jX_{nm}$$

第3章 円板の遮音量の評価（周波数軸上）

3.1 緒言

この章では前章で述べた遮音モデルについて、円板による遮音量の評価を周波数軸上で行なう。

板に音波が入射し、それが透過して音を放射する過程において、板の遮音量は入射エネルギーに対する透過エネルギーの比をもってあらわすことが一般である。これは板について一意的に定まり板それ自身の遮音度があらわすもので一般に「透過損失」(dB)¹⁵⁾と呼ばれている。

ところで騒音測定などで実際の建築部材の遮音量を測定する場合は、測定用マイクロホンを放射空間のある点に設置することが多い。この場合は板自身の遮音性能の他に、放射音が空間を伝播する過程をふくむことになるが、第2章で求めたように空間での音圧分布は場所によって異なる。この章では板それ自身と放射音伝播の過程をふくめた遮音量の評価の一つの試みとして、いわゆる「^{36), 44)}挿入損」を新たに導入して板の遮音量の評価を行なう。挿入損の定義としては板が有る場合と無い場合についての放射音場内のある一点で得られた音圧比のdB表示、即ち、周波数と観測場所を固定すれば次式である。

$$\text{挿入損} = 20 \log_{10} \left| \frac{\text{板が無い場合の放射音圧のフーリエ成分}}{\text{板が有る場合の放射音圧のフーリエ成分}} \right| \text{ (dB). (3.1)}$$

挿入損は実際に即して言えば、例えば窓を開けた時と閉めた時の音圧比(dB)であり、これまで考えてきたモデルについて言えば円開口通過と円板透過の音圧比である。円板についてこの挿入損を求めようとすれば入射波が円開口を通過した時出来る音場が必要となる。音波の円開口通過の問題は古くから多くの研究がなされているので、こゝでは計算に使用した式を付録に記すにとどめる。

3.2 挿入損の計算

3.2.1 円板中心軸上での挿入損³⁶⁾

円板中に軸上任意点ごとの挿入損 ($Rr(\omega)$) は (3.2) 式に示す $Rr(\omega)$ の定義式において $F_f(\omega, z)$ として (A3.4) 式, $F_r(\omega, z)$ として (2.27) 式を用いれば得ることが出来る。

$$Rr(\omega) = 20 \log_{10} \left| \frac{F_f(\omega, z)}{F_r(\omega, z)} \right| . \quad (3.2)$$

軸上虚距離においては円開口部が付録3.Iの(A3.5)式の近似式で述べるようピストン振動を行なうと仮定すると $Rr(\omega)$ は次式となる。

$$Rr(\omega) \approx 20 \log_{10} \left(\frac{P_f h \omega}{2 \rho c Z_r(\omega)} \right) - 20 \log_{10} \left| \sum_{n=1}^{\infty} a_n S_n \right| . \quad (3.3)$$

(3.3)式右辺第1項目はピストン円板についての質量則をあらわし, 第2項目は板の屈曲振動による質量則からのずれをあらわす ($Z_r(\omega) = 1$ なら無限大ピストン板についての質量則となる)。(3.3)式は距離 z をふくまないので遠距離であればすべてこの式があらわされ, 空間での遮音量の評価法としては有効性のある方法と言える。

円板中心からの距離 z を変化させて (3.2) 式を用いて 1mm 厚ジュラルミン円板について行なった $Rr(\omega)$ の計算例を 図3.1 に示す ($\eta : 0.01$ とし, 円開口についてのモード数は $n : 5$ とした)。 z が大きくなるに従って質量則を中心にして山・谷を示す曲線となる。 z が小さい時は質量則に比べ全般的に値は小さいが, これは第2章でも述べたように軸上の場所によって板の屈曲振動, ならびにピストン振動のふくまれ方に差違があることによって生ずるものであるが, この説明は後の章で行なう。

挿入損についてもう少し検討する。今, 音場任意点の円開口通過, 円板透過による音圧のフーリエ成分をそれぞれ $F_f(\omega)$, $F_r(\omega)$ と書くと $Rr(\omega)$ は

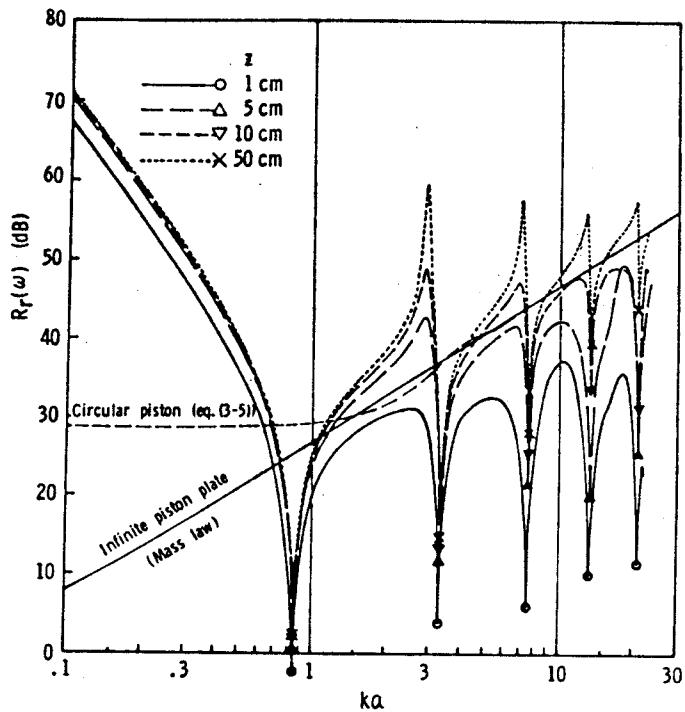


図3.1 円板中心軸上での挿入損 : $R_r(\omega)$ (1mm厚
ジュラルミン円板).

$$\begin{aligned}
 R_r(\omega) &= 20 \log_{10} \left| \frac{F_f(\omega)}{F_r(\omega)} \right| \\
 &= 20 \log_{10} \left| \frac{F_i(\omega)}{F_r(\omega)} \right| - 20 \log_{10} \left| \frac{F_i(\omega)}{F_f(\omega)} \right| \quad (3.4) \\
 &\equiv R_{ri}(\omega) - R_{fi}(\omega)
 \end{aligned}$$

となる。右辺第1項目は入射波に対する円板による遮音量を、第2項目は入射波に対する円開口による遮音量をそれぞれあらわしている。第1項目の絶対値の中には伝達関数の逆数があるので、この項は伝達関数(dB表示)の符号を逆にしたものとなる。

3.2.2 遠距離任意点での挿入損⁴²⁾

円板から遠距離任意点での挿入損 ($R_r(\omega, \theta)$) は、円開口通過による音場として(A3.6)式、円板透過音場として(2.43)式を用いれば求めることが出来る。0.5mm厚アルミニウム円板についての $R_r(\omega, \theta)$ を中心軸からの角

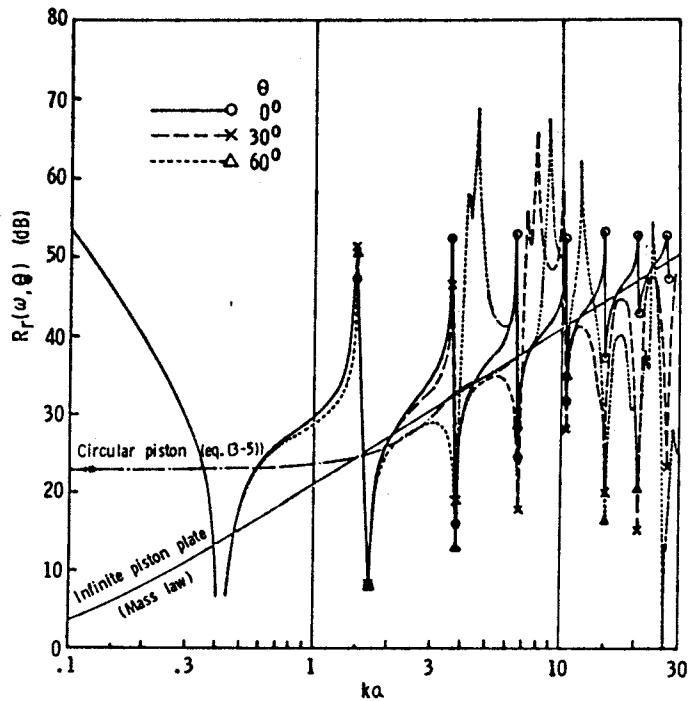


図3.2 遠距離任意点での挿入損： $R_r(\omega, \theta)$ (0.5mm 厚アルミニウム円板).

度 θ を変化させて図3.2に示す。アルミニウム円板の物理定数は次のとおりである。

$$\begin{aligned} a &: 5\text{cm}, \quad h : 0.05\text{cm}, \quad \rho_p : 2.7 \text{ g/cm}^3, \quad E : 6.23 \times 10^{11} \text{ dyne/cm}^2, \\ \sigma &: 0.34, \quad \gamma : 0.01. \end{aligned}$$

モード数 n はアルミニウム円板については $n:9$ 、円開口については $n:5$ とした。なお、円板中心からの距離 z_θ は遠距離点であれば円開口通過、円板透過でお互いに打消されるから入ってこない。 θ が小さい時は質量則を中心にして山・谷を示す曲線になるが、 θ が大きくなるにつれて高周波数域の方から徐々に複雑な曲線になる。そこで(3.4)式のように円板、円開口の各々による遮音量(それぞれ $R_{ri}(\omega, \theta)$, $R_{fi}(\omega, \theta)$ とあらわす)にわけて図示すると図3.3のようになる($z_\theta : 50\text{ cm}$ とする)。円板、円開口ともに θ が大きくなるに従って高周波数域からの干渉の様子がよくわかる。円開口での媒質粒子がピストン振動すると仮定した時の遮音量($R_{pf}(\omega, \theta)$)を点線で示したが、破線の円開口の厳密解はピストン振動に比べてピークが鈍くなる。 $\theta : 0^\circ$ では円開口による遮音量($R_{fi}(\omega)$)は高周波数域においては $R_{pf}(\omega, \theta)$ の値に殆

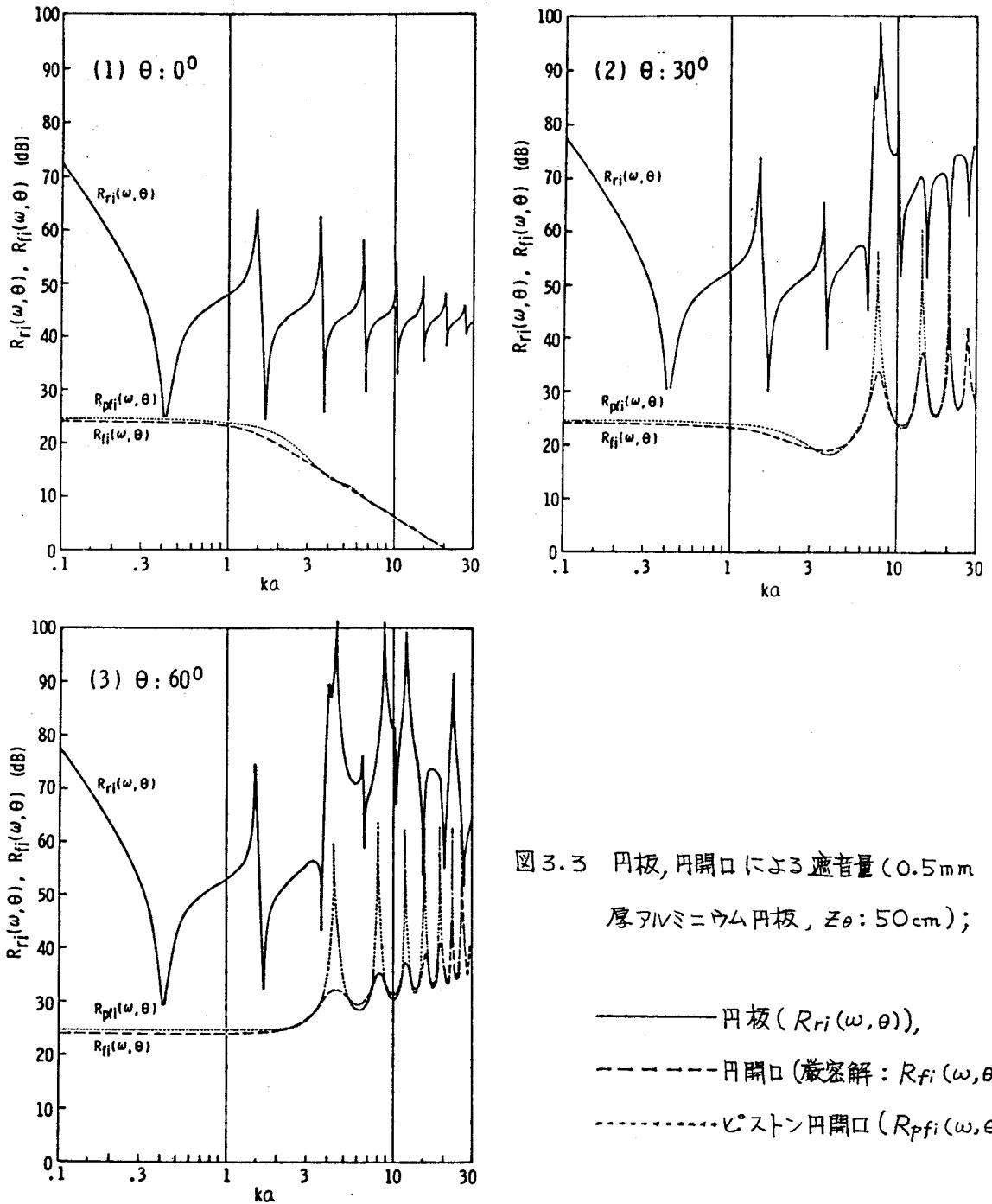


図3.3 円板、円開口による遮音量(0.5mm

厚アルミニウム円板, $Z_\theta: 50\text{cm}$);

——円板($R_{ri}(\omega, \theta)$),
- - - - - 円開口(厳密解: $R_{fi}(\omega, \theta)$),
- · - - - ピストン円開口($R_{pfi}(\omega, \theta)$).

んど一致する。円板、円開口とともにピストン振動した時の挿入損 ($R_{pr}(\omega)$)⁴⁸⁾は、軸上任意点、ならびに遠距離任意点のいかんにかくわらず次式で示される（これは空間への伝播特性がピストン振動であれば円板、円開口ともに同一であり、相殺されるためである）。

$$R_{Pr}(\omega) = 20 \log_{10} \left| 1 + j \frac{\rho_p h \omega}{2 \rho c Z_r(\omega)} \right|, \quad (3.5)$$

即ち、ピストン円板についての質量則となる。 $Z_r(\omega) = 1$ なら無限大ピストン板についての質量則であり、それらは図 3.1, 3.2 にそれぞれ図示した。

3.3 垂直入射透過損失²⁹⁾

この節ではすでに求められている円板自身の遮音量を示す垂直入射透過損失を記す。円板から放射するエネルギーの時間平均値 (\bar{W}_t) は 2.4 節で求めたように

$$\bar{W}_t = -\frac{2 \rho c}{(\rho_p h \omega)^2} \cdot (\pi a^2) P_i^2 \left[\operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_n a_m^* \xi_{nm} \right\} \right] \quad (3.6)$$

である。一方、円板に入射する入射エネルギーの時間平均値 (\bar{W}_i) は次式となる。

$$\bar{W}_i = \frac{1}{2} \frac{P_i^2}{\rho c} (\pi a^2). \quad (3.7)$$

故に平面波垂直入射によるバッフル中の周辺固定円板のエネルギー透過率 (τ_s) は、

$$\tau_s = \frac{\bar{W}_t}{\bar{W}_i} \quad (3.8)$$

であるので垂直入射透過損失 ($TL_s(\omega)$) は次式で求められる。

$$\begin{aligned} TL_s(\omega) &= 10 \log_{10} \left(\frac{1}{\tau_s} \right) \\ &= 10 \log_{10} \left(\frac{\rho_p h \omega}{2 \rho c} \right)^2 - 10 \log_{10} \left| \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_n a_m^* \xi_{nm} \right\} \right|. \end{aligned} \quad (3.9)$$

右辺第1項目は無限大ピストン板についての質量則であり、第2項目は屈曲振動による質量則からのずれをあらわす。1mm厚ジュラルミン円板についての $TL_s(\omega)$ を図3.4に示す。なお、円形ピストンについての垂直入射透過損失 ($TL_{ps}(\omega)$) は

$$TL_{ps}(\omega) = 10 \log_{10} \left\{ 1 + \left(\frac{\rho_p h \omega}{2 \rho c Z_r(\omega)} \right)^2 \right\} \quad (\text{dB}) \quad (3.10)$$

で与えられる。これは(3.5)式に一致する。 $Z_r(\omega) = 1$ とし、 $\rho_p h \omega / 2 \rho c \gg 1$ とすれば(3.9)式第1項目となる。

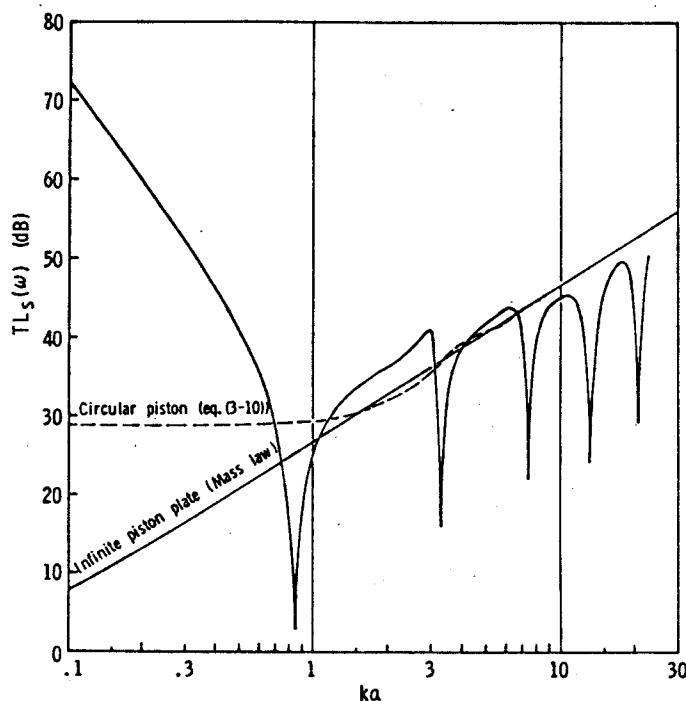


図3.4 垂直入射透過損失： $TL_s(\omega)$
(1mm厚 ジュラルミン円板)。

3.4 結 言

本章では第2章で得られた放射音場の解析結果を用いて円板による遮音量の評価を挿入損を新たに導入して行なった。挿入損は板自身の遮音性能の他に、放射音波の空間への伝播過程もふくむので透過損失に比べより実際的な評価法と言える。得られた結果を要約すると、

- 1) 中心軸上での挿入損は円板からの距離が小さいうちは質量則より全体とし

て小さい値をとるが、距離が大きくなるに従って質量則を中心に山・谷を示す。遠距離では距離が変化しても単一の曲線であらわし得る。

2) 遠距離任意点では中心軸を離れるに従って干渉のため高周波数域の方から徐々に複雑な特性を示す。

問題点としては音波の空間への伝播過程をふくめた挿入損の導入が適当かどうか、といふことが挙げられる。しかし、騒音測定などで実際に遮音量を測定する際には、マイクロホンを音場内に設置することを考えると透過損失に比べより実際的な評価法と思われる。

付録 3. I 円開口通過による放射音場⁴⁷⁾

無限大バッフル中の円開口に平面波が垂直入射する時出来る放射音場は、有限厚さ(L)のバッフル中の円管による放射問題において $L \rightarrow 0$ とした極限として以下のように与えられる。

円開口面での粒子速度は

$$\dot{\xi}_{AP} = j P_i \sum_{n=1}^{\infty} C_n \phi_n(r) e^{j\omega t} \quad (A3.1)$$

で与えられる。ここで $\phi_n(r)$ は半径 a の円管内の波动方程式を満足する固有関数であり、次式で与えられる。

$$\phi_n(r) = \frac{J_0(\pi \alpha_{0n} r/a)}{\sqrt{\pi} a J_0(\pi \alpha_{0n})}, \quad (A3.2)$$

但し、 $\pi \alpha_{0n}$ は $J_1(\pi \alpha_{0n}) = 0$ の根である。 $(A3.1)$ 式中の係数 C_n は次の無限連立一次方程式を解いて得られる。

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n Z_{nm} = \begin{cases} -j \frac{\sqrt{\pi} a}{\rho c}, & m = 1, \\ 0, & m \geq 2. \end{cases} \quad (A3.3)$$

ここで Z_{nm} は円開口の比放射インピーダンス密度である。円板による放射音場を求めた時と同様の方法を用いて、円開口中心軸上任意点での音圧のフーリエ成分は (A3.4) 式で、中心軸上遠距離点では $n = 2$ 以上のモード成分はすべて消えて (A3.5) 式で、また、半無限空間遠距離任意点では (A3.6) 式でそれぞれえられる。

即ち、

$$F_f(\omega, z) = -\rho \omega F_i(\omega) \sum_{n=1}^{\infty} C_n \int_0^a \phi_n(r) \frac{e^{-jk\sqrt{r^2+z^2}}}{\sqrt{r^2+z^2}} r dr, \quad (A3.4)$$

$$F_f(\omega, z) = -\frac{\rho a \omega}{2\sqrt{\pi} Z_0} C_1 F_i(\omega) e^{-jkz}, \quad (A3.5)$$

$$F_f(\omega, \theta) = -\frac{\rho a \omega}{\sqrt{\pi} Z_0} F_i(\omega) e^{-jka \sin \theta} \times \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{(ka \sin \theta) J_1(ka \sin \theta)}{(ka \sin \theta)^2 - (\pi d_{on})^2}. \quad (A3.6)$$

なお、(A3.5)式は高周波数域においては円開口部がピストン振動すると仮定して得られる後述の (A3.8) 式と殆んど一致する (図3.3(1) 参照)。

円開口での媒質粒子がピストン振動する時は、ピストン円板の式において、ピストン円板の質量 = 0 (即ち $\rho_p h = 0$) とおけば次式でえられる。

1) 軸上任意点で、

$$F_{pf}(\omega, z) = j \frac{2 F_i(\omega)}{Z_r(\omega)} \sin \left\{ \frac{k}{2} \left(\sqrt{z^2 + a^2} - z \right) \right\} \times \exp \left\{ -j \frac{k}{2} \left(\sqrt{z^2 + a^2} + z \right) \right\}. \quad (A3.7)$$

2) 軸上遠距離任意点で、

$$F_{pf}(\omega, z) = j \frac{ka^2}{2z Z_r(\omega)} F_i(\omega) e^{-jka z}. \quad (A3.8)$$

3) 遠距離任意点で、

$$F_{pf}(\omega, \theta) = j \frac{ka^2}{2z_\theta Z_r(\omega)} F_i(\omega) e^{-jka z_\theta} \left\{ \frac{2 J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right\}. \quad (A3.9)$$

第4章 放射音場，遮音量の実験との比較

4.1 緒言

本章の目的としては2つある。第1は前章までに行なってきた円板からの放射音場，円板の遮音量などの周波数軸上での解析の実験的な検証である。実験には入射波として単発パルスを用いるので前章までの解析の「パルス法」による検証ということになる。第2は，そもそも本研究の目的がパルス音波に対する板の遮音機構の解明にあるのであるから，実験的にパルス音波入射による板の遮音機構を把握することであり，従って第5章以下での遮音機構解明への糸口となるものである。しかしながら系の線形性が保たれるならば，周波数軸上と時間軸上の特性がフーリエ変換対で関連づけられているのであるから目的の第1と第2がお互いを補い合うことは言を待たない。たゞこれまでの議論が周波数軸上でなされてきたので，パルス音波入射による板の温度的応答による放射音場の検討は後の章にその詳細を譲るとして，この章では主として周波数軸上で話を進める。

パルス音波を空气中へ発生させ，それによって音響系の応答を測定しようとする試み（いわゆる「パルス法」による測定）は数多くなされている。室内の残響特性^{49)～51)}，各種開口部の回折音場^{52), 53)}，材料の吸音率・反射率^{54)～56)}，板の透過損失^{57)～60)}の測定など広範に研究がなされており，その解析技術の進歩と相まって「パルス法」による測定の有用性が数多く指摘されている。有用性としては，

- 1) 情報量が多い，
- 2) 時間的分解能がよい，
- 3) 大振巾音波が容易に得られる，
- 4) 狹い空間内で測定が可能

などが挙げられる。⁶¹⁾また使用されるパルス発生音源については，

- 1) ピストル音（爆発音），^{49), 50), 60)}
- 2) 火花放電，^{53), 56)}
- 3) 電気的パルス信号のスピーカーからの放射，^{57)～59)}
- 4) 電磁誘導法^{62), 63)}

などに分類できる。ところで本章の遮音モデル実験を行なう際に必要とされるパルス音源の条件としては、

- 1) 再現性が良いこと、
- 2) 周波数範囲が広いこと（即ち、パルス中の短かい単純な波形であること）、
- 3) パルス音波が板を透過しても S/N が悪くない程度の圧力振巾を持つこと（但し、線形の範囲でよい）、
- 4) 平面波入射が実現出来ること

が挙げられる。前記のパルス音源の分類のうち、ピストル音、火花放電による方法は再現性において、スピーカーによる方法では周波数範囲、ならびに出力の点に問題があり、結局、上記の条件にかなう 4) の電磁誘導法（電磁誘導型送波器）によって單発の音響パルスを空気中に発生させた。この電磁誘導型送波器は、はじめ Eisenmenger⁶²⁾ が液体中へパルスを発生させることに成功し⁶³⁾、中村・竹内らが気体中への発生に成功したものである。なお、これまでパルス音波に対する板の遮音の実験が余り行なわれてこなかった原因の一つに、再現性が良く、かつ、かなりの出力が出せる優れた音源が実現出来なかったことが挙げられるが、この意味からも本実験の独自性があると思われる。以下に発生方法、測定の概要、ならびに測定結果を述べる。

4.2 音響パルス発生装置（電磁誘導型送波器）

4.2.1 パルス発生の原理

図 4.1 にパルス発生の概略を示す。コンデンサに充電した電荷をトリガ放電によって放電ギャップを通して瞬時にスパイラル・コイルに流す。この時コイルに対置した金属板は電磁的な反撃力を受けて急激に運動する。金属板に接する空気は金属板の急激な運動によって圧縮されパルス音波の発生が起る。発生するパルス音波の圧力振巾、パルス巾などは、コンデンサ容量、それに蓄えられる充電エネルギーの大きさ、さらにスパイラル・コイルの電気特性などによって決まるが、前述のパルス音源に必要とされる条件のうち、本実験で特に要求されるのは 1) の「再現性」であり、他の条件はそれ程厳しくは要求されないので、こゝではパルス波形を決定する要因を簡単に記すにとどめる。一般的

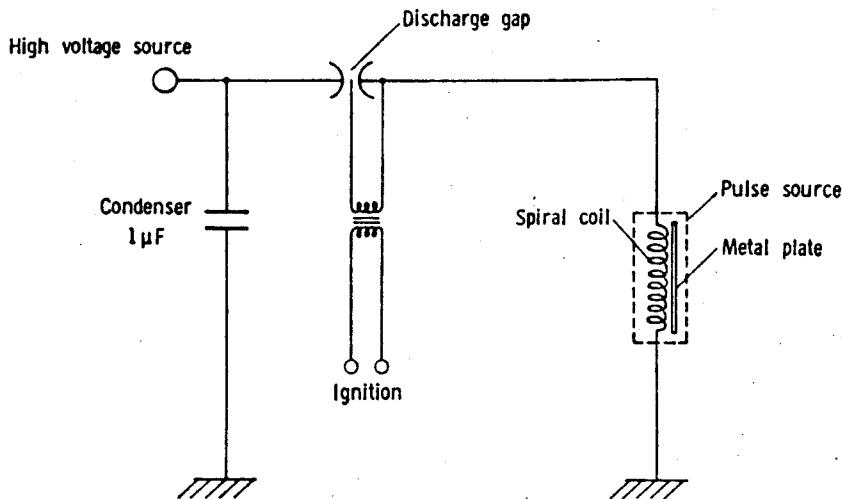


図4.1 パルス発生の原理

に言えば、コイルの巻数、面積を一定とすれば、振巾については充電エネルギーを上げれば大きな振巾が得られる。そのためにはコンデンサ容量、充電々圧を大きくすればよい。一方、パルス巾はコンデンサ容量の $1/2$ 乗に比例して大きくなるので、圧力振巾との兼ね合いでコンデンサ容量を決定することになる。本実験では圧力振巾 1 mbar 以下(音源から 1 m において), パルス巾 100 msec 程度の単発パルスの発生を目指とした。本実験で用いた音源部、電源部の諸量は次の通りである。

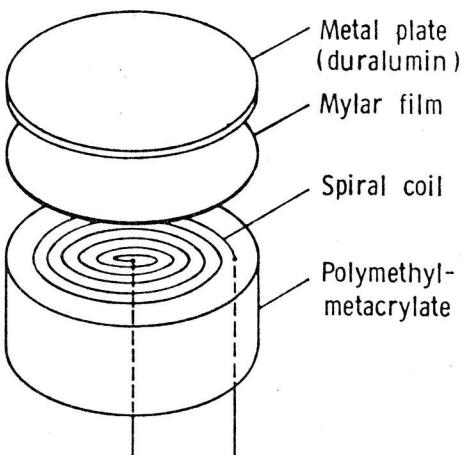
コンデンサ容量 : 1 μ F

充電々圧 : 5 kV

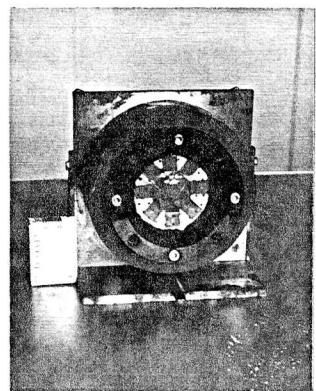
スパイアラル・コイル : 0.5 mmφ エナメル銅線。巻線 90 回(半径 6 cm のアクリライト円柱台に单層巻き。コイル半径 : 5 cm, 図4.2 参照)。

金属板 : ジュラルミン円板(厚さ 0.1 cm, 半径 6 cm)。

音源の構造を図4.2に示す。スパイアラル・コイルと金属板の間には絶縁のため、マイラ・フィルム(厚さ 0.013 cm)を入れる。なお、実際の音源部には出来るだけ形の単純な単発パルスを得るために、試行錯誤的に種々の工夫がなされている。例えば、スパイアラル・コイルに対置するジュラルミン円板には、円板の弾性振動によって生ずる衝撃の最初のピーク波形に続く継続振動を抑える目的で同心円状に多数の小穴を開ける、また、円板の運動をストッパーで急激に止



(1) 音源の構造



(2) 音源の外観

図4.2 パルス発生音源

めることによって生ずる後続振動を抑える目的で、ジュラルミン円板とストッパーとの間に 1cm 厚のスポンジ・パッキンを挿入する、などである。

4.2.2 発生装置の性能

音源から発せられた波形の一例を図4.3に示す。音源の金属円板の中バ軸上 1m の自由空間中の波形で、後述するようにモデル実験での周辺固定円板への「入射波」となる波形である（図はコンデンサ・マイクロホンで得られた波形であり、マイクロホンのプリアンプがカソード・フォロアのため正・負極になって出力される）。正のピーク値が約 0.9 mbar（約 133 dB SPL。十分線形の範囲に入っている）、パルス中 約 100 msec で目標としたパルス波形が得られている（実際のモデル実験では FFT に際してローパス・フィルターを用いるのでこれより鈍った波形となる）。

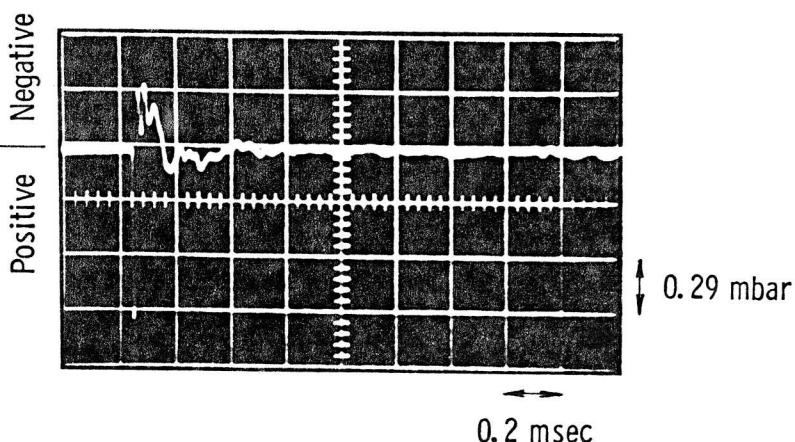


図4.3 音源からの波形の例

（音源金属板に垂直な自由空間中 1m の点）。

ここで 4.2.1 で述べたような本実験に必要とされるパルス音源の条件について得られた性能を示す。

a) 再現性

モデル実験においては円板(または円開口)による放射音場を測定場所を変化させて比較するわけであるから音源の再現性は特に必要とされる。図 4.4 に音源の再現性の結果を周波数毎に示す。音源中心軸上 1m の自由空間中で 10 発のパルス波形についてのもので、標本平均を○印で、標準偏差を I 印で示した(FFT のサンプリング・タイム : 5 msec)。低・高周波数域を除き、十分満足すべき再現性が得られており、前述の圧力振巾、パルス巾とも相まって本音源の優れた点である。なお図 4.4 は音源の周波数特性をもあらわしている。波形における初期ピーク以後に続く後続振動のために特性は平坦とは言い難いが、本実験で目標とする 1 ~ 20 kHz 程度の範囲ではこの特性で不都合さは生じない。

b) 指向性

モデル実験では平面波の垂直入射を目指している。従って理想的には音源は

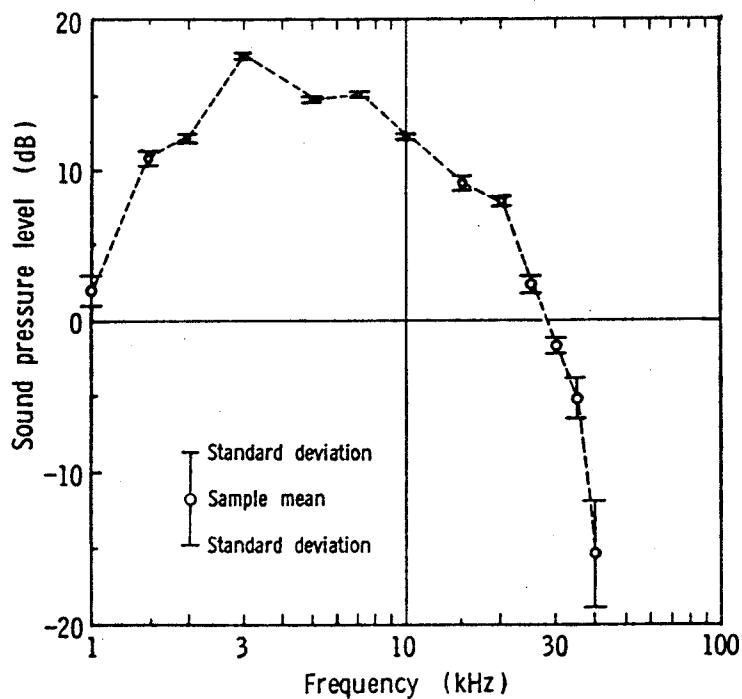


図 4.4 パルス音源の周波数ごとの再現性(音源軸上 1m の自由空間中)。

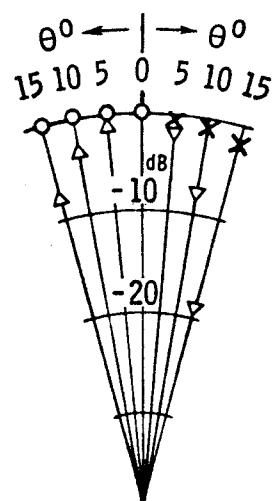


図 4.5 音源の指向性(音源から 1m の自由空間中);
 ○: 1 kHz, X: 5 kHz,
 △: 10 kHz, ▽: 15 kHz,
 (各々 0dB: $\theta = 0^\circ$).

