

Title	プロペラの作動による船体まわりの境界層の変形に関する研究
Author(s)	戸田, 保幸
Citation	大阪大学, 1984, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/2768">https://hdl.handle.net/11094/2768</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

プロペラの作動による船体まわりの  
境界層の変形に関する研究

昭和59年1月

戸田保幸

プロペラの作動による船体まわりの  
境界層の変形に関する研究

目次

緒言		1
本論		
第1章	実験的調査	5
1.1	供試模型、プロペラ及び座標系	5
1.2	実験装置	6
1.3	流場計測	7
1.4	計測結果	8
1.5	第1章の結論	13
第2章	境界層及びプロペラの作動特性計算法の予備的調査	15
2.1	境界層運動量積分式の誘導	16
2.2	回転体についての境界層数値計算	23
2.3	深喫水ウィグレ-船型についての境界層数値計算	28
2.4	プロペラの作動特性及び誘導速度の計算	31
2.5	第2章の結論	32
第3章	プロペラの作動による境界層の変形	33
3.1	簡略化した境界層特性計算法	34

3.2	境界層速度分布復元法	37
3.3	回転体についての数値計算結果と実験結果 の比較・検討	39
3.4	平板についての境界層数値計算結果と実験 結果の比較・検討	40
3.5	深喫水ウィグレー船型についての数値計算 結果と実験結果の比較・検討	42
3.6	第3章の結論	44
第4章	プロペラに流入する有効流速	45
4.1	有効流速の定義	45
4.2	有効流速推定法	47
4.3	回転体の有効流速	49
4.4	深喫水ウィグレー船型の有効流速	51
4.5	第4章の結論	55
	結 言	57
	謝 辞	59
	参考文献	61
	主な記号	
	図 表	

## 緒 言

最近の造船学における基礎的な研究の進歩はいちじるしく、抵抗、推進性能の分野でも、多くの優れた研究がなされている。その中で、プロペラ理論については、近年の電子計算機の発達により更に精密化され不均一流中での計算も可能となり、プロペラキャビテーションの推定あるいは船尾変動水圧の予測なども行われるようになった。また、プロペラ・船体・舵の相互干渉を考慮して自航性能を推定する<sup>り</sup>といった複雑な問題も取り扱われるようになった。これらの計算においてプロペラ計算の入力には船体周りの粘性流場とプロペラとの相互干渉が存在するにもかかわらず従来はプロペラを付けない状態で計測される模型船伴流計測データ（いわゆる公称伴流）や、それにレイノルズ数の違いによる修正を施した実船相当伴流などが用いられているようである。また、これらの伴流データを入力した場合に計算される推力が自航試験で得られる推力よりも大きくなるため、公称流速のプロペラ円内での平均値と自航試験から推力一致法によって得られる有効流入速度を用い、その比で公称流速の分布を修正したものなども用いられている。しかし、ここ数年の間に公称伴流などよりもより正確なプロペラ計算の入力データを得るために、プロペラ作動時のプロペラ計算の入力として用いるべき流速分布、すなわち有効流速分布についての研究が種々行われるようになった。

た。特に軸対称流に関しては、Huang<sup>2)3)</sup>、永松-徳永<sup>4)</sup>などが流体は非粘性であるとし、縮流に伴う渦度の分布と強度の変化の効果により、変形した流速を有効流速とし、軸対称の渦度方程式を用いて、公称流速分布から有効流速分布を推定している。Dyne<sup>5)</sup>は計算方法には違いはあるが、Huangらなどと同様、非粘性ではあるが渦度は存在するとし、回転体について計算を行い、さらにV型船尾の船型とU型船尾の船型の伴流についても、流速分布をプロペラの各半径位置において円周方向に平均し、それを軸対称流として取り扱って有効流速分布とwake-adapted-propellerのピッチ分布を求めている。しかし、この方法では円周方向の有効流速の分布がわからないということ、三次元の船型においては渦度が円周方向に軸をむつものだけではないということ、プロペラの外側の方では境界層の内側の渦度の大きい部分と境界層の外側の渦度のほとんど存在しない部分を平均することになるなど問題が残されている様に思われる。さらにDyne<sup>6)</sup>は最近ポテンシャル伴流の影響を考慮した方法も示している。また鳥井<sup>7)</sup>はやはりHuangらなどと同様、流体は非粘性であるとし流速分布を同心円上でフーリエ級数展開し、渦度方程式を用いて縦渦を含む伴流とプロペラの相互干渉を取り扱いフーリエ級数第二項まで含めた有効流速分布を求め、面内流速の影響について考察している。しかしこの方法もオイラーの式の非線型性に

より、すべての項について連立する方程式を、フーリエ級数第一項（定数項）についてはフロペラの流れに与える影響は縮流の作用が主な要素であるとし永松-徳永と同様の方法で解き、第二項（基本周期の項）については第一項の影響を含めて解いている。従ってこの方法は Dyne と同様の計算を行、た後、周期成分の影響を考慮していることとなるため、先に述べたのと同様の問題が残されているように思われる。

本論文はフロペラが作動していない場合の公称流速分布が、フロペラの作動によりどのように有効流速分布へ変形されるか基礎的な性質を知るため、形状、流場が複雑でない回転体、平板、ウィグラー船型を供試模型とし、物体周りの境界層のフロペラの作動による変形を実験的に調査するとともに、境界層の積分型解法により理論的検討を行ったものである。

第1章ではそれぞれの模型周りの流場のフロペラの作動による変形について流場計測を主とした実験的調査を行い、境界層のフロペラ作動による変形は境界層の積分特性の変化で表しうることを示した。第2章では曲率の影響を含んだ運動量積分式を導き、それぞれの模型の周りの流場に適用した境界層方程式を調査した。第3章では微小2次流れ近似を施した境界層の積分型解法が常微分方程式系となり上流方向へも下流方向へも解くことができる性質を利用して、

アロペラのない状態の流速分布からアロペラ作動時の流速分布を推定する方法を示した。またこの方法において境界層方程式が解析的に解きうるように近似を行い、その解を用いる簡略化した方法も示し、両方法による推定結果と実験結果を比較した。第4章では第3章で述べた方法によりアロペラ性能を計算する際の入力として用いるべき有効流速分布を推定し、公称流速分布からどのように変形されるかその特徴について考察した。



## 本論

### 第1章 実験的調査

境界層がアロペラの作動によりどのように変形されるかを知るために、回転体、平板及びウィグレー船型の周りの流場について、アロペラなしの場合及びアロペラ付の場合について五孔管を用い流速分布の計測を行った。また別に有効伴流係数とアロペラ推力の関係をj知るため推力の計測も行った。

#### 1.1 供試模型、アロペラ及び座標系

実験に使用した回転体、平板、ウィグレー船型の主要目をそれぞれ Table 1, Table 2, Table 3 に示す。回転体の形状は、先端部が回転楕円体で物体中央より後端まで徐々に細くなる回転放物体である。後端部分は強度上丸めてあり全長  $LoA = 1.595m$  であるが、本論で無次元化に用いた長さ  $l$  は回転放物体と考えたときの後端までの長さ  $1.6m$  とした。平板は厚みが  $20mm$  の木製の板で前後部  $250mm$  の部分はテーパさせたものを用いた。平板の後端部には平板とアロペラの距離を小さくするため、単独試験用ボスが入る切れこみを入れてある。また船型に近い模型として二次流れのそれほど大きくないウィグレー船型を選び、水面の影響の少ない状態で実験を行うため通常のウィグレー船型の上部に垂直舷側部を付け喫水を深くした。ここではこれを深喫水ウィグレー船型と呼ぶ。

Table 4, Table 5 に使用したフロペラの主要目を示す。回転体及び平板にはフロペラ no.32(阪大水槽番号), ウィグレー船型にはフロペラ no.33 を使用した。フロペラの半径は軸心高さにおける境界層厚さと同程度となるよう決めた。

本論文で用いる座標系は物体先端のフロペラ軸心高さに原点をとり後方に $x$ 軸、左舷向きに $y$ 軸、鉛直下向きに $z$ 軸をとる直交座標系と、 $x$ 軸を同様にとり $r$ を $x$ 軸からの垂直距離、鉛直上向きを $\varphi=0$ 、後より前方に向って反時計回りを正とする円柱座標系である。また第2章以後で述べる境界層計算には、物体表面のポテンシャル流線の方角を $s$ 軸、それに直交する等ポテンシャル線の方角に $r$ 軸、物体表面の外向き法線に $z$ 軸をとるいわゆる流線座標系も用いる。なおフロペラ単独で取り扱う場合はフロペラ面を原点にとり、同様の直交座標系、円柱座標系を考える。

## 1.2 実験装置

Fig.1~ Fig.3 にそれぞれの模型についての実験装置概略を示す。模型はそれぞれストラットにより電車に固定し、フロペラは船後試験の要領で装備した。回転体の場合は、回転体中心軸とフロペラ軸を一致させ、没水深度は300mmとした。またフロペラ面と回転体後端との距離は65mm(単独試験用ボスの先端との距離7mm)とした。ここで、フロペラ面としては $0.7R$  ( $R$ :フロペラ半径)における $1/4$ 弦長点をとっている。平板は喫水300mm、フロペラ没水深度

は150mm, プロペラ面と平板後端との距離は21mmである。この場合 Fig. 2 に示すように単独試験用ボスは平板後端に入りこんでいる。深喫水ウィグレー船型の場合には喫水を345mm, プロペラ没水深度は245mmとした。またプロペラ面と模型後端との距離は46mm(単独試験用ボスの先端と模型後端との距離3mm)である。

### 1.3 流場計測

流場計測は Fig. 4 に示すような先端直径3.2mmのNPL改良型の五孔管を使用し、プロペラ位置より前方において、プロペラ付、プロペラなしのときの流速分布及びプロペラ単独の場合の誘導速度について行った。なおプロペラなしの状態についても単独試験用ボスは物体の一部と考えそれを取り付けて計測した。Table 6~Table 8 にそれぞれ回転体、平板、深喫水ウィグレー模型を使用した実験の実験状態及び計測を行った断面位置を示す。曳航速度は17/secとし、回転数はプロペラ荷重度と有効伴流係数との関係を見るため行った荷重度変更試験で計測した適当な2~3状態に対応するものとした。この場合模型の抵抗とプロペラの推力は必ずしも釣合、ていないが研究の目的には差しつかえないと考えた。プロペラ付の流場については、五孔管の寸法上プロペラ面より若干前方の断面から計測した。回転体については軸対称流と考えているので中心軸に垂直に左舷側のみ計測を行い、平板、深喫水ウィグレー模型について

は左右舷同時に行った。

なお境界層の性質を考える場合、計測は物体表面に垂直に行うのが普通であるが、後端付近では場所の特殊性から、このような座標系では解析に種々不都合を生じる。これと本論で使った模型は後端付近では物体表面と中心面とのなす角度が小さいことを考え合わせ中心面に垂直に計測し、主に主流方向流速で境界層の性質を調べた。

#### 1.4 計測結果

##### (1) 回転体

Fig.5, Fig.6 に流場計測の一例を示す。ここで  $u$  は  $x$  軸方向流速、 $r$  は軸からの垂直距離、 $r_0$  は物体半径を示す。Fig.5 はプロペラ直前 ( $x = 1.620\text{ m}$ , プロペラ面より前方  $40\text{ mm}$ ) Fig.6 は物体後端 ( $x = 1.595\text{ m}$ ) における結果である。それぞれの(a)図中の  $\circ$   $\triangle$   $\square$  印が流速の計測結果で  $\circ$  はプロペラなし、 $\triangle$   $\square$  がプロペラの作動時である。プロペラの作動による局所的な急激な変化はみられず、全体的に増速された形になっている。プロペラ作動時の流速分布形状は、プロペラなしのときの境界層の外端と思われる位置より少し内側に最大値が存在し通常の境界層の速度分布とは多少異なる。しかし流速分布の最大値より外側はプロペラだけで計測された誘導速度の  $x$  方向成分の減少の様子によく似ている。従ってプロペラ作動時の流速分布は、その最大値付近まで渦度の存在する領域(境界層)が縮められ、

それより外側ではポテンシャル流速（境界層の影響を含む物体周りの排除流+プロペラ誘導速度：半径方向流速 $v_r$ も考えると渦なし）となっているものと思われる。(b)図は、境界層内部の流速分布の性質を調べるため計測結果を便宜上有次元値のまま自然対数をとったものである。この結果からプロペラ有無両状態ともに、境界層の $0.2\delta \sim \delta$  ( $\delta$ :境界層厚さ) ぐらいの領域ではほぼ直線となっており、通常いわれている様にこの領域では指数則によって近似的に速度分布を表すことができる様である。またこの結果からプロペラ荷重度が増加するにつれて直線の傾きが小さくなるのがわかる。直線の傾きを $m$ とすれば、 $m$ は層内の速度分布を指数則とすると形状係数 $H$ と $m = \frac{H-1}{2}$ の関係にあり、また $H$ と境界層厚さとから運動量厚さ $\theta$ などが求まる。従って本論文で使用した回転体の場合プロペラの作動による境界層の変形は $H$ と $\theta$ などの積分的性質の変化で表すことができると思われる。

なお Fig. 5, Fig. 6 の(b)図の実線は実験値のうち直線とみなすことのできる点から最小自乗法で決定した指数則の線で、(a)図の実線はそれを速度分布にもどしたものである。(最小自乗法でなくとも目視によってもほとんど同じ直線になるので、ここでは最小自乗法には深い意味はない。)

## (2) 平板

Fig. 7, Fig. 8 に計測結果の一例を示す。プロペラなしの

場合は2次流れがほとんどなく、プロペラ付の場合も境界層の外端付近での流れのx軸との傾きは小さく、2次流れも小さいことからx軸方向流速のみ示した。Fig.7, Fig.8についてもFig.5と同じ示し方をしてある。従って平板の場合も外層での速度分布は指数則で近似的に表され、プロペラの作動による境界層の変形は積分パラメータ $H, \theta$ の変化で表すことができる。

### (3) 深喫水ウィグレー船型

Fig.9, Fig.10に流場計測の一例として $x = 2.015\text{m}$ (模型後端より15mm後方、プロペラ直前)における結果を示す。Fig.9は主流方向流速の分布, Fig.10は面内速度の分布を示す。主流方向流速分布は全体に内側に縮められ、ほぼ左右対称に加速されているのがわかる。また面内流速についてもほぼ左右対称に変形されているので、以下左舷側のみ示す。Fig.10から境界層外端付近のポテンシャル流線の傾きはそれほど大きくなく2次流れについても小さい(プロペラ付の場合のプロペラ下端付近では、ポテンシャル流線の傾きは若干大きいが、2次流れは小さい)ため、主流方向速度分布形状は、ほぼ流線方向の速度分布形状と同じと考えられる。またこの程度の面内速度(プロペラ付は誘導速度を差し引いたもの)がプロペラ計算に与える影響は小さいと考えられるので、本論文では以下主流方向流速分布についてのみ取り扱う。

Fig.11, Fig.12, Fig.13 に境界層内速度分布の形で計測結果の一例を示す。Fig.11は  $x = 1.99\text{m}$  (模型後端より  $10\text{mm}$  前方), Fig.12は  $x = 2.015\text{m}$ , Fig.13は  $x = 2.046\text{m}$  (プロペラ面) における計測結果である。前二者においてはプロペラ作動中 ( $n = 17.07\text{ rps}$ ) と、プロペラがない状態における速度分布を示し、Fig.13においてはプロペラ面であるため、プロペラのない状態の値のみ示した。Fig.11, Fig.12 については境界層内部の流速分布の性質を調べるため、Fig.5と同様の表し方をしてある。両図中の実線はFig.5と同様指数則の線であるが、内部まで指数則としたものは細線で示してある。Fig.13についても最小自乗法で求めた直線を速度分布にもどした結果をFig.11と同様の形で示している。これからみて回転体と同様であるが、少し内側まで ( $0.1\delta \sim \delta$ ) の領域ではプロペラ付、プロペラなしの両状態ともほぼ指数則で表されており、プロペラの作動による境界層の変化は直線の傾きが小さくなるとともに直線とみなすことのできる部分と外部の流れがつながる点が内側へ寄ることが知られ、境界層の変化は積分パラメター  $H, \theta$  の変化で表されることが知られる。

Fig.12, Fig.13 に示す  $x = 2.015\text{m}$ ,  $x = 2.046\text{m}$  の位置では物体が存在しないため、中心線近傍では指数則としたものとはかなり異なる (特に中心線上)。しかしプロペラ計算からみれば中心線近傍の流速もある程度正確に推定する必

要がある。中心線近傍の流場を厳密に取り扱うには永松<sup>8)</sup>、Patel<sup>9)</sup>などの様に近傍流場の取り扱いをする必要がある。しかし文献<sup>8)9)</sup>によれば、後端からの距離が今回取り扱っている様な領域では  $0.1\delta \sim \delta$  程度の外部領域はほとんど変化せず内部の領域だけが後方へいくにつれ変化し、伴流の最大値が小さくなっている。そこで本論文では境界層内速度分布が Fig.14 の様に外部領域では指数則、内部領域では粘性底層と対数型速度分布で近似的に表されると考え、物体後端をはなれると粘性底層部分は両舷の逆向き強い渦が打ち消し合いすぐに消え、そのうち対数分布の部分が徐々に打ち消し合っていると考えた。そこで中心線上の速度  $u(y=0)$  はある  $x/L$  の位置においては外層から推定される仮想の摩擦速度  $u^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$  と関連があると考え実験値を整理した。Fig.13 の実線は  $u(y=0)$  を  $u^*$  の15倍として計算した値と指数則による線を  $0.15\delta$  においてなめらかにつなげる様にしたものであり、アロペラ上部の境界層の厚い所から、下部の薄い所まで、厚さ、形状が変化してもほぼ満足すべき程度に表現されている。Fig.12 のアロペラなしの場合の実線も同様で、この断面 ( $x = 2.015\text{m}$ ) では  $u^*$  の12倍の値を中心線上の速度として用いたところ、その断面におけるすべての速度分布が表された。アロペラ付の場合には後端を離れてからもアロペラによって加速されるためアロペラなしの場合と打ち消されている領域の幅が等しいと考え整理



したところ、フロペラ付のその断面でのすべてのデータについて満足できる程度に一致した。また、別の回転数についても同様であった。一例が Fig.12 のフロペラ付の場合である。従って理論的には不十分であるが、フロペラの作動による境界層の変形は外層を積分パラメータ  $H, \theta$  の変化で、内層をその積分パラメータから求まる仮想の  $u^*$  から推定することができるということが判明した。

なお回転体及び平板、深喫水ウィグラーの場合の物体(単独試験用ボスも含む)の存在する部分でも内部領域を対数型速度分布で修正すれば計測結果を満足できる程度に表すことができた。また以下実験値として示す  $H$  や  $\theta$  は内層まで最小自乗法で求まる指数則であるとして求めたものである。

## 1.5 第1章の結論

本章ではフロペラの作動による境界層の変形について、流場計測を主とした実験的調査を行った結果次の結論が得られた。

- (1) 本研究で用いた回転体、平板、深喫水ウィグラー模型において、今回計測した領域ではフロペラの作動により境界層内速度分布は局所的に変形されるのではなく境界層の性質を保ったまま変形される。
- (2) 境界層はフロペラ付、フロペラなしとも主に外層で考えれば指数則で表され、フロペラの作動による境界層の変

形は積分特性の変化で表しうる。

(3) 後端近くの伴流中における中心位置の速度は、外層を指数則としてみた積分特性から推定できる。

## 第2章 境界層及びプロペラの作動特性計算法の予備的調査

現在、物体周りの境界層の計算法はかなり精密化が進んでおり、圧力場に境界層の影響を含めた微分型の解法も数多く行われている。しかし、本論文では前章の結果を考慮し、また第3章で述べるプロペラなしの流場からプロペラ付の流場を計算する方法が可能となるように、支配方程式が流線に沿っての常微分方程式系となる微小二次流れ近似を施した積分型解法を用いた。

境界層の積分型解法はこれまで多くの研究者により、研究され、通常の境界層近似では回転体の後端付近では実験結果と大きく異なる結果を与えるため、Patelら<sup>10)11)</sup>が回転体の半径に比べて境界層が厚い場合の解法を示し実験結果とよい一致をみている。またLarssonら<sup>12)</sup>は、ウィグレー船型に対し、Patelら<sup>11)</sup>の回転体の解法を一般化した形として3次元の場合の物体表面の曲率を考慮した解法を示している。この方法は、曲率の微分を含むため、軸対称の近似を行った場合でもPatelらと同一の回転体の運動量積分式が得られない(Laméの方程式を用いれば微分を含まない形となり同一となる)ことや運動量の釣合いを層内全体で考えるのが困難なため、若干異なる形で一般的な運動量積分式を導き、回転体及び深喫水ウィグレー模型について予備的計算を行い、第3章で述べる上流側への計算が可能な

程度に物体周りの流れを表しうる境界層方程式を考察した。

またフロペラ計算法については、フロペラと境界層の干渉問題を対象とし、かつ時間平均値を取り扱うという意味から山崎<sup>13)</sup>の示した無限翼数近似を用いた。本章ではフロペラ単独の場合について実験値と比較し精度の確認を行った。

## 2.1 境界層運動量積分式の誘導

永松<sup>14)</sup>に従い、物体表面の曲率半径を $R$ 、境界層厚さを $\delta$ として $\delta/R$ の1次の項までとる近似を行えば、境界層方程式は以下に示す式のものになる。ただし座標系は1.1で示した流線座標系(境界層の厚さ程度まで $\xi$ 軸を直線とみなせる直交曲線座標系を考える) $\xi, \eta, \zeta$ 方向の流速をそれぞれ $u, v, w$ 、 $\xi, \eta, \zeta$ 軸の測度係数を $h_1, h_2, h_3=1$ とする。

$\xi$ 方向の運動量の釣合い

$$\begin{aligned} \frac{u}{h_1} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{v}{h_2} \frac{\partial u}{\partial \eta} + w \frac{\partial u}{\partial \zeta} + (K_{12}u - K_{21}v)v + K_{13}uw \\ = -\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T_{13}}{\partial \zeta} + (2K_{13} + K_{23}) \frac{T_{13}}{\rho} \end{aligned} \quad (2-1)$$

$\eta$ 方向

$$\begin{aligned} \frac{u}{h_1} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{v}{h_2} \frac{\partial v}{\partial \eta} + w \frac{\partial v}{\partial \zeta} + (K_{21}v - K_{12}u)u + K_{23}vw \\ = -\frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T_{23}}{\partial \zeta} + (2K_{23} + K_{13}) \frac{T_{23}}{\rho} \end{aligned} \quad (2-2)$$

$\zeta$ 方向

$$K_{13}u^2 + K_{23}v^2 = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{P}{\rho} \right) \quad (2-3)$$

連続の式

$$\frac{1}{h_1} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial w}{\partial \zeta} + K_{21}u + K_{12}v + (K_{13} + K_{23})w = 0 \quad (2-4)$$

ただし

$$K_{21} = \frac{1}{h_2 h_1} \frac{\partial h_2}{\partial \xi}, \quad K_{12} = \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta}, \quad K_{13} = \frac{1}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial \zeta},$$
$$K_{23} = \frac{1}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \zeta} \quad (2-5)$$

$$\tau_{13} = \mu \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \rho \overline{u'v'} = \mu_e \frac{\partial u}{\partial \zeta}, \quad \tau_{23} = \mu \frac{\partial v}{\partial \zeta} - \rho \overline{v'w'} = \mu_e \frac{\partial v}{\partial \zeta} \quad (2-6)$$

$\rho \overline{u'v'}$  と  $\rho \overline{v'w'}$  はレイノルズ応力を、 $\mu_e$  は有効粘性係数を表す。

