OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	ウオルシュ変換の性質とその応用に関する研究
Author(s)	福井, 郁生
Citation	大阪大学, 1983, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2726
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

氏名・(本籍)	福井郁生
学位の種類	工学博士
学位記番号	第5904号
学位授与の日付	昭和59年2月16日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	ウオルシュ変換の性質とその応用に関する研究
論文審査委員	(主査) 教授 田中 幸吉 (副査) 教授 嵩 忠雄　教授 都倉 信樹　教授 藤沢 俊男 教授 高島 堅助

論文内容の要旨

本研究は，計算機による画像処理技術の一つであり，数学的には積分変換の一種であるウォルシュ変換の体系化を目指した「基礎理論」と「画像処理への応用」および「ウォルシュ変換装置のモデル」について考究したものである。まず「ウォルシュ関数」や「ウォルシュ変換」に必要な数学を基礎づけして，これから導かれる諸性質を解明し，応用として「画像処理」や「変換装置の提案」を以下の項目にわたって考察している。

〔基礎〕（ⅰ）基本になる数学の系として「GF(2)の上の多項式の剰余類としての環」を採用する。（ⅱ）法をX^m（mは任意の正整数）として分類したm－1次の多項式にX＝2を代入して，10進の正整数（0～2^m-1）の上へ写像する。この環を「2進環」と名付ける。（ⅲ）「2進スカラ積」と「擬似除法」を導いて，ウォルシュ関数やウォルシュ変換を扱いやすくするための基礎付けを行う。（ⅳ）「コールマン形のウォルシュ関数」を「2進スカラ積」の関数として表現することにより，変数を「陽」の形でウォルシュ関数やウォルシュ変換を自由に展開できるようにした。（ⅰ）は既知のものであり，（ⅱ）（ⅲ）（ⅳ）は本研究での独自のものである。この2進環を用いることにより，他の方式では見い出されなかった「積」を自然な形で導入することができ，数式を自由に扱えるようになった。

〔性質・公式〕（Ⅰ）以上のことから直ちに次の諸性質が導かれる。

（ⅰ）⊕演算と＋演算との関係式　（ⅱ）周波数の拡張である「交番数」を求める変換式　（ⅲ）クロス項についての関係式　（ⅳ）2進移動・2進位相変化のウォルシュ面での影響　（Ⅴ）2進n重相乗定理（相関関数・たたみこみ）

（Ⅱ）（Ⅰ）に基づいて，さらに次の諸公式が導かれる。（ⅰ）２進相似変換—２進環の「積」を幾何における拡大縮少に対応すると考え，これを「２進相似変換」と呼ぶことにする。この変換に対するウォルシュ面での影響を調べた。（ⅱ）ポアソンの和—フーリエ変換では「ポアソンの和の公式」が知られているが，この関係をウォルシュ変換について調べた。これを基にして，ウォルシュ変換おけるサンプリング定理について考究した。これにより次の結果を得た。（A）関数giがN/T（Nは全標本点数）以上の交番数を含まないとき，区間Tごとのgiの値によって，すべてのgiが決定される。これはフーリエ変換の場合と同じであるが各区間内は同一の値をとる。（B）関数giがあって，この関数のN/T以上の交番数を遮断した関数g′iは，区間Tのgiの平均値をその区間の値としたものに等しい。（ⅲ）擬似極座標形式によるウォルシュ変換—直角座標系による「２次元２進移動」をトポロジカル的に極座標系に対応させたのが「擬似極座標系」である。このウォルシュ変換は，径方向特性や回転特性をもっている２次元パターンの解析や特徴抽出を行うことができる。（ⅳ）ウォルシュ関数の不定和分—ウォルシュ変換にとって最も基本的なウォルシュ関数の「不定和分公式」を求めた。これは一般的なウォルシュ変換公式を得る手がかりとなる。この不定和分関数は「２進三角波関数」であり部分的に完備な直交系となっている。

〔応用〕（ⅰ）２進差分と画像処理への応用—２進移動に基づいた２進差分を導入した。容易に２進差分（演算子）のウォルシュ面でのフィルタを得ることができる。このフィルタにより画像の差分形を得た。このフィルタは高周波フィルタに似た特性をもつ。（ⅱ）アナログ形ウォルシュ変換装置—ウォルシュ変換はハードウェア化するのに好都合な性質をもっている。変換式そのままでは困難であるので，実現可能な二種類の方式を提案している。（A）FFT形ウォルシュ変換装置：高速ウォルシュ変換ルゴリズムを装置化するものである。このアルゴリズムは並列処理の可能な構成になっており，アナログ変換装置として実現する。従来のものと比較すると，入力データNにたいしてコード数がlog N/Nにまで減る。（B）集積回路によるウォルシュ変換装置：ウォルシュ変換の減算回数を最小にして加算を「加算回路」あるいは「光による演算」に置きかえるもので，IC化技術により実現する。すなわち，「入力コード（ファイバ）」と「出力コード（ファイバ）」との交点に加算回路を設けたり，あるいは，穴をあけ光を通過させて加算を実行する全体の構成は入力コード（ファイバ）群と出力コード（ファイバ）群が直交した「格子状の加算回路」と，減算を行うための「加算回路」から成っている。

本論文の審査結果の要旨

本論文は画像処理等への応用を意図してウォルシュ関数やウォルシュ変換に必要な数学的基礎づけをしたものである。まずウォルシュ変換に関する問題点を指摘し，－１の巾乗により表現した，いわゆるコールマン型ウォルシュ関数の採用により，ウォルシュ変換を行うに当り計算し易い表現形式を導入し，定義域での自然な形の加算・乗算の導入，サンプリング定理，ウォルシュ関数の差分・和分

公式等を新しく導出し，２進差分のウォルシュ面でのフィルターを得，エッジ検出に応用した。次に直角座標系による２次元２進移動を極座標に対応させた擬似極座標系に変換する２進相似変換，擬似極形式によるウォルシュ変換を提案し，径方向特性や回転特性をもっている２次元パターンの解析や特徴抽出に応用した。さらにＦＦＴ形ウォルシュ変換アルゴリズムに基づく２次元ウォルシュ変換回路を提案し，従来のものと比較し，入力データＮに対し$\log N/N$の結線数比に減ることを示した。

これらの成果は，ウォルシュ関数及び変換の工学的応用，特に画像処理に対する大きな貢献であり，学位論文として価値あるものと認める。