無指向性のものを用いて十分遠距離からモデル円板に入射させるのが望ましいが後の節で述べるようにモデル円板の半径が 5 cm であり、一方、音源から円板までの距離は 1 m である。従って音源から円板直径への見込角は 6° 以下であり、半径についてなら高々 3° 以下である。従って本音源のように全角度に対してもある指向性を持っているとしても指向性の時に鋭くなる高周波数域を除いては円板への入射角度の範囲内では十分に平面波入射が実現出来る。図 4.5 に示すように 10 kHz 程度まではモデル円板の中内では無指向性と考えてよい。しかし、周波数が高くなるとかなりの指向性を持ち、それが実験誤差の原因になると考えられる。なお音源の指向性の一端の目安としては、音源金属板がピストン運動すると仮定すると図 2.6 が参考になる。音源にはバッフルレは付いていないので若干異なるが、音源金属板とモデル円板の半径が同程度なので図 2.6 から一端の予想が出来る。

4.3 測定の概要

本実験のブロック・ダイヤグラムを図 4.6 に示す。バッフル中の半径 5 cm の円開口部にモデル円板を周辺固定し、円板から 1 m の距離から単発の平面波パルスを垂直入射させ、バッフルをはさんで音源と反対側の放射側においてコンデンサ・マイクロホンを用いて音圧波形を測定した。音源金属円板の中心、

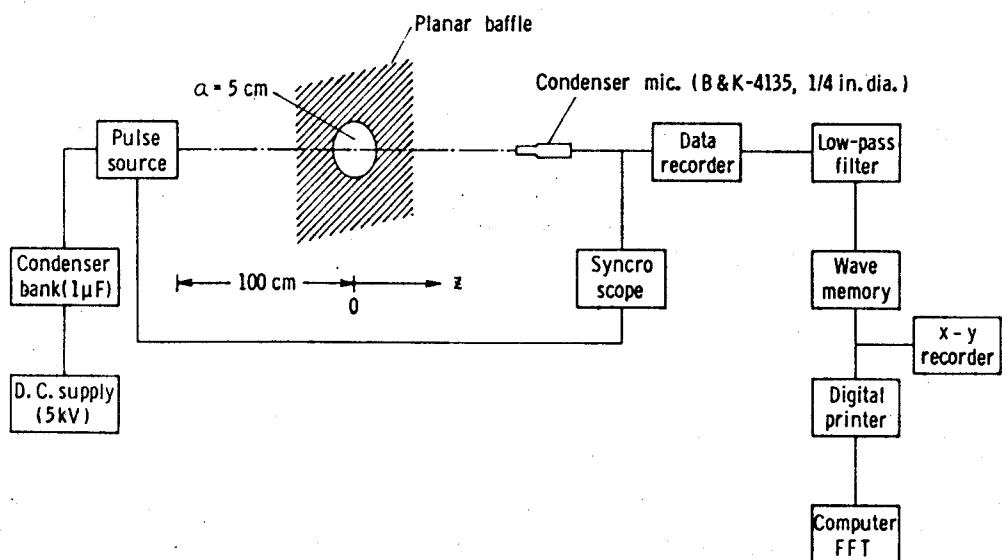


図4.6 測定のブロック・ダイヤグラム

モデル円板の中心、ならびにマイクロホン膜面の中心はすべて床面に平行な同一平面上にあり、床面からの高さは 165 cm である。以下に測定の細部を記す。

a) マイクロホン、ならびにデーター収録。

マイクロホン： コンデンサ・マイクロホン（口径 1/4 in. Brüel & Kjaer 社製。Type 4135）。周波数特性は 20 Hz ~ 40 kHz にわたって平坦であり、ダイナミック・レンジは 180 dB SPL (Ref. 0.0002 μbar)。無指向性である。

データー・レコーダー： NAGRA IV-SJ (テープは SONY PLN-370B)。30 kHz まで平坦な特性を持つ。

なお FFT を行なう際はサンプリング定理で決まる上限周波数の半分の周波数をカット・オフ周波数に持つローパス・フィルター (-48 dB/oct) を挿入した。

b) モデル遮音円板。

バッフル内の半径 5 cm の円開口部に半径 6 cm の円板（材質、厚さは種々。原則としては 1 mm 厚ジュラルミン）を円板周辺巾 1 cm を接着剤（ボンド）でバッフルに固定した。従って円板半径は α : 5 cm である。ボンド付けによる固定の不完全さがあるとはいえ、ほど満足すべき周辺固定条件が実現できた。円板寸法（半径、厚さ）は日常生活での建築部材として使用される板の 1/10 程度を想定して定めた。

c) バッフル

縦 198 cm、横 250 cm、厚さ 0.5 cm の軟鋼板で、中心に半径 5 cm の円開口（音源側にはテープがついている）を持つ。本測定は極く普通の部屋で行なったのでバッフルの四周に遮音材をめぐらして音源側—測定側間での音の漏れを防いだ。なおパルス音波入射によってバッフルも振動し音を放射するが、それを防止する意味でバッフルには吸音材を一部はりつけた。しかし、これによる測定への影響は無視出来る。なお上述のように本実験は極く普通の部屋で行なった。連続音を用いてのこの種の実験は無響室で行なうのが常であるが、板からの温度放射が部屋の四周からの反射音がマイクロホンに到達するまでに終了すれば、このような普通の部屋で測

定は十分可能であり、この点もパルス音波を利用することの大きな利点の一つである。

4.4 測定結果、ならびに計算結果との比較

測定結果を計算結果と比較しながら述べる。なお、放射音場の周波数特性は「遮音」という観点から「挿入損」で示す。FFTにあたってはすべての音波について以後サンプリング・タイムは 20 μsec (1024 点) であり、上限周波数は 25 kHz、従ってカット・オフ周波数 12.5 kHz のロー・パス・フィルターを挿入した。測定はすべて室温であり、 $C: 34,250 \text{ cm/sec}$, $\rho: 0.001215 \text{ g/cm}^3$ である。

4.4.1 円板中心軸上

円板中心軸上の測定に用いたモデル円板は 1 mm 厚ジュラルミン円板である。物理定数は次のとおりである。

$a: 5 \text{ cm}$, $h: 0.1 \text{ cm}$, $\rho_p: 2.67 \text{ g/cm}^3$, $E: 5.98 \times 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$, $\sigma: 0.34$, $\eta: 0.01$ のオーダー。(E , η は後述するように短冊型試料の共振法による測定から求めた)。

a) 放射波形

ジュラルミン円板への入射波形を図 4.7 に示す。音源から 1 m の自由空間中のもので前掲の図 4.3 に相当する。パルスの初期ピーク部分について音源の円板の弾性振動と思われる振動波形が見られる。モデル円板からの距離 z を変化させて得られた放射波形を図 4.8 に示す ($z: 1, 3, 10, 30 \text{ cm}$)。明瞭な共振波形が得られているが、距離の変化によって波形の変化が見られる。即ち、 z が大きくなるに従って波形の第 1 ピークの部分がそれに続く部分に比べて目立ってくる。これはこの 2 つの部分についてパルス音波に対する板の音放射の仕方 (つまり板の遮音機構) に差違があることによって生じてくるものと考えられるが、これについては後で詳しく述べる。

b) 挿入損 ($R_r(\omega)$)

$R_r(\omega)$ の測定結果を図 4.9 に示す ($z: 1, 10, 50 \text{ cm}$)。計算結果との一

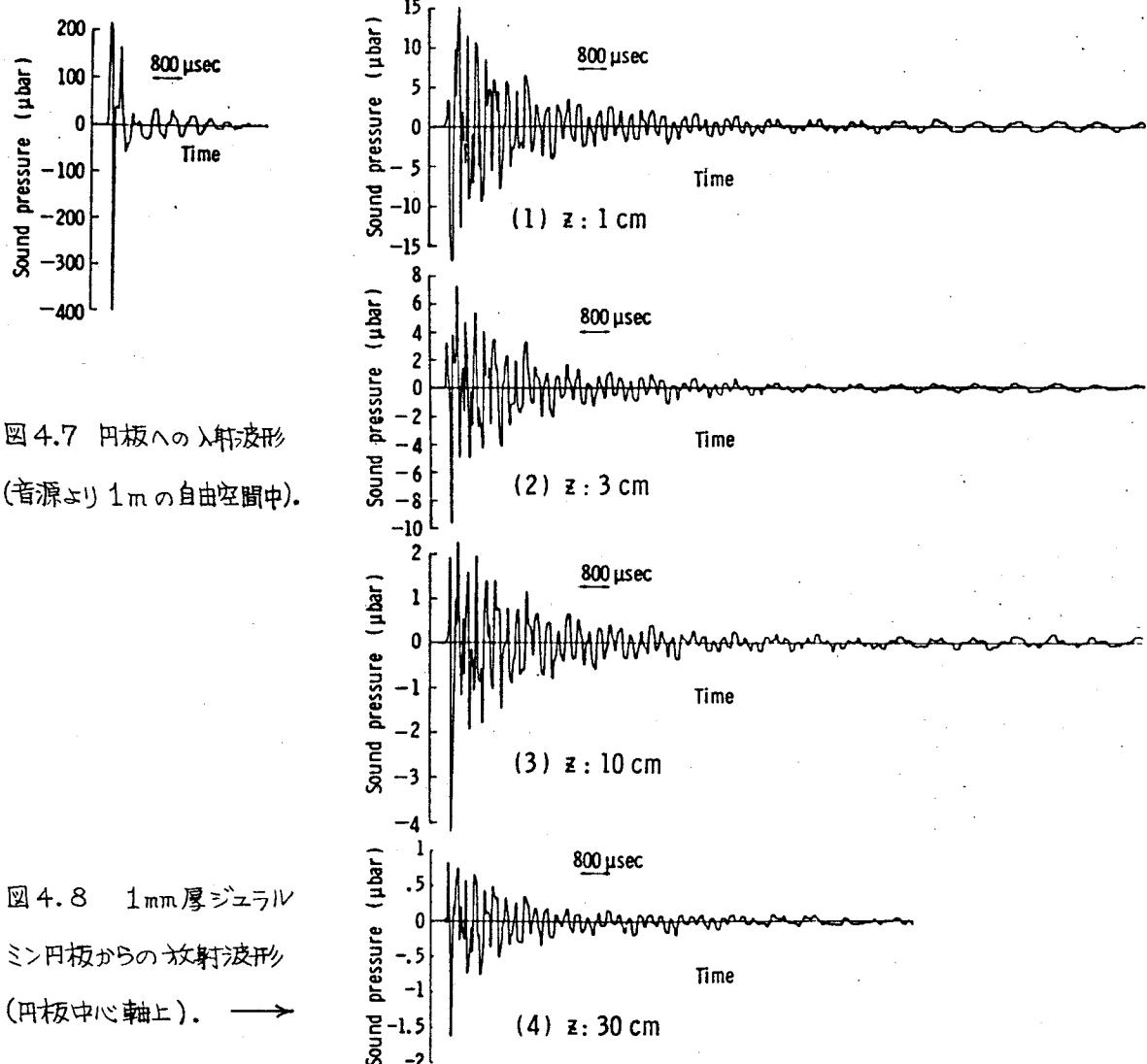


図4.7 円板への入射波形
(音源より1mの自由空間中)。

図4.8 1mm厚ジュラル
ミン円板からの放射波形
(円板中心軸上)。 →

致はかなり良く、前章までに行なった解析の妥当性を示している。低・高周波数域での計算結果との一致の悪さは、この領域における音源の再現性の悪さ、S/N の悪さが主な原因と思われるが、特に高域では平面波入射が実現出来ていないことによる誤差も考えられる。とは言え「パレス法」による理論の検証という面から見れば満足すべき結果と言える。

4.4.2 遠距離任意点

遠距離任意点での放射音場測定に用いた円板は 0.5 mm 厚アルミニウム板であり、その物理定数は次の通りである（中心軸からの角度 θ が大きくなると音圧は低下するので中心軸上の場合に比較して板厚を薄くした）。

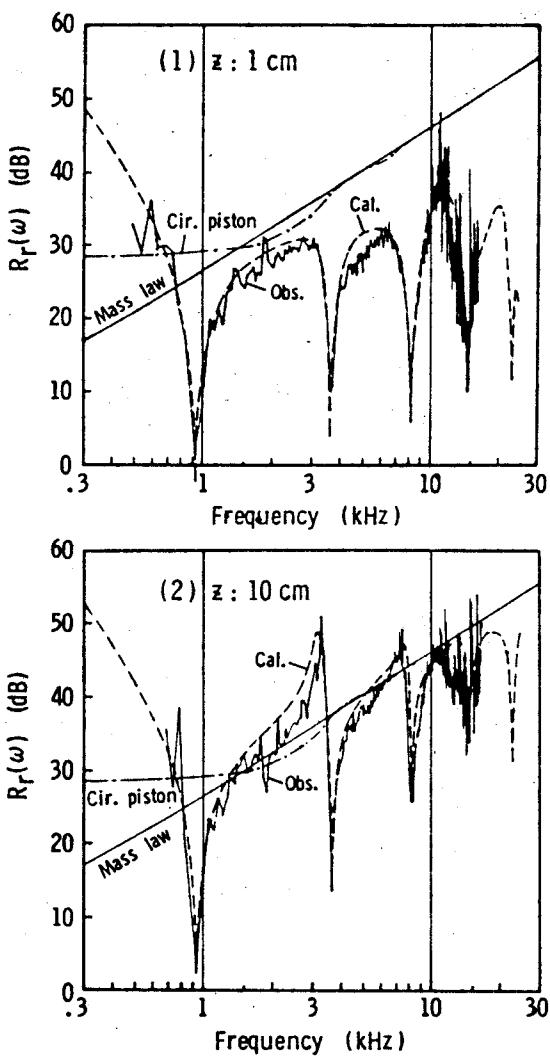
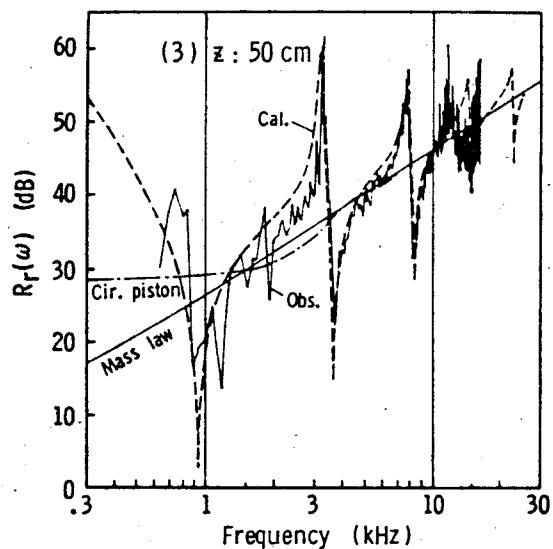


図 4.9 挿入損の測定値と計算値との比較

(1mm厚ジュラルミン円板、中心軸上);
 obs.: 測定値,
 cal.: 計算値.



$$\alpha = 5 \text{ cm}, h = 0.05 \text{ cm}, \rho = 2.73 \text{ g/cm}^3, E = 6.23 \times 10^{11} \text{ dyn/cm}^2, \sigma = 0.34, \eta = 0.01 \text{ のオーダー}.$$

測定は円板中心から半径 (Σ_0) 50 cm の平面内でマイクロホンを床面に平行に移動させて行なった。マイクロホンを角度 θ を変えて移動させるので、 θ の間隔を適当に細かくとれば円板から放射される全エネルギーを求めることが出来、それを用いて垂直入射透過損失が実験的に求まる。これについては後述する。

a) 放射波形

円板中心軸から θ を変化させて得られた波形を図 4.10 に示す ($\theta = 0, 30, 60^\circ$)。 θ が大きくなるに従って振巾は下り、波形が鈍ってくるのがわかる。

これは θ が大きくなるに従って前述のように高周波成分のふくまれ方が減り、低モード数の振動によって波形が決まってくるためである。

b)挿入損 ($R_r(\omega, \theta)$)

$\theta = 0, 30^\circ$ についての $R_r(\omega, \theta)$ を図 4.11 に示す。 $\theta = 30^\circ$ については低・高周波数域での S/N の悪さのため計算結果との一致は余り良くないが、中音域で

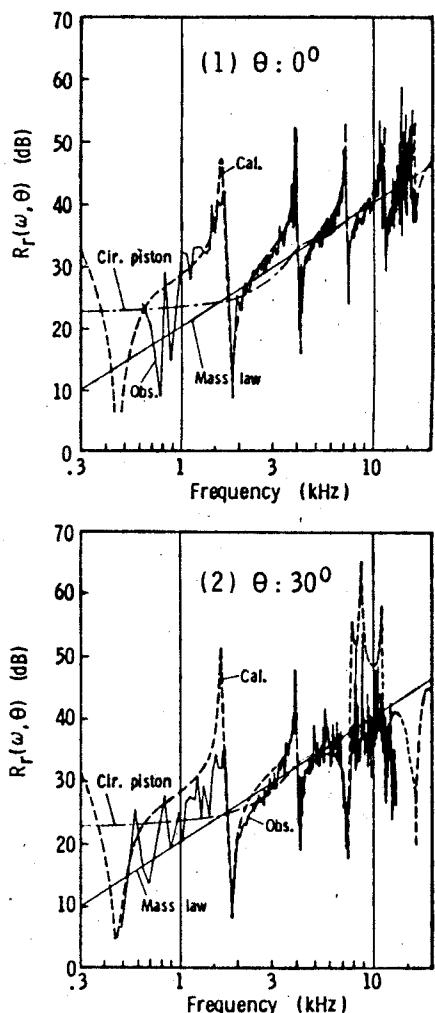


図 4.11 挿入損の測定値と計算値との比較 (遠距離任意点, $z_\theta = 50\text{cm}$, 0.5 mm 厚アルミニウム円板);
Obs. 測定値, Cal. 計算値。

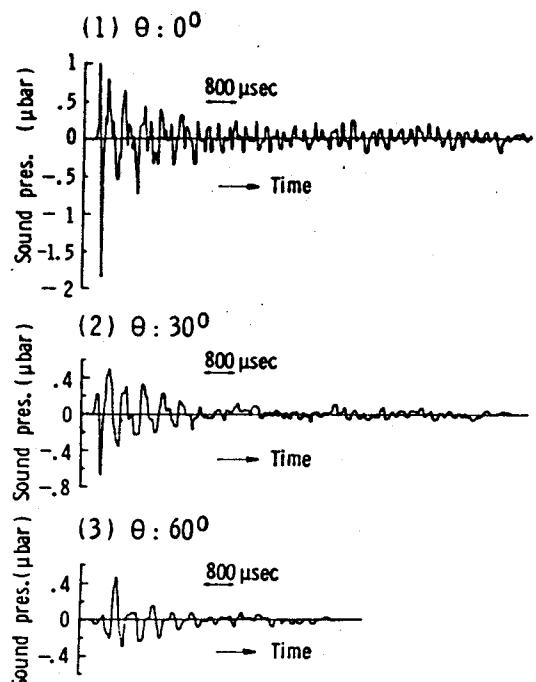


図 4.10 0.5 mm 厚アルミニウム円板からの放射波形 (遠距離任意点, $z_\theta = 50\text{cm}$)。

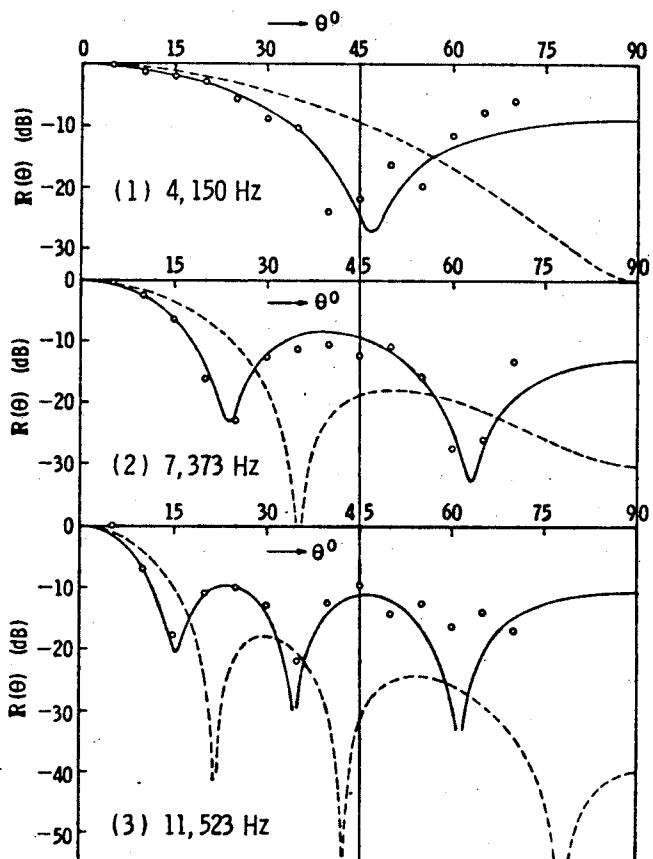


図 4.12 指向特性: $R(\theta)$ (0.5 mm 厚アルミニウム円板);
— 計算値 (弹性円板), - - - 計算値 (ピストン円板), ○ 測定値。

はほど満足すべき一致が得られている。

c) 指向特性 ($F(\theta)$)

$F(\theta)$ を図 4.12 に示す。計算結果とのほど満足すべき一致が得られている。

d) 垂直入射透過損失 ($TL_s(\omega)$)

円板からの放射エネルギーは円板を中心に半無限空間に放射される。モデルの系が軸対称であるので θ をある程度細かくとり、図 4.13 に示されるような帯状部分内 ($S(\theta_j \pm 2.5^\circ)$, θ を 5° 毎にとっている) ではエネルギー密度が均一と考えれば、各帯状部分のエネルギーを加算することによって円板からの全放射エネルギーが求められる。即ち、

$$TL_s(\omega) \simeq 10 \log_{10} \frac{|F_i(\omega)|^2 \pi a^2}{\sum_{j=0} |F_r(\omega, \theta_j)|^2 \cdot S(\theta_j \pm 2.5^\circ)} \quad (\text{dB}). \quad (4.1)$$

θ を $0 \sim 70^\circ$ まで考慮して得られた結果を図 4.14 に示す。 θ のとり方の荒さ、 θ が大きい所での S/N の悪さなどによる誤差があるとは言え、第3章 (3.9) 式による計算値との一致はかなり良い。なお、この種の実験データーはこれまで得られてはいない。

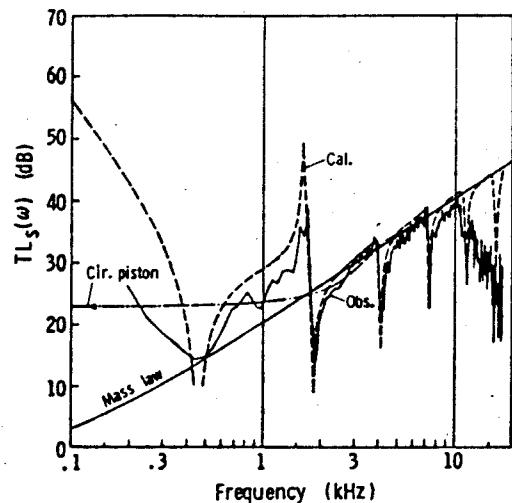
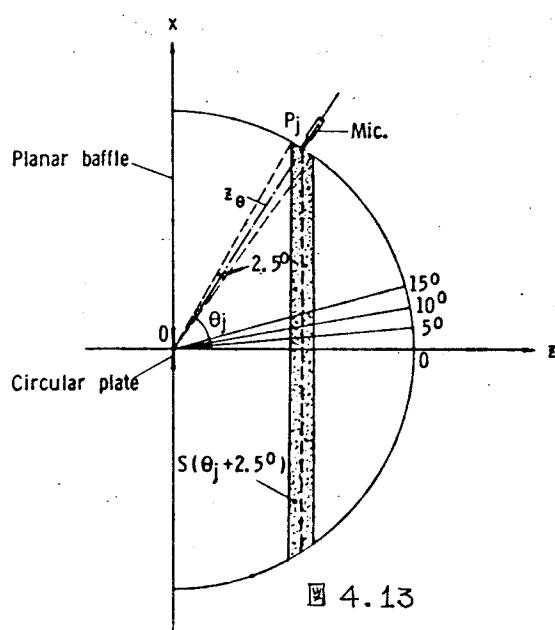


図 4.14 垂直入射透過損失の測定値と計算値の比較 (0.5 mm 厚アルミニウム円板);

円板からの全放射エネルギーの測定。 Obs. 測定値, Cal. 計算値。

4.5 透過波形のシミュレーション

本節では円板への入射パルス波形を用いて透過波形のシミュレーションを行ない、それによつてパルス音波に対する遮音機構解明の糸口を実験的に把握する。

一般に入力波形のフーリエ成分 $F_i(\omega)$ と系の伝達関数 $H(\omega)$ が与えられれば、周知のように $F_i(\omega) \cdot H(\omega)$ のフーリエ逆変換によって出力波形 $f_r(t)$ が得られる。即ち、

$$Pr(t) = \mathcal{F}^{-1}\{ F_i(\omega) \cdot H(\omega) \} \quad (4.2)$$

今、 $F_i(\omega)$ として入射パルスのフーリエ成分、 $H(\omega)$ として第2章で求めた $F_r(\omega, z)$ ((2.27)式) を用いれば (4.2) 式によって円板中心軸上任意点での放射波形 (シミュレーション波形) が求まる (実際のフーリエ逆変換は FFT^{-1})

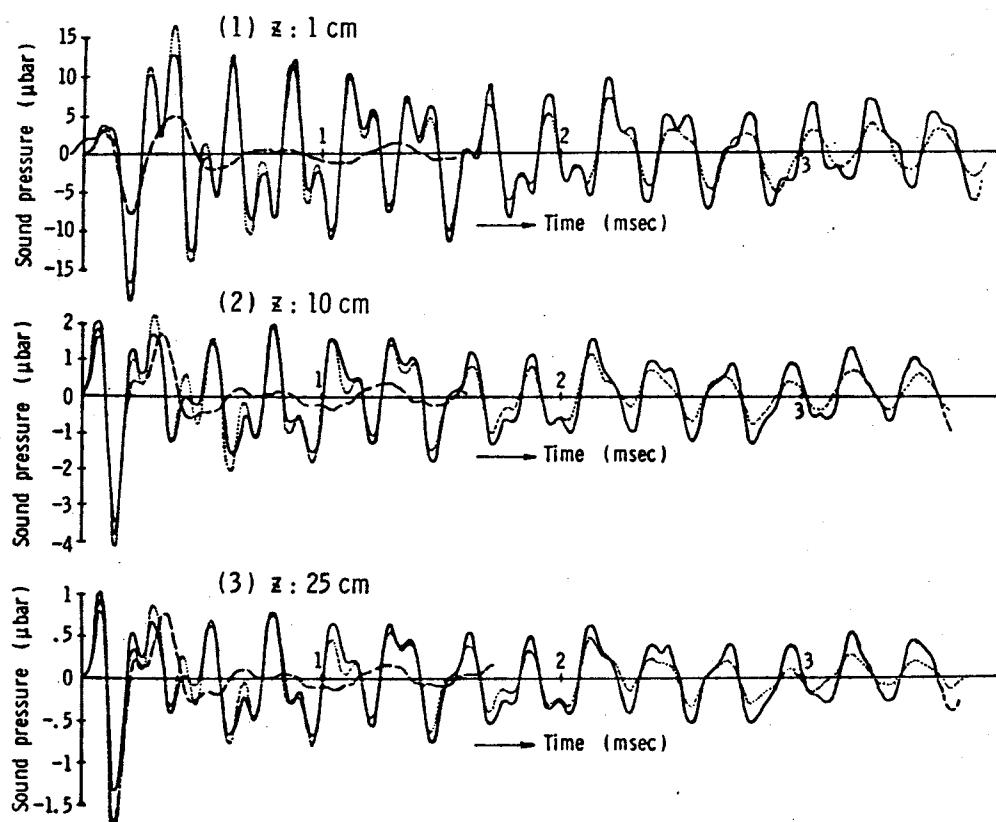


図 4.15 円板からの放射波形のシミュレーション(1mm厚ジユラルミン円板中心軸上);
 ————— シミュレーション波形(弾性円板), - - - - - シミュレーション波形(ピストン円板),
 - - - - - 測定波形。

