Osaka University Knowledge Archive

Title	屈折率分布型レンズの屈折率分布測定法に関する研究
Author(s)	坂本, 豊和
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2723
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

屈折率分布型レンズの
屈折率分布測定法に関する研究

平成２年

坂　本　豊　和

内容梗概

本研究は、屈折率分布型レンズの屈折率分布測定法についてまとめたもので、全体は９章から構成されている。以下、その概要を各章ごとに述べる。

第１章　序　論

本章では、屈折率分布型レンズの屈折率分布測定法の現状と問題点を波動光学的および幾何光学的観点から比較分類することにより述べ、本研究の目的および課題を明らかにする。

第２章　屈折率分布測定法の高精度化手法

本章では、本研究の課題を解決するために必要となる屈折率分布型レンズの屈折率分布測定法の高精度化手法について述べる。

まず、屈折率分布型レンズにおける子午光線方程式の摂動解と光学距離（位相）について述べる。

次に、屈折率分布測定法の高精度化のために必要となる次の２つの手順を説明する。すなわち、(1)子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開の手順、(2)この多項式展開された高次摂動解を用いた光学距離の導出手順である。

以上をもとにして、波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布の高精度測定を実現するため、研究対象として取り上げた縦干渉法および２光束干渉法の高精度化手法を提案する。更に、幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布の高精度測定を実現するため、横収差を測定対象とする横収差測定法を提案する。

第３章　子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開

本章では、第２章で述べた子午光線方程式の摂動解の多項式展開手順により、StreiferとPaxtonが導出した屈折率分布型レンズの子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開を試みる。

まず、平行入射光線に対する５次摂動解を、入射光線の光軸からの距離の11次多項式に展開する。そして、この摂動解による光線経路の計算精度を明らかにする。次に、斜入射光線に対する２次摂動解を、入射光線の光軸からの距離および光軸となす角の５次多項式に展開する。

第４章　多項式展開した高次摂動解からの光学距離の導出

本章では、第２章で述べた光学距離の導出手順により、第３章で多項式展開された高次摂動解を用いて、光学距離を解析的に導出する。

まず、２乗屈折率分布およびsech屈折率分布に対するアイコナール方程式の厳密解を導出する。

次に、第３章で多項式展開した高次摂動解の数値積分による光学距離の計算手法を提案する。そして、この計算手法を用いて、平行入射光線に対する摂動解の次数と光学距離の計算精度の対応関係を明らかにする。

更に、第３章で多項式展開した斜入射光線に対する２次摂動解を用いて、光学距離を解析的に導出する。そして、導出した光学距離の計算精度を明らかにする。

また、本論文で高精度化を試みた２つの波動光学的測定法、すなわち縦干渉法および２光束干渉法における位相シフトの数値例を示す。

第５章　波動光学的測定法の高精度化手法の適用例

本章では、第２章で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用例を示す。

まず、本論文で高精度化を試みた波動光学的測定法の測定対象、すなわち位相シフトを測定光の光軸となす角に関して多項式展開し、提案した高精度化手法の理論的背景を示す。

次に、この高精度化手法を従来のこれら２つの干渉法測定法による測定データに適用し、４次の屈折率分布係数h_4を推定する。

第６章　幾何光学的測定法の高精度化手法の適用例

本章では、第２章で提案した幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用例を示す。

まず、本論文で提案した横収差測定法の測定対象、すなわち横収差を測定光の光軸からの距離に関して多項式展開し、この高精度化手法の理論的背景を示す。

次に、この高精度化手法を著者による測定データに適用し、 集束定数g、４次および６次の屈折率分布係数h_4,h_6を推定する。 そして、これらの推定値が、第５章における推定値と一致することを示す。

また、提案した横収差測定法が、所期の測定精度を満足することを示す。

第７章　横収差測定法の軸上集光特性評価への応用

本章では、第６章で導出した５次横収差多項式を用いた屈折率分布型単レンズの軸上集光特性の評価法を提案する。

まず、この５次横収差多項式を用いて、屈折率分布型単レンズの球面収差多項式を導出する。そして、この球面収差多項式を用いて、第６章の横収差測定法で測定した屈折率分布型レンズの球面収差を評価する。そして、この評価結果が、第５章の従来の２光束干渉法によ

る測定データと一致することを示す。

次に、この５次横収差多項式を用いて作成したスポットダイアグラムからこのレンズの軸上集光特性を評価する。

更に、このスポットダイアグラムの計算データを用いてＭＴＦを計算し、このレンズの空間分解能を評価する。

第８章　波動光学的測定法および幾何光学的測定法の適用範囲

本章では、第５章および第６章における高精度化手法の適用例を用いて、第２章で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部および幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用範囲について考察する。

まず、本論文で高精度化を試みた２つの波動光学的測定法のうち、縦干渉法を例にとって、その適用範囲を明らかにする。

次に、本論文で提案した幾何光学的測定法、すなわち横収差測定法の適用範囲を明らかにする。

第９章　結　論

本章では、本研究で得られた成果を総括するとともに、今後に残された問題点を述べる。

目　次

第１章　序　論

１．１　研究の歴史的背景と問題点 ---------- 1

１．２　従来の研究と本研究の関係 ---------- 3

１．３　本論文の構成 ---------- 8

第２章　屈折率分布測定法の高精度化手法

２．１　緒　言 ---------- 11

２．２　子午光線経路 ---------- 11

２．２．１　子午光線方程式 ---------- 11

２．２．２　子午光線方程式の厳密解 ---------- 12

２．２．３　子午光線方程式の摂動解 ---------- 14

２．３　子午光線に対する光学距離と位相 ---------- 17

２．３．１　光学距離 ---------- 17

２．３．２　位相 ---------- 17

２．４　屈折率分布測定法の高精度化に必要な手順 ---------- 18

２．４．１　子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開の手順 ---------- 18

２．４．２　多項式展開した高次摂動解からの光学距離の導出手順 ---------- 18

２．５　屈折率分布測定法の高精度化手法の提案 ---------- 20

２．５．１　波動光学的測定法の高精度化手法（レンズ中心部） ---------- 20

２．５．２　幾何光学的測定法の高精度化手法（レンズ周辺部） ---------- 25

２．６　結　言 ---------- 30

第３章　子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開

３．１　緒　言 ---------- 31

３．２　子午光線方程式の高次摂動解 ---------- 32

３．３　平行入射光線経路 ---------- 33

３．３．１　５次摂動解の多項式展開 ---------- 33

３．３．２　光線経路の計算精度 ---------- 36

３．４　斜入射光線経路 ---------- 40

３．４．１　２次摂動解の多項式展開 ---------- 40

３．４．２　光線経路の計算精度 ---------- 42

３．５　結　言 ---------- 43

第４章　多項式展開した高次摂動解からの光学距離の導出
４．１　緒　言 ---------- 45
４．２　アイコナール方程式の厳密解 ---------- 45
４．３　平行入射光線に対する光学距離 ---------- 47
４．３．１　数値積分法にもとづく光学距離の計算手法 ---------- 47
４．３．２　光学距離の計算精度 ---------- 48
４．４　斜入射光線に対する光学距離 ---------- 52
４．４．１　光学距離の導出 ---------- 52
４．４．２　光学距離の計算精度 ---------- 59
４．５　位相シフトの数値例 ---------- 61
４．５．１　縦干渉法 ---------- 61
４．５．２　２光束干渉法 ---------- 62
４．６　結　言 ---------- 64

第５章　波動光学的測定法の高精度化手法の適用例（レンズ中心部）
５．１　緒　言 ---------- 65
５．２　位相シフトの多項式展開に用いる仮定 ---------- 65
５．３　縦干渉法の適用例 ---------- 65
５．３．１　位相シフトの多項式展開 ---------- 65
５．３．２　屈折率分布係数の推定 ---------- 68
５．４　２光束干渉法の適用例 ---------- 70
５．４．１　位相シフトの多項式展開 ---------- 70
５．４．２　屈折率分布係数の推定 ---------- 75
５．５　結　言 ---------- 77

第６章　幾何光学的測定法の高精度化手法の適用例（レンズ周辺部）
６．１　緒　言 ---------- 79
６．２　横収差測定法の適用例 ---------- 79
６．２．１　横収差の多項式展開 ---------- 79
６．２．２　屈折率分布係数の推定 ---------- 85
６．２．３　屈折率分布の測定精度 ---------- 85
６．２．４　波動光学的測定法との比較 ---------- 87

６．３　結　言 ---------- 88

第７章　横収差測定法の軸上集光特性評価への応用
７．１　緒　言 ---------- 89
７．２　球面収差の評価 ---------- 89
７．２．１　５次球面収差多項式 ---------- 89
７．２．２　横球面収差の大きさ ---------- 94
７．２．３　球面収差の低減化 ---------- 96
７．３　軸上集光特性の評価 ---------- 96
７．３．１　スポットダイアグラム ---------- 96
７．３．２　ＭＴＦ ---------- 98
７．４　結　言 ---------- 99

第８章　波動光学的測定法および幾何光学的測定法の適用範囲
８．１　緒　言 ---------- 101
８．２　波動光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（レンズ中心部） ---- 101
８．３　幾何光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（レンズ周辺部） ---- 103
８．４　波動光学的測定法および幾何光学的測定法の適用範囲の比較 ----- 108
８．５　結　言 ---------- 112

第９章　結　論 ---------- 113

謝　辞 ---------- 117

参考文献 ---------- 119

付　録 ---------- 123

第1章 序 論

1．1 研究の歴史的背景と問題点

1969年、日本電気(株)の内田と日本板硝子(株)の北野ら[1]が、また同年、AT&Tベル研究所のPeasonら[2]がイオン交換法によって、円筒状の等屈折率分布面をもつガラスロッドの試作に世界ではじめて成功して以来、いまや屈折率分布型レンズ（gradient-index rod lens：radial gradient、GRINロッドレンズ、分布屈折率レンズともいう）は、光ファイバ通信におけるスイッチ、コネクタ、分波器などの受動光デバイスのみならず、医用および工業用内視鏡、複写機、ファクシミリ、更にはコンパクトディスク（Compact Disk）そして開発途上にある光ディスクなどの光電子応用システムにおける微小光学素子としてきわめて重要な位置を占めつつある[3]-[5]。

屈折率分布型レンズは、通常の光学レンズに比べて、径が0.5－5mmそして長さが数mm－数十mmとかなり小さいため、上記光デバイスあるいはシステムの設計、開発などに直接携わっている専門家以外の人々には、その存在感は比較的薄かったが、屈折率分布光結像システムに関する国際会議[6]が、1979年５月に屈折率分布光学（Gradient-Index Optics）のメッカであるニューヨーク州のロチェスター大学で最初に開催されて以来、ほぼ毎年開催[7]-[9]されるに至り、光学のみならず電子工学の新しい分野としての地位を築きつつある。

屈折率分布型レンズの結像特性は、屈折率分布に支配されるため、屈折率分布を正確に測定することが重要である。

屈折率分布型レンズの屈折率分布n(r)は、通常、次式のように、軸対称性を仮定した半径方向への距離rの偶数ベキ級数で表示される。

$$n^2(r) = n_0^2\ [1-(gr)^2 + h_4(gr)^4 + h_6(gr)^6 + \ldots] \qquad (1.1)$$

表1.1 屈折率分布型レンズの設計に要求される屈折率分布係数とその最高次数

設計対象レンズ	分布係数	最高次数
光ファイバ・光ファイバ結合用レンズ[10]	g	２次
カメラ用レンズ[11]（対物、接眼等）	g, h_4	４次
半導体レーザ・光ファイバ結合用レンズ[12]	g, h_4	４次
ＣＤ用ピックアップレンズ[13]-[15]	g, h_4, h_6	６次

ただし、 n_0は軸上屈折率、gは集束定数、そしてh_4およびh_6は、それぞれ４次および６次の屈折率分布係数である。

屈折率分布型レンズの設計では、曲率、厚みなどの幾何学的パラメータに加えて、 g,h_4, h_6などの屈折率分布係数が設計の自由度として重要な役割を果たす。従って、屈折率分布型レンズの屈折率分布測定においては、屈折率分布係数を精度よく測定することが必要である。

表1.1に、屈折率分布型レンズの設計(10)-(15)で要求される屈折率分布係数の次数を示す。

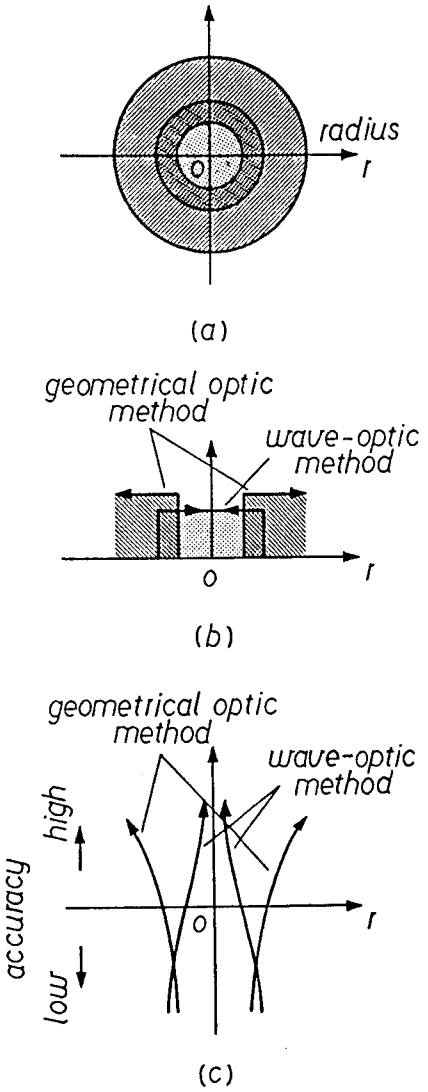


図1.1　従来の波動光学的および幾何光学的測定法における適用範囲および測定精度の概念的な比較
(a)屈折率分布型レンズの断面
(b)各測定法の適用範囲
(c)各測定法の測定精度

現在までの応用例に関しては、h_6までが測定できれば充分であると考えられる。なお、測定精度に関しては、許容範囲の基準が一義的でないため、単純には比較できないが、最も厳しい仕様が課せられるＣＤ用ピックアップレンズの場合、概ねgで±0.0017mm^{-1}、h_4で±0.222そしてh_6で±2.28の測定精度、あるいは屈折率に換算して軸上屈折率n_0の10^{-4}の測定精度が必要である[13]。このため、本研究では、上記の測定精度を実現する屈折率分布測定法の確立を目的とした。

１．２　従来の研究と本研究の関係

屈折率分布型レンズの屈折率分布測定法には、大別して、

・波動光学的測定法

・幾何光学的測定法

の２つがある。

一般に、波動光学的測定法は、回折や干渉のように光の波動性を利用した測定法であり、レンズ中心部などの収差の小さい領域において、測定精度は後者よりも高い。これに対し、幾何光学的測定法は、屈折のように光の直進性を利用した測定法であり、レンズ周辺部などの収差の大きい領域において、測定精度は前者よりも高い。 図1.1に、従来のこれら２つの測定法の適用範囲および測定精度に関する概念的な比較を示す。前者の場合、レンズ周辺部に近づくほど測定精度が低下する。これに対し、後者の場合、レンズ中心部に近づくほど測定精度が低下する。

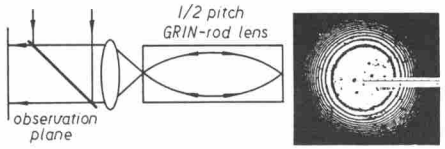
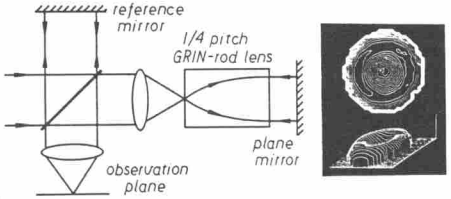
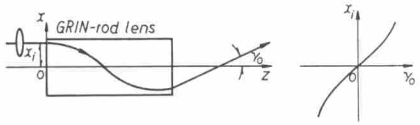
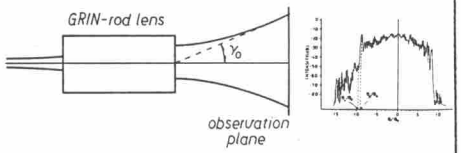
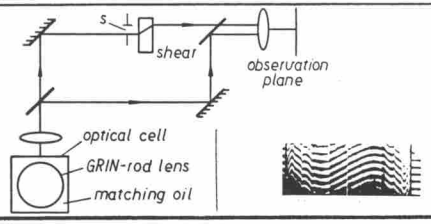
［波動光学的測定法の課題］

従来報告されている波動光学的測定法[16]-[21]としては、表1.2に示すものがある。各測定法は、推定可能な屈折率分布係数、測定精度、屈折率分布係数の推定方法等の観点から比較されている。また、測定光の入射方向によって、 各測定法は縦測定法（光軸方向)、すなわち縦干渉法[16]、２光束干渉法[17]、遠視野像法[18],[19]と横測定法（光軸と垂直方向)、すなわち微分干渉法[20],[21]に分類できる。

レンズ中心部の高精度測定のためには、横測定法に比較して、縦測定法が適している。なぜなら、縦測定法では、測定開口数の調整により、レンズ中心部のみの測定ができる（レンズ周辺部の屈折率分布の影響をうけない）からである。縦測定法の中では、一般に、縦干渉法[16]および２光束干渉法[17]が最も測定精度が高い。このため、本研究では、これらの干渉測定法を研究対象として取り上げた。

これらの干渉測定法においては、供試レンズの長さとして、それぞれ1/2および1/4ピッチであることが要求されるが、実際には、1/2および1/4ピッチからのずれが避けられない。このレンズ長のずれは、従来の干渉測定法では、焦点ボケとして扱われており、３次以上の球

表1.2　波動光学的測定法の比較

測定方法	測定原理図	測定対象	推定可能な屈折率分布係数	測定精度	屈折率分布係数の推定方法	長所と短所
縦干渉法 (16) (本論文で研究対象とした)		位相シフト $\Delta\varphi$	h_4, h_6	$h_4=1.36 \pm 0.05$ $h_6=-3.0 \pm 0.4$	光線方程式とアイコナール方程式からなる非線形連立微分方程式の数値解法（非線形最小２乗解析）	(長所) ・測定開口数の調整が可能 (短所) ・レンズ長に制約がある（1/2ピッチのみ測定可能）
２光束干渉法(17) (本論文で研究対象とした)		波面収差W	h_4	波面収差の２乗平均偏差値（r.m.s.値） 0.04λ λ：測定光の波長	確立されていない	(長所) ・測定開口数の調整が可能 (短所) ・レンズ長に制約がある（1/4ピッチのみ測定可能）
遠視野像法 (18)		ピッチΩと出射光線の傾き γ_0	h_4	$h_4=1.1 \pm 0.1$	遠視野像の強度分布のピークに対応する出射ビームの角度とピッチの関係からh_4を推定	(長所) ・測定開口数の調整が可能 (短所) ・レンズ長に制約がある（1/2ピッチよりも充分長いこと） ・破壊測定法である
遠視野像法 (19)		回折強度分布Ｉと出射光線の傾き γ_0	h_4	$h_4=1.1 \pm 0.05$	遠視野像の強度分布の段差部分に対応する出射ビームの角度からh_4を推定	(長所) (短所) ・レンズ長に制約がある（1/2ピッチよりも充分長いこと） ・破壊測定法である
微分干渉法 (20),(21)		マッチングオイルとの屈折率差Δn_m	g, h_4, h_6	屈折率の10^{-3}	アーベル積分方程式の数値解法	(長所) ・レンズ長に制約がない (短所) ・測定開口数の調整が不可能 ・マッチングオイルが必要

面収差には影響しないと仮定されていた。そこで、本研究では、まず、この仮定の妥当性を検証するため、測定対象となる位相シフト$\Delta\varphi$を、次式のように、入射光の光軸となす角γ_iの多項式として表わすことを試みた。

$$\Delta\varphi = \underbrace{\mathcal{A}_2(\Delta Z, g)\sin^2\gamma_i}_{\text{焦点ボケ}} + \underbrace{\mathcal{A}_4(\Delta Z, g, h_4)\sin^4\gamma_i}_{\text{3次球面収差}} + \underbrace{\mathcal{A}_6(\Delta Z, g, h_4, h_6)\sin^6\gamma_i}_{\text{5次球面収差}} + \ldots \qquad (1.2)$$

ただし、$\mathcal{A}_2, \mathcal{A}_4, \ldots$は展開係数、また$\Delta Z$はレンズ長の1/2あるいは1/4ピッチからのずれを表わす。なお、2光束干渉法において測定対象となる波面収差Wは、位相シフト$\Delta\varphi$と同一の量となる。式(1.2)に示されるように、レンズ長のずれΔZは、焦点ボケのみならず、3次以上の球面収差にも影響を与えることが分かった。

従って、波動光学的測定法によって、レンズ中心部の屈折率分布の測定精度を上げるには、

「位相シフト$\Delta\varphi$に対するレンズ長のずれΔZの影響を明らかにすること」

が必要である。

そのために、次の手順で検討を行った。すなわち、

(1) 子午光線方程式の高次摂動解の入射光の光軸からの距離x_iおよび光軸となす角γ_iに関する多項式への展開

(第3章)

(2) 多項式展開した高次摂動解からの光学距離の導出

(第4章)

(3) 導出した光学距離による縦干渉法における測定対象、すなわち位相シフト$\Delta\varphi$のγ_iに関する多項式への展開

(第5章)

(4) 導出した光学距離による2光束干渉法における測定対象、すなわち位相シフト$\Delta\varphi$のγ_iに関する多項式への展開

(第5章)

(5) レンズ長の1/2あるいは1/4ピッチからのずれΔZおよび4次の屈折率分布係数h_4と多項式展開した位相シフトにおける焦点ボケ(式(1.2)の係数$\mathcal{A}_2$)

および３次球面収差（式(1.2)の係数$\mathcal{A}_4$）との対応関係式の導出

（第５章）

(6)最小２乗法を用いた屈折率分布係数の推定方法の確立

（第５章）

レンズ中心部における屈折率分布の測定精度の向上が達成できれば、次に必要となるのがレンズ周辺部における屈折率分布の測定精度の向上である。このためには、まず、集束定数gを正確に推定できることが必要である。なぜなら、屈折率分布式(1.1)から明らかなように、例えば、屈折率分布の４次項は、４次の分布係数h_4のみではなく、h_4と集束定数gの４乗との積で定まり、次数が高くなるほど、集束定数gの精度が利いてくるからである。

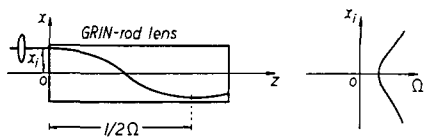
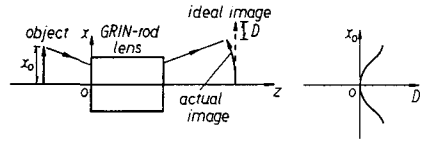
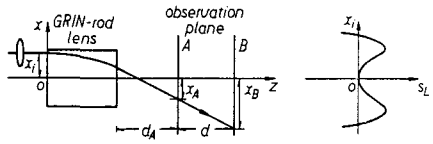
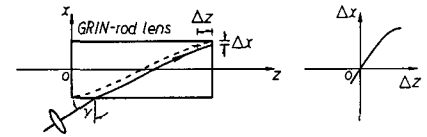
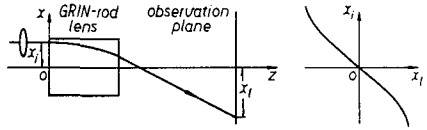
［幾何光学的測定法の課題］

従来報告されている幾何光学的測定法[22]-[26]としては、表1.3に示すものがある。これらの測定法は、測定光の入射方向によって分類した場合、縦測定法（光軸方向）に対応する。更にこれらの測定法は、光線収差を測定する方法、すなわちピッチ測定法[22]、結像法[23]、ハルトマンテスト法[24]とそれ以外の方法、すなわち光線追跡法[25],[26]に分類できる。後者の場合、測定精度は、軸上屈折率n_0の10^{-3}に留まっている。このため、所期の測定精度が得られず、レンズ周辺部の屈折率分布測定には適用できない。一方、前者の光線収差を測定する方法においては、４次以上の分布係数の推定が可能であるが、集束定数gの推定は不可能である。このため、従来の光線収差を測定する方法[22]-[24]においては、他の測定法との併用によって、屈折率分布を測定せねばならなかった。

そこで、本研究では、集束定数gと４次および６次の分布係数h_4およびh_6の推定が同時にできる屈折率分布測定法[27],[28]を提案した。この測定法では、横収差を測定対象とするため、まず、次式のように、横収差x_lをレンズ入射光線の光軸からの距離x_iの多項式で表わすことを試みた。

$$x_l = \underbrace{\mathcal{A}_1(g,l)x_i}_{\text{焦点ボケ}} + \underbrace{\mathcal{A}_3(g,h_4,l)x_i^3}_{\text{３次球面収差}} + \underbrace{\mathcal{A}_5(g,h_4,h_6,l)x_i^5}_{\text{５次球面収差}} + \cdots \tag{1.3}$$

表1.3　幾何光学的測定法の比較

測定方法	測定原理図	測定対象	推定可能な屈折率分布係数	測定精度	屈折率分布係数の推定方法	長所と短所
ピッチ測定法(22)		ピッチΩ	h_4, h_6	h_4, h_6の測定精度の評価がされていない	最小２乗法	(長所) ・測定開口数の調整が可能 (短所) ・集束定数gが測定不可能 ・レンズ長に制約がある (1/4ピッチよりも充分長いこと)
結像法(23)		歪曲 D	h_4, h_6	h_4, h_6の測定精度の評価がされていない	最小２乗法	(長所) ・測定開口数の調整が可能 ・レンズ長に制約がない (短所) ・集束定数gが測定不可能 ・理論式の精度が低い
ハルトマンテスト法(24)		縦球面収差s_L	h_4, h_6, h_8	h_4, h_6, h_8の測定精度が評価されていない	光線方程式の数値解法	(長所) ・測定開口数の調整が可能 ・レンズ長に制約がない (短所) ・集束定数gが測定不可能
光線追跡法(25),(26)		屈折率 n	g, h_4, h_6	軸上屈折率n_0の10^{-3}	光線方程式の数値解法	(長所) (短所) ・測定開口数の調整が不可能 ・浸漬液が必要
横収差測定法(27),(28) (本論文ではじめて提案した)		横収差x_l	g, h_4, h_6	g＝0.223 ±0.002mm^{-1} h_4＝6.1 ±0.3 h_6＝-122 ± 6 軸上屈折率n_0の10^{-4}	最小２乗法	(長所) ・測定開口数の調整が可能 ・集束定数gが測定可能 ・レンズ長に制約がない (短所)

ただし、$\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_3, \ldots$は展開係数、また$l$はレンズ出射面・観測面間距離を表わす。

横収差はlに比例するため、lを大きくすることにより、測定対象の測定精度が低下せず、焦点ボケの大きさ$\mathcal{A}_1$から集束定数gの推定が可能となる。

更に、最小２乗法によって、gと３次球面収差$\mathcal{A}_3$からh_4、あるいはg、h_4そして５次球面収差$\mathcal{A}_5$からh_6というように、逐次レンズ周辺部を支配する高次の分布係数の推定も可能となる(27),(28)。

従って、幾何光学的測定法によって、レンズ周辺部の屈折率分布の測定精度を向上するには、

「横収差を測定対象とする測定法を確立すること」

が必要である。

そのために、次の手順で検討を行った。すなわち、

(1)多項式展開した高次摂動解からの５次横収差多項式の導出

（第６章）

(2)集束定数g、４次および６次の屈折率分布係数h_4, h_6と導出した５次横収差多項式における焦点ボケ（式(1.3)の係数$\mathcal{A}_1$）、３次球面収差（式(1.3)の係数$\mathcal{A}_3$)そして５次球面収差（式(1.3)の係数$\mathcal{A}_5$）との対応関係式の導出

（第６章）

(3)最小２乗法を用いた屈折率分布係数の推定方法の確立

（第６章）

本論文では、レンズ中心部およびレンズ周辺部における測定精度の向上のための課題を通じて、屈折率分布型レンズの屈折率分布測定法の高精度化の手法について考察した。

その結果、レンズ中心部に対しては、３次球面収差に対するレンズ長のずれの影響をはじめて明らかにした。そして、解析的な最小２乗法によって、所期の測定精度を満足する２次および４次の分布係数gおよびh_4の推定方法をはじめて確立した。

また、レンズ周辺部に対しては、５次の横収差多項式を導出し、焦点ボケ、３次球面収差そして５次球面収差と２次から６次までの分布係数g、h_4そしてh_6との関係をはじめて明らかにした。そして、解析的な最小２乗法によって、２次から６次までの分布係数g、h_4そしてh_6を所期の測定精度で測定可能な横収差測定法をはじめて確立した。

１．３　本論文の構成

本論文の構成を、図1.2に示すブロックダイアグラムにもとづき述べる。

第２章では、本論文の課題を解決するために必要となる手順について述べる。次に、波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法を提案する。更に、幾何

光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法として、横収差測定法を提案する。

第３章では、StreiferとPaxton[29]が導出した屈折率分布型レンズの子午光線方程式の高次摂動解を、入射光の光軸からの距離x_iおよび光軸となす角γ_iに関する多項式に展開する。

第４章では、第３章で多項式展開された高次摂動解を用いて、光学距離を解析的に導出する。

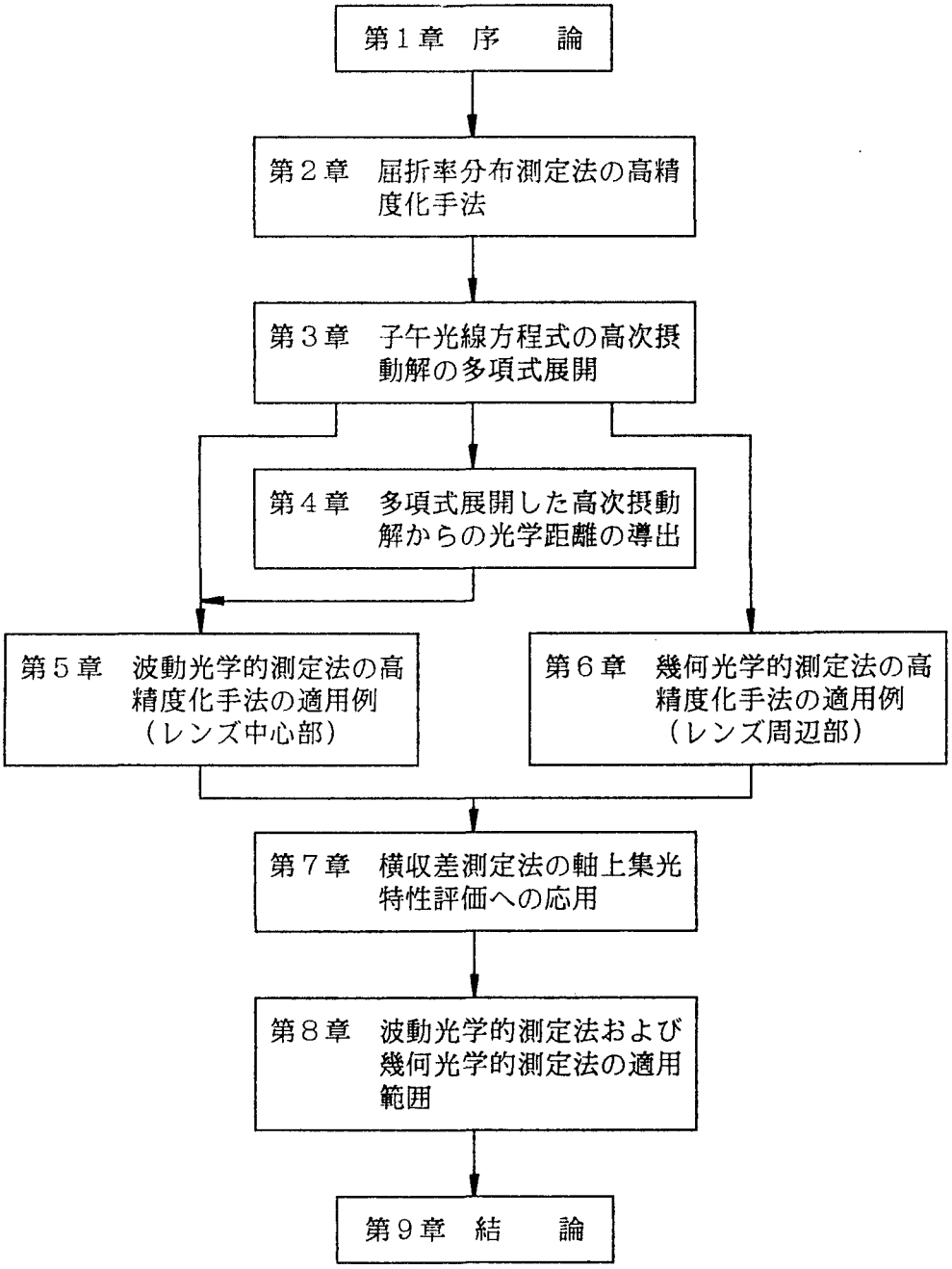


図1.2　本論文の構成を示すブロックダイアグラム

第５章では、第２章で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用例を示す。

まず、第４章で導出した光学距離を用いて、縦干渉法および２光束干渉法における測定対象、すなわち位相シフトを入射光の光軸となす角γ_iに関して多項式展開し、提案した高精度化手法の理論的背景を示す。次に、この高精度化手法を従来のこれら２つの干渉測定法による測定データに適用し、４次の屈折率分布係数h_4を推定する。

第６章では、第２章で提案した幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法、すなわち横収差測定法の適用例を示す。

まず、第３章で多項式展開した高次摂動解を用いて、５次の横収差多項式を導出し、提案した高精度化手法の理論的背景を示す。次に、この高精度化手法を著者による測定データに適用し、集束定数g、４次および６次の屈折率分布係数h_4,h_6を推定する。

第７章では、第６章で導出した横収差多項式を用いて、屈折率分布型単レンズの軸上集光特性の評価方法を提案する。そして、この評価方法による結果が、従来の２光束干渉法による測定データと一致することを示す。

第８章では、第５章および第６章における高精度化手法の適用例を用いて、第２章で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部および幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用範囲を明らかにする。

第９章では、本研究で得られた成果を総括するとともに、今後に残された問題点を述べる。

第２章　屈折率分布測定法の高精度化手法[27],[28],[30]-[32]

２．１　緒　言

まず、屈折率分布型レンズにおける子午光線方程式の摂動解と光学距離（位相）について述べる。

次に、屈折率分布測定法の高精度化のために必要となる次の２つの手順を説明する。すなわち、(1)子午光線方程式の摂動解の多項式展開の手順[27],[28]、(2)この多項式展開された摂動解を用いた光学距離の導出手順[30]-[32]である。

以上をもとにして、波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布の高精度測定を実現するため、研究対象として取り上げた縦干渉法[16]および２光束干渉法[17]の高精度化手法を提案する。更に、幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布の高精度測定を実現するため、横収差を測定対象とする横収差測定法[27],[28]を提案する。

２．２　子午光線経路

２．２．１　子午光線方程式

図2.1に、屈折率分布型レンズにおける子午光線経路の表示に用いる主なパラメータを示す。屈折率分布がnで与えられる不均質媒質中の光線経路は、一般に、次の光線方程式によって記述される。

$$\frac{d}{ds}\left(n\frac{d\mathbf{r}}{ds}\right)=\nabla n \tag{2.1}$$

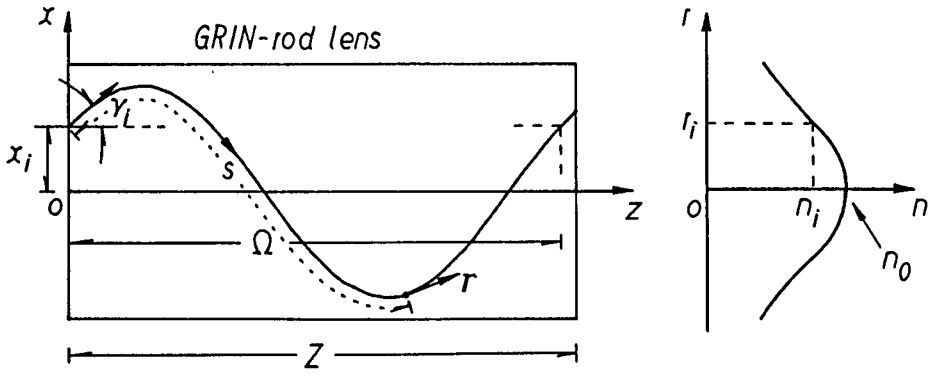


図2.1　屈折率分布型レンズの子午光線経路の表示に用いるパラメータ

ただし、$\mathbf{r}=(x,y,z)$は位置ベクトル、sは光線経路、また$\nabla=(\partial/\partial x,\partial/\partial y,\partial/\partial z)$は微分演算子ナブラである。屈折率分布型レンズの場合、屈折率分布nは半径r、すなわちxとyのみの関数である。このため、$\partial n/\partial z=0$より、式(2.1)のz成分は次式のようになる。

$$n\frac{dz}{ds}=n_i\cos\gamma_i \tag{2.2}$$

ただし、$n_i=n(r_i)$、またr_iおよび$\cos\gamma_i$は、それぞれ$z=0$における入射光線の光軸からの距離および方向余弦のz成分である。式(2.2)は、光線方程式(2.5)における独立変数をsからzへ変換できることを示している。そこで、式(2.2)により、独立変数をsからzへ変換すれば、光線方程式(2.1)は、次のような連立２階微分方程式に変換される。

$$\frac{d^2x}{dz^2}=\frac{1}{2n_i{}^2\cos^2\gamma_i}\frac{\partial n^2}{\partial x} \tag{2.3a}$$

$$\frac{d^2y}{dz^2}=\frac{1}{2n_i{}^2\cos^2\gamma_i}\frac{\partial n^2}{\partial y} \tag{2.3b}$$

ここで、図2.1に示すように、子午面をx-z平面とする（光軸をz軸とする）と、子午光線方程式は式(2.3a)に帰着する。この子午光線方程式の解は、$z=0$における入射条件、すなわち入射光線の光軸からの距離x_iと光軸となす角γ_iによって、一義的に定まる。

２．２．２　子午光線方程式の厳密解

子午光線方程式(2.3a)は、２つの屈折率分布、すなわち２乗分布およびsech分布（この屈折率分布がちょうど双曲線関数の１つhyperbolic secantで表わされるため、このように呼ばれる）に対して、次のように厳密に解ける。

(1) ２乗分布の場合

屈折率分布　：$n^2(r)=n_0{}^2\,[1-(gr)^2]$　(2.4a)

子午光線経路：

$$gx=gx_i\cos\frac{n_0gz}{n_i\cos\gamma_i}+\frac{n_i}{n_0}\sin\gamma_i\sin\frac{n_0gz}{n_i\cos\gamma_i} \tag{2.4b}$$