ここで物体表面における曲率を

$$K_{21}(\zeta=0) = K_1, \quad K_{12}(\zeta=0) = K_2, \quad K_{13}(\zeta=0) = K_4,$$
$$K_{23}(\zeta=0) = K_3$$

と定義すれば、 $\zeta$  軸が直線とみなすことができるので、

$$h_1 = (1 + K_4 \zeta) H_1, \quad h_2 = (1 + K_3 \zeta) H_2 \quad (2-7)$$

$$K_1 = \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial \xi}, \quad K_2 = \frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial \eta} \quad (2-8)$$

などの関係がある。ただし

$$H_1 = h_1(\zeta=0), \quad H_2 = h_2(\zeta=0)$$

さらに、

$$\frac{\partial h_1}{\partial \eta} = (1 + K_3 \zeta) \frac{\partial H_1}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial h_2}{\partial \xi} = (1 + K_4 \zeta) \frac{\partial H_2}{\partial \xi} \quad (2-9)$$

$$\left( \frac{1}{h_1} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} = \frac{1}{H_1} \frac{\partial H_2}{\partial \xi} \quad , \quad \frac{1}{h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} = \frac{1}{H_2} \frac{\partial H_1}{\partial \eta} \right)$$

の関係がある。<sup>15)</sup> (2-9)式と等価な( )内の表示は、 $\xi$ 軸が直線であることから、 $\xi$ (境界層の厚さ方向)に関係なく、 $\xi = \xi$ における $\eta = \eta$ と $\eta = \eta + \Delta\eta$ における $\xi$ 軸の接線のなす角が等しいことなどを示している。  $K_1 \sim K_4$ については、 $K_1, K_2$ は通常境界層近似で用いられているのと同様それぞれ物体接平面での $\eta$ 軸、 $\xi$ 軸の曲率であり、 $K_3, K_4$ はそれぞれ $\eta$ 軸、 $\xi$ 軸の接線を含む物体の法平面内での $\eta$ 軸、 $\xi$ 軸の曲率である。

また

$$\frac{\partial h_1}{\partial \xi} = K_4 H_1 \quad , \quad \frac{\partial h_2}{\partial \xi} = K_3 H_2 \quad (2-10)$$

である。

次に(2-1)~(2-2)式を厚み方向に積分し、運動量積分式を導く。連続の式(2-4)より、

$$h_1 h_2 w = - \int_0^{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi'} (h_2 u) d\xi' - \int_0^{\xi} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 v) d\xi' \quad (2-11)$$

となるから、(2-1)式に $h_1 h_2$ を乗じ、微小部分での釣合を示す

$$\begin{aligned} & h_2 u \frac{\partial u}{\partial \xi} + h_1 v \frac{\partial v}{\partial \eta} + h_1 h_2 w \frac{\partial w}{\partial \xi} + u v \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - v^2 \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + h_2 \frac{\partial h_1}{\partial \xi} u w \\ & = - h_2 \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \xi} (h_1 h_2 \tau_{13}) + \frac{1}{\rho} h_2 \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \tau_{13} \quad (2-12) \end{aligned}$$

1に代入し、 $0 \sim \delta$ まで積分し、 $\zeta = \delta$ において  $u = U, v = 0$  となること及び (2-7)~(2-10)式を考慮し、 $\tau_{130} = \tau_{13}(\zeta = 0)$  とすれば、

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{\partial}{\partial \xi} (H_2 \int_0^\delta u^2 (1+K_3 \zeta) d\zeta)}_I + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \eta} (H_1 \int_0^\delta uv (1+K_4 \zeta) d\zeta)}_{II} \\
 & - U \left\{ \underbrace{\frac{\partial}{\partial \xi} (H_2 \int_0^\delta u (1+K_3 \zeta) d\zeta)}_{III} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \eta} (H_1 \int_0^\delta v (1+K_4 \zeta) d\zeta)}_{IV} \right\} \\
 & + \underbrace{\frac{1}{H_2} \frac{\partial H_1}{\partial \eta} (H_2 \int_0^\delta uv (1+K_3 \zeta) d\zeta)}_{V} - \underbrace{\frac{1}{H_1} \frac{\partial H_2}{\partial \xi} (H_1 \int_0^\delta v^2 (1+K_4 \zeta) d\zeta)}_{VI} \\
 & + \underbrace{H_1 K_4 (H_2 \int_0^\delta uw (1+K_3 \zeta) d\zeta)}_{VII} \\
 & = - \underbrace{H_2 \int_0^\delta \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{P}{\rho} \right) (1+K_3 \zeta) d\zeta}_{VIII} - \underbrace{\frac{H_1 H_2}{\rho} \tau_{130}}_{IX} \\
 & + \underbrace{H_1 K_4 (H_2 \int_0^\delta \frac{\tau_{12}}{\rho} (1+K_3 \zeta) d\zeta)}_{X} \tag{2-13}
 \end{aligned}$$

が得られる。(2-13)式は Fig.15 に示す境界層全体から取り出した微小部分での運動量の釣合いて示しており、Iの項はA,Bの面を通る流体の持つ $\xi$ 方向運動量の差、同様にIIはC,Dの面を通る流体の持つ $\xi$ 方向運動量の差、IIIはEの面を通る流体の持つ $\xi$ 方向運動量を示す。さらにIVの項はBの面を通る流体の持つ $\eta$ 方向運動量のA,Bの面の傾きにより $\xi$ 方向の釣合い式に出てくる項で、同様にV,VIIはそれぞれD,Bの面を通る流体の持つ $\eta$ , $\zeta$ 方向の運動量の面の傾きにより出てくる項である。右辺についてはVIIIは全体にかかる圧力の釣合を示し、IXは物体表面における摩擦力を示

し、 $\Xi$ はA面とB面の傾きのために出てくるB面に働く摩擦力の傾き分である。このように(2-13)式は、(2-14)式の微小部分での釣合い関係式と全く同じ形であることがわかる。 $\eta$ 方向についても同様に(2-2)式に $h_1 h_2$ を乗じて(2-13)式と同様にFig.15に示す微小部分での釣合いが、(2-2)式の釣合い関係と同じ形になる式が得られる。また $K_{13}\delta, K_{23}\delta$ を $O(1)$ として $O(1)$ の項までとる近似を行っても(2-6)式だけが、 $\tau_{13} = \mu_e \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} - K_{13} u \right)$ などの様に変化するだけであるから、乱流境界層を扱う場合、 $\tau_{13}, \tau_{23}$ は実験式を用いるので、これらが(2-6)式の形に表されておれば、これらの式は $\delta/R = O(1)$ でも成立すると考えられる。

(2-11)式に簡単な変形を施し、 $H_1 H_2$ で除せば次の運動量積分式

$\xi$ 方向

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{H_1 \partial \xi} (\sigma^2 \theta'_{11}) + \sigma \delta'_1 \frac{\partial \sigma}{H_1 \partial \xi} + \frac{\partial}{H_2 \partial \eta} (\sigma^2 \theta'_{12}) + \sigma \delta'_2 \frac{\partial \sigma}{H_2 \partial \eta} \\ & + K_1 \sigma^2 (\theta'_{11} - \theta'_{22}) + K_2 \sigma^2 (\theta'_{12} + \theta'_{21}) - \frac{1}{2} \sigma^2 C_{f1} \\ & = \frac{\partial}{H_1 \partial \xi} \left( \frac{P_e}{\rho} + \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \int_0^\delta (1 + K_3 \zeta) d\zeta + \int_0^\delta \frac{\partial}{H_1 \partial \xi} \left( \frac{P - P_e}{\rho} \right) (1 + K_3 \zeta) d\zeta \\ & - K_4 \int_0^\delta \frac{\tau_{13}}{\rho} (1 + K_3 \zeta) d\zeta - K_4 \sigma^2 \theta'_{13} \end{aligned} \quad (2-14)$$

$\eta$ 方向

$$\frac{\partial}{H_1 \partial \xi} (\sigma^2 \theta'_{21}) + \frac{\partial}{H_2 \partial \eta} (\sigma^2 \theta'_{22}) + K_1 \sigma^2 (\theta'_{21} + \theta'_{12} + \delta')$$



$$\begin{aligned}
& + K_2 U^2 (\theta'_{22} - \delta'_1 - \theta'_{11}) - \frac{1}{2} U^2 c_{f2} \\
& = \int_0^\delta \frac{\rho}{H_2 \eta} \left( \frac{P}{\rho} \right) (1 + K_4 \zeta) d\zeta - U^2 K_2 \int_0^\delta (1 + K_3 \zeta) d\zeta \\
& \quad - \frac{1}{\rho} K_3 \int_0^\delta \tau_{23} (1 + K_4 \zeta) d\zeta - K_3 U^2 \theta'_{23} \tag{2-15}
\end{aligned}$$

が得られ、曲率の微分を含まない形で表すことができる。  
 (数値計算のための変形を行い、曲率  $K_3, K_4$  の微分が生じて  
 も(2-9)式により、含まない形にできる。)

ただし、

$$P_e = P(\zeta = \delta) \quad , \quad \tau_{230} = \tau_{23}(\zeta = 0)$$

$$c_{f1} = \frac{\tau_{130}}{\frac{1}{2} \rho U^2} \quad , \quad c_{f2} = \frac{\tau_{230}}{\frac{1}{2} \rho U^2}$$

$$\theta'_{11} = \int_0^\delta \frac{u}{U} \left( 1 - \frac{u}{U} \right) (1 + K_3 \zeta) d\zeta$$

$$\theta'_{12} = \int_0^\delta \frac{v}{U} \left( 1 - \frac{u}{U} \right) (1 + K_4 \zeta) d\zeta$$

$$\theta'_{21} = \int_0^\delta -\frac{uv}{U^2} (1 + K_3 \zeta) d\zeta$$

$$\theta'_{22} = \int_0^\delta -\frac{v^2}{U^2} (1 + K_4 \zeta) d\zeta$$

$$\theta'_{13} = \int_0^\delta -\frac{uw}{U^2} (1 + K_3 \zeta) d\zeta$$

$$\theta'_{23} = \int_0^\delta -\frac{vw}{U^2} (1 + K_4 \zeta) d\zeta$$

$$\delta'_1 = \int_0^\delta \left( 1 - \frac{u}{U} \right) (1 + K_3 \zeta) d\zeta$$

$$\delta'_2 = \int_0^\delta -\frac{v}{U} (1 + K_4 \zeta) d\zeta$$

(2-14), (2-15) 式は複雑であるのでここでは第1章の実験結果を考慮し微小2次流れ近似を施した。また本論で取り扱っている物体形状は  $K_4$  は  $K_3$  に比べて小さいから  $K_4 = 0$  と近似した。これらの近似を行うと (2-14), (2-15) 式は

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} (\sigma^2 \theta'_1) + \sigma \delta'_1 \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + K_1 \sigma^2 \theta'_{11} - \frac{1}{2} \sigma^2 c_{f1} \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{P_e}{\rho} + \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \int_0^\delta (1 + K_3 \zeta) d\zeta + \int_0^\delta \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{P - P_e}{\rho} \right) (1 + K_3 \zeta) d\zeta \end{aligned} \quad (2-16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} (\sigma^2 \theta'_{21}) + K_1 \sigma^2 (\theta'_{21} + \theta'_{12} + \delta'_2) - K_2 \sigma^2 (\theta'_{11} + \delta'_1) - \frac{1}{2} \sigma^2 c_{f2} \\ &= \int_0^\delta \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{P}{\rho} \right) d\zeta - \sigma^2 K_2 \int_0^\delta (1 + K_3 \zeta) d\zeta - K_3 \int_0^\delta \frac{\tau_{23}}{\rho} d\zeta - K_3 \sigma^2 \theta'_{23} \end{aligned} \quad (2-17)$$

の様に流線に沿っての常微分方程式となる。ここで  $\tau$  の積分は永松<sup>(14)</sup>と同様に行い、Larsson<sup>(12)</sup>と同様の手法を用いることにすれば、流線の方程式も同様常微分方程式系であるから外部ポテンシャル流場を与えてやれば上流側へも、下流側へも解くことができる。(2-16)式は回転体と考えれば Patel<sup>(10)</sup>の示している式と全く同じになる。) しかし、第1章で述べた様に本論文で用いた模型は  $\xi$  軸と  $x$  軸のなす角が小さく、2次流れが微小であるため、 $x$  軸方向流速の分布形状は  $\xi$  軸方向流速の分布形状とほぼ等しいとし、面内流速については無視しているため、以下(2-17)式については述べない。ただし以下の数値計算では 1.3 で述べた様な

後端付近での座標の特殊性などの理由から、座標系を若干変え(2-16)式と同様の近似の下で(2-13)式の所で述べた運動量の釣合いをくずさないように、運動量の釣合いを考え直した。

## 2.2 回転体についての境界層数値計算

### (1) 境界層方程式及び数値解法

境界層の解法は、前項の(2-16)式を1.3で述べた様な理由から円柱座標で考え直し、Patel<sup>(10)</sup>にならって数値計算した。Fig.16に示す様な微小距離 $dx$ 間の円環状の領域における $x$ 方向の運動量の釣合いを考えると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left( \int_0^\delta \rho u^2 r dz \right) - U \frac{d}{dx} \left( \int_0^\delta \rho u r dz \right) \\ = - \frac{d\bar{P}}{dx} \int_0^\delta r dz - \tau_0 r_0 \end{aligned} \quad (2-18)$$

ここで

$u$ :  $x$ 方向流速

$U$ : 境界層外端における $x$ 方向流速

$\bar{P}$ : 層内の平均的圧力(従って積分記号の外にくくり出した。)

$r_0$ : 物体半径       $r = r - r_0$        $\tau_0$ : 表面摩擦応力

ここで $P$ は2.1の最後の近似を行えば $\frac{\partial P}{\partial z} = 0$ となるが、座標を若干変更していること、アロペラの誘導速度は境界層の厚さ方向にも変わることを考慮して平均的圧力とした。若干の変形を加えると、

$$\begin{aligned} \frac{d\theta'}{dx} + (2\theta' + \delta') \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} + \frac{\theta'}{r_0} \frac{dr_0}{dx} - \frac{1}{2} C_f \\ = \frac{1}{U^2} \frac{d}{dx} \left( \frac{\bar{P}}{\rho} + \frac{1}{2} U^2 \right) \int_0^\delta \frac{r}{r_0} d\zeta \end{aligned} \quad (2-19)$$

となる。ただし

$$\left. \begin{aligned} \delta^* &= \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) \frac{r}{r_0} d\zeta = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) (1 + K_3 \zeta) d\zeta \\ \theta' &= \int_0^\delta \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) \frac{r}{r_0} d\zeta = \int_0^\delta \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) (1 + K_3 \zeta) d\zeta \\ C_f &= \frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho U^2}, \quad K_3 = \frac{1}{r_0} \\ \frac{r}{r_0} &= \frac{r_0 + \zeta}{r_0} = 1 + K_3 \zeta, \quad r_0 = H_2 \end{aligned} \right\} (2-20)$$

である。従って(2-19)式は(2-16)式と同形の式になり、Patel<sup>10)</sup>に従い仮想の外端流速 $U_e$ を考えることにより(2-19)式右辺の影響を考慮して

$$\frac{d\theta'}{dx} + (2\theta' + \delta^*) \frac{1}{U_e} \frac{dU_e}{dx} + \frac{\theta'}{r_0} \frac{dr_0}{dx} - \frac{1}{2} C_f = 0 \quad (2-21)$$

を運動量積分式として用いた。補助方程式、局部摩擦則も文献10)と同じ形のものを用いた。ただしその中に含まれる速度分布に関するパラメータ $H, \theta$ などは物体表面と $x$ 軸とのなす角が小さいから表面に垂直な座標軸からみた速度分布を使う代わりに、 $u$ の $r$ 方向の分布で近似的に表すことができる考えた。

局部摩擦則はトンソンの式

$$C_f = \exp(aH + b) \quad (2-22)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \delta^* &= \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) dz, \quad \theta = \int_0^\delta \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dz \\ H &= \frac{\delta^*}{\theta}, \quad R_\theta = \frac{U\theta}{\nu} \\ a &= 0.019521 - 0.386768C + 0.028345C^2 - 0.000701C^3 \\ b &= 0.019511 - 0.834891C + 0.062588C^2 - 0.001953C^3 \\ c &= \log_e R_\theta \end{aligned} \right\} (2-23)$$

とし、補助方程式はエントレインメントの式を若干修正した次の式を用いた。

$$\frac{dQ}{dx} = C_E U r_0 \quad (2-24)$$

ただし

$$Q = \int_0^\delta r U dz = U \left[ r_0 (\delta - \delta^*) + \frac{1}{2} \delta^2 \right] \quad (2-25)$$

$C_E$ には Head の式

$$C_E = \exp[-3.512 - 0.617 \log_e (H^* - 3)] \quad (2-26)$$

を用いた。

ただし

$$H^* = \frac{\delta - \delta^*}{\theta} \quad (2-27)$$

で、これには Head の関係式

$$H^* = 3.30 + 1.535 (H - 0.7)^{-2.715} \quad (2-28)$$

を用いた。ただし本論においては  $U/U_e \approx 1$  であるから (2-23)

式中の  $R\theta$  と (2-24) 式において

$$R\theta = \frac{U_e \theta}{\nu} \quad (2-23')$$

$$\frac{dQ}{dx} = C_E U_e r_0 \quad (2-24')$$

とした。また (2-25) 式に (2-27) 式を代入し、ここでも  $U_e$  を用いると

$$r_0 [(H^*+H)\theta - \delta^{*'}] + \frac{1}{2}(H^*+H)^2 \theta^2 = \frac{Q}{U_e} \quad (2-25')$$

になる。ここで層内速度分布に指数則

$$\frac{u}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{H-1}{2}} \quad (2-29)$$

を仮定すれば各積分パラメタ-の関係

$$\frac{\delta}{\theta} = \frac{H(H+1)}{H-1} \quad (2-30)$$

$$\frac{\delta^{*'}}{\theta} = H + \alpha(H+1) \quad (2-31)$$

$$\frac{\theta'}{\theta} = 1 + 2\alpha \quad (2-32)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{\theta}{r_0} \frac{H^2(H+1)}{(H-1)(H+3)} \quad (2-33)$$

が求まり、 $U_e$  の分布と、ある  $x$  位置における  $H, \theta$  を与えれば、(2-21) 式と (2-24)' 式を連立微分方程式として  $\theta', Q$  が、また (2-32) 式と (2-25)' 式により  $\theta, H$  を求めることができ<sup>10)</sup> 上流側へも下流側へも解くことができる。しかしこれらは  $U_e$  を与えて速度分布形状を決めるものであり、外部流速  $U$  はその後求めるものであるから速度分布へ復元するときには、

注意を要する。これについては3章で述べる。

## (2) 外端流速の計算

ここで外端流速とは前述の仮想の外端流速 $U_e$ を示す。 $U_e$ の値をいくらにすればよいかについて厳密な議論は不可能であり、また(2-14)式を厳密に取り扱い、圧力を繰り返しによつて修正しても実際の流れを完全に表しうるかどうかわからない。従つて本論ではある程度流場を表しうる方程式を用いて、プロペラ面から上流側へ解きプロペラ位置の公称流速を与えるためのその境界層方程式に適した初期値を予め見出しおき、次にその値を初期値にしてプロペラ吸引力を考慮して下流側に解くという方法をとるため、 $U_e$ についてはプロペラ面の流速分布の実験値から求めた排除厚さを基に物体後半部に排除厚さを付加し、その物体周りの表面流速を $U_e$ とした。Fig.17に計算に使用した等価物体を点線で示す。なお物体後端とボスの間の点をうった領域は、低速における可視化の結果を参考にして、計算の簡略化も考え合わせて死水領域を仮想したもので、境界層計算の際これを物体に置きかえた。等価物体周りの流速の計算にはHess-Smith法を用いた。

## (3) 数値計算結果

外端流速 $U_e$ の計算結果をFig.18に示す。実線は物体のみのHess-Smith法による表面流線であり、一点鎖線はFig.17に示した等価物体周りの流速である。以下 $U_e$ としては一点

鎖線の分布を用いた。

(2-21)式及び(2-24)'式を用いた計算の近似の程度及び今回の様に一度上流側へ解いてその結果を利用して下流側へ解く場合の数値計算上の誤差を調べるため境界層計算を行った。Fig.19にその結果を示す。初期値は実験値から推定したものを用いた。実線は(2-21)式及び(2-24)'式を用いたものであり破線は両式において  $\delta/r_0 = K_3\delta \ll 1$  とした通常の境界層近似を用いて計算したものである。後者は当然ながら物体後半部では実験値と大きくはすれてくるが、前者は実際の流れの様子に近い結果となっている。

Fig.20にプロペラ面公称流速を初期値として上流方向へ解いた結果を示す。この結果は後端付近で若干差はあるが大體流場の性質を表している。この結果をもとに同じ  $U_e$  分布を用いて下流側へ解いたところ、プロペラ面までもどいた時  $H$  で 0.01,  $\theta$  で 0.1mm 程度の違いがでたがこれは速度分布に復元すると、ほとんど問題のない量であった。

## 2.3 深喫水ウィグラー船型についての境界層数値計算

### (1) 境界層方程式及び数値計算

回転体の場合と同様な考え方で、微小2次流れの近似のもとで物体表面と中心面のなす角の小さいことを考慮し、微小距離離れた二つの流線を含む法曲面と  $x$  軸方向に微小距離  $dx$  離れた  $x$  が一定の二つの断面に囲まれた領域で運動量の釣り合いを考え直し、 $U_e$  を用いれば(2-16)式は流線に沿って



$$\frac{d\theta'}{dx} + (2\theta' + \delta^*) \frac{1}{U_e} \frac{dU_e}{dx} + \frac{\theta'}{H_2} \frac{dH_2}{dx} - \frac{1}{2} C_f = 0 \quad (2-34)$$

となる。ただし  $\theta, \delta^*$  などは (2-20) 式と同一で、またここでの  $H_2$  は  $x$  が一定の断面内での微小距離離れた流線の間隔を測る尺度係数である。  $K_3$  もその断面内でみた物体表面の曲率である。回転体の場合と同様に物体表面に垂直な座標軸からみた速度分布を使うかわりに、  $x$  が一定の断面内でみた物体表面に垂直な軸上の  $u$  の分布形状で表しうるとした。そうすれば (2-24) 式, (2-25) 式は

$$\frac{dQ}{dx} = C_E U H_2 \quad (2-35)$$

$$Q = H_2 \int_0^\delta u (1 + K_3 \zeta) d\zeta \quad (2-36)$$

の様になり (2-25)' 式は

$$H_2 \left[ (H^* + H) \theta - \delta^* + \frac{1}{2} K_3 (H^* + H)^2 \theta^2 \right] = \frac{Q}{U_e} \quad (2-37)$$

式となる。また (2-31) 式及び (2-32) 式の中の  $\alpha$  を表す (2-33) 式が、

$$\alpha = \frac{1}{2} K_3 \theta \frac{H^2 (H+1)}{(H-1)(H+3)} \quad (2-38)$$

となるだけで、回転体の場合と同様 Patel に従い (2-34) 式 (2-35) 式を連立常微分方程式として解き、  $\theta', Q$  を求め (2-32) 式、(2-37) 式から  $\theta, H$  を求めて数値的に上流側へも下流側へも解くことができる。なおこの計算には局部摩擦則として Ludwig-Tillmann の式

$$\frac{1}{2} C_f = 0.123 \times 10^{-0.678H} \left( \frac{U\theta}{V} \right)^{-0.268} \quad (2-39)$$

を用いた。

### (2) 外端流速等の計算

回転体と同様アロペラ面の実験値を基に物体後半部に排除厚さを付加した等価物体周りの表面流速を計算し、等価物体上で流線追跡を行い流線上の速度を $U_e$ とした。 $H_2, K_1, K_3$ については流線に対応する表面上のものを用いた。しかし単独試験用ボスについては境界層中におかれたものであるので、 $K_3$ については考慮せず、等価物体にのみボスの影響も加味した。 $H_2$ は数値計算した流線の間隔を用いた。