を使用した)。1mm厚ジユラルミン円板について ζ を変化させて得られたシミュレーション波形(実線)を図4.15に示す($\zeta: 1, 10, 25\text{cm}$)。測定波形(点線)との良い一致が見られる($\zeta: 0.01$ とした)。同図には円板がピストン振動するとして行なったシミュレーション波形(破線)も同時に示したが、測定波形と一致するのは波形の最初の部分のみであり、それ以後は屈曲振動の影響で当然良い一致は得られない。これは逆に言えば、初期波形は板全体を同位相で動かそうとするピストン振動によって決定される、ということである。ピストン振動部に続く部分は屈曲振動が支配的であり、以後は殆んど屈曲振動によって決まる。また板面からの距離 ζ が大きくなるに従って波形の最初のピストン振動部がそれに続く屈曲振動部に比べて目立ってくる。これは屈曲振動では板面の振動の節を境にして振動変位の位相が逆であり、一方、ピストン振動では同位相であるのでその違いが放射音の伝播特性に差違をもたらすものと若えられる。距離伝播による屈曲振動、ならびにピストン振動による放射音圧の変化を描いた図4.16を見れば、ピストン振動(破線)に比べ屈曲振動(点線)は距離の小さい所から早く減衰することがわかる。図では距離を ζ/a で規格化し、屈曲振動、ピストン振動ともに $\zeta/a: 2$ ($\zeta: 10\text{cm}$ に当る)を0dBにとった。なお、こゝで言う屈曲振動とは振動全体(実線)からピストン振動成分を差引いたものである。この2つの振動成分の減衰の仕方の差異によって、距離が離れるに従って相対的にピストン成分が多くなり、ピストン成分によってほど決まりされる波形の最初の部分が目立ってくるわけである。 ζ がある程度大きくなれば、両成分とも -6dB/oct の傾斜に沿って音圧レベルが減少するので波形は相似形を保って振巾が減少する。このことは周波数軸上では(2.28)式に相当する。

この両成分のふくまれ方の距離による違いは、放射音場の周波数特性にもあらわれてくる。第2章、図2.3でのピストン振動による音場との比較でも述べたように、 ζ が小さい所ではピストン振動成分の方が相対的に少ないので、伝達関数は ζ が大きい時ピストン振動を中心に山・谷を示すのに比べて、全体としてピストン振動による値よりも大きい値をとる。同様のこととは挿入損についても言え、第3章、図3.1でも見られたように、 ζ が小さい時はピストン振動による遮音量をあらわす質量則よりも全体の値を下げる。なお、図4.16に

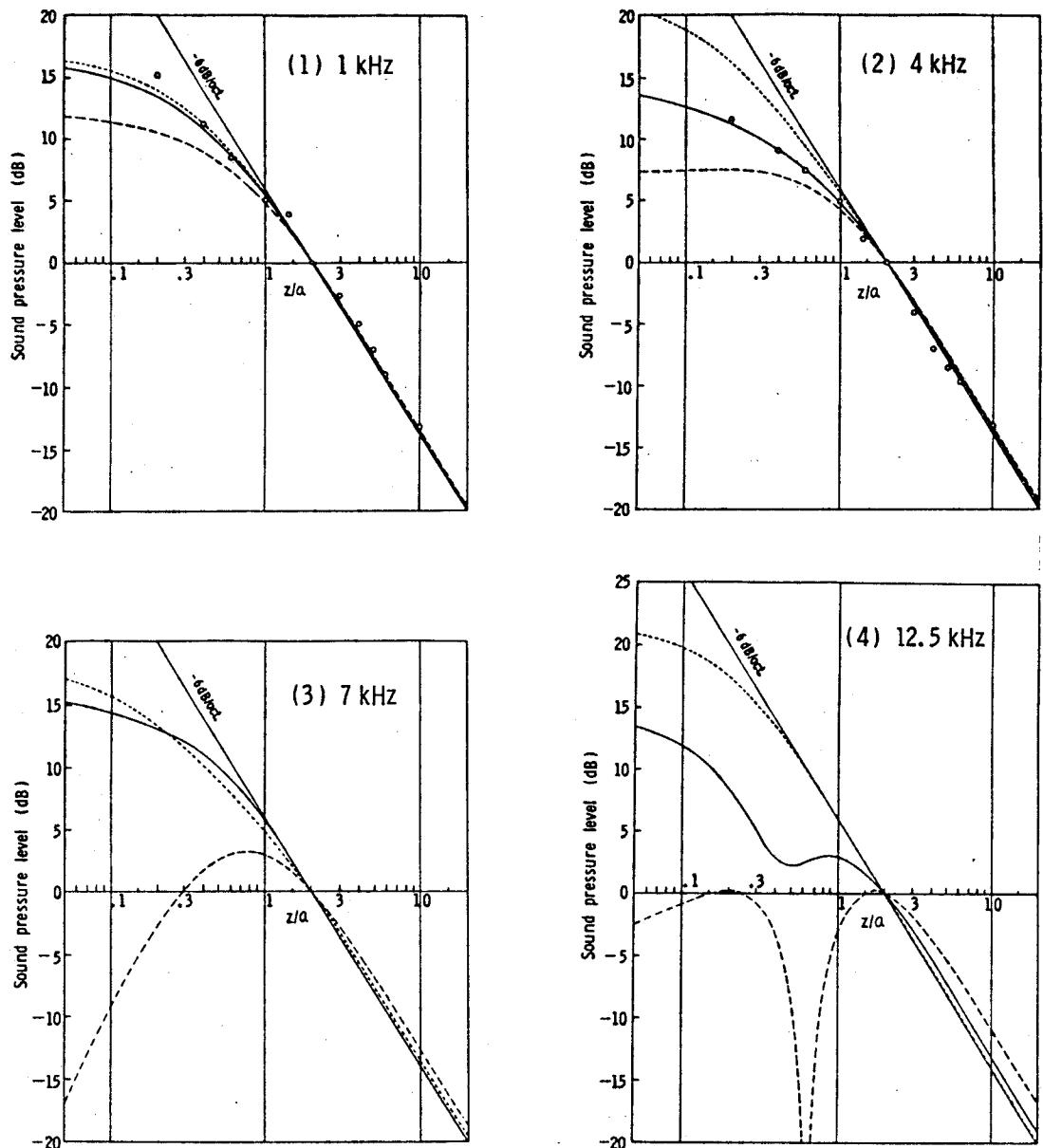


図4.16 扉曲振動、ピストン振動の距離による音圧レベル変化の比較（1mm厚ジユラルミン円板中心軸上。 $z/a : 2$ を0dBにとる）；----- 扉曲振動，----- ピストン振動，—— 扉曲振動 + ピストン振動，○ 測定値。

は一部、実測値(○印)も示したが、これは振動の全体、即ち実線に対応するもので両者の一致は良い。

以上は円板中心軸上についての放射音圧波形のシミュレーション結果を述べたが、中心軸を離れた遠距離任意点でのシミュレーション結果を前述の 0.5mm

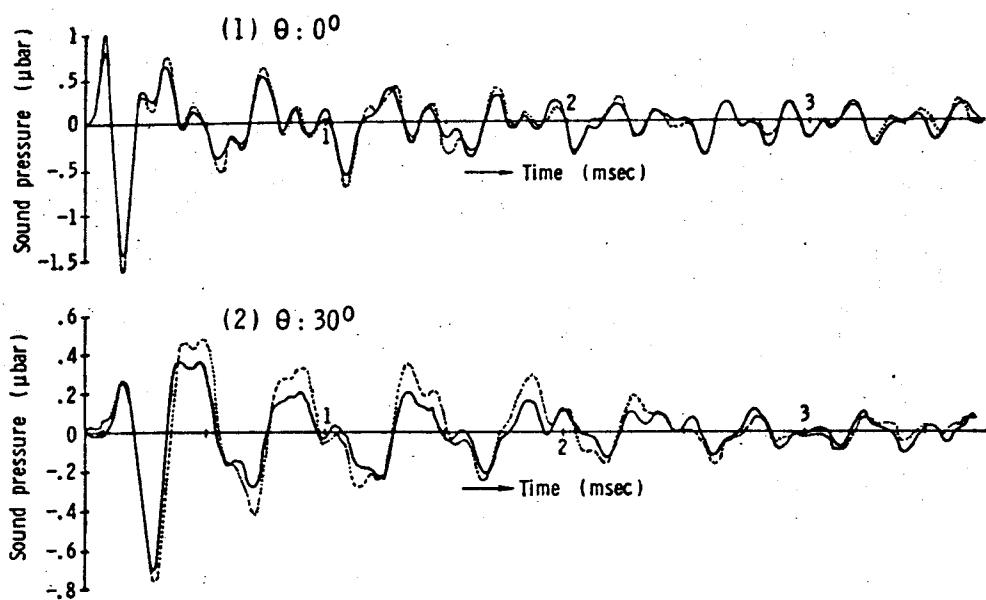


図 4.17 円板からの放射波形のシミュレーション(遠距離任意点, $z_0 : 50\text{ cm}$, 0.5 mm厚アルミニウム円板); ————— シミュレーション波形, - - - - - 測定波形.

厚アルミニウム円板について図 4.17 に示す。実測波形とのほど満足すべき一致が見られる。θ が大きくなるに従い振巾は下り、波形は全体として鈍ってゆく。特に波形の最初の部分は巾が広がってゆく。

以上、入射波形を用いて円板からのシミュレーション波形を求めたが、ここで得られた結果はあくまでもある限られた範囲の円板についてのものであり、円板の物理定数が変わればその振動状態、音放射(即ち、遮音)のメカニズムも異ってくる。さらにこの FFT^{-1} による方法では、入力のスペクトルと伝達関数がわかれれば出力が計算機を用いて容易に出せるが、入・出力間の波形変化の過程が不明であり、従って遮音機構について合理的な裏付けのある理解も容易ではない。それ故、波形変化を時間軸上で解析的に求める必要が生じてくる。この点を第5章以下で詳細に論じ、パルス音波に対する板の遮音機構を明確にする。

4.6 結 言

本章ではパルス音波入射によるモデル遮音実験を行なった。この実験の目的

としては第1に前章までに行なった音場解析のパルス法による検証であり、第2は実験的にパルス音波入射による板の遮音機構の概要を把握することである。そのために再現性に優れ、ある程度の圧力振巾を持ち、単純な波形の单発パルスを発生させることが可能なパルス音源をまず作成し、ほど満足のいく特性を持つパルス音波を得た。この信頼性の大きい音源は、この種の遮音実験には不可欠の要素であり、その意味からもこの音源の多方面に渡る応用が期待できる。なお、実験は極く普通の部屋をバッフルで仕切って行なわれた。これはパルス法による測定の大きな利点の一つである。得られた結果を要約すると、

- 1) 実験で得られた放射音場の周波数軸上での結果は計算結果と満足すべき一致を示し、解析の妥当性を証明した。
- 2) 中心軸上での放射波形は円板から離れるに従って初期ピーク波形がそれに続く部分に比べて目当ってくる。
- 3) FFT^{-1} による放射波形のシミュレーション結果から、初期ピーク波形は主として板のピストン振動によって、それに続く継続部は屈曲振動によって決まり、距離が大きくなるに従ってピストン成分が屈曲成分に比べ相対的に優勢になってくる。
- 4) 中心軸上から離れるに従って高周波成分が減り、従って振巾は下り、波形は鈍ってくる。

問題点としては、実験では特に高周波数域で計算結果との一致が悪くなることが挙げられる。この原因としては S/N、再現性がこの領域では悪くなること、また平面波入射が実現できていないことが考えられる。S/Nについては音源の充電電圧を上げればよいが、それによって放射音波がより長く尾を引いて残り、FFT の一周期内に収まらなくなる。また音源のジュラルミン円板が塑性変形を起こすことも考えられる。それ故、電圧を上げるよりもむしろ音源の円板半径を小さくすることによって高周波成分が出易くする方が得策と思われる。それによって、より球面波状にパルスが出易くなり、従って円板への平面波入射もより容易に実現出来る。再現性については再現性それ自身もさることながら、S/N の悪さによる測定誤差も大きいと考えられるので、S/N が改善さればかなり良くなるものと思われる。とは言え中音域での計算結果との一致

は良好なので、検証という意味ではこの音源でも目的は達していると考えられる。

第5章 パルス音波入射による円板からの過渡放射波形と遮音機構

5.1 緒言

これまで第2章で円板からの放射音場の解析を、第3章ではそれらを基に板の遮音量の評価を行なってきたが、それらはすべて周波数軸上での解析である。しかしながら、周波数軸上で議論を進めると系の線形の範囲内では連続性音波に対してもパルス音波に対しても特性が同一となってしまい、「パルス音波」という特色が失なわれてしまう。パルス音波はそのエネルギーを時間的・空間的に局在して持っているのであるから、時間軸上で議論を進める必要が生じてくる。そこで本章では前章までに述べてきた遮音モデルについて系の特性を時間軸上で解析的に求め、それによってパルス音波に対する円板の遮音機構を明らかにする。

ここで系のどの点に着目して議論を進めるかの問題となる。そこでパルス音波に対する遮音機構を考える際の著者の基本的な考え方をここで若干述べる。

今パルス音波が板に入射すると、板は過渡的振動を行ない音を放射する。その時の板の振動姿態は板面上の位置(r)の関数として与えられる(第2章(2.16)参照)。これは逆に言えば板の位置によって特性が異なることを意味する。従って例えば板面上の一点(例えば円板中心など)で板の振動変位を求め、それによって遮音機構を検討したとしても、それは板全体の特性を把握してはいけないので遮音機構の解明には余り適切な方法とは言えない。ところで実際問題として板の遮音性能を評価する時は、マイクロホンなどを放射空間に設置して板からの放射音圧波形を測定するのが自然である。この時は板面からの音放射の情報のすべてをふくむので都合良く、遂にそのような放射波形を生ぜしめるに到った音響放射のメカニズム(即ち、遮音のメカニズム)を検討すれば遮音機構も究明できることになる。そこで本論文では音場内の過渡放射波形に着目して議論を進める。ところが板からの過渡放射波形は空間への伝播の過程で変形を起こす。このことは前章までの周波数軸上での検討からも容易に想像がつく。従って空間のどの地点で評価を行なうかの問題となってくるが、円板中心軸上であれ、それをはずれた点であれ、遠距離音場を行なえば前章までに示した

ように波形は距離に対して相似形を保って変化するので都合が良い。そこで本章では円板から遠距離点で過渡放射波形を時間軸上で求め、それによってパルス音波に対する板の遮音機構を解明する。遮音機構が明らかになれば逆に板の遮音性能に影響を与える要因が把握出来、実際の騒音制御にも役立て得ることになる。

一般に過渡的入力を受ける系の過渡応答を求める方法としては次の2つに大別される。

- 1) 数値計算による方法（普通一般には FFT⁻¹ が使用される）,
- 2) 時間関数のまゝ解析的に求める方法。

1) では計算機の発達とも相まって入力のスペクトルと系の伝達関数がわかれれば容易に過渡応答が求まるが、前章 4.5 でも述べたように入・出力間の変化の過程が不明であり、従って変化のメカニズムを理解することは容易ではない。また、過渡応答の全過程が FFT⁻¹ の一周期以内に納まらなければならぬといふ不便さもある。一方、2) の解析的に求める方法では入・出力間の変化の過程を時間を追って追跡することが出来、それ故、変化のメカニズムをより良く把握することが可能である。

過渡的入力に対する板の過渡応答については多くの研究がなされており、特に円板についてはその系の扱い易さから円板への入力条件、円板の境界条件を種々変化させて解析が行なわれている。^{64)~68)} しかしこれらの解析は板それ自身の過渡応答（しかも真空中での応答）に関するものであり、本論文のように「遮音」という立場から板振動による音放射、ならびにその空間への伝播の過程を考慮に入れた解析は行なわれてはいない。そこで本章では、前章までで得られた周波数軸上での解析を基礎にして、円板中心軸上遠距離での過渡放射波形を求める。解析的基本的な方法は周波数関数 ($F(\omega)$) のフーリエ逆変換 ($f(t)$), 但し、解析的に行なう) であり、その変換は次の定義式に従う。

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (5.1)$$

ここで一つの問題が起つてくる。第2章でも述べたように板振動の厳密解はその振動振巾をあらわす係数 a_n を無限連立一次方程式を解いて求めることによって得られる(第2章, (2.15)式参照)。今それを N 項で打切ったとしても(この打切りは妥当である)その係数 a_n の中に音放射の過程を司る円板の放射インピーダンスが周波数の複雑な関数として入つてくる。従ってこのまゝではたとえ N 項で打切ったとしても解析的にフーリエ逆変換を行なうことは不可能である。そこで次節で詳しく述べるように係数 a_n を決定する際にある近似を行なう。この近似の良否はその都度吟味する。なお、本章では過渡放射波形を求めるによつて遮音機構を検討する際、周波数軸上での特性と常に対応させながら議論を進める。

5.2 円板中心軸上遠距離点での過渡放射波形^{(69), (70)}

5.2.1 PC-近似

円板中心軸上遠距離点での音圧のフーリエ成分の厳密解は第2章ですでに得られている((2.28)式)。改めて記せば、

$$F_r(\omega, z) = -\frac{\rho a^2}{P_p h z} F_i(\omega) e^{-j \frac{\omega z}{c}} \sum_{n=1}^{\infty} a_n S_n. \quad (5.2)$$

係数 a_n は板の内部損失を無視すれば次式で与えられる(内部損失は後述するように遮音機構の解析に本質的な影響を与えるものではないので、解析の容易さの点からこゝでは考慮しないことにする)。

$$(1 - \frac{\omega_n^2}{\omega^2}) a_n - j \frac{2 \rho c}{P_p h \omega} \sum_{m=1}^{\infty} a_m \zeta_{nm} = -S_n. \quad (5.3)$$

しかしこの式を解析的に解くことは不可能である。そこで次の近似を行なう。

- 1) 円板のモード間のカップリングは考えない。
- 2) 円板の比放射インピーダンスの非対称成分 ζ_{nm} ($n \neq m$) は対称成分 ζ_{nn} に比べて無視出来る程小さい。

さらに、

3) S_{nn} を 1 で近似する。即ち、

$$S_{nn} \approx 1 , \quad (5.4)$$

(即ち、円板の放射インピーダンス $\approx \rho C$ (この近似を以後「 ρC -近似」とよぶ))。

従ってこの ρC -近似のもとで係数 a_n は近似的に次式となる。

$$a_n \approx -\frac{S_n \omega^2}{\omega^2 - j2A\omega - \omega_n^2} , \quad (5.5)$$

但し

$$A \equiv \frac{\rho C}{\rho_p h} \quad (>0) . \quad (5.6)$$

A は板の質量に対する空気の反作用力の度合をあらわすが、この A の意味については後で述べる。(5.5)式を(5.2)式に代入すれば $Fr(\omega, z)$ は次式となる。

$$Fr(\omega, z) \approx \frac{\rho a^2}{\rho_p h z} F_i(\omega) \sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 \left\{ \frac{\omega^2 e^{-j \frac{\omega z}{c}}}{\omega^2 - j2A\omega - \omega_n^2} \right\} . \quad (5.7)$$

(5.7)式をフーリエ逆変換すれば放射波形が得られる。

5.2.2 放射波形のインパルス応答

(5.7)式において $F_i(\omega) = 1$ と置けば軸上遠距離点における円板からの放射波形のインパルス応答が求められる。ここで「放射波形のインパルス応答」とは、デルタ関数的な入力に対して生じる放射波形を意味する(以後、「インパルス応答」とはすべてこの意味である)。

即ち、

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_r(\omega, z) e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \frac{\rho \alpha^2}{\rho_p h z} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ S_n^2 \times g_n(t) \right\}. \quad (5.8)$$

ここで $g_n(t)$ は、

$$g_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 + \frac{j2A\omega + \omega_n^2}{\omega^2 - j2A\omega - \omega_n^2} \right) e^{j\omega(t - \frac{z}{c})} d\omega \quad (5.9)$$

である。結局 (5.9) 式を留数定理を用いて計算することに帰着するが、(5.9) 式の分母 $\omega^2 - j2A\omega - \omega_n^2$ の ω_n と A の大小関係によって極の位置 (ω_α , ω_β の 2 つ) は次の 3通りがある。

1) $\omega_n > A$ の時,

$$\begin{cases} \omega_\alpha = \sqrt{\omega_n^2 - A^2} + jA, \\ \omega_\beta = -\sqrt{\omega_n^2 - A^2} + jA. \end{cases} \quad (5.10a)$$

2) $\omega_n < A$ の時,

$$\begin{cases} \omega_\alpha = j(A + \sqrt{A^2 - \omega_n^2}), \\ \omega_\beta = j(A - \sqrt{A^2 - \omega_n^2}). \end{cases} \quad (5.10b)$$

3) $\omega_n = A$ の時,

$$\omega_\alpha = \omega_\beta = jA. \quad (2\text{位の極}). \quad (5.10c)$$

(5.9) 式において $(t - z/c) \rightarrow t$ と置き直すと (新しい t の $t=0$ は z の地点に円板からの放射波形が到達した瞬間に相当する), $g_n(t)$ は留

数計算の後に次のように得られる。

1) $\omega_n > A$ の時,

$$g_n(t) = \delta(t) + \frac{e^{-At}}{\sqrt{\omega_n^2 - A^2}} \left\{ (2A^2 - \omega_n^2) \sin \sqrt{\omega_n^2 - A^2} t - 2A\sqrt{\omega_n^2 - A^2} \cos \sqrt{\omega_n^2 - A^2} t \right\}. \quad (5.11a)$$

2) $\omega_n < A$ の時,

$$g_n(t) = \delta(t) + \frac{e^{-At}}{\sqrt{A^2 - \omega_n^2}} \left\{ (2A^2 - \omega_n^2) \sinh \sqrt{A^2 - \omega_n^2} t - 2A\sqrt{A^2 - \omega_n^2} \cosh \sqrt{A^2 - \omega_n^2} t \right\}. \quad (5.11b)$$

3) $\omega_n = A$ の時,

$$g_n(t) = \delta(t) - (2 - At) A e^{-At}. \quad (5.11c)$$

(但し, $\delta(t)$: ディラックのデルタ関数)。

即ち, $t = 0$ にデルタ関数的にピークがあらわれ, 以後は減衰波形となる。

円板がピストン振動した時の軸上最距離点での放射波形のインパルス応答は上と同様にして求められる。即ち, 第2章(2.33)式において円形ピストンの放射インピーダンスを ρc で近似し ($Z_r(\omega) = 1$. これを「ピストン- ρc -近似」とよぶ), $F_i(\omega) = 1$ と置き, $(t - z/c) \rightarrow t$ と置き換えればインパルス応答($h_p(t)$)は,

$$h_p(t) = \frac{\rho c^2}{\rho_p h z} \left\{ \delta(t) - 2A e^{-2At} \right\} \quad (5.12)$$

となる。

以上で放射波形のインパルス応答が求まったが、デルタ関数をふくみこのまゝでは波形を云々することは適当ではない。そこで具体的な形を持つ入射パルスについての放射波形を求める。

5.2.3 三角パルス入射による過渡放射波形

放射波形のインパルス応答が求まったので、たゞみ込み積分を用いて任意の入力波形に対する放射波形が求まる。图5.1に示す、振巾 P 、パルス巾 $2T$ なる三角パルス入射の時の波形を求める。この三角パルスは

$$p_i(t) = \begin{cases} \frac{P}{T}t, & T \leq t \leq 0, \\ -\frac{P}{T}t + 2P, & 2T \geq t \geq T, \\ 0, & t \leq 0, t \geq 2T \end{cases} \quad (5.13)$$

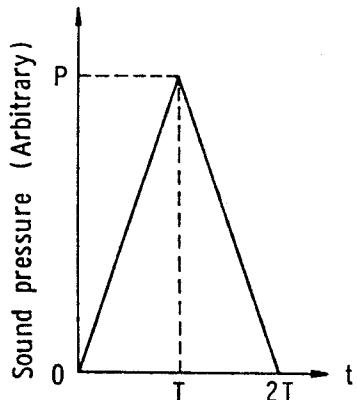


図5.1 入射三角パルス

である。三角パルスを選んだ理由としては、1) 遠音のメカニズムを知るには、なるべく単純な形（三角パルスは一次式）の方が理解し易い、2) 第4章の実験で得られた入射パルスの初期ピーク波形がほど三角形であり、実験との対応もつき易いからである。

三角パルスとインパルス応答のたゞみ込み積分で得られた軸上遠距離点での放射波形 $\psi(t)$ の結果を (5.14) 式以下に記す。

$$\psi(t) = \frac{\rho a^2}{\rho_p h z} \cdot \frac{P}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ S_n^2 \times y_n(t) \right\}, \quad (5.14)$$

但し、 $y_n(t)$ は、

$$y_n(t) = \begin{cases} f_n(t), & T \geq t \geq 0, \\ f_n(t) - 2f_n(t-T), & 2T \geq t \geq T, \\ f_n(t) - 2f_n(t-T) + f_n(t-2T), & t \geq 2T. \end{cases} \quad (5.15)$$

ここで $f_n(t)$ は、

1) $\omega_n > A$ の時、

$$f_n(t) = \frac{e^{-At}}{\sqrt{\omega_n^2 - A^2}} \sin \sqrt{\omega_n^2 - A^2} t, \quad (5.16a)$$

2) $\omega_n < A$ の時、

$$f_n(t) = \frac{e^{-At}}{\sqrt{A^2 - \omega_n^2}} \sinh \sqrt{A^2 - \omega_n^2} t, \quad (5.16b)$$

3) $\omega_n = A$ の時、

$$f_n(t) = t e^{-At} \quad (5.16c)$$

であり、初等関数であらわされる。

ピストン-SC-近似では放射波形 ($P_p(t)$) は、

$$P_p(t) = \frac{\rho \alpha^2}{\rho_p h \pi} \cdot \frac{P}{T} \cdot \frac{1}{2A} y(t) \quad (5.17)$$

となる。但し $y(t)$ は、

$$f_p(t) = 1 - e^{-2At} \quad (5.18)$$

と置けば次式となる。

$$y(t) = \begin{cases} f_p(t), & T \leq t \leq 0, \\ f_p(t) - 2f_p(t-T), & 2T \leq t \leq T, \\ f_p(t) - 2f_p(t-T) + f_p(t-2T), & t \geq 2T. \end{cases} \quad (5.19)$$

このピストン-PC-近似による結果は以後放射波形の初期ピーク波形を評価する時に特に必要となる。

(5.14)～(5.16)式を見ればわかるように、放射波形は板の物理定数、入射条件が変われば変化をうけ、従って遮音機構も自ずと変ってくる。物理定数等を変化させての放射波形の詳細なる検討は次節以降に譲ることとして、こゝでは以後の比較検討の際の基準となる 1mm 厚ジュラルミン円板についての放射波形の計算結果を示すにとどめる。ジュラルミン円板の諸量を再び記すと、

$$\begin{aligned} a &: 5 \text{ cm}, \ h &: 0.1 \text{ cm}, \ \rho_p &: 2.67 \text{ g/cm}^3, \ E &: 5.98 \times 10^{11} \text{ dyn/cm}^2, \\ \sigma &: 0.34, \ C &: 34,250 \text{ cm/sec}, \ \rho &: 0.001215 \text{ g/cm}^3. \end{aligned}$$

入射パルスについては、

$$P: 1 \text{ mbar}, \ T: 50 \text{ usec} \text{ (実験と同じオーダー)}$$

とした。なお、円板中心からの距離は $Z: 100 \text{ cm}$ であり、以後この値は不变とする。得られた結果を図 5.2 に示す。同図中の FFT^{-1} を用いて得られた放射波形の厳密解((2.15)式において $\kappa: 0.01$ として FFT の一周期内に波形が納まるようにした。従って $\kappa: 0.01$ のもとでの波形となるが、図示した

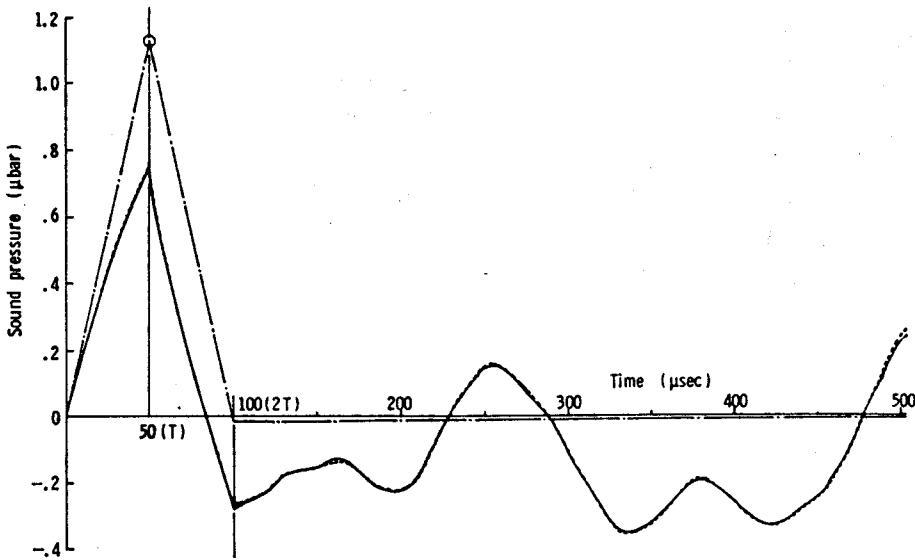


図 5.2 三角パルス入射による放射波形 (1 mm 厚ジュラルミン円板中央軸上, $Z: 100\text{ cm}$, $P: 1\text{ mbar}$, $T: 50\text{ }\mu\text{sec}$); —— PC -近似, -----厳密解 (FFT^{-1}), -·-·-ピストン- PC -近似。

時間内では波形は殆んど影響を受けない)と比較すると満足すべき波形の一一致が得られ、少くともこの例における PC -近似の妥当性を示している。ピストン- PC -近似では時間 $2T$ ($100\text{ }\mu\text{sec}$) 後は振幅は大きく減衰する (0 とならないのは後で示すように空気抵抗のためにある)。即ち、この計算例では $2T$ 以後は屈曲振動が支配的であり、 $0 \sim 2T$ の間はピストン振動との混合状態と考えられる。この結果は第4章 4.5 (透過波形のシミュレーション) で得られた結果に一致する。この 1 mm 厚ジュラルミン円板についての音圧の伝達関数を図 5.3 に示す。

厳密解と PC -近似による特性の満足すべき一致が得られており、時間軸上の議論との対応がつく。しかしながら、 PC -近似では共振点におけるピークの高さを低くする。即ち、 PC -近似では空気抵抗を過大に評価していることになる。

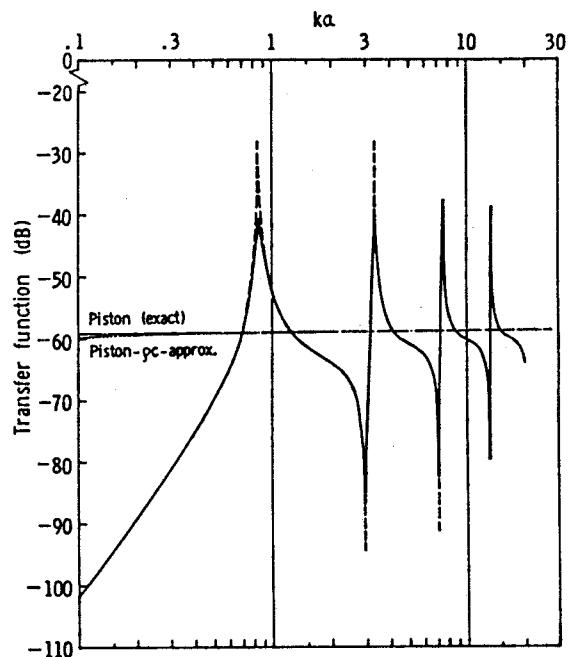


図 5.3 PC -近似による音圧の伝達関数 (1 mm 厚ジュラルミン円板, $Z: 100\text{ cm}$);
—— PC -近似,
-----厳密解。

ここで以後の議論に必要となる $A = 0$, 即ち, 空気抵抗を無視した場合の波形の式を記す。(5.16a)において $A = 0$ と置けば,

$$f_n'(t) = \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} \quad (5.16a')$$

(' は空気抵抗無視を示す。以下同様。) となり,

$$P'(t) = -\frac{\rho a^2}{\rho_p h} \cdot \frac{P}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ S_n^2 \times y_n'(t) \right\}, \quad (5.14')$$

但し,

$$y_n'(t) = \begin{cases} f_n'(t), & T \geq t \geq 0, \\ f_n'(t) - 2f_n'(t-T), & 2T \geq t \geq T, \\ f_n'(t) - 2f_n'(t-T) + f_n'(t-2T), & t \geq 2T. \end{cases} \quad (5.15')$$

また, ピストン振動で空気抵抗無視 ($A = 0$) (「ピストン-近似」とよぶ) では,

$$P_p'(t) = \frac{\rho a^2}{\rho_p h} \cdot \frac{P}{T} y'(t), \quad (5.17')$$

但し,

$$y'(t) = \begin{cases} t, & T \geq t \geq 0, \\ -t + 2T, & 2T \geq t \geq T, \\ 0, & t \geq 2T. \end{cases} \quad (5.19')$$

即ち, 入射波と相似形となる。図5.2にピストン-近似による $t = T$ (50μ sec) でのピーク値を○印で示してある。(5.17')式は周波数軸上では第2

章(2.35)式に相当する。

5.2.4 放射波形に及ぼす空気抵抗の影響

板の物理定数を変化させての遮音機構の検討は次節以下に行なうが、その前に放射波形に及ぼす空気抵抗の影響を吟味する。(5.14)～(5.16)式などであらわされた放射波形の式は、板振動に及ぼす空気抵抗(反作用力)の値を近似的に表現することによって得られたものであり、従ってその近似の程度を吟味しておかなければ板の物理定数を変化させて波形の変化を検討してもそれが意味のある変化かどうかの問題となるからである。