(2) sech分布の場合

屈折率分布　：$n^2(r)=n_0{}^2\mathrm{sech}^2(gr)$

$$= n_0^2 \left[1 - (gr)^2 + \frac{2}{3}(gr)^4 - \frac{17}{45}(gr)^6 + \ldots \right] \tag{2.5a}$$

子午光線経路：

$$\sinh gx = \sinh gx_i \cos gz + \cosh gx_i \tan \gamma_i \sin gz \tag{2.5b}$$

ここで、n_0は軸上屈折率、またgは集束定数である。 これら２つの屈折率分布、すなわち２乗分布およびsech分布に対して、平行光線が入射したときの光線経路を、それぞれ図2.2(a)および(b)に示した。前者の場合、光線の蛇行周期は、入射光線の光軸からの距離に依存し、

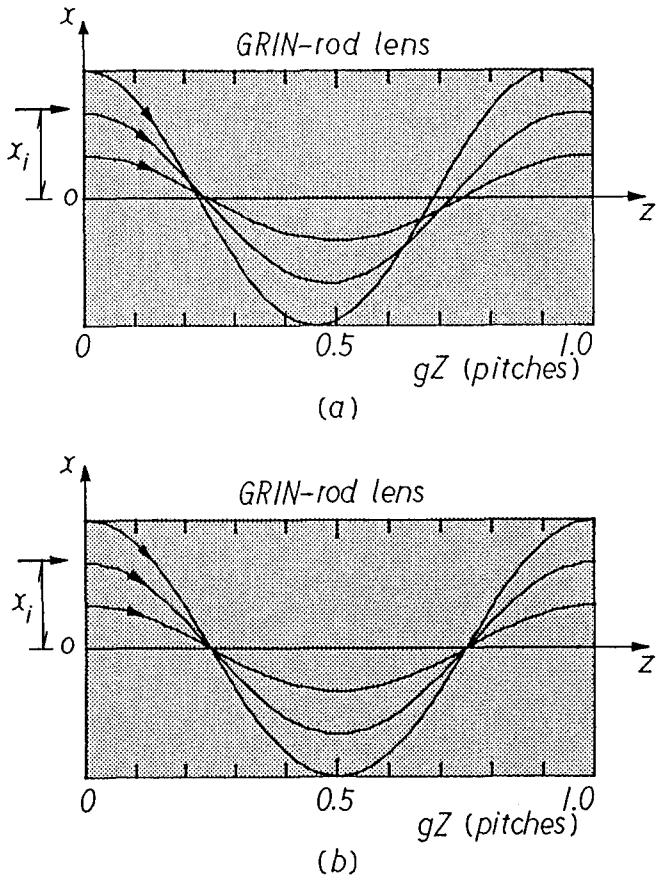


図2.2　子午光線方程式の厳密解の平行入射光線に対する光線経路の数値例（入射光線の光軸からの距離をパラメータとした）
(a) ２乗分布の場合
(b) sech分布の場合

この距離が大きくなるほど短くなる。これに対し、後者の場合、光線の蛇行周期は、入射光線の光軸からの距離とは無関係になる。またこの場合、式(2.5a)に示されるように、屈折率分布が半径rの無限ベキ級数で表わされるにもかかわらず、子午光線方程式の厳密解、すなわち式(2.5b)が得られる。このため、この厳密解は、子午光線方程式の摂動解の計算精度の検証に用いられる。

2．2．3　子午光線方程式の摂動解

一般に、屈折率分布型レンズの屈折率分布は、次式のように、半径rの偶数ベキ級数で表わされる。

$$n^2(r)=n_0^2\ [1-(gr)^2+h_4(gr)^4+h_6(gr)^6+\ldots] \tag{2.6}$$

ただし、h_4およびh_6は、それぞれ4次および6次の屈折率分布係数である。この屈折率分布を子午光線方程式(2.3a)に代入すると、子午光線方程式は次式のようになる。

$$\frac{d^2x}{d\xi^2}+x=x\sum_{j=2}jh_{2j}g^{2(j-1)}x^{2(j-1)} \tag{2.7}$$

ただし、独立変数zは、変数変換$\xi=n_0gz/n_i\cos\gamma_i$により正規化した。式(2.7)を解析的に解く方法には、摂動法[29],[33]がある。この摂動法では、集束定数gの2乗、g^2を摂動パラメータとする（屈折率分布型レンズでは、$(gx)^2$は1に比べて十分小さい）。また摂動解は、次のように表わされると仮定される。

$$x(\xi)=a\cos\psi+\sum_{j=1}g^{2j}x_j(a,\psi) \tag{2.8a}$$

$$\psi=[1+\sum_{j=1}g^{2j}\omega_j(a)]\ \xi+\psi_i \tag{2.8b}$$

ただし、x_j, j=1,2,...はj次の摂動による補正項、またa、ψ_iそしてω_jはx_iおよびγ_iで表わされる定数である。なお本論文で用いるピッチΩは、式(2.8b)より、次式で定義される。

$$\frac{\Omega}{g}=\frac{n_0\ [1+\Sigma\ g^{2j}\omega_j(a)]}{n_i\cos\gamma_i} \tag{2.8c}$$

ここで、１次摂動解を例にとって、従来の摂動解がどのように与えられるかを説明する。まず、式(2.8)において、$j=1$とおき、これを式(2.7)に代入して、g^2の０次および１次項を等置する。

(1)非摂動解（０次摂動解）

非摂動解に対する微分方程式は、次のようになる。

$$\frac{d^2x}{d\xi^2} + x = 0 \tag{2.9}$$

式(2.9)は、子午光線方程式(2.7)において$g^2=0$あるいは$h_{2j}=0, j=2,3,...$とおいた場合に対応する。後者の場合、屈折率分布は２乗分布となる。従って、この非摂動解は、２乗分布に対する厳密解、すなわち式(2.4b)に他ならない。

(2)１次摂動解

１次の摂動による補正項x_1に対する微分方程式は、次のようになる。

$$\frac{d^2x_1}{d\psi^2} + x_1 = 2\omega_1 a\cos\psi + 2h_4 a^3\cos^3\psi \tag{2.11}$$

ここで、永年項が存在しないための条件は、ω_1が次式で表わされることである。

$$\omega_1 = -\frac{3}{4}h_4 a^2 \tag{2.12}$$

従って、この条件を用いれば、１次摂動解が次のように求まる。

$$x = a\cos\psi - \frac{1}{16}h_4 g^2 a^3\cos 3\psi \tag{2.13a}$$

$$\psi = (1 - \frac{3}{4}g^2 a^2 h_4)\,\xi + \psi_i \tag{2.13b}$$

次に、定数aおよびψ_iを入射光線の$z=0$における入射条件、すなわちx_iとγ_iで表わす手順が残っている。そこで、定数aおよびψ_iが、次式のようにg^2のベキ級数で表わされると仮定する。

$$a = a_0 + g^2 a_1 + g^4 a_2 + g^6 a_3 + \ldots \tag{2.14a}$$

$$\psi_i = \psi_0 + g^2 \psi_1 + g^4 \psi_2 + g^6 \psi_3 + \ldots \tag{2.14b}$$

これを式(2.13)に代入して、g^2の0次項および1次項を等置すると、g^2の0次項に対する恒等式からは、定数a_0およびψ_0が次のように求まる。

$$a_0 \cos \psi_0 = x_i \tag{2.15a}$$

$$-a_0 \sin \psi_0 = \frac{n_i \cos \gamma_i}{n_0 g} \tag{2.15b}$$

また、g^2の1次項に対する恒等式からは、定数aおよびψ_iが次のように求まる。

$$a = a_0 + g^2 \frac{a_0{}^3}{2^4} h_4 (6 - 4\cos 2\psi_0 - \cos 4\psi_0) \tag{2.16a}$$

$$\psi_i = \psi_0 + g^2 \frac{a_0{}^2}{2^4} h_4 (8\sin 2\psi_0 + \sin 4\psi_0) \tag{2.16b}$$

図2.3に、sech分布に対する（$h_4 = 2/3$とおいた）1次摂動解の数値例を点線で示した。同図において、1点鎖線は非摂動解を、また実線はsech分布に対する厳密解を表わす。1次摂動

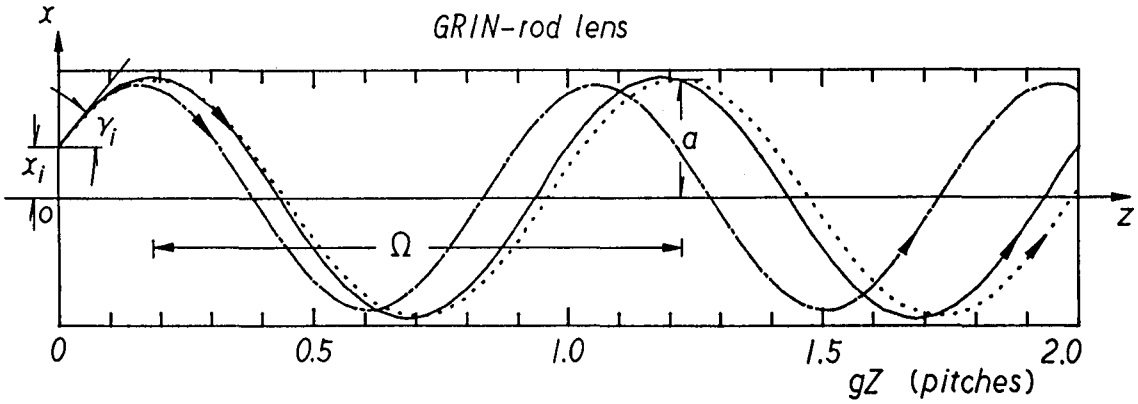


図2.3　子午光線方程式の摂動解による光線経路の様子
1点鎖線：非摂動解（0次摂動解）
実線：sech分布に対する厳密解
点線：sech分布に対する1次摂動解

解は厳密解とよく一致しており、子午光線方程式が摂動法によって、精度よく解けることが分かる。

2．3　子午光線に対する光学距離と位相

2．3．1　光学距離

光学距離（optical path length、光路長ともいう）wは、次のアイコナール方程式で定義される。

$$w = \int n(r)ds \tag{2.17}$$

ただし、dsは光線経路sに沿う線素を表わし、積分は光線経路に沿って行われる。屈折率分布型レンズの場合、屈折率分布nが半径rのみに依存するため、式(2.2)が成り立つ。従って、屈折率分布型レンズに対する光学距離は、次式で与えられる[30)-(32)]。

$$w = \int \frac{n^2(r)}{n_i \cos\gamma_i} dz \tag{2.18}$$

ここで、子午面をx-z平面とする（光軸をz軸とする）と、子午光線の場合、r＝xとおける。このため、屈折率分布型レンズにおける子午光線の光学距離は、次式で表わされる。

$$w = \int \frac{n^2(x)}{n_0} d\xi \tag{2.18'}$$

ただし、独立変数zは、変数変換$\xi = n_0 z / n_i \cos\gamma_i$により正規化した。

2．3．2　位相

一般に、位相φは、光学距離wを用いて$\varphi = k_0 w$と表わされる。ただし、$k_0 = 2\pi/\lambda$、またλは真空中での光の波長である。このため、光学距離を求めることは、位相を求めることに他ならない。屈折率分布型レンズの場合、子午光線に対する位相φを求めるには、式(2.18')あるいは次式を用いればよい。

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{2\pi n^2(x)}{\lambda n_i \cos\gamma_i} \tag{2.19}$$

２．４　屈折率分布測定法の高精度化に必要な手順

２．４．１　子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開の手順

本論文で提案する波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法では、測定対象、すなわち位相シフト$\Delta\varphi$（波面収差W）を、入射光の光軸となす角γ_iの多項式に展開したものを用いる。また、本論文で提案する幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法では、測定対象、すなわち横収差x_iを、入射光の光軸からの距離x_iの多項式に展開したものを用いる。位相シフトおよび横収差は、いずれも子午光線方程式の摂動解から導出できるが、 従来の摂動解[29],[33]は、式(2.13)－(2.16)に示されるように、 定数a_j, ω_j, ψ_j等の数多くのパラメータで表示され、また独立変数zが変数変換$\xi = n_0 gz/n_i \cos\gamma_i$により正規化されている。このため、従来の摂動解を、まずx_iおよびγ_iの多項式に展開する必要がある。 図2.4に、本論文で用いた子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開の手順[27],[28]を示す。 この多項式展開の主な手順は、次の４つの手順からなる。すなわち、

(1)a_jの多項式展開→振幅項aの決定

(2)ψ_jの多項式展開→位相項の定数ψ_iの決定

(3)ω_jの多項式展開→ピッチΩの決定

(4)$a^j\cos(2j-1)\psi_i$および$a^j\sin(2j-1)\psi_i$の多項式展開→摂動解xの決定

２．４．２　多項式展開した高次摂動解からの光学距離の導出手順

本論文で提案する波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法では、測定対象、すなわち位相シフト$\Delta\varphi$（波面収差W）は、光学距離w（位相φ）によって表わすことができる。しかし、従来、屈折率分布型レンズの光学距離は、解析的に導出されていない。

屈折率分布型レンズの子午光線に対する光学距離wを表わす式(2.18')は、 被積分関数$n^2(x)$が、光軸からの距離、すなわち子午光線の経路xで表示されているのに対し、積分変数がξであることを示している。 このため、まず、屈折率分布$n^2(x)$をξの関数で表わすことが必要である。 子午光線方程式の摂動解xは、一般に、ξに関する三角関数の和で表わされる（式(2.13)の１次摂動解を参照）。このため、屈折率分布は、ξに関する三角関数の和で表わすことができる。従って、式(2.18')の積分は、ξに関する三角関数の積分に帰着される。図2.5に、本論文で用いた多項式展開された高次摂動解からの光学距離の導出手順[30]-[32]を示す。この導出手順は、次の３つの手順からなる。すなわち、

(1)屈折率分布の２乗$n^2(x)$のx_iおよびγ_iの多項式への展開

(2)$n^2(x)$に含まれる三角関数の積およびベキの１次三角関数への展開

(3)アイコナール方程式(2.18')の積分

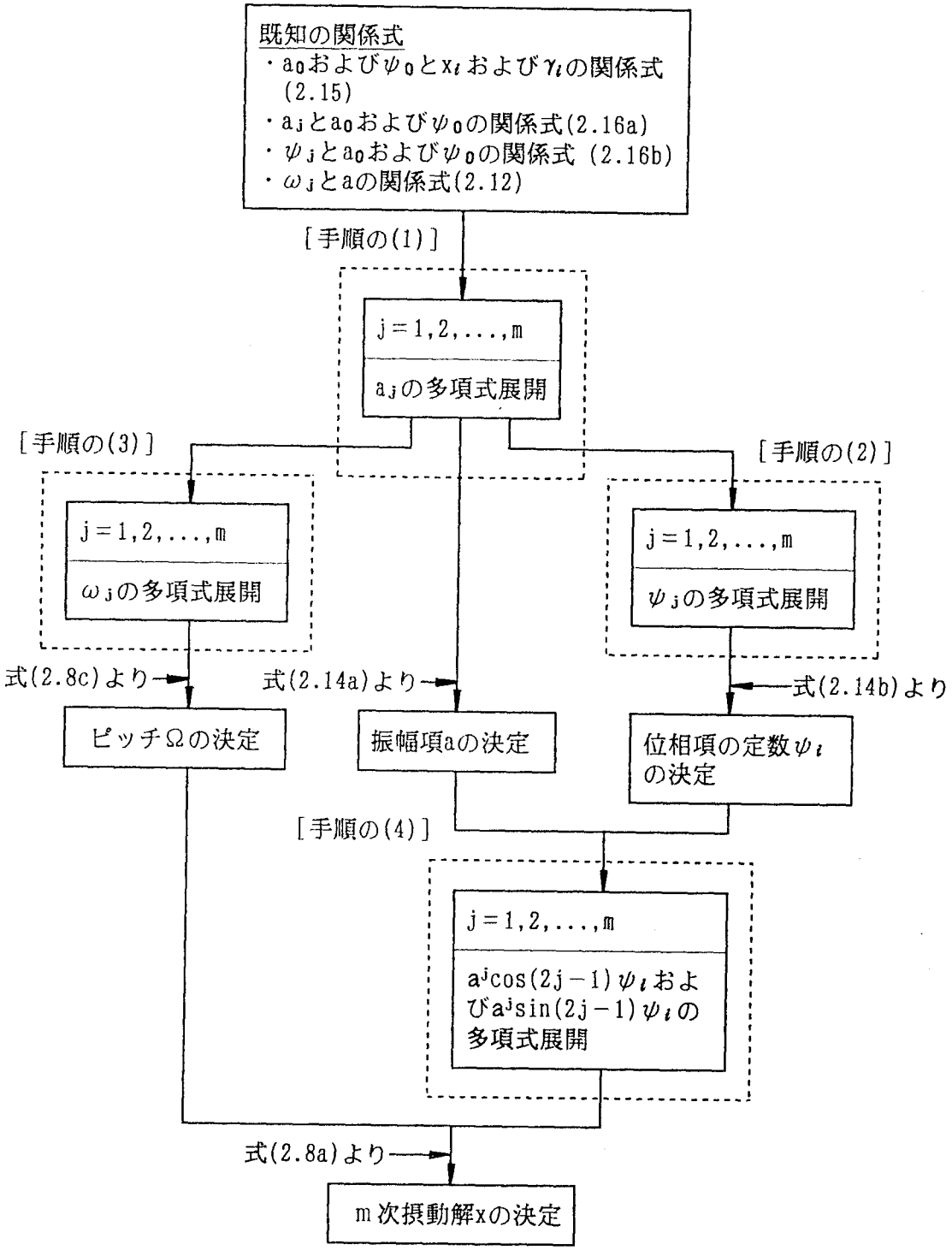


図2.4　本論文で用いた子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開の手順

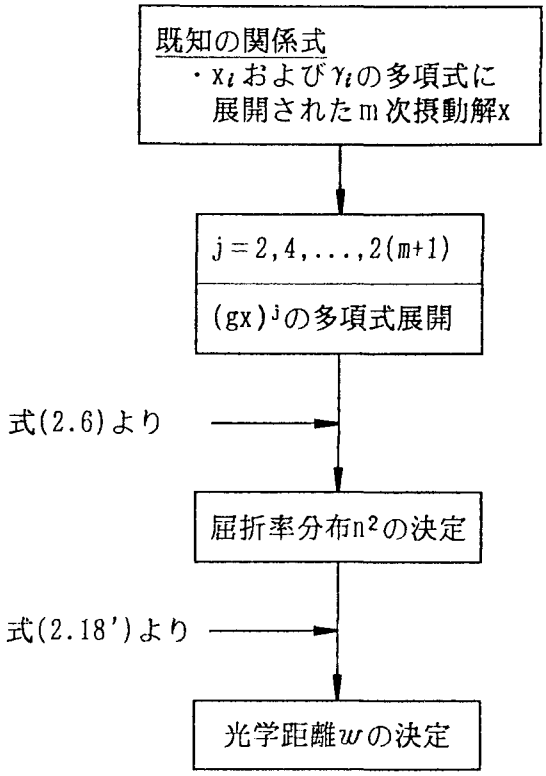


図2.5　本論文で用いた多項式展開された高次摂動解からの光学距離の導出手順

２．５　屈折率分布測定法の高精度化手法の提案

２．５．１　波動光学的測定法の高精度化手法（レンズ中心部）

本論文で高精度化を試みた波動光学的測定法、すなわち縦干渉法および２光束干渉法の模式的な測定原理図を、それぞれ図2.6および2.7に示す。これらの測定原理図を比較した場合、次の３つの点が異なるのみで、位相シフトの測定原理は同じである。 すなわち、(1)屈折率分布型レンズの長さが1/2ピッチ（前者）または1/4ピッチ（後者）、(2)参照面が屈折率分布型レンズ入射面（前者）または参照鏡（後者）、(3)反射面が屈折率分布型レンズ出射面（前者）または平面鏡（後者）である。

一般に、これらの干渉測定法で用いられる集光レンズの収差は、通常の開口数をもつ屈折率分布型レンズの場合、無視できるものが用いられる。また参照光（破線）の波面は、光軸と垂直な平面であり、 入射光の光軸となす角$\gamma_i=0$に対する信号光（実線）の波面と一致する。このため、屈折率分布型レンズ入射面・観測面間における信号光の光学距離は、収差がないから、$\gamma_i=0$と$\gamma_i\neq0$に対して同じである。これに対し、屈折率分布型レンズ入射面・反射面間における信号光の光学距離は、屈折率分布型レンズの収差により、$\gamma_i=0$と$\gamma_i\neq0$に対して異なる。従って、観測面上で測定される位相シフト$\Delta\varphi$は、屈折率分布型レンズ入射面・

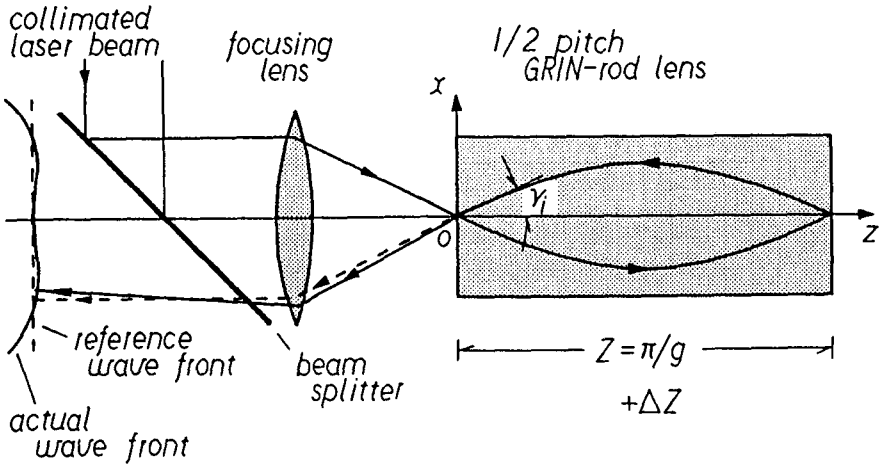


図2.6　本論文で高精度化を試みた縦干渉法の
模式的な測定原理図

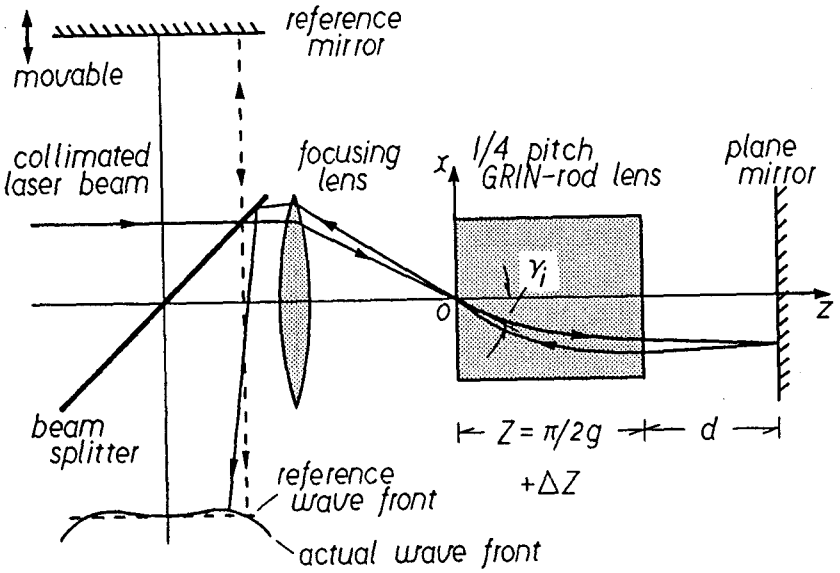


図2.7　本論文で高精度化を試みた２光束干渉法の
模式的な測定原理図

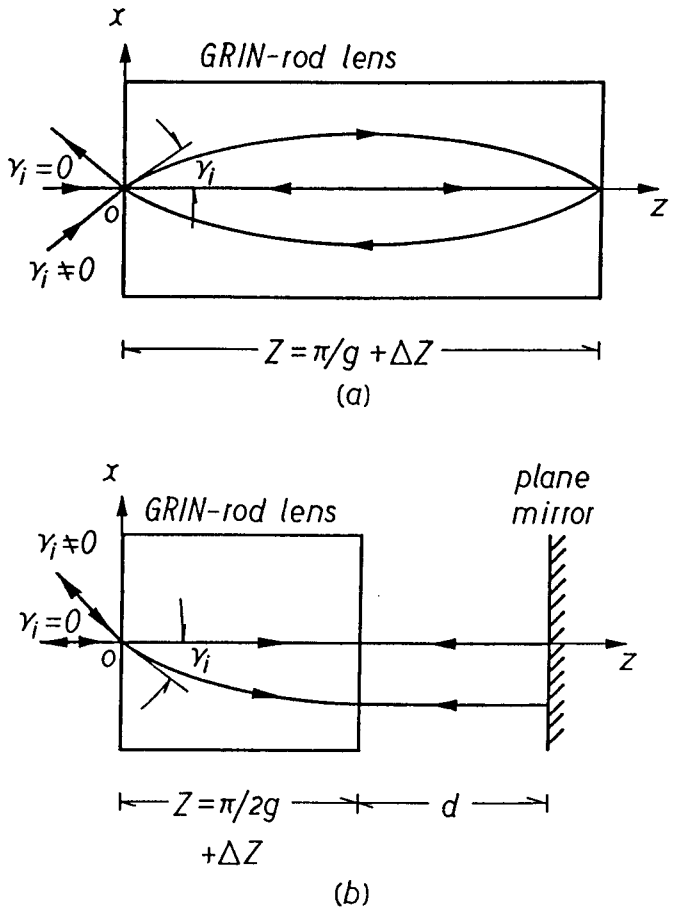


図2.8　本論文で高精度化を試みた干渉測定法における測定対象、すなわち位相シフトの要因となる$\gamma_i=0$および$\gamma_i \neq 0$に対する信号光の経路の様子
(a)縦干渉法の場合
(b)２光束干渉法の場合

反射面間において、$\gamma_i=0$の信号光の光学距離と$\gamma_i \neq 0$の信号光の光学距離との差になっている。図2.8(a)および(b)に、それぞれ縦干渉法および２光束干渉法における$\gamma_i=0$と$\gamma_i \neq 0$の信号光の経路を示した。これら２つの信号光の経路および光学距離は、本論文で求めた子午光線方程式の摂動解と光学距離を用いて、解析的に導出される。

図2.9に、これらの干渉測定法の測定データの概念図を示した。屈折率分布の軸対称性の仮定により、観測される干渉縞は、$\gamma_i=0$に関して軸対称なものになる。このため、この干渉縞は、q個の測定データ（$\Delta\varphi, \sin\gamma_i$）で表わすことができる。本論文で提案する波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法では、このような測定デー

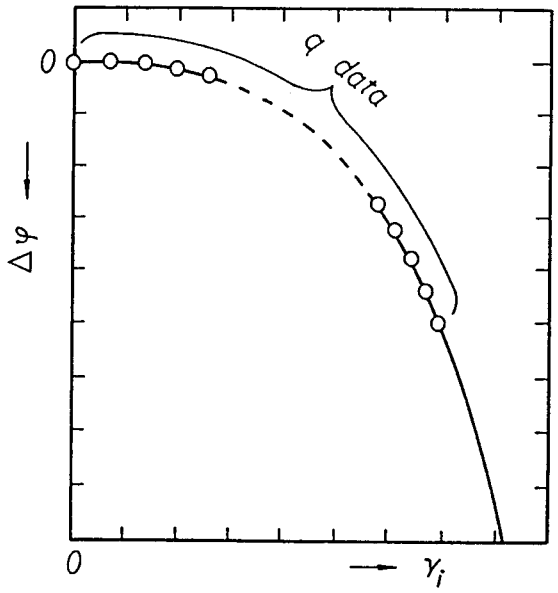


図2.9　本論文で高精度化を試みた干渉測定法における
測定データの概念図
○は測定データを表わす。また実線は、最小２乗法で
適合させる理論曲線である。

タを用いる。図2.10に、この測定データからのレンズ長の1/2あるいは1/4ピッチからのずれΔZおよび４次の分布係数h_4の推定手順を示した。この推定手順では、次式のように、Δφを$\sin\gamma_i$の多項式に展開したものを用いる。

$$\Delta\varphi = \mathcal{A}_2(\Delta Z, g)\rho^2 + \mathcal{A}_4(\Delta Z, g, h_4)\rho^4 + \mathcal{A}_6(\Delta Z, g, h_4, h_6)\rho^6 + \ldots \qquad (2.20)$$

ここで、$\mathcal{A}_2, \mathcal{A}_4, \ldots$は展開係数であり、記号を簡単にするため、$\sin\gamma_i$をρとおいた。この式において、展開係数$\mathcal{A}_2$および$\mathcal{A}_4$と分布係数gおよび$h_4$には、それぞれ次のような関係がある[32]。

［縦干渉法の場合］

$$\mathcal{A}_2 = \frac{2\pi n_0}{g\lambda} g\Delta Z \qquad \text{：}\Delta Z\text{の推定式} \qquad (2.21a)$$

$$\mathcal{A}_4 = \frac{2\pi n_0}{g\lambda}\left[-\frac{9\pi}{8}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) + \frac{3}{4}g\Delta Z\right] \qquad \text{：}h_4\text{の推定式} \qquad (2.21b)$$

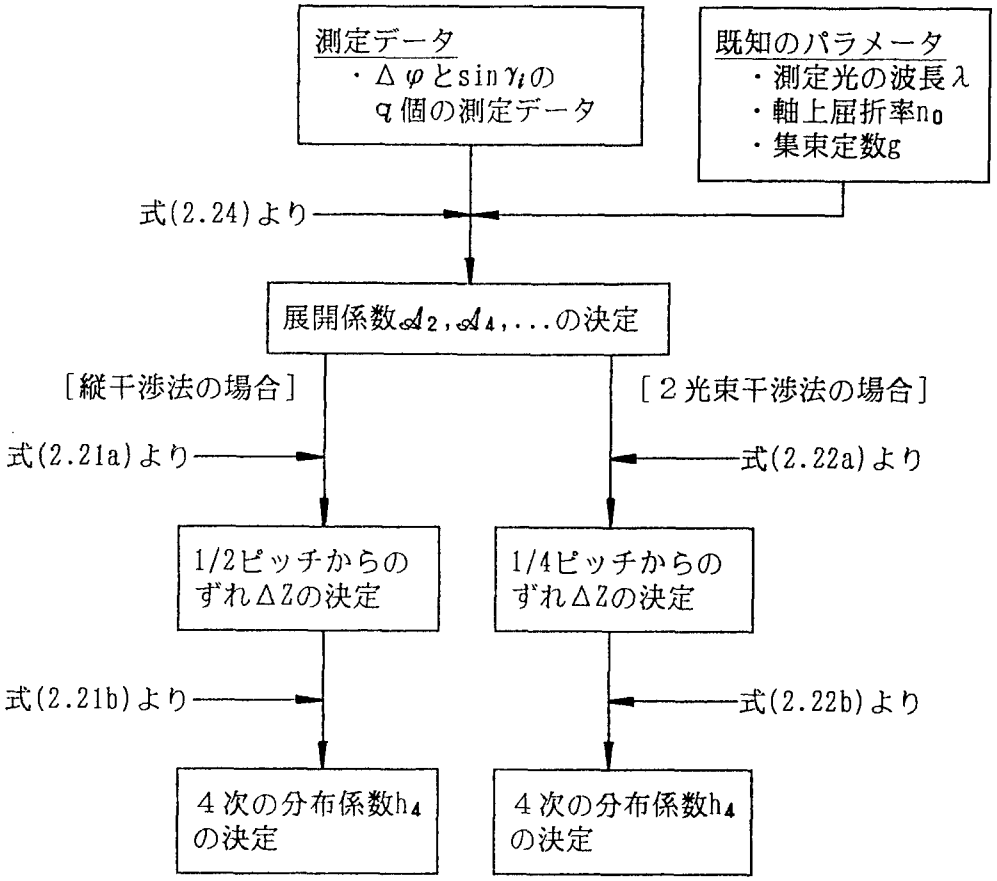


図2.10　本論文で確立した縦干渉法および２光束干渉法の高精度化手法のフローチャート

[２光束干渉法の場合]

$$\mathscr{A}_2 = \frac{2\pi n_0}{g\lambda} g\Delta Z \frac{3}{2} \qquad : \Delta Z\text{の推定式} \qquad (2.22a)$$

$$\mathscr{A}_4 = \frac{2\pi n_0}{g\lambda} \{ -\frac{3\pi}{4}(h_4 - \frac{2}{3})$$

$$+ g\Delta Z [(-\frac{h_4}{2} + \frac{5}{4}) + n_0 g d \frac{9\pi}{2}(h_4 - \frac{2}{3})] \} \qquad : h_4\text{の推定式} \qquad (2.22b)$$

ここで、λは測定光の波長、またdは供試レンズ出射面・反射面間の距離を表わす。位相シフトの測定では、入射光の光軸となす角に対するq個の測定データ($\Delta\varphi_k, \rho_k$),k=1,2,...,qが得られる。得られた測定データから、最小２乗法により、屈折率分布係数を推定するために、まず、残差２乗和ε^2を次のように定義する。

$$\varepsilon^2 = \sum_{k=1}^{q} (\mathcal{A}_2 \rho_k^2 + \mathcal{A}_4 \rho_k^4 + \mathcal{A}_6 \rho_k^6 - \Delta\varphi_k)^2 \tag{2.23}$$

このとき、ε^2を最小にする集束定数g、４次および６次の分布係数h_4,h_6は、展開係数$\mathcal{A}_2$,$\mathcal{A}_4$そして$\mathcal{A}_6$に関する次の３元連立方程式によって決定できる。

$$\mathcal{A}_2 \Sigma \rho_k^8 + \mathcal{A}_4 \Sigma \rho_k^{10} + \mathcal{A}_6 \Sigma \rho_k^{12} - \Sigma \rho_k^6 \Delta\varphi_k = 0 \tag{2.24a}$$

$$\mathcal{A}_2 \Sigma \rho_k^6 + \mathcal{A}_4 \Sigma \rho_k^8 + \mathcal{A}_6 \Sigma \rho_k^{10} - \Sigma \rho_k^4 \Delta\varphi_k = 0 \tag{2.24b}$$

$$\mathcal{A}_2 \Sigma \rho_k^4 + \mathcal{A}_4 \Sigma \rho_k^6 + \mathcal{A}_6 \Sigma \rho_k^8 - \Sigma \rho_k^2 \Delta\varphi_k = 0 \tag{2.24c}$$

この３元連立方程式を解けば、まず、$\mathcal{A}_2$、$\mathcal{A}_4$そして$\mathcal{A}_6$が定まる。次に、これらの値を展開係数$\mathcal{A}_2$,$\mathcal{A}_4$とレンズ長の1/2あるいは1/4ピッチからのずれΔZおよび分布係数h_4の関係式、例えば、縦干渉法の場合、式(2.21a)および(2.21b)に代入する。このとき、$\mathcal{A}_2$とΔZの関係式(2.21a)は、$\mathcal{A}_2$が既知であるため、ΔZに関する方程式となる。従って、この方程式を解けばΔZが求まる。同様にして、$\mathcal{A}_4$とΔZおよびh_4の関係式(2.21b)は、$\mathcal{A}_4$およびΔZが既知であるため、h_4に関する方程式となる。従って、この方程式を解けばh_4が求まる。このように、本論文で提案する波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法では、レンズ長の1/2あるいは1/4ピッチからのずれΔZの影響を考慮した４次の分布係数h_4が推定できる。

２．５．２　幾何光学的測定法の高精度化手法（レンズ周辺部）

本論文で提案する横収差測定法の模式的な測定原理図を、図2.11に示す。この測定法では、まず測定光をマッチングレンズで集光し、屈折率分布型レンズに平行入射させる。なぜなら、屈折率分布型レンズの入射面において、この測定光のスポットが屈折率分布型レンズの固有スポットに一致する場合、レンズに入射した測定光は、細く絞られたまま伝搬するからである。レンズ中を伝搬した測定光は、屈折率分布型レンズ出射面後方lに置かれた観測面上でスポットを形成する。そして、このスポットの中心を光軸から計った距離が、この測定法に

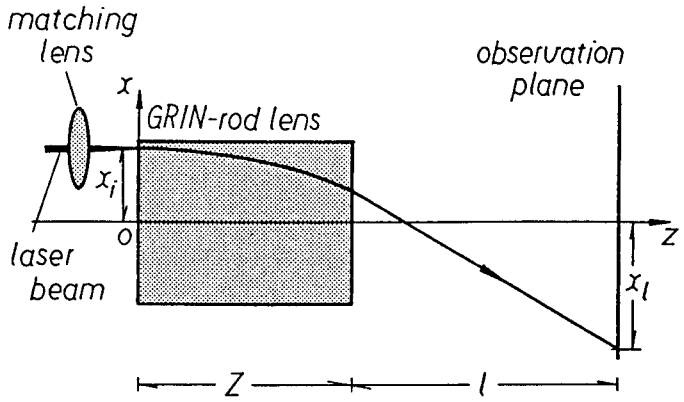


図2.11　本論文で提案した横収差測定法の
模式的な測定原理図

おける測定対象、すなわち横収差x_lである。この横収差x_lは、本論文で求めた子午光線方程式の摂動解を用いて、解析的に導出される。

図2.12に、横収差測定法の測定データの概念図を示した。屈折率分布の軸対称性の仮定に

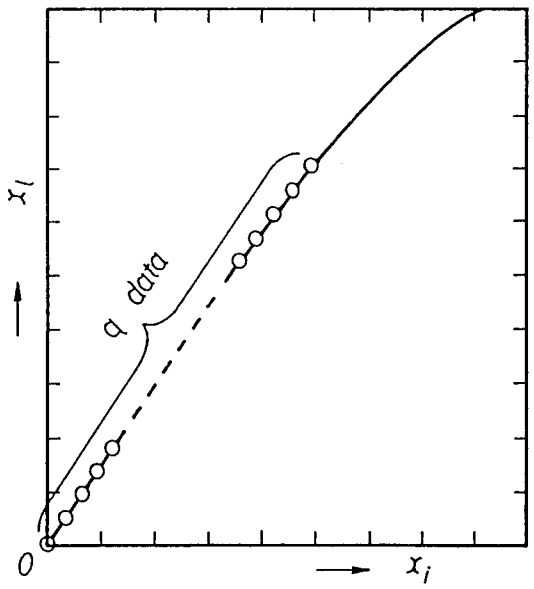


図2.12　本論文で提案した横収差測定法における
測定データの概念図
○は測定データを表わす。また実線は、最小２乗法で
適合させる理論曲線である。

より、この測定データは、入射光の光軸からの距離$x_l=0$に関して点対称なものになるため、q個の（x_l, x_i）で表わすことができる。本論文で提案する幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法では、このような測定データを用いる。図2.13に、この測定データからの集束定数gと４次および６次の分布係数h_4, h_6の推定手順を示した。この推定手順では、次式のように、x_lをx_iの多項式に展開したものを用いる。

$$x_l = \mathcal{A}_1(g, l)\,\xi + \mathcal{A}_3(g, h_4, l)\,\xi^3 + \mathcal{A}_5(g, h_4, h_6, l)\,\xi^5 + \ldots \qquad (2.25)$$