### (3) 数値計算結果

Fig. 21 に流線追跡結果を示す。Fig. 22 に Fig. 21 に示す 2 本の流線についての境界層計算の結果を示す。深喫水ウィグレ-船型についても  $K_3 \delta \ll 1$  とした場合と (2-34) 式及び (2-35) 式を解く場合の計算を行ったが有意な差はなかった。初期値は  $x = 1.99\text{m}$  のものを与え上流側へ解いている。ただし深喫水ウィグレ-船型に付加物を付け局所的に曲率を大きくしたものについては差が生じ実験値の傾向に近づいた。Larsson<sup>12)</sup> はウィグレ-船型に対して曲率の影響を考慮した計算を行っているが、この結果からここで行った様な運動量の積分領域にだけ  $K_3$  の影響を考慮しても差がでないことがわかる。しかし実験結果と比較すれば流場の様子は大体表されているので、以下では深喫水ウィグレ-船型と平板

に対しては(2-34)式及び(2-35)式で $K_3=0$ とした

$$\frac{d\theta}{dx} + (H+2) \frac{\theta}{U_e} \frac{dU_e}{dx} + \frac{\theta}{H_2} \frac{dH_2}{dx} - \frac{1}{2} C_f = 0 \quad (2-40)$$

$$\theta \frac{dH^*}{dx} = C_E + H^*(H+1) \frac{\theta}{U_e} \frac{dU_e}{dx} - \frac{1}{2} H^* C_f \quad (2-41)$$

式を用いる。また $H_2$ は先の計算で $K_3$ の影響がなかったことから等価物体上で求める。この方法を用いてもFig.21に示す結果と有意な差のない結果が得られ、回転体の場合と同じく上流側へ解いた結果をもとに同じ $U_e$ 分布を用いて下流側へ計算したところ、回転体の場合よりさらに差が小さく問題のない量であった。

#### 2.4 プロペラの作動特性及び誘導速度の計算

プロペラ誘導速度の計算の精度を知るために一様流中において計算結果と実験結果を比較した。

まずFig.23にプロペラ単独性能を示す。計算は山崎<sup>13)</sup>による無限翼数近似を用いて行った。なお有効ピッチ比 $P_e$ と断面抵抗係数 $C_{pd}$ は次の様に決めた

$$P_e = 0.800 \quad C_{pd} = 0.01 \quad (\text{プロペラ no.32})$$

$$P_e = 0.99 \quad C_{pd} = 0.013 \quad (\text{プロペラ no.33})$$

計算結果は実験結果にかなりよく一致している。

Fig.24にプロペラno.32についての誘導速度の計算値と実験値を比較して示した。計測場所は少ないが、計測結果はプロペラに近い $x = -65\text{mm}$ の場所(すは、プロペラ単独

であるのでプロペラ面を原点、後方を正とする。すなわちプロペラ面より65mm前方で、単独試験用ボスの先端より7mm前方)の中心線付近のデータを除けば実験結果とよく一致している。  $x = -65\text{mm}$ で実験値が中心付近で小さくなっているのは、ボスの影響であると考えられる。境界層計算の際には物体の一部と考えて考慮しているのでこの程度一致しておれば問題ないと思われる。

## 2.5 第2章の結論

本章では曲率の影響を含んだ運動量積分式を導き、回転体及び深喫水ウィグレー船型に対して予備的計算を行った。その結果次のような結論が得られた。

- (1) 境界層全体における運動量の釣合い関係が、境界層方程式のそれと同じ形になる表面曲率の影響を含む運動量積分式を導いた。
- (2) 回転体については境界層厚さと半径の比が大きいことさえ考慮すれば積分型解法でも十分利用しうることがわかった。また、これを上流方向へも下流方向へも解くことが可能である。
- (3) 深喫水ウィグレー船型については、運動量積分式の積分領域だけに表面曲率の影響を考慮しても考慮しなくても同じ結果が得られることを示した。また回転体の場合と同様上流方向へも下流方向へも解くことが可能である。

### 第3章 フロペラの作動による境界層の変形

前章で述べた様に、本論で用いる近似の程度では境界層方程式は上流側へも下流側へも解くことができる。従って、計測したフロペラがないときの速度分布（公称流速の分布）から求めた積分パラメータ  $H_n, \theta_n$ （ $n$ はフロペラなしを示す）を初期値として上流方向へ流線追跡と境界層計算（回転体の場合は流線追跡不要）を行い、フロペラの影響がないと思われる上流での  $H, \theta$  を求め、次にその値を初期値としてフロペラ誘導速度の影響を加えた流線追跡、境界層計算を下流方向へ行い、フロペラ作動時の積分パラメータ  $H_p, \theta_p$  を求める方法を試みた。これは用いている境界層の解法の近似の下で公称流速分布が実験等によるものと計算によるものとで同じになる仮想の流場を考え、その流場のフロペラによる変形を考えていることになる。

フロペラ面ではフロペラ作動時の流場を計測することは不可能であり、有効流速分布（フロペラ作動時の流場から誘導速度を差し引いたものでフロペラ計算の入力として用いるべき流速分布；第4章で詳しく述べる）は仮想の流れで直接実験値と比較できないため、本章ではフロペラなし、フロペラ作動時とも流速分布の計測されているフロペラ前方について計算を行い実験結果と比較した。なおフロペラ作動時の外端流速  $U_e$  については、本論で用いている様な物体形状では物体を表す吹き出し分布に対するフロペラの影

響は小さいことから、前章で述べた等価物体周りの流速に、その位置における誘導速度を線型的に足し合わせたものを外部流の流速として流線追跡を行い求めた。しかしこれは境界層計算においてだけで他の計算に関しては誘導速度の分布を考慮している。なお計測を行うことができた断面より前方では公称流速分布を入力とした場合と一様流を入力した場合とで誘導速度分布の形状は大きくは変わらなかった。従って実験値と比較するため本章では推力一致法によって得られた一様流を入力としてプロペラ誘導速度は計算した。また計測結果も Fig. 12, Fig. 13 に示すようにほぼ左右対称であるから、平板、ウィグレー船型の場合について左舷側のみ示す。

また境界層方程式に (2-40) 式、(2-41) 式を用いる場合、両式をさらに簡略化すれば簡単に解析的に解くことができ簡単にプロペラ付の場合の積分パラメータを推定できる形となったので、その方法によっても推定した。

### 3.1 簡略化した境界層特性推定法

Huang ら<sup>23)</sup> は船尾の後端に近い部分についても非粘性(渦度は存在する)として取り扱って実験結果とよい一致をみている。さらに、積分型解法を用いる場合後端付近では他の項(流線の拡大、縮小や圧力勾配)に比較して粘性項の影響は小さい。<sup>16)</sup> これらのことを考慮して微小流れの近似を施した境界層方程式 (2-40) 式、(2-41) 式において表面摩擦

応力の項とエンタレイメント率  $C_E$  を 0 とした。これは運動量積分式については Euler の方程式を厚み方向に積分したものを示し、補助方程式については渦度を含む部分の流量が変化しないことを表している。この近似を施すと (2-40) 式、(2-41) 式は次の様になる。

$$\frac{d\theta}{dx} + (H+2) \frac{\theta}{U_e} \frac{dU_e}{dx} + \frac{\theta}{h_2} \frac{dh_2}{dx} = 0 \quad (3-1)$$

$$\theta \frac{dH^*}{dx} = H^*(H+1) \frac{\theta}{U_e} \frac{dU_e}{dx} \quad (3-2)$$

$h_2$  は前章での  $H_2$  を表わす。層内で  $h_2$  の変化は無視できることと形状係数  $H$  と区別しやすくするため  $h_2$  の表示を用いた。これは等価物体上の流線の間隔から求める。また、(3-2) 式の  $H^*$  には (2-28) 式ではなく (2-27) 式において、境界層内速度分布が指数則で表されるとして求めた

$$H^* = \frac{2H}{H-1} \quad (3-3)$$

式を用いるとすれば (3-2) 式は

$$\frac{1}{(H-1)(H+1)H} \frac{dH}{dx} = - \frac{1}{U_e} \frac{dU_e}{dx} \quad (3-4)$$

となり、解析的に解け、フロペラの影響のない所 (3 直径程度前方) を始点と考え  $s$  を付けて示すと

$$\frac{(H-1)(H+1)H_s^2}{(H_s-1)(H_s+1)H^2} = \left( \frac{U_{es}}{U_e} \right)^2 \quad (3-5)$$

が求まる。また(3-4)式を(3-1)式に代入すれば Squire-Young<sup>(7)</sup>が抵抗公式を導いたのと同様に解け

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \left(\frac{H-1}{H_s-1}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{H+1}{H_s+1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{H_s}{H}\right)^2 \left(\frac{h_{zs}}{h_z}\right) \quad (3-6)$$

となるが、本論では簡単のため  $H+2$  がそれほど大きく変化しないことを用い、かつ本方法を深喫水ウィグレー船型だけに用いることを前提とし  $H+2$  を深喫水ウィグレー船型の後端付近の平均値 3.6 と近似すれば、 $H$  に関係しない次式

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \left(\frac{U_{es}}{U_e}\right)^{3.6} \left(\frac{h_{zs}}{h_z}\right) \quad (3-7)$$

が得られる。(3-5)式、(3-7)式においてプロペラがない場合も付けた場合も、始点における  $H, \theta$  が等しいとすれば、ある断面におけるプロペラ付 ( $p$  を付けて示す。) の状態における値は、プロペラなし ( $n$  を付けて示す。) の状態の値と、その断面における始点の等しい流線上での  $U_e$  と  $h_z$  がわかれば次式から求められる。

$$\frac{(H_p-1)(H_p+1)H_n^2}{(H_n-1)(H_n+1)H_p^2} = \left(\frac{U_{en}}{U_{ep}}\right)^2 \quad (3-8)$$

$$\frac{\theta_p}{\theta_n} = \left(\frac{U_{en}}{U_{ep}}\right)^{3.6} \left(\frac{h_{zn}}{h_{zp}}\right) \quad (3-9)$$

この2式によると  $H_n$  が大きいほど  $H$  の差が大きく、 $H$  が 1 に近づくと変化しにくいことを示し、 $\theta_n$  が大きいほど  $\theta$  の差



が大きいことがわかる。これから実験値と  $H_n, \theta_n$  がかなりかけ  
 離れた境界層計算を行った場合その差の解釈には注意を  
 要することになると思われる。ただし、境界層方程式を用  
 いる場合も簡略化した場合においても同一の始点から出発  
 する流線を考えているため、下流断面ではプロペラ誘導速  
 度の影響で流線はプロペラなしの場合とは異なる場所を通  
 ることになり、異なる場所での  $H, \theta$  が求まることに注意を  
 要する。これはポテンシャル的に渦度が運ばれることを意  
 味しており、また、(3-7)式  $\left(\frac{U_{es}}{U_e}\right)^{3.6}$  は外部流れの変化により  
 渦の内部の流場が変化することを、 $\left(\frac{h_{2s}}{h_2}\right)$  は渦度が伸ばされ  
 たり縮められたりすることを意味している。

### 3.2 境界層速度分布復元法

プロペラ作動時の場合に求めた  $H_p, \theta_p$  により速度分布  
 へ復元する際、本論で用いた方法を説明する。Fig.25 に説  
 明図を示す。記号を列挙しておく

$\delta_e^*$  : 第2章で述べた等価物体の厚さ

$\delta$  : 境界層厚さ

$U$  : 境界層外端におけるポテンシャル流速

$U_e$  : 境界層計算に用いた仮想の外端流速

$r$  : 物体表面あるいは中心面からの距離

$\delta, U, U_e$  に  $p$  を付けたものはプロペラ作動時を示す。

$U_p$  : プロペラ作動時流速

$u_i$  : プロペラ誘導速度

$U_n$  : 公称流速

$U_e$  : 有効流速 ( $U_e = U_p - U_i$ , 詳しくは第4章で述べる)

$U_{pot}$  : 物体周りのポテンシャル流速

$U_p, U_i, U_n, U_e, U_{pot}$  は各断面、各流線位置においてこの関数である。

境界層計算の際に用いた外端流速は  $y = \delta_e^*$  の点における値であり、図中の  $\bullet$  で示してあるが、境界層計算はその流速を用いて速度分布形状を決めるもので、その境界層内速度分布が外部ポテンシャル流とつながるのは外端  $\delta$  においてである。今回は実験値の公称流速分布をもとにした計算であり、境界層を考慮した等価物体周りの流れに対するフロペラの影響は小さいと考えているので、実験で得られた公称流速分布から  $U_{pot}$  を推定した。その方法としては、Fig. 5 ~ Fig. 8, Fig. 11 ~ Fig. 13 など指数則とみなしうる部分がわかれば、その外部を直線的に内部に延長した。

(この分布は Hess-Smith 法によるポテンシャル流速分布の計算線結果とほぼ一致していた。) 以下速度分布を求める手順を示す。

- (1) 指数則に従うとして、 $H_p, \theta_p$  から  $\delta_p$  を求める。
- (2)  $y = \delta_p$  におけるポテンシャル流速  $U_{pot}(\delta_p)$  と誘導速度  $U_i(\delta_p)$  を求める。
- (3) 境界層内速度とつながる外端流速  $U_p$  を  $U_p = U_{pot}(\delta_p) + U_i(\delta_p)$  とする。

(4)  $\delta_p, U_p, H_p$  から (2-29) 式を用い指数則分布を求める。

(5)  $H_p, \theta_p, U_p$  から  $U_p^*$  を求める。

(6) 物体が存在しない場合は  $U_p^*$  から中心線上の速度  $U_p$  ( $y=0$ ) を求め  $0 \sim 0.15\delta$  において (4) で得られた曲線とここで求めた  $U_p(y=0)$  を接続して  $U_p$  の分布を求める。

(1.4 (3) 参照)

物体 (ホスも含む) が存在する場合は  $U_p^*$  を求め内部を  $< 0.2\delta$  の 2 点程度の点で Fig.14 中に示す対数型速度分布の式で修正し、物体表面まで延長した。  
(有効流速を考える際、誘導速度に物体の影響を考慮していないため、非常に薄い粘性底層を無視した。)

(7)  $U_e = U_p - U_i$  により  $U_p$  の分布から分布を持った誘導速度を引き算した有効流速分布を求めた。

### 3.3 回転体についての数値計算結果と実験結果の比較、検討

回転体についてはプロペラ有無両状態とも速度分布計測が行われている  $x = 1.620\text{m}$  (プロペラ前方 40mm) のところで計算した。

まず Fig.26 に  $x = 1.620\text{m}$  における公称流速分布から求めた積分パラメータ  $H, \theta$  を初期値とし上流側へ境界層計算をし、その結果をもとにプロペラ作動時の流場を推定した結果を示す。Fig.18 に示す結果と同様に後端付近で量的に若干差があるが、全体的に流場の性質及びプロペラの作動

による流場の変化の様子はよく表していると思われる。

Fig.27 にプロペラの作動による  $H, \theta$  の変化分を示す。Fig.26 で実験値と差のみられた後端付近においても変化分に関してはかなりよく実験値と一致していることがわかる。

Fig.28 に Fig.26 に示した計算結果 ( $x=1.620\text{m}$  までもどった値) を速度分布に復元したものを示す。一点鎖線で示した全流速は全領域に指数則をあてはめたもので、実線は内部領域において対数則により、修正したものである。この実線は境界層外での誘導速度の減少の様子も含めて実験結果とよく一致している。なお計算結果の速度分布が外端において角をもつのは指数則を仮定しているためである。ただし点線は第4章で述べる全流速から誘導速度を引き算した有効流速である。

### 3.4 平板についての数値計算結果と実験結果の比較、検討

平板については、まず初期値として  $H=1.3$ ,  $\theta=3.29\text{mm}$  (Soenherr の摩擦抵抗公式から推定した値) を用いて計算した。平板であるからプロペラのない場合の外端流速  $U_0$  をすべての場所で曳航速度  $1.0\text{ m/sec}$  とすることができるとし、それを用いて計算した。その結果を Fig.29, Fig.30 に示す。Fig.29 は  $x=0\text{mm}$  での  $x$  方向の分布の形で積分特性の計算結果を実験結果と比較して示しており、Fig.30 は  $x=2.986\text{m}$  の断面における  $x$  方向の分布を示す。計算結果はプロペラ

の作動により  $H, \theta$  とともに減少する傾向は示しているが、実験結果が  $x=2.75\text{m}$  から後端までのテーバーの影響や単独試験用ボスの影響を受けているため、定量的には計算結果は実験結果を説明できていない。また Fig.31 の  $x=2.986\text{m}$  における結果からみると、プロペラのない場合の計算結果が実験結果に比べて大きい場合は、計算値同志の差は実験値同志の差に比べて大きく、小さい場合は差は小さくなっている。これは 3.2 で述べた  $\theta$  が小さいほど変化しにくく、 $H$  については 1 に近づくほど変化しにくいという傾向があらわれている。

次にプロペラ面における実験値をもとに排除厚さを付加した等価物体まわりの流速を用いて流線追跡を行い、境界層計算を行った結果を Fig.31, Fig.32 に示す。Fig.31 は Fig.29 と、Fig.32 は Fig.30 と同様の表し方である。Fig.31 からプロペラ付き、プロペラなし両状態とも流れ方向の変化の様子をよくあらわしていることがわかる。また  $\theta$  については定量的にもほぼ実験結果と一致している。Fig.32 においても  $\theta$  はボスによる流線の広がりや影響をよく表しており、全体によく一致している。 $H$  については圧力勾配が正確には推定されていないようであり、定量的には一致しない。

Fig.33 に、プロペラのないときの実験値を初期値として上流へ計算し、その結果を初期値にしてプロペラの影響を加味した境界層計算を行うという本論の推定法による結果を

示す。一点鎖線で示す公称流速の実験結果をなめらかに結んだ曲線上の値からプロペラなしの場合の外部流の流速として等価物体まわりの流速を用いてプロペラ作動時の積分特性を推定した結果を実線で、外部流の流速は一定値  $1\text{m/sec}$  として推定したものを破線で示す。どちらの結果も実験結果をよくあらわしている。従って Fig. 29, Fig. 31 に示す程度に、実験結果と大きくかけ離れない結果を与える外部流の流速を用いれば、本論の方法はプロペラの作動による境界層の変形を推定できることがわかる。

### 3.5 深喫水ウィグラー船型についての数値計算結果と実験結果の比較・検討

深喫水ウィグラー船型に対しては 3.2 に示した簡略化した方法によっても推定を行った。Fig. 34 に流線追跡結果を示す。実線がプロペラのないとき、破線がプロペラ作動時のものである。プロペラの作動により流線がプロペラ軸心の方へ曲げられているのがわかる。この図で A 点の  $H_n, \theta_n$  から B 点の  $H_p, \theta_p$  が求められることになる。

境界層計算の結果は最もプロペラに近い計測の行われている断面  $x=2.015\text{m}$  におけるもののみ示す。Fig. 35 に、(2-40) 式および (2-41) 式を用いてプロペラなしの場合のこの断面での値を初期値とし上流側へ境界層計算を行い、再び下流側へ解くことにより推定する方法と、3.2 で示した簡略化した方法により推定する方法による積分パラメータ  $H, \theta$  の推定

結果を示す。○印がプロペラのないときの実験値、□印がプロペラの作動しているときの実験値である。○印をなめらかに結んだ一点鎖線から境界層方程式を用いて推定した結果を破線で、簡略化した方法によるものを実線で示してある。簡略化した方法の方が若干差が大きめであるが、両方法ともプロペラの作動による積分パラメータ  $H, \theta$  の変化をほぼ推定できているようである。またこの図で  $H, \theta$  とも  $z=0\text{mm}$  において小さくなっているのはボスの影響である。

Fig. 36に Fig. 35で示した推定結果の  $H, \theta$  から速度分布に復元したものを示す。(ただし復元の際には実験結果との比較のため、実験値の存在する  $z$  の位置の  $H, \theta$  を Fig. 35に示す結果から補間により求めた。) (a) 図が簡略化した方法を用いて推定したもの、(b) 図が境界層計算を行って推定した結果である。○印がプロペラがないときの実験値、一点鎖線はそれを指数則として復元したもので、□印がプロペラ作動時の実験値、実線が推定したプロペラ作動時の流速分布を示す。実線の結果は実験結果によく一致している。また破線で示したものが全流速から誘導速度をさし引いた有効流速である。Fig. 36の結果から2つの方法とも同じ程度に推定できているので、以下深喫水ウィグラー船型の結果については簡略化した方法によるもののみを示す。Fig. 37に、プロペラ上部の境界層の厚い所 ( $z=-50\text{mm}$ ) とプロペラ下部の境界層の薄い所 ( $z=40\text{mm}$ ) における結果を Fig. 36と同様

の表し方で示す。どちらの結果も実線は実験結果とよく一致していることがわかる。従って、簡略化した推定法はプロペラの作動による流速分布の変形を推定するには有効であると思われる。

### 3.6 第3章の結論

本章では境界層の積分型解法により、プロペラのない場合の流速分布からプロペラ作動時の流速分布を推定し、その結果と実験結果を比較した。その結果次の結論が得られた。

(1) プロペラなしの実験値から上流側へ境界層計算を行い、プロペラ誘導速度の影響を加味して再び下流側へ計算しプロペラ作動時の流場を推定する方法は、物体形状に適した境界層方程式を用いれば有効である。

(2) 境界層厚さが物体表面の曲率半径に比べて小さい物体に対する境界層方程式において、粘性の影響による項を無視すれば、解析的に解きうることを示した。またこの解を用いれば、プロペラなしの場合の境界層の積分パラメータから簡単にプロペラ作動時の値を推定できる。

(3) (2)の簡略化した方法による推定結果の実験結果との一致は良好であり、この方法はプロペラの作動による境界層の変形を推定するには有効である。



## 第4章 プロペラへ流入する有効流速

前章での結果からプロペラ作動による境界層の変形をある程度推定できることがわかった。本章ではプロペラ面公称流速分布から有効流速分布の推定を回転体と深喫水ウィグレー船型に対して行った。(平板については深喫水ウィグレー船型と同様であるので行っていない。) この時第一段階として公称流速分布を入力としてプロペラ計算を行うので繰り返し計算を必要とする。この手法については4.2に示す。なお前章の結果から深喫水ウィグレー船型に対しては簡略化した方法によるもののみを示した。

### 4.1 有効流速の定義

本論で述べる有効流速は永松-徳永<sup>4)</sup>などと同様であるが、ここで意味を明らかにするため2次元の簡単な流場について説明する。プロペラは2次元の作動面と後流渦で表すが、プロペラ計算はプロペラ面に流入してくる流れが与えられ、誘導速度との和によりプロペラ面での境界条件が合うように循環分布が決められるものとする。この時自由渦のピッチなどは繰り返しなどにより決められるものとする。

流場としてFig. 38(a)図に示す様な流場を考える(公称流速)。渦はこの流れ場で単位長さあたりの循環強さをもつ離散化した渦で示している。この流場を入力として直接プロペラ計算を行えば(a)図の様になり、境界条件は合っている

ように考えられるが、プロペラ誘導速度を含んだ流速で伴流中の渦が流れるべきであるのにその影響が考慮されていない。従って実際のプロペラ作動時の流場は(b)図のようになっている。このときプロペラの自由渦による誘導速度を含めたプロペラ作動時の流場 $U_p$ で境界条件が合っている。また伴流中の渦の流され方もプロペラ自由渦の流され方も $U_p$ によって決まる量である。本論ではこの図を(c)図のように分け、変形された伴流中の渦による速度場(一樣流も含めて)を有効流速 $U_e$ とする。従ってプロペラ面の有効流速を入力としてプロペラ計算を行い、それで求まる循環分布から得られる誘導速度を有効流速に加えれば、(b)図のプロペラ作動時の流場が得られる。このように本論ではプロペラの位置だけでなくすべての場所について有効流速を定義することにする。しかし(c)図の有効流速場を支配する渦の流され方は(b)図の全速度 $U_p$ によって決まるから直接求めることはできない。従って最初は公称流速を入力とした誘導速度を加えたもので渦を変形させ(c)図の上の図に近いものを求め、再びそれを入力としてプロペラ計算から同じ操作を繰り返して(b)図の流れが得られるまで行う必要がある。

