

Title	Poisson方程式のソース逆問題の数値解法に関する研究
Author(s)	大江, 貴司
Citation	大阪大学, 1995, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3081471
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	おお え たか し 大 江 貴 司		
博士の専攻分野の名称	博 士 (工 学)		
学位記番号	第 1 1 8 9 8 号		
学位授与年月日	平成 7 年 3 月 23 日		
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 工学研究科応用物理学専攻		
学位論文名	Poisson 方程式のソース逆問題の数値解法に関する研究		
論文審査委員	(主査) 教授 八木 厚志 教授 樹下 行三 教授 河田 聡 教授 興地 斐男 教授 岩崎 裕 教授 増原 宏 教授 一岡 芳樹 教授 後藤 誠一 教授 石井 博昭 教授 志水 隆一 教授 中島 信一 教授 豊田 順一		

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、偏微分方程式の逆問題の一つである Poisson 方程式のソース逆問題について理論的かつ数値的観点から研究したものをまとめたもので、緒論、本文 6 章および総括から構成されている。

緒論では、本研究の背景、従来の研究の問題点、および本研究の目的と概要について述べている。

第 1 章では、偏微分方程式の逆問題およびその工学に現れる問題への応用について概説し、本論文で研究する Poisson 方程式のソース逆問題の全体的な位置付けを行っている。

第 2 章では、Poisson 方程式のソース逆問題について、数学的な定式化を述べるとともに従来の理論的および数値的研究によってすでに知られている事柄の解説をしている。これを受けて本研究で対象とする問題の具体的な設定を行っている。

第 3 章では、2 次元空間において、Poisson 方程式のソース逆問題と対数ポテンシャル逆問題との等価性を考察している。すなわち、Poisson 方程式の解が境界上のある積分方程式の解として得られる事実を用いて、一般にソース逆問題は、それと等価な対数ポテンシャル逆問題に帰着できることを示している。併せて、対数ポテンシャル逆問題では解の一意性が一般的には成り立たないこと、一意性が成り立つためにはどのような附加条件が必要となるかを述べている。

第 4 章では、第 3 章で導入された対数ポテンシャル逆問題に現れる対数ポテンシャルを境界要素法により一般的に数値計算する方法を提案している。さらに、この方法により単純なソース項の場合には、対数ポテンシャル逆問題およびソース逆問題の解の数値計算がその誤差評価も含めて可能であることを示している。

第 5 章では、円領域においてデルタ関数の有限個の和からなるソース項に対して、位置推定問題を考察している。すなわち、デルタ関数の位置以外の（個数や重みなどの）パラメータを既知として、デルタ関数の位置を推定している。まず、対応する対数ポテンシャルの Fourier 変換を考えることにより、位置推定問題は一つの代数方程式の解を求める問題と等価になることを示している。次いで、離散 Fourier 変換により代数方程式の係数が数値計算でき、Durand-Kerner 法と区間解析などにより代数方程式の解が実際にその誤差評価も含めて数値計算できることを示している。併せて、このような方法の有効性を示すいくつかの計算例もあげている。

第 6 章では、第 5 章と同じ領域同じソース項に対して、個数・位置推定問題を考察している。デルタ関数の個数も未知とすると、代数方程式の次数も推定すべき未知パラメータとなる。この問題に対し、個数についての一つの評価

関数を導入し、その値を零にするものから求めるべきデルタ関数の個数が決定できることを示している。次いで、この評価関数の値は、離散 Fourier 変換により数値計算できることを示している。また、この方法の有効性を示すいくつかの計算例をあげている。

総括では、以上の結果を要約し、さらに今後の研究課題について述べている。

論文審査の結果の要旨

観測されたデータからその原因となる因子を探る問題は、偏微分方程式の逆問題として定式化され偏微分方程式の重要な問題の一つとして盛んに研究されている。本論文は、このような問題の一つである Poisson 方程式のソース逆問題を理論的かつ数値的に研究したものをまとめたもので、主な成果は次の通りである。

- (1) Poisson 方程式の解が境界上のある積分方程式の解として得られる事実を用いて、一般に、ソース逆問題はそれと等価でしかも扱い易い対数ポテンシャル逆問題に帰着できることを示している。
- (2) 2次元空間において、考察すべき対数ポテンシャル逆問題に現れる対数ポテンシャルを境界要素法により一般的に数値計算する方法を提案している。単純なソース項の場合には、この方法で解の数値計算がその誤差評価も含めて可能であることを示している。
- (3) 円領域においてソース項が有限個のデルタ関数の和からなる場合についての位置推定問題は、対応する対数ポテンシャルの Fourier 変換を考えることにより、一つの代数方程式の解を求める問題と等価になることを示している。また、離散 Fourier 変換により代数方程式の係数が数値計算でき、さらに、Durand-Kerner 法および区間解析などにより代数方程式の解が実際に誤差評価も含めて数値計算できることを示している。
- (4) 前項と同じ領域、同じソース項についての個数・位置推定問題では、個数についての評価関数を見出し、それを零にする値によって求めるべきデルタ関数の個数が決定できることを示している。また、この評価関数の値は離散 Fourier 変換により数値計算でき、このような方法は実際に有効であることを示している。

以上のように、本論文は Poisson 方程式のソース逆問題がいくつかの基本的な場合には代数的な問題に帰着できることを見出し、誤差評価も含めて求めるべき解の精密かつ直接的な数値計算が可能であることを示している。このような方法は、この問題の研究に従来なかったまったく新しいアプローチであり、応用物理学、特に数値解析学に寄与するところが大きい。よって、本論文は博士論文として価値あるものと認める。