板振動に及ぼす空気抵抗の度合をあらわす量として A なる量を導入した($A = \rho C / \rho_{\text{air}}$)。はじめにこの A の意味について若干述べる。 ρC -近似というのは板振動において各モード間のカットオフを無視し、さらに周波数の複雑な関数である放射インピーダンスをその実数部のみで、しかも周波数に無関係に各モードとも一様に ρC で近似するのであるから当然厳密解とは違ってくる。今ある周波数について考えると、第2章 2.2 節の板振動の近似解の所でも述べたように、その周波数より十分低い共振モードの放射インピーダンスは実数部(ρC)のみで十分であり、十分高い方の寄与は例え放射インピーダンスが一様に ρC であっても $|\omega^2 - \omega_n^2|$ が大きいので無視できる((5.5)式参照)。板振動への寄与は考へている周波数に最も近いモードの成分(即ち, $|\omega - \omega_n|$ が最小になる方)が最大で、そのモードのその時の放射インピーダンスの実数部はほど ρC である。一方、虚数部は ρC -近似では 0 と置くのであるからこの虚数部の無視が厳密解との誤差の大きな原因となると考えられる(もちろん最大の寄与をするモード付近の他のモードの ρC -近似による影響もある)。この虚数部無視の影響は(5.5)式の分母で $\omega^2 - \omega_n^2 = 0$ 、即ち、共振周波数附近で特に効いてくると考えられる。しかし、この誤差の大きさそのものをここで論じるのは余り適当ではない。むしろ放射インピーダンスの振振動全体のインピーダンスに占める割合を論ずることによって空気の存在の波形への影響の大きさを見る方が適切といえる。従うのは、今もし $A = 0$ 、即ち、空気抵抗を無視した波形と ρC -近似による波形との間の差が小さければ空気の存在を元々余り考慮にいれなくても良いわけであるので、その時

は ρC -近似による波形と厳密解との間の誤差は小さいと考えることができる。一方、 $A = 0$ と ρC -近似の波形の間に有意な差が生じれば、その時は ρC -近似による波形と厳密解との間の誤差も大きくなると考えることが出来る。この空気抵抗による波形への影響の度合をあらわすのが A であり、空気抵抗(反作用力)の大きさを板の質量との比で評価している。 A が大きければ ρC -近似と厳密解との差は大きくなると考えられ、 $A = \rho C / \rho_p h$ において ρC は一定であるから一般的に言えば、板の質量、板厚が小さい程、差も大きくなる。以下にそれらを検討するが、こゝでの議論は余り正確にはなし得ない。というのは式自身が近似式であり、またそれが解析的に一応求まっているとは言え九項までの加算であり、従ってあくまでも遮音機構解明の際の副次的な検討という前提のもとに議論を進める。

先に得られた (5.16a) ~ (5.16c) 式を見れば A は板の共振角周波数 ω_n との兼ね合いで波形に影響を及ぼすことがわかる(今、入力条件 T は考慮しないことにする)。この (5.16a) ~ (5.16c) 式においてはともに e^{-At} が掛かっているので A の影響は時間が経つにつれて大きくなる。即ち、 A によって波形が減衰してゆく。これは直感的に見ても理解される。問題は $(\omega_n^2 - A^2)^{1/2}$ (または、 $(A^2 - \omega_n^2)^{1/2}$) である。 ω_n は第2章で記したように次のように与えられる。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{E}{12 \rho_p (1-\sigma^2)}} \cdot h \cdot \left(\frac{\pi \beta_{on}}{\alpha}\right)^2. \quad ((2.8))$$

σ, α を一定にすると ($\pi \beta_{on}$ は定数), E (ヤング率), h (板厚), ρ_p (密度) によって ω_n は決まる。即ち、

$$\omega_n \propto \sqrt{\frac{E}{\rho_p}} \cdot h, \quad (5.20)$$

$$A \propto \frac{1}{\rho_p h} \quad (5.21)$$

であるので E, h, ρ_p の関係によって $\omega_n^2 - A^2$ は決まってくる。この関係は複雑であるが、一般的次の関係は考えられる。即ち、

- 1) E が大きくなると一般に $|\omega_n^2 - A^2|$ は大きくなる。従って h, ρ_p いかんによつては $|\omega_n^2 - A^2| \approx \omega_n^2$ 、即ち、空気抵抗を無視出来る。
- 2) h を大きくすると ω_n は大きくなり、一方、 A は小さくなる。従つてこの場合も $|\omega_n^2 - A^2|$ は大きくなる。 h が小さいと、 ω_n と A は逆の関係になり A による影響は大きく、従つて厳密解との差も大きくなることが予想される。
- 3) ρ_p が小さくなると ω_n, A は共に大きくなるが ω_n は $1/\sqrt{\rho_p}$ 、 A は $1/\rho_p$ で効いてくるので $|\omega_n^2 - A^2|$ の中の A の影響は相対的に大きくなる。一方、 ρ_p が大きくなると ω_n, A 共に小さくなるが、上記の効き方の違いで $|\omega_n^2 - A^2|$ における A の影響は相対的に減る。

従つて一般に次のことが言える。

- ① E, h, ρ_p が小さいと A の影響は大きくなる。即ち、軽くて薄く、弹性に乏しい板は空気抵抗の影響を受け易くなり、PC-近似と厳密解との差は大きくなる。この時は後で詳述するように、 ω_n は低域側に寄り（しかも個数が多い）、波形は初期ピークの振巾が大きく、それに続く部分は小さくなる。
- ② E, h, ρ_p が大きいと A の影響を受けにくくなり、PC-近似と厳密解との差は小さくなる。この時は ω_n は高域側へ寄り（個数は少ない）、波形は一般に初期ピークよりむしろ、それに続く部分の振巾が大きくなり振動が長く続く波形となる。

①, ② の関係を板の曲げ剛性率 ($\delta = Eh^3/12(1-\sigma^2)$) を導入して整理してみると、

$$\omega_n \propto \sqrt{\frac{\delta}{m}}, \quad (5.22)$$

$$A \propto \frac{1}{m} \quad (m = \rho_p h : \text{面密度}), \quad (5.23)$$

であるので①, ②は

- ①剛性がえしく、軽い板は空気抵抗の影響を受け易い、
 - ②剛性に豊み、重い板は空気抵抗の影響を受けにくい、
- と整理される。

以上の事を実際の計算例で考察する。 h としては $0.1\text{ mm} \sim 1\text{ mm}$, ρ_p としては $1 \sim 10\text{ g/cm}^3$, E としては $10^8 \sim 10^{13}\text{ dyn/cm}^2$ の値を考える(自明の事であるが ω_n , A については円板の寸法について相似則が成り立っている。即ち、板寸法が 2 倍になれば ω_n , A とも $1/2$ となる)。物理定数の組合せ方は無限に考えられるが、ここでは先の①, ②の典型的な例について求める(入力条件はすべて $P: 1\text{ mbar}$, $T: 50\text{ usec}$ である)。

①については、

$$E: 10^8 \text{ dyn/cm}^2, \quad h: 0.01\text{ cm}, \quad \rho_p: 2.0\text{ g/cm}^3,$$

②については

$$E: 10^{13} \text{ dyn/cm}^2, \quad h: 0.1\text{ cm}, \quad \rho_p: 5.0\text{ g/cm}^3$$

であり、結果を図 5.4 に示す。 ρC -近似、厳密解、 $A=0$ の 3 つについて示すが①では各々かなりの差を示すが、初期ピーク波形については ρC -近似と

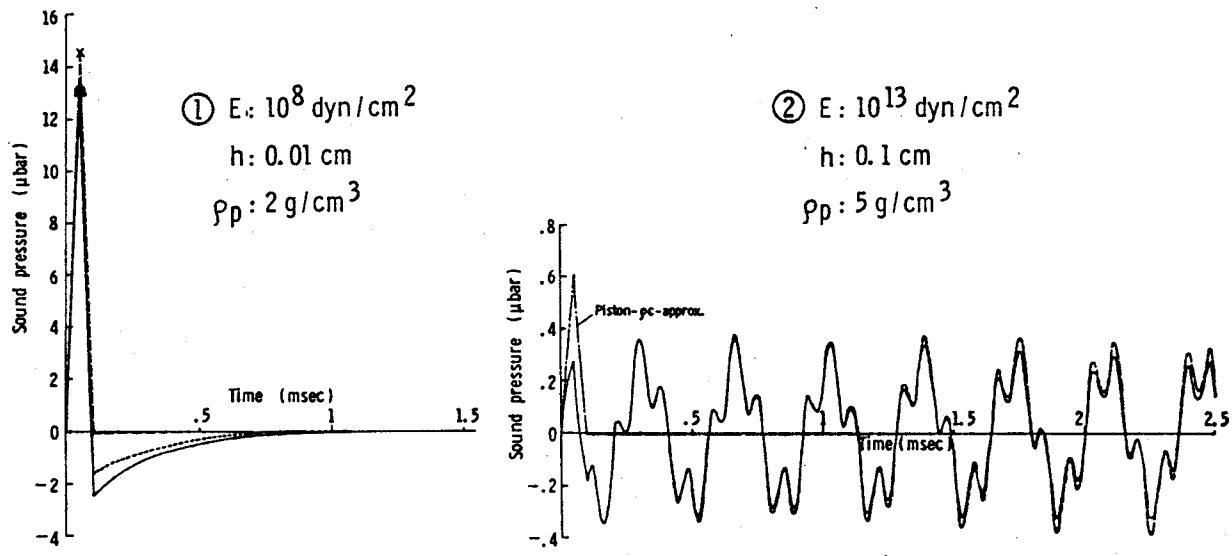


図 5.4 放射波形における空気抵抗の影響(その 1) ($P: 1\text{ mbar}$, $T: 50\text{ usec}$)；

——○ ρC -近似, -----× 空気抵抗無視($A=0$),
-----△ 厳密解(FFT^{-1})。

厳密解の一一致はかなり良い。 $t = 2T$ 以後の波形について三者の差は大きくなる。なお、 $t = 2T$ 以後の負の振巾は空気抵抗によって板が押しもどされるために生ずると考えられる。しかし、このような差があるとは言え後に述べるように①のような波形は円板のピストン振動によって生ずるものであり、従って遮音機構の解釈の本質的な議論ではこれらの差は余り大きな意味を持たないと考えられる。②については(この場合は厳密解は省略する)、 ρC -近似と $A = 0$ の場合は殆んど一致しており、時間が経つにつれて ρC -近似の e^{-At} の効果によつてわずかにずれが生ずるだけである。この時の ω_n は、 $\omega_1 = 17,739/\text{sec}$, $\omega_2 = 69,060/\text{sec}$, -----。一方、 $A = 83.2/\text{sec}$ であり、従って $|\omega_n^2 - A^2| \approx \omega_n^2$ と見なしても差しつかえない。図5.5に先の図5.2に示された1mm厚ジユラルミン円板($E: 5.98 \times 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$, $\rho_p: 2.67 \text{ g/cm}^3$)についての空気抵抗による影響を示す。この時は図5.4で②の場合に示された例と比べ、 E が小さくなつたことによる影響が時間の余り経たないうちから出ている。しかし、その影響はかなり小さく、この場合も $A = 0$ として差しつかえないと思われる。

以上、放射波形に及ぼす空気抵抗の影響について述べたが、先に断つたごとく余り正確な議論とは言い難い。とは言え一応の傾向は把握出来たと考えられる。なお、次節以降で具体的な波形を求める時に空気の影響をその都度吟味する。

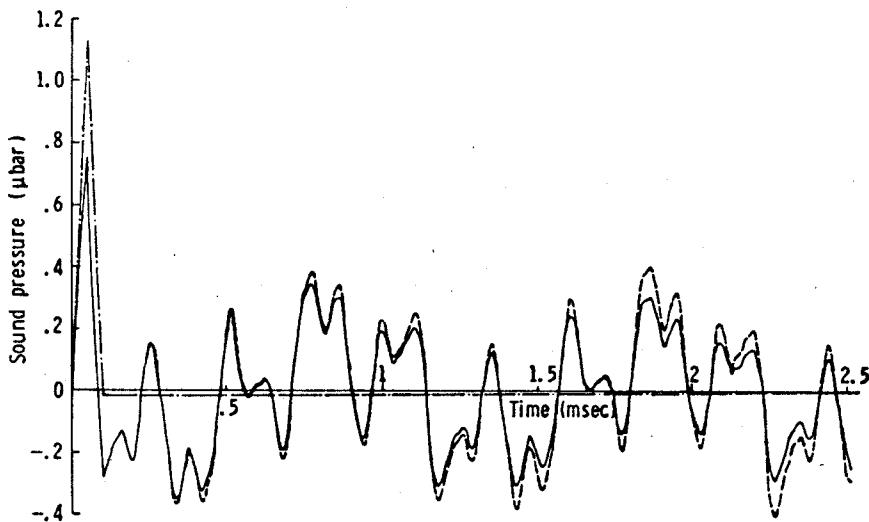


図5.5 放射波形におよぼす空気抵抗の影響(その2)(1mm厚ジユラルミン円板, $P: 1\text{ mbar}$, $T: 50\text{ }\mu\text{sec}$); —— ρC -近似, ----- 空気抵抗無視($A=0$), -·-·- ピストン- ρC -近似。

5.3 板の物理定数変化による放射波形と遮音機構

本節では前節で得られた過渡放射波形の式を基にして、板の物理定数、入射波の条件を系統的に変化させて波形に及ぼす影響を検討する。それによってパルス音波に対する板の遮音機構を明確にし、並に遮音機構に影響を与える要因を把握する。ここで変化させる物理定数としては、板については、i) 板厚(h)、ii) ヤング率(E)、iii) 密度(ρ_A)であり、入射パルスについてはパルス巾(T)である。なお、本章の計算でこれまでに考慮してこなかった板の内部損失(η)についても η を変化させて行なった実験結果を述べることによってその波形に及ぼす効果について検討を行なう。

5.3.1 遮音機構の概要

具体的に板の定数を変化させる前に、先に得られた図5.2の1mm厚ジュラルミン円板について今一歩詳しく波形を吟味して以後の議論の前提とする。

波形は初期ピーク波形と、それに続く部分（以後、「継続部」とよぶ）とで成り立っている。5.2.3で述べたようにピストン-PC-近似では初期ピーク波形を過ぎた後は殆んど0となってしまう。即ち、 $t = 2T$ 以後は屈曲振動が支配的であり、それ以前はピストン振動と屈曲振動の混合状態と考えられる。今、初期ピーク波形について考える。図5.5で述べたようにこの板については $A = 0$ としても差しつかえないほど簡単のために $A = 0$ とする。 $T \geq t \geq 0$ において波形は、

$$\varphi(t) \propto \sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 \times \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} \quad (5.24)$$

$$= t - t \times \sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 \left(1 - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t} \right) \quad (5.25)$$

とあらわせる（但し、 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 = 1$ の関係を使用した。第2章(2.13)式）。(5.25)式の左辺第1項目はピストン振動による波形をあらわし((5.19')式参照)、第2項目は屈曲振動によるピストン振動からのずれをあらわしている。こ

の第2項目については、

$$\frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t} \leq 1 \quad (5.26)$$

であるので(図5.6参照)、

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 \left(1 - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t}\right) \geq 0 \quad (5.27)$$

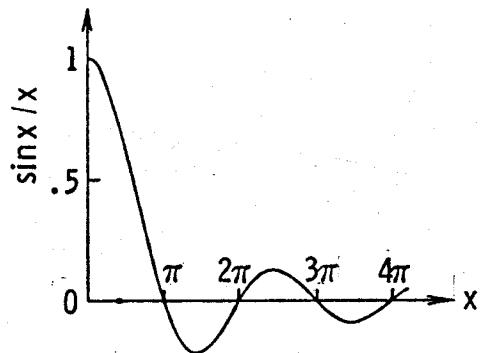


図5.6 $\sin x/x$ の x による変化

となる。即ち、 $T \geq t \geq 0$ では、ピストン振動による波形よりも振巾が小さくなる。ピストン振動からのずれの大きさは、

$$t \times \sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 \left(1 - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t}\right) \quad (5.28)$$

を t で微分すると、

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 (1 - \cos \omega_n t) \geq 0, \quad (5.29)$$

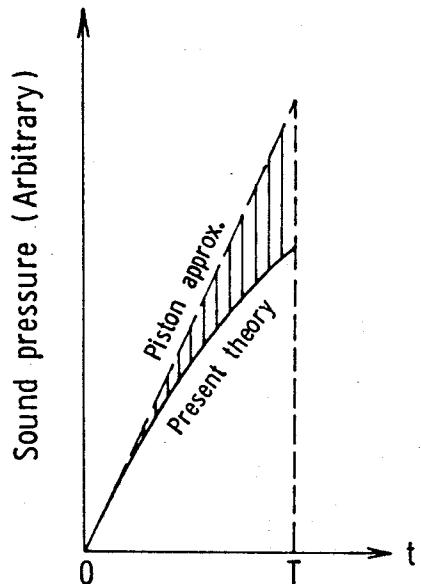


図5.7 初期ピーク波形の立上り部分
の模式図 ($A=0, T \geq t \geq 0$)。

即ち、時間が経つにつれてずれは大きくなる。模式的に図示すれば図5.7となる。図5.7では波形は単調増加するように描いたが必ずしも単調増加とはならない場合がある。即ち、(5.24)式を t で微分して勾配を求めると、

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 \cos \omega_n t \quad (5.30)$$

となり、 $\omega_n t$ のいかんによっては $t=T$ までにピークを持つことも有り得る(例は後で示す)。しかしながら一般に $\omega_n t$ は t が小さいので π が例え大きくなっても差程大きくはならず、また、例え π の増加に伴って $\omega_n t$ が $\pi/2$

を越えても S_n^2 がかゝっているので (S_n^2 は n の増加と共に急速に小さくなる。第2章・表2.1参照) 低いモード数の成分の寄与が大きく、一般には (5.30)式は正、即ち、単調増加とみなしてもよい。ちなみに今の例では $t=50\mu\text{sec}$ で、 $\omega_n t$, $S_n^2 \cos \omega_n t$ の値は、

$$\begin{aligned} \omega_1 t &= 0.297 \longrightarrow S_1^2 \cos \omega_1 t = 0.508 \\ \omega_2 t &= 1.156 \longrightarrow S_2^2 \cos \omega_2 t = 0.068 \\ \omega_3 t &= 2.589 \longrightarrow S_3^2 \cos \omega_3 t = -0.068 \\ | & \qquad \qquad \qquad | \end{aligned}$$

である。また (5.28)式からわかるように一般にピストン振動による波形からのそれは、 ω_n が大きい板ほど、即ち、曲げ剛性率の大きい板ほど大きくなる。これは、 $\sin \omega_n t / \omega_n t$ が ω_n が大きくなるに従って小さくなるためである。なお、初期ピーク波形の立ち上りの部分(時間の余り経たない部分)は、(5.24)式において $\sin \omega_n t \approx \omega_n t$ と置ける。

$$\varphi(t) \propto t, \quad (5.31)$$

即ち、殆んどピストン振動によって波形が決まる。

次に $2T \leq t \leq T$ の波形については、こゝでの傾きは一般に負と考えてよい。即ち、こゝでの勾配は、

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 \{ \cos \omega_n t - 2 \cos \omega_n (t-T) \} \quad (5.32)$$

に比例するが、 $\cos \omega_n t > 0$ の範囲 ($\omega_n t < \pi/2$) では当然、 $\cos \omega_n (t-T) > \cos \omega_n t$ であり、また S_n^2 がかゝっていることもあるって低いモード成分の寄与が大きく、(5.32)式は一般に負となる。なお、 $\omega_n t$ が小さい時は、

$$\sin \omega_n t \approx \omega_n t, \quad \sin \omega_n (t-T) \approx \omega_n (t-T) \quad (5.33)$$

と置けば、

$$p(t) \propto -t + 2T, \quad (5.34)$$

即ち、ピストン振動による波形となる。

$t = 2T$ では

$$\begin{aligned} p(t) &\propto \sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 \left\{ \frac{\sin 2\omega_n T}{\omega_n} - 2 \frac{\sin \omega_n T}{\omega_n} \right\}, \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 \cdot \frac{2 \sin \omega_n T}{\omega_n T} (\cos \omega_n T - 1) T \end{aligned} \quad (5.35)$$

となり、 $\sin \omega_n T / \omega_n T$ の性質と S_n^2 が重なっていることもあり、(5.35)式は一般に負となる。 $t = 2T$ 以後は図5.2にみられるように複雑な屈曲振動波形となる。なお以上の考察は第4章でのシミュレーション結果を裏付けている。

これまで述べてきたように、波形は低いモード数の成分でほど決まる。これは次のように理解出来る。即ち、放射波形の周波数特性は音場の伝達関数（図5.3）と入射三角パルスのフーリエ成分の積によって決まるが、三角パルスのフーリエ成分 ($F_A(\omega)$) は、

$$F_A(\omega) = -\frac{P}{T} \frac{(e^{-j\omega T} - 1)^2}{\omega^2} \quad (5.36)$$

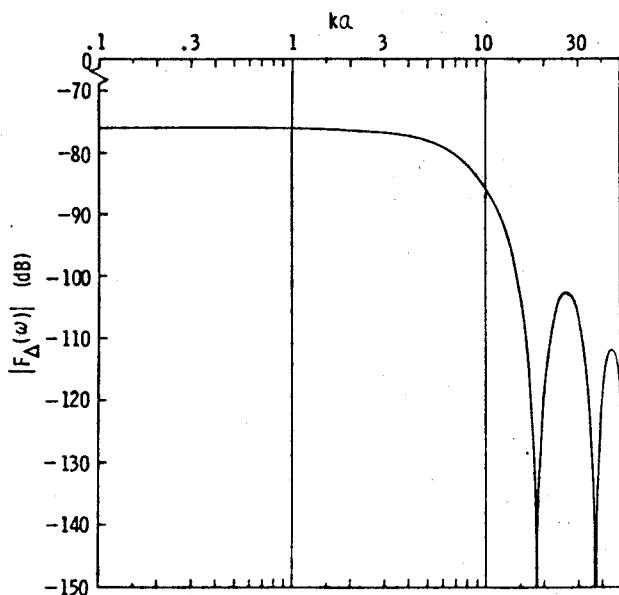


図5.8 三角パルスの周波数特性
($P: 1$, $T: 50 \mu\text{sec}$).

であらわされ、それを図示した図5.8 ($P = 1$, $T = 50 \mu\text{sec}$ とする)を見ればわかるように $1/\omega^2$ に比例して高周波成分が減衰する特性となる。従って伝達関数のモード成分をどれだけ多く考慮しても結局はこの三角パルスの高域での特性が規制されてしまい、高次モードは波形には影響を与えない。このことは時間軸上では $t \sum_{n=1}^{\infty} S_n^2 \sin \omega_n t / \omega_n t$ において、 $\sin x/x$ と S_n^2 の性質によって低モード成分が強くことに対応する。

5.3.2 板厚の影響

ここでは E , ρ_p , T を一定にして板厚(h)を変化させ遮音機構を検討する。 $E : 5.98 \times 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$, $\rho_p : 2.67 \text{ g/cm}^3$, $T : 50 \mu\text{sec}$ であり、 h の範囲は $0.1 \text{ mm} \sim 1 \text{ mm}$ である(但し、板厚を厚くするといつてもあくまでも板の厚さによる回転慣性や剪断力の影響が無視出来る範囲内である)。得られた結果を $h : 0.1, 0.2, 0.5 \text{ mm}$ について図5.9に示す($h : 1 \text{ mm}$ については図5

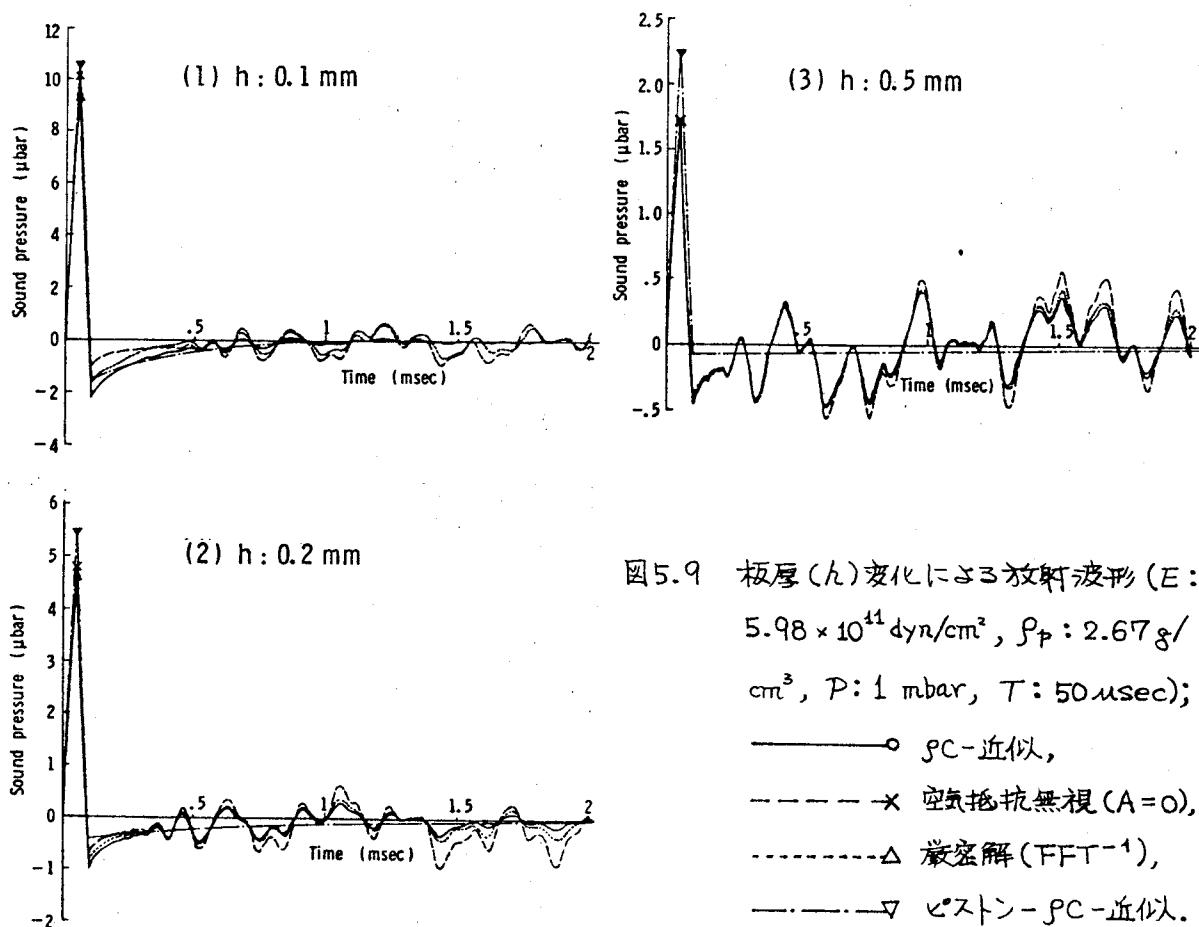


図5.9 板厚(h)変化による放射波形 ($E : 5.98 \times 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$, $\rho_p : 2.67 \text{ g/cm}^3$, $P : 1 \text{ mbar}$, $T : 50 \mu\text{sec}$);
 —○— PC-近似,
 -×- 空気抵抗無視 ($A = 0$),
 -△- 優密解 (FFT^{-1}),
 -▽- ピストン-PC-近似.

.2 にすでに示した)。図中にはピストン-PC-近似、およびFFT⁻¹による厳密解($\eta = 0.01$ とした)も示した。同図から得られる結果を述べる。

1) 波形の振巾は η によって大きく左右される。前節(5.14)式でわかるように振巾が η に逆比例するためである。

2) η が大きくなると初期ピークが大きくなり、継続部の振巾は小さくなる。

波形は全体がピストン-PC-近似で殆どあらわせるようになる。厳密解との比較では、PC-近似は初期ピーク波形でかなり良い一致を示すが、継続部では振巾は低目に出来る。この図5.9に限らず一般に厳密解は PC-近似と空気抵抗無視 ($A = 0$) の波形の中間の値をとる。即ち、PC-近似では空気抵抗を過大評価することになる。 η が小さい時の初期ピーク波形のピストン振動による波形からのずれの大きさは、(5.28)式で与えられるが ($A = 0$ とする), $\omega_n t$ の値が小さいので $\sin \omega_n t / \omega_n t$ は 1 に近く、従って (5.28)式のずれは小さくなる。即ち、 η が大きい場合に比べてよりピストン振動波形に近づく。継続部の振巾が小さくなることについては次のように解釈出来る。即ち、 η が小さくなると波形を決定する低モード数の成分は低周波数域へ移動するが、この時 (5.15)式の時間区分 $t \equiv 2T$ での

$$\left\{ \sin \omega_n t / t + \sin \omega_n (t - 2T) / (t - 2T) \right\} \\ - \left\{ 2 \sin \omega_n (t - T) / (t - T) \right\} \quad (5.37)$$

は(式中の項を入れ換えて記した), その中括弧 第1項目と第2項目の差が $\omega_n t$, $\omega_n (t - 2T)$, $\omega_n (t - T)$ の値の大小の故に小さくなり、従って振巾が小さくなることになる。この事は周波数軸上で見るとより明瞭になる。0.1mm厚ジュラルミン円板についての音圧の伝達関数を図5.10に示すが、 η が大きい場合(図5.3など)に比べ厳密解の共振点でのピーク値が下る。これは板が薄くなったために板の弾性が乏しくなり、その結果屈曲振動が起きにくくなるためと考えられる。従って全体がピストン振動波形に近づくことになる。伝達関数を PC-近似についてみれば、この

近似は空気抵抗を過大に評価するため、共振点での値が低くなり、もはや「ピーク」を示すとは言い難くなる。この誤差が図5.9の波形にもあらわれる。

3) んが大きくなるに従い、屈曲振動の影響によって波形はピストン近似からずれる。初期ピーク値は次第に下り、継続部での振巾が相対的に大きくなる。この時は ρC -近似、厳密解、 $A=0$ とした波形の間の差は次第に小さくなる。

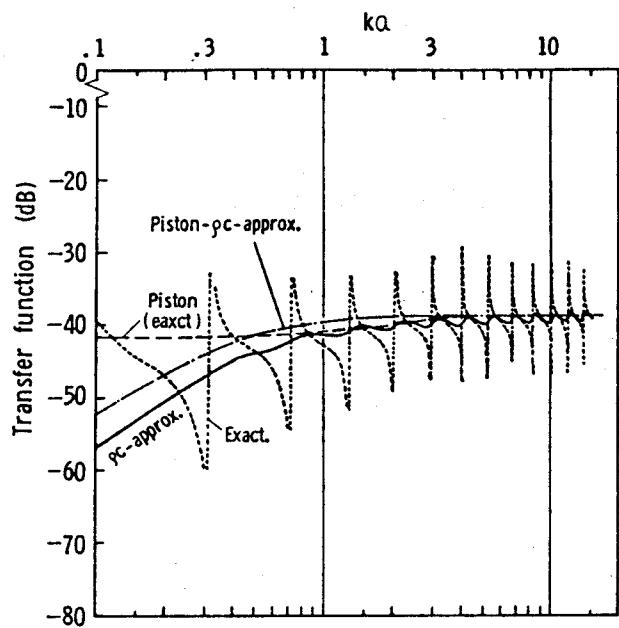


図5.10 0.1 mm厚ジュラルミン円板の音圧の伝達関数(円板中心軸上, $z: 100\text{cm}$).