しかし現在のところプロペラ後流まで正確に計算できるプロペラ計算の方法はほとんどなく、前方の誘導速度及び推力などについて考えるだけであればプロペラ面での入力がわかれば十分であるので、有効流速についてはプロペラ面

より前方についてのみ取り扱った。また3次元流場の場合渦がFig. 38でいえば紙面に垂直方向にも運ばれたり、紙面に対して傾いたりする。さらに渦が軸方向に伸ばされたり縮められたりする効果が軸対称な場合と異なり場所によって違うということもあり、誘導速度の影響を加えて直接(c)図の上の図に対応するものを求めるのは困難である。また物体の影響も存在するため、本論では境界層の積分型解法を用い誘導速度の影響を加味して(b)図を求め、それから誘導速度を差し引いて有効流速を求め、それを入力としてプロペラ計算を行い、再び境界層計算を行って(b)図を求めるという繰り返しによって、プロペラ作動時の流場と有効流速を求めるという方法をとった。

#### 4.2 有効流速推定法

回転体については(2-21)式、(2-24)式、深喫水ウィグレ-船型については(2-40)式、(2-41)式を用いる境界層計算法により、プロペラのない状態の公称流速分布から、プロペラ作動時の流場及び有効流速分布を推定する手順を以下に示す。なお回転体については(3)(6)における流線追跡は不要であり、(4)の $\Gamma$ 、(5),(7),(8)の $u_i, u_p, u_e$ は $r$ の関数である。

- (1) プロペラ面における公称流速分布から、積分特性 $H_n, \theta_n$ を求める
- (2) 等価物体周りの流れを計算する。
- (3) (1)の結果を初期値とし(2)の流速分布を用いて下流から

上流へ向って流線追跡，境界層計算をプロペラの影響がないと考えられる位置（3直径程度前方）まで行う。その位置での $H, \theta$ を $H_0, \theta_0$ とし、次段階では $H_0, \theta_0$ を初期値としてプロペラ作動による流場の変形を考える。

(4) 公称流速分布を入力としてプロペラ計算を行い、推力、循環分布 $\Gamma(r, \varphi)$ を計算する

(5) 等価物体表面上の誘導速度及びプロペラ面誘導速度分布 $u_i(y, z)$ を計算する。

(6)  $H_0, \theta_0$ を初期値とし、(2)の流速分布と(5)で求めた等価物体周りの誘導速度を足し合わせたものを用いて下流方向へ流線追跡，境界層計算をプロペラ面まで行い、プロペラ面での $H, \theta$ を $H_p, \theta_p$ とする。この $H_p, \theta_p$ は(1)でプロペラ面より出発した点のものではなく上流での始点の等しい流線の位置のものである。

(7)  $H_p, \theta_p$ から3.2で述べた方法によりプロペラ面のプロペラ作動時流速分布 $u_p(y, z)$ に復元する。

(8) 有効流速分布 $u_e(y, z)$ を $u_e(y, z) = u_p(y, z) - u_i(y, z)$ により計算する。

(9) (4)にもどる。このとき公称流速の代りに(8)で計算した有効流速を用い、推力、 $\Gamma(r, \varphi)$ を計算する。

この(4)～(9)の繰り返しを $\Gamma(r, \varphi)$ が収束するまで行う。この繰り返しは収束が速く2～3回で十分であった。

なお3.1で示した簡略化した方法を用いる場合は(3), (6)に

おける境界層計算を省略し、プロペラ面での  $U_{en}, U_{ep}, h_z, h_{zp}$  から  $H_p, O_p$  を計算できる。またこの計算ではさらに簡略化し、実験値の外端流速程度の一様流中で流線の移動量及び  $h_z$  の比を求めても大きな違いはないと思われるので、公称流速分布だけを用いても推定できる。しかし本論ではこの結果は示していない。

なお実際の計算において、プロペラ面ごく近傍では誘導速度が境界層の厚さ方向に大きく変化する様になり、積分型解法を考えるのは少々無理があるように思われたこと、rakeのあるプロペラをプロペラ面で代表させていることなどを考慮して、プロペラ面より若干前方の断面でプロペラ面公称流速を初期値とした計算を行い、そこにおける  $H, \theta$ , 誘導速度をプロペラ面における値として使用した。

#### 4.3 回転体の有効流速

まず、前章での結果でプロペラ作動時の流場について実験結果と計算結果がよく一致していた  $x=1.620\text{m}$  の断面の有効流速分布についてみると、Fig.28 に示されているように有効流速の分布は公称流速の分布を全体に内側に縮めたような形となっているのがわかる。また内側の方ほど差が大きくなっている。

次に、4.2 で述べた方法によつてプロペラ面公称流速分布から有効流速分布の計算を行った結果を示す。この場合前項で述べた理由からプロペラ面より  $20\text{mm}$  前方の断面 ( $x =$

1.640m)で計算を行った。なお繰り返しは3回で十分であった。得られた有効流速分布の計算結果を公称流速の実験結果と比較して Fig.39 に示す。  $x=1.620\text{m}$  の断面と同様、前者は後者を内側に縮めたような形をしており、速度勾配が大きいため永松-徳永の結果ほど顕著にはみえないが、指数則を用いているために角が付く付近を除いてみれば中心に近いほど公称流速と有効流速の差は大きい。

次に有効流速分布をアロペラ円内で流量平均したものと、推力一致法によって求めた平均流速を横軸に推力をとり比較したものを Fig.40 に示す。どちらも右上がりの同様の傾向を示すが、計算結果を流量平均したものの方が推力一致法によるものより 0.05 ほど高めである。これは本論文で使用了回転体は Fig.1 に示すようにストラットがかなり後端に近いところにあり、ストラット後方では実際は伴流が大きくなっていると考えられるのに対して、計算値はストラットの無い左舷側のデータをもとにしてそれが回転対称であるとして計算した結果であり、この差異が図中に現れたものと解釈される。従って実験の方が完全に軸対称であればこれらの値はもと近づくとと思われる。従って Fig.40 の傾向から有効流速をある程度推定できていると思われる。しかし有効流速は分布を持っており、その中でアロペラが作動している場合は一様流中で作動している場合と循環分布なども異なるため、推力一致法によって得られた平均流入速度と

有効流速分布の流量平均値は必しも一致する必要はない。

次に公称流速分布、有効流速分布、一様流（推力一致法による流速）を入力として計算した循環分布を Fig. 41 に示す。公称流速を入力した場合より有効流速を入力とした方が少し小さくなる。この差は推力にして約8%の減少になる。また両者ともよく似た形であるが、後者の方がわずかに最大値が外側にくる様である。

#### 4.4 深喫水ウィグレー船型の有効流速

本項でも 4.3 と同様まず 3.5 で述べた  $x = 2.015\text{m}$  の断面における結果について述べる。Fig. 36, Fig. 37 から有効流速は公称流速が全体に内側に縮められた様になり、その差は上部の境界層の厚い所の方が大きいことがわかる。しかし同じ座標での速度の違いでみると、プロペラ下部の境界層の薄い場所の  $z = 40\text{mm}$  の方でも大きい。またこの差は内側ほど大きく特に  $z = 40\text{mm}$  では顕著である。Fig. 42 に公称流速分布と有効流速分布を示す。実線が公称流速で破線が有効流速を示す。境界層内部の有効流速の等速度線は全体に公称流速のものより内側へより加速されていることがわかる。Fig. 43 に  $r/R = 0.8$  における円周方向の有効流速と公称流速の分布を示す。この図から境界層外と思われる  $\varphi = 120^\circ$  くらいの所では有効流速と公称流速の差はなく、一方プロペラ上部及び下部で境界層の内側の流速の小さい所では差が大きく、全体に一様化されていることがわかる。ま

た参考として一点鎖線で

$$U_e = \frac{1 - W_e}{1 - W_N} U_n \quad (4-1)$$

ただし  
 $W_N$  : プロペラ面公称伴流のプロペラ円内流量  
平均値  
 $W_e$  : 推力一致法により得られた有効伴流係数

から求めた  $U_e$  の分布を示している。これは今回計算した結果とは全く逆の傾向を示しており、破線に近い結果を得るには Dyne がその論文<sup>5)</sup>の中で円周方向平均した V 型船尾の伴流を取り扱った部分で述べているように次式

$$1 - U_e = \frac{W_e}{W_N} (1 - U_n) \quad (4-2)$$

から求める方がよいようである。

次にプロペラ面の流場計測結果をもとに 4.2 で述べた手順により推定した結果について述べる。この計算は 4.2 で述べた理由からプロペラ面より 25mm 前方の断面で行い、繰り返しは 2 回で十分であった。また計算を行った断面では公称流速分布を入力した誘導速度の計算で左右の非対称性はほとんどなかった(上下については  $Z = 40\text{mm}$  と  $Z = -40\text{mm}$  で  $0.15\text{ m/sec}$  程度の誘導速度に対して  $0.02\text{ m/sec}$  程度の非対称が存在した)ので左舷側のみ計算した。なおプロペラ計算は流速分布を各半径位置の同心円上でフーリエ級数 5 項(足



数項 $\sim \cos 4\psi$ )まで展開して入力した。

Fig.44にフロペラ面で計測された速度分布から求めた $H$ ,  $\theta$ の分布を示す。計算はこれを初期値として行った。得られた有効流速の計算結果を公称流速の実験結果と比較してFig.45に示す。前者は $x=2.015\text{m}$ の断面と同様、全体に内側へ縮めた様な形をしている。回転数が上がるにつれて少しずつ内側へ寄り加速されている。Fig.46に公称流速分布と有効流速分布から求めた円周方向平均値の半径方向の分布を示す。(ただし伴流分布の形で示している。)この結果は本論の回転体の場合及び永松-徳永<sup>4)</sup>などの軸対称な伴流についての結果とよく似ており、内側ほど両者の差は大きい。Fig.47に公称流速分布と推定した有効流速分布を三つの半径位置において円周方向の分布の形で比較したもの示す。前者から後者への変形(二つの流速の差)は同じ半径位置でも一様ではなく、境界層の内側となる部分ほど大きいことがわかる。従って、有効流速分布は公称流速分布に比べて流速が大きくなるだけでなく円周方向にも一様化されていることがわかる。この分布の平均値としてFig.46の差が生じている。また流速の値が同じであっても境界層が薄く速度勾配の大きい $180^\circ$ 付近の方が $\psi=0^\circ$ 付近より差が大きい。

次に、公称流速分布及び有効流速分布をフロペラ円内で流量平均したものを、推力一致法で求めた平均流入速度と

比較したもの、さらに公称流速分布及び有効流速分布を入力として計算した推力と、推力一致法によって求めた平均流入速度の一樣流  $(1-we)U$  を入力として計算した推力及び実験値と比較したものを Table 9 に示す。 $(1-we)U$  を入力とした推力と実験値との差異はプロペラ計算の精度上の問題と考えられるので、 $(1-we)U$  を入力して計算した推力はいわば半実験値とみなしうる。そのように考えると、有効流速分布を入力とした計算値は、公称流速を入力した推力が半実験値に比べ高めの値を与えるのに対し、かなりよく一致していることがわかる。従って本論で用いた方法によれば、プロペラ面の公称流速分布とプロペラが作動しているときの回転数がわかれば、回転数によって変化する伴流場に対応する推力を計算することができると考えられる。次にプロペラ円内の流量平均値についてみると、有効流速の平均値は公称流速の平均値より推力一致法で求められた平均流入速度に近づいており、変化の傾向は同じであるが若干小さめの値となっている。しかし有効流速は分布を持っており循環分布なども異なるためこの平均値と推力一致法による結果が厳密に一致する必要はないと考えられるので、有効流速は直接実験的と比較することはできないが、先に述べた推力の計算結果から、今回の計算法によりある程度有効流速分布を推定することができると考えられる。

次に公称流速分布、有効流速分布、一樣流(推力一致法

による流速)を入力として計算した循環分布を Fig.48, Fig.49に示す。Fig.48は平均値の半径方向の分布で、公称流速、有効流速を入力とした場合は一様流を入力とした場合より最大値が内側の方へずれ回転体の場合と同様の結果となっている。有効流速を入力した方が公称流速を入力とした場合より循環は小さくなり、この差が Table 3に示す推力の差の大部分である。Fig.49は二つの半径位置における円周方向の分布である。横線はFig.48の平均値を示している。Fig.47に示した流速分布の平均化に伴い、循環分布についても平均化されている。また平均値からのずれの減少は平均値の減少よりも大きいようである。

#### 4.5 第4章の結論

本章では、プロペラ面において計測した公称流速分布から、プロペラ計算の入力として用いるべき有効流速分布を推定した。その結果次の結論が得られた。

- (1) 2次流れが大きくない境界層に対しては、プロペラ面公称流速分布が既知とすると有効流速分布を計算することが可能である。
- (2) 深喫水ウィグレー船型について、推定した有効流速分布を入力として計算した推力と、実験から得られた推力との一致は良好であった。従ってプロペラ面公称流速分布と回転数が既知とすると、推力の大きさにより変化する有効流速中でのプロペラ計算が可能である。

(3) プロペラ円内での有効流速の平均値の推力に対する変化は、推力一致法により求められる有効流入速度のそれと同様の傾向を示す。

(4) 深喫水ウィグレー船型のような船型の伴流では、有効流速分布は公称流速分布を半径方向だけでなく円周方向にも一様化した分布となる。

## 結 言

プロペラに流入する有効流速を推定することは、その分布の妥当性如何によつて、プロペラキャビテーションの推定および船尾変動水圧の予測の精度を左右すると考えられ重要な問題である。この問題を取り上げた研究は数多く行われ成果を上げてゐるが、そのほとんどは縮流に伴う伴流中の渦の変形を考慮した軸対称伴流に対するものである。

本論文では、単純な模型まわりの境界層がプロペラの作動によりどのように変形されるかを実験的および理論的に調査、検討し、大規模な剥離が存在せず、二次流れが小さい船型に対して、境界層の積分型解法を用いることにより、プロペラ面全体で公称流速分布から有効流速分布を推定することを試みた。結果の要約を以下に示す。

まず実験的には、プロペラの作動による流速分布の変形は、境界層速度分布の積分特性の変化で表わしうることが明らかになった。

その結果をもとに、微小二次流れ近似を施した境界層の積分型解法を用い、プロペラ面公称流速分布を初期値とし、まず上流へ境界層計算を行い、次にその結果を初期値としてプロペラ誘導速度の影響を考慮した境界層計算を下流側へ行いプロペラ作動時の流速分布を推定する方法を提案、検討した。その結果の実験結果との一致度は良好であった。またこの方法を境界層方程式に含まれる粘性の影響する項

を無視することにより簡略化した方法も提案し、その有効性を検討した。この方法による推定結果も実験結果をよく表し、これらの両方法が有効であることを確認した。

次に、上で述べた方法を用いプロペラ面の有効流速分布を推定した。その結果、有効流速分布は公称流速分布が増速された分布となり、両者の流速の差は公称流速が小さいところほど大きい。従って前者は後者を一様化した分布となることがわかった。また有効流速分布のプロペラ円内の流量平均値の推力に対する変化は、推力一致法によって得られる平均流入速度の推力に対する変化と同様の傾向を示した。さらに有効流速分布を入力として計算された推力は、実験から得られた推力とよく一致した。この時循環分布は、公称流速分布を入力とした場合と比較して、流速の増加により円周方向平均値が減少するだけでなく、流速分布の一様化により円周方向の分布の平均値からのずれが小さくなることが明らかになった。

## 謝 辞

プロペラの作動による船体まわりの境界層の変形に関する研究を終えるにあたり、終始熱心な御指導を賜った大阪大学田中一郎教授に深く感謝いたします。

多くの御援助、貴重な御助言をいただいた大阪大学鈴木敏夫助教授、松村清重助手に厚く御礼申し上げます。また実験その他で多くの御援助をいただいた大阪大学大西啓二技官、清水保弘技官ならびに元技官舟木義明氏に感謝いたします。さらに、共にこの研究に取り組まれた岩崎義彦氏、杉岡寛氏、森英男氏に感謝いたします。最後に本論文作成に対して御援助いただいた岡島良一氏、沖俊英氏はじめ田中研究室の学生一同ならびに大阪大学工学部造船学科の水槽関係者の皆様に感謝いたします。

なお本研究における数値計算には、大阪大学大型計算機センター-Acos-1000を使用したことを付記します。

### 参考文献

- 1) 中武一明, "自航推進性能の計算法", 船型設計のための抵抗 推進理論シンポジウム, 日本造船学会 (昭和54年7月)
- 2) T.T. Huang, H.T. Wang, N. Santelli and N.C. Groves, "Propeller/Stern Boundary Layer Interaction on Axisymmetric Bodies : Theory and Experiment", DTNSRDC Report 76-0113 (1976)
- 3) T.T. Huang and N.C. Groves, "Effective Wake : Theory and Experiment", 13th O.N.R. (1980)
- 4) T. Nagamatsu and K. Tokunaga, "Prediction of Effective Wake Distribution for Body of Revolution", 日本造船学会論文集, 第143号 (昭和53年6月)
- 5) G. Dyne, "A Design Method for Wake Vorticity Adopted Propellers in a Frictional Wake", Publ. No. 91 of the Swedish State Shipbuilding Experimental Tank (1981)
- 6) G. Dyne, "On Optimal Wake Vorticity Adopted Propellers", The 2nd International Symposium on Practical Design in Shipbuilding (1983)
- 7) 鳥井幸典, "縦渦を含む伴流とプロペラの干渉に関する研究", 大阪大学造船学科修士論文 (昭和55年3月)
- 8) T. Nagamatsu, "A Method for Prediction Ship Wake from Model Wake", 日本造船学会論文集, 第146号 (昭和54年12月)
- 9) V.C. Patel and G. Scheuerer, "Calculation of Two-Dimensional Near and Far Wakes", AIAA Journal, Vol. 20, (1982)
- 10) V.C. Patel, "A Simple Integral Method for the calculation of Thick Axisymmetric Turbulent Boundary Layers", The Aeronautical Quarterly Vol. 25 (1974)
- 11) V.C. Patel and Y.T. Lee, "Thick Axisymmetric Boundary Layers and Wakes : Experiment and Theory", International Symposium on Ship Viscous Resistance (1978)



- 12) L. Larsson and M.-S. Chang, "Numerical Viscous and Wave Resistance Calculations Including Interaction", 13th O.N.R. (1980)
- 13) R. Yamazaki, "On the Propulsion Theory of Ship on Still Water-Improved Theoretical Method-", Memoires of Faculty of Engineering, Kyushu University Vol. 37 No. 1 (1977)
- 14) T. Nagamatsu, "Calculation of Viscous Pressure Resistance of Ship Based on a Higher Order Boundary Layer Theory", 日本造船学会論文集, 第147号 (昭和55年6月)
- 15) H. Rouse (Editor), "Advanced Mechanics of Fluids", John Wiley and Sons, Inc., New York (1959)
- 16) L. Larsson and L.E. Johansson, "A Streamline Curvature Method for Computing the Flow Near Ship Sterns", 14th O.N.R. (1982)
- 17) 生井武文, 井上雅弘, "粘性流体の力学", 理工学社, 機械工学基礎講座 (昭和53年4月)

#### 主論文

1. 戸田保幸, 田中一郎, 岩崎義彦, "プロペラの作動による軸対称境界層の変形", 関西造船協会誌, 第185号 (昭和57年6月)
2. 戸田保幸, 田中一郎, 杉岡寛, 森英男, "プロペラの作動による三次元境界層の変形", 関西造船協会誌, 第192号 (昭和59年3月)  
掲載予定

## 主な記号

$C_E$	エントレイメント率
$C_f$	局部摩擦係数
$C_{pD}$	プロペラ翼面の摩擦抵抗係数
$H$	境界層の速度分布の形状係数 $(\delta^*/\theta)$
$H^*$	エントレイメント形状係数 $(\delta - \delta^*)/\theta$
$H_1, H_2$	物体表面上における $h_1, h_2$
$h_1, h_2, h_3$	$\xi$ 軸, $\eta$ 軸, $\zeta$ 軸の尺度係数, $h_3 = 1$
$K_1$	物体接平面での $\eta$ 軸の曲率 $(\frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial \xi})$
$K_2$	物体接平面での $\xi$ 軸の曲率 $(\frac{1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial \eta})$
$K_3$	$\eta$ 軸の接線を含む物体の法平面での $\eta$ 軸の曲率
$K_4$	$\xi$ 軸の接線を含む物体の法平面での $\xi$ 軸の曲率
$K_{ij}$	$\frac{1}{h_i h_j} \frac{\partial h_i}{\partial x_j}$ ( $i, j = 1, 2, 3$ $x_1 = \xi, x_2 = \eta, x_3 = \zeta$ $h_3 = 1$ )
$L$	模型の長さ
$m$	指数則速度分布の指数 ( $= 1/n$ , $n$ : $1/n$ 乗則の $n$ )
$P_e$	有効ピッチ比
$P$	圧力
$P_e$	境界層外端の圧力
$\bar{P}$	境界層内の平均的圧力
$Q$	$H_2 \int_0^{\theta} u(1 + K_3 \zeta) d\zeta$
$R$	プロペラ半径 または 物体表面の曲率半径 (第2章)

$r_0$	回転体の半径
$U$	模型の前進速度 (一様流) または $u$ の境界層外端での値
$U_e$	境界層計算に用いる仮想の外端流速
$u, v, w$	$x, y, z$ 方向の流速成分 または $\xi, \eta, \zeta$ 方向の流速成分
$u^*$	摩擦速度
$U_e$	有効流速
$U_i$	プロペラ誘導速度
$U_n$	公称流速
$U_p$	プロペラ作動時の流速
$U_{pot}$	ポテンシャル流速
$w_e$	推力一致法によって求められる有効伴流係数
$w_n$	$1 - \frac{[U_n]_v}{U}$ : $[U_n]_v$ は公称流速のプロペラ円内での 流量平均値
$x, y, z$	直交座標 (物体先端, プロペラ軸心高さに原点, $x$ : 一様流方向, $y$ : 左舷方向, $z$ : 鉛直下方向)
$x, r, \varphi$	円柱座標 (原点, $x$ 軸は直交座標と同様, $r$ : $x$ 軸からの垂直距離, $\varphi$ : 鉛直上方向が $\varphi = 0^\circ$ , 後 方より前方に向けて反時計回りを正とする。)
$\Gamma$	プロペラ束縛渦の強さ
$\delta$	境界層厚さ

$\delta^*$	排除厚さ $(\int_0^{\delta} (1 - \frac{u}{U}) dy)$
$\delta^{*'} $	曲率の影響を考慮した排除厚さ $(\int_0^{\delta} (1 - \frac{u}{U})(1 + k_3 y) dy)$
$\delta_e^*$	プロペラの実験値をもとに付加した排除厚さ
$\delta_1', \delta_2'$	曲率の影響を考慮した排除厚さ (2.1)
$\theta$	運動量厚さ $(\int_0^{\delta} \frac{u}{U} (1 - \frac{u}{U}) dy)$
$\theta'$	曲率の影響を考慮した運動量厚さ $(\int_0^{\delta} \frac{u}{U} (1 - \frac{u}{U})(1 + k_3 y) dy)$
$\theta_{11}', \theta_{12}', \theta_{21}'$ $\theta_{22}', \theta_{13}', \theta_{23}'$	} 曲率の影響を考慮した運動量厚さ (2.1)
$\mu$	
$\mu_e$	有効粘性係数
$\xi, \eta, \zeta$	流線座標 ( $\xi$ : ポテンシャル流線方向, $\eta$ : 等ポテンシャル線方向, $\zeta$ : 物体表面の法線方向)
$\tau$	摩擦応力 (レイノルズ応力を含む)
添字 $n, p$	$n$ はプロペラのないとき, $p$ はプロペラ作動時を表す。
添字 $s$	プロペラの影響がないと考えられる上流での値を示す。