ここで、$\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_3, \ldots$は展開係数、また$l$は屈折率分布型レンズ出射面・観測面間の距離であ

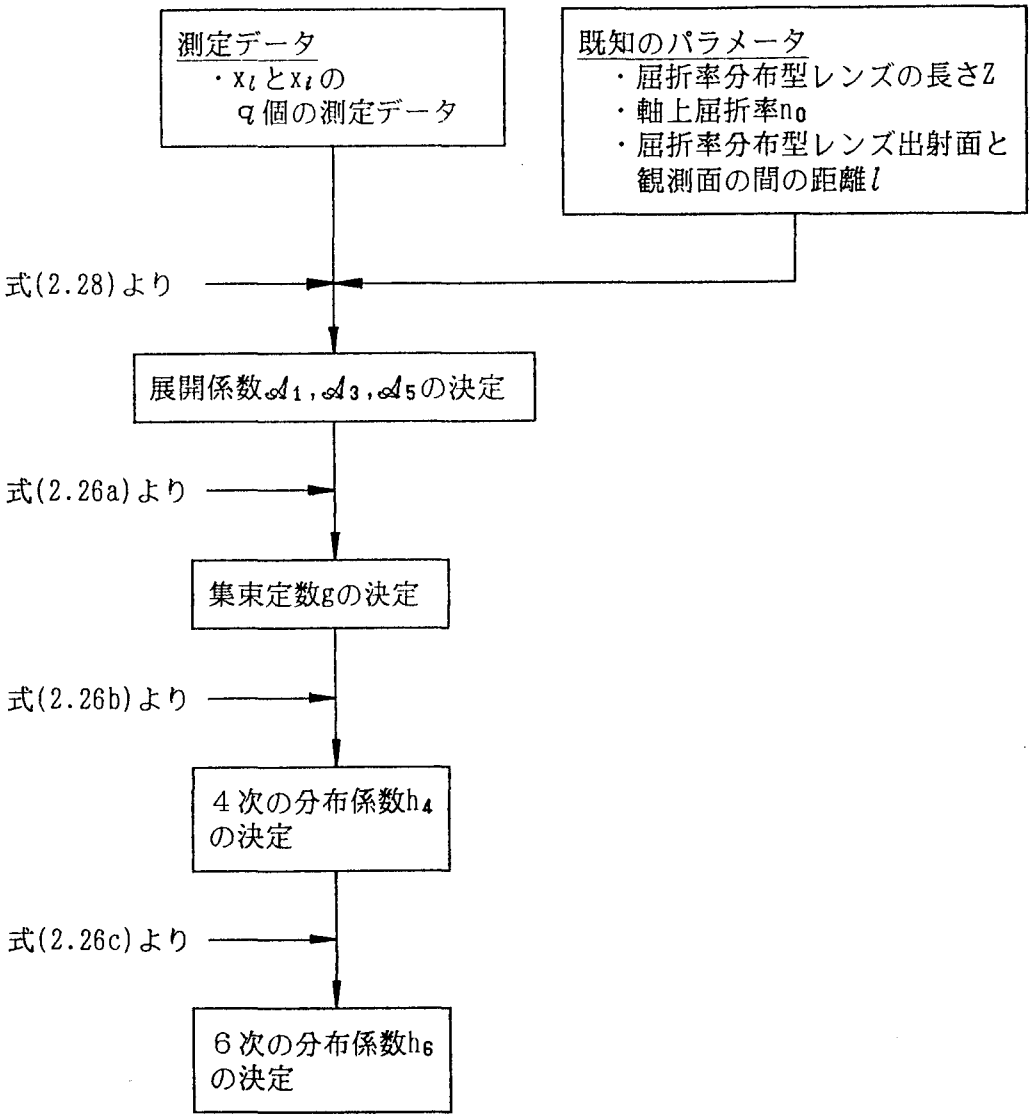


図2.13　本論文で確立した横収差測定法における屈折率分布係数の推定方法のフローチャート

り、記号を簡単にするため、x_lをξとおいた。式(2.25)において、展開係数$\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_3, \mathcal{A}_5$と分布係数$g, h_4, h_6$には、それぞれ次のような関係がある[28]。

$$\mathcal{A}_1 = \cos gZ - n_0 g l \sin gZ \qquad : g\text{の推定式} \qquad (2.26a)$$

$$\mathcal{A}_3 = g^2(H_3 + n_0 g l K_3) \qquad : h_4\text{の推定式} \qquad (2.26b)$$

$$\mathcal{A}_5 = g^4(H_5 + n_0 g l K_5) \qquad : h_6\text{の推定式} \qquad (2.26c)$$

ここで、H_3およびK_3はgおよびh_4の関数、またH_5およびK_5は、g、h_4そしてh_6の関数であり、Zは屈折率分布型レンズの長さを表わす。横収差の測定では、入射光の光軸からの距離を変化させる（屈折率分布型レンズを搭載する微動台のマイクロメータにより調整する）ことにより、q個の測定データ$(x_{lk}, \xi_k), k=1,2,...,q$が得られる。得られた測定データから、最小２乗法により、屈折率分布係数を推定するために、まず、残差２乗和ε^2を次のように定義する。

$$\varepsilon^2 = \sum_{k=1}^{q} (\mathcal{A}_1 \xi_k + \mathcal{A}_3 \xi_k^3 + \mathcal{A}_5 \xi_k^5 - x_{lk})^2 \qquad (2.27)$$

このとき、ε^2を最小にする集束定数g、４次および６次の分布係数h_4, h_6は、展開係数$\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_3$そして$\mathcal{A}_5$に関する次の３元連立方程式によって決定できる。

$$\mathcal{A}_1 \Sigma \xi_k^6 + \mathcal{A}_3 \Sigma \xi_k^8 + \mathcal{A}_5 \Sigma \xi_k^{10} - \Sigma \xi_k^5 x_{lk} = 0 \qquad (2.28a)$$

$$\mathcal{A}_1 \Sigma \xi_k^4 + \mathcal{A}_3 \Sigma \xi_k^6 + \mathcal{A}_5 \Sigma \xi_k^8 - \Sigma \xi_k^3 x_{lk} = 0 \qquad (2.28b)$$

$$\mathcal{A}_1 \Sigma \xi_k^2 + \mathcal{A}_3 \Sigma \xi_k^4 + \mathcal{A}_5 \Sigma \xi_k^6 - \Sigma \xi_k x_{lk} = 0 \qquad (2.28c)$$

この３元連立方程式を解けば、まず、$\mathcal{A}_1$、$\mathcal{A}_3$そして$\mathcal{A}_5$が定まる。次に、これらの値を展開係数$\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_3, \mathcal{A}_5$と分布係数$g, h_4, h_6$の関係式(2.26)に代入する。このとき、$\mathcal{A}_1$と$g$の関係式(2.26a)は、$\mathcal{A}_1$が既知であるため、$g$に関する方程式となる。従って、この方程式を解けば$g$が求まる。次に、$\mathcal{A}_3$と$g$および$h_4$の関係式(2.26b)は、$\mathcal{A}_3$および$g$が既知であるため、$h_4$に関する方程式となる。従って、この方程式を解けば、h_4が求まる。同様にして、$\mathcal{A}_5$とg、h_4そしてh_6の関係式(2.26c)は、$\mathcal{A}_5$、gそしてh_4が既知であるため、h_6に関する方程式となる。

従って、この方程式を解けば、h_6が求まる。このように、本論文で提案する幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法では、 集束定数gと４次および６次の分布係数h_4,h_6が同時に推定できる。

表2.1に、本論文で用いる主なパラメータをまとめて示す。 これらのパラメータは、次の５つのパラメータからなる。すなわち、

表2.1　本論文で用いる主なパラメータ

[屈折率分布型レンズのパラメータ]
- n ：屈折率分布
- z ：屈折率分布型レンズの中心軸
- r ：中心軸からの距離
- n_0：中心軸での屈折率（軸上屈折率）
- g ：集束定数
- h_4：４次の屈折率分布係数
- h_6：６次の屈折率分布係数
- Z ：屈折率分布型レンズの長さ

[子午光線方程式の摂動解のパラメータ]
- x ：子午光線の経路（光軸からの距離）
- z ：光軸（屈折率分布型レンズの中心軸）
- x_i：入射光線の光軸からの距離
- γ_i：入射光線の光軸となす角

[子午光線の光学距離（位相）のパラメータ]
- w：光学距離
- φ：位相
- x ：子午光線の経路（光軸からの距離）
- z ：光軸（屈折率分布型レンズの中心軸）
- x_i：入射光線の光軸からの距離
- γ_i：入射光線の光軸となす角

[波動光学的測定法のパラメータ]
- $\Delta\varphi$：位相シフト
- W：波面収差
- ΔZ：屈折率分布型レンズの1/2または1/4ピッチからのずれ
- w：光学距離
- γ_i：測定光の光軸となす角
- x_i：測定光の光軸からの距離
- x ：測定光の経路（光軸からの距離）
- z ：光軸（屈折率分布型レンズの中心軸）

[幾何光学的測定法のパラメータ]
- x_l：横収差
- x_i：測定光の光軸からの距離
- l ：屈折率分布型レンズの出射面と観測面の距離
- Z ：屈折率分布型レンズの長さ
- x ：測定光の経路（光軸からの距離）
- z ：光軸（屈折率分布型レンズの中心軸）

(1)屈折率分布型レンズのパラメータ

(2)子午光線方程式の摂動解のパラメータ

(3)光学距離（位相）のパラメータ

(4)波動光学的測定法のパラメータ

(5)幾何光学的測定法のパラメータ

２．６　結　言

本章では、まず、屈折率分布型レンズにおける子午光線方程式の摂動解と光学距離（位相）について述べた。

次に、屈折率分布測定法の高精度化のために必要となる次の２つの手順を説明した。すなわち、(1)子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開の手順、(2)この多項式展開された高次摂動解を用いた光学距離の導出手順である。

以上をもとにして、波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布の高精度測定を実現するため、研究対象として取り上げた縦干渉法および２光束干渉法の高精度化手法を提案した。更に、幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布の高精度測定を実現するため、横収差を測定対象とする横収差測定法を提案した。

第３章　子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開[27],[28],[30]-[32]

３．１　緒　言

第２章で述べた子午光線方程式の高次摂動解の多項式展開手順を用いて、まず、平行入射光線に対する５次摂動解[29]を、入射光線の光軸からの距離x_iの11次多項式に展開する。そして、この摂動解による光線経路の計算精度を明らかにする。次に、斜入射光線に対する２次摂動解[29]を、入射光線の光軸からの距離x_iおよび光軸となす角γ_iの５次多項式に展開する。

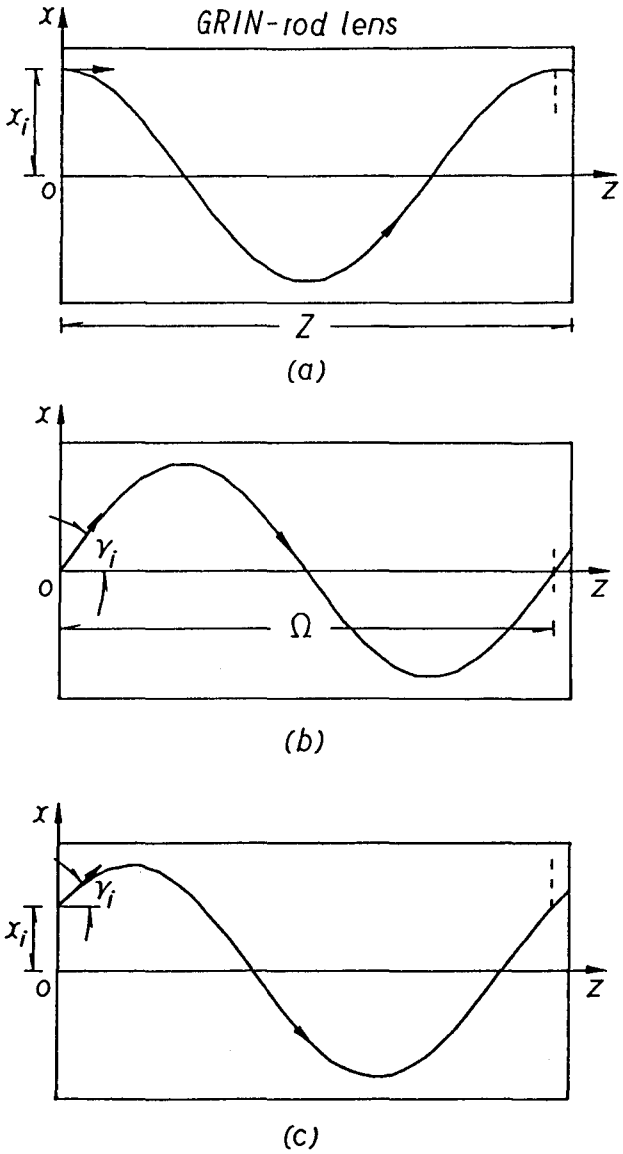


図3.1　屈折率分布型レンズに入射する子午光線の様子
(a)平行入射の場合
(b)軸上入射の場合
(c)斜入射の場合

３．２　子午光線方程式の高次摂動解

レンズに入射する子午光線には、平行入射光線、軸上入射光線そして斜入射光線がある。図3.1に、これらの３つの入射光線の様子を示す。同図において、子午面はx－z平面、屈折率分布型レンズの入射面はz＝0、そして光軸はz軸とする。また表3.1に、屈折率分布型レンズの子午光線方程式の摂動解に用いる主なパラメータを示す。本論文で提案した幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法では、測定光として平行入射光

表3.1　子午光線方程式の摂動解の主なパラメータ

x	：子午光線の経路（光軸からの距離）
z	：光軸（屈折率分布型レンズの中心軸）
x_i	：入射光線の光軸からの距離
γ_i	：入射光線の光軸となす角
n	：屈折率分布
n_0	：中心軸での屈折率（軸上屈折率）
g	：集束定数
h_4	：４次の屈折率分布係数
h_6	：６次の屈折率分布係数
Z	：屈折率分布型レンズの長さ

表3.2　子午光線方程式の高次摂動解の比較

摂動解	研究者	摂動解の次数	多項式展開の有無
平行入射光線に対する摂動解	Streiferと Paxton(29)	５次	振幅項a　無 位相項ψ　無
	北野ら(24)	３次	振幅項a　有 位相項ψ　無
	本論文(30)	５次	振幅項a　有 位相項ψ　有
斜入射光線に対する摂動解	Streiferと Paxton(29)	３次	振幅項a　無 位相項ψ　無
	山本と 伊賀(23)	２次	振幅項a　無 位相項ψ　有
	本論文(32)	２次	振幅項a　有 位相項ψ　有

を用いる。また、本論文で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法では、測定光として斜入射光を用いる。このため、本論文では、平行入射光線と斜入射光線に対する摂動解を多項式展開の対象とする。

平行入射光線と斜入射光線に対する高次摂動解としては、表3.2に示すようなものがある(23),(24),(29),(30),(32)。従来の高次摂動解の中では、平行入射光線および斜入射光線のいずれに対しても、振幅項aおよび位相項ψの両方をx_iおよびγ_iの多項式に展開したものはない。

3．3　平行入射光線経路

3．3．1　5次摂動解の多項式展開(30),(31)

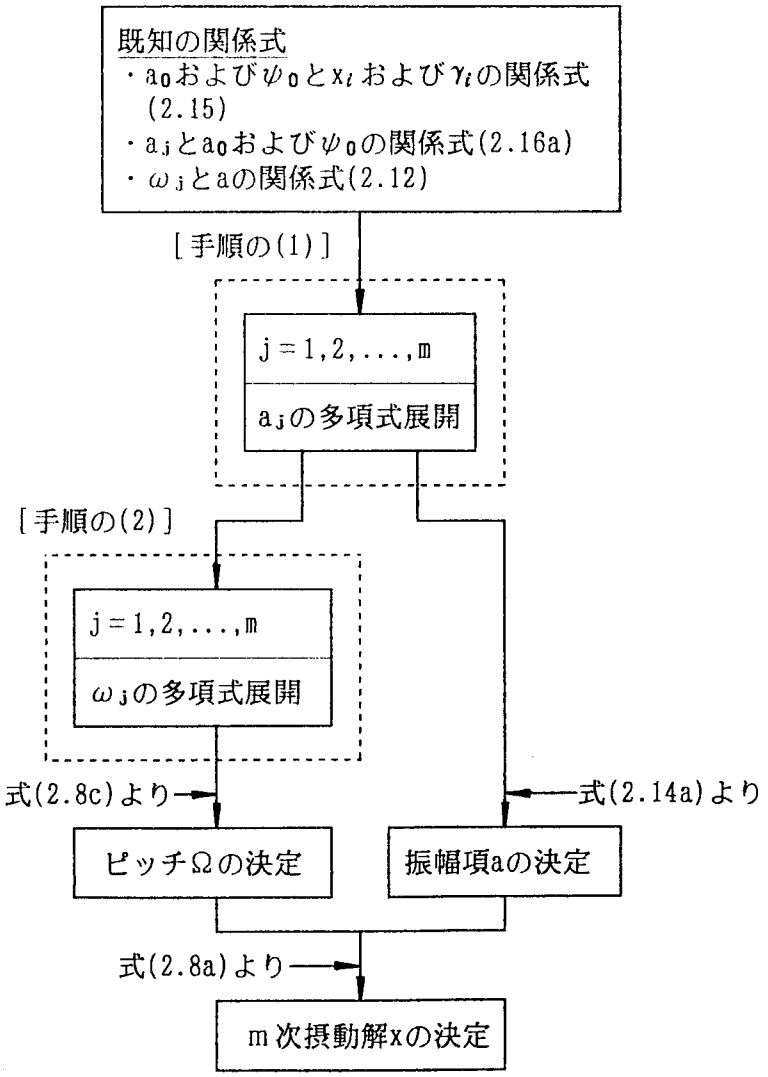


図3.2　本論文で用いた平行入射光線に対する高次摂動解の多項式展開の手順

平行入射光線に対する高次摂動解の多項式展開の手順は、第２章の図2.4に示した多項式展開の手順に比較して、いくらか易しくなる。なぜなら、平行入射光線のパラメータは、x_lのみとなるからである。図3.2に、本論文で用いた平行入射光線に対する高次摂動解の多項式展開の手順[27],[28]を示す。この多項式展開の手順は、次の２つの手順からなる。すなわち、

(1)a_jの多項式展開→振幅項aの決定

(2)ω_jの多項式展開→ピッチΩの決定

多項式展開に要する代数計算は、摂動解の次数が高くなるに従い莫大となる。このため、ここでは、多項式展開した結果のみを示す。すなわち、多項式展開した平行入射光線に対する５次摂動解は、次式のように表わすことができる。

$$gx(z) = ga\cos\Omega z + \sum_{j=1}^{5} C_j \cos(2j+1)\Omega z \tag{3.1}$$

（第２章の式(2.8a)に対応）

ここで、x_lの多項式に展開された振幅項aは、次式のようになる。

$$\begin{aligned} ga = {} & gx_l + \frac{(gx_l)^3}{2^4} h_4 + \frac{(gx_l)^5}{2^8}(23h_4^2 + 32h_6) \\ & + \frac{(gx_l)^7}{2^{12}}(547h_4^3 + 1210h_4h_6 + 752h_8) \\ & + \frac{(gx_l)^9}{2^{16}}(13426h_4^4 + 40458h_4^2h_6 + 26544h_4h_8 + 15164h_6^2 + 15616h_{10}) \\ & + \frac{(gx_l)^{11}}{2^{20}}\Big(339176h_4^5 + 1288580h_4^3h_6 + \frac{2592848}{3}h_4^2h_8 \\ & + 977532h_4h_6^2 + 533120h_4h_{10} + \frac{1957376}{3}h_6h_8 + 303616h_{12}\Big) \end{aligned} \tag{3.2a}$$

（第２章の式(2.14a)に対応）

また位相項ψとピッチΩには、次のような関係がある。

$$\psi = \frac{[1+\Sigma g^{2j}\omega_j(a)]\, n_0 g z}{n_i} = \Omega z \tag{3.2b}$$

そして、x_iの多項式に展開された位相項ψは、次のようになる。

$$\frac{n_i\Omega}{n_0 g} = 1 - \frac{(gx_i)^2}{2^2}3h_4 - \frac{(gx_i)^4}{2^6}(21h_4^2+60h_6)$$

$$-\frac{(gx_i)^6}{2^{10}}(324h_4^3+912h_4h_6+1120h_8)$$

$$-\frac{(gx_i)^8}{2^{14}}(6549h_4^4+22152h_4^2h_6+17952h_4h_8+10320h_6^2+20160h_{10})$$

$$-\frac{(gx_i)^{10}}{2^{18}}(150948h_4^5+612192h_4^3h_6+449472h_4^2h_8+517440h_4h_6^2$$

$$+335616h_4h_{10}+417024h_6h_8+354817h_{12}) \tag{3.2b'}$$

（第２章の式(2.8b)に対応）

ただし、式(3.1)における係数$C_j, j=1,2,...,5$は付録に示す。 図3.3に、この多項式展開した摂動解による光線経路の数値例を示す。 また表3.3に、この摂動解の次数と屈折率分布係

表3.3　多項式展開した平行入射光線の摂動解の次数と屈折率分布係数およびx_iに関する多項式の最高次数との対応関係

摂動解の次数	摂動解に含まれる屈折率分布係数とその最高次数		x_iに関する多項式の最高次数	
			振幅項a	ピッチΩ
0次	g	2次	1次	0次
1次	g, h_4	4次	3次	2次
2次	g, h_4, h_6	6次	5次	4次
3次	g, h_4, h_6, h_8	8次	7次	6次
4次	g, h_4, h_6, h_8, h_{10}	10次	9次	8次
5次	$g, h_4, h_6, h_8, h_{10}, h_{12}$	12次	11次	10次

数およびx_iの多項式の最高次数との対応関係を示した。例えば、多項式展開した１次の摂動解は、４次までの分布係数gおよびh_4を含み、x_iの３次多項式で表わされる。

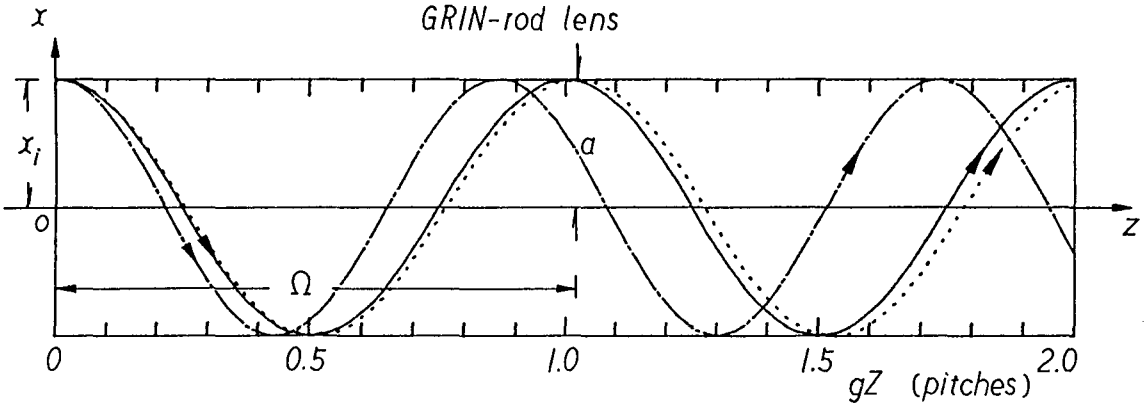


図3.3　多項式展開した平行入射光線に対する１次摂動解による光線経路の数値例
１点鎖線：非摂動解（０次摂動解）
実線：sech分布に対する厳密解
点線：sech分布に対する１次摂動解

３．３．２　光線経路の計算精度

本論文で多項式展開した平行入射光線に対する摂動解、すなわち式(3.1)による光線経路の計算精度を、sech分布に対する厳密解との比較により検討する。sech分布の場合、平行入射光線に対する光線経路は、次式で与えられる。

屈折率分布　：$n^2(r)=n_0^2\,\mathrm{sech}^2(gr)$

$$=n_0^2\left[1-(gr)^2+\frac{2}{3}(gr)^4-\frac{17}{45}(gr)^6+\frac{62}{315}(gr)^8\right.$$

$$\left.-\frac{1382}{14175}(gr)^{10}+\frac{21844}{467775}(gr)^{12}-\ldots\right] \qquad (3.3a)$$

子午光線経路：

$$\sinh gx=\sinh gx_i\cos gz \qquad (3.3b)$$

sech分布の場合、第２章の図2.2(b)に示したように、ピッチΩが、x_iと無関係の一定値gとなる。従って、この性質を用いれば、多項式展開した摂動解の計算精度を代数的に検証する

ことができる。すなわち、sech分布の分布係数$h_4=2/3, h_6=-17/45, ...$に対して、多項式展開した摂動解のピッチがx_iに無関係となることを検証すればよい。このために、式(3.2b')で表わされるピッチΩをx_iの多項式に展開すると、次式のようなる。

$$
\begin{aligned}
\frac{\Omega}{g} = 1 &- \frac{3}{4}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)(gx_i)^2 \\
&- \left[\frac{21}{64}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{15}{16}\left(h_6 + \frac{17}{45}\right)\right](gx_i)^4 \\
&- \left[\frac{81}{256}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^3 + \frac{27}{64}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{401}{32}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)\right. \\
&\left. + \frac{57}{64}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)\left(h_6 + \frac{17}{45}\right) + \frac{35}{32}\left(h_8 - \frac{62}{315}\right)\right](gx_i)^6 \\
&- \left[\frac{6549}{16384}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^4 + \frac{2171}{2048}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^3 - \frac{4163}{15360}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2\right. \\
&+ \frac{6371}{26880}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) + \frac{2769}{2048}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2\left(h_6 + \frac{17}{45}\right) + \frac{719}{512}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)\left(h_6 + \frac{17}{45}\right) \\
&- \frac{73}{192}\left(h_6 + \frac{17}{45}\right) + \frac{645}{1024}\left(h_6 + \frac{17}{45}\right)^2 + \frac{561}{512}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)\left(h_8 - \frac{62}{315}\right) \\
&\left. + \frac{455}{256}\left(h_8 - \frac{62}{315}\right) + \frac{645}{1024}\left(h_{10} + \frac{1382}{14175}\right)\right](gx_i)^8 \\
&- \left[\frac{37737}{65536}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^5 + \frac{16065}{8192}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^4 - \frac{29827}{15360}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^3\right. \\
&- \frac{9305}{10752}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{191}{6400}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) + \frac{19131}{8192}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^3\left(h_6 + \frac{17}{45}\right)
\end{aligned}
$$

$$+\frac{4851}{1024}(h_4-\frac{2}{3})^2(h_6+\frac{17}{45})+\frac{91}{3072}(h_4-\frac{2}{3})(h_6+\frac{17}{45})$$

$$+\frac{50081}{107520}(h_6+\frac{17}{45})+\frac{8085}{4096}(h_4-\frac{2}{3})(h_6+\frac{17}{45})^2+\frac{595}{512}(h_6+\frac{17}{45})^2$$

$$+\frac{7023}{4096}(h_4-\frac{2}{3})^2(h_8-\frac{62}{315})+\frac{979}{512}(h_4-\frac{2}{3})(h_8-\frac{62}{315})$$

$$+\frac{343}{320}(h_8-\frac{62}{315})+\frac{1629}{1024}(h_6+\frac{17}{45})(h_8-\frac{62}{315})$$

$$+\frac{1311}{1024}(h_4-\frac{2}{3})(h_{10}+\frac{1382}{14175})+\frac{62}{32}(h_{10}+\frac{1382}{14175})$$

$$+\frac{693}{512}(h_{12}-\frac{21844}{467775})\,]\,(gx_i)^{10} \qquad (3.2b'')$$

（第２章の式(2.8c)に対応）

式(3.2b")にsech分布の分布係数、すなわち$h_4=2/3, h_6=-17/45, h_8=62/315, h_{10}=-1382/14175, h_{12}=21844/467775$を代入することにより、ピッチΩが$x_i$に無関係の一定値gとなることが分かる。

次に、図3.4に、sech分布に対する光線経路の計算精度$g\Delta x$を示す。ただし、Δxは、sech分布に対する厳密解と本論文で多項式展開した摂動解の差と定義した。同図(a)および(b)は、それぞれ 計算精度のレンズ長Zへの依存性および入射光線の光軸からの距離x_iへの依存性を示している。計算精度はレンズ長あるいは入射光線の光軸からの距離の増加とともに、低下することが分かる。また、摂動解の次数が１次高くなると、計算精度もほぼ１桁高くなることが分かる。これは、m次摂動による光線経路の補正項が$(gx_i)^{2m+1}$に比例し、 摂動解の次数が１次高くなると、この補正項が$(gx_i)^2$だけ小さくなることによる。すなわち、この数値例の$gx_i=0.3$を用いると、この補正項は$0.3^2\simeq10^{-1}$だけ小さくなる。 表3.4に、本論文で多項式展開した平行入射光線の摂動解の次数と光線経路の計算精度との対応関係をまとめて示した。

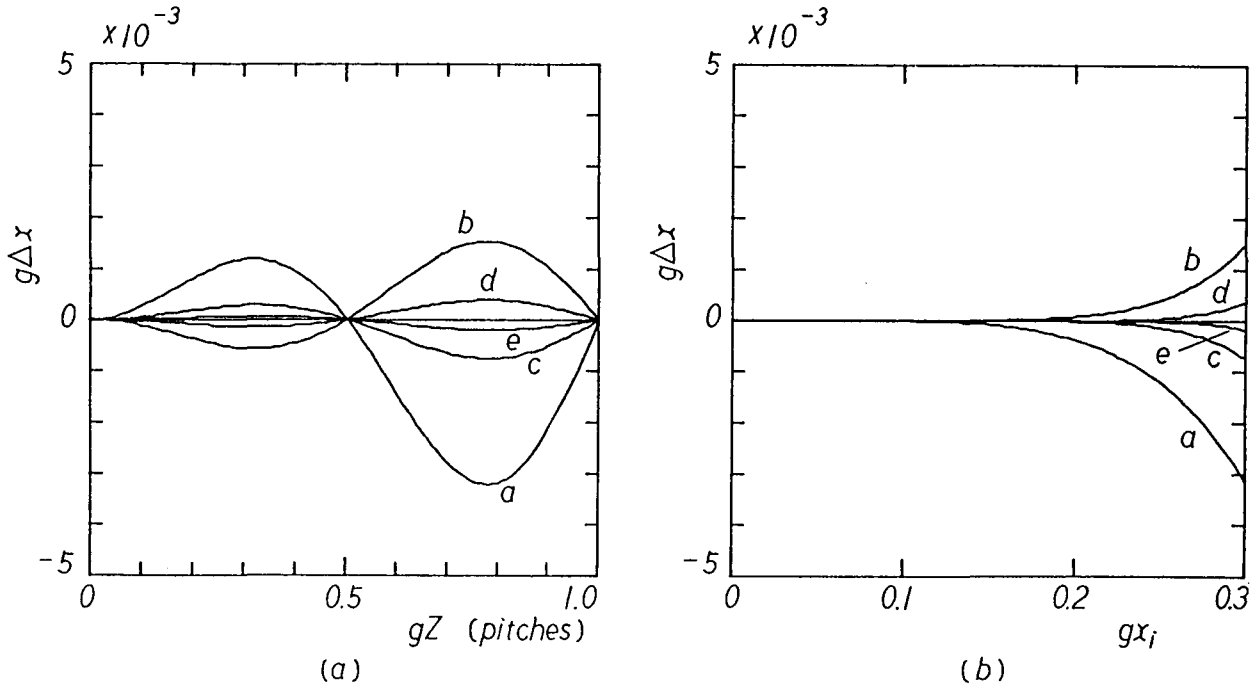


図3.4　sech分布に対する光線経路の計算精度
(a)レンズ長Zを変化させた場合（$gx_i=0.3$とした）
(b)入射光線の光軸からの距離x_iを変化させた場合
（$gZ=0.75$ピッチとした）
ただし、計算精度Δxは、sech分布に対する厳密解と摂動解の差で定義した。また、パラメータa,b,c,d,eは、それぞれ(１次摂動解)×10^0，(２次摂動解)×10^1，(３次摂動解)×10^2，(４次摂動解)×10^3，(５次摂動解)×10^4を表わす。

表3.4　sech分布に対する多項式展開した平行入射光線の摂動解の次数と光線経路の計算精度の対応関係

摂動解の次数	計算精度gΔx
０次	1×10^{-3}
１次	1×10^{-4}
２次	1×10^{-5}
３次	1×10^{-6}
４次	1×10^{-7}
５次	1×10^{-8}

ただし、この計算精度は、$gx_i=0.3$とした場合の値である。

３．４　斜入射光線経路

３．４．１　２次摂動解の多項式展開[32]

斜入射光線に対する摂動解の多項式展開は、平行入射光線に対する摂動解の多項式展開に比較して、２次摂動解の場合でもかなり複雑である。このため、前節と同様に、多項式展開した結果のみを示す。すなわち、多項式展開した斜入射光線に対する２次摂動解は、次式のようになる。

$$
\begin{aligned}
gx(z) = \{ & gx_i + \frac{h_4}{2^4}[(gx_i)^3 - 3gx_i \sin^2\gamma_i + 3(gx_i)^3 \sin^2\gamma_i] \\
& + \frac{h_4{}^2}{2^8}[23(gx_i)^5 - 170(gx_i)^3 \sin^2\gamma_i - 113gx_i \sin^4\gamma_i] \\
& + \frac{h_6}{2^8}[32(gx_i)^5 - 80(gx_i)^3 \sin^2\gamma_i - 80gx_i \sin^4\gamma_i] \} \cos\Omega z \\
& + \{ \sin\gamma_i - \frac{(gx_i)^2}{2}\sin\gamma_i + (\frac{h_4}{2} - \frac{1}{8})(gx_i)^4 \sin\gamma_i \\
& + \frac{h_4}{2^4}[9\sin^3\gamma_i + 21(gx_i)^2 \sin\gamma_i - \frac{27}{2}(gx_i)^2 \sin^3\gamma_i - \frac{21}{2}(gx_i)^4 \sin\gamma_i] \\
& + \frac{h_4{}^2}{2^8}[271\sin^5\gamma_i + 854(gx_i)^2 \sin^3\gamma_i + 599(gx_i)^4 \sin\gamma_i] \\
& + \frac{h_6}{2^8}[160\sin^5\gamma_i + 560(gx_i)^2 \sin^3\gamma_i + 560(gx_i)^4 \sin\gamma_i] \} \sin\Omega z \\
& - \{ \frac{h_4}{2^4}[(gx_i)^3 - 3gx_i \sin^2\gamma_i + 3(gx_i)^3 \sin^2\gamma_i] \\
& + \frac{h_4{}^2}{2^8}[24(gx_i)^5 - 180(gx_i)^3 \sin^2\gamma_i - 108gx_i \sin^4\gamma_i]
\end{aligned}
$$

$$+\frac{h_6}{2^8}\left[30(gx_i)^5-60(gx_i)^3\sin^2\gamma_i-90gx_i\sin^4\gamma_i\right]\Big\}\cos 3\Omega z$$

$$+\Big\{\frac{h_4}{2^4}\left[\sin^3\gamma_i-3(gx_i)^2\sin\gamma_i-\frac{3}{2}(gx_i)^2\sin^3\gamma_i+\frac{3}{2}(gx_i)^4\sin\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_4{}^2}{2^8}\left[48\sin^5\gamma_i+12(gx_i)^2\sin^3\gamma_i-132(gx_i)^4\sin\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_6}{2^8}\left[30\sin^5\gamma_i-60(gx_i)^2\sin^3\gamma_i-90(gx_i)^4\sin\gamma_i\right]\Big\}\sin 3\Omega z$$

$$+\frac{1}{2^8}(h_4{}^2-2h_6)\left[(gx_i)^5-10(gx_i)^3\sin^2\gamma_i+5gx_i\sin^4\gamma_i\right]\cos 5\Omega z$$

$$+\frac{1}{2^8}(h_4{}^2-2h_6)\left[\sin^5\gamma_i-10(gx_i)^2\sin^3\gamma_i+5(gx_i)^4\sin\gamma_i\right]\sin 5\Omega z \qquad (3.4)$$

（第２章の式(2.8a)に対応）

ただし、

$$\frac{\Omega}{g}=1-\frac{3}{4}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\left[(gx_i)^2+\sin^2\gamma_i\right]$$

$$-\left[\frac{21}{64}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{21}{16}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\right](gx_i)^4$$

$$-\left[\frac{69}{32}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{23}{8}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\right](gx_i)^2\sin^2\gamma_i$$

$$-\left[\frac{69}{64}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{29}{16}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\right]\sin^4\gamma_i$$

$$-\frac{15}{16}\left(h_6+\frac{17}{15}\right)\left[(gx_i)^2+\sin^2\gamma_i\right]^2 \qquad (3.5)$$

（第２章の式(2.8c)に対応）

式(3.4)および(3.5)の導出に際し、x_iおよびγ_iの５次項まで（式(3.5)の場合は、４次項まで）を残した。図3.5に、この多項式展開した摂動解による光線経路の数値例を示す。また表3.5に、この摂動解の次数と屈折率分布係数およびx_i（γ_i）の多項式の最高次数との対応関係を示した。例えば、多項式展開した１次の摂動解は、４次までの分布係数gおよびh_4を含み、x_iおよびγ_iの３次多項式で表わされる。

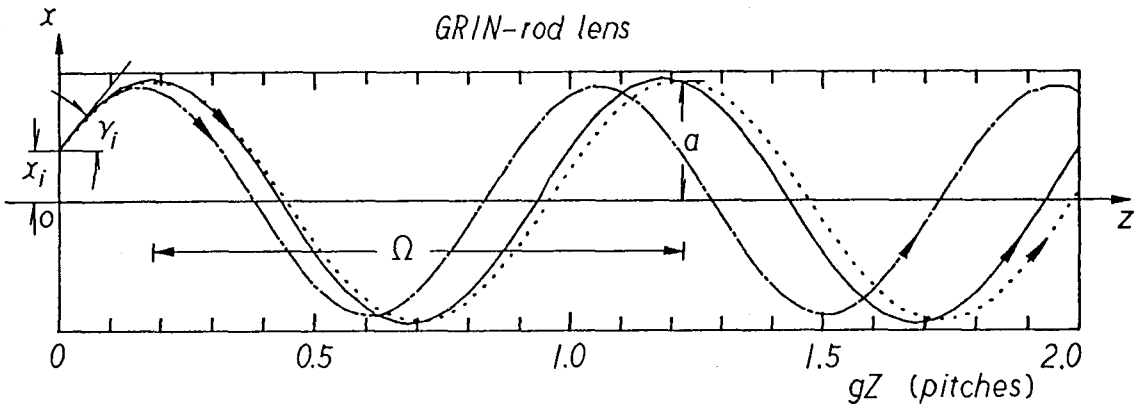


図3.5　多項式展開した斜入射光線に対する１次摂動解による光線経路の数値例
１点鎖線：非摂動解（０次摂動解）
実線：sech分布に対する厳密解
点線：sech分布に対する１次摂動解