こ>で η が小さい場合の実験による検証として、0.08 mm厚アルミニウム円板について、円板がピストン振動するとして FFT⁻¹ によって得られたシミュレーション波形と実測波形とを比較する(伝達関数は(2.33)式を使用。 $z: 100\text{cm}$)。図5.11に見られるように両者の一致は良く、板厚が薄い場合のピストン近似の妥当性を示している。

η を変化させた時の初期ピークレベル値をジュラルミン円板について図5.12に示す(こ>での計算例はすべて初期ピークを $t = T$ ($50\mu\text{sec}$)に持つ)。厳

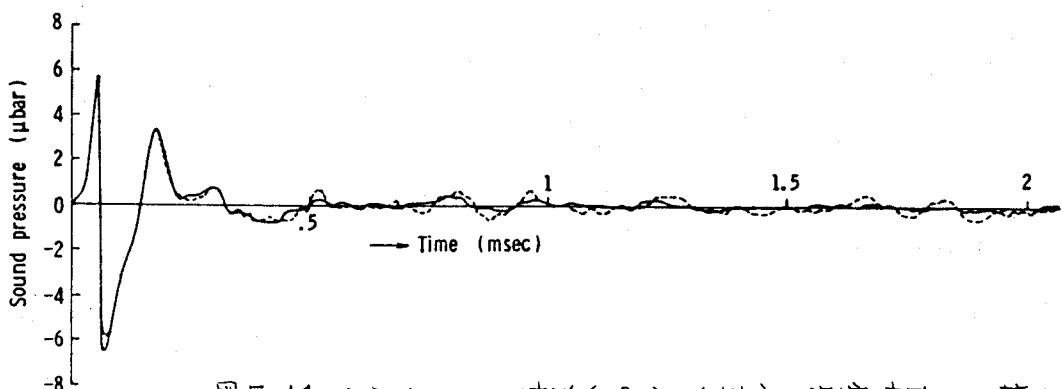


図5.11 シミュレーション波形(ピストン近似)と測定波形の比較(0.8mm厚アルミニウム円板, $z: 100\text{cm}$); —————シミュレーション波形((2.33)式), -----測定波形.

密解で得られるピーク値は図5.9を示したように ρC -近似による値と殆んど等しい。 h の増加に従ってほど -6 dB/oct の傾斜でピーク値は下るが、 h が大きくなると屈曲振動の影響によって減り方が急である。 h が小さくなると、ピストン- ρC -近似のピーク値に近づくが、空気抵抗によって頭打ちとなる。

5.3.3 ヤング率の影響

こゝでは h , ρ_p , T を一定にしてヤング率 (E) を変化させて遮音機構を検討する。 h : 0.1 cm , ρ_p : 2.67 g/cm^3 , T : $50 \mu \text{sec}$ であり、 E の範囲は $10^8 \sim 10^{13} \text{ dyn/cm}^2$

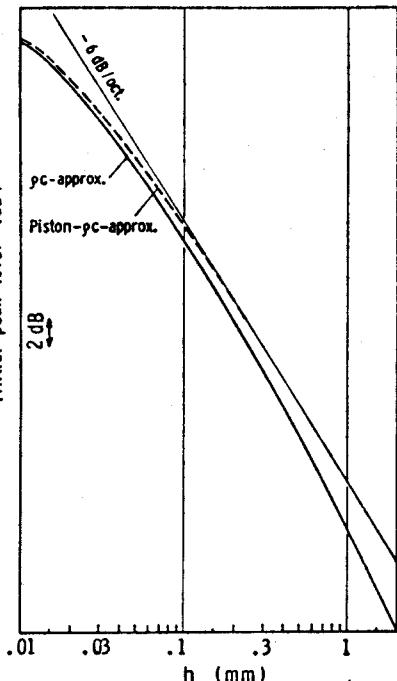


図5.12 板厚(h)変化による初期ピークレベル値の変化(ジュラルミン円板)。

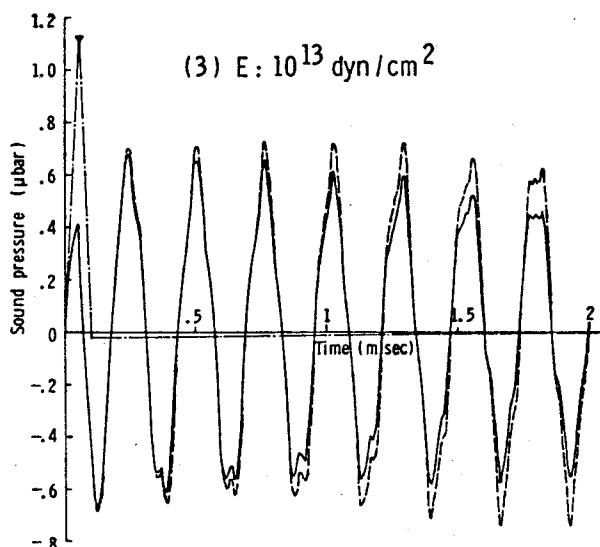
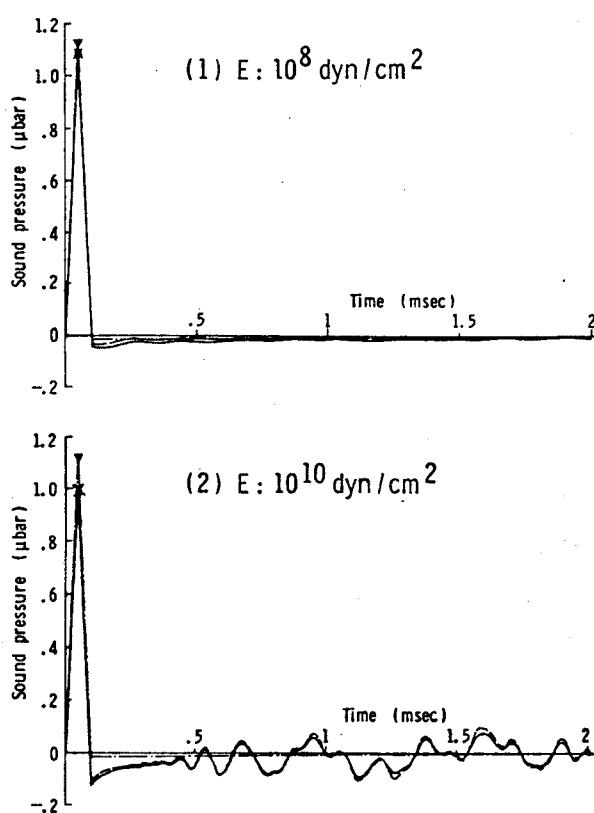


図5.13 ヤング率(E)変化による放射波形(h : 0.1 cm , ρ_p : 2.67 g/cm^3 , P : 1 mbar , T : $50 \mu \text{sec}$);
 —○— ρC -近似,
 - - - - × 空気抵抗無視($A=0$),
 - - - ▽ ピストン- ρC -近似。

である。得られた結果を $E: 10^8, 10^{10}, 10^{13} \text{ dyn/cm}^2$ について図 5.13 に示す ($E: 5.98 \times 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$ については図 5.2 にすでに示した)。この時は ρC -近似と $A = 0$ による波形との間には余り差は無いので、厳密解による波形は省略した。同図から得られる結果としては、

- 1) E が小さい時は初期ピーク波形が断然優勢であり、板はピストン振動であらわせる。これは弾性が乏しいために振動が板の質量によってほど決まるためである（即ち、ピストン円板の質量則）。当然のことながら波形は入射と相似形の三角パルスに近くなる。
- 2) E が大きくなるに従って屈曲振動の影響が入り、初期ピーク値は下り、継続部が目立つようになる。
- 3) さらに E が大きくなり、 $E: 10^{13} \text{ dyn/cm}^2$ ともなると波形は非常に明瞭な振動波形となる。これは E が大きくなると ω_n が高周波数域へ移動するので三角パルスの高域での周波数特性によって殆んど依次の数モードで波形が決まってしまうからである。この時の $k_1 a$ は $k_1 a = 3.54$, $k_2 a = 13.80$, $k_3 a = 30.91$, であり、實際は殆んど第一モードで波形は決まる。一般に ω_n が高周波数側へ寄ると（即ち、 ω_1 が大きい）、少ないモード数で波形は決まり単純な振動波形となる。一方、 ω_n が低域側に寄るとモード数は多くなり継続部の振巾は下り、凹凸の多い複雑な波形となる。

ヤング率を変化させた時の初期ピーク波形の変化を図 5.14 に示す。 E が大きくなるに従って頭打ちの波形になるのが良くわかる（同図は ρC -近似による波形である）。

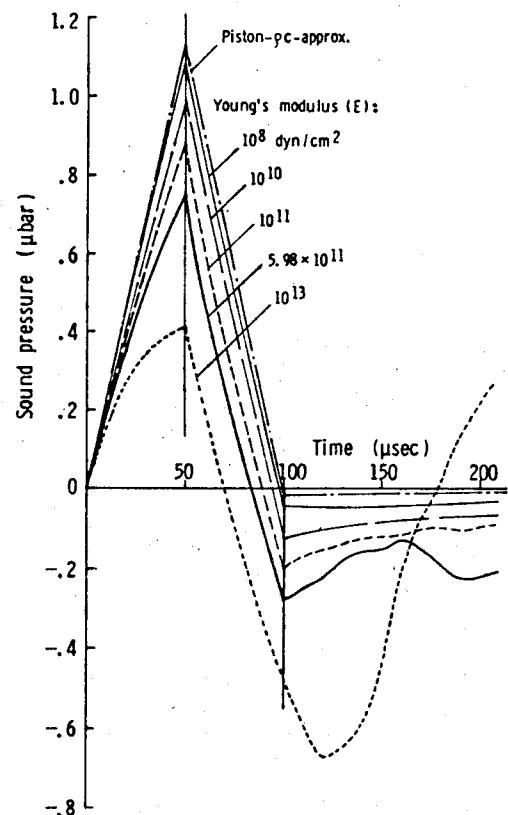


図 5.14 ヤング率(E)変化による初期ピーク波形の変化 ($h: 0.1 \text{ cm}$, $\rho_p: 2.67 \text{ g/cm}^3$, $P: 1 \text{ mbar}$, $T: 50 \mu\text{sec}$)。

5.3.4 密度の影響

こゝでは h , E , T を一定にして板の密度(ρ_p)を変化させて遮音機構を検討する。 $h: 0.1 \text{ cm}$, $E: 5.98 \times 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$, $T: 50 \mu\text{sec}$ であり, ρ_p の範囲は $1 \sim 10 \text{ g/cm}^3$ である。得られた結果を $\rho_p: 1, 5, 10 \text{ g/cm}^3$ について図 5.15 に示す ($\rho_p: 2.67 \text{ g/cm}^3$ については図 5.2 に示した。厳密解は省略する)。同図から得られる結果としては,

- 1) 波形の振巾は ρ_p によって大きく左右される。これは h についてと同様, ρ_p に反比例するためである。
- 2) ω_n は $\sqrt{1/\rho_p}$ に比例するので ρ_p が小さくなれば ω_n が高域側へ寄り, 繼続部は ρ_p が大きい場合に比べより単純な振動波形となるが ρ_p が $1/2$ 乗で効くということもあり $\rho_p: 1 \sim 10 \text{ g/cm}^3$ 程度の変化では余り顕著な差は見られない。むしろ ρ_p の果たす役割としては 1) で述べた全体の振巾への効果の方が大きい。

以上は E を一定としたが E が小さくなると波形は殆んどピストン振動で近似出来, 特に ρ_p が大きい場合は専ら質量で効いてくるので波形は入射波と相似

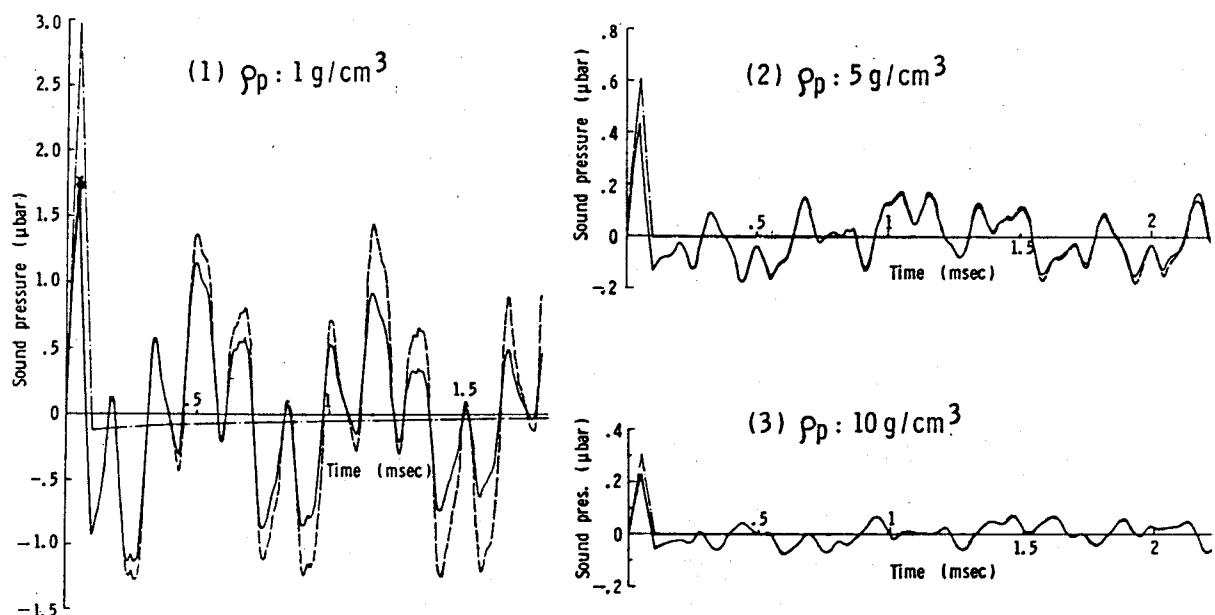


図 5.15 密度(ρ_p)変化による放射波形 ($h: 0.1 \text{ cm}$, $E: 5.98 \times 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$, $P: 1 \text{ mbar}$, $T: 50 \mu\text{sec}$); —○— PC-近似, - - - × 実験 (A=0), - - - - - ピストン-PC-近似。

の三角パルスに近づく。また Ξ が大きいと, ρ_p が小さい時は ω_n が高域側へ寄るので継続部が目立つようになり, ρ_p が大きくなると逆に初期ピーク波形が優勢となる。 ρ_p を変化させた時の初期ピーク値を Ξ をパラメーターにとって図 5.16 に示す(同図は ρ_C -近似による値である)。

5.3.5 入射パルス中の影響

板からの放射波形は板自身の物理的性質のみならず, 入射パルスの条件によっても影響を受ける。ここでは三角パルスのパルス巾(T)を変化させるが (5.15)~(5.19)式でも示したように, 時間区分で T が入ってくるためである。 T を変化させた時の入射三角パルスの周波数特性((5.36)式)を $T = 25, 50, 100 \mu\text{sec}$ について図 5.17 に示す(P はすべて 1 とした)。 T が小さい, 立上りの鋭いパルスでは当然高域まで平坦さを保つが, T が大きくなるに従って高域側から特性が落ち, 低域では逆に持ち上ってくる。即ち, 低周波数成分の多い「鈍」なパルスになる。

板の物理定数を固定して考えると, T が大きい時は板の低モード数の成分が強調され, 高いモード成分は減る。従って継続部の振巾は大きく, 単純な振動波形となる。一方, T が小さい時は特性がより平坦であるので板は高いモード成分をふくむ。従って継続部の波形は複雑になり, また各モード成分がお互いに周期の違いで打ち合うので初期ピーク波形がより強調された波形になることが予想される。

ここで T 変化による初期ピーク値について考察する。空気抵抗を無視($A=0$)して考えると, $T \approx \tau \approx 0$ での波形は (5.14'), (5.15') 式より,

$$p'(t) = \frac{\rho a^2}{\rho_p h \Xi} \cdot \frac{P}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \left(S_n^2 \cdot \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} \right) \quad (5.38)$$

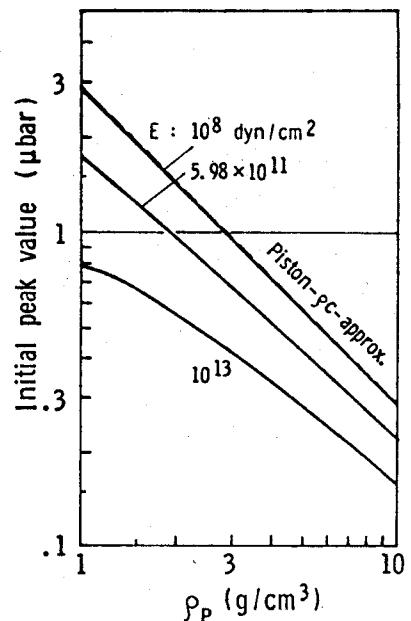


図 5.16 密度(ρ_p)変化による初期ピーク値の変化 ($h: 0.1 \text{cm}$, $E: 5.98 \times 10^{11} \text{dyn/cm}^2$, $P: 1 \text{mbar}$, $T: 50 \mu\text{sec}$); —— ピストン- ρ_C -近似.

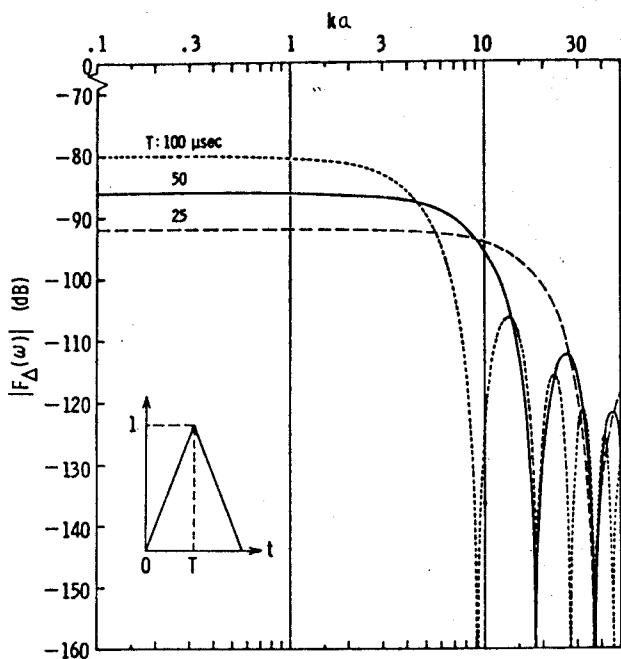


図 5.17 パルス巾 (T) 変化による三角パルスの周波数特性 ($P: 1$).

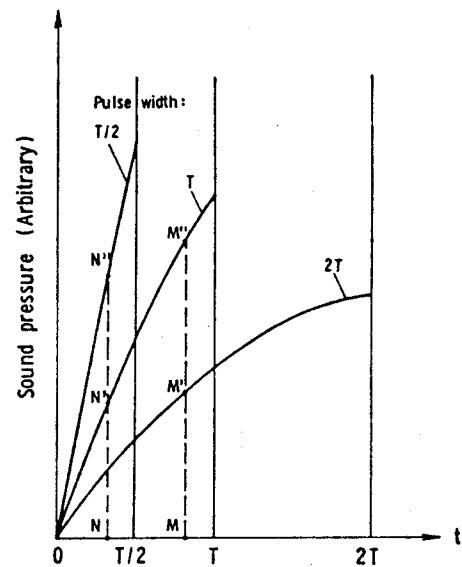


図 5.18 パルス巾変化による初期ピーク波形の立ち上り部分の変化の模式図 ($A = 0$).

で与えられる。ここで T として $T/2, T, 2T$ を考える。今、 $2T$ の場合の波形（即ち、 $2T \approx 73\text{ ms}$ ）がわかっているとすると、 $T = T/2, T = T$ についての波形は自動的に求まる。なぜなら (5.38) 式でわかるように振巾は T に反比例し、 Σ の中は板が決まれば入射パルスに無関係に決まるからである。模式図、図 5.18 を示すように、パルス巾: T の場合はパルス巾: $2T$ の波形の $t = T$ までの振巾の 2 倍（即ち、 $\overline{MM'} = \overline{M'M''}$ ），また、パルス巾: $T/2$ の場合は、パルス巾: T の波形の $t = T/2$ までの振巾の 2 倍（即ち、 $\overline{NN'} = \overline{N'N''}$ ）となる。そして (5.29) 式で示されたように、直線的に上昇するピストン振動による波形からのずれは時間が経つにつれて大きくなるから（図 5.18 では時間の経過と共にカーブしている），パルス巾が短かくなるに従ってピーク値は大きくなる。（もし板がピストン振動すれば T に無関係にピーク値は一定となり、入射パルスと相似の三角パルスとなる）。また、屈曲振動成分を多く持つ、即ち、曲げ剛性の大きい板であればある程ピストン波形からのずれは大きいのでパルス巾変化によるピーク値への影響は大きくなる。

以上の考察を基に、放射波形の計算例を $T: 25, 50, 100 \mu\text{sec}$ の場合に

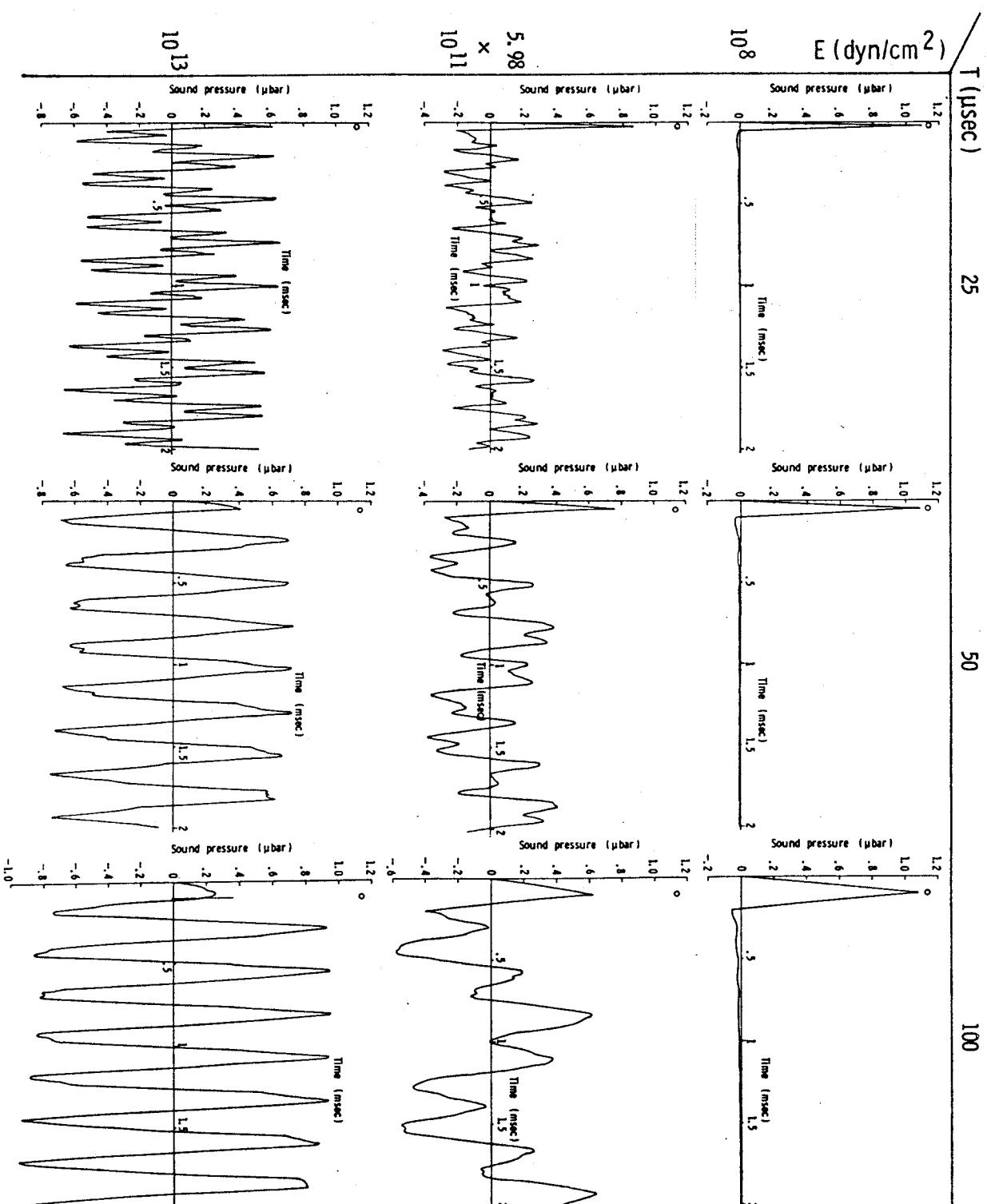


図 5.19

入射パルス中の(τ)変化による放射波形の変化。

各初期ビーグの上方の○印はビストン近傍における

レーザー値を示す。

$$A = 0, h = 0.1 \text{ cm},$$

$$\rho_p = 2.678 \text{ g/cm}^3,$$

$$P = 1 \text{ mbar}.$$

ついて図5.19に示す。板の物理定数も変化させた方が上記の考察の理解には有用なので、屈曲振動に影響力の大きいヤング率を変化させる。 $E = 10^8, 5.98 \times 10^{11}, 10^{13} \text{ dyn/cm}^2$ であり、 $h = 0.1 \text{ cm}$ 、 $\rho_p = 2.67 \text{ g/cm}^3$ とした。なおこの計算例では $A = 0$ としても PC-近似との差はわずかなので $A = 0$ とした。Eが小さい時は板の剛性が小さいので入射パルスと相似の波形に近くなる。Tが大きくなり、かつEが大きくなるに従って初期ピーク値は下り、継続部が単純な振動波形となって目立ってくる。なお、T: 100 μsec, E: 10^{13} dyn/cm^2 の場合において初期ピークが $\tau = 100 \mu\text{sec}$ になる前にあらわれている。なお、各初期ピークの上方の○印はピストン-近似 ($A = 0$) の時のピーク値を示す。

5.3.6 内部損失の影響

これまでの PC-近似による過渡放射波形の導出では板の内部損失 (γ) は考慮に入れなかった。それは内部損失を周波数の関数として記述することが困難なためである。そこでここでは第2章で求めた音場の周波数軸上での放射特性について内部損失による影響を検討し、実験的に得られた内部損失を変化させての実測波形をも参照しながら内部損失の波形への影響を検討する。

第2章で行なった放射音場の解析において内部損失項は係数 a_n に入っている((2.15)式)。そこではヤング率として複素ヤング率を考えて、その虚数部として γ なる損失項を導入した。 γ は一種のリアクタンスとして作用し、放射インピーダンスと同様に主として共振周波数付近で効いてくることが予想される。 γ を変化させた時の放射音場に及ぼす影響を 1mm 厚ジュラルミン円板の挿入損について計算し、図5.20に示す (γ の値は周波数に関して一定値をとるものとする)。 $\gamma: 0.001, 0.05, 0.1$ で、中心軸上 $z: 1, 25 \text{ cm}$ についてのものである (z は遠距離点ではないが γ の効果を見るには差しつかえない)。 γ が大きくなるに従って山・谷をうめるように働く。即ち、共振モード成分を抑えるように作用する。以上のことから放射波形への影響としては、

- 1) γ が大きくなると屈曲振動を抑えるように働く、
- 2) ピストン成分には効果を及ぼさないので、ピストン成分の多い初期ピーク波形への影響は少ない、

ことが予想される。

以下に 1 mm 厚ジュラルミン円板にダンピング材を貼付して η を変化させて行なった実験結果を述べる。ダンピング材としては市販のバンソウコウ(ニチバン製。商標名：ヤールバン。厚さ： 0.3 mm ，面密度： 0.032 g/cm^2)であり、それを円板の片側全面に貼付し、バンソウコウの枚数を変えて η を変化させた(ダンピング材を貼付したとしても板全体としての厚さは波長に比べて十分薄く、従って等方・等質な板とみなしても差しがえない)。貼付しないものをB-0，バンソウコウをB-0に1枚，2枚と貼付したものそれぞれB-1，B-2であらわし、各板について短冊型の試料を用いて共振法(自由-自由系)で測定した η の値を図5.21に、各板の物理定数を表5.1に示す(實際の円板では周辺固定の不完全さのために η の値はこれより若干大きくなる)。得られた波形を $z: 1, 25\text{ cm}$ について図5.22に示す。貼付することによって屈曲振動が抑えられているのがよくわかる。しかしピストン成分が優勢な初期ピーク波形は殆んど影響を受けない(B-2においてピーク値が下るのは、貼付によって板全体の質量が増加するためである)。挿入損の実測結果を $z: 1, 25\text{ cm}$ について図5.23に示す。貼付による質量増加のため、B-0に比べてB-1, 2の挿入損の値は全体に若干上昇するが、共振領域での山・谷の鋭いピ

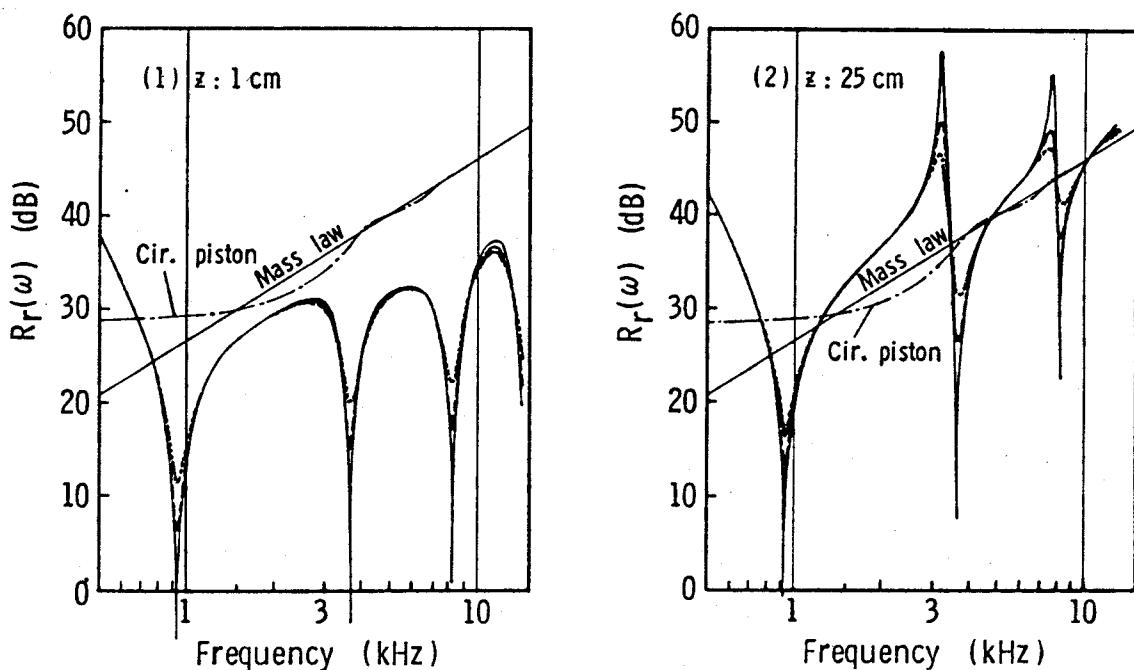
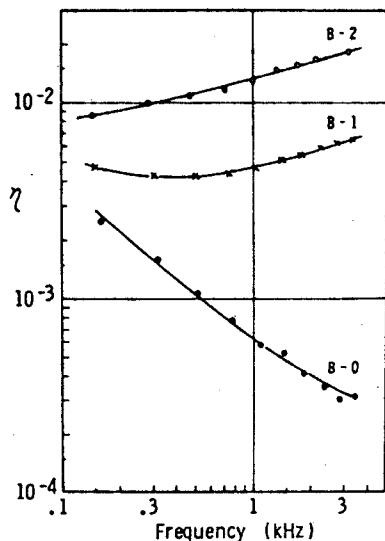


図5.20 内部損失(η)変化による挿入損の変化(1mm厚ジュラルミン円板中心軸上);

η : ——— 0.001, ----- 0.05, -·-·- 0.1.