## List of tables

Table 1	Principal particulars ( Body of revolution)
Table 2	Principal particulars ( Flat plate)
Table 3	Principal particulars ( Deep Wigley model)
Table 4	Principal particulars ( Propeller no 32)
Table 5	Principal particulars ( Propeller no 33)
Table 6	Conditions of experiment ( Body of revolution)
Table 7	Conditions of experiment ( Flat plate)
Table 8	Conditions of experiment ( Deep Wigley model)
Table 9	Comparison between measured values and calculated values for thrust and mean velocity ( Deep Wigley model)

## List of figures

- Fig. 1 Apparatus for experiment ( Body of revolution)
- Fig. 2 Apparatus for experiment ( Flat plate)
- Fig. 3 Apparatus for experiment ( Deep Wigley model)
- Fig. 4 Five hole pitot tube ( for port side)
- Fig. 5 Distribution of x-wise velocity component (  $x=1.620\text{m}$ , immediately ahead of propeller, Body of revolution)
- Fig. 6 Distribution of x-wise velocity component (  $x=1.595\text{m}$ , near the stern end, Body of revolution)
- Fig. 7 Distribution of x-wise velocity component (  $x=2.986\text{m}$ , immediately ahead of propeller, Flat plate)
- Fig. 8 Distribution of x-wise velocity component (  $x=2.956\text{m}$ , Flat plate)
- Fig. 9 Distribution of x-wise velocity component (  $x=2.015\text{m}$ , immediately ahead of propeller, Deep Wigley model)
- Fig.10 Distribution of crosswise velocity component (  $x=2.015\text{m}$ , Deep Wigley model)
- Fig.11 Distribution of x-wise velocity component (  $x=1.99\text{m}$ , 10mm ahead from stern end, Deep Wigley model)
- Fig.12 Distribution of x-wise velocity component (  $x=2.015\text{m}$ , Deep Wigley model)
- Fig.13 Distribution of x-wise velocity component (  $x=2.046\text{m}$ , propeller plane, Deep Wigley model)
- Fig.14 Universal velocity distribution for turbulent boundary layer
- Fig.15 Notations in boundary layer
- Fig.16 Notations in boundary layer ( Body of revolution)
- Fig.17 Body with assumed displacement thickness ( Body of revolution)
- Fig.18 Potential flow velocity distribution on body surface ( calculated by Hess and Smith method, Body of revolution)
- Fig.19 Boundary layer characteristics ( Body of revolution)
- Fig.20 Boundary layer characteristics ( Body of revolution)

- Fig.21 Potential streamlines ( Deep Wigley model)
- Fig.22 Boundary layer characteristics ( Deep Wigley model)
- Fig.23 Propeller open chart
- Fig.24 Comparison of calculated and measured propeller induced velocity in open water ( Propeller no.32)
- Fig.25 Illustration for obtaining velocity distribution from calculated integral parameters
- Fig.26 Boundary layer characteristics ( Body of revolution)
- Fig.27 Difference of  $H$  &  $\theta$  between the cases without and with propeller ( Body of revolution)
- Fig.28 Comparison between measured and calculated velocity distribution (  $x=1.620m$ , Body of revolution)
- Fig.29 Boundary layer characteristics (  $z=0mm$ , Flat plate)
- Fig.30 Boundary layer characteristics (  $x=2.986m$ , Flat plate)
- Fig.31 Boundary layer characteristics (  $z=0mm$ , Flat plate)
- Fig.32 Boundary layer characteristics (  $x=2.986m$ , Flat plate)
- Fig.33 Comparison between measured and predicted boundary layer characteristics (  $x=2.986m$ , Flat plate)
- Fig.34 Potential streamlines ( Deep Wigley model)
- Fig.35 Comparison between measured and predicted boundary layer characteristics (  $X=2.015m$ , Deep Wigley model)
- Fig.36 Comparison between measured and calculated x-wise velocity distributions (  $X=2.015m$ , Deep Wigley model)
- Fig.37 Comparison between measured and calculated x-wise velocity distributions (  $X=2.015m$ , Deep Wigley model)
- Fig.38 Illustration for the definition of effective velocity
- Fig.39 Comparison between measured and calculated velocity distribution ( measured location:  $x=1.660m$ , calculated location:  $x=1.640m$ , Body of revolution)
- Fig.40 Comparison between measured effective inflow velocity by thrust identity and volume mean of effective velocity distribution ( Body of revolution)
- Fig.41 Comparison of circulation distribution in radial direction ( Body of revolution)

- Fig.42 Comparison between measured and calculated x-wise velocity distributions (  $x=2.015\text{m}$ , Deep Wigley model)
- Fig.43 Circumferential distribution of x-wise velocity component (  $x=2.015\text{m}$ , Deep Wigley model)
- Fig.44 Boundary layer characteristics (  $x=2.046\text{m}$ , Deep Wigley model)
- Fig.45 Comparison between measured and calculated x-wise velocity distribution ( measured location:  $x=2.046\text{m}$ , calculated location:  $x=2.021\text{m}$ , Deep Wigley model)
- Fig.46 Radial distribution of circumferential mean wakes ( measured location:  $x=2.046\text{m}$ , calculated location:  $x=2.021\text{m}$ , Deep Wigley model)
- Fig.47 Circumferential distribution of x-wise velocity component ( Deep Wigley model)
- Fig.48 Radial distribution of circumferential mean value of circulation ( Deep Wigley model)
- Fig.49 Circumferential distribution of circulation ( Deep Wigley model)



Table 1 Principal particulars  
(Body of revolution)

overall length L	1.595 (m)
maximum radius	0.100 (m)
volume of displacement	0.0356 (m <sup>3</sup> )
wetted surface area	0.811 (m <sup>2</sup> )
block coefficient	0.560
prismatic coefficient	0.712

Table 2 Principal particulars  
(Flat plate)

overall length L	3.00 (m)
thickness of plate	0.02 (m)
draft	0.30 (m)

Table 3 Principal particulars  
(Deep Wigley model)

overall length L	2.00 (m)
breadth B	0.20 (m)
draft d	0.345* (m)

\*The model which has deep wall-sided part on the normal water line of the Wigley model, L=2.0m, B=0.2m and d=0.125m, having new draft of 0.345m.

Table 4 Principal particulars  
(Propeller no.32\*)

diameter	0.126 (m)
pitch ratio	0.722
boss ratio	0.18
number of blades	5
direction of turning	right

\*Osaka university towing tank  
list number

Table 5 Principal particulars  
(Propeller no.33\*)

diameter	0.1 (m)
pitch ratio	0.9
boss ratio	0.18
number of blades	4
direction of turning	right

\*Osaka university towing tank  
list number

Table 6 Conditions of experiment (Body of revolution)

	without prop.	with prop.			propeller alone in open water
n(rps)		11.16	14.08	15.20	14.08
V(m/sec)	1.000	1.000	1.000	1.000	0.829
T(g) (exp.)		394	867	1083	
$K_T$		0.123	0.170	0.182	0.170
$1-w_e$ (exp*)		0.799	0.829	0.844	
x=0.995 (m)	○				
1.195	○				
1.295	○				
1.345	○				
1.395	○			○	
1.445	○	○	○	○	○
1.495	○	○	○	○	○
1.545	○	○	○	○	
1.595	○	○	○	○	○
1.620	○	○	○	○	
1.660	○				

\*thrust identity

○ shows experiment is performed

X denotes the streamwise distance from nose

Table 7 Conditions of experiment (Flat plate)

	without propeller	with propeller	
n (rps)		14.67	17.73
T (g) (exp.)		921	1609
1-w <sub>e</sub> (exp*)		.888	.894
x=2.656 (m)	z=0 (mm)		
2.706	0		0
2.756	0	0	0
2.806	0	0	0
2.856	0	0	0, -30
2.906	0, ±30, -30	0	0, ±30, 80, -100
2.956	0, ±20, ±40	0, ±20, ±40	0, ±20, ±40, -80
2.986	0, 10, ±20, 30, -40, 50, -60, 70	0, 10, ±20, 30, -40, 50, -60, 70, -80	0, 10, ±20, 30, -40, 50, -60, 70, -80
3.021	0, ±10, ±20, ±30, ±40, ±50, ±60, ±70		

\* thrust identity

z shows the height where experiment is performed

Table 8 Conditions of experiment (Deep Wigley model)

	without propeller	with propeller		
n (rps)		12.86	17.07	19.47
T (g) (exp.)		300	717	1016
1-w <sub>e</sub> (exp.*)		.797	.806	.814
x=1.910 (m)	z=0 (mm), 20		0, 20	
1.99	0, ±10, ±20, ±30, ±40, ±50, ±60	0	0, ±10, ±20, ±30, ±40, ±50, ±60	0
2.015	0, ±10, ±20, ±30, ±40, ±50, ±60	0	0, ±10, ±20, ±30, ±40, ±50, ±60	0, ±10, -20
2.046	0, ±10, ±20, ±30, ±40, ±50, ±60			

\*thrust identity

z shows the height where experiment is performed

Table 9 Comparison between measured values and calculated values for thrust and mean velocity (Deep Wigley model)

n(rps)	thrust (g)				exp.	mean velocity		
	cal.			uniform flow (1-w <sub>e</sub> )U*		$\frac{[u_n]_v}{U}$	$\frac{[u_e]_v}{U}$	1-w <sub>e</sub>
	nominal velocity u <sub>n</sub> *	effective velocity u <sub>e</sub> *						
		1st step	2nd step					
12.86	316	303	303	299	0.756	0.778	0.797	
17.07	735	710	713	712		0.791	0.806	
19.47	1037	1003	1006	1005		0.800	0.814	

[ ]<sub>v</sub> denotes volume mean of velocity distribution

\* denotes input velocity distribution

w<sub>e</sub> denotes effective wake fraction by thrust identity

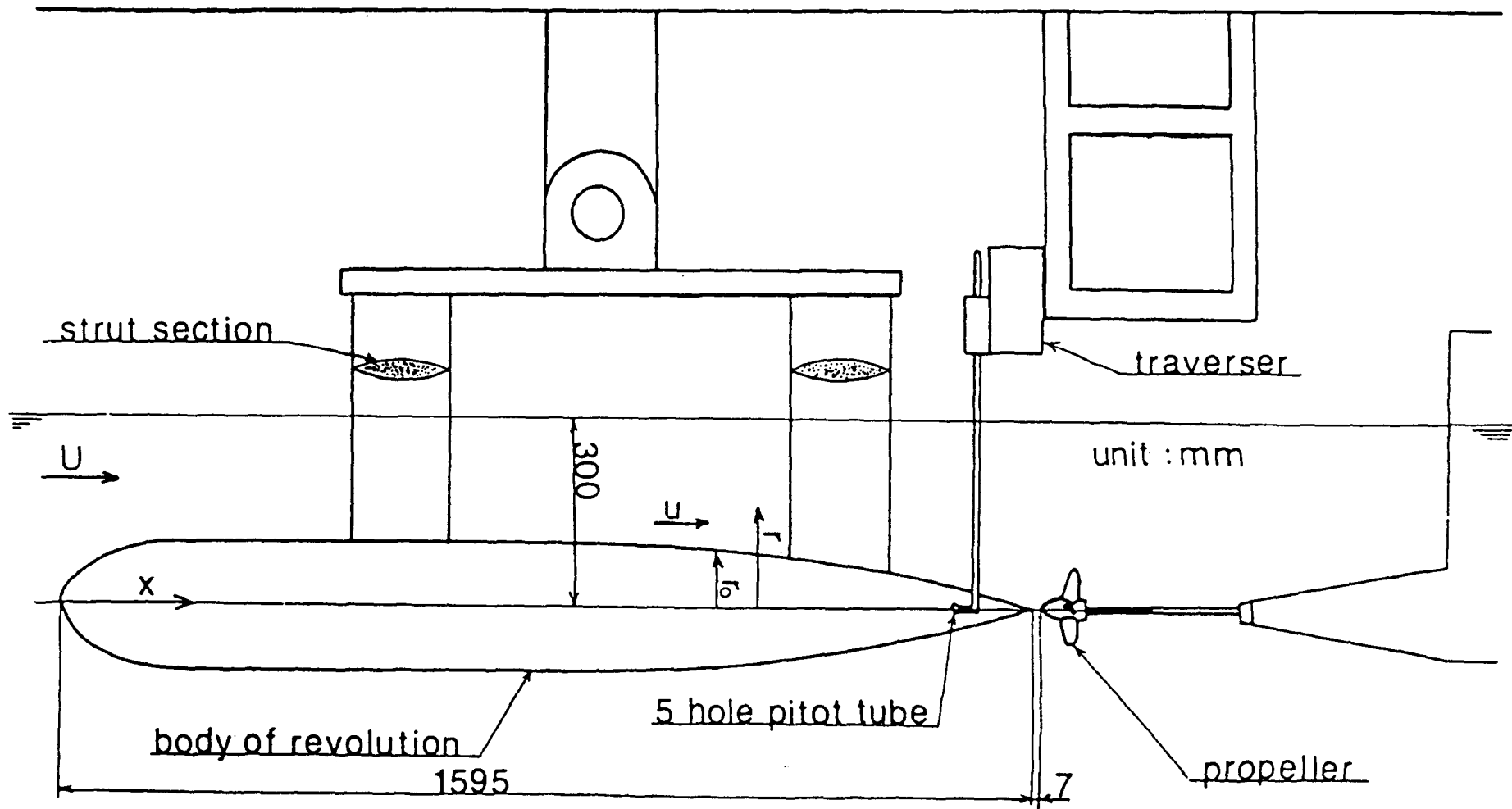


Fig. 1 Apparatus for experiment ( Body of revolution )

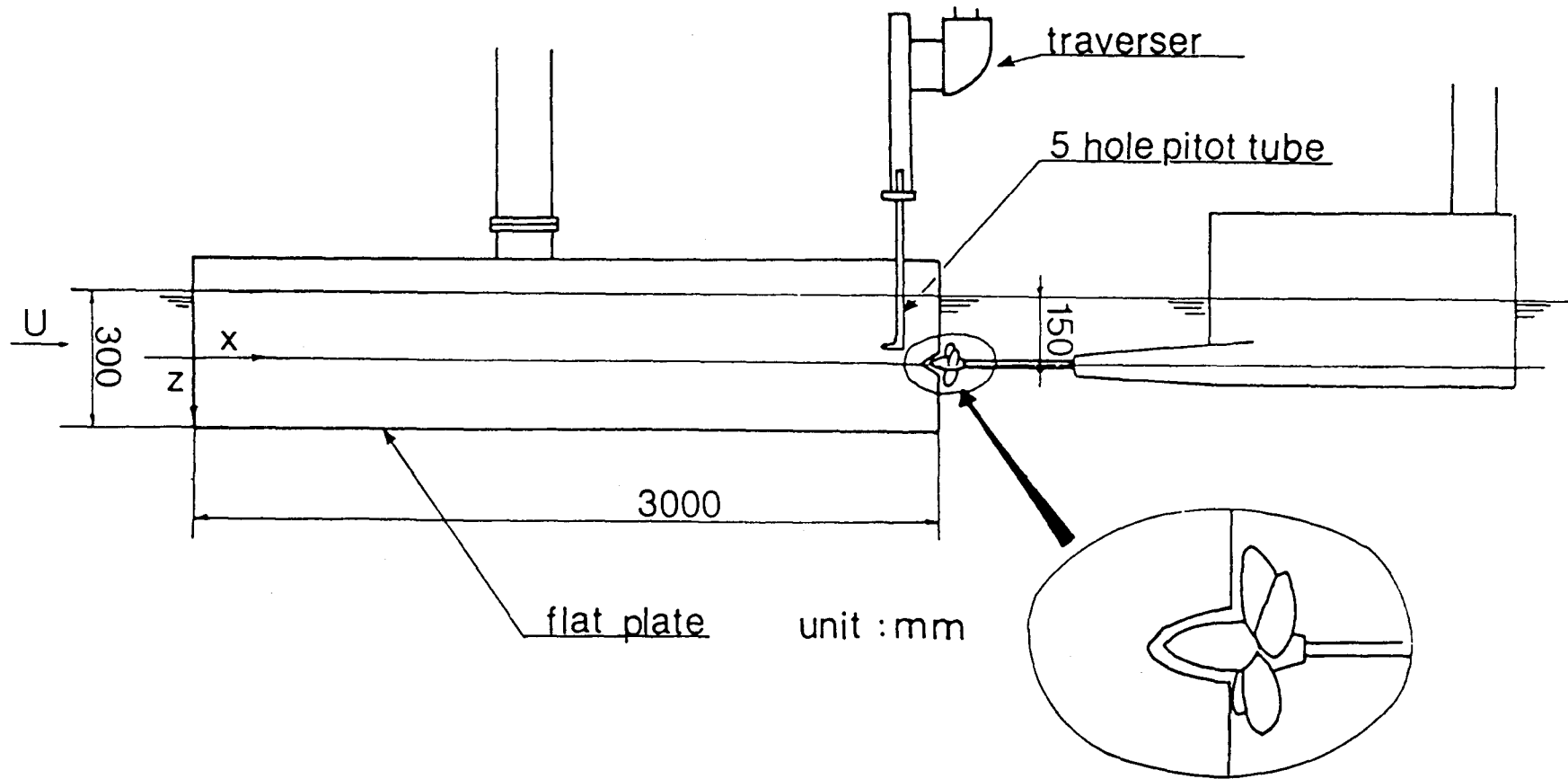


Fig. 2 Apparatus for experiment ( Flat plate )



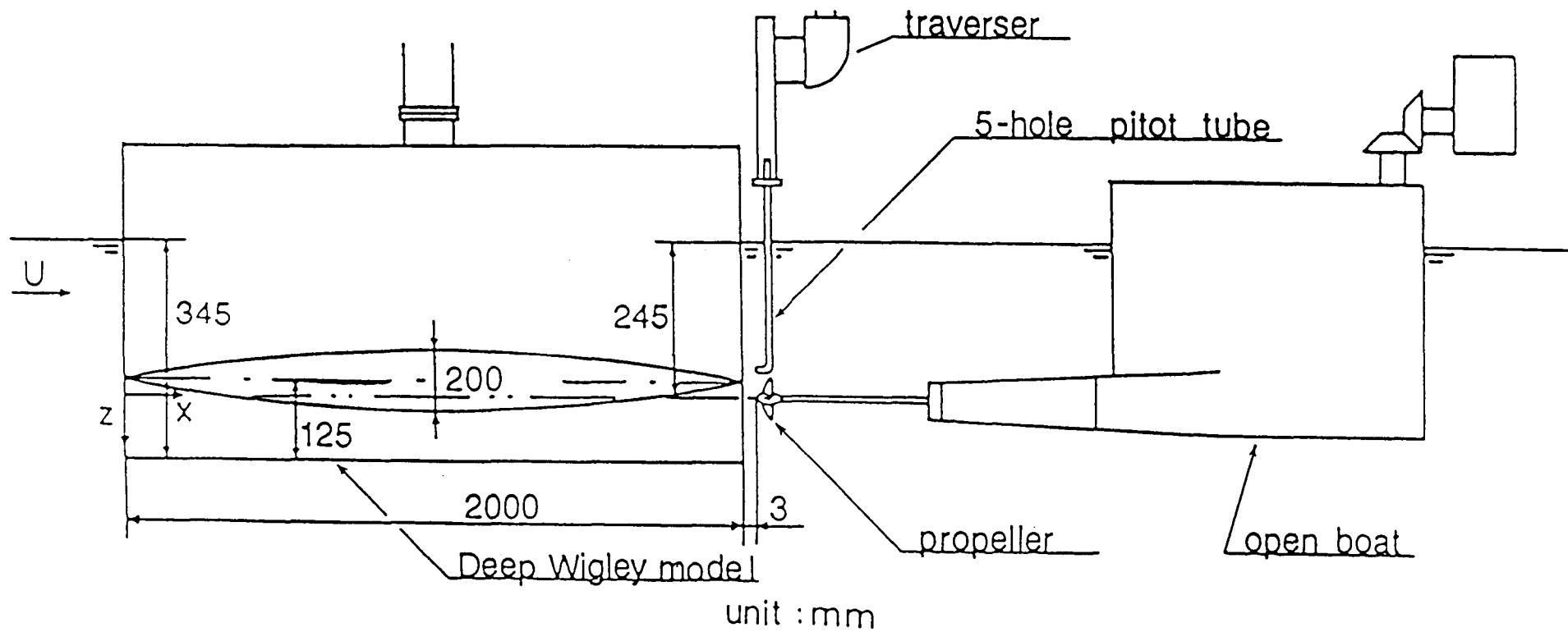


Fig. 3 Apparatus for experiment ( Deep Wigley model )

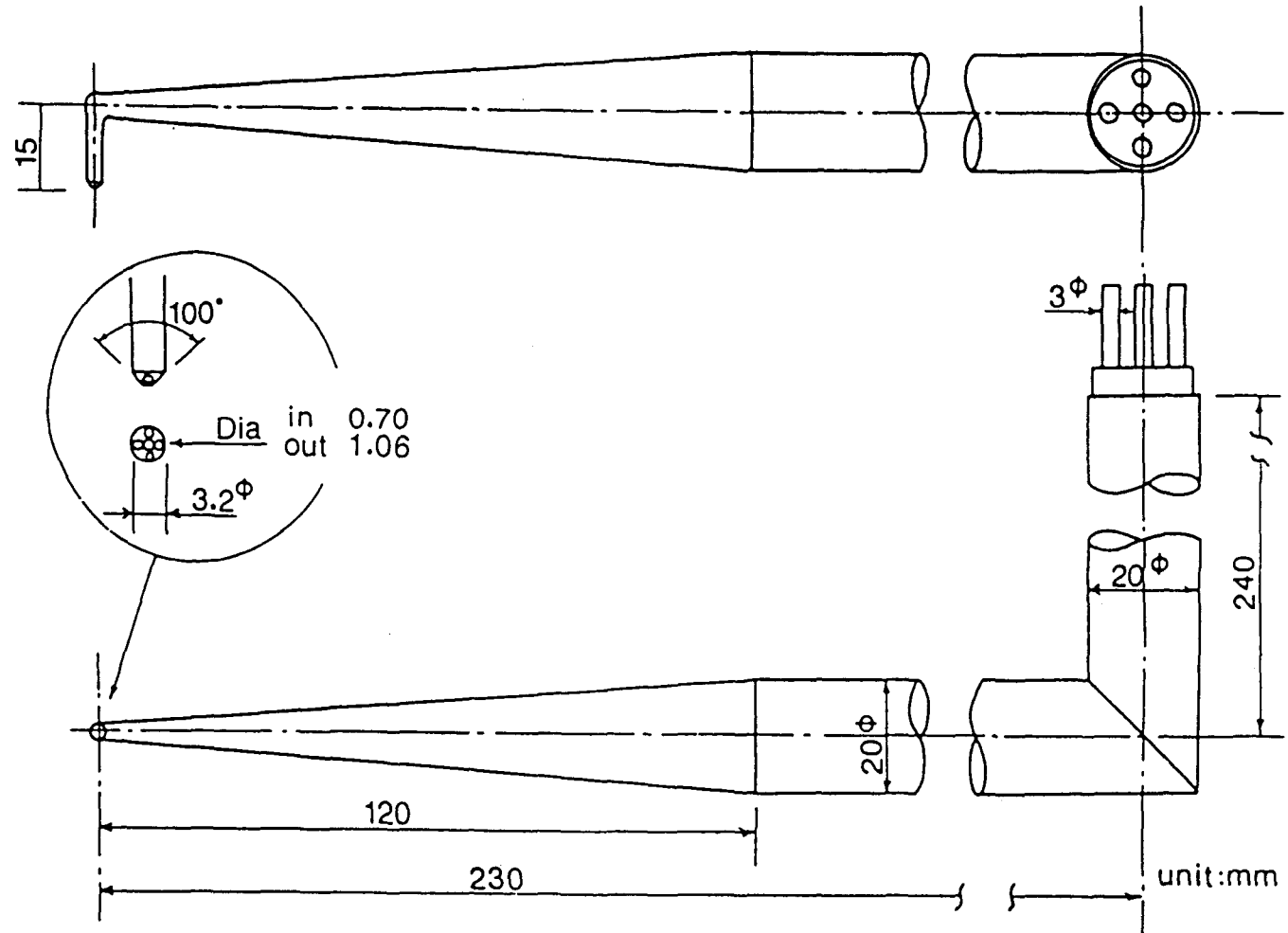


Fig. 4 Five hole pitot tube ( for port side)