表3.5　多項式展開した斜入射光線の摂動解の次数と屈折率分布係数、x_iおよびγ_iに関する多項式の最高次数との対応関係

摂動解の次数	摂動解に含まれる屈折率分布係数とその最高次数		x_iおよびγ_iに関する多項式の最高次数	
			振幅項a	ピッチΩ
０次	g	２次	１次	０次
１次	g, h_4	４次	３次	２次
２次	g, h_4, h_6	６次	５次	４次

３．４．２　光線経路の計算精度

本論文で多項式展開した斜入射光線に対する摂動解による光線経路の計算精度は、この摂動解を用いて導出される光学距離の計算精度として第４章で詳細に検討する。このため、ここでは、次の２点を検証した。すなわち、

(1)sech分布に対して多項式展開した摂動解のピッチが、x_iおよびγ_iに無関係となること

(2)多項式展開した斜入射光線に対する摂動解が、平行入射、すなわち$\gamma_i=0$とおいた場合、先に多項式展開した平行入射光線に対する2次の摂動解と一致すること

である。(1)に関しては、sech分布の分布係数$h_4=2/3, h_6=-17/45$をピッチΩ、すなわち式(3.5)に代入することにより、ピッチがx_iおよびγ_iに無関係の一定値gとなることは明らかである。また(2)に関しては、多項式展開した斜入射光線に対する摂動解式(3.4)において、平行入射、すなわち$\gamma_i=0$とおいた場合、多項式展開した平行入射光線に対する2次の摂動解式(3.1)と一致した。

3．5　結　言

本章では、子午光線方程式の高次摂動解のx_iおよびγ_iに関する多項式への展開を試み、以下の結果を得た。

(1)平行入射光線に対する5次摂動解を、x_iの11次多項式に展開した。そして、この摂動解の次数と光線経路の計算精度との対応関係を明らかにした。

(2)斜入射光線に対する2次摂動解を、x_iおよびγ_iの5次多項式に展開した。そして、この摂動解の次数と光線経路の計算精度との対応関係を明らかにした。

第４章　多項式展開した高次摂動解からの光学距離の導出[30]-[32]

４．１　緒　言

まず、第２章で述べた高次摂動解からの光学距離（位相）の導出手順により、２乗分布およびsech分布に対するアイコナール方程式の厳密解を導出する。次に、第３章で多項式展開した高次摂動解の数値積分による光学距離の計算手法を提案する。そして、この計算手法を用いて、摂動解の次数と光学距離の計算精度の対応関係を明らかにする。更に、第３章で多項式展開した斜入射光線に対する２次摂動解を用いて、光学距離を解析的に導出する。そして、導出した光学距離の計算精度を明らかにする。また、本論文で高精度化を試みた波動光学的測定法、すなわち縦干渉法および２光束干渉法における位相シフトの数値例を示す。

４．２　アイコナール方程式の厳密解

表4.1に、本論文で導出する光学距離の主なパラメータを示す。第２章の図2.5に示した光学距離の導出手順を用いると、２乗分布およびsech分布に対するアイコナール方程式の厳密解は、次のように導出できる[32]。すなわち、

(1) ２乗分布の場合

屈折率分布　：$n^2(r)=n_0^2\,[1-(gr)^2]$　(4.1a)

子午光線経路：

$$gx=gx_i\cos\frac{n_0gz}{n_i\cos\gamma_i}+\frac{n_i}{n_0}\sin\gamma_i\sin\frac{n_0gz}{n_i\cos\gamma_i} \tag{4.1b}$$

光学距離　：

$$\frac{gw}{n_0}=\frac{1}{2\cos\gamma_i}\left[\frac{2-(gx_i)^2}{\sqrt{1-(gx_i)^2}}-\sqrt{1-(gx_i)^2}\sin^2\gamma_i\right]gz$$

表4.1　子午光線に対する光学距離および位相の主なパラメータ

w	光学距離
φ	位相
x	子午光線の経路（光軸からの距離）
z	光軸（屈折率分布型レンズの中心軸）
x_i	入射光線の光軸からの距離
γ_i	入射光線の光軸となす角
Z	屈折率分布型レンズの長さ

$$-\frac{1}{4}\{(gx_i)^2-[1-(gx_i)^2]\sin^2\gamma_i\}\sin\frac{2n_0gz}{n_i\cos\gamma_i}$$

$$-\frac{gx_i}{2}\sqrt{1-(gx_i)^2}\sin\gamma_i\left(\cos\frac{2n_0gz}{n_i\cos\gamma_i}-1\right) \tag{4.1c}$$

(2)sech分布の場合

屈折率分布　：$n^2(r)=n_0{}^2\mathrm{sech}^2(gr)$

$$=n_0{}^2\left[1-(gr)^2+\frac{2}{3}(gr)^4-\frac{17}{45}(gr)^6+\ldots\right] \tag{4.2a}$$

子午光線経路：

$$\sinh gx=\sinh gx_i\cos gz+\cosh gx_i\tan\gamma_i\sin gz \tag{4.2b}$$

光学距離　：

$$\frac{gw}{n_0}=\arctan\left(\frac{\cosh^2 gx_i\sin^2\gamma_i+\cos^2\gamma_i}{\cosh gx_i\cos\gamma_i}\right.\tan gz$$

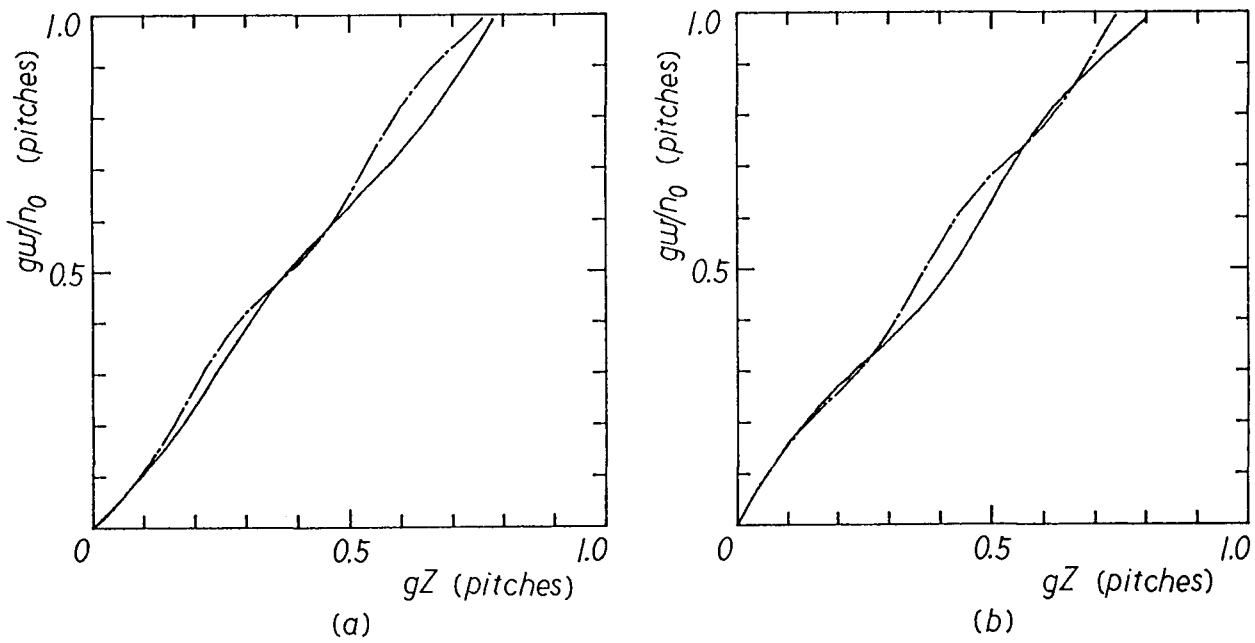


図4.1　子午光線に対するアイコナール方程式の厳密解
(a)平行入射（$\gamma_i=0$）の場合
(b)軸上入射（$x_i=0$）の場合
１点鎖線：２乗分布に対する厳密解
実線：sech分布に対する厳密解

$$+\sinh gx_i \sin\gamma_i) - \arctan(\sinh gx_i \sin\gamma_i) \qquad (4.2c)$$

これら２つの屈折率分布、すなわち２乗分布およびsech分布に対する光学距離の数値例を、図4.1に示した。同図において、(a)および(b)は、それぞれ、平行入射（$\gamma_i=0$）および軸上入射（$x_i=0$）の場合に対応する。

４．３　平行入射光線に対する光学距離[30],[31]

４．３．１　数値積分法にもとづく光学距離の計算手法

本論文で多項式展開した摂動解の次数と光学距離の計算精度の対応関係を明らかにするため、数値積分法にもとづく光学距離の計算手法を提案する。図4.2に、この計算手法のフローチャートを示す。この計算手法は、次の３つの手順からなる。すなわち、

(1)目的とする波面までの距離zの分割

(2)多項式展開した高次摂動解による各分割点での$n^2(z)$の計算

(3)数値積分法（シンプソン法）による第２章の式(2.18)の積分

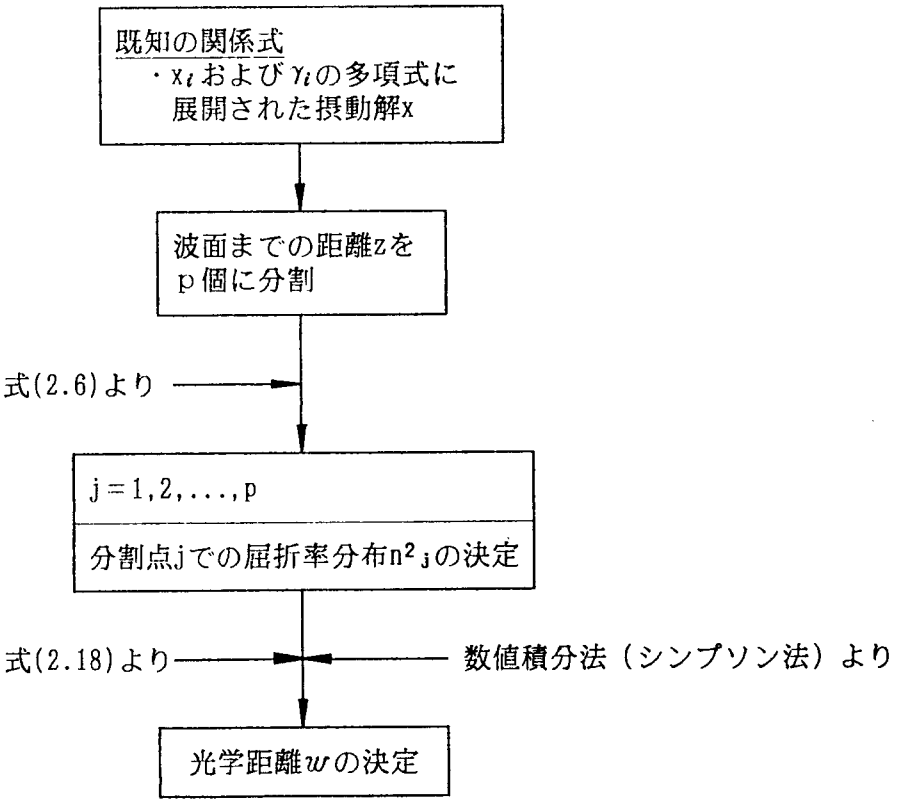


図4.2　本論文で提案した数値積分法にもとづく光学距離の計算手法

4．3．2　光学距離の計算精度

多項式展開した平行入射光線に対する摂動解による光学距離の計算精度Δwを、sech分布に対する厳密解との比較により検討する。ただし、Δwは、sech分布に対する厳密解と本論文で確立した数値積分法にもとづいて計算された光学距離の差で定義した。sech分布の場合、平行入射光線に対する光学距離wは、式(4.2c)において$\gamma_i=0$とおけば、次のようになる。

$$\frac{gw}{n_0}=\arctan\left(\frac{\tanh gZ}{\cosh gx_i}\right) \tag{4.3}$$

［計算精度と分割数の関係］

図4.3に、1ピッチの分割数と光学距離の計算精度Δwの関係を示す。分割数を300程度とすれば、多項式展開した平行入射光線に対する1次から5次までの摂動解による光学距離の計算精度が補償されることが分かる。

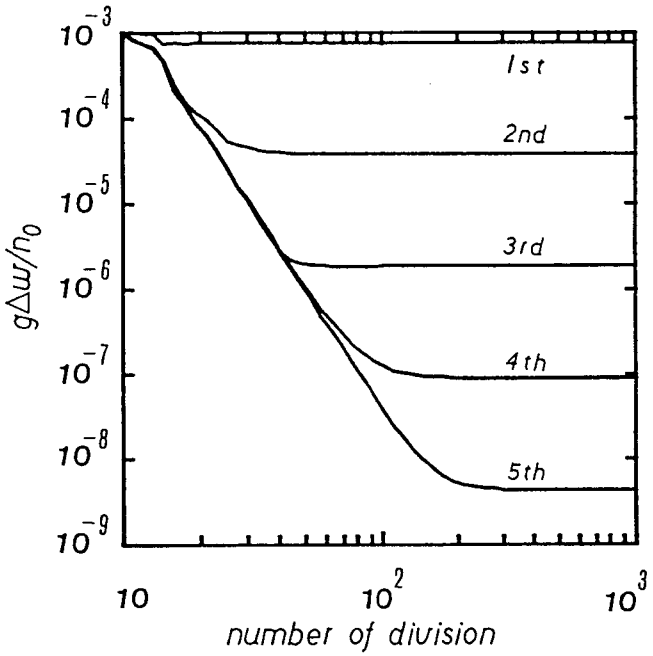


図4.3　本論文で提案した数値積分法による光学距離の計算精度と分割数の関係
ただし、光学距離の計算精度$g\Delta w/n_0$は、sech分布に対する厳密解と摂動解の差で定義した。縦軸および横軸は、それぞれ$gx_i=0.3$での光学距離の計算精度および1ピッチの分割数を表わす。摂動解の次数をパラメータとした。

［計算精度と摂動解の次数の関係］

多項式展開した平行入射光線に対する0次および1次の摂動解と子午光線に対するアイコナール方程式(2.18)を用いて、光学距離wを解析的に導出した結果から類推すると、m次摂動解から導出される光学距離は次のように表わせる。

$$\frac{gw}{n_0} = K_0 gz + \sum_{j=1}^{m+1} K_j \sin 2j\Omega z \tag{4.4}$$

ただし、$K_j, j=0,1,...,m+1$は展開係数で、次のように表わせる。

$$K_j = \sum_{k=j}^{m+1} f_{j,k}(gx_i)^{2k}, \quad j=0,1,...,m+1$$

また、$f_{j,k}$は屈折率分布係数h_{2j}で構成される定数である。式(4.4)は、m次摂動による光学距離の補正項が$(gx_i)^{2m+2}$に比例し、摂動解の次数が1次高くなると、この補正項が$(gx_i)^2$だけ小さくなることを示している。例えば、$gx_i=0.3$とすると、この補正項は$0.3^2 \simeq 10^{-1}$だ

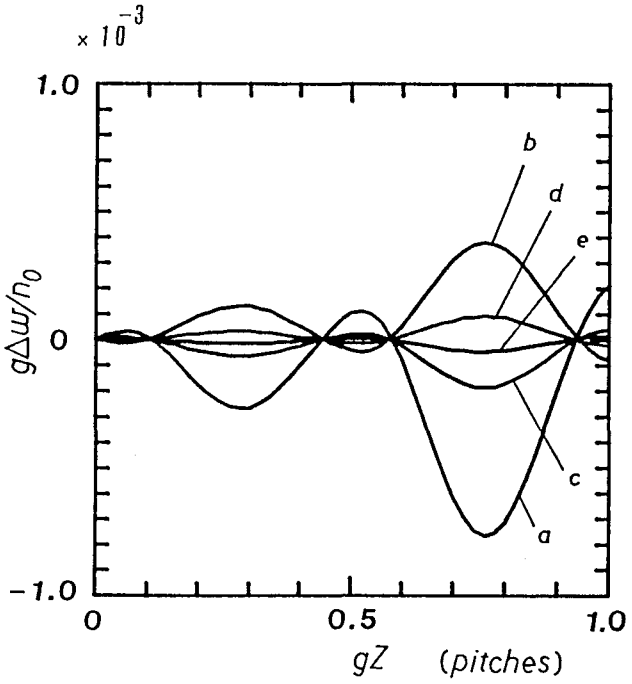


図4.4　sech分布に対する光学距離の計算精度と摂動解の次数の関係
パラメータa,b,c,d,eは、それぞれ(1次摂動解)×10^0,(2次摂動解)×10^1,(3次摂動解)×10^2,(4次摂動解)×10^3,(5次摂動解)×10^4を表わす。$gx_i=0.3$とした。

け小さくなる。図4.4に、多項式展開した平行入射光線に対する摂動解の次数と光学距離の計算精度Δwの関係を示す。光学距離の計算精度は、摂動解の次数が1次高くなると、ほぼ1桁高くなることが分かる。

更に、同図は、光学距離の計算精度が、レンズ長Zとともに周期的に増大する因子とレンズ長に比例する因子に影響されることを示している。前者の因子は、多項式展開した摂動解による光線経路の計算精度と類似のものである。これに対し、後者の因子は、光学距離の計算精度にはじめて現われた因子である。そこで、以下に、この因子の説明を試みる。sech分布に対する光学距離w、すなわち式(4.3)をx_iに関して多項式に展開すると、次のようになる。

$$\frac{gw}{n_0}=gZ-\frac{(gx_i)^2}{4}\sin 2gZ-\ldots \qquad (4.3')$$

式(4.3')は、式(4.4)と比較した場合、x_iの0次の展開係数、すなわちgZ項の係数が異なることを示している。従って、光学距離の計算精度のレンズ長に比例する因子は、式(4.3')と式(4.5)におけるgZ項の係数の差異によることが分かる。表4.2に、本論文で多項式展開した平行入射光線に対する摂動解の次数と光学距離および光線経路におけるx_iの多項式の最高次数との対応関係をまとめて示す。

表4.2　平行入射光線に対する光学距離と屈折率分布係数およびx_iに関する多項式の最高次数との対応関係

摂動解の次数	光学距離に含まれる屈折率分布係数とその最高次数		x_iに関する多項式の最高次数	
			光学距離	光線経路
0次	g	2次	2次	1次
1次	g, h_4	4次	4次	3次
2次	g, h_4, h_6	6次	6次	5次
3次	g, h_4, h_6, h_8	8次	8次	7次
4次	g, h_4, h_6, h_8, h_{10}	10次	10次	9次
5次	$g, h_4, h_6, h_8, h_{10}, h_{12}$	12次	12次	11次

［計算精度と開口数の関係］

図4.5に、屈折率分布型レンズの開口数（開口数は入射光線の光軸からの距離x_iに比例する）と光学距離の計算精度Δwの関係を示す。開口数が大きくなるとともに、光学距離の計算精度は指数関数的に低下することが分かる。例えば、CD用ピックアップレンズの開口数0.45（使用波長$\lambda=0.78\mu m$）および軸上屈折率$n_0=1.55$の場合、Δwは、3次の摂動解に

対してλ/100以上となる。 表4.3に、sech分布に対する光学距離の計算精度と開口数の関係をまとめて示す。ただし、開口数は$n_0 g x_i$で表わされると仮定した。

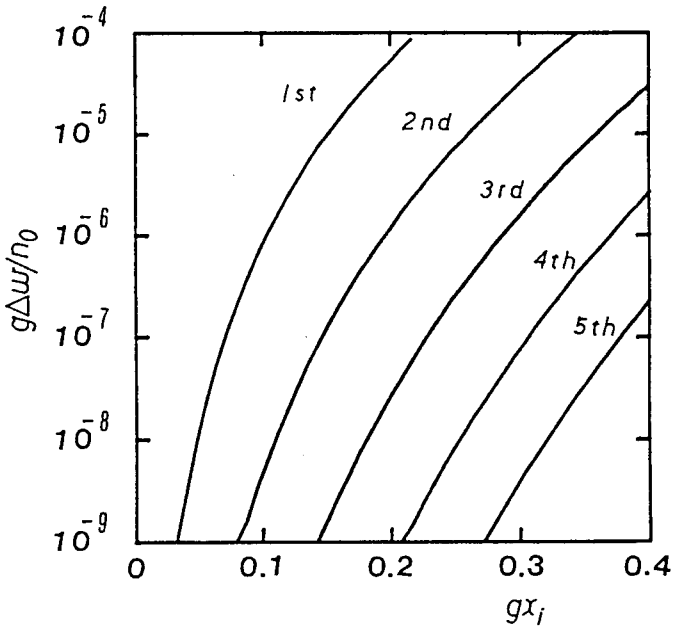


図4.5　sech分布に対する光学距離の計算精度と開口数の関係
摂動解の次数をパラメータとした。

表4.3　sech分布に対する光学距離の計算精度と開口数の対応関係
（平行入射光線の場合）

摂動解の次数	光学距離の計算精度 Δw			
	$gx_i=0.1$	0.2	0.3	0.4
0次	$10^{-2}\lambda$			
1次	$10^{-3}\lambda$	$10^{-2}\lambda$		
2次	$10^{-5}\lambda$	$10^{-3}\lambda$	$10^{-2}\lambda$	
3次		$10^{-4}\lambda$	$10^{-3}\lambda$	$10^{-1}\lambda$
4次			$10^{-4}\lambda$	$10^{-2}\lambda$
5次				$10^{-3}\lambda$

ただし、開口数は$n_0 g x_i$で表わされると仮定した。軸上屈折率$n_0=1.55$および波長$\lambda=0.78\mu m$とした。

［光学距離と光線経路の計算精度の関係］

表4.4に、平行入射光線に対して、 本論文で提案した数値積分法による光学距離の計算精度と本論文で多項式展開した摂動解による光線経路の計算精度の関係を示す。前者の計算精

度は、後者の計算精度と比較した場合、同じ摂動解の次数に対して、約１桁高い。これは、前者および後者に対するｍ次摂動項の寄与が、それぞれ$(gx_i)^{2m+2}$および$(gx_i)^{2m+1}$となり、前者は、後者よりも１次高いことによる。従って、この数値例の$gx_i=0.3$を用いれば、約１桁高くなることが分かる。

表4.4　sech分布に対する光学距離と摂動解による光線経路との計算精度の比較（平行入射光線の場合）

摂動解の次数	光学距離の計算精度$g\Delta w/n_0$	光線経路の計算精度$g\Delta x$
０次	1×10^{-4}	1×10^{-3}
１次	1×10^{-5}	1×10^{-4}
２次	1×10^{-6}	1×10^{-5}
３次	1×10^{-7}	1×10^{-6}
４次	1×10^{-8}	1×10^{-7}
５次	1×10^{-9}	1×10^{-8}

ただし、この計算精度は、$gx_i=0.3$とした場合の値である。

４．４　斜入射光線に対する光学距離[32]

４．４．１　光学距離の導出

光学距離を解析的に導出するには、まず、屈折率分布nをzの関数として表わせばよい。第３章で多項式展開した斜入射光線に対する２次摂動解、すなわち式(3.4)を用いると、屈折率分布nは次のようになる。

$$\frac{n^2(z)}{n_0{}^2}=1-\frac{1}{2}\left[(gx_i)^2+\sin^2\gamma_i\right]+\frac{(gx_i)^2}{2}\sin^2\gamma_i$$

$$+\frac{h_4}{2^4}\left[5(gx_i)^4-6(gx_i)^2\sin^2\gamma_i-3\sin^4\gamma_i\right.$$

$$\left.-2(gx_i)^4\sin^2\gamma_i+6(gx_i)^2\sin^4\gamma_i\right]$$

$$-\frac{h_4{}^2}{2^8}\left[8(gx_i)^6+216(gx_i)^4\sin^2\gamma_i\right.$$

$$\left.+312(gx_i)^2\sin^4\gamma_i+104\sin^6\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_6}{2^8}\left[48(gx_i)^6-240(gx_i)^4\sin^2\gamma_i\right.$$

$$\left.-240(gx_i)^2\sin^4\gamma_i-80\sin^6\gamma_i\right]$$

$$+\left\{-\frac{1}{2}\left[(gx_i)^2-\sin^2\gamma_i\right]-\frac{(gx_i)^2}{2}\sin^2\gamma_i\right.$$

$$+\frac{h_4}{2^4}\left[8(gx_i)^4+24(gx_i)^2\sin^2\gamma_i-16(gx_i)^4\sin^2\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_4{}^2}{2^9}\left[19(gx_i)^6+1763(gx_i)^4\sin^2\gamma_i\right.$$

$$\left.+797(gx_i)^2\sin^4\gamma_i-19\sin^6\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_6}{2^8}\left[118(gx_i)^6+598(gx_i)^4\sin^2\gamma_i\right.$$

$$\left.\left.+682(gx_i)^2\sin^4\gamma_i+10\sin^6\gamma_i\right]\right\}\cos 2\Omega z$$

$$+\left\{-gx_i\sin\gamma_i+\frac{(gx_i)^3}{2}\sin\gamma_i+\frac{(gx_i)^5}{8}\sin\gamma_i\right.$$

$$+\frac{h_4}{2^4}\left[-4(gx_i)^3\sin\gamma_i+12gx_i\sin^3\gamma_i\right.$$

$$\left.-6(gx_i)^5\sin\gamma_i+18(gx_i)^3\sin^3\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_4{}^2}{2^8}\left[-217(gx_i)^5\sin\gamma_i+510(gx_i)^3\sin^3\gamma_i+295gx_i\sin^5\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_6}{2^8}\left[-292(gx_i)^5\sin\gamma_i-264(gx_i)^3\sin^3\gamma_i\right.$$

$$\left.+220gx_i\sin^5\gamma_i\right]\Big\}\sin 2\Omega z$$

$$+\Big\{\frac{h_4}{2^4}\left[3(gx_i)^4-18(gx_i)^2\sin^2\gamma_i+3\sin^4\gamma_i\right.$$

$$\left.+18(gx_i)^4\sin^2\gamma_i-6(gx_i)^2\sin^4\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_4{}^2}{2^8}\left[8(gx_i)^6-808(gx_i)^4\sin^2\gamma_i\right.$$

$$\left.+56(gx_i)^2\sin^4\gamma_i+104\sin^6\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_6}{2^8}\left[80(gx_i)^6-400(gx_i)^4\sin^2\gamma_i\right.$$

$$\left.-400(gx_i)^2\sin^4\gamma_i+80\sin^6\gamma_i\right]\Big\}\cos 4\Omega z$$

$$+\Big\{\frac{h_4}{2^4}\left[12(gx_i)^3\sin\gamma_i-12gx_i\sin^3\gamma_i\right.$$

$$\left.-6(gx_i)^5\sin\gamma_i+18(gx_i)^3\sin^3\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_4{}^2}{2^8}\left[272(gx_i)^5\sin\gamma_i-768(gx_i)^3\sin^3\gamma_i-272gx_i\sin^5\gamma_i\right]$$

$$+\frac{h_6}{2^8}\left[320(gx_i)^5\sin\gamma_i-320gx_i\sin^5\gamma_i\right]\Big\}\sin 4\Omega z$$

$$+\Big\{-\frac{h_4{}^2}{2^9}\left[19(gx_i)^6-285(gx_i)^4\sin^2\gamma_i\right.$$

$$+285(gx_i)^2\sin^4\gamma_i-19\sin^6\gamma_i]$$

$$+\frac{h_6}{2^8}[10(gx_i)^6-150(gx_i)^4\sin^2\gamma_i$$

$$+150(gx_i)^2\sin^4\gamma_i-10\sin^6\gamma_i]\}\cos6\Omega z$$

$$+\{-\frac{h_4{}^2}{2^8}[57(gx_i)^5\sin\gamma_i-190(gx_i)^3\sin^3\gamma_i+57gx_i\sin^5\gamma_i]$$

$$+\frac{h_6}{2^8}[60(gx_i)^5\sin\gamma_i-200(gx_i)^3\sin^3\gamma_i$$

$$+60gx_i\sin^5\gamma_i]\}\sin6\Omega z \qquad (4.5)$$

ただし、この式の導出に際し、x_iおよびγ_iの６次項までを残した。

次に、光学距離wは、この屈折率分布n(z)をzに関して積分すれば導出できる。この積分は三角関数の積分であるが、必要とされる代数計算は莫大である。そこで、ここでは、結果のみを示す。すなわち、光学距離wは、次のように導出される。

$$\frac{gw}{n_0}=\{1-\frac{3}{16}(h_4-\frac{2}{3})[(gx_i)^2+\sin^2\gamma_i]^2$$

$$-[\frac{1}{32}(h_4-\frac{2}{3})^2+\frac{1}{96}(h_4-\frac{2}{3})+\frac{5}{16}(h_6+\frac{17}{45})](gx_i)^6$$

$$-[\frac{27}{32}(h_4-\frac{2}{3})^2+\frac{41}{32}(h_4-\frac{2}{3})+\frac{15}{16}(h_6+\frac{17}{45})](gx_i)^4\sin^2\gamma_i$$

$$-[\frac{39}{32}(h_4-\frac{2}{3})^2+\frac{49}{32}(h_4-\frac{2}{3})+\frac{15}{16}(h_6+\frac{17}{45})](gx_i)^2\sin^4\gamma_i$$

$$- \left[\frac{13}{32}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{61}{96}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) + \frac{5}{16}\left(h_6 + \frac{17}{45}\right)\right] \sin^6 \gamma_i \Big\} gZ$$

$$+ \Big\{ -\frac{1}{4}\left[(gx_i)^2 - \sin^2 \gamma_i\right] - \frac{(gx_i)^2}{4} \sin^2 \gamma_i$$

$$+ \frac{h_4}{2^4}\left[(gx_i)^4 + 12(gx_i)^2 \sin^2 \gamma_i + 3\sin^4 \gamma_i\right.$$

$$\left. - 8(gx_i)^4 \sin^2 \gamma_i - 6(gx_i)^2 \sin^4 \gamma_i\right]$$

$$+ \frac{h_4{}^2}{2^{10}}\left[-17(gx_i)^6 + 1436(gx_i)^4 \sin^2 \gamma_i\right.$$

$$\left. + 1793(gx_i)^2 \sin^4 \gamma_i + 401 \sin^6 \gamma_i\right]$$

$$+ \frac{h_6}{2^8}\left[-(gx_i)^6 + 239(gx_i)^4 \sin^2 \gamma_i\right.$$

$$\left. + 401(gx_i)^2 \sin^4 \gamma_i + 65 \sin^6 \gamma_i\right] \Big\} \sin 2\Omega z$$

$$+ \Big\{ \frac{gx_i}{2} \sin \gamma_i - \frac{(gx_i)^3}{4} \sin \gamma_i - \frac{(gx_i)^5}{16} \sin \gamma_i$$

$$+ \frac{h_4}{2^4}\left[8(gx_i)^3 \sin \gamma_i - 18(gx_i)^3 \sin^3 \gamma_i\right]$$

$$+ \frac{h_4{}^2}{2^9}\left[517(gx_i)^5 \sin \gamma_i + 258(gx_i)^3 \sin^3 \gamma_i - 19 gx_i \sin^5 \gamma_i\right]$$

$$+ \frac{h_6}{2^8}\left[532(gx_i)^5 \sin \gamma_i + 744(gx_i)^3 \sin^3 \gamma_i\right.$$

$$+20gx_i\sin^5\gamma_i]\ \}\ (\cos 2\Omega z-1)$$

$$+\ \{\frac{h_4}{2^6}\ [3(gx_i)^4-18(gx_i)^2\sin^2\gamma_i+3\sin^4\gamma_i$$

$$+18(gx_i)^4\sin^2\gamma_i-6(gx_i)^2\sin^4\gamma_i]$$

$$+\frac{h_4{}^2}{2^8}\ [11(gx_i)^6-247(gx_i)^4\sin^2\gamma_i$$

$$-31(gx_i)^2\sin^4\gamma_i+35\sin^6\gamma_i]$$

$$+\frac{h_6}{2^8}\ [20(gx_i)^6-100(gx_i)^4\sin^2\gamma_i$$

$$-100(gx_i)^2\sin^4\gamma_i+20\sin^6\gamma_i]\ \}\ \sin 4\Omega z$$

$$-\ \{\frac{h_4}{2^5}\ [6(gx_i)^3\sin\gamma_i-6gx_i\sin^3\gamma_i$$

$$-3(gx_i)^5\sin\gamma_i+9(gx_i)^3\sin^3\gamma_i]$$

$$+\frac{h_4{}^2}{2^8}\ [104(gx_i)^5\sin\gamma_i-192(gx_i)^3\sin^3\gamma_i-104gx_i\sin^5\gamma_i]$$

$$+\frac{h_6}{2^8}\ [80(gx_i)^5\sin\gamma_i-80gx_i\sin^5\gamma_i]\ \}\ (\cos 4\Omega z-1)$$

$$+\ \{-\frac{h_4{}^2}{3\cdot 2^{10}}\ [19(gx_i)^6-285(gx_i)^4\sin^2\gamma_i$$

$$+285(gx_i)^2\sin^4\gamma_i-19\sin^6\gamma_i]$$

$$+\frac{h_6}{3\cdot 2^8}\left[5(gx_i)^6-75(gx_i)^4\sin^2\gamma_i\right.$$

$$\left.+75(gx_i)^2\sin^4\gamma_i-5\sin^6\gamma_i\right]\Big\}\sin 6\Omega z$$

$$+\Big\{-\frac{h_4{}^2}{3\cdot 2^9}\left[57(gx_i)^5\sin\gamma_i-190(gx_i)^3\sin^3\gamma_i+57gx_i\sin^5\gamma_i\right]$$

$$-\frac{h_6}{3\cdot 2^8}\left[30(gx_i)^5\sin\gamma_i-100(gx_i)^3\sin^3\gamma_i\right.$$

$$\left.+30gx_i\sin^5\gamma_i\right]\Big\}(\cos 6\Omega z-1) \qquad (4.6)$$

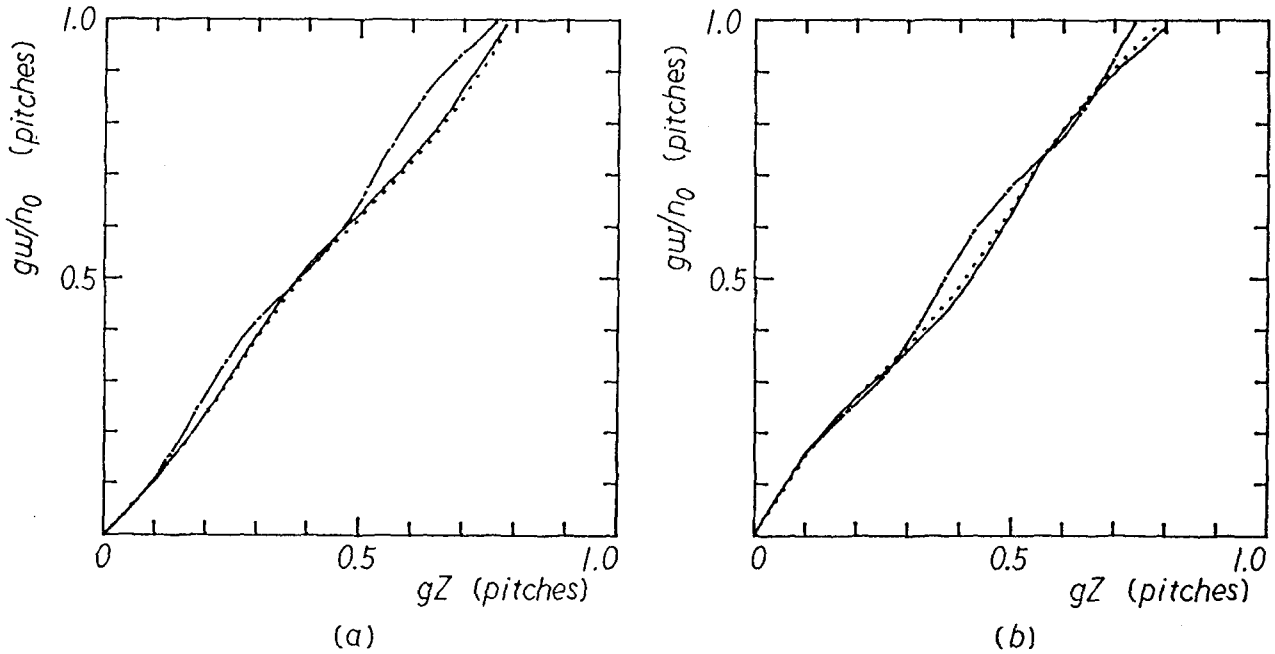


図4.6　本論文で導出した斜入射光線に対する光学距離の数値例
(a)平行入射（$\gamma_i=0$）の場合
(b)軸上入射（$x_i=0$）の場合
1点鎖線：２乗分布に対する厳密解
実線：sech分布に対する厳密解
点線：sech分布に対する１次摂動解

ただし、この式の導出に際し、x_iおよびγ_iの６次項までを残した。 図4.6に、導出した斜入射光線に対する光学距離の数値例を示す。 １点鎖線は２乗分布に対する厳密解を、 実線はsech分布に対する厳密解を、そして点線は子午光線方程式の１次摂動解を用いて導出した光学距離を表わす。 また表4.5に、導出した光学距離に含まれる屈折率分布係数、そしてx_iおよびγ_iの多項式の最高次数と導出に用いた摂動解の次数の対応関係を示した。例えば、１次の摂動解を用いて導出した光学距離は、 ４次までの分布係数gおよびh_4を含み、x_iおよびγ_iの４次多項式で表わされる。

表4.5　摂動解の次数と導出した斜入射光線に対する光学距離に含まれる屈折率分布係数およびx_i（γ_i）に関する多項式の最高次数の対応関係

摂動解の次数	光学距離に含まれる屈折率分布係数とその最高次数		x_i（γ_i）に関する多項式の最高次数	
			光学距離	光線経路
０次	g	２次	２次	１次
１次	g, h_4	４次	４次	３次
２次	g, h_4, h_6	６次	６次	５次

４．４．２　光学距離の計算精度

図4.7および4.8に、 導出した斜入射光線に対する光学距離の計算精度Δwを示す。 ただし、Δwは、sech分布に対する厳密解と導出した光学距離の差と定義した。これら２つの図は、それぞれレンズの長さZ およびx_iあるいはγ_iを変化させた場合の光学距離の計算精度を示している。またこの計算精度は、４．３で提案した数値積分法にもとづく計算手法による結果と良く一致している。 表4.6に、sech分布に対する光学距離と光線経路の計算精度の比較をまとめて示す。

表4.6　sech分布に対する光学距離と摂動解による光線経路との計算精度の対応関係（斜入射光線の場合）

摂動解の次数	光学距離の計算精度$g\Delta w/n_0$	光線経路の計算精度$g\Delta x$
０次	1×10^{-4}	1×10^{-3}
１次	1×10^{-5}	1×10^{-4}
２次	1×10^{-6}	1×10^{-5}

ただし、この計算精度は、$gx_i=0.4$かつ$\sin\gamma_i=0$、または$\sin\gamma_i=0.3$かつ$gx_i=0$とした場合の値である。