ークがうめられているのがよくわかる(図中↑印の先端はB-0の共振周波数(f_r)での値を示す)。たゞ前述のように内部損失は空気抵抗と同様、一種のリアクタンスとして作用するので、遮音機構の解析に本質的な影響を与えるものではないと考えられる。



	h (mm)	ρ_{ph} (g/cm^3)	E (dyn/cm^2)
B-0	1.00	0.267	5.98×10^{11}
B-1	1.30	0.299	2.82×10^{11}
B-2	1.60	0.331	1.86×10^{11}

表5.1 タンピング材貼付ジェラルミン円板の諸定数。

← 図5.21 タンピング材貼付によるηの変化(短冊型試料の共振法による測定値)。

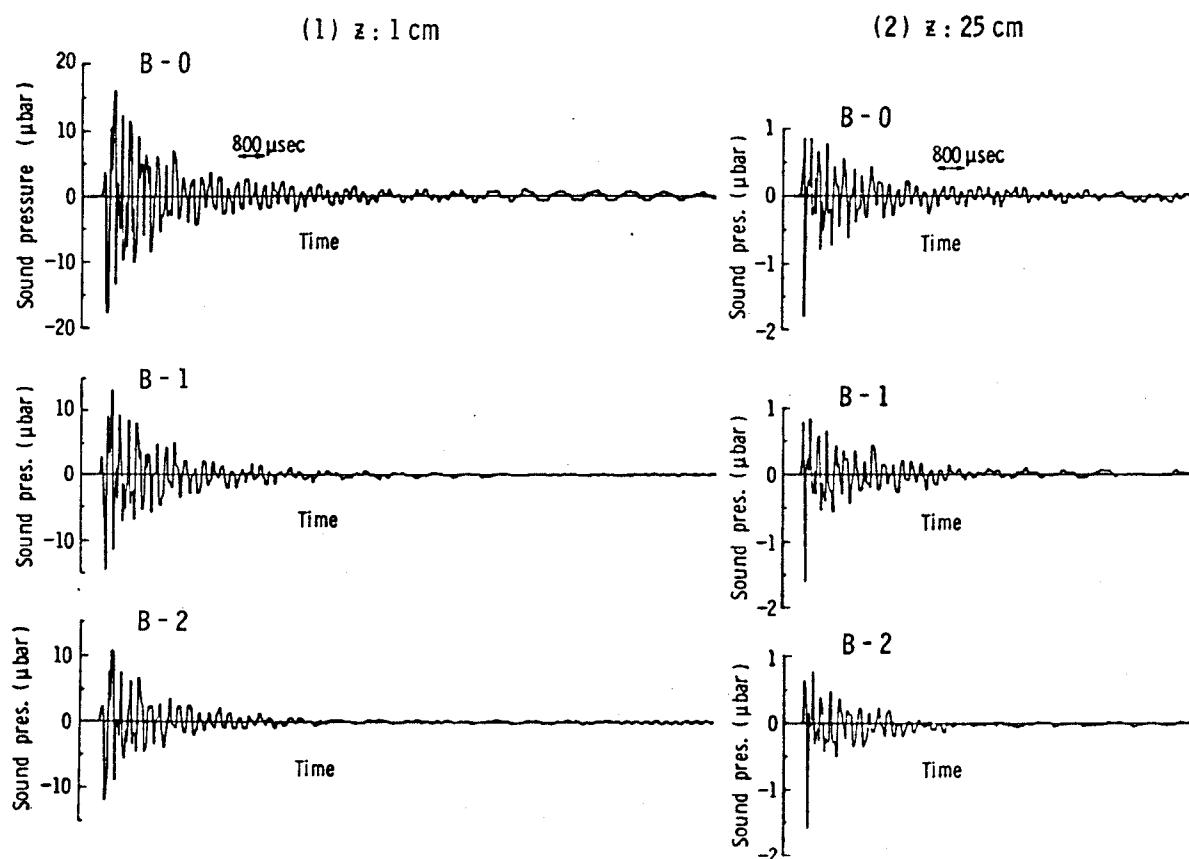


図5.22 タンピング材貼付による放射波形の変化(中心軸上)。

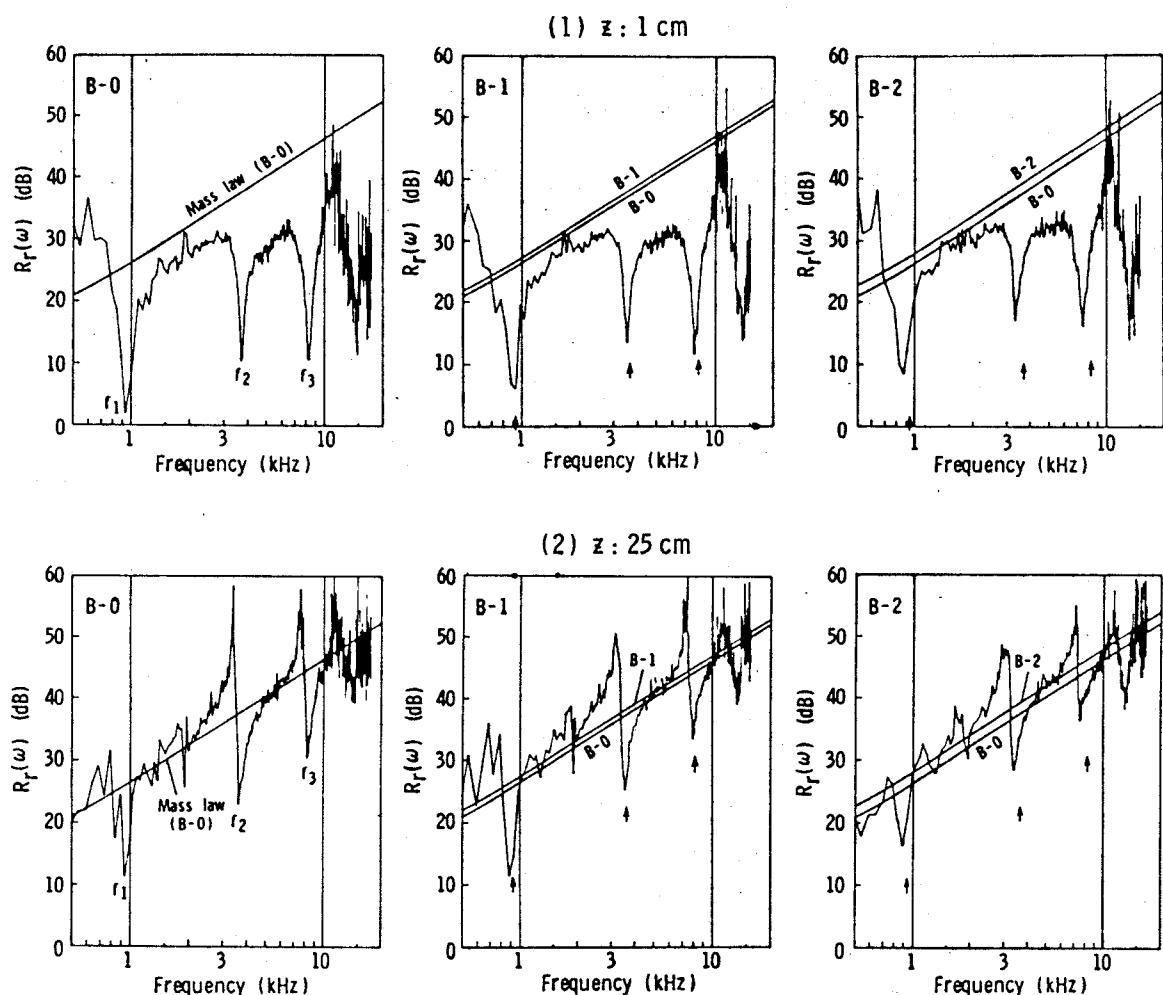


図5.23 ダンピング材貼付による挿入損 ($R_r(\omega)$) の変化。↑印の先端はB-0の共振周波数 f_n ($n: 1, 2, 3$) での $R_r(\omega)$ の値を示す。

5.4 遮音性能改善のための指標

前節までに得られた結果を基に本節ではパルス音波が入射した時の板の遮音性能を改善するための指標を述べる。改善の目標としては、

- ① 波形に着目すると、
 - 1) 波形全体の振巾を小さくすること、
 - 2) 初期ピークは多小大きくても、それに続く屈曲振動部の振巾を小さくすること、
 - 3) 放射波形の継続時間を短かくし、全体のエネルギーを小さくすること、
- などが考えられる。対策としては、

1)については、最も手軽には板厚を増し、板を重くすることである。板厚を増せば屈曲振動が長く残るのでヤング率を適当にとて制御する必要がある。なお、この1)の対策は連続性音波の場合についての従来からのいわゆる質量則に相当する。従ってこの1)については連続性音波に対する対策としても有効である。

2)については、ピストン振動を実現すればよい。そのためには板厚、ヤング率を小さくすればよいが初期ピークは大きくなる。密度をある程度大きくとればピーク値も抑えられる。

3)については、2)も当然ふくまれるが屈曲振動を早く抑える目的で内部損失を大きくすればよい。

②周波数成分に着目すると(この評価の仕方は放射者の音色に關係する),

1)特定の周波数成分が大きくならないようにすること,

2)共振周波数を高く(又は低く)すること,

などが考えられる。この2つは相反する要求であるが、

1)については、ピストン振動を実現すればよいので①の2)の方法があてはまる。

2)については、ヤング率、板厚を大きくして剛性を高めればよい。初期共振周波数を低くするにはその逆でよい。この場合には共振ピーク値は下るのでピストン振動の特性に近づく。

以上検討してきたように制御の目的によってその対策は多様であり、一方を立てれば一方が損なわれるということもある。また、板の強度、経済性などの問題もあるから総合的な立場からの対策が必要である。なお、板自身とは別に入射バルスの性質も波形に影響を与えるが、これに関しては5.3.5に述べたのこゝでは省略する。しかし、バルス音波に対する遮音対策を考える上では音源の特性は問題が別とはいえ、重要な要素であることは言うまでもない。

5.5 結 言

本章では円板からの過渡放射波形を空気抵抗に妥当な近似(BC-近似)を導入して解析的に求めた。それを用いてパルス音波に対する円板の遮音機構の解明を行なった。具体的な入射波として三角パルスを例にとり、板の物理定数を系統的に変化させた時に生ずる波形変化を詳細に検討することによって、板の遮音機構に合理的な裏付けのある明確なる解説を与えた。その結果、板の遮音性能向上のための指標を提示することが出来た。このような遮音機構の解明は従来行なわれたこじがなく、実際の騒音対策にも役立てうると考えられる。板の物理定数を変化させた時の遮音機構については5.3に詳述したのでここでは省略するが、得られた結果を極く一般的に要約すると、

- 1) 放射波形の初期ピーク波形は円板のピストン振動によってほぼ決まり、それに続く継続部分は主として板の屈曲振動によって決まる。この結果は第4章での放射波形のシミュレーションによって得られた結果を裏付けている。
- 2) 板の低次共振モードが高域側へ寄ると初期ピーク値は下り、継続部の振巾が大きくなる。逆に低域側へ寄ると初期ピーク値が大きくなる。
- 3) 板が軽く、剛性が乏しくなれば波形はほぼピストン近似であらわし得る。
- 4) 板が重くなれば波形全体の振巾が下るので対策としては有効である。これは連続性音波の場合と同様である。
- 5) 波形は板の特性のみならず、入射パルスの特性によっても大きく左右される。

問題点としてはBC-近似による誤差があげられる。特に板が薄く、軽く、かつヤング率が小さい場合は誤差は大きくなる。しかしながらこのような板についてても遮音機構の解説という目的は達せられたと看えられる。とは言え、より正確な解析解が得られるに越したことはない。また得られた解が板のモードの重ね合わせであるのをいかに解析解といえども波形の直感的な予想は余り容易ではない。しかし、モードの重ね合わせは避けようがないので解の予想の困難さも致し方ないかも知れない。

第6章 遠距離任意点における過渡放射波形

6.1 緒言

前章においては円板中心軸上遠距離点での円板からの過渡放射波形を導出することによって、そのような波形を生ぜしめる円板の遮音機構を明かにした。これはあくまでも中心軸上での波形を基にしての解説であるが、中心軸上での波形を基にせよ、それを離れた点でのものを基にせよ、板の遮音機構そのものは同一であるので遮音機構の解説に関しては前章の考察で本質的には終了している。そこで新たに中心軸上を離れれば放射波形はどうに表現できるか、という問題が生じてくる。

本章においては前章同様 PC-近似を用いてこれまでの遮音モデルについて遠距離任意点における円板からの過渡放射波形を導出する。言うまでもなく、中心軸を離れれば波形は変形（指向性波形歪）を起すが、これまで有限の弹性板による過渡放射音場についての解説は殆んど行なわれてはいない。計算方法は前章同様に音場の周波数関数のフーリエ逆変換であるが、具体的な計算の過程が前章のそれと若干異なるので、まずピストン円板について計算方法を示し、その後に弹性円板について行なう。ピストン円板については特に空気抵抗による波形への影響について考察を行なう。

6.2 ピストン円板による過渡放射波形

バッフル中のピストン円板による過渡放射音場については、その系の扱い易さから多くの研究がなされているが、それらに共通して言えることは、ピストン円板の振動速度が予め簡単な関数を与えられていることである。ところが本論文でこれまで考察してきた「遮音」という立場からすれば、音波が入射し、それが板を振動させ音を放射する過程の中では板の振動速度は板それ自身と、それをとりまく空気の反作用によって決定され、はじめから振動速度が与えられている系は適当ではない。そして第5章で詳論してきたように、板が軽い場合などは特にその反作用力を無視したことの影響は小さいとは言えない。そこで本節では空気の反作用力を考慮にいれてピストン円板から遠距離任意点での過渡放射波形を導出し、空気による波形歪について考察を行なう。

6.2.1 放射波形のインパルス応答

これまでの遮音モデルにおいて円板がピストン振動すると仮定すると、円板から遠距離の任意点での音圧の伝達関数($H_p(\omega, \theta)$)は次式で与えられる(第2章(2.44)式参照)。

$$H_p(\omega, \theta) = \frac{\rho \alpha^2}{\rho_p h z_0} \cdot \frac{\omega}{(\omega - j 2 \rho c Z_r(\omega) / \rho_p h)} \times \frac{2 J_1(k a \sin \theta)}{k a \sin \theta} e^{-j k z_0}. \quad (6.1)$$

ここでピストン円板の比放射インピーダンス $Z_r(\omega)$ は周波数の複雑な関数(第2章(A2.6)式参照)であるので、前章同様 ρc -近似で $Z_r(\omega) \approx 1$ と置く。また、

$$D = \frac{a \sin \theta}{c} \quad (>0, \text{ 単位は sec}) \quad (6.2)$$

と置くと(6.1)式は次のように書ける。

$$H_p(\omega, \theta) \approx \frac{2 \rho \alpha^2}{\rho_p h z_0} \cdot \frac{\omega}{\omega - j 2 A} \cdot \frac{J_1(\omega D)}{\omega D} e^{-j \frac{\omega}{c} z_0} \quad (6.3)$$

(但し、 A は前章同様、 $A = \rho c / \rho_p h$)。 D は図6.1に示すように点M(または点N)から発する音波と円板中心から発する音波との時間差である。放射波

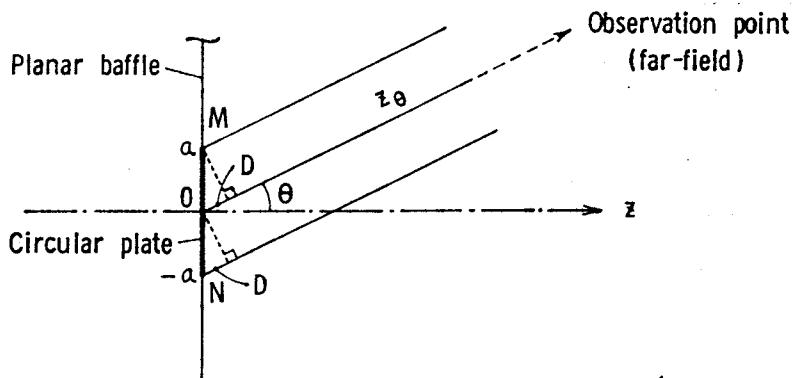


図6.1 時間差 D ($D = a \sin \theta / c$).

形のインパルス応答 ($h_p(t, \theta)$)。前章同様、デルタ関数的入射波によって生ずる放射波形の意味) は (6.3)式のフーリエ逆変換で求められる。

a) 空気抵抗を無視した場合

(6.3)式において $A = 0$ と置くと、放射波形のインパルス応答は次のように求められる。

$$h_p(t, \theta)_{A=0} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_p(\omega, \theta)_{A=0} e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \frac{\rho a^2}{\pi \rho_p h z_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_1(\omega D)}{\omega D} e^{j\omega(t - z_0/c)} d\omega. \quad (6.4)$$

ここで $(t - z_0/c)$ を改めて τ と置き、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_1(x)}{x} e^{jxt} dx = \begin{cases} 2\sqrt{1-t^2}, & t^2 \leq 1, \\ 0, & t^2 \geq 1 \end{cases} \quad (6.5)$$

⁸⁰⁾
なる関係を利用すれば (6.4)式は次のようになる。

$$h_p(t, \theta)_{A=0} = \begin{cases} \frac{2\rho a^2}{\pi \rho_p h z_0} \cdot \frac{\sqrt{D^2 - t^2}}{D^2}, & t^2 \leq D^2, \\ 0, & t^2 \geq D^2. \end{cases} \quad (6.6)$$

^{80), 81)}

(6.6)式はすでに得られている結果と一致し、 $t = 0$ を対称軸に持つ橢円の上半分をあらわす。 θ が大きく左に従って時間軸の負の方から波形があらわれ、振幅が下る。

b) 空気抵抗を考慮した場合⁸²⁾

この時は(6.3)式のフーリエ逆変換を求めればよいがa)と同様に($t - z_0/c$)を t と置換すると、

$$h_p(t, \theta) = \frac{2\rho a^2}{\rho_p h z_0 D} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_1(\omega D)}{\omega - j2A} e^{j\omega t} d\omega \right\} \quad (6.7)$$

となり $\{ \}$ 内の計算に帰着する。改めて書くと、

$$h'_p(t, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_1(\omega) \cdot H_2(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (6.8)$$

ここで

$$H_1(\omega) = J_1(\omega D), \quad (6.9)$$

$$H_2(\omega) = \frac{1}{\omega - j2A}. \quad (6.10)$$

今、 $H_1(\omega)$, $H_2(\omega)$ のフーリエ逆変換をそれぞれ $h_1(t)$, $h_2(t)$ とする。ところがフーリエ積分の公式によれば、“ $h_1(t)$ と $h_2(t)$ のたとみ込み積分のフーリエ変換は $H_1(\omega) \cdot H_2(\omega)$ に等しい”⁸³⁾である。この公式を応用すれば $h'_p(t, \theta)$ は次のように書くことが出来る。

$$h'_p(t, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau) \cdot h_2(t - \tau) d\tau. \quad (6.11)$$

$h_1(t)$, $h_2(t)$ は各々、次式で与えられる。

$$h_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_1(\omega D) e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \frac{jt}{\pi D \sqrt{D^2 - t^2}} \cdot \Theta(D^2 - t^2) \quad . \quad (6.12)$$

$$h_2(t) = j e^{-2At} \cdot \Theta(t) \quad . \quad (6.13)$$

ここで $\Theta(t)$ は次式で定義される (Θ -関数)。

$$\Theta(t) = \begin{cases} 1 & , \quad t > 0 , \\ 0 & , \quad t < 0 . \end{cases} \quad (6.14)$$

故に $h'_p(t, \theta)$ は

$$h'_p(t, \theta) = -\frac{1}{\pi D} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau e^{-2A(t-\tau)}}{\sqrt{D^2 - \tau^2}} \cdot \Theta(D^2 - \tau^2) \cdot \Theta(t - \tau) d\tau \quad (6.15)$$

であらわされる。 Θ -関数の定義により (6.15) 式は 3つの時間区分に分けられる。即ち、

1) $t \leq -D$ の時、

$$h'_p(t, \theta) = 0 \quad . \quad (6.16)$$

2) $D \geq t \geq -D$ の時、

$$\begin{aligned} h'_p(t, \theta) &= -\frac{1}{\pi D} \int_{-D}^t \frac{\tau}{\sqrt{D^2 - \tau^2}} e^{-2A(t-\tau)} d\tau \\ &= \frac{\sqrt{D^2 - t^2}}{\pi D} - \left\{ \frac{2A}{\pi D} \int_D^t \frac{1}{\sqrt{D^2 - \tau^2}} e^{-2A(t-\tau)} d\tau \right\} . \end{aligned} \quad (6.17)$$

3) $t \geq D$ の時,

$$h_p(t, \theta) = -\frac{e^{-2At}}{\pi D} \int_{-D}^D \frac{\tau}{\sqrt{D^2 - \tau^2}} e^{2A\tau} d\tau$$

$$= -I_1(2AD) e^{-2At} \quad (6.18)$$

(なお、1)～3)の時間区分での等号は④-関数の定義ではつかないが、各時間区分の境界での値が等しくなるためにつけた)。

得られた結果(6.16)～(6.18)式について考察する。1) $t \leq -D$ においては入射波が未だ到達していないのであるから当然0である。2) $D \leq t \leq -D$ においては(6.17)式の左辺第1項目は空気抵抗を無視した時の値に相当し(6.6)式参照), 第2項目は空気抵抗によるそれからのずれをあらわす。この第2項目(負符号をぬかす)は自明のように時間について正の単調増加関数である。即ち、時間が経つに従ってずれの値が大きくなる。従って、 $t = 0$ での $h_p(t, \theta)$ の傾きは負になる。このことは第1項目の橈円のピークの位置($t = 0$)が、空気抵抗の影響によって時間軸の負の方向へ移動することを意味する。無論、振巾は低下し、その低下量は A が大きい程大きい。即ち、波形歪が大きくなる。3) $t \geq D$ においては、負の値をとりつつ0へ収束してゆく。なお、 $D = 0$ 、即ち、円板中心軸上($\theta = 0^\circ$)では、

$$h_p(t, 0) = \frac{\rho a^2}{\rho_p h \infty} \left\{ \delta(t) - 2A e^{-2At} \right\} \quad (6.19)$$

となり第5章(5.12)式に一致する(但し、 $t \geq 0$ 。 $\in \theta \equiv \in$ と置いた)。

こゝでジュラルミン・ピストン円板について θ を変化させた時の数値計算例を示す。 h : 0.01, 0.1 cmについてのもので、他の物理定数はこれまでと同様である($\in \theta$: 100 cmとした)。 h : 0.1 cmの場合を図6.2に示す。PC-近似, FFT⁻¹による厳密解, $A = 0$ の場合についての値は良く一致し、このように比較的重い板では空気抵抗は殆んど考慮しなくてよい。

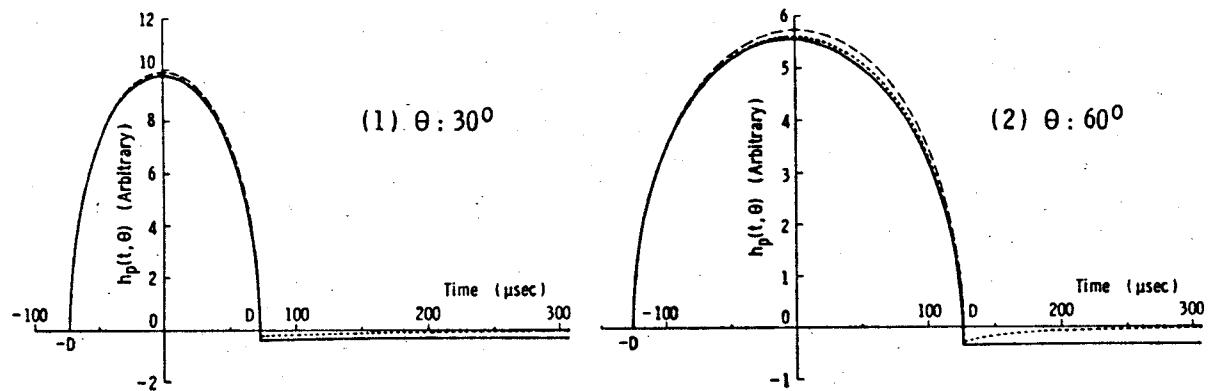


図 6.2 テルタ関数入力によるピストン円板からの放射波形(その1. 1mm厚ジュラルミン板。
 $Z_0: 100 \text{ cm}$); —— PC-近似, - - - 空気抵抗無視($A=0$),
 - · - · 厳密解(FFT $^{-1}$).

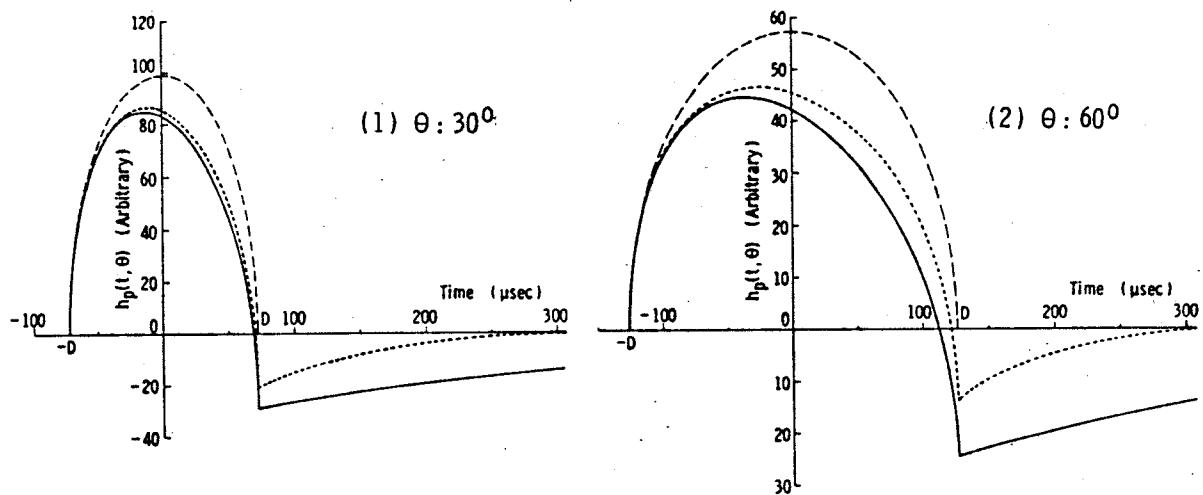


図 6.3 テルタ関数入力によるピストン円板からの放射波形(その2. 0.1mm厚ジュラルミン板。
 $Z_0: 100 \text{ cm}$. 各曲線は図 6.2 と同じ).

とを示している。これは第5章 5.2.4 の結論とも一致する。

一方, $\eta: 0.01 \text{ cm}$ については図 6.3 に見られるように空気抵抗による波形歪が大きくあらわれる。 $A=0$ の時に比べ PC-近似では振巾は下り, 波形のピークの位置は時間軸の負の方向へ移動しており前記の予測を裏付けている。しかし, PC-近似と FFT $^{-1}$ による厳密解との一致は, η が大きくなるに従って, 特に初期ピーク波形以後の部分で悪くなる。これは伝達関数を示した図 6.4を見ればその原因がわかる。PC-近似は低周波数域での放射インピーダンスをもと一様に PC とするのであるから厳密解との差は低周波数域で出る。 η が小さい時は波形は急峻で高周波成分を多く含むので低域での誤差の影響

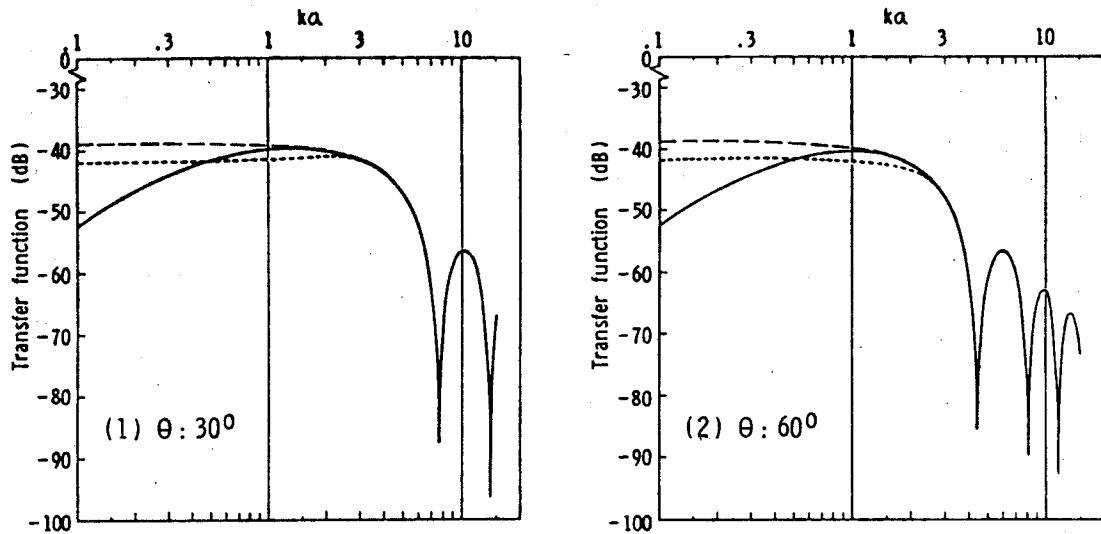


図6.4 ピストン円板による音圧の伝達関数(その1. 0.1 mm厚ジュラルミン板);
 ————— PC-近似, - - - 空気抵抗無視($A=0$),
 - · - · - 厳密解(FFT $^{-1}$).

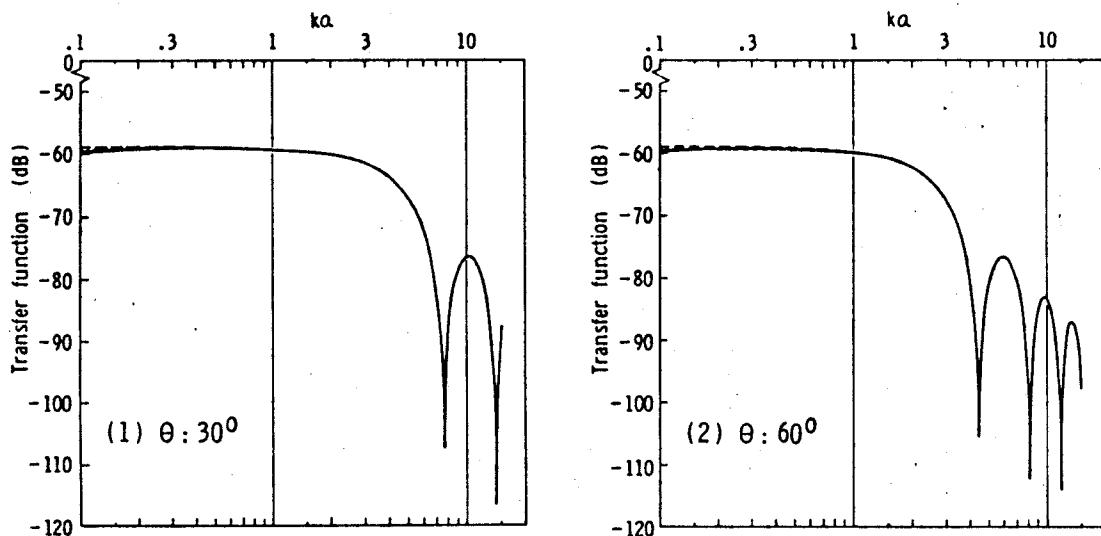


図6.5 ピストン円板による音圧の伝達関数(その2. 1 mm厚ジュラルミン板。
 各曲線は図6.4に同じ).

