



Title	APPLICATION OF HADAMARD VARIATION TO A FREE BOUNDARY PROBLEM
Author(s)	Loling, Othman Nuha Binti
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11094/26845">http://hdl.handle.net/11094/26845</a>
DOI	
rights	
Note	

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

## 論文審査の結果の要旨

自由境界問題は様々な工学の問題で現れる。そこでは解析的な理論とともに有効な数値解法の開発が数理的に重要な課題となってきた。本論文で扱うのは多孔質媒質に浸透する定常非圧縮流体に関わるもので、ダム問題と呼ばれ、過去40年にわたって数学的な研究が蓄積されてきたものである。この問題は数値モデルとしては圧力に関するDarcy則を用いて空間2次元の調和関数の過剰境界値問題として定式化される。2005年に提唱された重変分関数を使用した境界試行法は、それまで解析的にも数値的にも主要な方法であったレベルセットアプローチに対し、自由境界が界面として明確に特定されることを特徴としていた。そのため反復列の構成をより効率的に行うことで、自由境界問題に対して汎用性のある数値解法として、広く適用されることが期待されてきた。本論文はそのためにより有用な数学的方法が領域変分であり、古典的なアダマル変分公式により精密な解析を加えることで反復列の有効性についての分析や、有効な反復列の構成が可能であることを確立したものである。

本論文は二つの部分から成り立っている。前半は、ダム問題に対する境界試行法の実現のためのいくつかの数学的基礎を考察している。最初に反復列の収束から真の解が補足されることが、クーラントの補題を用いて検証される。次に重変分関数と関わる領域変分の計算を行って、反復列が効果的かどうかの判定基準を与えている。最も重要な部分は畔上他によって最近提唱されているトラクション法の分析であり、この方法が判定基準に合致するものであることを数学的に示し、さらに数値実験によって正しい自由境界が高速で再現されることを確認した。後半はダム問題から離れ、解析的に基本的な対象であるグリーン関数のアダマル変分の計算を行っている。すなわち数値計算法開発に動機付けられて、これまでの研究では触れられてこなかったいくつかの問題、すなわち境界の角の取り扱い、混合問題、第2変分、実効的な領域変動の実現とそれに即した変分公式が考察され、いくつかの新しい公式が提示されている。前半後半とも、学術的に重要な成果であり、本論文は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。

【74】

氏名	ROLING OTHMAN NUHA BINTI
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記番号	第 25259 号
学位授与年月日	平成24年3月22日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 基礎工学研究科システム創成専攻
学位論文名	APPLICATION OF HADAMARD VARIATION TO A FREE BOUNDARY PROBLEM (アダマル変分の自由境界問題への応用)
論文審査委員	(主査) 教授 鈴木 貴 (副査) 教授 名和 範人 教授 河原 源太 愛媛大学理工学研究科教授 土屋 卓也

## 論文内容の要旨

The study of variational inequalities and free boundary problems finds application in a wide variety of disciplines including physics, engineering and economics as well as potential theory and geometry. In this study, we consider an application in physics and engineering where the steady state of the fluid flow through flow media rises to free boundary problem for linear elliptic equations. This problem has been widely considered in literature by Baiocchi Ycrite{BC}, Brezis Ycrite{BKS}, Chipot Ycrite{MC} etc. At first, we deal with quantities defined on a domain. If the domain is perturbed, the quantities are perturbed. Such variation with respect to domain perturbation is called Hadamard variation. In this research, we present Hadamard variation as an iterative scheme for computing solutions of a free boundary problem. We also combine this scheme with the other iterative scheme, traction method. The iteration converges smoothly, beginning from a suitably defined initial guess. We then study the Hadamard variational formula theoretically. Particularly, we obtain Hadamard second variational formula which is an extension of Garabedian-Schiffer's formula, developing a simple methodology which provides a clearer understanding of Hadamard variational formula.