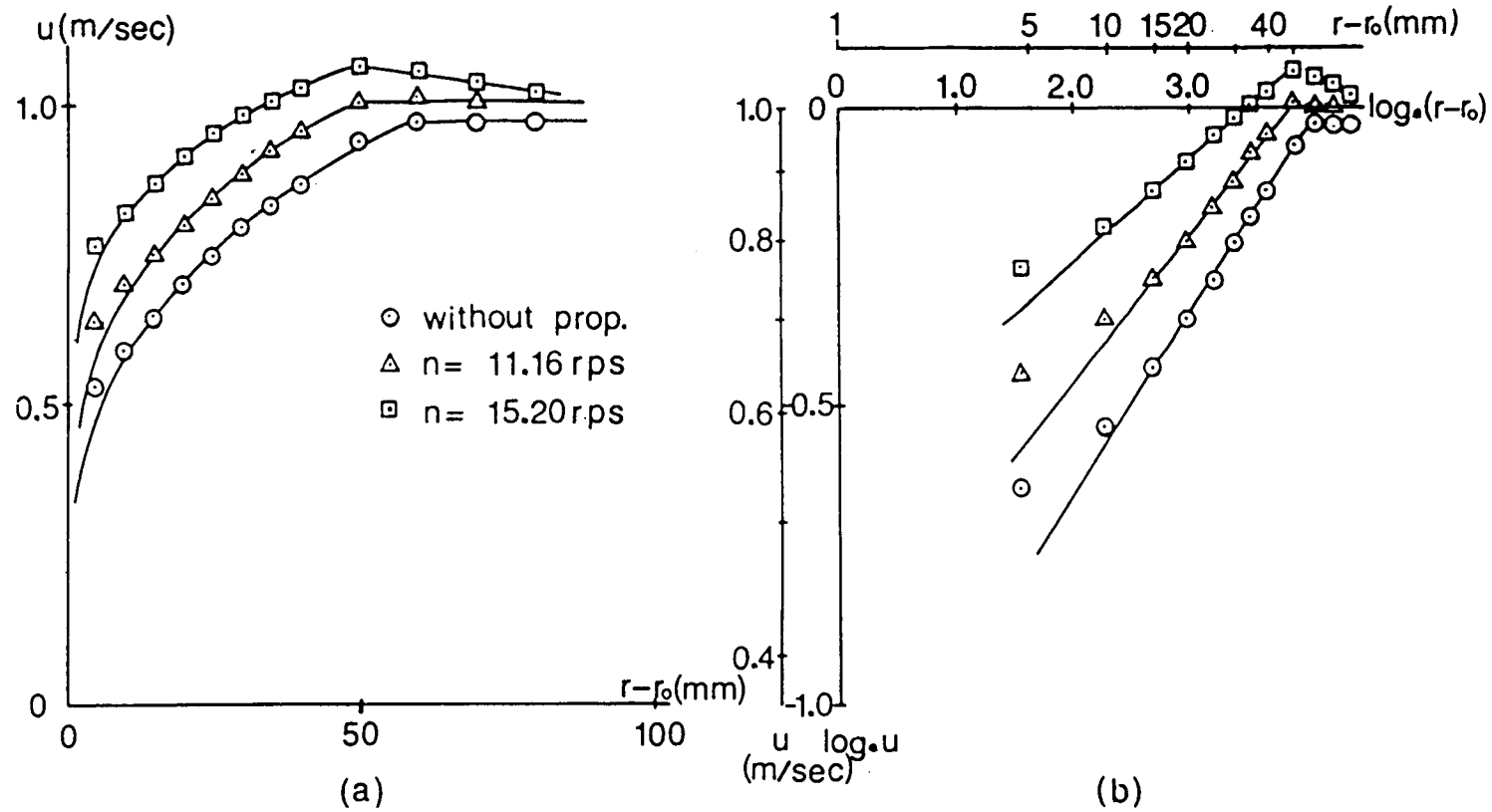


Fig. 5 Distribution of x-wise velocity component ( $x=1.620$ m, immediately ahead of propeller, Body of revolution)

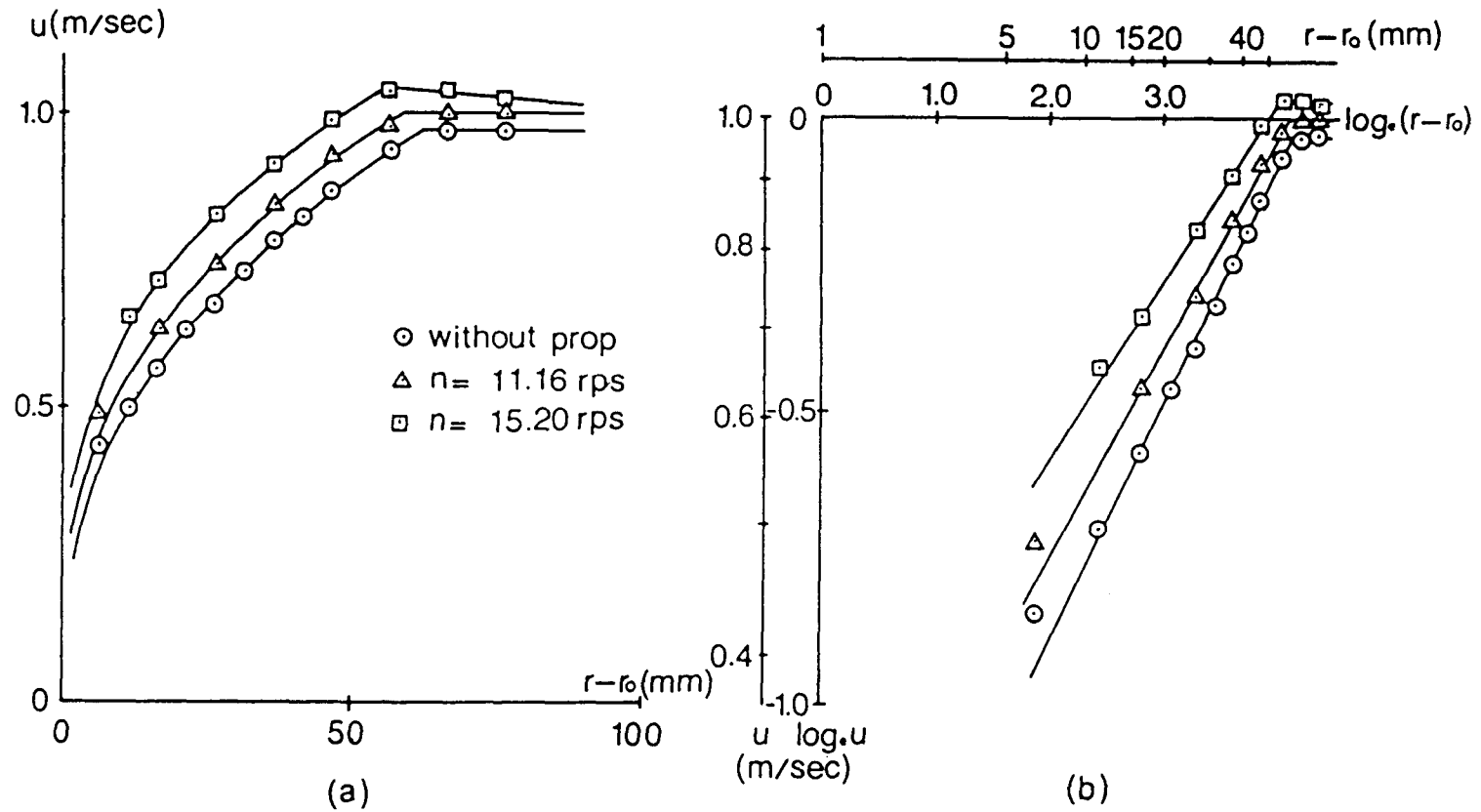


Fig. 6 Distribution of x-wise velocity component (  $x=1.595$  m, near the stern end, Body of revolution)

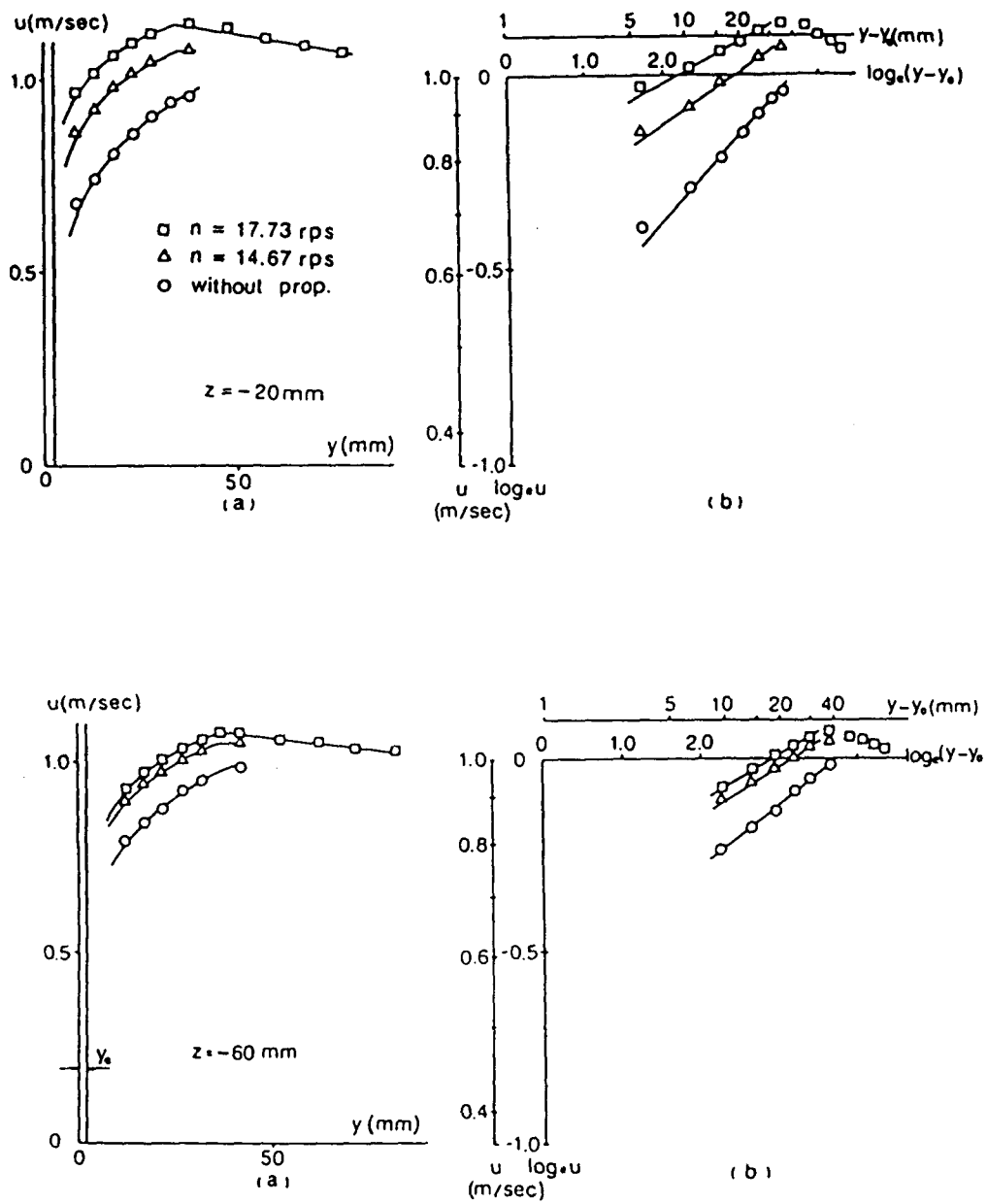


Fig. 7 Distribution of x-wise velocity component  
 (  $x=2.986\text{m}$ , immediately ahead of propeller,  
 Flat plate)

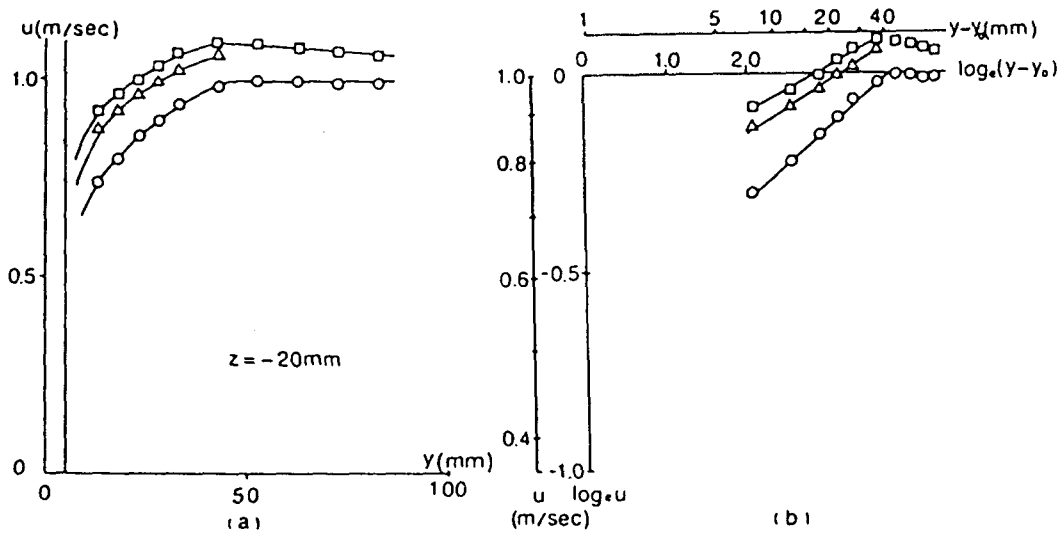
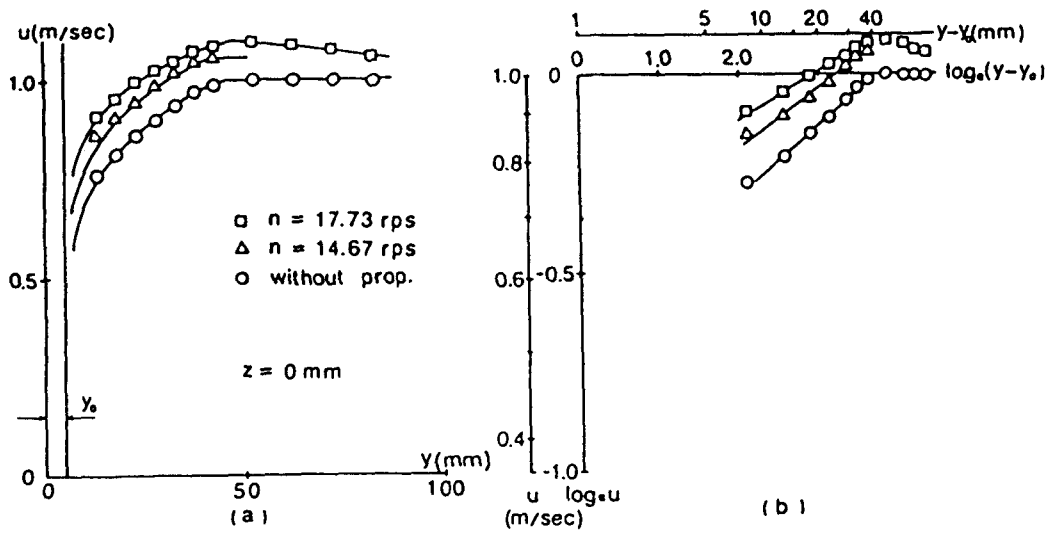


Fig. 8 Distribution of x-wise velocity component  
(  $x = 2.956 \text{ m}$ , Flat plate )

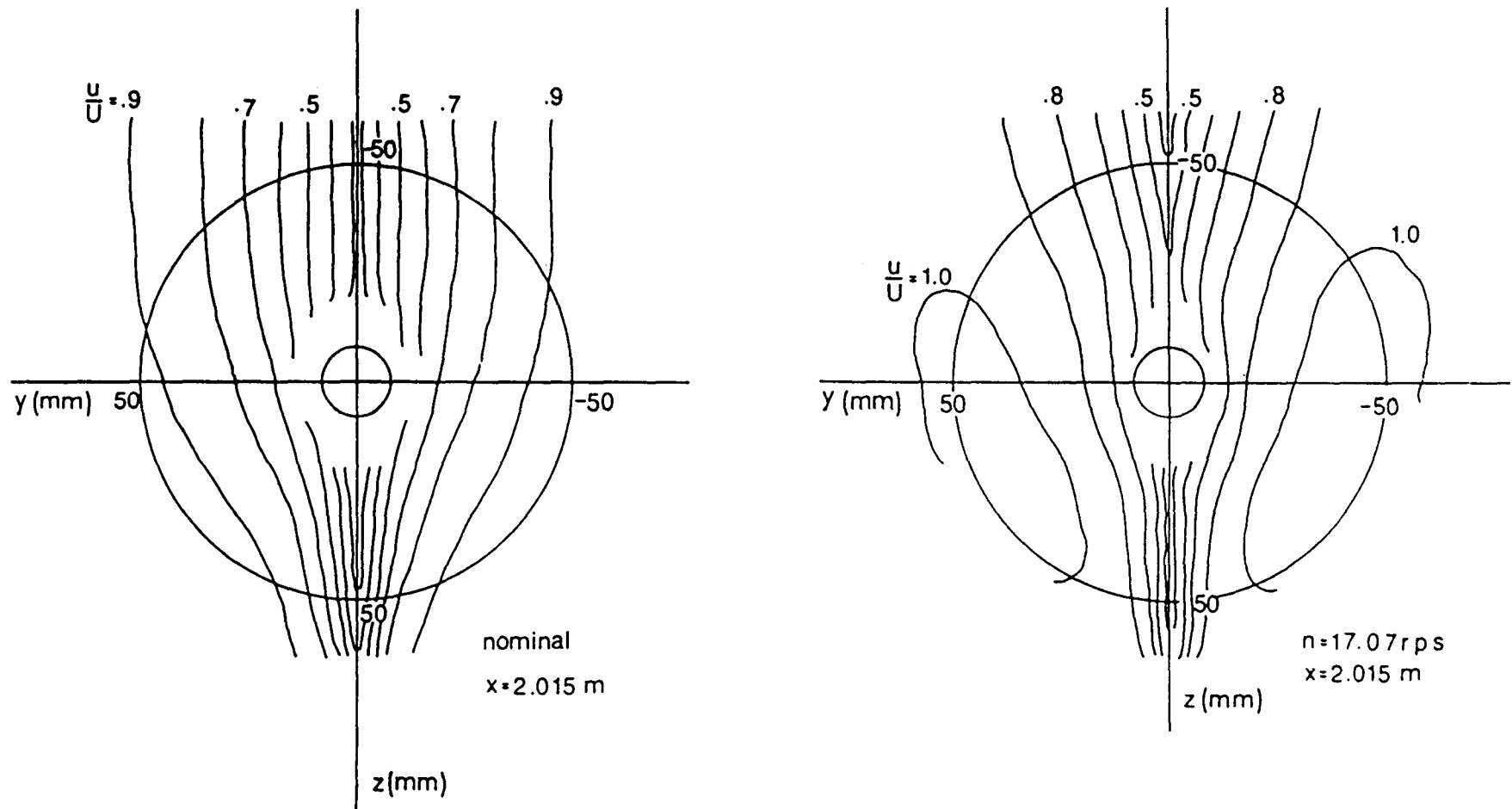


Fig. 9 Distribution of x-wise velocity component (  $x=2.015$ m, immediately ahead of propeller, Deep Wigley model)

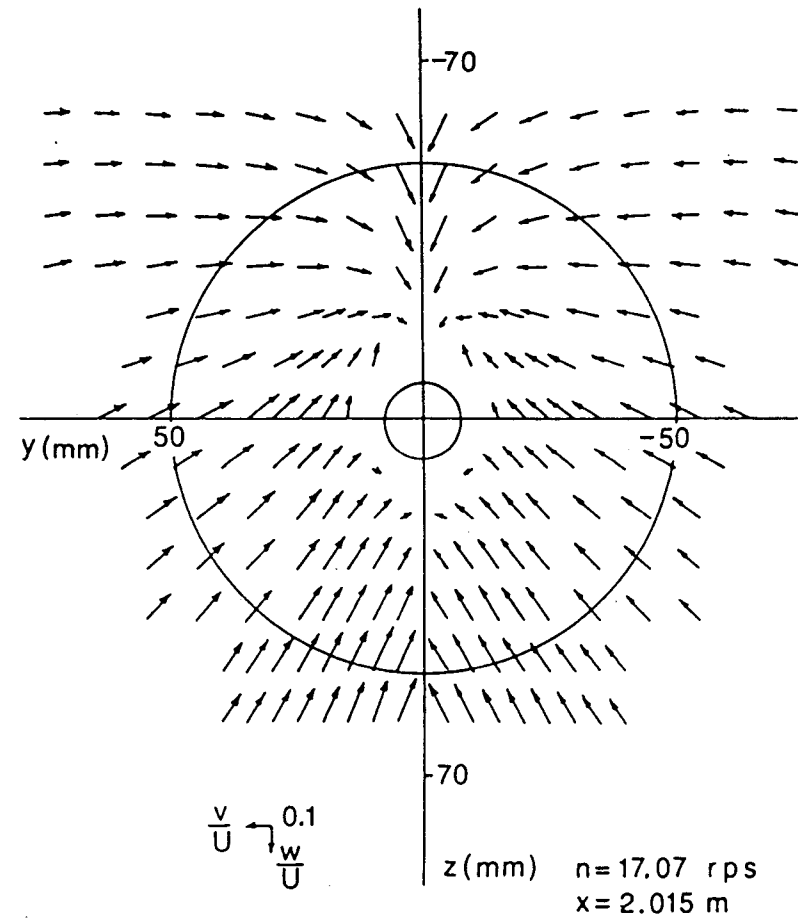
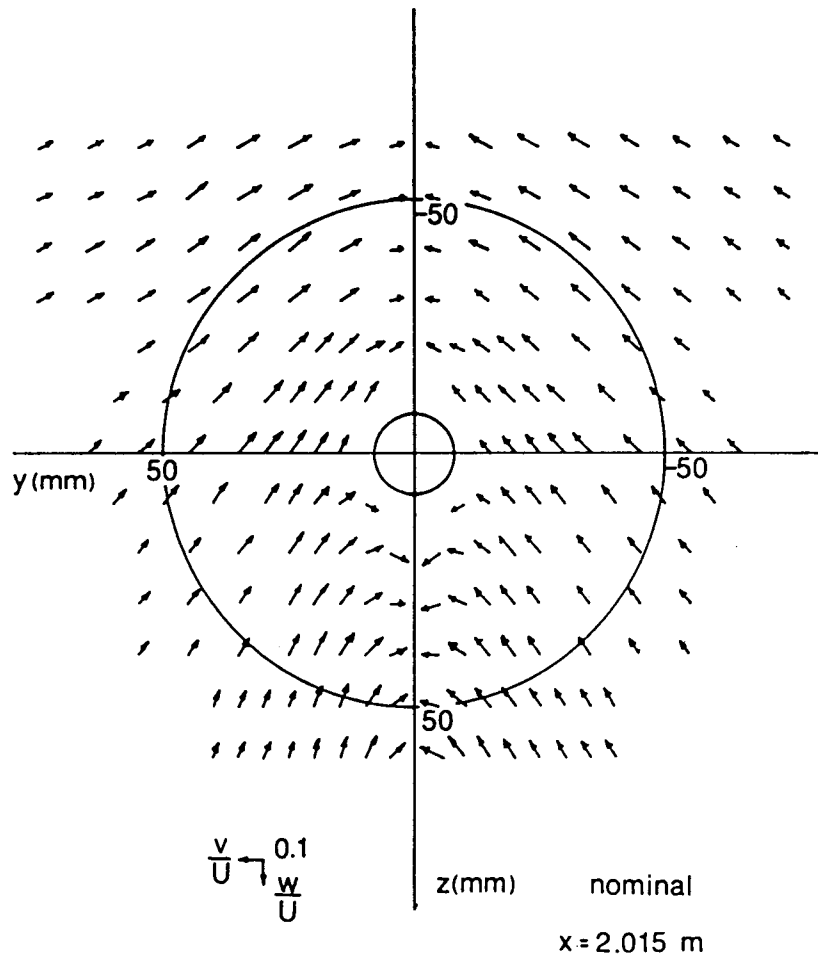