は差程はあらわれない。特に初期ピーク波形での一致は良い。ところが θ が大きくなるに従って高周波成分は低下し、低周波成分の寄与が相対的に増大するが、その低域で特性に差があるのであるから得られる波形も一致が悪くなる。特に低周波成分を多く含む初期ピーク波形以後でそれが顕著にあらわれる

。一方、 $h = 0.1 \text{ cm}$ の場合の伝達関数は図 6.5 に示すように殆んど差は無く、これは図 6.2 の波形の一一致と対応がつく。このように SC- 近似はその簡単な近似によって空気抵抗による波形歪の説明がうまくつく反面、波形の値そのものについては、特に板が軽い場合などに問題が残る。しかし虚音機構の解析に影響をおぼす程ではなく、また、波形の初期ピーク値の予測などには有効な近似法と言える。

6.2.2 三角パルス入射による過渡放射波形

放射波形のインパルス応答が求まつたので、たゞみ込み積分を用いて任意の入射波に対する放射波形が求められるのが普通であるが、インパルス応答の式に時間による積分の項をふくむのでたゞみ込み積分によつては解を求めることは出来ない。こゝでは入射パルスの一例として前章同様、三角パルスをとりあげ三角パルスのフーリエ成分と伝達関数の積をフーリエ逆変換して放射波形を求める。

三角パルスのフーリエ成分は第 5 章 (5.36) 式で与えられているので、ピストン円板による遠距離任意点での放射音圧のフーリエ成分は次式となる。

$$F_p(\omega, \theta) = -\frac{2\rho a^2 P}{\rho_p h z_0 D T} \cdot \frac{J_1(\omega D)}{\omega - j 2A} \cdot \frac{(e^{-j\omega T} - 1)^2}{\omega^2} e^{-j\frac{\omega}{c} z_0}. \quad (6.20)$$

故に、放射波形は次式で得られる。

$$\begin{aligned} P_p(t, \theta) &= -\frac{2\rho a^2 P}{\rho_p h z_0 D T} \\ &\times \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^{-j\omega T} - 1)^2 J_1(\omega D)}{(\omega - j 2A) \omega^2} e^{j\omega(t - z_0/c)} d\omega, \end{aligned} \quad (6.21)$$

即ち、

$$h_p(t, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^{-j\omega T} - 1)^2 J_1(\omega D)}{(\omega - j 2A) \omega^2} e^{j\omega t} d\omega \quad (6.22)$$

を求めることに帰着する(前と同様、 $(t - z_0/c)$ を t で置きかえた)。インバ尔斯応答を求めた時と同様の方法で計算を実行する。

$$h_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_1(\omega D) e^{j\omega t} d\omega \\ = \frac{j t}{\pi D \sqrt{D^2 - t^2}} \cdot \Theta(D^2 - t^2),$$

(これは (6.12) 式と同一である)。

$$h_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^{-j\omega T} - 1)^2}{(\omega - j2A)\omega^2} e^{j\omega t} d\omega$$

(ここで留数定理を利用する。)

$$= -\frac{j}{4A^2} \left\{ f_p(t) \cdot \Theta(t) - 2f_p(t-T) \cdot \Theta(t-T) + f_p(t-2T) \cdot \Theta(t-2T) \right\}, \quad (6.23)$$

但し、

$$f_p(t) = e^{-2At} + 2At - 1 \quad (6.24)$$

である。従って、 $h_p(t, \theta)$ は (6.11) 式と同様の方法で

$$h_p(t, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau) \cdot h_2(t-\tau) d\tau \\ = \frac{1}{4\pi D A^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau}{\sqrt{D^2 - \tau^2}} \cdot \Theta(D^2 - \tau^2) \cdot \left\{ f_p(t-\tau) \cdot \Theta(t-\tau) - 2f_p(t-\tau-T) \cdot \Theta(t-\tau-T) + f_p(t-\tau-2T) \cdot \Theta(t-\tau-2T) \right\} d\tau \quad (6.25)$$

となる。

以下に得られた結果を具体的に示すが、この三角パルスの場合は (6.25) 式中の $\Theta(D^2 - \tau^2)$ と $\Theta(t-\tau)$, $\Theta(t-\tau-T)$, $\Theta(t-\tau-2T)$ の関係によって時間区分が 10 通りに分かれまる。

1) $t \leq -D$ の時,

$$h_p(t, \theta) = 0. \quad (6.26a)$$

2) $-D \leq t \leq D$, かつ $t \leq -D + T$ の時,

$$\begin{aligned} h_p(t, \theta) &= \frac{1}{4\pi DA^2} \int_{-D}^t \frac{\tau}{\sqrt{D^2 - \tau^2}} f_p(t - \tau) d\tau \\ &= \frac{1}{4\pi DA} \left\{ -t \sqrt{D^2 - t^2} + 2e^{-2At} \int_{-D}^t \frac{1}{\sqrt{D^2 - \tau^2}} e^{2A\tau} d\tau \right. \\ &\quad \left. - D^2 \left(\sin \frac{-t}{D} + \frac{\pi}{2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (6.26b)$$

$$(\equiv h_{p2}(t, \theta) \text{ と置く}). \quad (6.26b')$$

3) $t \leq D$, かつ $-D + T \leq t \leq -D + 2T$ の時,

$$h_p(t, \theta) = h_{p2}(t, \theta) - 2h_{p2}(t - T, \theta). \quad (6.26c)$$

4) $t \leq D$, かつ $-D + 2T \leq t$ の時,

$$h_p(t, \theta) = h_{p2}(t, \theta) - 2h_{p2}(t - T, \theta) + h_{p2}(t - 2T, \theta). \quad (6.26d)$$

5) $D \leq t$, かつ $t \leq -D + T$ の時,

$$\begin{aligned} h_p(t, \theta) &= \frac{1}{4\pi DA^2} \int_{-D}^D \frac{\tau}{\sqrt{D^2 - \tau^2}} f_p(t - \tau) d\tau \\ &= \frac{1}{4A} \left\{ \frac{I_1(2AD)}{A} e^{-2At} - D \right\}. \end{aligned} \quad (6.26e)$$

$$(\equiv h_{p5}(t, \theta) \text{ と置く}). \quad (6.26e')$$

6) $D \leq t \leq D + T$, かつ $-D + T \leq t \leq -D + 2T$ の時,

$$h_p(t, \theta) = h_{p5}(t, \theta) + \frac{1}{4\pi DA^2} \int_{-D}^{t-T} \frac{\tau}{\sqrt{D^2 - \tau^2}} \left\{ -2f_p(t-\tau-T) \right\} d\tau$$

$$= h_{p5}(t, \theta) - 2h_{p2}(t-T, \theta). \quad (6.26f)$$

7) $D \leq t \leq D+T$, もつ $-D+2T \leq t$ の時,

$$h_p(t, \theta) = h_{p5}(t, \theta) - 2h_{p2}(t-T, \theta) + h_{p2}(t-2T, \theta). \quad (6.26g)$$

8) $D+T \leq t$, もつ $t \leq -D+2T$ の時,

$$h_p(t, \theta) = h_{p5}(t, \theta) - 2h_{p5}(t-T, \theta)$$

$$= \frac{1}{4A} \left\{ \frac{I_1(2AD)}{A} (e^{-2At} - 2e^{-2A(t-T)}) + D \right\}. \quad (6.26h)$$

9) $-D+2T \leq t \leq D+2T$, もつ $D+T \leq t$ の時,

$$h_p(t, \theta) = h_{p5}(t, \theta) - 2h_{p5}(t-T, \theta) + h_{p2}(t-2T, \theta). \quad (6.26i)$$

10) $D+2T \leq t$ の時,

$$h_p(t, \theta) = h_{p5}(t, \theta) - 2h_{p5}(t-T, \theta) + h_{p5}(t-2T, \theta)$$

$$= \frac{I_1(2AD) \{ e^{-2At} - 2e^{-2A(t-T)} + e^{-2A(t-2T)} \}}{4A^2}. \quad (6.26j)$$

以上のように一般に数値積分をふくむ式が得られる。なお、 $D=0$ 、即ち、中
心軸上では(6.26)式中の 1) から $t \leq 0$, 5) から $0 \leq t \leq T$, 8) から
 $T \leq t \leq 2T$, 10) から $2T \leq t$ についての式が得られ、それらは第5章
(5.17)～(5.19)式から得られる結果に一致する。

ここで、 $A=0$ 、即ち、空気抵抗を無視した場合の結果($h_p(t, \theta)_{A=0}$)
を示す。この時の $h_2(t)$ は、

$$h_2(t) = -\frac{t}{2} \left\{ t^2 \cdot \Theta(t) - 2(t-T)^2 \cdot \Theta(t-T) + (t-2T)^2 \cdot \Theta(t-2T) \right\} \quad (6.27)$$

となる。結果は、

1) $t \leq -D$ の時、

$$h_P(t, \theta)_{A=0} = 0. \quad (6.28a)$$

2) $-D \leq t \leq D$, かつ $t \leq -D+T$ の時、

$$h_P(t, \theta)_{A=0} = \frac{1}{2\pi D} \left\{ -\sqrt{D^2 - t^2} \left(\frac{t^2 + 2D^2}{3} \right) - t D^2 \left(\sin^{-1} \frac{t}{D} + \frac{\pi}{2} \right) \right\}. \quad (6.28b)$$

$$(\equiv h_{P2}(t, \theta)_{A=0} \text{ と置く}). \quad (6.28b')$$

3) $t \leq D$, かつ $-D+T \leq t \leq -D+2T$ の時、

$$h_P(t, \theta)_{A=0} = h_{P2}(t, \theta)_{A=0} - 2h_{P2}(t-T, \theta)_{A=0}. \quad (6.28c)$$

4) $t \leq D$, かつ $-D+2T \leq t$ の時、

$$h_P(t, \theta)_{A=0} = h_{P2}(t, \theta)_{A=0} - 2h_{P2}(t-T, \theta)_{A=0} + h_{P2}(t-2T, \theta)_{A=0}. \quad (6.28d)$$

5) $D \leq t$, かつ $t \leq -D+T$ の時、

$$h_P(t, \theta)_{A=0} = -\frac{Dt}{2}. \quad (6.28e)$$

6) $D \leq t \leq D+T$, かつ $-D+T \leq t \leq -D+2T$ の時、

$$h_P(t, \theta)_{A=0} = -\frac{Dt}{2} - 2h_{P2}(t-T, \theta)_{A=0}. \quad (6.28f)$$

7) $D \leq t \leq D+T$, かつ $-D+2T \leq t$ の時、

$$h_p(t, \theta)_{A=0} = -\frac{Dt}{2} - 2h_{p2}(t-T, \theta)_{A=0} + h_{p2}(t-2T, \theta)_{A=0} \quad (6.28g)$$

8) $D+T \leq t$, かつ $t \leq -D+2T$ の時,

$$h_p(t, \theta)_{A=0} = \frac{D}{2}(t-2T) \quad (6.28h)$$

9) $-D+2T \leq t \leq D+2T$, かつ $D+T \leq t$ の時,

$$h_p(t, \theta)_{A=0} = \frac{D}{2}(t-2T) + h_{p2}(t-2T, \theta)_{A=0} \quad (6.28i)$$

10) $D+2T \leq t$ の時,

$$h_p(t, \theta)_{A=0} = 0 \quad (6.28j)$$

以上のように解析解が求まる。なお、この $A=0$ の時の計算は、入射パルスとインパルス応答のたとみ込み積分で求めることも無論可能である。また、 $D=0$ の場合は、(6.28)式の 1), 5), 8), 10) からそれぞれ第5章(5.17'), (5.19')式に一致した結果が得られる。

ここで、三角パルス入射の数値計算例として、 $h: 0.1, 0.01 \text{ cm}$ のジュラルミン・ピストン円板の $\theta: 30^\circ$ の場合を図6.6に示す。入射条件は $P: 1 \text{ mbar}$, $T: 50 \mu\text{sec}$ である。 $h: 0.1 \text{ cm}$ の場合は SC-近似と $A=0$ の場合の差は殆んどみられない(厳密解は両者の中間の値をとる。図示は省略する)。一方、 $h: 0.01 \text{ cm}$ の場合はインパルス応答の所で述べたような差を示す。初

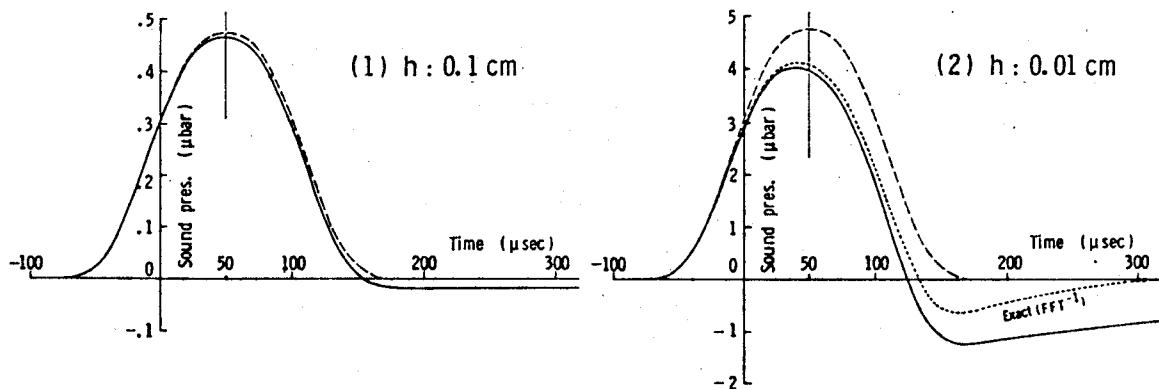


図6.6 三角パルス入射によるジュラルミン・ピストン円板からの放射波形 ($Z_0: 100 \text{ cm}$, $\theta: 30^\circ$, $P: 1 \text{ mbar}$, $T: 50 \mu\text{sec}$); ————— SC-近似, - - - 空気抵抗無視 ($A=0$)。

期ピーク波形については、PC-近似と厳密解は比較的良好一致を示す。

6.3 弹性円板による過渡放射波形⁸⁶⁾

6.3.1 三角パルス入射による過渡放射波形——その1——PC-近似
 こゝでは、これまでの遮音モデルの弾性円板に三角パルスが入射した時の遠距離任意点での放射波形をPC-近似で求める。計算方法は音場のインパルス応答に時間についての積分をふくむので（インパルス応答の計算をこゝで示すことには省略する），たゞみ込み積分による方法では解き得ず，従って6.2.2と同様，三角パルスのフーリエ成分と弾性円板による音場の伝達関数との積のフーリエ逆変換によって求める。

三角パルス((5.36)式)が入射した時の放射音圧のフーリエ成分は，PC-近似のもとで第2章(2.43)式を用いて次のように書ける。

$$F(\omega, \theta) = -\frac{\rho a^2}{\rho_p h z_\theta D^3} \cdot \frac{2\sqrt{2}P}{T} \left[\sum_{n=1}^{\infty} S_n (\pi \beta_{on})^2 \times \frac{(e^{-j\omega T} - 1)^2 \{ \omega J_1(\omega D) + G_n J_0(\omega D) \}}{(\omega^2 - j2A\omega - \omega_n^2)(\omega^4 - E_n^4)} \right] e^{-j\frac{\omega}{c}z_\theta}, \quad (6.29)$$

但し，

$$E_n = \frac{\pi \beta_{on}}{D} \quad (>0), \quad (6.30)$$

$$G_n = -\frac{\pi \beta_{on}}{D} \cdot \frac{J_1(\pi \beta_{on})}{J_0(\pi \beta_{on})}. \quad (6.31)$$

故に放射波形($p(t, \theta)$)は $F(\omega, \theta)$ のフーリエ逆変換((6.32)式)で求められ，(6.33)式であらわされる $h_n(t, \theta)$ を求めるに帰着する(前と同様($t - z_\theta/c$)を t で置きかえる)。即ち，

$$p(t, \theta) = -\frac{\rho a^2}{\rho_p h z_\theta D^3} \cdot \frac{2\sqrt{2}P}{T} \sum_{n=1}^{\infty} S_n (\pi \beta_{on})^2 \cdot h_n(t, \theta). \quad (6.32)$$

$$h_n(t, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^{-j\omega\tau} - 1)^2 \{ \omega J_1(\omega D) + G_n J_0(\omega D) \}}{(\omega^2 - j2A\omega - \omega_n^2)(\omega^4 - E_n^4)} e^{j\omega t} d\omega. \quad (6.33)$$

(6.33)式の計算で、 ω_n と A の関係で次の3通り ((I) ~ (III)) がある。

(I) $\omega_n > A$ の時

$$\omega^2 - j2A\omega - \omega_n^2 = (\omega - \omega_\alpha)(\omega - \omega_\beta), \quad (6.34)$$

但し、

$$\begin{cases} \omega_\alpha = \sqrt{\omega_n^2 - A^2} + jA, \\ \omega_\beta = -\sqrt{\omega_n^2 - A^2} + jA. \end{cases} \quad (6.35)$$

故に、

$$h_n(t, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^{-j\omega\tau} - 1)^2 \omega}{(\omega - \omega_\alpha)(\omega - \omega_\beta)(\omega^4 - E_n^4)} \cdot J_1(\omega D) e^{j\omega t} d\omega$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_n (e^{-j\omega\tau} - 1)^2}{(\omega - \omega_\alpha)(\omega - \omega_\beta)(\omega^4 - E_n^4)} \cdot J_0(\omega D) e^{j\omega t} d\omega. \quad (6.36)$$

$$(= h_{n1}(t, \theta) + h_{n2}(t, \theta) \text{ と置く}). \quad (6.37)$$

(6.36)式は (6.11)式と同様な方法で求めることが出来る。

$h_{n1}(t, \theta)$ の計算 ((6.36)式第1項目)

$$\begin{aligned} h_{n11}(t, \theta) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_1(\omega D) e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{j t}{\pi D \sqrt{D^2 - t^2}} \cdot \Theta(D^2 - t^2), \end{aligned} \quad (6.38)$$

(これは (6.12)式と同一である)

$$(\equiv f_{n11}(t, \theta) \cdot \Theta(D^2 - t^2) \text{ と置く}) . \quad (6.39)$$

$$h_{n12}(t, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^{-j\omega T} - 1)^2 \omega e^{j\omega t}}{(\omega - \omega_2)(\omega - \omega_\beta)(\omega^4 - E_n^4)} d\omega . \quad (6.40)$$

(6.40)式は留数計算で求まるが、その時の積分路を図6.7に示す(極は $\omega = \omega_2, \omega_\beta, \pm E_n, \pm jE_n$ の6個)。今、上半面を \oplus 、下半面を \ominus とあらわすと、

上半面

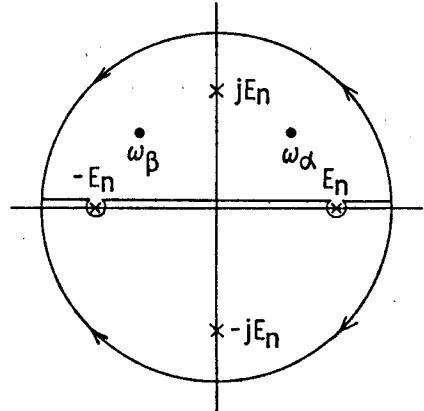


図6.7 (6.40)式の留数計算の積分路

$$\begin{aligned} h_{n12\oplus}(t, \theta) &= j \left\{ f_{n12\oplus}(t) \cdot \Theta(t) \right. \\ &\quad - 2f_{n12\oplus}(t-T) \cdot \Theta(t-T) \\ &\quad \left. + f_{n12\oplus}(t-2T) \cdot \Theta(t-2T) \right\} , \end{aligned} \quad (6.41a)$$

但し、

$$\begin{aligned} f_{n12\oplus}(t) &= \frac{\omega_n e^{-At}}{\sqrt{\omega_n^2 - A^2}} \cdot \frac{\omega_n^4 \cos(\sqrt{\omega_n^2 - A^2} t - 3\varphi) - E_n^4 \cos(\sqrt{\omega_n^2 - A^2} t + \varphi)}{\omega_n^8 - 2(E_n \omega_n)^4 \cos 4\varphi + E_n^8} \\ &\quad + \frac{1}{2E_n^2} \cdot \frac{(E_n^2 - \omega_n^2) \cos E_n t - 2AE_n \sin E_n t}{\omega_n^4 - 2(E_n \omega_n)^2 \cos 2\varphi + E_n^4} \\ &\quad + \frac{1}{4E_n^2} \cdot \frac{e^{-E_n t}}{\omega_n^2 - 2AE_n + E_n^2} , \end{aligned} \quad (6.41b)$$

但し、

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{A}{\sqrt{\omega_n^2 - A^2}} \right) . \quad (6.42)$$

下半面

$$\begin{aligned} h_{n12\ominus}(t, \theta) &= -j \left\{ f_{n12\ominus}(t) \cdot \Theta(-t) - 2f_{n12\ominus}(t-T) \cdot \Theta(-t+T) \right. \\ &\quad \left. + f_{n12\ominus}(t-2T) \cdot \Theta(-t+2T) \right\} , \end{aligned} \quad (6.43a)$$

但し、

$$f_{n+2\Theta}(t) = \frac{1}{4E_n^2} \cdot \frac{e^{E_n t}}{\omega_n^2 + 2AE_n + E_n^2} . \quad (6.43b)$$

故に、

$$h_{n12}(t, \theta) = h_{n12\oplus}(t, \theta) + h_{n12\Theta}(t, \theta) . \quad (6.44)$$

故に、

$$h_{n1}(t, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{n11}(\tau, \theta) \cdot h_{n12}(t - \tau, \theta) d\tau \quad (6.45)$$

で求められる。

$h_{n2}(t, \theta)$ の計算 ((6.36)式第2項目)

$h_{n1}(t, \theta)$ と同様に、

$$\begin{aligned} h_{n21}(t, \theta) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_0(\omega D) e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{\pi \sqrt{D^2 - t^2}} \cdot \Theta(D^2 - t^2) \quad , \end{aligned} \quad (6.46)$$

$$(\equiv f_{n21}(t, \theta) \cdot \Theta(D^2 - t^2) \text{ と置く}) . \quad (6.47)$$

$$h_{n22}(t, \theta) = \frac{G_n}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^{-j\omega T} - 1)^2 e^{j\omega t}}{(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)(\omega - \omega_3)(\omega^4 - E_n^4)} d\omega . \quad (6.48)$$

図 6.7 と同様の積分路をとり、上半面を \oplus 、下半面を \ominus であらわすと、

上半面

$$\begin{aligned} h_{n22\oplus}(t, \theta) &= -G_n \left\{ f_{n22\oplus}(t) \cdot \Theta(t) - 2f_{n22\oplus}(t-T) \cdot \Theta(t-T) \right. \\ &\quad \left. + f_{n22\oplus}(t-2T) \cdot \Theta(t-2T) \right\} , \end{aligned} \quad (6.49a)$$

但し、

$$\begin{aligned}
 f_{n22\oplus}(t) &= \frac{e^{-At}}{\sqrt{\omega_n^2 - A^2}} \cdot \frac{\omega_n^4 \sin(\sqrt{\omega_n^2 - A^2} t - 4\varphi) - E_n^4 \sin \sqrt{\omega_n^2 - A^2} t}{\omega_n^8 - 2(E_n \omega_n)^4 \cos 4\varphi + E_n^8} \\
 &+ \frac{1}{2E_n^3} \cdot \frac{(E_n^2 - \omega_n^2) \sin E_n t + 2A E_n \cos E_n t}{\omega_n^4 - 2(E_n \omega_n)^2 \cos 2\varphi + E_n^4} \\
 &- \frac{1}{4E_n^3} \cdot \frac{e^{-E_n t}}{\omega_n^2 - 2A E_n + E_n^2}. \tag{6.49b}
 \end{aligned}$$

下半面

$$h_{n22\Theta}(t, \theta) = G_n \left\{ f_{n22\Theta}(t) \cdot \Theta(-t) - 2f_{n22\Theta}(t-T) \cdot \Theta(-t+T) + f_{n22\Theta}(t-2T) \cdot \Theta(-t+2T) \right\}, \tag{6.50a}$$

但し、

$$f_{n22\Theta}(t) = \frac{1}{4E_n^3} \cdot \frac{e^{E_n t}}{\omega_n^2 + 2AE_n + E_n^2}. \tag{6.50b}$$

故に、

$$h_{n22}(t, \theta) = h_{n22\oplus}(t, \theta) + h_{n22\Theta}(t, \theta). \tag{6.51}$$

故に、

$$h_{n2}(t, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{n21}(\tau, \theta) \cdot h_{n22}(t-\tau, \theta) d\tau \tag{6.52}$$

で求められる。

従って $h_n(t, \theta)$ は、

$$\begin{aligned}
 h_n(t, \theta) &= h_{n1}(t, \theta) + h_{n2}(t, \theta) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} h_{n11}(\tau, \theta) \cdot \{ h_{n12\oplus}(t-\tau, \theta) + h_{n12\Theta}(t-\tau, \theta) \} d\tau \\
 &+ \int_{-\infty}^{\infty} h_{n21}(\tau, \theta) \cdot \{ h_{n22\oplus}(t-\tau, \theta) + h_{n22\Theta}(t-\tau, \theta) \} d\tau \tag{6.53}
 \end{aligned}$$

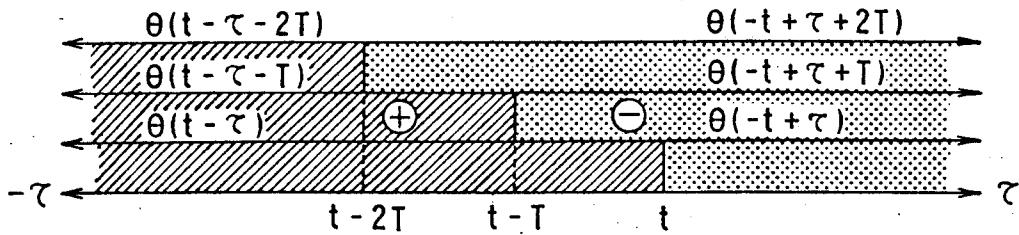


図 6.8 上半面 \oplus 、下半面 \ominus の値がとる時間区分。

で求められる。上半面、下半面の値が実際の計算に果す役割は図 6.8 で示すように、上半面 (\oplus) は $\theta(t-\tau)$, $\theta(t-\tau-T)$, $\theta(t-\tau-2T)$ によって斜線部(//)を、下半面 (\ominus) は $\theta(-t+\tau)$, $\theta(-t+\tau+T)$, $\theta(-t+\tau+2T)$ によって点部(●)の時間帯で値を持ち、それにさらに $\theta(D^2-\tau^2)$ が加わる。時間区分そのものについては 6.2.2 のピストン円板への三角パルス入射の時と全く同一の 10通りに分かれる。以下に得られた結果を示す。

1) $t \leq -D$ の時,

$$h_n(t, \theta) = 0. \quad (6.54a)$$

(これはまだパルスが入射していないので当然の結果である)。

2) $-D \leq t \leq D$, かつ $t \leq -D+T$ の時,

$$\begin{aligned} h_n(t, \theta) = & \int_{-D}^t \left\{ f_{n11}(\tau, \theta) \cdot j f_{n12\oplus}(t-\tau) \right. \\ & \left. + f_{n21}(\tau, \theta) \cdot (-G_n) f_{n22\oplus}(t-\tau) \right\} d\tau \\ & + \int_t^D \left\{ f_{n11}(\tau, \theta) \cdot (-j) f_{n12\ominus}(t-\tau) \right. \\ & \left. + f_{n21}(\tau, \theta) \cdot G_n f_{n22\ominus}(t-\tau) \right\} d\tau. \quad (6.54b) \end{aligned}$$

$$(\equiv h_{n2}(t, \theta) \text{ と置く}) \quad (6.54b')$$

3) $t \leq D$, かつ $-D + T \leq t \leq -D + 2T$ の時,

$$h_n(t, \theta) = h_{n2}(t, \theta) - 2h_{n2}(t-T, \theta). \quad (6.54c)$$

4) $t \leq D$, かつ $-D + 2T \leq t$ の時,

$$h_n(t, \theta) = h_{n2}(t, \theta) - 2h_{n2}(t-T, \theta) + h_{n2}(t-2T, \theta). \quad (6.54d)$$

5) $D \leq t$, かつ $t \leq -D + T$ の時,

$$h_n(t, \theta) = \int_{-D}^D \left\{ f_{n11}(\tau, \theta) \cdot j f_{n12\oplus}(t-\tau) + f_{n21}(\tau, \theta) \cdot (-G_n) f_{n22\oplus}(t-\tau) \right\} d\tau. \quad (6.54e)$$

$$(\equiv h_{n5}(t, \theta) \text{ と置く}). \quad (6.54e')$$

6) $D \leq t \leq D + T$, かつ $-D + T \leq t \leq -D + 2T$ の時,

$$h_n(t, \theta) = h_{n5}(t, \theta) - 2h_{n2}(t-T, \theta). \quad (6.54f)$$

7) $D \leq t \leq D + T$, かつ $-D + 2T \leq t$ の時,

$$h_n(t, \theta) = h_{n5}(t, \theta) - 2h_{n2}(t-T, \theta) + h_{n2}(t-2T, \theta). \quad (6.54g)$$

8) $D + T \leq t$, かつ $t \leq -D + 2T$ の時,

$$h_n(t, \theta) = h_{n5}(t, \theta) - 2h_{n5}(t-T, \theta). \quad (6.54h)$$

9) $-D + 2T \leq t \leq D + 2T$, かつ $D + T \leq t$ の時,

$$h_n(t, \theta) = h_{n5}(t, \theta) - 2h_{n5}(t-T, \theta) + h_{n2}(t-2T, \theta). \quad (6.54i)$$

10) $D + 2T \leq t$ の時,

$$h_n(t, \theta) = h_{n5}(t, \theta) - 2h_{n5}(t-T, \theta) + h_{n5}(t-2T, \theta). \quad (6.54j)$$

と求められる。なお、 $D = 0$ ($\theta = 0^\circ$) では (6.54) 式の 1) から $t \leq 0$, 5) から $0 \leq t \leq T$, 8) から $T \leq t \leq 2T$, 10) から $2T \leq t$ についての式が得

られ、それらは第5章(5.14), (5.15), (5.16a)式から得られる結果に一致する。

(II) $\omega_n < A$ の時

この時は、

$$\begin{aligned} \omega^2 - j2A\omega - \omega_n^2 \\ = (\omega - \omega_\alpha')(\omega - \omega_\beta') , \end{aligned} \quad (6.55)$$

但し、

$$\begin{cases} \omega_\alpha' = j(A + \sqrt{A^2 - \omega_n^2}), \\ \omega_\beta' = j(A - \sqrt{A^2 - \omega_n^2}) . \end{cases} \quad (6.56)$$

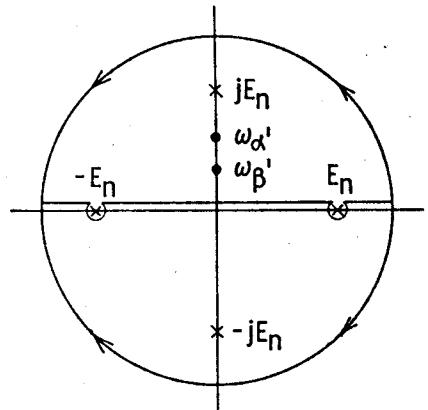


図 6.9 $\omega_n < A$ の場合の留数計算の積分路。

計算方法は(I)の $\omega_n > A$ についての場合と全く同様であり、(6.40)式に匹敵する留数計算の積分路は図6.9に示すようにとる。得られた結果を次に示す。即ち、

(I) の $f_{n12\oplus}(t)$ ((6.41b)式) の代りに

$$\begin{aligned} f_{n12\oplus}(t) = & \frac{1}{2\sqrt{A^2 - \omega_n^2}} \left\{ \frac{(A + \sqrt{A^2 - \omega_n^2}) e^{-(A + \sqrt{A^2 - \omega_n^2})t}}{(A + \sqrt{A^2 - \omega_n^2})^4 - E_n^4} \right. \\ & \left. - \frac{(A - \sqrt{A^2 - \omega_n^2}) e^{-(A - \sqrt{A^2 - \omega_n^2})t}}{(A - \sqrt{A^2 - \omega_n^2})^4 - E_n^4} \right\} \\ & + \frac{1}{2E_n^2} \cdot \frac{(E_n^2 - \omega_n^2) \cos E_n t - 2AE_n \sin E_n t}{\omega_n^4 + 2(2A^2 - \omega_n^2)E_n^2 + E_n^4} \\ & + \frac{1}{4E_n^2} \cdot \frac{e^{-E_n t}}{\omega_n^2 - 2AE_n + E_n^2} \end{aligned} \quad (6.57)$$

と置きかえ、

$f_{n22\oplus}(t)$ ((6.49b)式) の代りに

$$f_{n22\oplus}(t) = - \frac{1}{2\sqrt{A^2 - \omega_n^2}} \left\{ \frac{e^{-(A + \sqrt{A^2 - \omega_n^2})t}}{(A + \sqrt{A^2 - \omega_n^2})^4 - E_n^4} - \frac{e^{-(A - \sqrt{A^2 - \omega_n^2})t}}{(A - \sqrt{A^2 - \omega_n^2})^4 - E_n^4} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2E_n^3} \cdot \frac{(E_n^2 - \omega_n^2) \sin E_n t + 2AE_n \cos E_n t}{\omega_n^4 + 2(2A^2 - \omega_n^2)E_n^2 + E_n^4} \\
 & - \frac{1}{4E_n^3} \cdot \frac{e^{-E_n t}}{\omega_n^2 - 2AE_n + E_n^2} \tag{6.58}
 \end{aligned}$$

と置きかえれば、各時間区分について(I)と全く同一の表現方法で解が得られる。具体的な表現はこゝでは省略する。なお、(I)での $f_{n12\oplus}(t)$, $f_{n22\oplus}(t)$ は(II)においても同一の値である。

(III) $\omega_n = A$ の時

(I), (II)と同様な方法で求められる。しかし、 $\omega_n = A$ は現実にはまず起り得ない場合があるのでこゝでは計算結果を示すことは省略する。

以上で PC-近似による三角パルス垂直入射の場合の遠距離任意点での周辺固定円板による過渡放射波形の解を導出したが、数値積分をふくむので結果の予測は容易ではない。数値計算例は $A = 0$ の場合と共に後に示す。

6.3.2 三角パルス入射による過渡放射波形——その2—空気抵抗無視の場合

こゝでは弾性円板に三角パルスが入射した時の遠距離任意点での放射波形を空気の反作用力を無視した場合について求める。板が重い場合にはこの計算で十分に正確な波形が得られる。計算方法は 6.3.1 の PC-近似において $A = 0$ と置いたものであるのでこゝでは計算の詳細は省略する。得られた結果は次のようになる。即ち、

PC-近似の $f_{n12\oplus}(t)$ ((6.41b)式)の代りに、

$$f_{n12\oplus}(t) = \frac{1}{4E_n^2(\omega_n^4 - E_n^4)} \left\{ 4E_n^2 \cos \omega_n t - 2(\omega_n^2 + E_n^2) \cos E_n t + (\omega_n^2 - E_n^2) e^{-E_n t} \right\}, \tag{6.59}$$

$f_{n12\ominus}(t)$ ((6.43b)式)の代りに、

$$f_{n12\Theta}(t) = \frac{e^{E_n t}}{4E_n^2(\omega_n^2 + E_n^2)}, \quad (6.60)$$