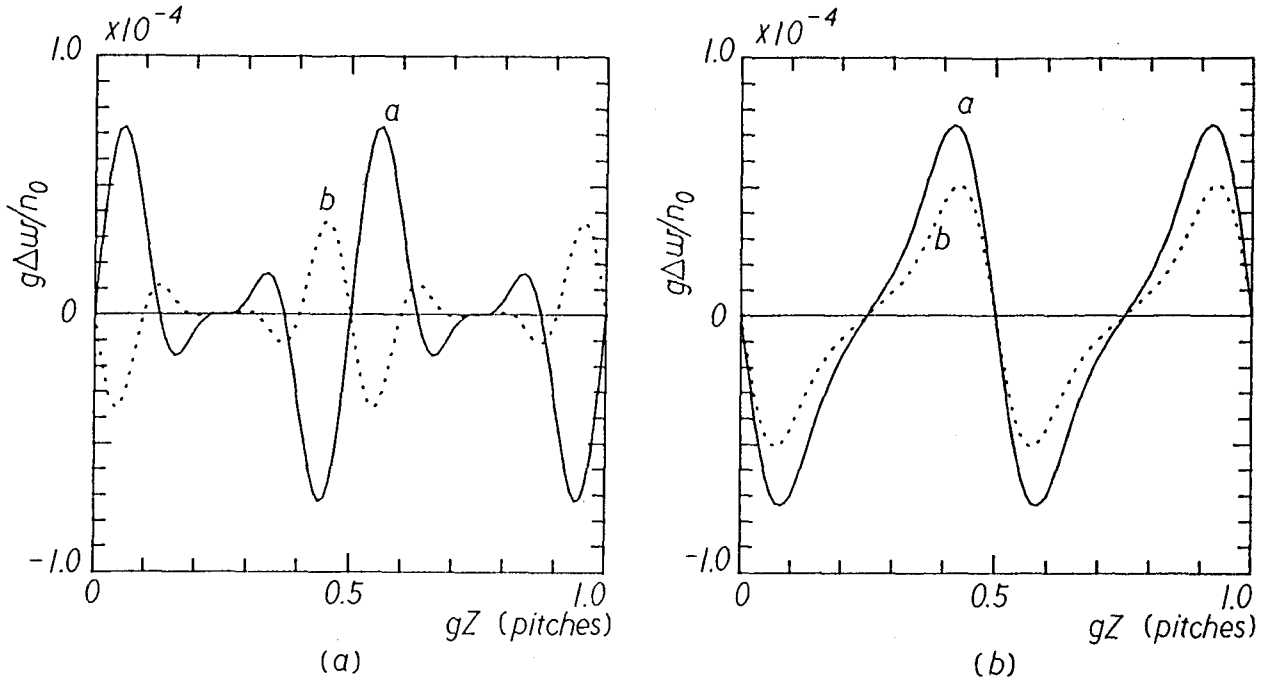


図4.7　sech分布に対する光学距離の計算精度と
摂動解の次数の関係
(a)平行入射（$gx_i=0.4, \gamma_i=0$）の場合
(b)軸上入射（$gx_i=0, \sin\gamma_i=0.3$）の場合
パラメータa,bは、それぞれ(１次摂動解)×10^0，(２次摂動解)
×10^1を表わす。

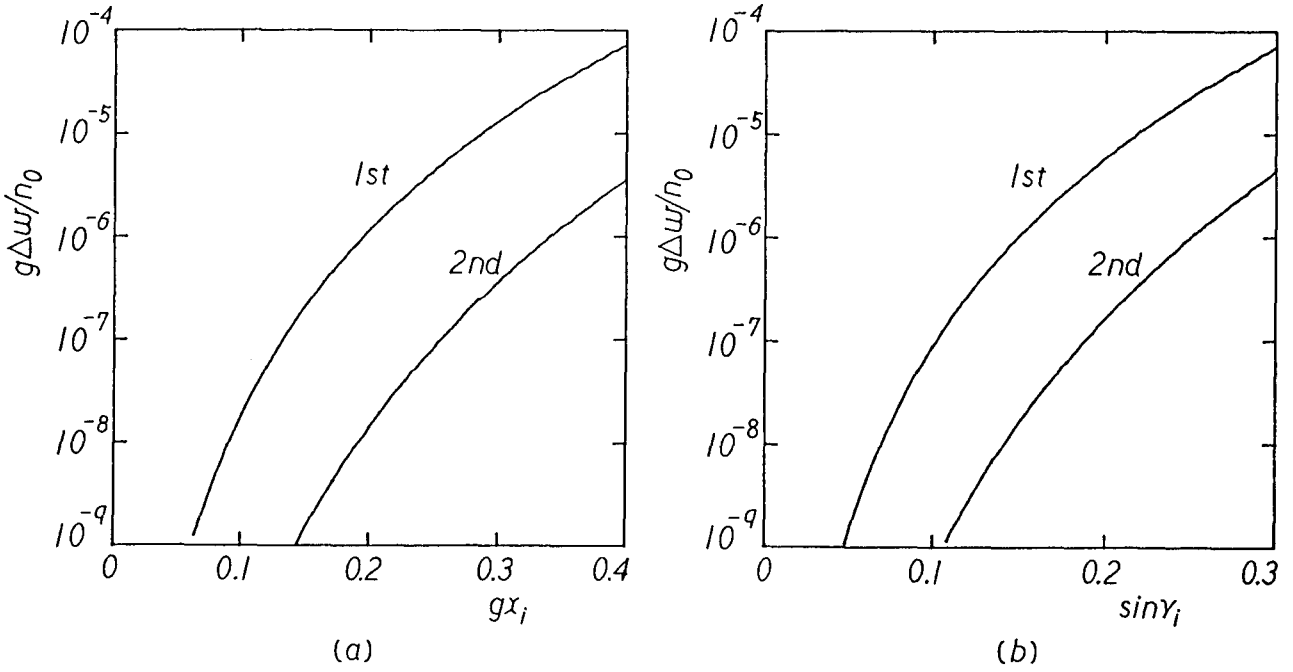


図4.8　sech分布に対する光学距離の計算精度と
開口数の関係
(a)平行入射（$\gamma_i=0$）の場合
(b)軸上入射（$x_i=0$）の場合
摂動解の次数をパラメータとした。

4．5　位相シフトの数値例[34]

4．5．1　縦干渉法

図4.9に、本論文で高精度化を試みた縦干渉法の模式的な測定原理を示す。 ただし、測定

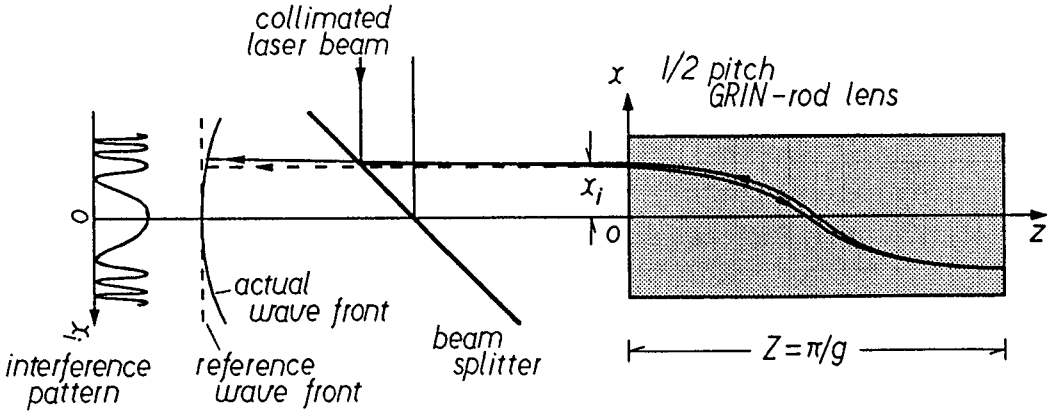


図4.9　本論文で高精度化を試みた縦干渉法の
模式的な測定原理

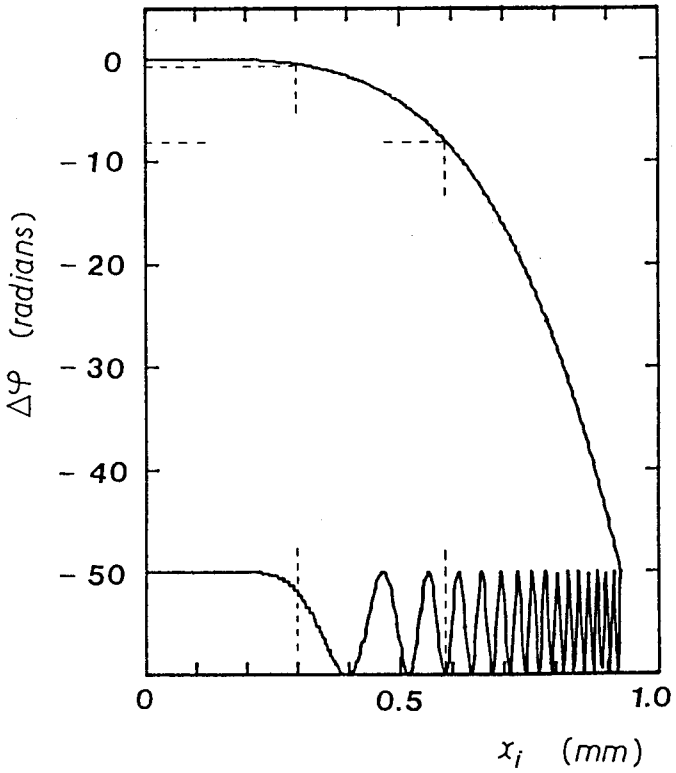


図4.10　本論文で高精度化を試みた縦干渉法における
位相シフトの数値例
レンズ長gZ＝1/2ピッチ、集束定数g＝0.223mm^{-1}、軸上
屈折率n_0＝1.552そして測定光の波長λ＝0.6328μmとし
た。図の下部に、位相シフトに対応する干渉縞を示した。

光は、平行光と仮定した。この干渉測定法において、測定光は供試レンズを１往復する。このため、1フリンジの変化は、位相シフト$\Delta\varphi$に換算してπラジアンになる。 図4.10に、２乗分布に対する位相シフトの数値例を示す。 同図より、測定開口数N.A.＜0.1、すなわちx_i＜0.30mmでは、干渉縞はほとんど変化せず、 位相シフトの大きさが1/4波長以下であることが分かる。またN.A.＜0.2、すなわちx_i＜0.58mmでは、位相シフトの大きさが2.5波長程度であることが分かる。 表4.7に、２乗分布に対する位相シフトと測定開口数との対応関係をまとめて示す。ただし、測定開口数はn_0gx_iで表わされると仮定した。

表4.7　縦干渉法における２乗分布に対する位相シフトと測定開口数の対応関係

測定開口数と対応するx_i		位相シフト$\lambda\Delta\varphi/\pi$
0.1	0.30mm	0.25λ
0.2	0.58mm	2.50λ

ただし、測定開口数はn_0gx_iで表わされると仮定した。軸上屈折率n_0＝1.552、集束定数g＝0.223mm^{-1}そして測定光の波長λ＝0.78μmとした。

４．５．２　２光束干渉法

図4.11に、本論文で高精度化を試みた２光束干渉法の模式的な測定原理を示す。この干渉

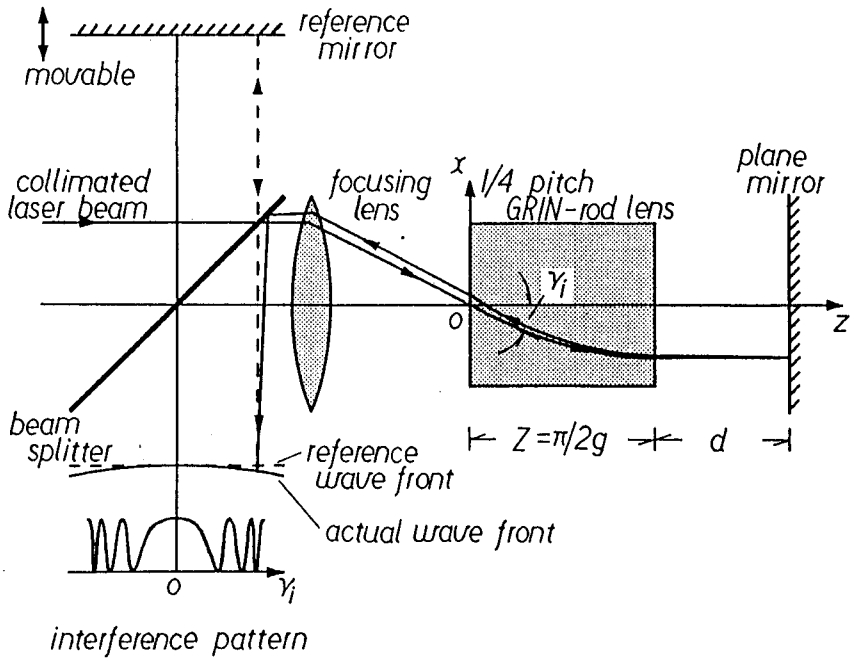


図4.11　本論文で高精度化を試みた２光束干渉法の模式的な測定原理

測定法において、測定光は供試レンズを１往復する。 このため、1フリンジの変化は、位相シフト$\Delta\varphi$に換算してπラジアンになる。図4.12に、２乗分布に対する位相シフトの数値例を示す。同図より、測定開口数N.A.＜0.1、すなわちγ_i＜3.7° では干渉縞はほとんど変化せず、位相シフトの大きさが1/4波長以下であることが分かる。またN.A.＜0.2、すなわちγ_i＜

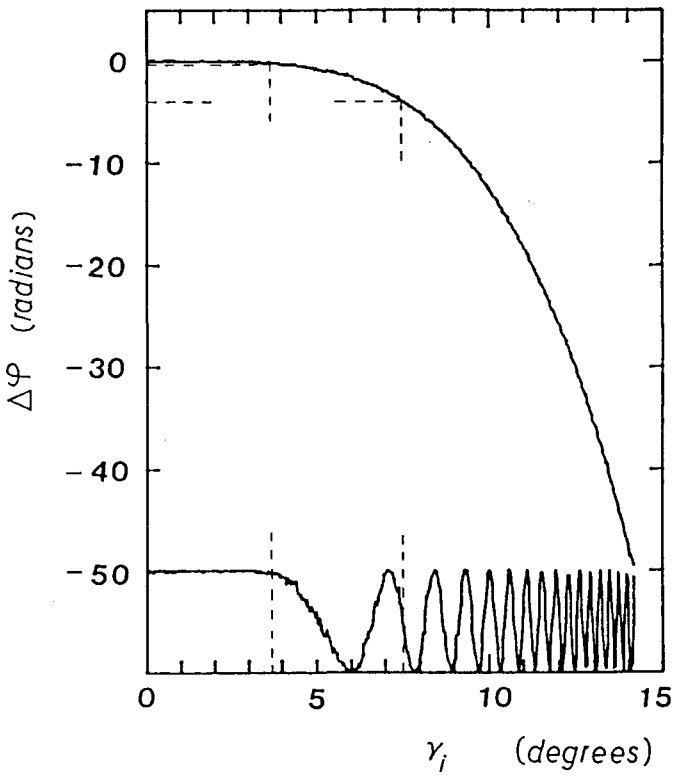


図4.12　本論文で高精度化を試みた２光束干渉法における位相シフトの数値例
レンズ長gZ＝1/4ピッチ、集束定数g＝0.223mm^{-1}、軸上屈折率n_0＝1.552そして測定光の波長λ＝0.6328μmとした。図の下部に、位相シフトに対応する干渉縞を示した。

表4.8　２光束干渉法における２乗分布に対する位相シフトと測定開口数の対応関係

測定開口数と対応するγ_i		位相シフト$\lambda\Delta\varphi/\pi$
0.1	3.7°	0.25λ
0.2	7.5°	1.50λ

ただし、測定開口数は$n_0\sin\gamma_i$で表わされると仮定した。
軸上屈折率n_0＝1.552、集束定数g＝0.223mm^{-1}そして測定光の波長λ＝0.78μmとした。

7.5° では、位相シフトの大きさは1.5波長程度であることが分かる。 表4.8に、位相シフトと測定開口数との対応関係をまとめて示す。 ただし、測定開口数は$n_0 \sin \gamma_l$で表わされると仮定した。

4．6 結 言

本章では、第３章で多項式展開した高次摂動解からの光学距離の導出を試み、以下の結果を得た。

(1) ２乗分布およびsech分布に対するアイコナール方程式の厳密解を導出した。

(2) 多項式展開した高次摂動解を用いた 数値積分法にもとづく光学距離の計算方法を提案した。この手法では、１ピッチの分割数を300程度とすれば、１次から５次までの摂動解に対して、光学距離の計算精度が補償される。 そして、この手法により、光学距離の計算精度と摂動解の次数および開口数との対応関係を明らかにした。

(3) 多項式展開した斜入射光線に対する２次摂動解を用いて、 光学距離を解析的に導出した。そして、光学距離の計算精度と摂動解の次数との対応関係を明らかにした。

(4) 本論文で高精度化を試みた縦干渉法および２光束干渉法における測定対象、 すなわち位相シフトの数値例を示した。ただし、屈折率分布を２乗分布と仮定した。

第５章　波動光学的測定法の高精度化手法の適用例（レンズ中心部）[32].

５．１　緒　言

本章では、第２章で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用例を示す。まず、本論文で高精度化を試みた縦干渉法及び２光束干渉法の測定対象、すなわち位相シフト$\Delta\varphi$を測定光の光軸となす角γ_iに関して多項式展開し、提案した高精度化手法の理論的背景を示す。次に、この高精度化手法を従来のこれら２つの干渉測定法による測定データ[16],[17]に適用し、４次の屈折率分布係数h_4を推定する。

５．２　位相シフトの多項式展開に用いる仮定

第２章で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法では、次式のように、位相シフト$\Delta\varphi$をγ_iの多項式に展開したものを用いる。

$$\Delta\varphi = \mathcal{A}_2(\Delta Z, g)\rho^2 + \mathcal{A}_4(\Delta Z, g, h_4)\rho^4 + \mathcal{A}_6(\Delta Z, g, h_4, h_6)\rho^6 + \ldots \qquad (5.1)$$

ただし、$\mathcal{A}_2, \mathcal{A}_4, \ldots$は展開係数、また$\Delta Z$は供試レンズ長の1/2あるいは1/4ピッチからのずれを表わし、gは集束定数、h_4およびh_6は、それぞれ４次および６次の分布係数である。式(5.1)のように、位相シフト$\Delta\varphi$をγ_iの多項式に展開するには、次の２つの仮定を用いる。すなわち、

(1)レンズ長のずれΔZは充分小さい（$|g\Delta Z| \ll 1$）。

(2)集光レンズの焦点ボケおよび光軸に対する傾きは無い（測定光の入射条件はγ_iのみである）。

表5.1に、本論文で提案した波動光学的測定法の高精度化手法で用いる主なパラメータを示す。

５．３　縦干渉法の適用例

５．３．１　位相シフトの多項式展開[32]

図5.1に、縦干渉法における測定対象、すなわち位相シフト$\Delta\varphi$の多項式展開の手順を示す。測定光は供試レンズを１往復するため、供試レンズの長さZを$gZ = 2(\pi + g\Delta Z)$とおく。

［$\gamma_i \neq 0$に対する信号光の光学距離wの導出］

供試レンズ入射面での信号光の入射条件は、仮定の(2)より、信号光の光軸となす角γ_iで

表5.1　波動光学的測定法の高精度化手法で用いる主なパラメータ

$\Delta\varphi$	位相シフト
W	波面収差
λ	測定光の波長
n_0	中心軸での屈折率（軸上屈折率）
d	２光束干渉法における屈折率分布型レンズ・平面鏡間の距離
$\mathscr{A}_2$	位相シフトの２次展開係数
$\mathscr{A}_4$	位相シフトの４次展開係数
$\mathscr{A}_6$	位相シフトの６次展開係数
ΔZ	屈折率分布型レンズの1/2または1/4ピッチからのずれ
g	集束定数
h_4	４次の屈折率分布係数
w	光学距離
γ_i	測定光の光軸となす角
x_i	測定光の光軸からの距離
x	測定光の経路（光軸からの距離）
z	光軸（屈折率分布型レンズの中心軸）

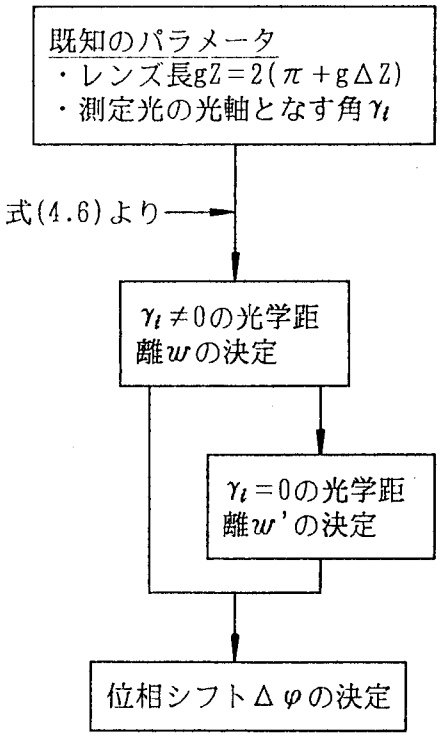


図5.1　本論文で用いた縦干渉法の測定対象、すなわち位相シフトの多項式展開の手順

ある。また供試レンズの長さZは、$gZ=2(\pi+g\Delta Z)$である。これらを第４章で導出した光学距離、すなわち式(4.6)に代入し、γ_iの多項式に展開すると、wは次のようになる。

$$\frac{gw}{n_0}=2\pi+2g\Delta Z+g\Delta Z\sin^2\gamma_i$$

$$+\left[-\frac{9\pi}{8}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{4}g\Delta Z\right]\sin^4\gamma_i \qquad (5.2)$$

ただし、この式の導出の際、γ_iの４次項までを残した。

［$\gamma_i=0$に対する信号光の光学距離w'の導出］

w'は、式(5.2)において$\gamma_i=0$とおいたものであり、次のようになる。

$$\frac{gw'}{n_0}=2\pi+2g\Delta Z \qquad (5.3)$$

従って、位相シフト$\Delta\varphi$は、これら２つの光学距離w, w'の差、すなわち$\Delta\varphi=2\pi(w-w')/\lambda$より、次式のようになる。

$$\Delta\varphi=\underbrace{\frac{2\pi n_0}{g\lambda}g\Delta Z\rho^2}_{\text{焦点ボケ}}$$

$$+\underbrace{\frac{2\pi n_0}{g\lambda}\left[-\frac{9\pi}{8}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{4}g\Delta Z\right]\rho^4}_{\text{３次球面収差}} \qquad (5.4)$$

（第２章の式(2.21)に対応）

ここで、λは測定光の波長を表わす。また記号を簡単にするため、$\rho=\sin\gamma_i$とおいた。式(5.4)に示されるように、ΔZは焦点ボケのみならず、３次球面収差にも影響することが分かる。この式に最小２乗法を適用したものが、第２章で提案した波動光学的測定法における屈折率分布係数の推定手法である。

5．3．2　屈折率分布係数の推定

第２章で提案した推定方法により、RawsonとMurrayの測定データ[16]から分布係数の推定を行う。図5.2は、この測定データと本論文で導出した光学距離式(4.6)による理論値を対比させたものである[32]。ただし、この位相シフトは、測定光の往路のみに対応するものである。また、２次から６次までの分布係数g, h_4, h_6の値は、従来の推定値$g=0.2135\mathrm{mm}^{-1}$, $h_4=1.36$, $h_6=-3.0$を用いた。同図に示されるように、両者の相違は、$\gamma_i=9°$で数ラジアンになることが分かる。一方、本論文で導出した光学距離の計算精度は、第４章の結果から、$\gamma_i=9°$で約0.15ラジアンとなる。従って、この相違は、従来の分布係数の推定値の誤差によるものである。

図5.3に、この測定データへの最小２乗法による２次から８次の多項式の適合結果を示す[32]。同図(a)、(b)、(c)そして(d)は、それぞれ２次、４次、６次そして８次の多項式を用いた場合に対応する。また表5.2に、適合させた多項式の次数と標準偏差との対応関係をまとめて示す。標準偏差σ_nの大きさが適合の良さを表わす。６次および８次多項式の適合に

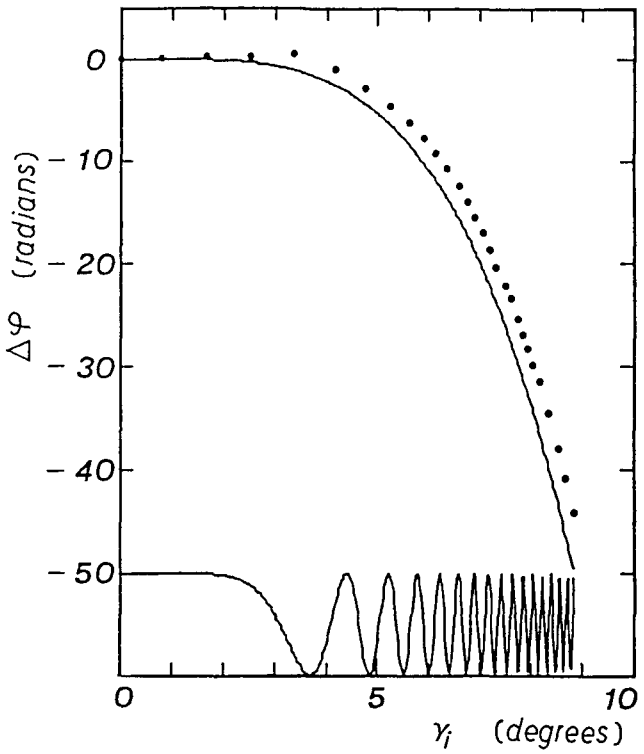


図5.2　従来の位相シフトの測定データと本論文で導出した光学距離による理論値との対比
●はRawsonとMurrayによる測定値を表わす。実線は、$g=0.2135\mathrm{mm}^{-1}$, $h_4=1.36$, $h_6=-3.0$, $Z=14.7\mathrm{mm}$そして$\lambda=0.6328\mu\mathrm{m}$を式(4.6)に代入して得られた理論曲線である。図の下部に、理論干渉縞も示した。

よるσ_Nの改善はわずかであるため、この測定データは、４次多項式、すなわち焦点ボケと３次球面収差で表わせる。表5.3に、４次多項式の適合による展開係数$\mathcal{A}_2$および$\mathcal{A}_4$の推定値を示す。また表5.4に、４次多項式の適合による本論文と従来の屈折率分布係数の推定結果の比較をまとめて示す。このように、縦干渉法によって、レンズ中心部の屈折率分布の測定精度を向上するには、ΔZの影響を考慮することが重要である。

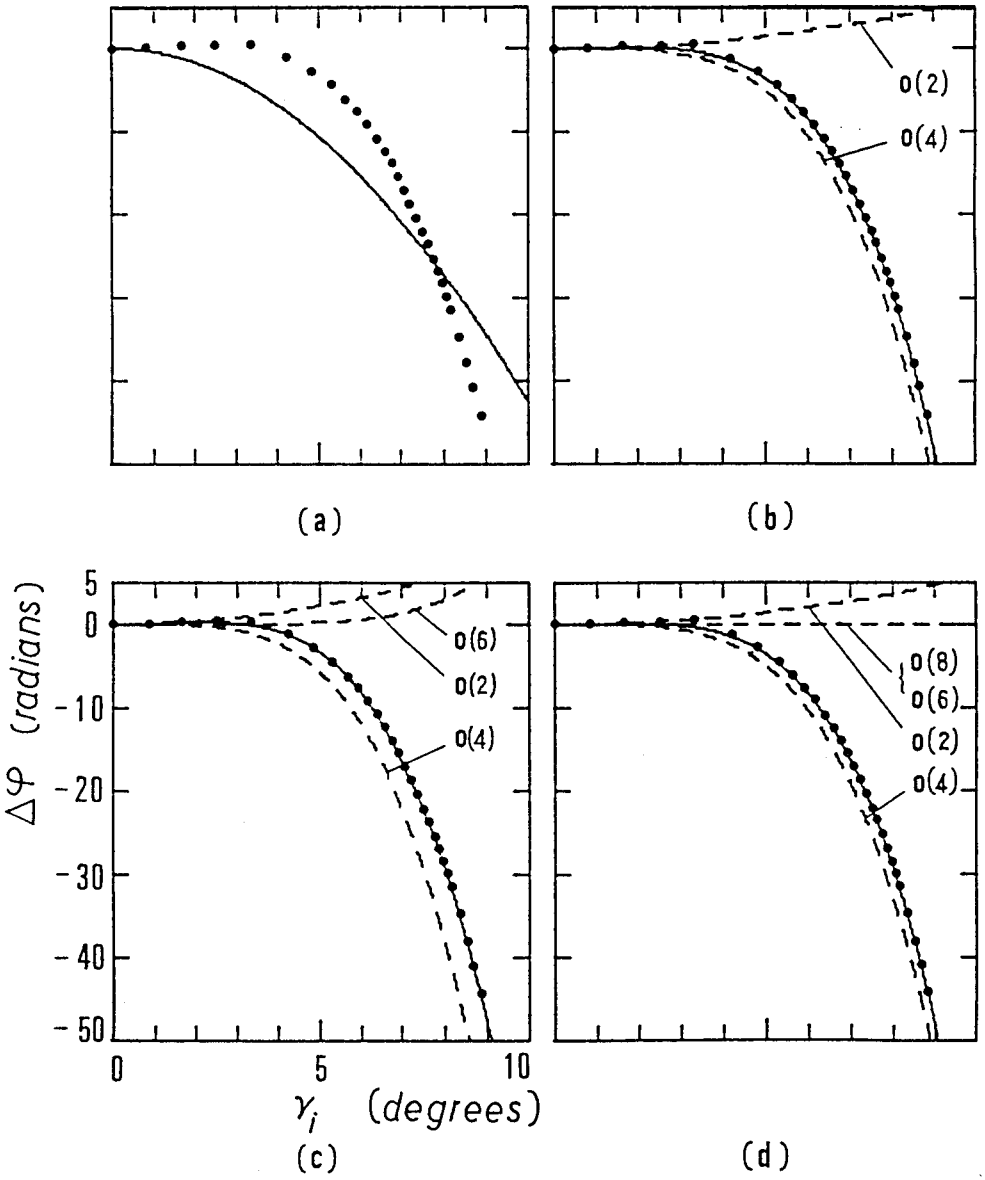


図5.3　位相シフトの測定データへの多項式適合
●は図5.2と同様である。(a)、(b)、(c)および(d)は、それぞれ２次、４次、６次および８次の多項式を用いた最小２乗法による適合結果である。実線は最も良く適合する多項式を、また破線は適合に用いた多項式の各項を表わす。

表5.2　適合させた多項式の次数と標準偏差との対応関係

適合させた多項式とその次数		標準偏差σ_N(ﾗｼﾞｱﾝ)
(焦点ボケ)	2次	0.968
(焦点ボケ) + (3次球面収差)	4次	0.045
(焦点ボケ) + (3次球面収差) + (5次球面収差)	6次	0.037
(焦点ボケ) + (3次球面収差) + (5次球面収差) + (7次球面収差)	8次	0.045

表5.3　4次多項式の適合による展開係数の推定値

展開係数とその次数		推定値
$\mathcal{A}_2$	2次	373.6 ± 1.6
$\mathcal{A}_4$	4次	$-864.5 \pm 5.6 \times 10^2$

表5.4　4次多項式の適合による屈折率分布係数の推定値の比較

屈折率分布係数	本論文の推定値	従来の推定値[16]
集束定数g(mm^{-1})	0.2137 ± 0.0003	0.2132 ± 0.0001
4次分布係数h_4	2.21 ± 0.01	1.24 ± 0.045

5．4　2光束干渉法の適用例

5．4．1　位相シフトの多項式展開[32]

図5.4に、2光束干渉法における測定対象、すなわち位相シフト$\Delta\varphi$（波面収差W）の多項式展開の手順を示す。この手順は、次の3つの経路に対する光学距離w_1, w_2, w_3の導出からなる。すなわち、

(1)供試レンズ入射面・出射面間での信号光の往路に対する光学距離w_1の導出

(2)供試レンズ出射面・平面鏡間での信号光の往路および復路に対する光学距離w_2の導出

(3)供試レンズ出射面・入射面間での信号光の復路に対する光学距離w_3の導出

また図5.5に、この手順で用いる主なパラメータの様子を示す。

［光学距離w_1の導出］

供試レンズ入射面での信号光の入射条件は、 仮定の(2)より、信号光の光軸となす角γ_iである。また供試レンズの長さZは、$gZ=\pi/2+g\Delta Z$である。 図5.5(a)に、これらのパラメータの様子を示す。 これらのパラメータを第４章で導出した光学距離、すなわち式(4.6)に代入し、γ_iの多項式に展開すると、w_1は、次のようになる。

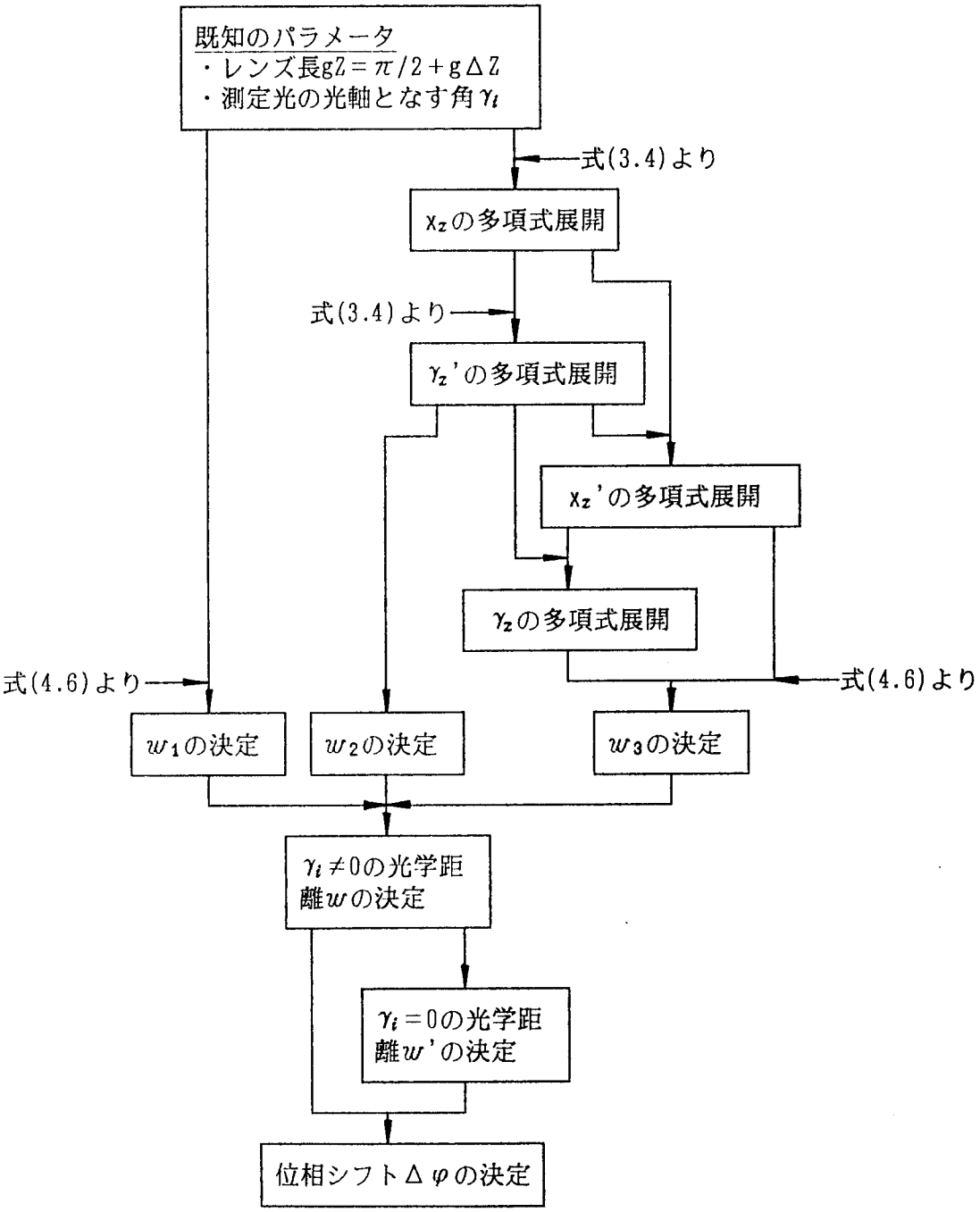


図5.4　本論文で用いた２光束干渉法の測定対象、すなわち位相シフトの多項式展開の手順

$$\frac{g w_1}{n_0} = \frac{\pi}{2} + g\Delta Z + \frac{3\pi}{32}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)\sin^4\gamma_i$$

$$- g\Delta Z\left(\frac{1}{2}\sin^2\gamma_i + \frac{1}{8}\sin^4\gamma_i\right) \qquad (5.5)$$

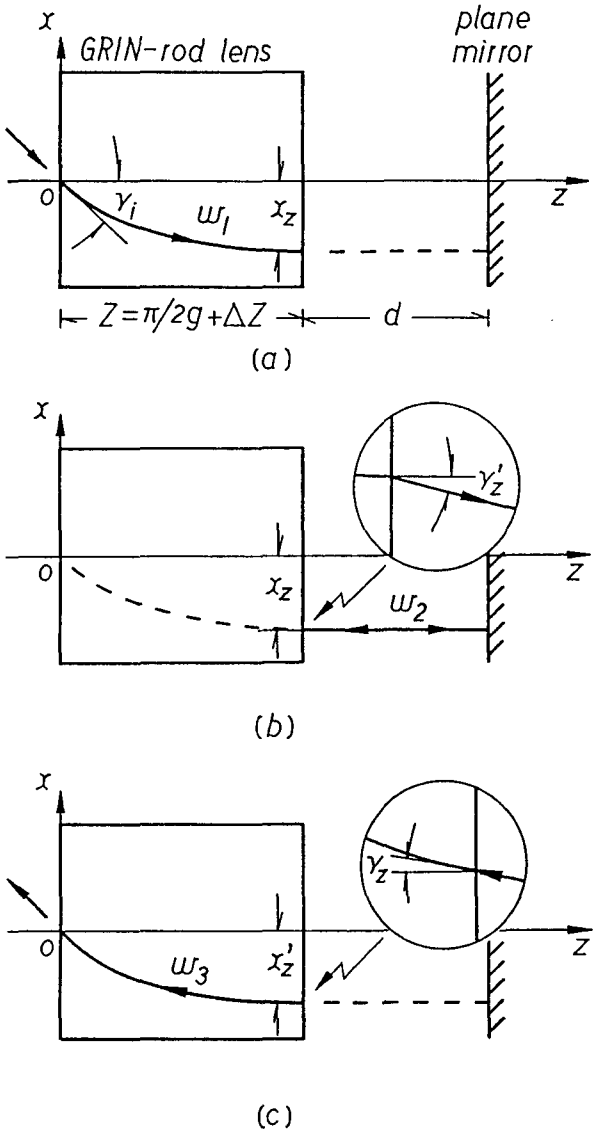


図5.5　２光束干渉法における測定対象、すなわち位相シフト$\Delta\varphi$（波面収差W）の多項式展開で用いる主なパラメータの様子
(a) w_1のパラメータγ_i
(b) w_2のパラメータx_z, γ_z'
(c) w_3のパラメータx_z', γ_z