Fig.10 Distribution of crosswise velocity component  
 ( x=2.015m, Deep Wigley model)



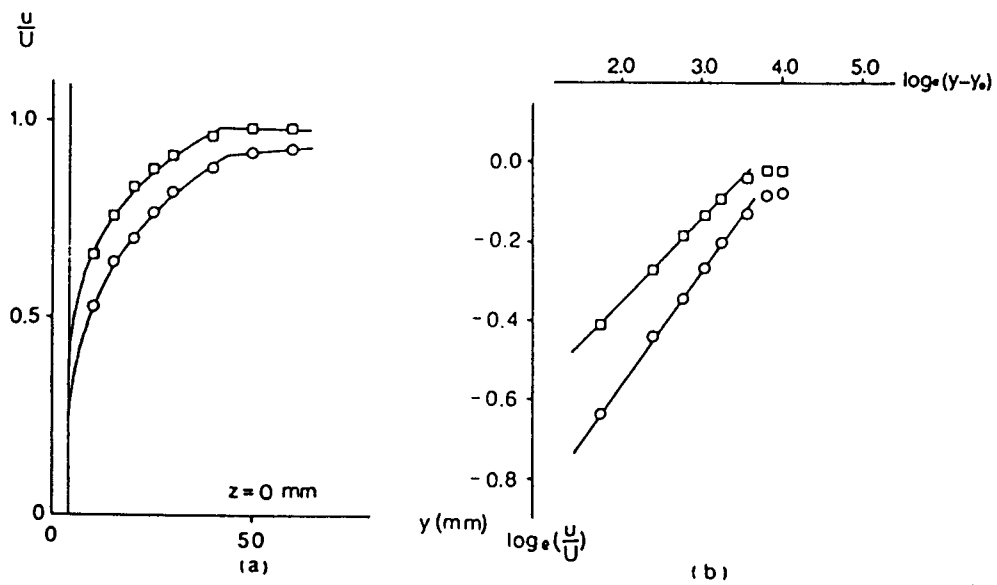
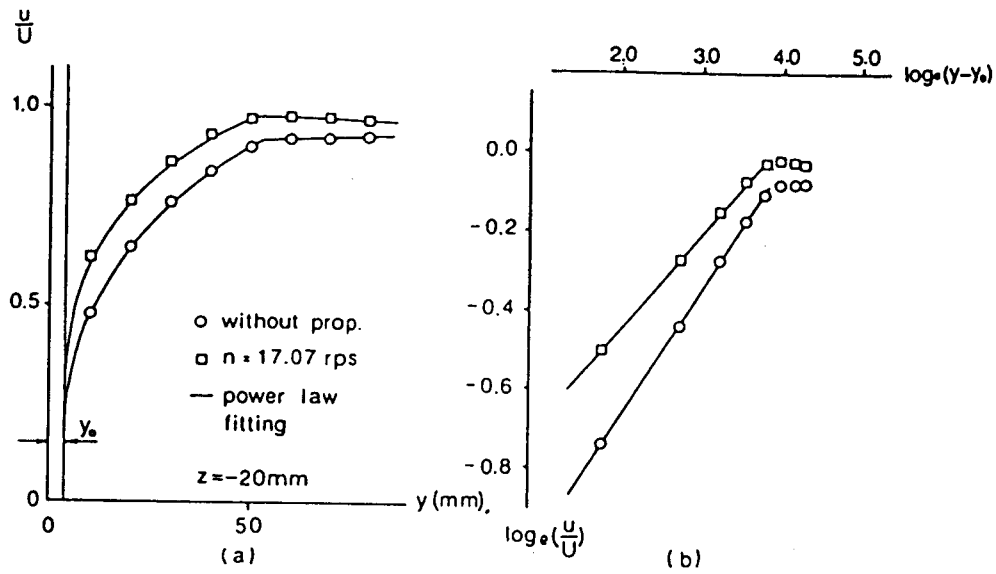


Fig.11 Distribution of x-wise velocity component  
 (  $x=1.99\text{m}$ ,  $10\text{mm}$  ahead from stern end, Deep  
 Wigley model )

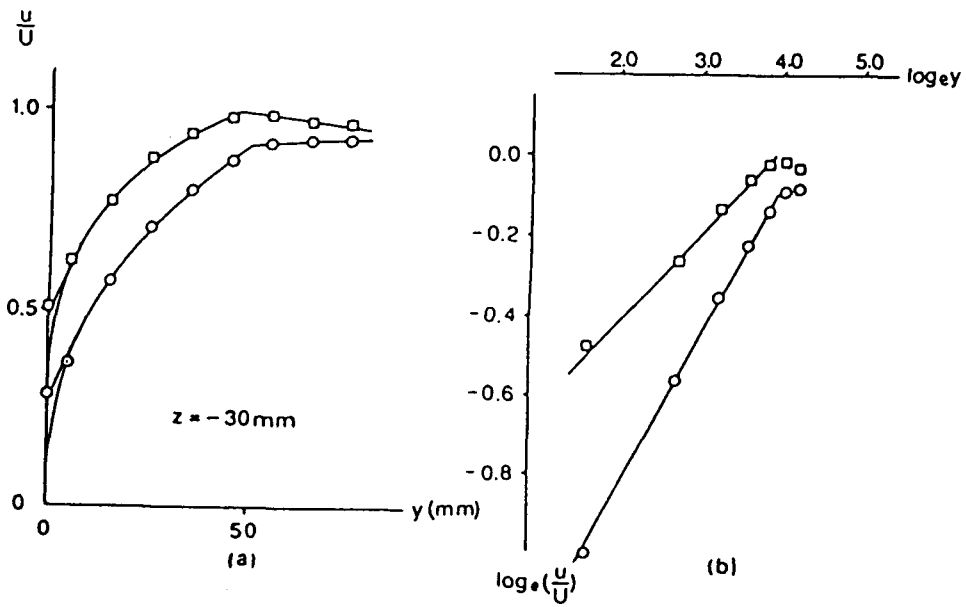
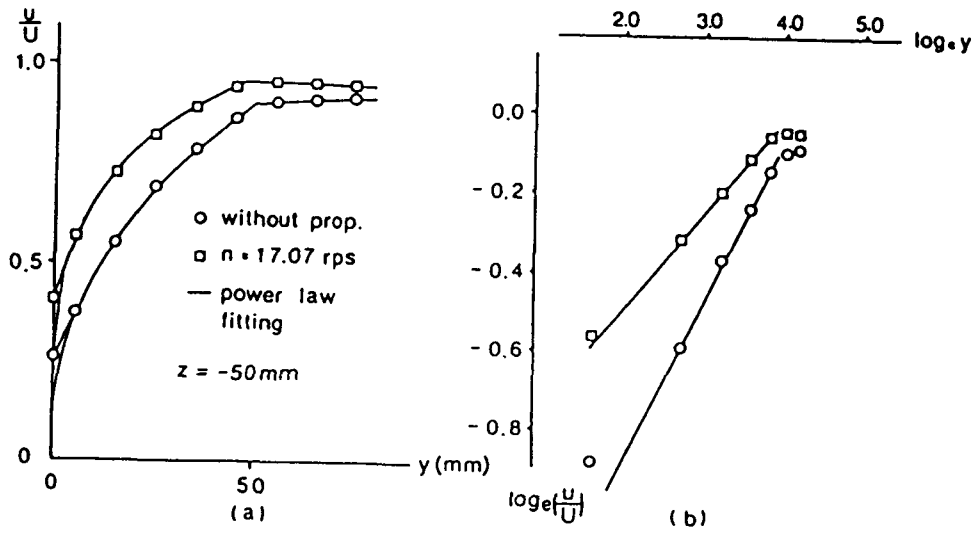


Fig.12 Distribution of x-wise velocity component  
(  $x=2.015\text{m}$ , Deep Wigley model)

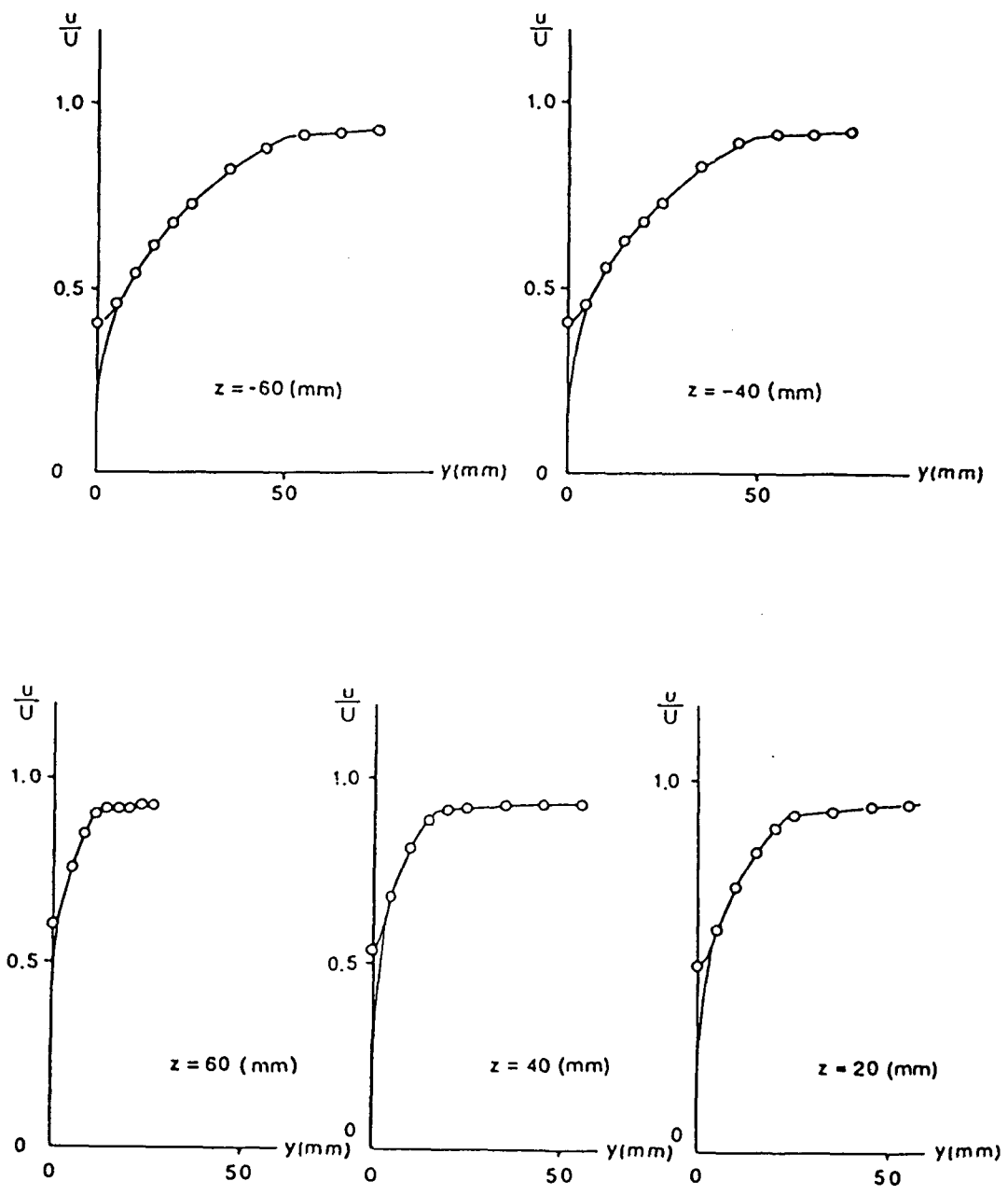


Fig.13 Distribution of x-wise velocity component  
 (  $x=2.046$ m, propeller plane, Deep Wigley  
 model )

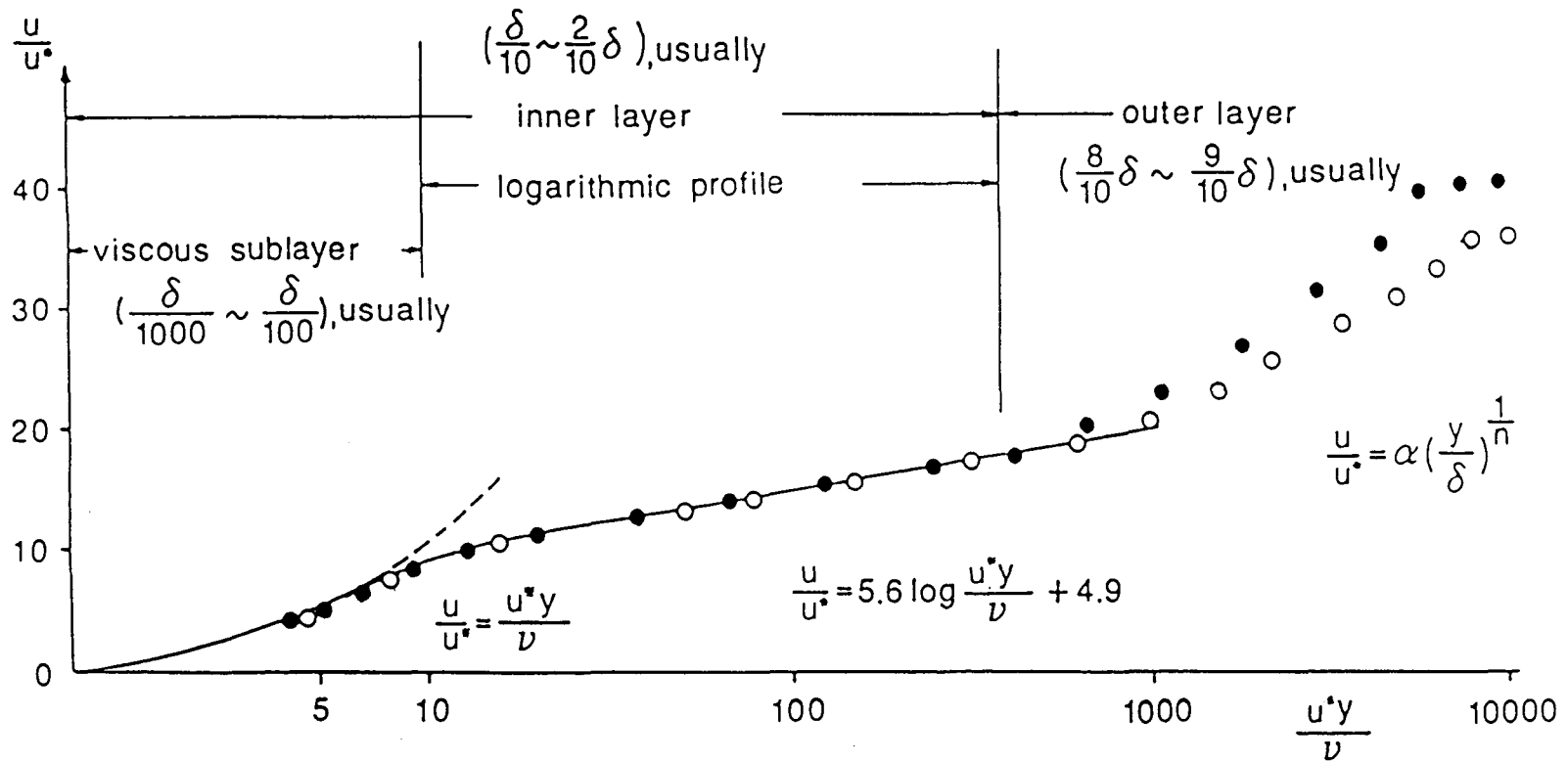


Fig.14 Universal velocity distribution for turbulent boundary layer

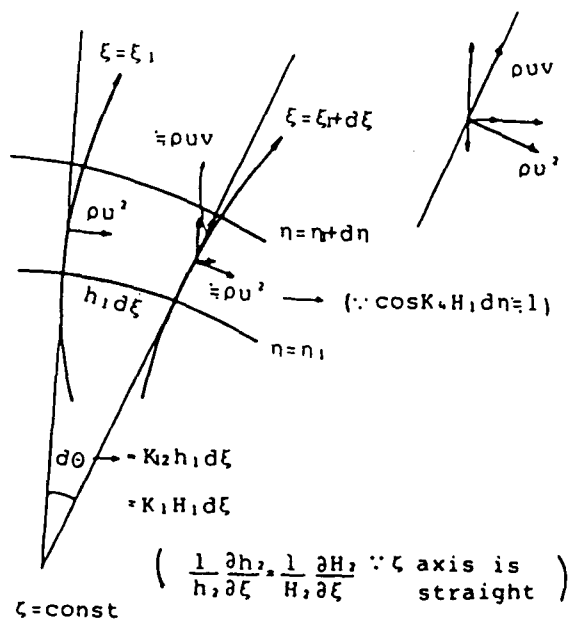
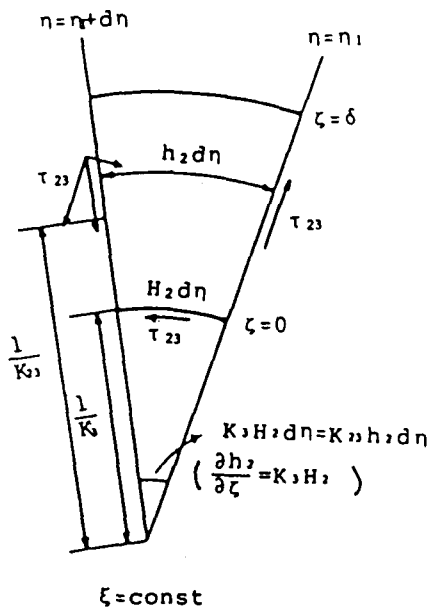
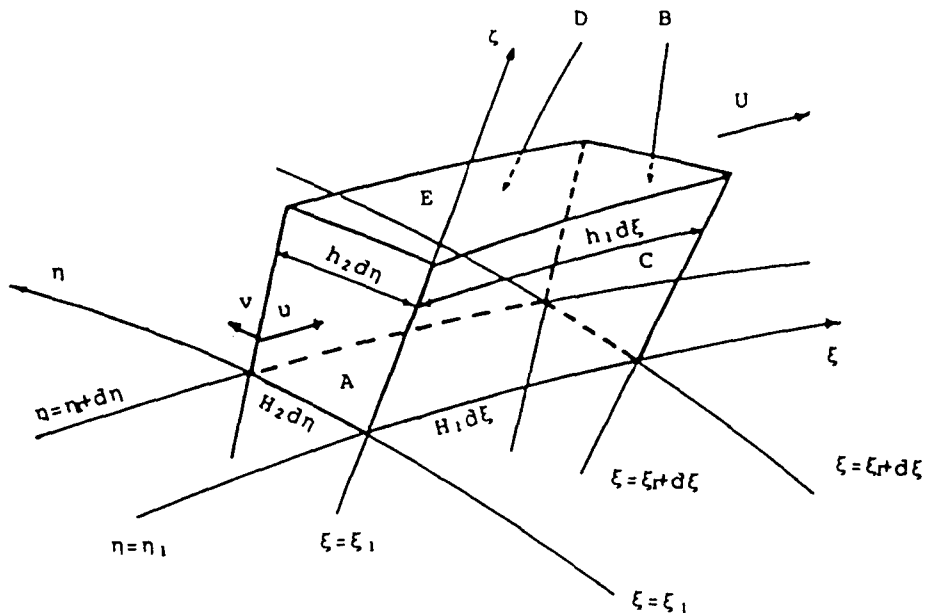


Fig.15 Notations in boundary layer

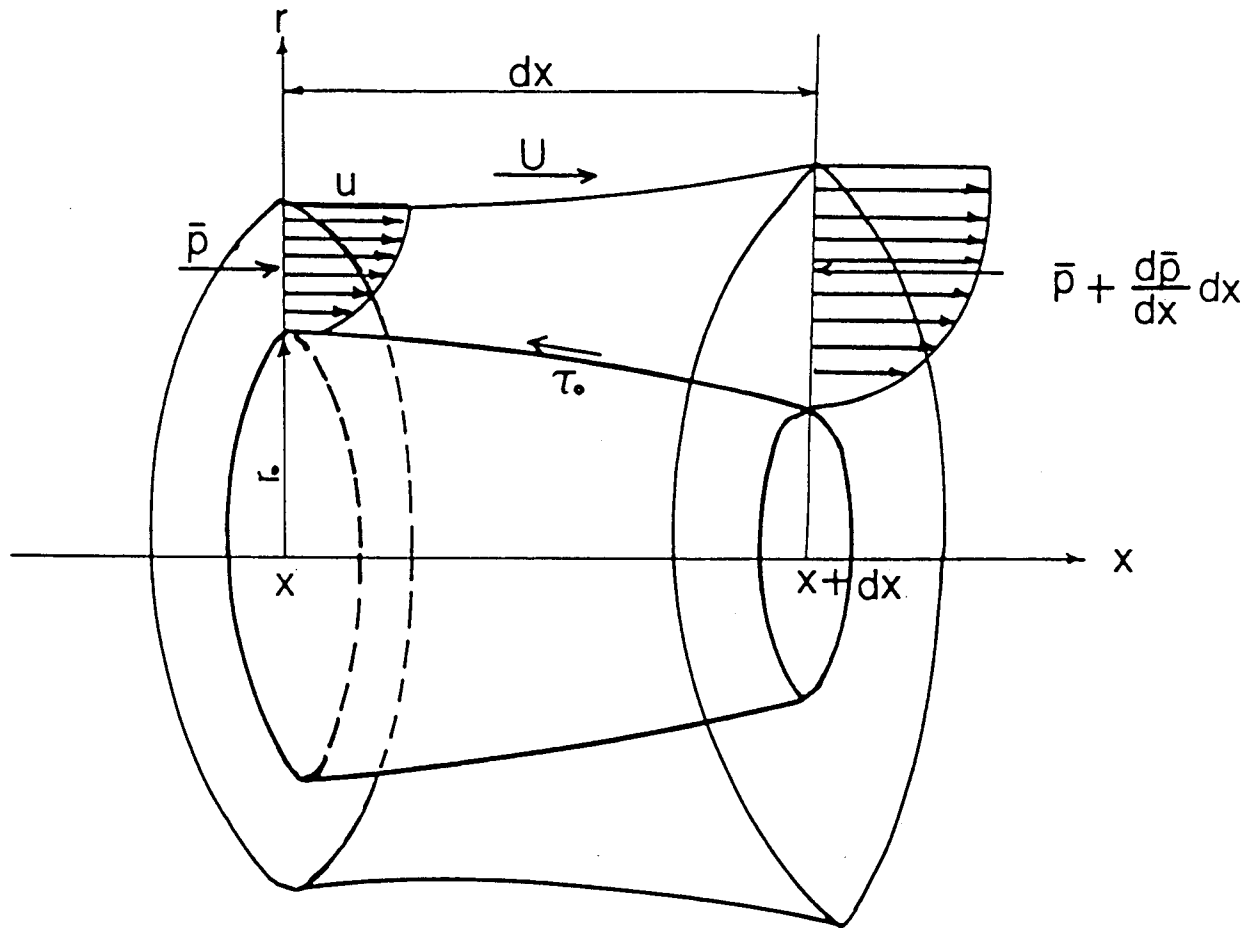


Fig.16 Notations in boundary layer ( Body of revolution)