$f_{n22\Theta}(t)$ ((6.49b)式) の代りに、

$$f_{n22\Theta}(t) = \frac{1}{4\omega_n E_n^3(\omega_n^4 - E_n^4)} \left\{ 4E_n^3 \sin \omega_n t - 2\omega_n (\omega_n^2 + E_n^2) \sin E_n t - \omega_n (\omega_n^2 - E_n^2) e^{-E_n t} \right\}, \quad (6.61)$$

$f_{n22\Theta}(t)$ ((6.50b)式) の代りに、

$$f_{n22\Theta}(t) = \frac{e^{E_n t}}{4E_n^3(\omega_n^2 + E_n^2)} \quad (6.62)$$

と置きかえれば、各時間区分について PC-近似の場合と全く同じ表現方法で解が得られる。具体的な表現はこゝでは省略する。この $A = 0$ の場合も数値積分をふくむので結果の予測は容易ではないが、周波数軸上の特性とつきあわせれば波形の指向性歪の過程は理解できる。以下に数値計算例を示す。三角パルスは前と同様 $P: 1 \text{ mbar}$, $T: 50 \mu\text{sec}$ である。 1 mm 厚ジュラルミン円板の $\theta: 30^\circ$ における放射波形を図 6.10 に示す。PC-近似と $A = 0$ の場合とは良い一致を示し、この板のように比較的重い板については $A = 0$ とて差しつかえないことを示している。

θ を変化させた時の波形の変化と同じく 1 mm 厚ジュラルミン円板について図 6.11 に示す。同図には PC-近似によって得られた結果を示してある ($\theta:$

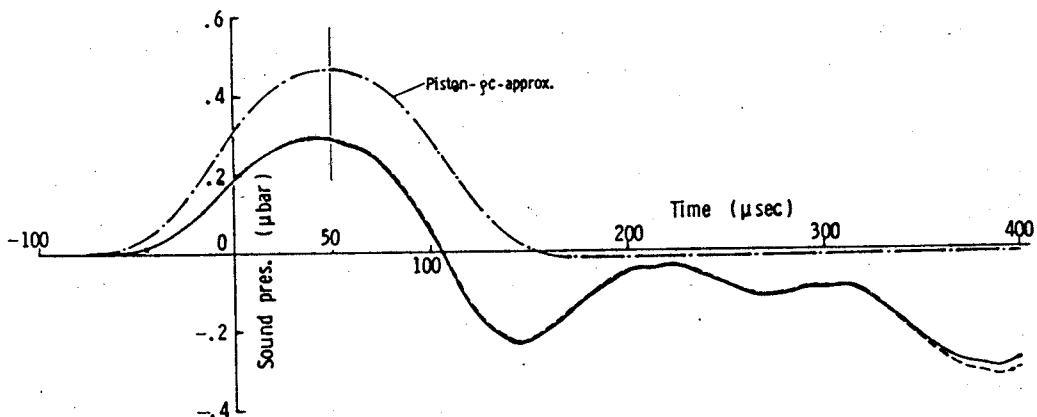


図 6.10 三角パルス入射による 1 mm 厚ジュラルミン円板からの放射波形 ($Z\theta: 100 \text{ cm}$, $\theta: 30^\circ$, $P: 1 \text{ mbar}$, $T: 50 \mu\text{sec}$); —— PC-近似, ----- 空気抵抗無視 ($A = 0$)。

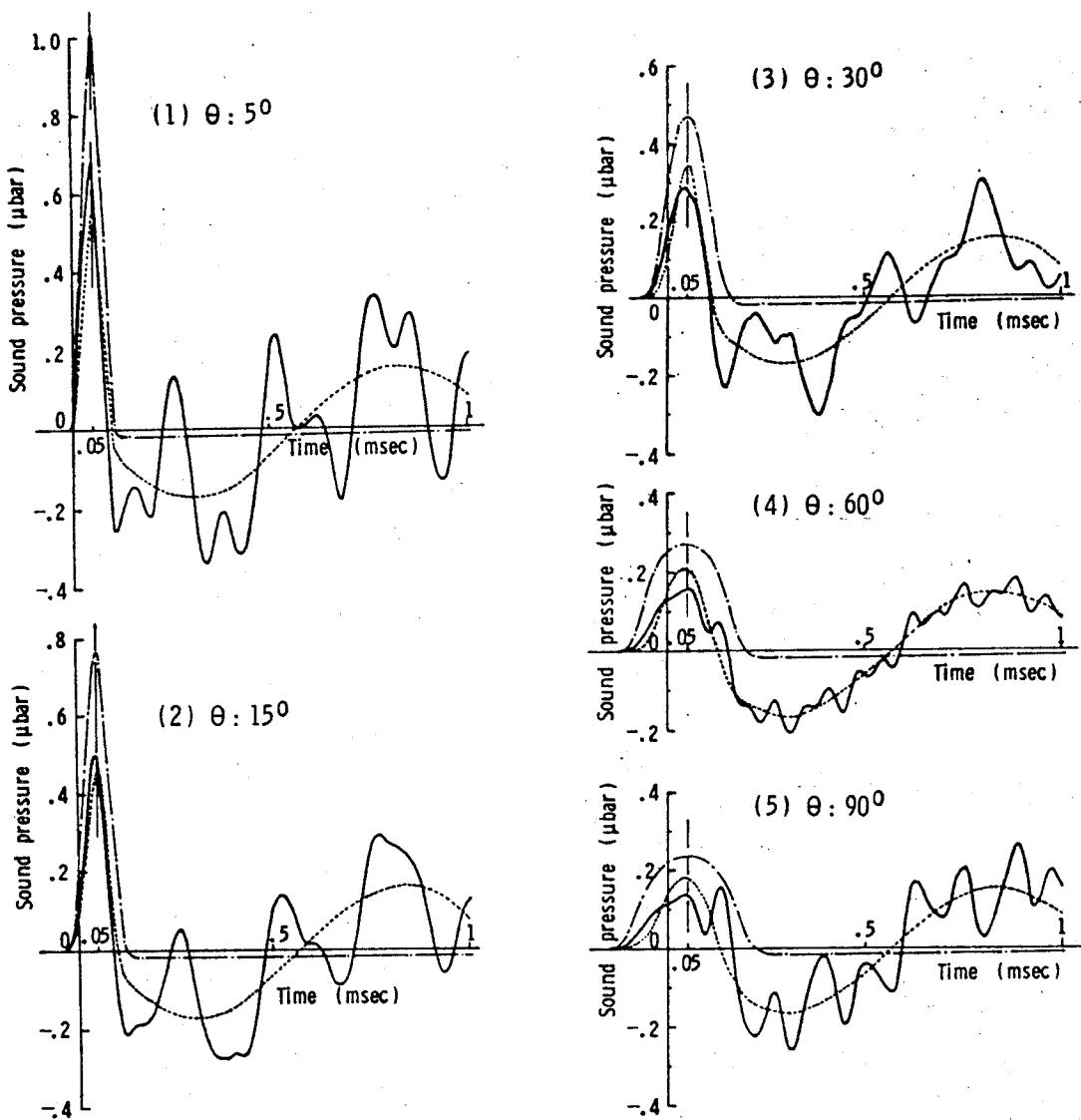


図 6.11 θ 変化による放射波形の変化(その1. 1mm厚ジュラルミン円板. $Z_0 : 100\text{cm}$, $P : 1\text{mbar}$, $T : 50\mu\text{sec}$); ——PC-近似, -----PC-近似(第1モードのみ), -·-ピストン-PC-近似.

0° についてはすでに第5章図5.5に示した)。 θ が大きくなるに従って初期ピーク波形の振巾は下り、横へ広がる。また継続部は次第に大きな凹凸が減り、一般的に言えば第1モード(図中、点線)による波形を中心に小さな凹凸を持つ波形になる。これは音圧の伝達関数を示す第2章図2.5を見ればわかるように、 θ が大きくなるに従って高周波成分が減るためである。しかし、この減り方は干渉によって生ずるので必ずしも一様ではなく、例えば $\theta: 60^\circ$ と 90° とではむしろ 90° の方が高周波成分(特に第2モード)を多く含むので波形でも 60° に比べて大きな凹凸を示す。第1モードの周波数成分は θ の変化によって殆ん

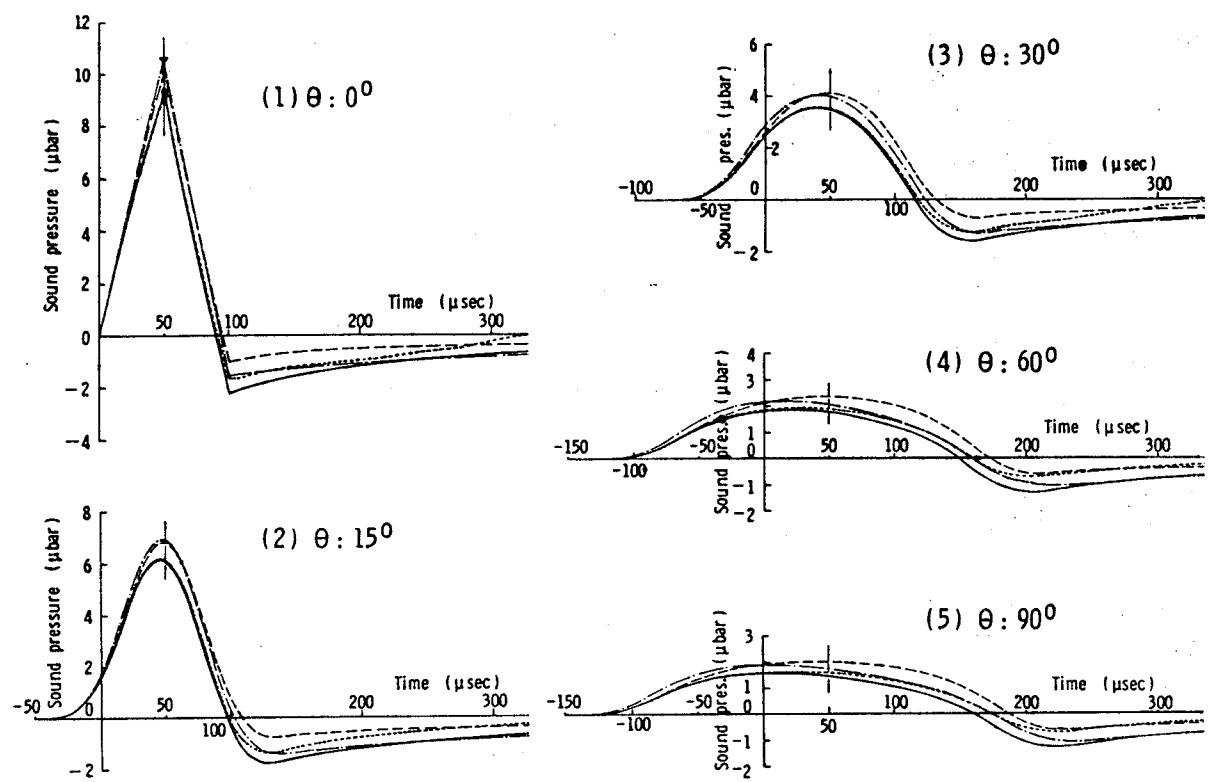


図 6.12 角度変化による放射波形の変化(その 2. 0.1 mm 厚ジユラルミン円板. $Z_0 = 100 \text{ cm}$, $P = 1 \text{ mbar}$, $T = 50 \mu\text{sec}$); ————— PC-近似, - - - 空気抵抗無視 ($A = 0$),
- - - - - 優密解 (FFT^{-1}), - - - - ピストン-PC-近似。

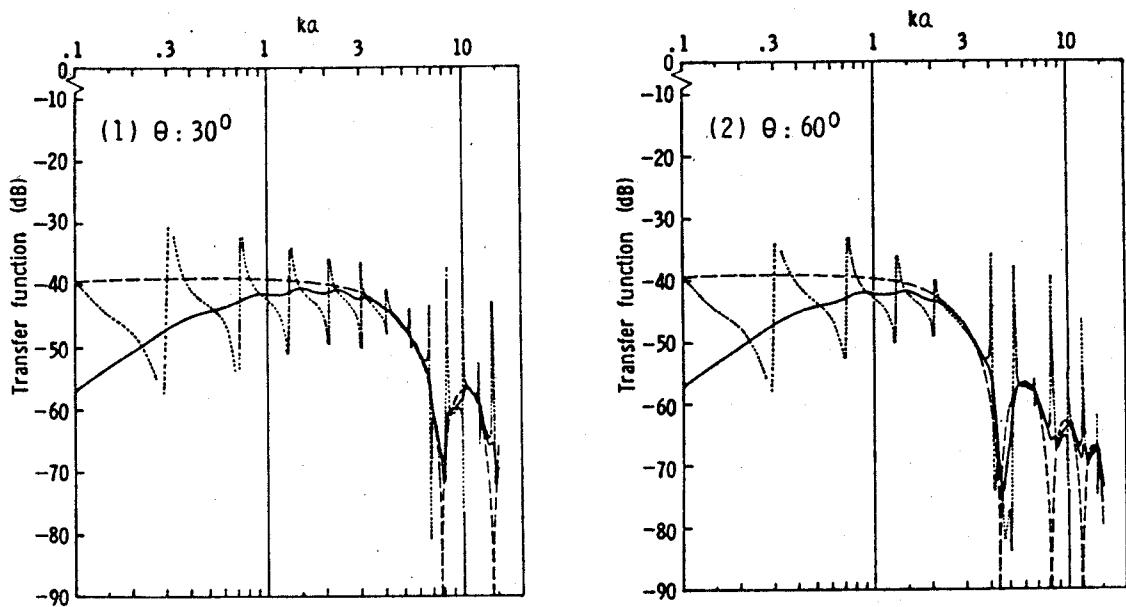


図 6.13 0.1 mm 厚ジユラルミン円板の音圧の伝達関数 ($Z_0 = 100 \text{ cm}$); —————
PC-近似, - - - - - 優密解, - - - - ピストン円板。

ど変化しないので波形においてもこの第1モードによる波形は殆んど変わらない。次に 0.1 mm 厚ジュラルミン円板について θ を変化させての指向性波形歪を図 6.12 に示す。この場合は ρC -近似と $A=0$ の場合の差は大きくなる。しかし、 ρC -近似と FFT^{-1} による厳密解との一致は少くとも初期ピーク波形では良く、例えばピーク値の予測などはこの ρC -近似で十分近い値が得られる。しかし継続部については差は大きい。 0.1 mm 厚ジュラルミン円板の音圧の伝達関数を θ を変化させて図 6.13 に示す ($\theta: 0^\circ$ についてはすでに第5章図 5.10 に示した)。低周波数域での差が波形の継続部の差にあらわれてくるものと考えられる。板が軽くなると周波数特性はピストン近似のそれに近づき、波形でもそのことが示されている (ピストン- ρC -近似の波形は図 6.12 に一点鎖線で示した)。

6.4 結 言

本章では第5章と同様に ρC -近似を用いて遠距離任意点での放射波形の解析解を求めた。結果は数値積分をふくむので波形の直感的な予測は容易ではないが、周波数軸上の特性と照らし合わせれば波形の指向性歪の過程が説明出来る。なお、本章ではピストン円板による指向性波形歪も検討し、特に空気抵抗による波形への影響についての合理的な解釈を得た。本章で得られた結果を要約すると、

- 1) 中心軸から離れるに従い、初期ピーク波形は振巾が下り、横へ広がる。波形は低モード数成分によって決まる。
- 2) 板が重い場合は ρC -近似によって波形全体を十分正確にあらわし得る。一方、軽い場合は ρC -近似と厳密解との差は波形全体としては大きいが、初期ピーク波形についてはかなり良い一致を示す。この軽い場合は波形はほどピストン近似であらわし得る。
- 3) ピストン円板による波形については、空気抵抗は波形の初期ピーク値を下げ、かつ、その時間的な位置を前へずらすように働く。これは θ が大きくなる程、大きい。

問題点としては、解が数値積分をふくむことが挙げられる。この解法では致

しがないが、波形の予測は容易とは言えず、より明快、かつ正確な解が得られる解法が望まれる。

第7章 結論

本章では本研究によって得られた成果、および今後に残された問題について総括する。

第2章においては、バッフル中に周辺固定された弾性薄円板に平面波が垂直入射する遮音モデルを考え、円板の振動によって出来る放射音場の厳密解を板の固有関数で展開する手法を用いて導出した。板面の振動姿態の計算はこれまで板の透過損失を求めるためになされてきたが、板振動による放射音場の導出はなされておらず、この計算によって音場の周波数特性が明確になった。

第3章においては、第2章で得られた結果を用いていわゆる「挿入損」を新たに導入し、板の遮音量の評価を行なった。挿入損は板自身の遮音性能の他に、放射音波の空間への伝播過程もふくむものであるので、従来行なわれている透過損失に比べ、より実際的な評価法と言える。

第4章においては、第2章で解析した遮音モデルについて、パルス音波入射による実験を行なった。この実験の目的は前章までに行なった音場解析の結果をパルス法によって検証すること、および、実験的にパルス音波による板の遮音機構の概要を把握することである。そのために特に再現性の優れたパルス音源を作成し、それを用いて従来余り行なわれたことのないパルス音波入射による遮音実験を行なった。この音源は再現性、圧力コントロールにおいて、他の音源に比べてはるかに優れており、多方面の応用が期待出来る。得られた実験結果は、第2、3章で得られた計算結果と満足すべき一致を示し、計算の妥当性を証明した。さらに、パルス音波入射によって生ずる板からの過渡放射波形を FFT^{-1} を用いてシミュレーションを行ない、実測放射波形と比較することによって伝播によって生ずる波形変化の過程を示し、パルス音波に対する板の遮音機構解明のための系口を得た。

第5章においては、円板中心軸上遠距離点での過渡放射波形を、板への空気抵抗に妥当を近似（PC-近似）を導入することによって解析的に求めた。その結果を用いて、三角パルス入射の場合について、板の物理定数、入射条件を系統的に変化させた時に生ずる波形変化を詳細に検討することによって、パルス音波に対する板の遮音機構に合理的な裏付けのある明確な解釈を与えた。そ

の結果、板の遮音性能改善のための指標を提示することが出来た。このようなパルス音波に対する遮音機構の解明は従来行なわれたことが無く、実際の騒音制御にも役立つる有用な基礎的データを得た。

第6章においては、第5章の拡張として同じく PC-近似を用いて、遠距離任意点での過渡放射波形の解析解を求めた。これまでにこの種の計算は行なわれておらず、得られた解が数値積分をふくみ、波形の予測は必ずしも容易でないとは言え、周波数軸上の特性と照らし合わせて、波形の指向性歪の過程が明確となった。

最後に今後に残された問題を記しておく。

本論文では、円板への平面波状単発パルスの垂直入射の場合をとりあげたが、実際問題としては、板の形状、周辺条件、音波の入射条件などについて多種多様である。特に、球面波入射の場合の遮音性能低下についての報告も最近なされているので、入射条件については考慮を要する。³⁹⁾

さらに、遮音の評価について言えば、人間の聴覚、心理、生理を考慮に入れたパルス音波に対する遮音の評価が今後必要になってくるものと考えられる。この方面に関する研究は、パルス音波そのものに対する人間の応答についてすら研究が数少ないだけに、今後ますます増加することが予想される衝撃性騒音への対策という意味からも解決すべき重要な問題として残されていると思われる。

さらに、大振巾の音波入射や、機械的に大振巾の圧力が加えられた時の音響放射、遮音をどのように考えるかも、残された大きな問題と言える。この問題については非直線現象そのものに対する研究の立遅れもあり、今後発展性に富んだ研究分野と考えられる。^{40), 87), 88)}

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、御懇切な御指導と御鞭撻を賜わりました大阪大学産業科学研究所・竹内龍一教授に深く感謝いたします。

また、幾度にもわたり御討議、御指導をいたしました中村昭助教授に、心からの感謝を申し上げます。

また、折にふれ有益な御助言と励ましの御言葉を頂戴いたしました同研究所・角井収教授に心から御礼申し上げます。

本研究にあたり、種々の御助言、御助力をいたしました筆者の所属している同研究所・竹内研究室の皆様に感謝を申し上げます。

同研究室の大冢左門氏からは放射インピーダンスの計算に際し、有用なアログラムの提供をいたしました。ここに御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) J.L.Beiers, "A study of noise sources in pneumatic rock drills", *J.Sound Vib.*, 3, 166(1966).
- 2) K.Zaveri, "Acoustical investigation of an impact drill", *Brüel & Kjaer Tech.Rev.*, No.3, 3(1974).
- 3) L.L.Koss and R.J.Alfredson, "Identification of transient sound sources on a punch press", *J.Sound Vib.*, 34, 11(1974).
- 4) A.E.M.Osman, M.M.Sadek and W.A.Knight, "Noise and vibration analysis of an impact forming machine", *Trans.ASME J.Eng. Ind.*, 233(Feb.1974).
- 5) J.R.Bailey, N.D.Stewart and J.A.Daggerhart, "A systems approach for control of punch press noise", *ASME paper No.75-DET-49* (1975).
- 6) O.A.Shinaishin, "Impact-induced industrial noise", *Noise Control Eng.*, 2, 30(1974).
- 7) J.H.Wiggins, Jr., The effect of sonic boom on structural behavior, (*SST Report No.-65-18(Contract No.FA-SS-65-12)*, John A.Blume & Associates Res.Div., San Fransisco, 1965).
- 8) A.D.Pierce, "Spikes on sonic-boom pressure waveforms", *J. Acoust.Soc.Amer.*, 44, 1052(1968).
- 9) M.J.Crocker and R.R.Hudson, "Structural response to sonic booms", *J.Sound Vib.*, 9, 454(1969).
- 10) B.G.Watters, "Impact-noise characteristics of female hard-heeled foot traffic", *J.Acoust.Soc.Amer.*, 37, 619(1965).
- 11) E.E.Unger and D.Ross, "Vibrations and noise due to piston-slap in reciprocating machinery", *J.Sound Vib.*, 2, 132 (1965).

- 12) S.D.Haddad and H.L.Pullen, "Piston slap as a source of noise and vibration in diesel engines", J.Sound Vib., 34, 249 (1974).
- 13) V.A.Kulkarny, "Impulsive discharge noise: Balloon burst problem and engine exhaust pulses", J.Acoust.Soc.Amer., 64, 298 (1978).
- 14) A.Akay, "A review of impact noise", J.Acoust.Soc.Amer., 64, 977 (1978).
- 15) L.L.Beranek(ed.), Noise and Vibration Control, (McGraw-Hill Book Co., New York, 1971), p.270.
- 16) 時田保夫, “衝撃による振動と音響(I)”, 日音学誌, 16, 170 (1960).
- 17) 時田保夫, “衝撃による振動と音響(II)”, 日音学誌, 17, 116 (1961).
- 18) 五十嵐昭男, 高橋利夫, “衝撃音の研究(第1報)”, 日本機械学会講論集, No. 740-3, 175 (1974年4月).
- 19) 五十嵐昭男, “衝撃音に関する研究(自由支持板に球が衝突する場合)”, 日音学講論集, 3-1-2, 519 (1978年10月).
- 20) A.Akay and T.H.Hodgson, "Acoustic radiation from the elastic impact of a sphere with a slab", Appl.Acoustics, 11, 285 (1978).
- 21) L.Cremer and M.Heckl, Structure-Borne Sound (Translated and revised by E.E.Unger), (Springer-Verlag, 1973).
- 22) 実吉純一, 菊地喜充, 能本乙彦 編著, 超音波技術便覧, (日刊工業新聞社, 東京, 1966).
- 23) 早坂壽雄著, 音響振動論, (丸善(株), 東京, 1974).
- 24) M.Lax, "The effect of radiation on the vibration of a circular diaphragm", J.Acoust.Soc.Amer., 16, 5 (1944).
- 25) J.E.Young, "Transmission of sound through thin elastic plates", J.Acoust.Soc.Amer., 26, 485 (1954).

- 26) M.C.Bhattacharya and M.J.Crocker, "Forced vibration of a panel and radiation of sound into a room", *Acustica*, 22, 275(1969/70).
- 27) E.C.Sewell, "Transmission of reverberant sound through a single-leaf partition surrounded by an infinite rigid baffle", *J.Sound Vib.*, 12, 21(1970).
- 28) E.C.Sewell, "Exact solution for transmission of reverberant sound through a circular panel in a waveguide", *J.Sound Vib.*, 12, 397(1970).
- 29) 川井孝雄, “一重板の遮音機構の解析——円形板への平面波垂直入射——”, *日音学誌*, 29, 186(1973).
- 30) R.D.Mindlin, "Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates", *J.Appl. Mech.*, 18, 31(1951).
- 31) P.M.Morse, "Transmission of sound through a circular membrane in a plane wall", *J.Acoust.Soc.Amer.*, 40, 354(1966).
- 32) A.W.Leissa, *Vibration of Plates*, (NASA-Report, SP-160, 1969).
- 33) ref.23), p.440.
- 34) P.M.Morse, *Vibration and Sound*, (McGraw-Hill Book Co., New York, 1948), 2nd ed., p.335.
- 35) 斎藤亥三雄, 竹内龍一, 音響工学入門, (オーム社, 東京, 1957), p.42.
- 36) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Sound insulation of a circular plate for a single sound pulse", *Acustica*, 44(2), (1980) (in press).
- 37) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Transmission of sound pulse through a circular plate", *Japan.J.Appl.Phys.*, 16, 1461(1977).

- 38) U.Ingard, "Transmission of sound through a stretched membrane", J.Acoust.Soc.Amer., 26, 99(1954).
- 39) 高橋大式, 古江嘉弘, 松浦邦男, “球面波入射による板振動・音の透過”, 日音学誌, 35, 314(1979).
- 40) 森口繁一, 宇田川鉢久, -松信, 数学公式 III, (岩波書店, 東京, 1959), p.178.
- 41) P.M.Morse and K.U.Ingard, Theoretical Acoustics, (McGraw-Hill Book Co., New York, 1968), p.210.
- 42) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Sound insulation evaluated in radiation field from a vibrating circular plate", Acustica, 44(3), (1980) (in press).
- 43) E.Skudrzyk, The Foundations of Acoustics, (Springer-Verlag, 1971), p.664.
- 44) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Transmission characteristics of sound pulse through circular plate", Acustica, 40, 40(1978).
- 45) R.D.Spence, "The diffraction of sound by circular disks and apertures", J.Acoust.Soc.Amer., 20, 380(1948).
- 46) H.Levine and J.Schwinger, "On the theory of diffraction by an aperture in a infinite plane screen", Phys.Rev., 74, 958(1948).
- 47) 大家左門, 中村昭, 竹内龍一, “厚みのある剛壁中の開口による音の反射, 透過”, 日音学講論集, 1-4-7, 153(1977年10月).
- 48) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Insulation characteristics of a circular plate for a single sound pulse", Japan.J.Appl.Phys., 16, 2285(1977).
- 49) 五十嵐寿一, “残響測定について”, 日音学誌, 10, 230(1954).
- 50) 五十嵐寿一, “残響測定について(第2報)(ピストル音の解析)”, 日音学誌, 12, 55(1956).

- 51) 小杉 彰, 高橋一男, 米島照幸, 小林三四郎, "ピストル音の音響特性", 日音学誌, 19, 45 (1963).
- 52) J.C.Lockwood, "The diffraction of N waves by a circular aperture in a plane baffle", ARL-TR-71-26, Appl.Res.Lab., Univ.of Texas at Austin, (1971).
- 53) 大谷 隆彦, "衝撃放電によるインパルス音波の発生とその伝播", 信学会, 超音波研資料, US75-47, (1976年2月).
- 54) 中村敏明, 中村 昭, 竹内龍一, "パルス音波に対する多孔質材料の吸音機構", 日音学誌, 32, 76 (1976).
- 55) 安藤四一, 城戸健一, 横井行雄, 山崎重之, "パルスレスポンスによる音響伝達関数の測定法", 信学会, 電気音響研資料, EA72-26, (1973年2月).
- 56) 栗谷 淩, 倉上直樹, 推野 将, "放電による音響パルスの発生とこれによる吸音板の特性測定", 日音学講論集, 3-2-7, 415 (1973年5月).
- 57) C.A.Raes, "A tentative method for the measurement of sound transmission loss in unfinished buildings", J.Acoust.Soc.Amer., 27, 98(1955).
- 58) C.A.Raes, "Static and dynamic transmission loss of partitions", J.Acoust.Soc.Amer., 35, 1178(1963).
- 59) M.M.Louden, "The single-pulse method for measuring the transmission characteristics of acoustic systems", Acustica, 25, 167(1971).
- 60) P.D.Tricaud, "Impulse techniques for a simplification of insulation measurement between dwellings", Appl.Acoustics., 8, 245(1975).
- 61) 中村 昭, "パルス音波研究の現状と将来", 信学会, 電気音響研資料, EA74-38, (1975年1月).
- 62) W.Eisenmenger, "Elektromagnetische Erzeugung von ebenen Druckstößen in Flüssigkeiten", Acustica, 12, 185(1962).

- 63) A.Nakamura and R.Takeuchi, "Generation of sound pulse with finite amplitude in free air", Japan.J.Appl.Phys., 8, 507 (1969).
- 64) H.Reismann, "Forced vibrations of a circular plate", J.Appl. Mech., 26, 526(1956).
- 65) R.S.Weiner, "Forced axisymmetric motions of circular elastic plates", J.Appl.Mech., 32, 893(1965).
- 66) D.H.Cheng and J.E.Benveniste, "Transient response of structural elements to travelling pressure waves of arbitrary shape", Int.J.Mech.Sci., 8, 607(1966).
- 67) M.J.Crocker, "Response of panels to oscillating and to moving shock waves", J.Sound Vib., 6, 38(1967).
- 68) L.J.Pavagadhi and M.D.Yajnik, "Vibrations of circular elastic plates due to sonic boom", J.Acoust.Soc.Amer., 52, 260 (1972).
- 69) 中山一郎, 中村昭, 竹内龍一, “パルス音波に対する遮音について(その6)
——円板からの過渡放射波形”, 日音学講論集, 1-3-12, 457(1979年6月).
- 70) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Transient radiation field from an elastic circular plate excited by sound pulse", Acustica (submitted).
- 71) V.H.Oberst, "Über die Dämpfung der Biegeschwingungen dünner Bleche durch fest haftende Beläge", Acustica, 4, 181(1952).
- 72) R.Takeuchi and I.Nakayama, "On dynamic elasticity of reinforced plastics", Reports of The 6th International Congress on Acoustics, No.H-2-8, H-69(1968).
- 73) I.Nakayama and R.Takeuchi, "The effect of the volume concentration on the dynamic modulus of reinforced plastics", Mem.Inst.Sci.& Ind.Res., Osaka Univ., 29, 77(1972).

- 74) A.Freedman, "Transient fields of acoustic radiators", J. Acoust.Soc.Amer., 48, 135(1970).
- 75) O.G.Kozina and G.I.Makarov, "Transient processes in the acoustic fields generated by a piston membrane of arbitrary shape", Soviet Phys.(Acoustics), 7, 39(1961).
- 76) P.D.Schomer, "Visualizing and calculating the response due to a pressure impulse over an arbitrary surface", J.Acoust.Soc.Amer., 51, 1670(1972).
- 77) F.Oberhettinger, "On transient solutions of a "baffled piston" problem", J.Res.Nat.Bur.Stand., 65B, 1(1961).
- 78) V.Mangulis, "The time-dependent force on a sound radiator immediately following switch-on", Acustica, 17, 223(1966).
- 79) P.R.Stepanishen, "Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle", J.Acoust.Soc.Amer., 49, 1629 (1971).
- 80) P.R.Stepanishen, "Acoustic transients in the far field of a baffled circular piston using the impulse response approach", J.Sound Vib., 32, 295(1974).
- 81) 大谷 隆彦, “短いパルス波の指向性波形差”, 信学会, 超音波研資料, US 73-44, (1974年2月).
- 82) I.Nakayama, A.Nakamura and R.Takeuchi, "Effect of acoustic loading on transient sound radiation from circular piston", J.Acoust.Soc.Jap.(E), 1(1), (1980) (in press).
- 83) A. ハボリス著, 大槻, 平岡訳, 工学のための応用フーリエ積分, (オーム社, 東京, 1967年), P.32.
- 84) 今村 勤.著, 物理とグリーン関数, (岩波書店, 東京, 1978), P.246.
- 85) ref.40), p.186.
- 86) 中山一郎, 中村 昭, 竹内龍一, “衝撃入力をうける円板からの過渡放射音場”

日音学会・関西支部・衝撃騒音談話会資料, NO. 5-2, (1979年7月)。

- 87) 大中逸雄, “鋼板の打撃音”, 日本機械学会・機械の騒音低減調査研究分科会報
叢書,(1976), P.61.
- 88) 桑野國子, 難波精一郎, 加藤徹, “衝撃音の大きさについて”, 日音学誌, 34,
316(1978).