ただし、この式の導出の際、γ_iの４次項までを残した。

［光学距離w_2の導出］

まず、供試レンズ出射面における信号光の光軸からの距離x_zおよび光軸となす角（レンズ出射面の外側での角）γ_z'を求める。図5.5(b)に、これらのパラメータの様子を示す。これらのパラメータx_zおよびγ_z'は、信号光の入射条件、すなわちγ_iおよび供試レンズの長さ$gZ=\pi/2+g\Delta Z$を第３章で多項式展開した斜入射光線に対する摂動解、すなわち式(3.4)に代入し、γ_iの多項式に展開すると、それぞれ次のようになる。

$$gx_z=\sin\gamma_i+\frac{h_4}{2}\sin^3\gamma_i+g\Delta Z\frac{3\pi}{8}(h_4-\frac{2}{3})\sin^3\gamma_i \tag{5.6a}$$

$$\sin\gamma_z'=n_0\frac{3\pi}{8}(h_4-\frac{2}{3})\sin^3\gamma_i$$

$$+n_0g\Delta Z\left[-\sin\gamma_i+\frac{3}{2}(h_4-\frac{1}{6})\sin^3\gamma_i\right] \tag{5.6b}$$

ただし、この式の導出の際、γ_iの３次項までを残した。式(5.6)より、w_2は次のようになる。

$$\frac{gw_2}{n_0}=\frac{2gd}{n_0}-g\Delta Z\frac{3\pi}{4}(h_4-\frac{2}{3})n_0gd\sin^4\gamma_i \tag{5.7}$$

ここで、dは供試レンズ出射面・反射面間の距離である。またこの式の導出の際、γ_iの４次項までを残した。

［光学距離w_3の導出］

まず、供試レンズ出射面における信号光の光軸からの距離x_z'および光軸となす角（レンズ出射面の内側での角）γ_zを求める。図5.5(c)に、これらのパラメータの様子を示す。これらのパラメータx_z'およびγ_zは、式(5.6)より、それぞれ次のようになる。

$$gx_z'=\sin\gamma_i+\frac{h_4}{2}\sin^3\gamma_i+\frac{3\pi}{4}(h_4-\frac{2}{3})n_0gd\sin^3\gamma_i$$

$$+g\Delta Z\left[-2n_0gd\sin^3\gamma_i+\frac{3\pi}{8}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\sin^3\gamma_i\right.$$

$$\left.+(3h_4-1)n_0gd\sin^3\gamma_i\right] \tag{5.8a}$$

$$\sin\gamma_z=\frac{3\pi}{8}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\sin^3\gamma_i$$

$$+g\Delta Z\left[-\sin\gamma_i+\frac{3}{2}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\sin^3\gamma_i\right] \tag{5.8b}$$

ただし、この式の導出の際、γ_iの３次項までを残した。 式(5.8)および$gZ=\pi/2+g\Delta Z$を第４章で導出した光学距離、すなわち式(4.6)に代入すると、w_3は、次のようになる。

$$\frac{gw_3}{n_0}=\frac{\pi}{2}+g\Delta Z-\frac{27\pi}{32}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\sin^4\gamma_i$$

$$+g\Delta Z\left[2\sin^2\gamma_i+\left(-\frac{h_4}{2}+\frac{11}{8}\right)\sin^4\gamma_i\right.$$

$$\left.+\frac{21\pi}{4}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)n_0gd\sin^4\gamma_i\right] \tag{5.9}$$

この式の導出の際、γ_iの４次項までを残した。

［$\gamma_i\neq0$に対する信号光の光学距離wの導出］

供試レンズ入射面・反射面間を１往復する信号光の$\gamma_i\neq0$に対する光学距離wは、 これら３つの光学距離w_1, w_2, w_3、すなわち式(5.5),(5.7),(5.9)の和で表わされ、次式のようになる。

$$\frac{gw}{n_0}=\pi+2g\Delta Z+\frac{2gd}{n_0}+g\Delta Z\frac{3}{2}\sin^2\gamma_i$$

$$+\left\{-\frac{3\pi}{4}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)+g\Delta Z\left[\left(-\frac{h_4}{2}+\frac{5}{4}\right)+n_0 gd\frac{9\pi}{2}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\right]\right\}\sin^4\gamma_i \qquad (5.10)$$

［$\gamma_i=0$に対する信号光の光学距離w'の導出］

w'は、式(5.10)において$\gamma_i=0$とおいたものであり、次のようになる。

$$\frac{gw'}{n_0}=\pi+2g\Delta Z+\frac{2gd}{n_0} \qquad (5.11)$$

従って、位相シフト$\Delta\varphi$は、これら２つの光学距離w, w'の差、すなわち$\Delta\varphi=2\pi(w-w')/\lambda$より、次式のようになる。

$$\Delta\varphi=\underbrace{\frac{2\pi n_0}{g\lambda}g\Delta Z\frac{3}{2}\rho^2}_{\text{焦点ボケ}}$$

$$+\underbrace{\frac{2\pi n_0}{g\lambda}\left\{-\frac{3\pi}{4}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)+g\Delta Z\left[\left(-\frac{h_4}{2}+\frac{5}{4}\right)+n_0 gd\frac{9\pi}{2}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\right]\right\}\rho^4}_{\text{３次球面収差}} \qquad (5.12)$$

（第２章の式(2.22)に対応）

ここで、記号を簡単にするため、$\rho=\sin\gamma_i$とおいた。この式に示されるように、ΔZは焦点ボケのみならず、３次球面収差にも影響することが分かる。更に、従来の２光束干渉法では、信号光の往路と復路は 同一であると仮定されていた（レンズ射出面と平面鏡の間隔dに影響されない）が、この式は、ΔZがゼロでない限り、dの影響が無視できないことを示している。従って、２光束干渉法の高精度化には、ΔZを考慮することが必要である。

５．４．２　屈折率分布係数の推定

表5.5に、 従来の２光束干渉法による測定データ[17]、すなわち３次球面収差の大きさW_{040}と既知のパラメータの値を示す。このW_{040}の値から、本論文ではじめて確立した２光束干渉法における屈折率分布係数の推定方法により４次分布係数の推定を行う。

そのために、W_{040}とh_4の対応関係式を導出する。 従来の場合、信号光の往路と復路は同一であると仮定されていた。 このため、W_{040}の推定値は、信号光の往路の位相シフトに対

応する。これに対し、本論文で導出した式(5.12)は、信号光の往路および復路の位相シフトを表わす。従って、W_{040}と$\mathcal{A}_4$の関係は、次のようになる。

$$\frac{4\pi W_{040}}{\lambda} = \mathcal{A}_4 \sin^4 \gamma_i \tag{5.13}$$

また、測定開口数N.A.は、位相シフトの多項式展開で用いた仮定の(2)、すなわち「測定光の入射条件はγ_iのみである」より、次のように表わすことができる。

$$\mathrm{N.A.} = n_0 \sin \gamma_i \tag{5.14}$$

式(5.13)および(5.14)を用いて、$\mathcal{A}_4$とh_4の対応関係式、すなわち第２章の式(2.22b)をh_4について解くと、次のようになる。

$$h_4 = \frac{\dfrac{2gW_{040}}{n_0}\left(\dfrac{n_0}{\mathrm{N.A.}}\right)^4 - \dfrac{\pi}{2} - g\Delta Z\left(\dfrac{5}{4} - 3\pi n_0 gd\right)}{-\dfrac{3\pi}{4} + g\Delta Z\left(-\dfrac{1}{2} + \dfrac{9\pi}{2} n_0 gd\right)} \tag{5.15}$$

この式に示されるように、h_4を推定するには、ΔZおよびdの値が必要である。これに対し、ClineとJanderによる測定[17]では、これらのパラメータの値が報告されていない（W_{040}の推定には、ΔZおよびdの値は不要であるため）。そこで、ΔZの値として、$g\Delta Z = 0.01$、またdの値として、$gd = 0$および1を仮定した。表5.6に、４次の分布係数h_4の推定結果を示す。$g\Delta Z = 0.01$は、$\Delta Z = 30 - 41\,\mu m$に、また$gd = 1$は、$d = 3 - 4\,mm$に相当する。同じ測定開口数に

表5.5　従来の２光束干渉法[17]における測定データと既知のパラメータ

測定データと既知のパラメータ	屈折率分布型レンズの種類	
	SLW 1.8-mm	SLS 2.0-mm
３次球面収差 W_{040}	$0.23 - -1.0 \pm 0.04\lambda$	$-2 - -3 \pm 0.04\lambda$
測定開口数 N.A.	0.2	0.125
軸上屈折率 n_0	1.607	1.556
集束定数 $g(mm^{-1})$	0.337	0.243

ただし、測定光の波長は$\lambda = 0.6328\,\mu m$である。

おいて、SLS 2.0-mmレンズとSLW 1.8-mmレンズの３次球面収差の大きさを比較した場合、前者の方がかなり大きい。このため、前者のh_4の推定値は、ΔZがゼロでない限り、dの影響を大きく受ける。従って、２光束干渉法によって、レンズ中心部の屈折率分布の測定精度を向上するには、ΔZの影響を考慮することおよびレンズ射出面・平面鏡の間隔dを小さくすることが重要である。

表5.6　本論文で確立した推定方法による
４次の屈折率分布係数h_4の値

仮定したパラメータ ΔZおよびd	h_4の推定値	
	SLW 1.8-mm	SLS 2.0-mm
gΔZ＝0	0.55－1.14±0.04	4.69－6.71±0.19
gΔZ＝0.01, gd＝0	0.55－1.14±0.04	4.69－6.70±0.19
gΔZ＝0.01, gd＝1	0.54－1.19±0.04	5.10－7.32±0.19

gΔZ＝0.01は、ΔZ＝30－41μmに、またgd＝1は、d＝3－4mmに相当する。

５．５　結　言

本章では、第２章で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用例を示し、以下の結果を得た。

(1)本論文で高精度化を試みた縦干渉法および２光束干渉法における測定対象、すなわち位相シフトΔφを測定光の光軸となす角γ_iに関する４次多項式に展開し、提案した高精度化手法の理論的背景を示した。

（縦干渉法　　：式(5.4)）

（２光束干渉法：式(5.12)）

(2)この高精度化手法を従来のこれら２つの干渉測定法による測定データに適用し、４次の屈折率分布係数h_4を推定した。

第６章　幾何光学的測定法の高精度化手法の適用例（レンズ周辺部）[27],[28]

６．１　緒　言

本章では、第２章で提案した幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用例を示す。まず、本論文で提案した横収差測定法の測定対象、すなわち横収差x_lを測定光の光軸からの距離x_lに関して多項式展開し、この高精度化手法の理論的背景を示す。次に、この高精度化手法を著者による測定データ[28]に適用し、集束定数g、４次および６次の屈折率分布係数h_4, h_6を推定する。そして、提案した横収差測定法の測定精度を明らかにする。

６．２　横収差測定法の適用例

６．２．１　横収差の多項式展開[28]

図6.1に、本論文で提案した横収差測定法の模式的な測定原理図を示す。また表6.1に、横収差測定法に用いる主なパラメータを示す。この測定法では、まず、測定光を屈折率分布型レンズの固有スポットに一致するように、マッチングレンズで集光し、屈折率分布型レンズに平行入射させる。レンズ中を伝搬した測定光は、レンズ出射面後方lに置かれた観測面上でスポットを形成する。そして、このスポットの中心を光軸から計った距離が、この測定法における測定対象、すなわち横収差x_lである。同図に示すように、このx_lは、次式で定義することができる[27]。

$$g x_l = g x_z + \frac{g l n_z \tan \gamma_z}{\sqrt{1 + (1 - n_z^2) \tan^2 \gamma_z}} \tag{6.1}$$

ただし、x_zはレンズ出射光の光軸からの距離、γ_zはレンズ出射光の光軸となす角（出射面の内側での角）、$n_z = n(x_z)$はレンズ出射面での屈折率である。図6.2に、これらのパラメータの様子を示す。また式(6.1)の定義に際し、次の２つの仮定を用いた。すなわち、

(1)レンズは空気中に置かれており、空気の屈折率を1とする。

(2)レンズ入射面および出射面は光軸と垂直である。

まず、式(6.1)を次式のようにx_lの多項式で表わすことを試みる。

$$x_l = \mathcal{A}_1(g, l)\,\xi + \mathcal{A}_3(g, h_4, l)\,\xi^3 + \mathcal{A}_5(g, h_4, h_6, l)\,\xi^5 + \ldots \tag{6.2}$$

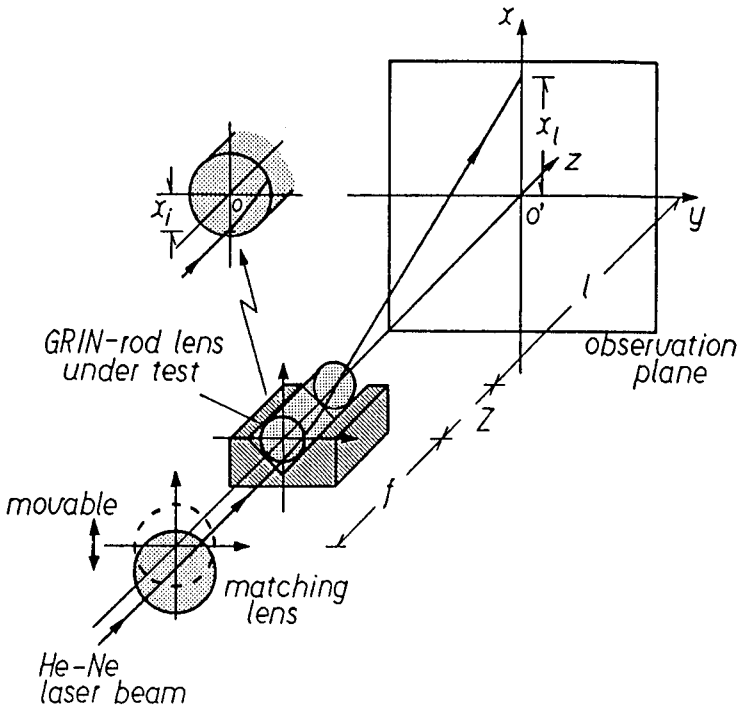


図6.1　本論文で提案した横収差測定法の模式的な測定原理図

表6.1　横収差測定法で用いる主なパラメータ

x_l	：横収差
x_i	：測定光の光軸からの距離
l	：屈折率分布型レンズ出射面・観測面間の距離
Z	：屈折率分布型レンズの長さ
n_0	：中心軸での屈折率（軸上屈折率）
g	：集束定数
h_4	：４次の屈折率分布係数
h_6	：６次の屈折率分布係数
$\mathcal{A}_1$	：横収差の１次展開係数
$\mathcal{A}_3$	：横収差の３次展開係数
$\mathcal{A}_5$	：横収差の５次展開係数
x	：測定光の経路（光軸からの距離）
z	：光軸（屈折率分布型レンズの中心軸）

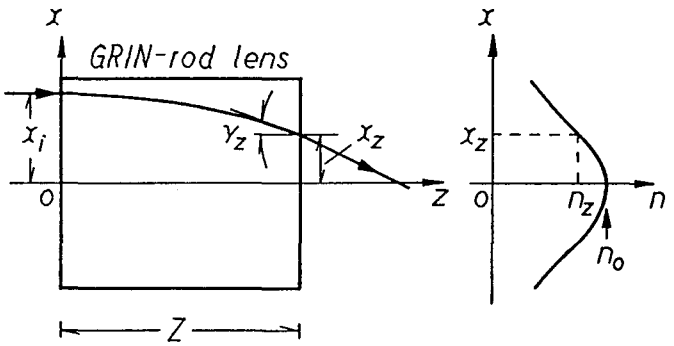


図6.2　横収差測定法における測定対象、すなわち横収差x_iの
多項式展開で用いる主なパラメータの様子

ここで、$\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_3, \mathcal{A}_5, \ldots$は展開係数である。また記号を簡単にするため、$x_i$を$\xi$とおいた。図6.3に、横収差$x_i$の多項式展開の手順を示す。この手順は、次の３つの手順からなる。すなわち、

(1)レンズ出射光の光軸からの距離x_zの多項式展開

(2)レンズ出射光の光軸となす角γ_zの多項式展開

(3)レンズ出射面での屈折率n_zの多項式展開

［x_zの多項式展開］

レンズ出射光の光軸からの距離x_zは、第３章で多項式展開した平行入射光線に対する摂動解から導出できる。この摂動解は、式(3.1)を参照すると、２次の場合、次のようになる。

$$gx(z) = \left[gx_i + \frac{h_4}{2^4}(gx_i)^3 + \frac{1}{2^8}(23h_4{}^2 + 32h_6)(gx_i)^5\right]\cos\Omega z$$

$$- \left[\frac{h_4}{2^4}(gx_i)^3 + \frac{1}{2^8}(24h_4{}^2 + 30h_6)(gx_i)^5\right]\cos 3\Omega z$$

$$+ \frac{1}{2^8}(h_4{}^2 - 2h_6)(gx_i)^5 \cos 5\Omega z \qquad (6.3)$$

ただし、

$$\frac{\Omega}{g} = 1 - \frac{3}{4}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)(gx_i)^2$$

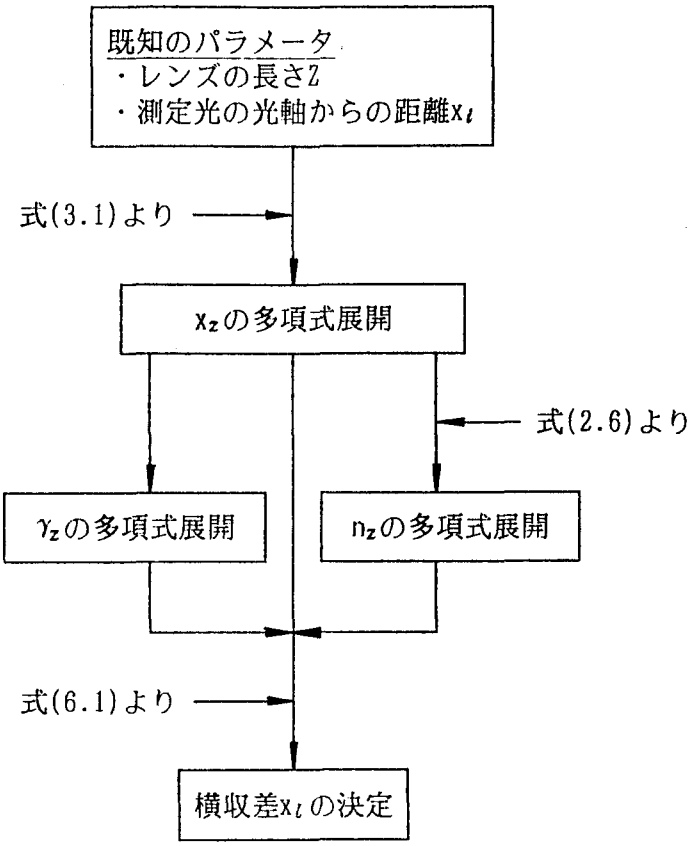


図6.3　本論文で用いた横収差測定法における測定対象、
すなわち横収差の多項式展開の手順

$$-\left[\frac{21}{64}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{21}{16}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)+\frac{15}{16}\left(h_6+\frac{17}{45}\right)\right](gx_l)^4$$

x_zは、式(6.3)において、z=Zとおけばよく、次のように多項式展開できる。

$$gx_z=gx_l\cos gZ+H_3(gx_l)^3+H_5(gx_l)^5 \tag{6.4}$$

ただし、

$$H_3(Z)=\frac{3}{4}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)gZ\sin gZ+\frac{h_4}{4}\cos gZ-\frac{h_4}{4}\cos^3 gZ$$

$$H_5(Z) = \left[-\frac{3}{64}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{17}{16}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) + \frac{15}{16}\left(h_6 + \frac{17}{45}\right) \right] gZ\sin gZ$$

$$+ \left[\frac{9}{16}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{3}{8}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) \right] gZ\sin^3 gZ$$

$$+ \left[\frac{25}{64}h_4{}^2 + \frac{7}{16}h_6 - \frac{9}{32}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 (gZ)^2 \right] \cos gZ$$

$$-\left(\frac{29}{64}h_4{}^2 + \frac{5}{16}h_6\right)\cos^3 gZ$$

$$+\left(\frac{1}{16}h_4{}^2 - \frac{1}{8}h_6\right)\cos^5 gZ$$

またこの式の導出において、x_iの５次項までを残した。

［γ_zの多項式展開］

レンズ出射光の傾き$\tan\gamma_z$は、レンズ出射光の光軸からの距離x_z、すなわち式(6.4)をZに関して微分すればよく、次のようになる。

$$\tan\gamma_z = -gx_i \sin gZ + \frac{1}{g}\frac{dH_3}{dZ}(gx_i)^3 + \frac{1}{g}\frac{dH_5}{dZ}(gx_i)^5 \qquad (6.5)$$

［n_zの多項式展開］

最後に、レンズ出射面での屈折率n_zは次のようになる。

$$\frac{n_z}{n_0} = 1 - \frac{(gx_i)^2}{2}\cos^2 gZ - (gx_i)^4 \left[\frac{3}{4}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) gZ\sin gZ\cos gZ \right.$$

$$\left. + \frac{h_4}{4}\cos^2 gZ - \frac{3}{4}\left(h_4 - \frac{1}{6}\right)\cos^4 gZ \right] \qquad (6.6)$$

ただし、この式の導出において、x_lの４次項までを残した。

従って、式(6.4)－(6.6)を式(6.2)に代入すると、横収差x_lは、次のように表わすことができる。

$$x_l = \underbrace{(\cos gZ - n_0 g l \sin gZ)\,\xi}_{\text{焦点ボケ}}$$

$$+ \underbrace{g^2(H_3 + n_0 g l K_3)\,\xi^3}_{\text{３次球面収差}}$$

$$+ \underbrace{g^4(H_5 + n_0 g l K_5)\,\xi^5}_{\text{５次球面収差}} \qquad (6.7)$$

（第２章の式(2.26)に対応）

ただし、

$$K_3(Z) = \frac{3}{4}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) gZ\cos gZ + \frac{5}{4} h_4 \sin gZ$$

$$- \left[\frac{3}{4}\left(h_4 + \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{2}(n_0^2 - 1)\right] \sin^3 gZ$$

$$K_5(Z) = \left[\frac{69}{64}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{47}{16}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) + \frac{15}{16}\left(h_6 + \frac{17}{45}\right)\right.$$

$$\left. + \frac{9}{8}(n_0^2 - 1)\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)\right] gZ\cos gZ$$

$$- \left[\frac{27}{16}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{9}{4}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) + \frac{9}{8}(n_0^2 - 1)\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)\right] gZ\cos^3 gZ$$

$$+ \left[\frac{39}{64} h_4^2 + \frac{33}{16} h_6 + \frac{9}{32}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 (gZ)^2\right] \sin gZ$$

$$+ \left[\frac{15}{8} h_4 - \frac{11}{64} h_4^2 - \frac{35}{16} h_6 + \frac{15}{8}(n_0^2 - 1) h_4\right] \sin^3 gZ$$

$$-\left[\frac{9}{8}h_4+\frac{3}{8}+\frac{5}{16}h_4{}^2-\frac{5}{8}h_6+\frac{9}{8}(n_0{}^2-1)(h_4+\frac{2}{3})\right.$$

$$\left.+\frac{3}{8}(n_0{}^2-1)^2\right]\sin^5 gZ$$

ただし、この式の導出において、x_lの５次項までを残した。また記号を簡単にするため、x_lをξとおいた。式(6.7)に示されるように、集束定数gは横収差の１次項（焦点ボケ）に、４次の分布係数h_4は横収差の３次項（３次球面収差）に、そして６次の分布係数h_6は横収差の５次項（５次球面収差）に対応することが分かる。 表6.2に、横収差多項式の展開係数と屈折率分布係数との対応関係をまとめて示す。

表6.2　横収差多項式の展開係数と展開係数に含まれる屈折率分布係数との対応関係

展開係数とその次数		屈折率分布係数とその最高次数	
$\mathcal{A}_1$	１次	g	２次
$\mathcal{A}_3$	３次	g,h_4	４次
$\mathcal{A}_5$	５次	g,h_4,h_6	６次

６．２．２　屈折率分布係数の推定[28]

第２章で提案した推定方法により、集束定数gと４次および６次の分布係数h_4,h_6の推定を行う。図6.4に、1/4ピッチの屈折率分布型レンズ（SLS 2.0-mmレンズ）に対する著者による測定データを示す。この測定データから展開係数$\mathcal{A}_1$,$\mathcal{A}_3$,$\mathcal{A}_5$を求めると、表6.3のようになる。また表6.4に、このレンズの既知のパタメータを示す。これらの展開係数$\mathcal{A}_1$,$\mathcal{A}_3$,$\mathcal{A}_5$および既知のパタメータの値から推定した集束定数gと４次および６次の分布係数h_4,h_6の値は、表6.5のようになる。なお、第２章の集束定数gの推定式(2.26a)は、超越方程式となる。このため、この式からのgの推定は、数値的求根計算法（マラー法）によった。

６．２．３　屈折率分布の測定精度

屈折率分布の測定精度Δnに影響を及ぼす因子は、集束定数gの誤差Δg、４次分布係数h_4の誤差Δh_4そして６次分布係数h_6の誤差Δh_6であるから、Δnは、次のように表わすことができる。

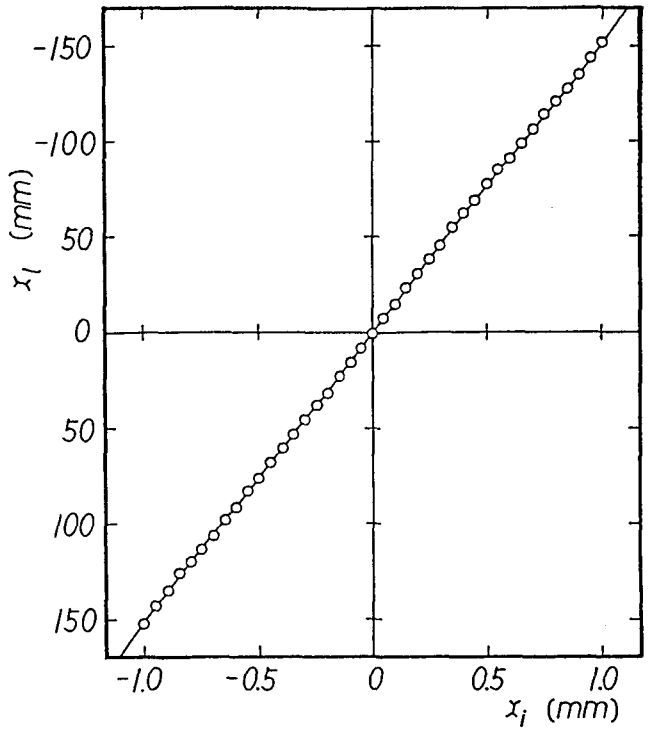


図6.4　SLS 2.0-mmレンズの横収差の測定データ
○は測定値を表わす。実線は最小２乗法で適合させた理論曲線($\mathcal{A}_1=-155.7, \mathcal{A}_3=15.2, \mathcal{A}_5=-11.1$)である。また、標準偏差$\sigma_N$の値は0.63mm、そして測定光の波長$\lambda=0.6328\mu$mである。

表6.3　５次多項式の適合による展開係数の推定値

展開係数	推定値
$\mathcal{A}_1$	-155.7 ± 1.8
$\mathcal{A}_3$	15.2 ± 1.2
$\mathcal{A}_5$	-11.1 ± 1.3

表6.4　測定した屈折率分布型レンズ(SLS 2.0-mmレンズ)の既知のパラメータ

パラメータ		値
軸上屈折率	n_0	1.552
レンズの長さ	Z	7.00 mm
出射面・観測面間距離	l	450 mm

表6.5 測定した屈折率分布型レンズ(SLS 2.0-mmレンズ)の屈折率分布係数の推定値

屈折率分布係数	推定値
集束定数g(mm^{-1})	0.223±0.002
4次分布係数h_4	6.1±0.3
6次分布係数h_6	−122±6

$$\Delta n = \frac{\partial n}{\partial g}\Delta g \qquad \text{：集束定数gの誤差}$$

$$+\frac{\partial n}{\partial h_4}\Delta h_4 \qquad \text{：4次分布係数}h_4\text{の誤差}$$

$$+\frac{\partial n}{\partial h_6}\Delta h_6 \qquad \text{：6次分布係数}h_6\text{の誤差} \qquad (6.11)$$

これに、第2章の屈折率分布式(2.6)を代入すると、屈折率分布の測定精度Δnは、次のようになる。

$$\frac{\Delta n}{n_0} = -\frac{\Delta g}{g}(gr)^2 + \left[\frac{2\Delta g}{g}\left(h_4 - \frac{1}{4}\right) + \frac{\Delta h_4}{2}\right](gr)^4$$

$$+\left[\frac{3\Delta g}{g}\left(h_6 + \frac{h_4}{2} - \frac{1}{8}\right) + \frac{\Delta h_6}{2} + \frac{\Delta h_4}{4}\right](gr)^6 \qquad (6.12)$$

図6.5に、屈折率分布の測定精度Δnを示す。ただし、この測定精度は、式(6.12)に、表6.5に示す屈折率分布係数の推定値を代入して計算したものである。同図より、本論文で提案した横収差測定法では、所期の測定精度、すなわち軸上屈折率n_0の10^{-4}が達成できたことが分かる。

6．2．4　波動光学的測定法との比較

本論文で提案した横収差測定法による推定結果の妥当性を、本論文で高精度化を試みた波動光学的測定法による推定結果との比較により検証する。SLS 2.0-mmのレンズに関して、前

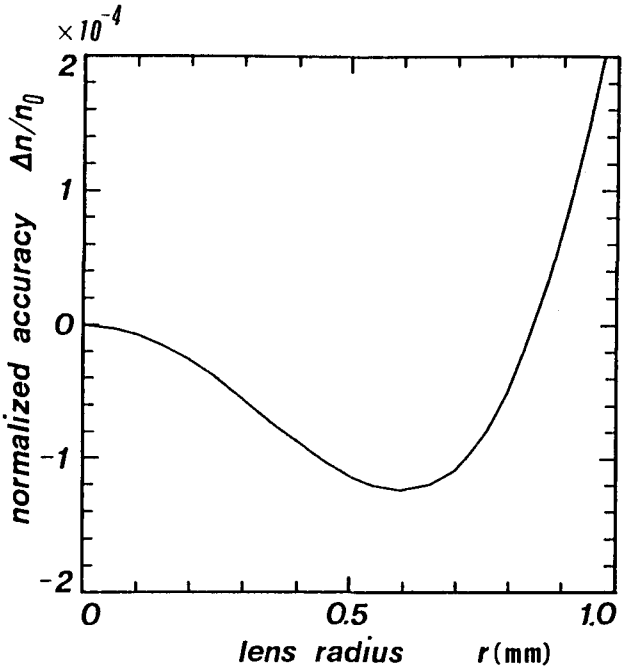


図6.5 SLS 2.0-mmレンズの屈折率分布の測定精度
縦軸は軸上屈折率に対する測定精度$\Delta n/n_0$を表わす。
また、屈折率分布係数の推定値$g=0.223\pm0.002\mathrm{mm}^{-1}$,
$h_4=6.1\pm0.3, h_6=-122\pm6$を用いた。

者の場合、４次の屈折率分布係数h_4の推定値は6.1±0.3である。これに対し、後者の場合、h_4の推定値は5－7である（第５章の表5.5参照）。従って、両者の推定値は良く一致することが分かる。

６．３　結　言

本章では、第２章で提案した幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用例を示し、以下の結果を得た。

(1)本論文で提案した横収差測定法の測定対象、すなわち横収差x_lを測定光の光軸からの距離x_lに関する５次多項式に展開し、この高精度化手法の理論的背景を示した。

(2)この高精度化手法を著者による測定データに適用し、集束定数g、４次および６次の屈折率分布係数h_4, h_6を推定した。そして、これらの推定値が、第５章における推定値と一致することを示した。

(3)提案した横収差測定法の測定精度は、所期の測定精度、すなわち軸上屈折率n_0の10^{-4}であることを示した。

第７章　横収差測定法の軸上集光特性評価への応用[35]

７．１　緒　言

まず、第６章で導出した５次の横収差多項式を用いて、屈折率分布型単レンズの球面収差多項式を導出する。そして、これを用いて、第６章の横収差測定法で測定した屈折率分布型レンズの球面収差特性を評価する。次に、５次の横収差多項式を用いて、スポットダイアグラムを作成する。そして、このスポットダイアグラムからこの供試レンズの軸上集光特性を評価する。更に、このスポットダイアグラムの計算データを用いてＭＴＦを計算し、この供試レンズの空間分解能を評価する。

７．２　球面収差の評価

７．２．１　５次球面収差多項式[35]

図7.1に、屈折率分布型単レンズの球面収差の評価に用いるパラメータの様子を示す。また表7.1に、これらのパラメータをまとめて示す。屈折率分布型単レンズの横収差x_lを、入射光線の光軸からの距離x_iの多項式に展開したものは、第６章で導出した式(6.7)である。すなわち、

$$x_l = \underbrace{\mathcal{A}_1(g,l)x_i}_{\text{焦点ボケ}} + \underbrace{\mathcal{A}_3(g,h_4,l)x_i^3}_{\text{３次球面収差}} + \underbrace{\mathcal{A}_5(g,h_4,h_6,l)x_i^5}_{\text{５次球面収差}} + \cdots \qquad (7.1)$$

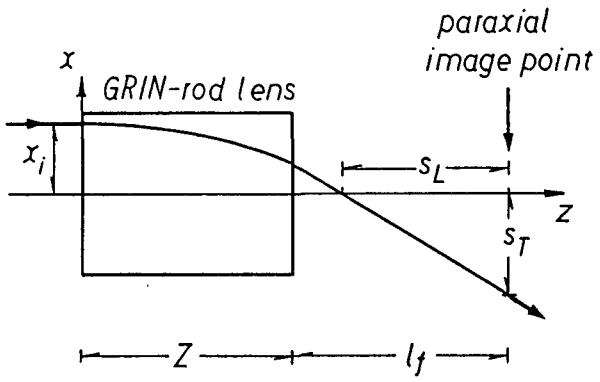


図7.1　屈折率分布型単レンズの球面収差の評価に用いるパラメータの様子

表7.1　屈折率分布型単レンズの軸上集光特性評価法で用いる主なパラメータ

x_l	横収差
x_i	測定光の光軸からの距離
l	屈折率分布型レンズ出射面・観測面間の距離
Z	屈折率分布型レンズの長さ
n_0	中心軸での屈折率（軸上屈折率）
g	集束定数
h_4	４次の屈折率分布係数
h_6	６次の屈折率分布係数
l_f	作動距離（レンズ出射面からの焦点の位置）
s_T	横球面収差
s_L	縦球面収差
x	測定光の経路（光軸からの距離）
z	光軸（屈折率分布型レンズの中心軸）

ただし、

$$\mathcal{A}_1(g, l) = \cos gZ - n_0 g l \sin gZ$$

$$\mathcal{A}_3(g, h_4, l) = g^2(H_3 + n_0 g l K_3)$$

$$\mathcal{A}_5(g, h_4, h_6, l) = g^4(H_5 + n_0 g l K_5)$$

またH_3, K_3, H_5, K_5は、屈折率分布係数g, h_4, h_6の関数である。式(7.1)から、屈折率分布型単レンズの２つの球面収差多項式、すなわち横球面収差多項式および縦球面収差多項式を導出する。図7.2に、この導出手順を示す。この手順は、次の３つの手順からなる。すなわち、

(1)焦点の位置l_fの決定

(2)l_fと式(7.1)からの横球面収差多項式の導出

(3)l_fと式(7.1)からの縦球面収差多項式の導出

［焦点の位置l_fの決定］

焦点は焦点ボケがゼロとなる位置と定義される。また屈折率分布型単レンズの場合、式(7.1)に示されるように、焦点ボケは横収差の１次展開係数$\mathcal{A}_1$に比例する。従って、レンズ出射面を基準とした場合、この位置l_fは、次式で与えられる。

$$n_0 g l_f = \cot gZ \tag{7.2}$$

l_fは、通常、作動距離と呼ばれる。

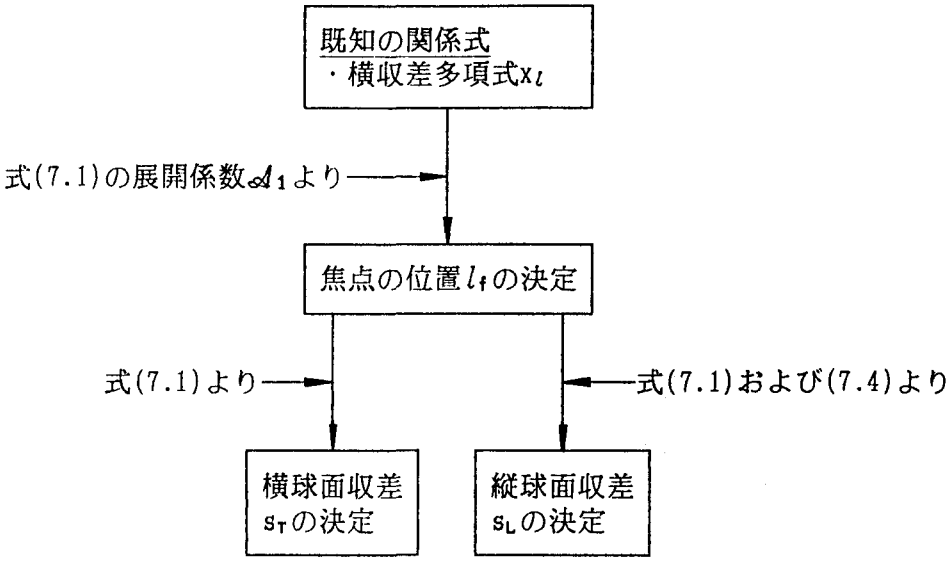


図7.2　屈折率分布型単レンズの球面収差多項式の導出手順

［横球面収差多項式の導出］

横球面収差s_Tは、$l=l_f$におけるレンズ出射光線の光軸からの距離、すなわち横収差で定義される。そこで、式(7.2)を式(7.1)に代入すると、横球面収差s_Tは、次のようになる。

$$g s_T = \underbrace{S_3(gx_l)^3}_{\text{3次球面収差}} + \underbrace{S_5(gx_l)^5}_{\text{5次球面収差}} \tag{7.3}$$

ただし、

$$S_3 = \frac{3}{4}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) gZ\,\mathrm{cosec}\,gZ$$

$$+ \left[\frac{3}{4}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) - \frac{1}{2}(n_0{}^2 - 1)\right] \cos gZ$$

$$+ \left[\frac{1}{2}(h_4 + 1) + \frac{1}{2}(n_0{}^2 - 1)\right] \cos^3 gZ$$

$$S_5 = \left[-\frac{39}{64}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{11}{16}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right) + \frac{15}{16}\left(h_6 + \frac{17}{45}\right)\right] gZ\,\mathrm{cosec}\,gZ$$

$$+\left[\frac{9}{4}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{21}{8}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)+\frac{9}{8}(n_0{}^2-1)\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\right]gZ\sin gZ$$

$$-\left[\frac{9}{8}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{15}{8}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)+\frac{9}{8}(n_0{}^2-1)\left(h_4-\frac{2}{3}\right)\right]gZ\sin^3 gZ$$

$$+\left[\frac{33}{64}h_4{}^2+\frac{3}{4}h_4-\frac{3}{8}+\frac{15}{16}h_6+\frac{3}{4}(n_0{}^2-1)(h_4-1)-\frac{3}{8}(n_0{}^2-1)^2\right]\cos gZ$$

$$+\left[\frac{11}{32}h_4{}^2+\frac{3}{8}h_4+\frac{3}{4}+\frac{5}{8}h_6+\frac{3}{8}(n_0{}^2-1)(h_4+4)+\frac{3}{4}(n_0{}^2-1)^2\right]\cos^3 gZ$$

$$-\left[\frac{1}{4}h_4{}^2+\frac{9}{8}h_4+\frac{3}{8}-\frac{1}{2}h_6+\frac{9}{8}(n_0{}^2-1)\left(h_4+\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{8}(n_0{}^2-1)^2\right]\cos^5 gZ$$

［縦球面収差多項式の導出］

縦球面収差s_Lは、次式のように、 $l=l_f$から計ったレンズ出射光線の光軸との交点、すなわち横収差x_lがゼロとなる点の光軸方向への距離で定義される。

$$g s_L = g l \mid_{x_l=0} - g l_f \tag{7.4}$$

この右辺第１項、すなわち横収差x_lがゼロとなるlは、 式(7.1)をlについて解けば求まる。従って、縦球面収差s_Lは、次のようになる。

$$n_0 g s_L = \underbrace{S_2(gx_l)^2}_{\text{3次球面収差}} + \underbrace{S_4(gx_l)^4}_{\text{5次球面収差}} \tag{7.5}$$

ただし、

$$S_2=\frac{3}{4}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)gZ+\frac{5}{4}h_4\sin gZ\cos gZ$$

$$-\left[\frac{1}{2}(h_4+1)+\frac{1}{2}(n_0{}^2-1)\right]\sin^3 gZ\cos gZ$$

$$S_4 = \frac{H_5}{\sin gZ} + \frac{H_3K_3}{\sin^2 gZ} + \frac{K_3{}^2\cos gZ}{\sin^3 gZ} + \frac{K_5\cos gZ}{\sin^2 gZ}$$

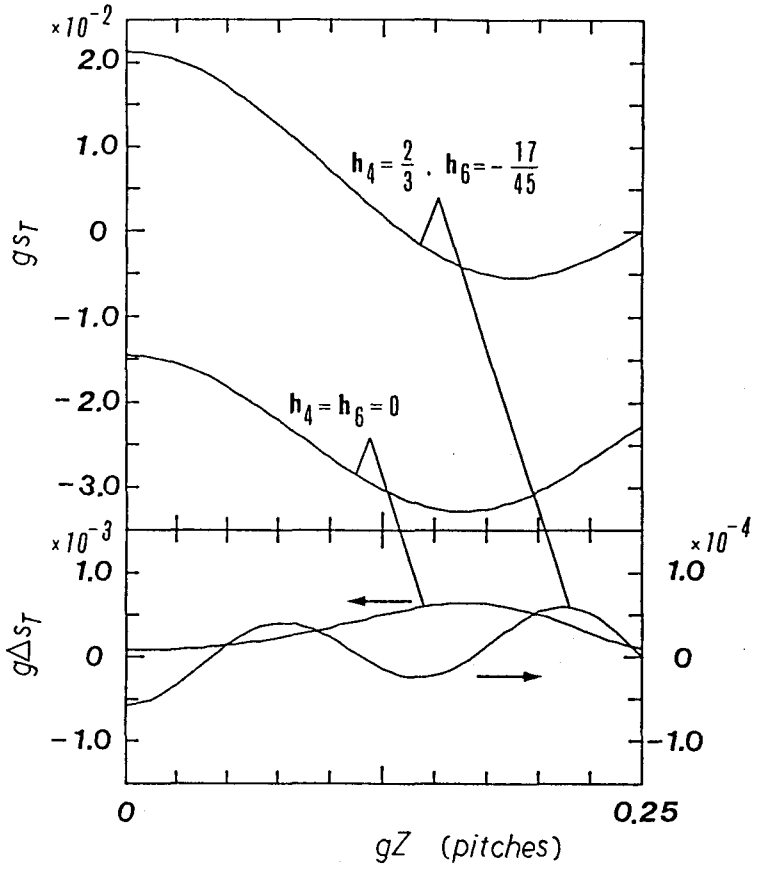


図7.3　２乗分布およびsech分布に対する横球面収差の大きさ
　　およびその計算精度
図の上部および上部は、それぞれ$0 \leq gx_i \leq 0.3$における横球面収差の最大値gs_Tおよび横球面収差の計算精度$g\Delta s_T$を表わす。

表7.2　屈折率分布型単レンズの球面収差多項式の次数と屈折率分布係数との対応関係

横球面収差とその次数		縦球面収差とその次数		屈折率分布係数とその最高次数	
（３次球面収差）	３次	（３次球面収差）	２次	g, h_4	４次
（３次球面収差）＋（５次球面収差）	５次	（３次球面収差）＋（５次球面収差）	４次	g, h_4, h_6	６次

導出した横球面収差多項式(7.3)による横球面収差の計算精度Δs_Tについて検討する。図7.3に、子午光線方程式の厳密解が得られる２つの屈折率分布、すなわち２乗分布およびsech分布に対する横球面収差の大きさs_Tおよびその計算精度Δs_Tを示す。計算精度は、10^{-4}以上であることが分かる。 表7.2に、導出した横球面収差多項式および縦球面収差多項式の次数とこれらの多項式に含まれる屈折率分布係数の次数との対応関係をまとめて示す。

７．２．２　横球面収差の大きさ

導出した横球面収差多項式(7.3)により、第６章で測定した1/4ピッチの屈折率分布型レンズ（SLS 2.0-mmレンズ）の横球面収差の大きさs_Tを評価する。 表7.3に、このレンズの評価に用いるパラメータの値を示す。これらの値を用いると、このレンズの横球面収差曲線は、図7.4に示すようなものとなる。同図より、横球面収差の大きさは、x_i＝0.75mmで約50μmとなることが分かる。

SLS 2.0-mmレンズに関しては、本論文で高精度化を試みた２光束干渉法による３次球面収差W_{040}の測定データ[17]がある。 そこで、本論文で評価した横球面収差の大きさをこの測定データと比較し、本論文の評価法の妥当性を検証する。ただし、レンズ長Zは1/4ピッチ、すなわち$gZ=\pi/2$であると仮定する。まず測定開口数N.A.は、レンズ長が1/4ピッチの場合、x_iおよび$\sin\gamma_i$と次のような関係がある。

$$N.A.=n_0 g x_i = n_0 \sin\gamma_i \tag{7.6}$$

次にs_Tは、式(7.3)および(7.6)より、x_iの３次近似で次のようになる。

$$g s_T = \frac{3\pi}{8}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{N.A.}{n_0}\right)^3 \tag{7.7}$$

表7.3　第６章で測定した屈折率分布型レンズ
(SLS 2.0-mmレンズ)のパラメータ

パラメータ	値
軸上屈折率n_0	1.552
レンズの長さZ	7.00mm
作動距離l_f	28μm
集束定数g	0.223mm^{-1}
４次分布係数h_4	6.1
６次分布係数h_6	−122

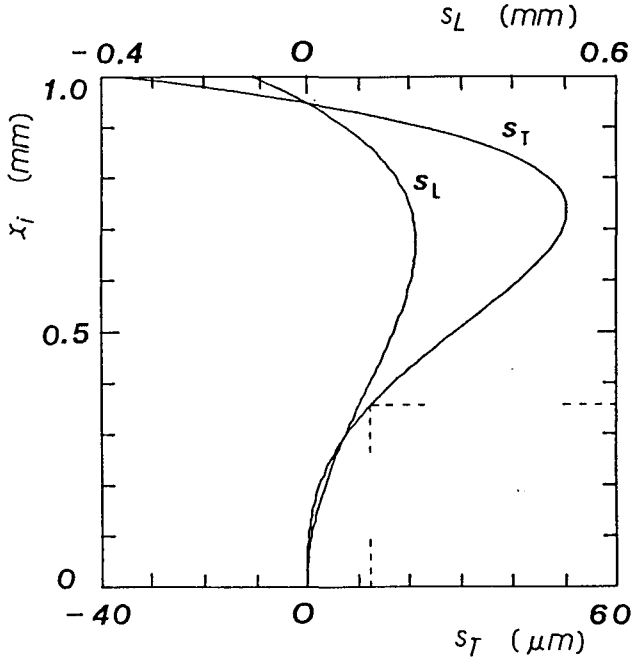


図7.4　第６章で測定した屈折率分布型レンズ
（SLS 2.0-mmレンズ）の球面収差の大きさ

更にW_{040}は、第５章の式(5.12)および(7.6)より、γ_iの４次近似で次のようになる。

$$\frac{2gW_{040}}{n_0} = -\frac{3\pi}{4}\left(h_4 - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{N.A.}{n_0}\right)^4 \tag{7.8}$$

従って、式(7.7)および(7.8)より、s_TとW_{040}の関係は、次のようになる。

$$s_T = -\frac{W_{040}}{N.A.} \tag{7.9}$$

従来の２光束干渉法による測定データ[17]によれば、N.A.＝0.125でのW_{040}は-2.0λ－-3.0λである。ただし、測定光の波長λは0.6328μmである。 式(7.9)により、このW_{040}をs_Tに換算すると、10－15μmとなる。 これに対し、 本論文で評価したs_Tは、図7.4を参照して、N.A.＝0.125、すなわちx_i＝0.36mmで、約10μmである。従って、両者が良く一致することが分かる。

7．2．3　球面収差の低減化[35]

屈折率分布型レンズの屈折率分布が決まると、曲率とレンズ長の２つパラメータにより、収差の低減が期待できる。ここでは、後者のパラメータについて検討する。 図7.5に、レンズ長Zを変化させたときの横球面収差s_Tと作動距離l_fの関係を示す。レンズ長を1/4ピッチよりもやや短めにすると、横球面収差の極小値が現われるが、その大きさは、6－7mmの範囲内では余り変化しない。一方、作動距離は、レンズ長の減少に反比例して大きくなる。従って、レンズ長を変化させる利点は、球面収差の大きさをほぼ一定に保ったまま、作動距離を大きくできることにある。

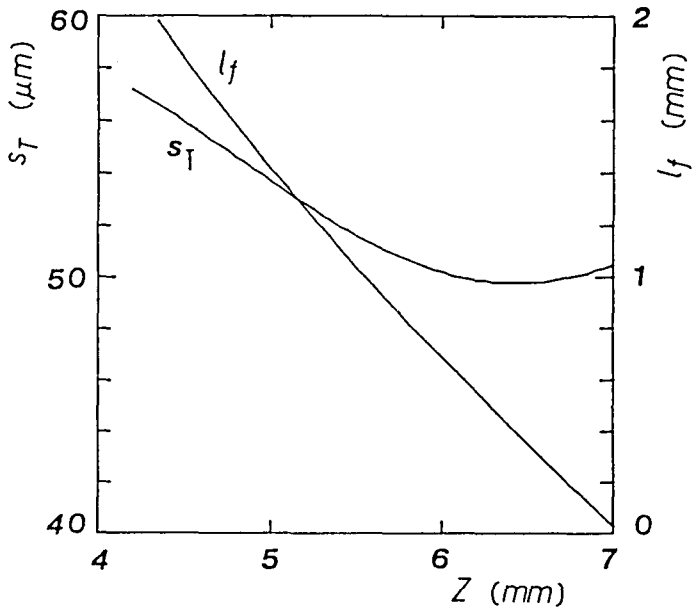


図7.5　第６章で測定した屈折率分布型レンズ（SLS 2.0-mmレンズ）の横球面収差s_Tおよび作動距離l_fとレンズ長Zの関係

7．3　軸上集光特性の評価

7．3．1　スポットダイアグラム[35]

供試レンズの収差がかなり大きいため、その集光特性の評価には幾何光学的評価法が適している。この評価法におけるパラメータとしては、スポットダイアグラムとＭＴＦがある。図7.6に、スポットダイアグラムの概念的な様子を示す。 スポットダイアグラムは、光学系に入射させた多数の光線の観測面と交わる点を描画したものであり、点像の強度分布に対応する。軸上集光特性を表わすスポットダイアグラムの計算には、平行入射光線を用いる。このため、この計算は、横収差の計算に帰着する。本論文では、この横収差の計算に式(7.1)を用いた。図7.7に、第６章で測定した屈折率分布型レンズのスポットダイアグラムを示す。

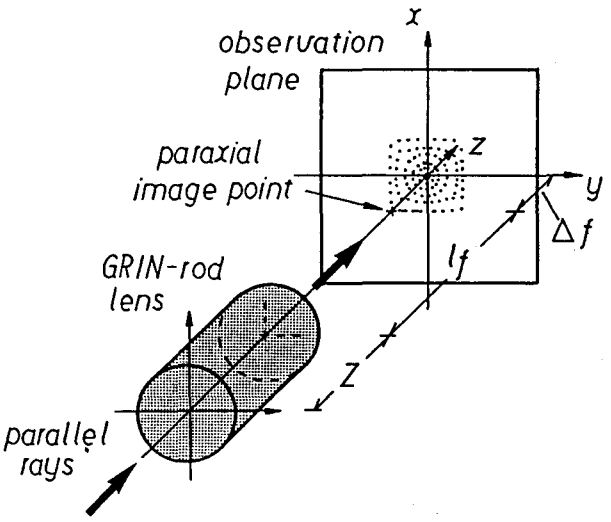


図7.6　スポットダイアグラムの概念的な様子

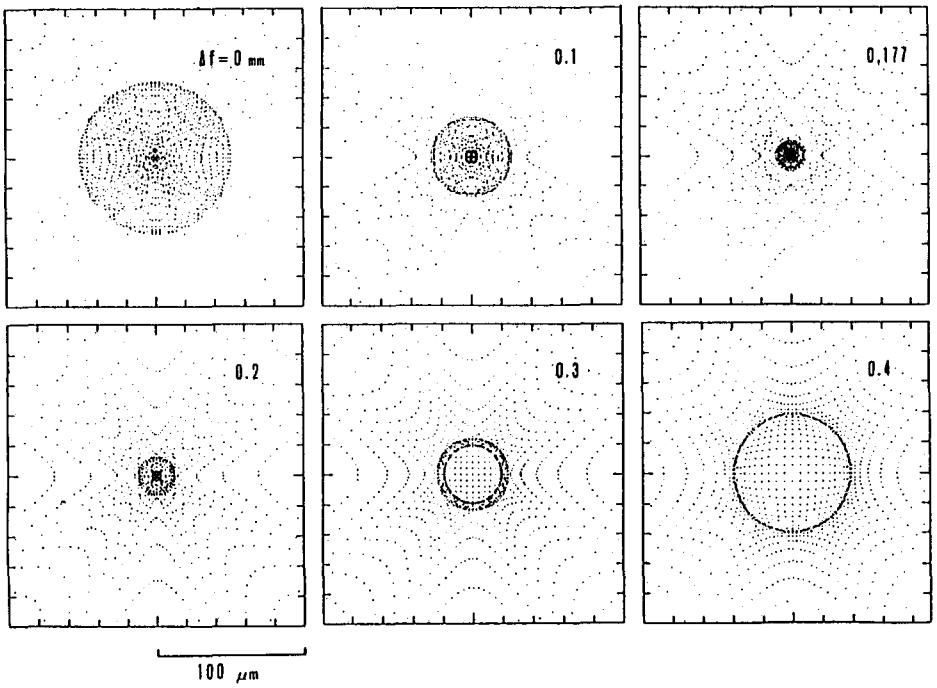


図7.7　第６章で測定した屈折率分布型レンズ（SLS 2.0-mmレンズ）の
スポットダイアグラムの計算例
観測面の焦点位置l_fからのずれΔfをパラメータとした。

同図より、最小錯乱円の位置が$\Delta f=0.177$mmに存在することが分かる。ただし、Δfは観測面の焦点位置l_fからのずれを表わす。

7．3．2　MTF

軸上集光特性を表わすMTFは、スポットダイアグラム、すなわちq個の横収差の計算データ$x_{lk}, k=1,2,...,q$のフーリエ変換として、次式で与えられる[36]。

$$R_M=\sqrt{R_{MC}^2+R_{MS}^2} \qquad \text{：MTF} \qquad (7.10a)$$

$$R_{MC}=\frac{1}{q}\sum_k \cos(2\pi\nu\cdot x_{lk}) \qquad \text{：OTFの余弦成分} \qquad (7.10b)$$

$$R_{MS}=\frac{1}{q}\sum_k \sin(2\pi\nu\cdot x_{lk}) \qquad \text{：OTFの正弦成分} \qquad (7.10c)$$

ただし、νは空間周波数(本/mm)である。また、これらの式で示されるMTFおよびOTFは、子午光線に対する量である。図7.8に、図7.7のスポットダイアグラムから計算したMT

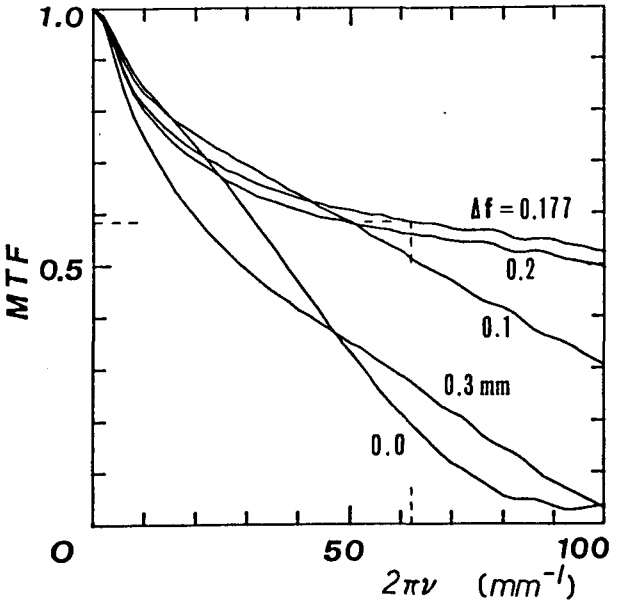


図7.8　第6章で測定した屈折率分布型レンズ
(SLS 2.0-mmレンズ) のMTFの計算例
観測面の焦点位置l_fからのずれΔfをパラメータとした。

Ｆを示す[35]。 空間周波数10本/mmでのＭＴＦの最大値は、Δｆ＝0.177mmで得られ、0.58となることが分かる。 ちなみに、写真レンズにおけるＭＴＦの目安は、空間周波数10本/mmで0.60である。 図7.9に、本論文で確立した屈折率分布型単レンズの軸上集光特性評価法のフローチャートをまとめて示す。

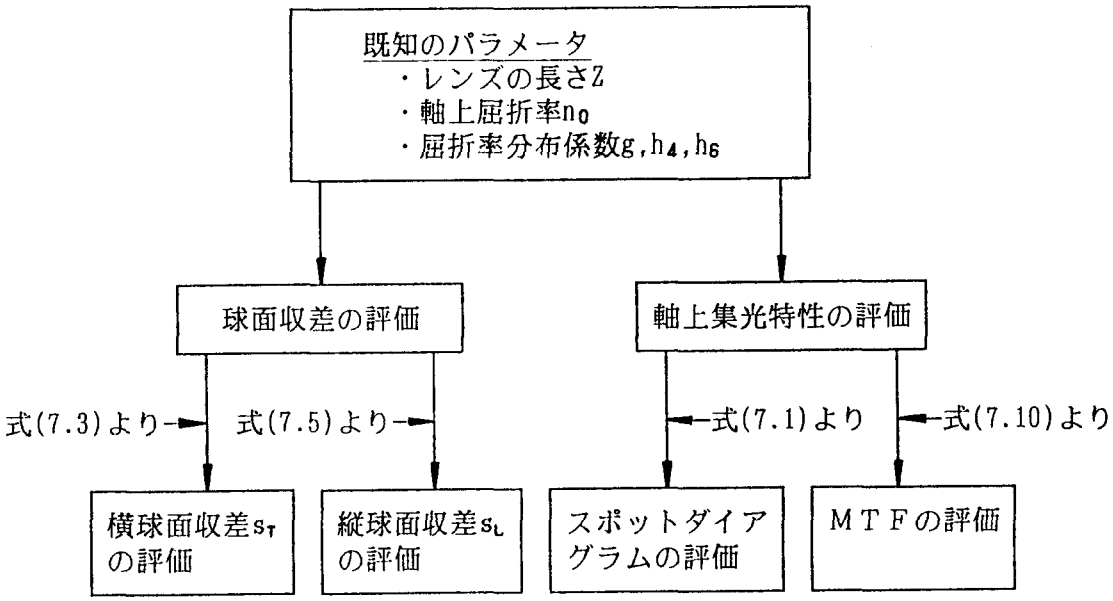


図7.9　本論文で確立した屈折率分布型単レンズの幾何光学的軸上集光特性評価法

７．４　結　言

本章では、屈折率分布型単レンズの軸上集光特性評価法の確立を試み、以下の結果を得た。

(1)第６章で導出した５次の横収差多項式を用いて、球面収差多項式を導出した。

（横球面収差多項式：式(7.3)）

（縦球面収差多項式：式(7.5)）

(2)導出した球面収差多項式を用いて、 第６章の横収差測定法によって測定した屈折率分布型レンズの球面収差を評価し、 第５章の従来の２光束干渉法による測定データと一致することを確認した。

(3)第６章で導出した５次の横収差多項式を用いた軸上集光特性の評価法、 すなわちスポットダイアグラムおよびＭＴＦの計算手法を確立した。

第８章　波動光学的測定法および幾何光学的測定法の適用範囲

８．１　緒　言

本章では、第２章で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部および幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用範囲について考察する。まず、前者による集束定数gおよび４次の屈折率分布係数h_4の推定可能範囲を明らかにする。次に、後者による集束定数g、４次そして６次の屈折率分布係数h_4,h_6の推定可能範囲を明らかにする。更に、両者の測定データを３次球面収差の大きさに換算し、この大きさから両者の適用範囲を比較する。

８．２　波動光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（レンズ中心部）

本論文で高精度化を試みた波動光学的測定法による 測定データの上限$\Delta\varphi_U$および下限$\Delta\varphi_L$は、それぞれ干渉縞の可視度および標準偏差σ_Nによって決定される。なぜなら、一般に、レンズ周辺では、位相シフトが大きくなり、干渉縞の可視度が劣化するからである。これに対し、レンズ中心部では、位相シフトが小さくなり、測定データの標準偏差より小さい場合には、測定不可能となるからである。

ここで、第５章における波動光学的測定法の高精度化手法の適用例のうち、縦干渉法を例にとり、その適用範囲を明らかにする。 表8.1に、この適用範囲の計算に用いるパラメータの値を示す。 だだし、この表における測定データの上限および下限の値は、第５章の図5.2に示す従来の測定データより決定した。 まず、集束定数gおよび４次分布係数h_4とレンズ半

表8.1　波動光学的測定法の適用範囲の計算に用いたパラメータの値

パラメータ		値
測定光の波長	λ	0.6328μm
軸上屈折率	n_0	1.6
集束定数	g	0.2137mm^{-1}
４次分布係数	h_4	2.21
レンズ長	Z	14.7mm(1/2ﾋﾟｯﾁ)
レンズ長の1/2ピッチからのずれ	ΔZ	23μm
測定データの上限[a]	$\Delta\varphi_U$	14πﾗｼﾞｱﾝ
測定データの下限	$\Delta\varphi_L$	0.014πﾗｼﾞｱﾝ

[a] $\Delta\varphi_U$および$\Delta\varphi_L$を３次球面収差の大きさW_{040}に換算すると、それぞれ14λおよび0.014λになる。

径rの関係を求める。レンズ長が1/2ピッチの場合、第３章の式(3.1)より次式が成り立つ。

$$gr = -\sin\gamma_i \tag{8.1}$$

ただし、測定データの軸対称性により、式(3.1)におけるxをrとした。 またγ_iは入射光の光軸となす角である。この干渉法では、測定光が供試レンズを１往復することを考慮して、この式を第５章の式(5.4)に代入すると、gおよびh_4とレンズ半径rとの関係は、 それぞれ次のようになる。

$$\Delta\varphi_L \leq \underbrace{\frac{\pi n_0}{g\lambda}\,|g\Delta Z|\,(gr)^2}_{\text{焦点ボケ}} \leq \Delta\varphi_U \qquad \text{：gとrの関係} \tag{8.2}$$

$$\Delta\varphi_L \leq \underbrace{\frac{\pi n_0}{g\lambda}\left|-\frac{9\pi}{8}\left(h_4-\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{4}g\Delta Z\right|(gr)^4}_{\text{３次球面収差}} \leq \Delta\varphi_U \qquad \text{：}h_4\text{とrの関係} \tag{8.3}$$

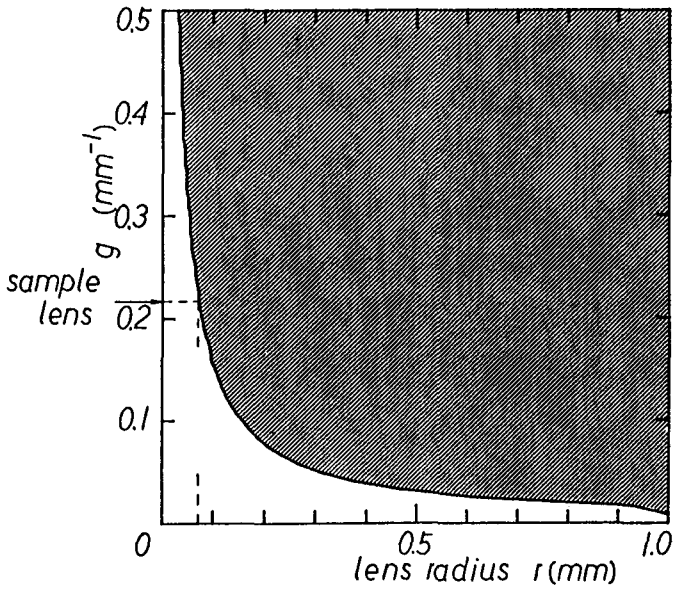


図8.1　gに対する波動光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（斜線部）
実線は、測定データの下限に対する式(8.2)による理論曲線である。

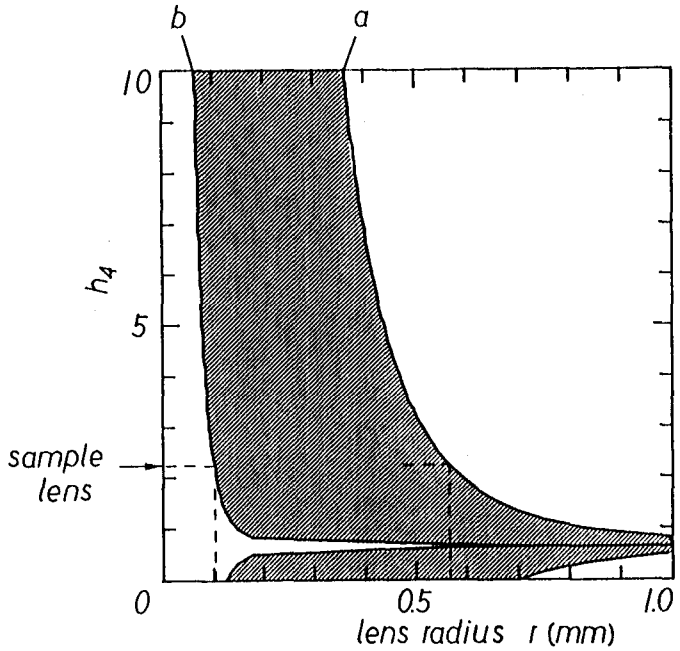


図8.2　h_4に対する波動光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（斜線部）
実線aおよびbは、それぞれ測定データの上限および下限に対する式(8.3)による理論曲線である。

ただし、n_0、λおよびΔZは、それぞれ軸上屈折率、測定光の波長そしてレンズ長の1/2ピッチからのずれである。

式(8.2)および(8.3)に表8.1のパラメータの値を代入して計算した結果を、それぞれ図8.1および8.2に示す。これら２つの図は、それぞれgおよびh_4に対する適用範囲を表わす。gに対する適用範囲は、gの値が約0.02mm^{-1}より大きくなるほど、よりレンズ中心部まで広くなる。またh_4に対する適用範囲は、式(8.3)の３次球面収差がゼロとなるh_4＝～2/3の近傍を除いては、このh_4の値に近づくほど、よりレンズ周辺部まで広くなる。このため、表8.1のパラメータの値を用いた場合、縦干渉法は、g≧0.02mm^{-1}およびh_4≠～2/3のレンズの屈折率分布測定に適用できる。

８．３　幾何光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（レンズ周辺部）

本論文で提案した横収差測定法による測定データの上限はない。これに対し、その下限は、測定データの標準偏差σ_Nで決定される。なぜなら、一般に、レンズ中心部では、横収差が小さくなり、測定データの標準偏差より小さい場合には、測定不可能となるからである。

ここで、第６章における幾何光学的測定法の高精度化手法の適用例を用いて、その適用範囲を明らかにする。表8.2に、この適用範囲の計算に用いるパラメータの値を示す。この表における測定データの下限σ_Nの値は、第６章における著者の測定データより決定した。第６章の式(6.7)より、g、h_4およびh_6とレンズ半径rの関係は、それぞれ次のようになる。

表8.2　幾何光学的測定法の適用範囲の計算に用いたパラメータの値

パラメータ		値
測定光の波長	λ	0.6328μm
軸上屈折率	n_0	1.552
集束定数	g	0.223mm^{-1}
４次分布係数	h_4	6.1
６次分布係数	h_6	−122
レンズ長	Z	7.00mm(1/4ﾋﾟｯﾁ)
出射面・観測面間距離	l	450mm
測定データの下限[a]	σ_N	0.63mm

[a] σ_Nを３次球面収差の大きさW_{040}に換算すると、1.7λになる。またレンズ長が1/2ピッチの場合、この値は3.4λとなる。

$$\sigma_N \leq \underbrace{|(\cos gZ - n_0 g l \sin gZ) r|}_{\text{焦点ボケ}} \qquad \text{：gとrの関係} \qquad (8.4)$$

$$\sigma_N \leq \underbrace{|g^2(H_3 + n_0 g l K_3) r^3|}_{\text{３次球面収差}} \qquad \text{：}h_4\text{とrの関係} \qquad (8.5)$$

$$\sigma_N \leq \underbrace{|g^4(H_5 + n_0 g l K_5) r^5|}_{\text{５次球面収差}} \qquad \text{：}h_6\text{とrの関係} \qquad (8.6)$$

ただし、測定データの点対称性により、式(6.7)におけるxをrとした。またZおよびlは、それぞれレンズの長さおよびレンズ出射面・観測面間の距離である。

式(8.4)−(8.6)に表8.2のパラメータの値を代入して計算した結果を、それぞれ図8.3−8.5に示す。これら３つの図は、それぞれg、h_4そしてh_6に対する適用範囲を表わす。gに対する適用範囲は、式(8.4)の焦点ボケがゼロとなるg＝〜0.02あるいは〜0.45mm^{-1}の近傍を除いては、これらのgの値から遠ざかるほど、よりレンズ中心部まで広くなる。またh_4に対する適用範囲は、式(8.5)の３次球面収差がゼロとなるh_4＝〜2.3の近傍を除いては、このh_4の値から遠ざかるほど、よりレンズ中心部まで広くなる。またh_6に対する適用範囲は、式(8.6)の５次球面収差がゼロとなるh_6＝〜30の近傍を除いては、このh_6の値から遠ざかるほど、よりレンズ中心部まで広くなる。このため、表8.2のパラメータの値を用いた場合、横収差測定法は、g≠〜0.02あるいは0.45mm^{-1}、h_4≠〜2.3そしてh_6≠〜30のレンズの屈折率分布測定に適用できる。

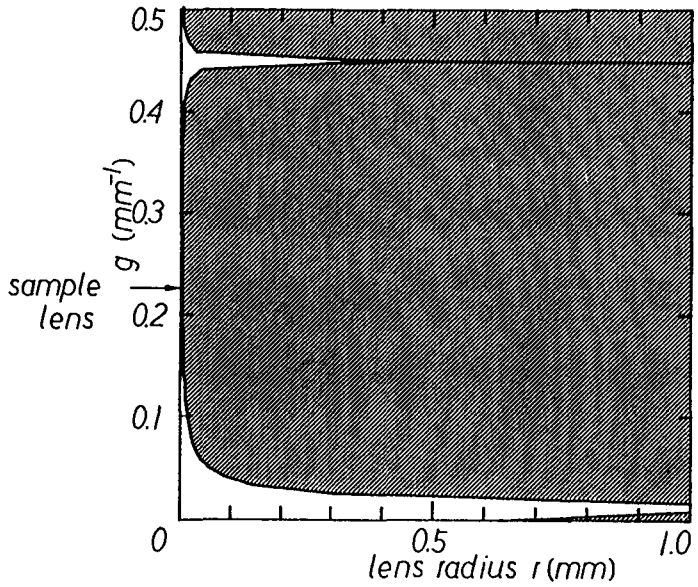


図8.3　gに対する幾何光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（斜線部）
実線は、測定データの下限に対する式(8.4)による理論曲線である。

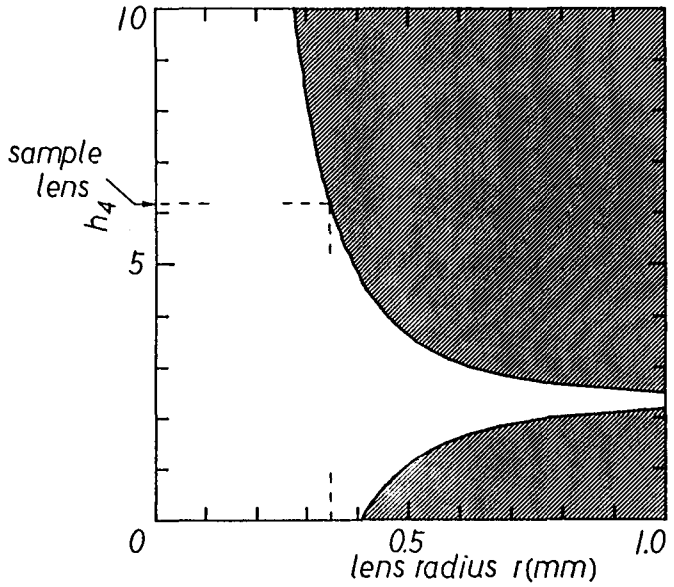


図8.4　h_4に対する幾何光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（斜線部）
実線は、測定データの下限に対する式(8.5)による理論曲線である。

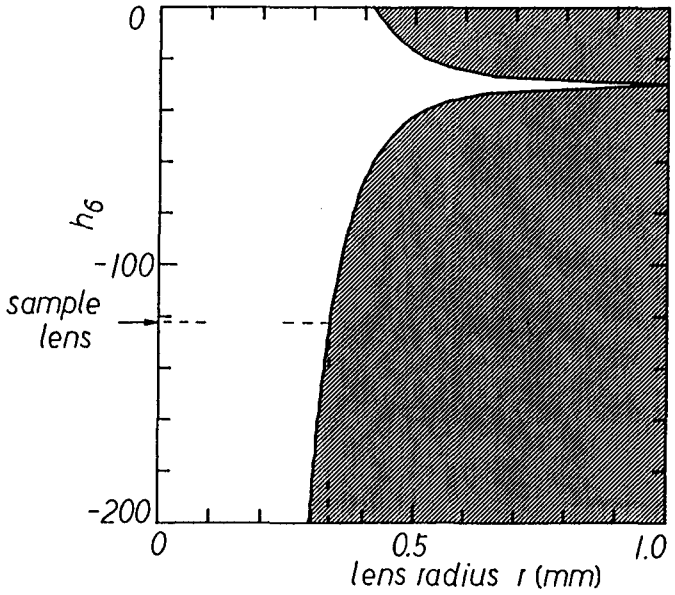


図8.5　h_6に対する幾何光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（斜線部）
実線は、測定データの下限に対する式(8.6)による理論曲線である。

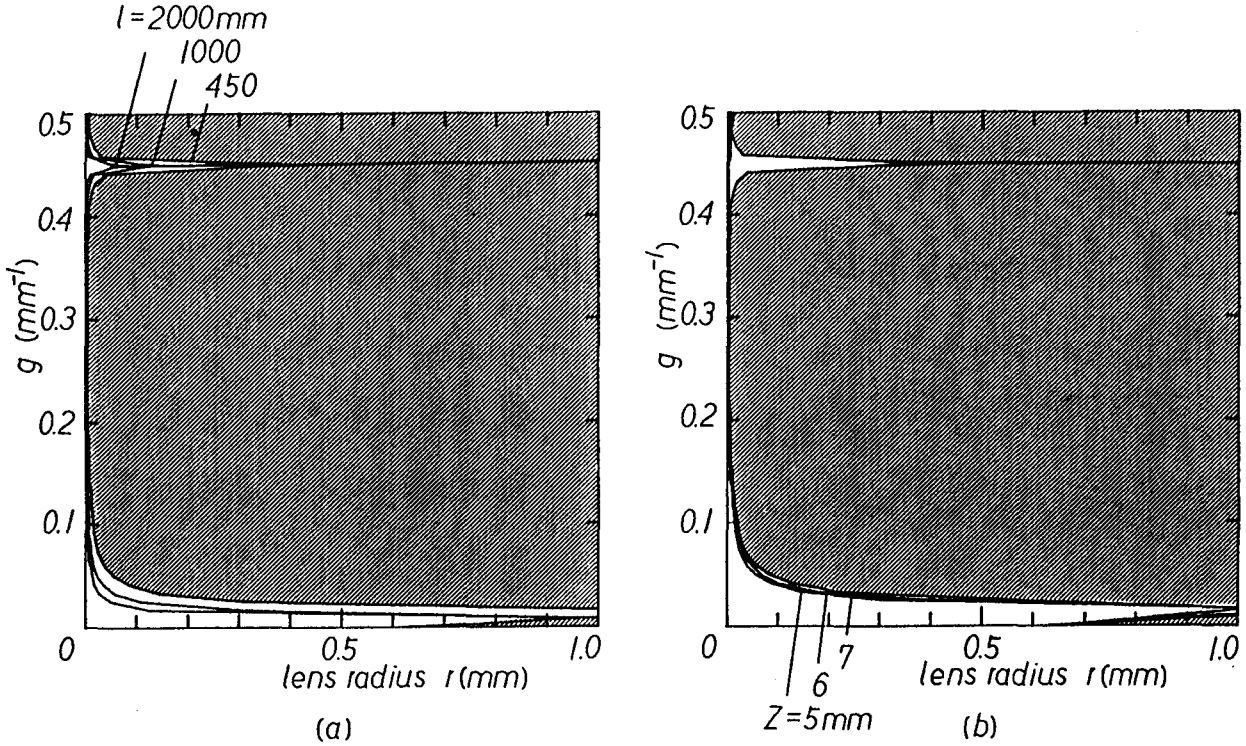


図8.6　gに対する幾何光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（斜線部）
(a)レンズ出射面・観測面間の距離lをパラメータとした場合
(b)レンズ長Zをパラメータとした場合
実線は、測定データの下限に対する式(8.4)による理論曲線である。

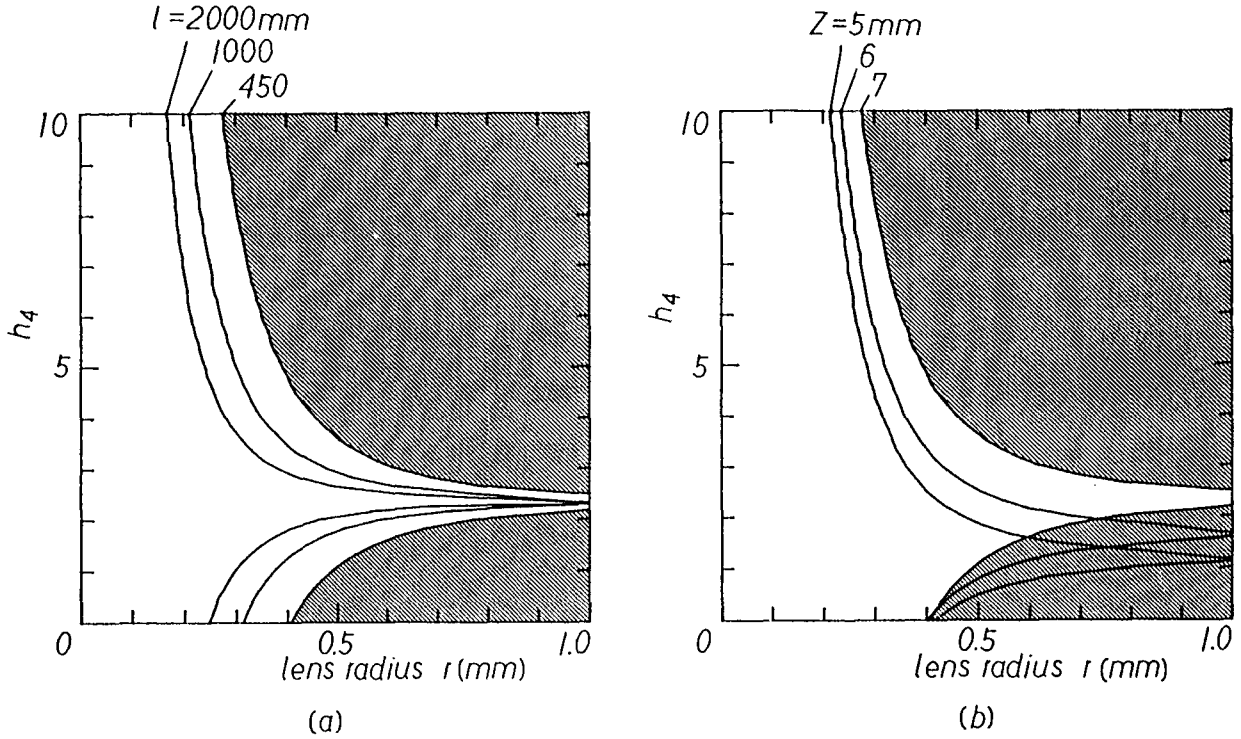


図8.7　h_4に対する幾何光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（斜線部）
(a)レンズ出射面・観測面間の距離lをパラメータとした場合
(b)レンズ長Zをパラメータとした場合
実線は、測定データの下限に対する式(8.5)による理論曲線である。

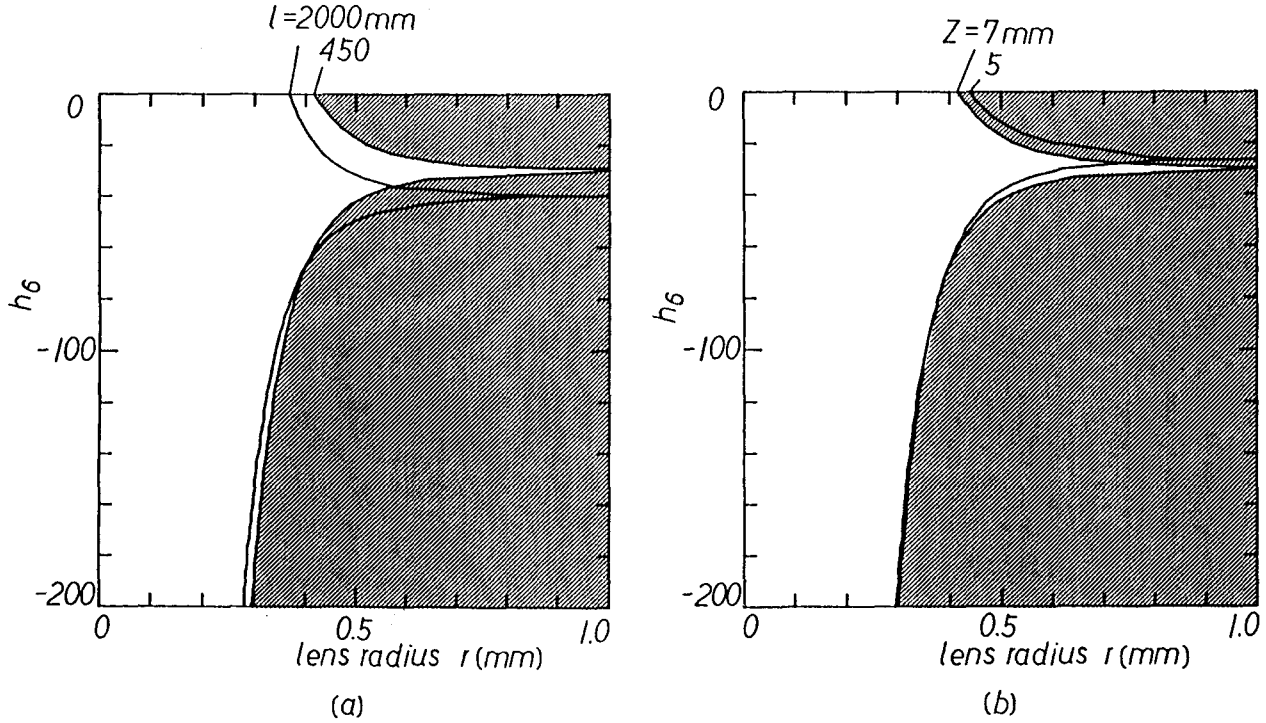


図8.8　h_6に対する幾何光学的測定法の高精度化手法の適用範囲（斜線部）
(a)レンズ出射面・観測面間の距離lをパラメータとした場合
(b)レンズ長Zをパラメータとした場合
実線は、測定データの下限に対する式(8.6)による理論曲線である。

本論文で提案した横収差測定法では、測定に際し、次の２つのパラメータが調整できる。すなわち、(1)レンズ出射面・観測面間の距離l、(2)レンズ長Zである。 図8.6-8.8に、それぞれlあるいはZを変化させた場合のg、h_4およびh_6に対する適用範囲を示す。 このように、本論文で提案した横収差測定法の適用範囲は、レンズ出射面・観測面間の距離lあるいはレンズ長Zによって、調整することができる。

８．４　波動光学的測定法および幾何光学的測定法の適用範囲の比較

第５章の縦干渉法への適用例および第６章の横収差測定法への適用例を用いて、波動光学的測定法および幾何光学的測定法の高精度化手法の適用範囲を ３次球面収差の大きさW_{040}により比較する。 まず、第７章の式(7.9)を用いて、後者による測定データを３次球面収差の大きさW_{040}に変換した。この結果を、図8.9に示す。両者の適用範囲は、それぞれレンズ半径の0－56％領域および35－100％領域であることが分かる。

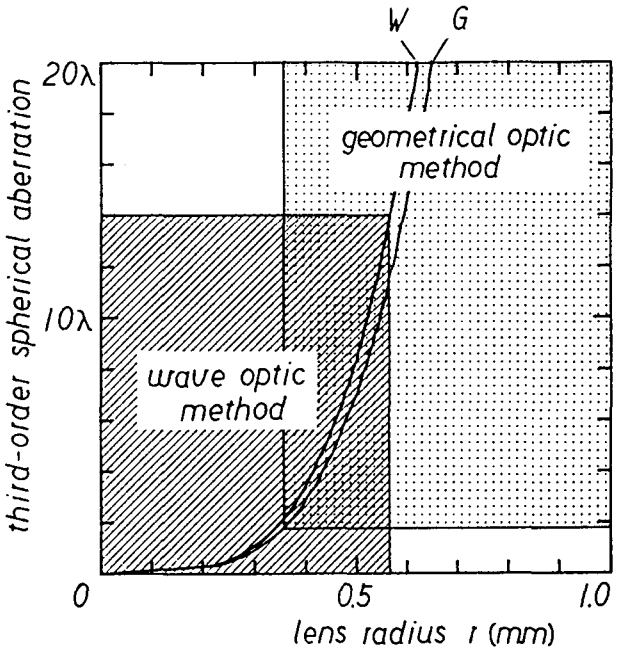


図8.9　波動光学的測定法（斜線部）および幾何光学的測定法（点線部）の適用範囲の比較
実線WおよびGは、それぞれ波動光学的測定法および幾何光学的測定法両測定法による測定データを３次球面収差の大きさに換算した理論曲線を表わす。またレンズ長は、前者の場合1/2ピッチ、また後者の場合1/4ピッチである。なお、前者の測定データの上限および下限には、表8.1に示す値を、また後者の測定データの下限には、表8.2に示す値を用いた。

後者の場合、図8.6(b)－8.8(b)に示したように、レンズの長さによって適用範囲が異なる。また一般に、レンズが長くなるほど、３次球面収差が大きくなる。このため、後者の３次球面収差の大きさを、前者と同じ1/2ピッチの場合に変換した。この結果を、図8.10に示す。

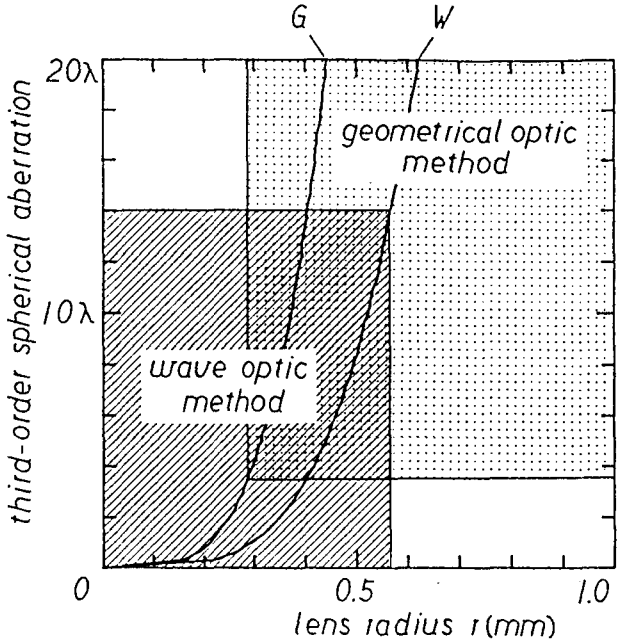


図8.10　波動光学的測定法（斜線部）および幾何光学的測定法（点線部）の適用範囲の比較
実線WおよびGは、それぞれ波動光学的測定法および幾何光学的測定法両測定法による測定データを３次球面収差の大きさに換算した理論曲線を表わす。また両測定法におけるレンズ長は、いずれも1/2ピッチである。なお、前者の測定データの上限および下限には、表8.1に示す値を、また後者の測定データの下限には、表8.2に示す値を用いた。

表8.3　第５章および第６章の適用例に対する波動光学的測定法と幾何光学的測定法の適用範囲の比較

測定法	レンズ半径に対する適用範囲	
	1/2ピッチの場合	1/4ピッチの場合
波動光学的測定法	0－ 56％	
幾何光学的測定法	28－100％	35－100％

ただし、波動光学的測定法による測定データの上限および下限には、表8.1に示す値を、また幾何光学的測定法による測定データの下限には、表8.2に示す値を用いた。

図8.9の結果と比較した場合、適用範囲は、レンズ半径の28－100％領域に拡張されることが分かる。従って、本論文で提案した横収差測定法では、レンズを長くするほど、適用範囲をレンズ中心部に向かって拡張できる。 表8.3に、第５章および第６章の適用例に対する波動光学的測定法および幾何光学的測定法の適用範囲の比較をまとめて示す。

表8.4　波動光学的測定法と幾何光学的測定法の適用範囲の比較の計算に用いた屈折率分布型レンズとそのパラメータの値[a]

パラメータ		屈折率分布型レンズの種類	
		SLS 2.0-mm	SLW 1.8-mm
測定光の波長	λ	0.6328μm	
軸上屈折率	n_0	1.556	1.607
集束定数	g	0.243mm^{-1}	0.337mm^{-1}
４次分布係数	h_4	6.0	1.0
レンズ半径	r	1.0mm	0.9mm
レンズ長	Z	1/2ﾋﾟｯﾁ	

[a] 第５章の表5.5および5.6に示す値を用いた。

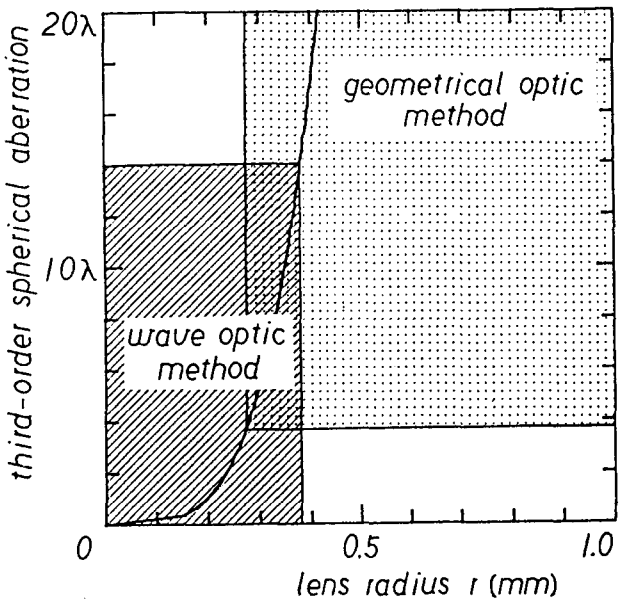


図8.11　屈折率分布型レンズSLS 2.0に対する波動光学的測定法（斜線部）および幾何光学的測定法（点線部）の適用範囲の比較
実線は、SLS 2.0-mmレンズの３次球面収差の理論曲線である。
なお、波動光学的測定法の測定データの上限および下限には、表8.1に示す値を、また幾何光学的測定法の測定データの下限には、表8.2に示す値を用いた。

次に、同一の屈折率分布型レンズに対する波動光学的測定法および幾何光学的測定法の適用範囲について検討する。３次球面収差の大きなレンズおよび小さなレンズとして、第５章の２光束干渉法への適用例におけるSLS 2.0-mmレンズおよびSLW 1.8-mmレンズをそれぞれ取り上げた。また両測定法の適用範囲の比較の計算には、 表8.4に示すようなパラメータの値

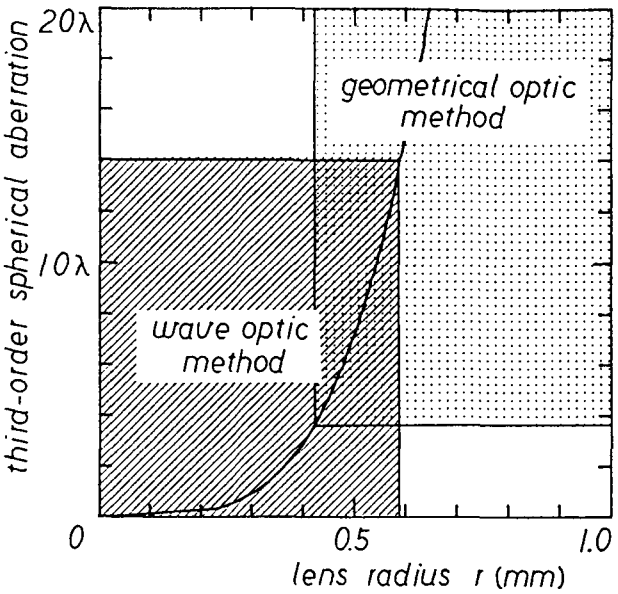


図8.12　屈折率分布型レンズSLW 1.8に対する波動光学的測定法（斜線部）および幾何光学的測定法（点線部）の適用範囲の比較
実線は、SLW 1.8-mmレンズの３次球面収差の理論曲線である。
なお、波動光学的測定法の測定データの上限および下限には、表8.1に示す値を、また幾何光学的測定法の測定データの下限には、表8.2に示す値を用いた。

表8.5　SLS-2.0mmレンズに対する波動光学的測定法と幾何光学的測定法の適用範囲の比較

測定法	レンズ半径に対する適用範囲
波動光学的測定法	0－ 37%
幾何光学的測定法	26－100%

ただし、波動光学的測定法による測定データの上限および下限には、表8.1に示す値を、また幾何光学的測定法による測定データの下限には、表8.2に示す値を用いた。

表8.6　SLW-1.8mmレンズに対する波動光学的測定法と幾何光学的測定法の適用範囲の比較

測定法	レンズ半径に対する適用範囲
波動光学的測定法	0－ 52%
幾何光学的測定法	39－100%

ただし、波動光学的測定法による測定データの上限および下限には、表8.1に示す値を、また幾何光学的測定法による測定データの下限には、表8.2に示す値を用いた。

を用いた。図8.11および8.12に、これら２つのレンズに対する適用範囲の計算結果を示す。SLS 2.0-mmレンズに対しては、 両者の適用範囲は、それぞれレンズ半径の0－37%領域および26－100%領域である。 またSLW 1.8-mmレンズに対しては、両者の適用範囲は、それぞれレンズ半径の0－52%領域および39－100%領域である。このように、波動光学的測定法の場合、収差が小さいほど、よりレンズ周辺まで適用できるのに対し、幾何光学的測定法の場合、収差が大きいほど、よりレンズ中心まで適用できることが分かる。表8.5および8.6に、それぞれSLS 2.0-mmレンズおよびSLW 1.8-mmレンズに対する波動光学的測定法および幾何光学的測定法の適用範囲の比較をまとめて示す。

８．５　結　言

本章では、第２章で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部および幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法の適用範囲について考察し、以下の結果を得た。

(1)波動光学的測定法として、第５章の縦干渉法の適用例を用いて、集束定数gおよび４次の屈折率分布係数h_4に対する適用範囲を明らかにした。

(2)幾何光学的測定法として、第６章の横収差測定法の適用例を用いて、集束定数g、４次および６次の屈折率分布係数h_4,h_6に対する適用範囲を明らかにした。またこの適用範囲は、２つのパラメータ、すなわちレンズ出射面・観測面間の距離lおよびレンズ長Zによって、調整できることを示した。

(3)これらの適用例を用いた場合、 波動光学的測定法は、収差が小さいほど、よりレンズ周辺まで適用できるのに対し、幾何光学的測定法は、収差が大きいほど、よりレンズ中心まで適用できることを示した。

第9章　結　論

本論文では、屈折率分布型レンズのレンズ中心部およびレンズ周辺部における屈折率分布の測定精度向上のための課題を通じて、屈折率分布型レンズの屈折率分布測定法の高精度化手法について考察した。以下に、本研究により得られた結果を要約し、本論文の結論とする。

［第２章について］

本章では、まず、屈折率分布型レンズにおける子午光線方程式の摂動解と光学距離（位相）について述べた。

次に、屈折率分布測定法の高精度化のために必要となる次の２つの手順を説明した。すなわち、(1)子午光線方程式の高次摂動解の入射光の光軸からの距離x_iおよび光軸となす角γ_iに関する多項式への展開手順、(2)この多項式展開された高次摂動解を用いた光学距離の導出手順である。

以上をもとにして、波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布の高精度測定を実現するため、研究対象として取り上げた縦干渉法および２光束干渉法の高精度化手法を提案した。更に、幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布の高精度測定を実現するため、横収差を測定対象とする横収差測定法を提案した。

［第３章について］

(1)第２章で説明した高次摂動解の多項式展開の手順を用いて、平行入射光線に対する５次摂動解を、x_iの11次多項式に展開した。そして、この摂動解の次数と光線経路の計算精度との対応関係を明らかにした。

(2)同様にこの手順を用いて、斜入射光線に対する２次摂動解を、x_iおよびγ_iの５次多項式に展開した。そして、この摂動解の次数と光線経路の計算精度との対応関係を明らかにした。

［第４章について］

(1)第２章で説明した光学距離の導出手順を用いて、２乗分布およびsech分布に対するアイコナール方程式の厳密解を導出した。

(2)第３章で多項式展開した高次摂動解を用いた数値積分法にもとづく光学距離の計算方法を提案した。この手法では、１ピッチの分割数を約300とすれば、１次から５次までの摂動解に対して、光学距離の計算精度が補償される。そして、この手法により、光学距離の計算精度と摂動解の次数および開口数との対応関係を明らかにした。

(3)第３章で多項式展開した斜入射光線に対する２次摂動解を用いて、 光学距離を解析的に導出した。 そして、光学距離の計算精度と摂動解の次数との対応関係を明らかにした。

(4)本論文で高精度化を試みた縦干渉法および２光束干渉法における測定対象、 すなわち位相シフトの数値例を示した。ただし、屈折率分布を２乗分布と仮定した。

[第５章について]

(1)第４章で導出した光学距離を用いて、 本論文で高精度化を試みた縦干渉法および２光束干渉法の測定対象、すなわち位相シフト$\Delta\varphi$を、 測定光の光軸となす角γ_lに関する４次多項式に展開し、 第２章で提案した波動光学的測定法によるレンズ中心部の屈折率分布測定の高精度化手法の理論的背景を示した。

(2)この高精度化手法を、 従来のこれら２つの干渉測定法による測定データに適用し、４次の屈折率分布係数h_4を推定した。

[第６章について]

(1)第３章で多項式展開した２次摂動解を用いて、 本論文で提案した横収差測定法の測定対象、すなわち横収差x_lを、 測定光の光軸からの距離x_lに関する５次多項式に展開し、 第２章で提案した幾何光学的測定法によるレンズ周辺部の屈折率分布測定の高精度化手法の理論的背景を示した。

(2)この高精度化手法を著者による測定データに適用し、集束定数g、４次および６次の屈折率分布係数h_4,h_6を推定した。そして、これらの推定値が、第５章における推定値と一致することを示した。

(3)提案した横収差測定法の測定精度は、所期の測定精度、すなわち軸上屈折率n_0の10^{-4}であることを示した。

[第７章について]

(1)第６章で導出した５次横収差多項式を用いて、球面収差多項式を導出した。

(2)導出した球面収差多項式を用いて、 第６章の横収差測定法によって測定した屈折率分布型レンズの球面収差特性を評価し、 本論文で高精度化を試みた波動光学的測定法、すなわち２光束干渉法の測定結果と一致することを確認した。

(3)第６章で導出した５次横収差多項式を用いた軸上集光特性の評価法、すなわちスポットダイアグラムおよびＭＴＦの計算手法を確立した。

[第８章について]

(1)波動光学的測定法として、第５章の縦干渉法の適用例を用いて、集束定数gおよび４次の屈折率分布係数h_4に対する適用範囲を明らかにした。

(2)幾何光学的測定法として、第６章の横収差測定法の適用例を用いて、集束定数g、４次および６次の屈折率分布係数h_4,h_6に対する適用範囲を明らかにした。またこの適用範囲は、２つのパラメータ、すなわちレンズ出射面・観測面間の距離lおよびレンズ長Zによって、調整できることを示した。

(3)これらの適用例を用いた場合、波動光学的測定法は、 収差が小さいほど、よりレンズ周辺まで適用できるのに対し、幾何光学的測定法は、収差が大きいほど、よりレンズ中心まで適用できることを示した。

以上のように、本論文では、波動光学的測定法によって、レンズ中心部における測定精度を向上するため、縦干渉法および２光束干渉法を研究対象として取り上げた。そして、これら２つの干渉測定法の高精度化手法の確立を試み、３次球面収差に対するレンズ長のずれの影響を明らかにした。その結果、解析的な最小２乗法によって、所期の測定精度を満足する２次および４次の分布係数gおよびh_4の推定方法を確立した。

次に、幾何光学的測定法によって、レンズ周辺部における測定精度を向上するため、横収差を測定対象とする横収差測定法を提案した。そして、５次横収差多項式の導出により、焦点ボケ、 ３次球面収差そして５次球面収差と２次から６次までの分布係数g、h_4そしてh_6との対応関係を明らかにした。その結果、解析的な最小２乗法によって、２次から６次までの分布係数g、h_4そしてh_6を所期の測定精度で測定可能な横収差測定法を確立した。

本論文で確立した縦干渉法および２光束干渉法の高精度化手法では、２次と４次の分布係数g、h_4が推定可能である。これに対し、本論文では、２次から６次までの分布係数g、h_4そしてh_6の推定方法の確立を目的とした。このため、この高精度化手法を６次の分布係数h_6まで拡張することが、今後の課題として挙げられる。

謝　辞

本研究をまとめるにあたり、終始暖かく、直接ご指導賜わった大阪大学工学部電子工学科西原 浩教授ならびに裏 克巳教授、 そして応用物理学科南 茂夫教授に衷心より御礼のことばを申し上げます。

また、本論文の作成にあたり、ご指導、ご高配を賜わった大阪大学工学部電子工学科吉野勝美教授、浜口智尋教授、児玉慎三教授、白川功教授、そして情報システム工学科寺田浩詔教授に深甚なる感謝の意を表します。

著者が大阪大学在学中、ご指導、ご教示を賜わった元大阪大学産業科学研究所松尾幸人教授、中村勝吾教授、そして角所 収教授、また元大阪大学工学部電子工学科尾崎 弘教授、小山次郎教授、故中井順吉教授、そして塙 輝雄教授に深甚なる感謝の意を表します。

大阪大学産業科学研究所張 吉夫助教授には、著者が大阪大学在学中から現在に至るまで、種々ご指導、ご高配を賜わりました。ここに記して心より御礼申し上げます。

また、大阪大学産業科学研究所超高周波電子装置部門張 年錫博士（現大阪電気通信大学）、安 清治博士（現サンテック(株)）、楠 陽博士、黒堀利夫博士（現金沢大学）、山田省二博士（現日本電信電話(株)）、生澤芳昭博士、大家重明博士(現大同工業大学)、梅田徳男博士(現大阪大学医療技術短期大学部）、武田則夫氏、横山弘之博士（現日本電気(株)）、林 健一氏（(株)東芝）、岡本昌士氏（現(株)レオ技研テクノセンター）、黒堀尚美さん(旧姓阪口)、そして多くの学生の方々には、日頃からご指導、ご鞭達いただき、心より御礼申し上げます。

本研究に対して暖かい理解を示していただくとともに、本研究をまとめるための機会を与えていただいた兵庫県立工業試験場角戸正夫場長に心より御礼申し上げます。

また、本論文の作成にあたり、ご高配を賜わった兵庫県立工業試験場機械電子部加藤敏春部長、島津忠司部次長、そして元兵庫県立工業試験場岸本和一郎次長に深く感謝いたします。

本研究を遂行するにあたり、ご激励いただいた(株)アポロメック吉岡昭一郎代表取締役、また兵庫県立工業試験場橋詰源蔵参事、林 行信博士、そして森 光正博士に心より感謝いたします。

本研究に関し、著者との議論に快く応じていただくとともに、貴重なご意見を賜わった日本板硝子(株)中央研究所北野一郎常任顧問、遠山 実主席研究員、そして西 壽巳氏に心より感謝いたします。

また、本研究に関する共同研究を通じ、ご激励いただくとともに、貴重なご意見を賜わった島田化成(株)林 康次課長に心より感謝いたします。

最後に、著者の良き理解者であるとともに、常日頃から苦楽を共にしてきた最愛の妻 富子にこの論文を捧げる。

参考文献

(1) A.D.Peason, W.G.French, and E.G.Rawson, "Preparation of a Light Focusing Glass Rod by Ion-Exchange Techniques", Applied Physics Letter 15, 76(1969).

(2) T.Uchida, M.Furukawa, I.Kitano, K.Koizumi, and H.Matsumura, "Optical Characteristics of a Light-Focusing Fiber Guide and Its Applications", IEEE Journal of Quantum Electronics QE-6, 606(1970).

(3) W.J.Tomlinson, "Applications of GRIN-Rod Lenses in Optical Fiber Communication Systems", Applied Optics 19, 1127(1980).

(4) 杉元重時, 石川 朗, 小林功郎, "屈折率分布型レンズを用いた光通信用デバイス", 光学 10, 128(1981).

(5) M.Kawazu and Y.Ogura, "Application of Gradient-Index Fiber Arrays to Copying Machines", Applied Optics 19, 1105(1980).

(6) D.T.Moore, "Gradient-Index Optics: a Review", Applied Optics 19, 1035(1980).

(7) E.W.Marchand, "Gradient-Index Imaging Optics Today", Applied Optics 21, 983(1982).

(8) K.Iga, "Evaluation and Reduction of Aberrations in Distributed-Index Lenses: a Review", Applied Optics 21, 1024(1982).

(9) D.T.Moore, "GRIN VI: Gradient-Index Optical Imaging Systems", Applied Optics 23, 1699(1984).

(10) T.Sakamoto, "Coupling Loss Analysis on a Multimode Fiber Directional Coupler Using GRIN-Rod Lenses", Applied Optics 25, 2620(1986).

(11) D.T.Moore, "Design of Singlets with Continuously Varying Indeces of Refraction", Journal of Optical Society America 61, 886(1971).

(12) T.Sakamoto, "Characteristic Analysis of Laser Diode to Multimode Fiber Coupling Using a Plano-Convex GRIN Lens", Applied Optics 26, 2947(1987).

(13) 西 壽巳, 市川浩之, 遠山 実, "光ディスク用屈折率分布型対物レンズ", 光学 15, 303(1986).

(14) 青野康廣, "屈折率分布型レンズを用いた光ディスク用光ピックアップの設計", Micro-Optics News 1, 126(1983).

(15) J.Benschop and J.Braat, "Gradient-Index Objectives for CD Applications", Applied Optics 26, 1195(1987).

(16) E.G.Rawson and R.G.Murray, "Interferometric Measurement of SELFOC Dielectric Constant Coefficients up to Sixth Order", IEEE Journal of Quantum Electronics QE-9, 1114(1973).

(17) T.W.Cline and R.B.Jander, "Wave-Front Aberration Measurements on GRIN-Rod Lenses", Applied Optics 21, 1035(1982).

(18) T.Kitano, H.Matsumura, M.Furukawa, and I.Kitano, "Measurement of Fourth-Order Aberration in a Lens-Like Medium", IEEE Journal of Quantum Electronics QE-9, 967(1970).

(19) K.Maeda and J.Hamasaki, "A Method of Determining the Refractive Index Profile of a Lens-Like Medium", Journal of Optical Society of America 67, 1672(1977).

(20) Y.Kokubun and K.Iga, "Index Profiling of Distributed-Index Lenses by a Shearing Interference Method", Applied Optics 21, 1030(1982).

(21) Y.Ohtsuka and Y.Koike, "Determination of the Refractive-Index Profile of Light-Focusing Rods: Accuracy of a Method using Interphako Interference Microscopy", Applied Optics 19, 2866(1980).

(22) K.Iga, K.Yokomori, and T.Sakayori, "Optimum Diffusion Condition in the Fabrication of a Plastic Lens-Like Medium", Applied Physics Letter 26, 578(1975).

(23) N.Yamamoto and K.Iga, "Evaluation of Gradient-Index Rod Lenses by Imaging", Applied Optics 19, 1101(1980).

(24) I.Kitano, M.Toyama, and H.Nishi, "Spherical Aberration of Gradient-Index Rod Lenses", Applied Optics 22, 396(1983).

(25) D.Gregoris and K.Iizuka, "Measuring Cylindrically Symmetric Refractive-Index Profiles: a Method", Applied Optics 22, 404(1983).

(26) D.Gregoris and K.Iizuka, "Ray Tracing Method for Refractive Index Profiling", Applied Optics 22, 1820(1983).

(27) T.Sakamoto, "Evaluation Method of Gradient-Index Rod Lenses", Optical Engineering 22, 359(1983).

(28) T.Sakamoto, "GRIN Lens Profile Measurement by Ray Trace Analysis", Applied Optics 22, 3064(1983).

(29) W.Streifer and K.B.Paxton, "Analytic Solution of Ray Equation in Cylindrically Inhomogeneous Guiding Media. 1: Meridional Rays", Applied Optics 10, 769(1971).

(30) 坂本豊和，"屈折率分布レンズにおける子午光線方程式の摂動解を用いて計算された光学距離の精度"，電子通信学会論文誌 J-68C，519(1985).

(31) T.Sakamoto, "Accuracy of Optical Path Length Computed with the Asymptotic Solution for a Meridional Ray Equation in GRIN-Rod Lenses", Electronics and Communications in Japan Part 2 69, 93(1986).

(32) T.Sakamoto, "Estimation of the Fourth-Order Index Coefficient of GRIN-Rod Lenses", Applied Optics 25, 2613(1986).

(33) K.B.Paxton and W.Streifer, "Analytic Solution of Ray Equation in Cylindrically Inhomogeneous Guiding Media. Part 2: Skew Rays", Applied Optics 10, 1164(1971).

(34) 坂本豊和，"２乗屈折率分布レンズの波面球面収差モデル"，電子通信学会論文誌 J-68C，87(1985).

(35) T.Sakamoto, "Model for Spherical Aberration in a Single Radial Gradient-Index Rod Lens", Applied Optics 23, 1707(1984).

(36) 松居吉哉，"レンズ設計法"，共立出版，68(1981).

付　録

多項式展開した平行入射光線に対する５次摂動解、すなわち式(3.1)の係数$C_j, j=1,2,...,5$は、次のとおりである。

$$C_1 = -\frac{(gx_i)^3}{2^4}h_4 - \frac{(gx_i)^5}{2^8}(24h_4^2 + 30h_6)$$

$$-\frac{(gx_i)^7}{2^{12}}(594h_4^3 + 1230h_4h_6 + 672h_8)$$

$$-\frac{(gx_i)^9}{2^{16}}(15121h_4^4 + 43479h_4^2h_6 + 15360h_6^2 + 26224h_4h_8 + 13440h_{10})$$

$$-\frac{(gx_i)^{11}}{2^{20}}(394701h_4^5 + 1445976h_4^3h_6 + 911760h_4^2h_8$$

$$+1050780h_4h_6^2 + 513408h_4h_{10} + 650688h_6h_8 + 253440h_{12})$$

$$C_2 = \frac{(gx_i)^5}{2^8}(h_4^2 - 2h_6) + \frac{(gx_i)^7}{2^{12}}(48h_4^3 + 14h_4h_6 - \frac{224}{3}h_8)$$

$$+\frac{(gx_i)^9}{2^{16}}(1766h_4^4 + 2818h_4^2h_6 - \frac{1328}{3}h_4h_8 - 1920h_{10})$$

$$+\frac{(gx_i)^{11}}{2^{20}}(59374h_4^5 + 155844h_4^3h_6 + \frac{119488}{3}h_4^2h_8$$

$$+61626h_4h_6^2 - \frac{36256}{3}h_6h_8 - 20400h_4h_{10} - 42240h_{12})$$

$$C_3 = -\frac{(gx_i)^7}{2^{12}}(h_4^3 - 6h_4h_6 + \frac{16}{3}h_8)$$

$$-\frac{(gx_i)^9}{2^{16}}(72h_4{}^4-194h_4{}^2h_6-190h_6{}^2-\frac{296}{3}h_4h_8+240h_{10})$$

$$-\frac{(gx_i)^{11}}{2^{20}}(3514h_4{}^5-2270h_4{}^3h_6-\frac{17416}{3}h_4{}^2h_8$$

$$-12126h_4h_6{}^2-\frac{27136}{3}h_6h_8+112h_4h_{10}+7040h_{12})$$

$$C_4=\frac{(gx_i)^9}{2^{16}}(h_4{}^4-12h_4{}^2h_6+6h_6{}^2+24h_4h_8-16h_{10})$$

$$-\frac{(gx_i)^{11}}{2^{20}}(96h_4{}^5-738h_4{}^3h_6+696h_4{}^2h_8$$

$$-474h_4h_6{}^2+\frac{6144}{5}h_6h_8+\frac{3504}{5}h_4h_{10}-\frac{4224}{5}h_{12})$$

$$C_5=-\frac{(gx_i)^{11}}{2^{20}}(h_4{}^5-20h_4{}^3h_6+\frac{200}{3}h_4{}^2h_8$$

$$+30h_4h_6{}^2-\frac{608}{15}h_6h_8-\frac{496}{5}h_4h_{10}+\frac{256}{5}h_{12})$$

関連発表論文

[学会誌]

(1) T.Sakamoto, "Evaluation Method of Gradient-Index Rod Lenses", Optical Engineering 22, 3, pp.359-361(1983).

(2) T.Sakamoto, "GRIN Lens Profile Measurement by Ray Trace Analysis", Applied Optics 22, 19, pp.3064-3069(1983).

(3) T.Sakamoto, "Model for Spherical Aberration in a Single Radial Gradient-Index Rod Lens", Applied Optics 23, 11, pp.1707-1710(1984).

(4) 坂本豊和, "２乗屈折率分布レンズの波面球面収差モデル", 電子通信学会論文誌 J68-C, 2, pp.87-92(1985).

(5) 坂本豊和, "屈折率分布レンズにおける子午光線方程式の摂動解を用いて計算された光学距離の精度", 電子通信学会論文誌 J68-C, 7, pp.519-523(1985).

(6) T.Sakamoto, "Estimation of the Fourth-Order Index Coefficient of GRIN-Rod Lenses", Applied Optics 25, 15, pp.2613-2619(1986).

(7) T.Sakamoto, "Accuracy of Optical Path Lengths Computed with the Asymptotic Solution for a Meridional Ray Equation in GRIN-Rod Lenses", Electronics and Communications in Japan Part 2 69, 2, pp.93-98(1986).

[国際会議]

(1) T.Sakamoto, "5th-Order Spherical Aberration Formula of Gradient-Index Rod Lenses", Technical Digest of Fourth Topical Meeting on Gradient-Index Optical Imaging Systems Paper B3, (1983).