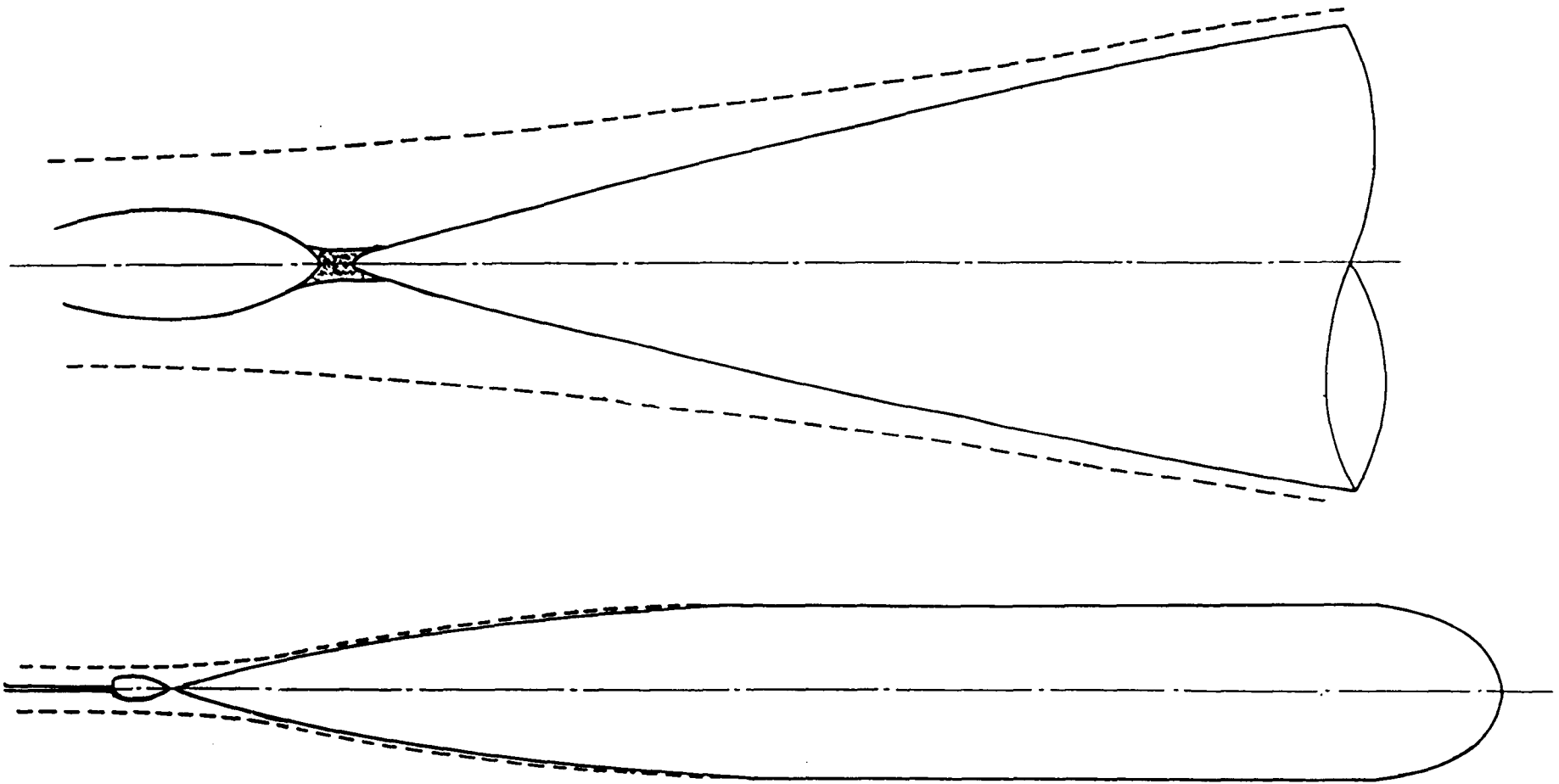


Fig.17 Body with assumed displacement thickness ( Body of revolution)

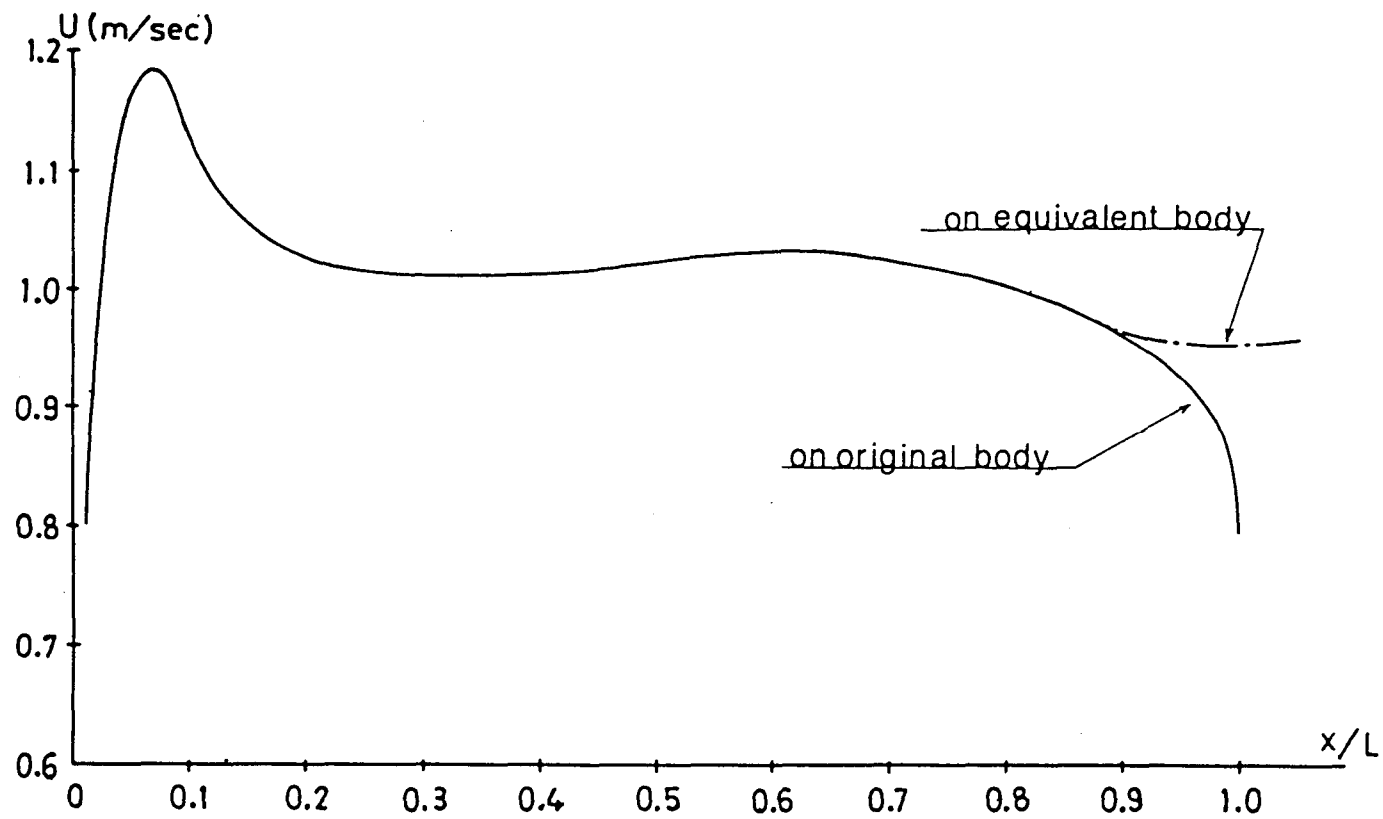


Fig.18 Potential flow velocity distribution on body surface  
( calculated by Hess and Smith method, Body of revolution)



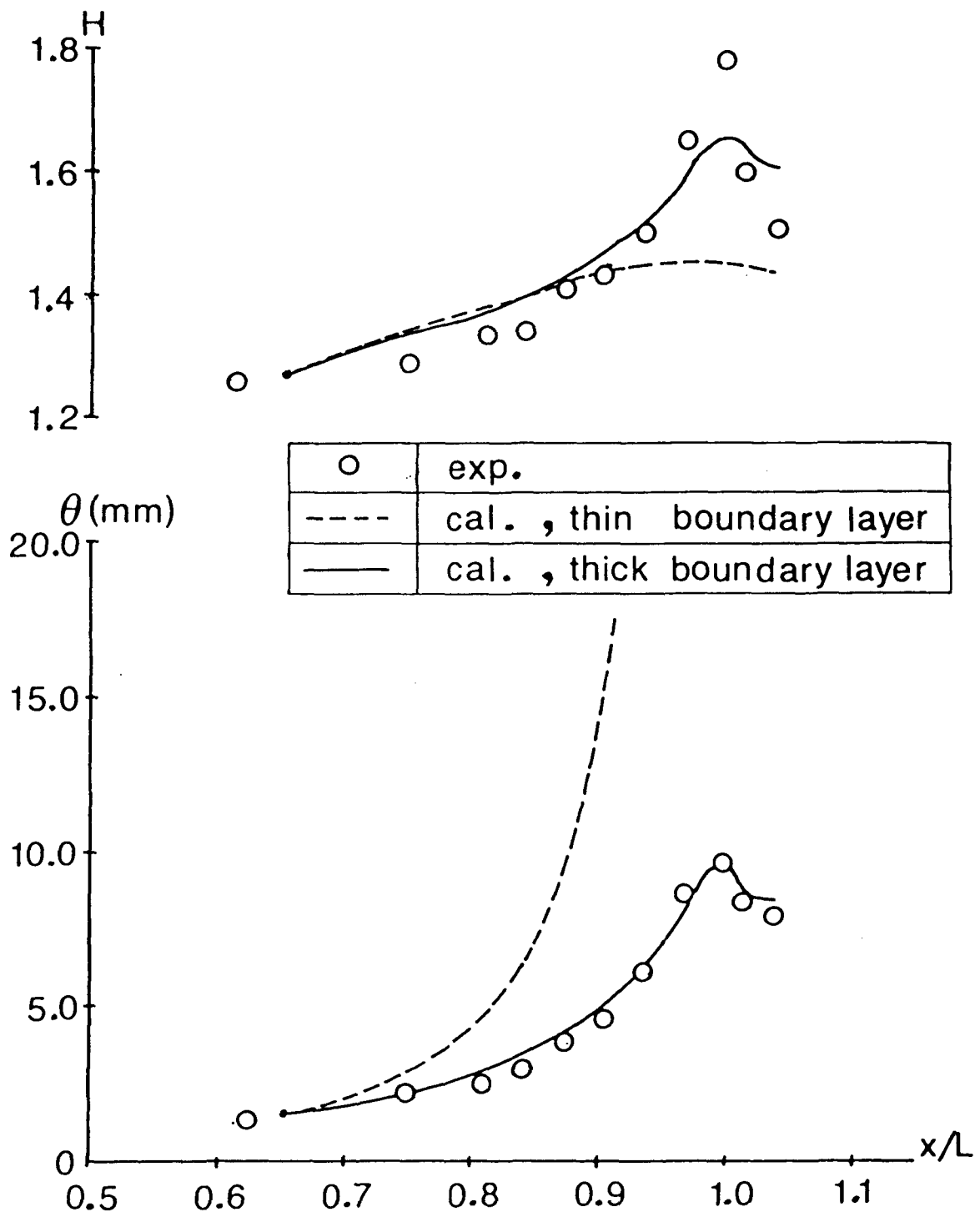


Fig.19 Boundary layer characteristics ( Body of revolution)

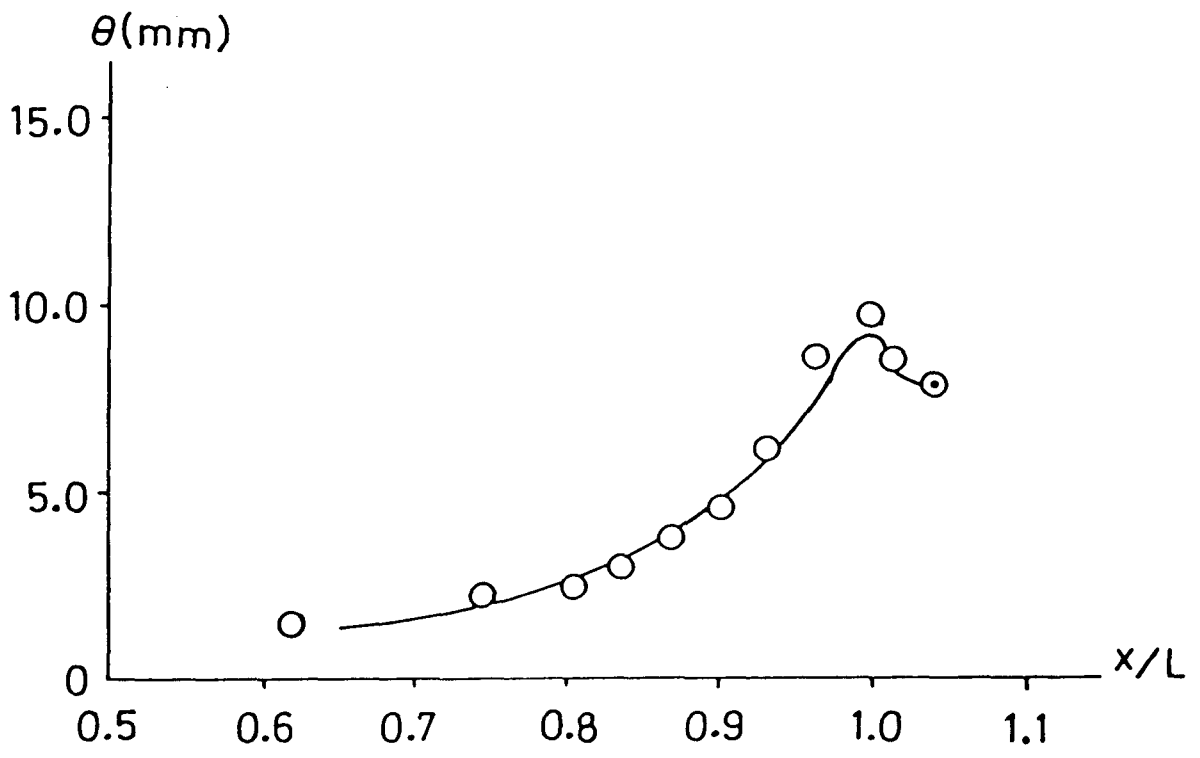
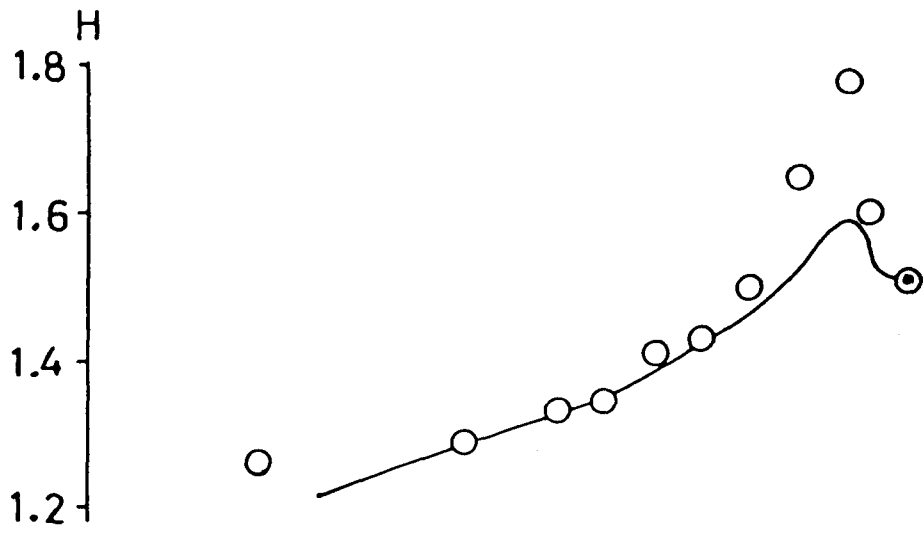


Fig.20 Boundary layer characteristics ( Body of revolution)

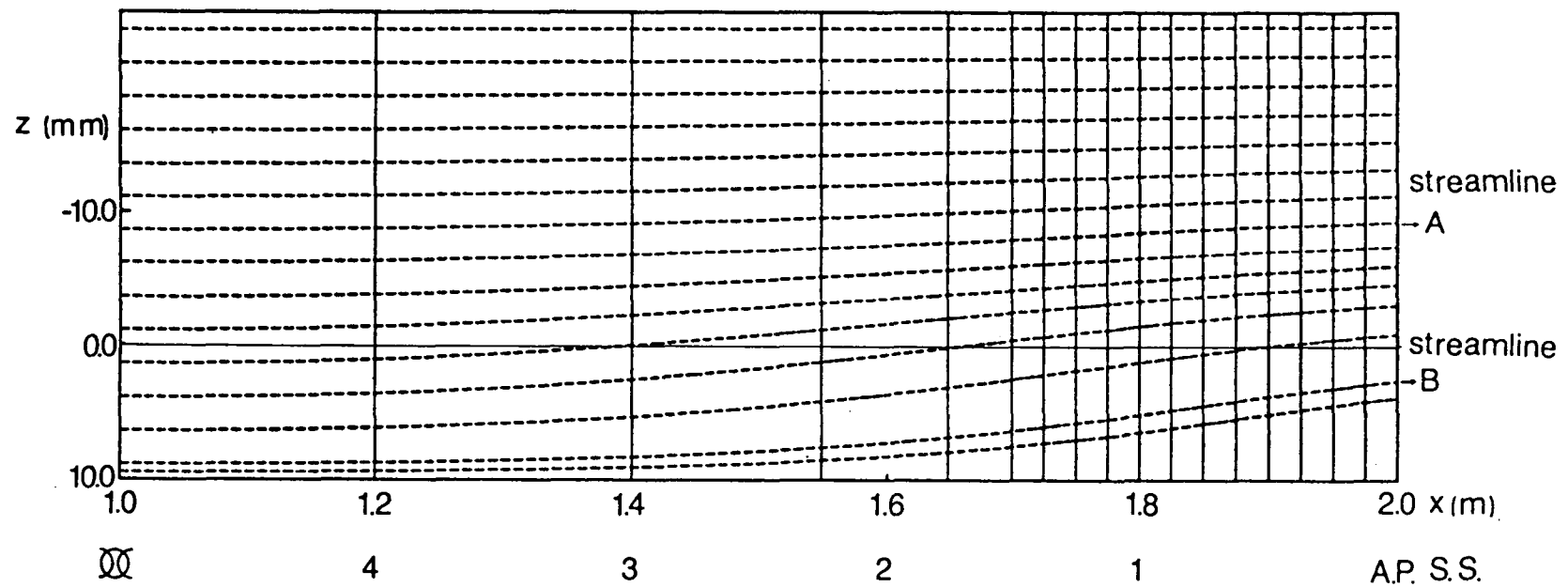


Fig.21 Potential streamlines ( Deep Wigley model)

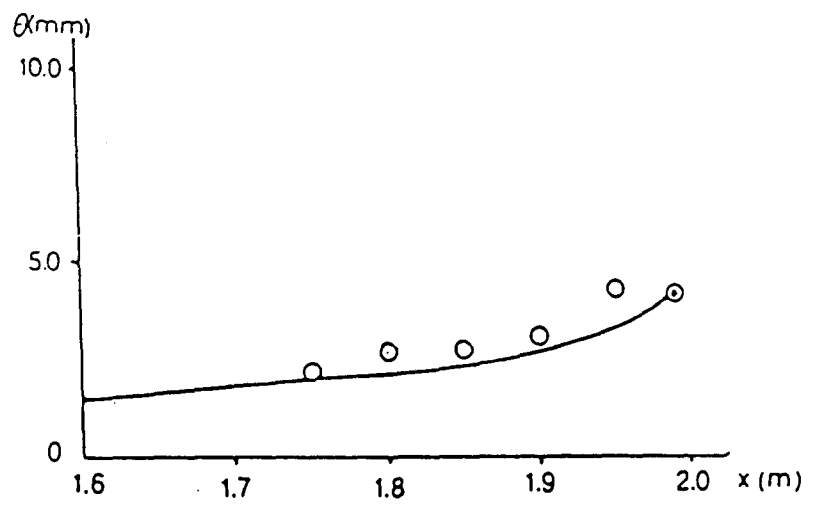
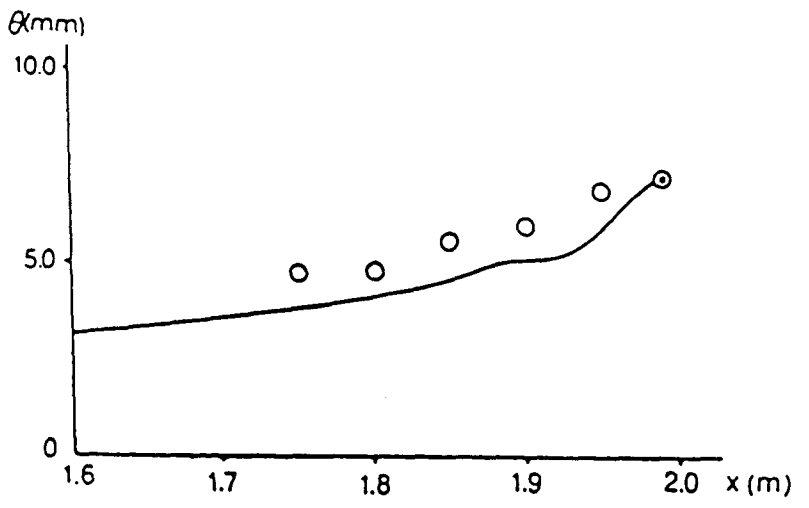
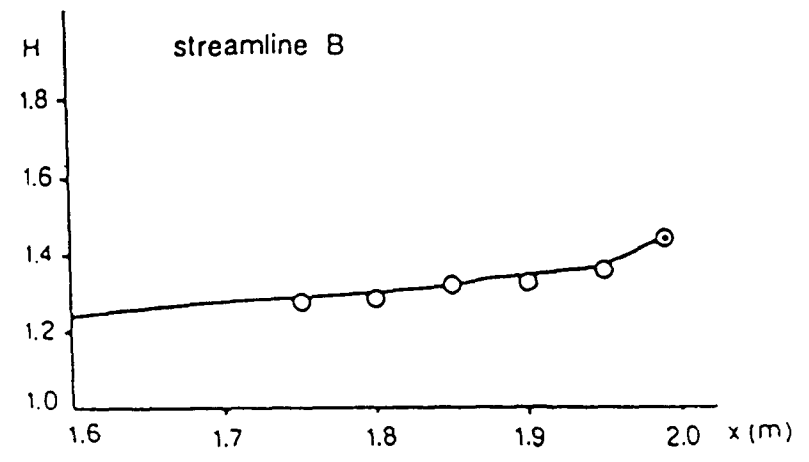
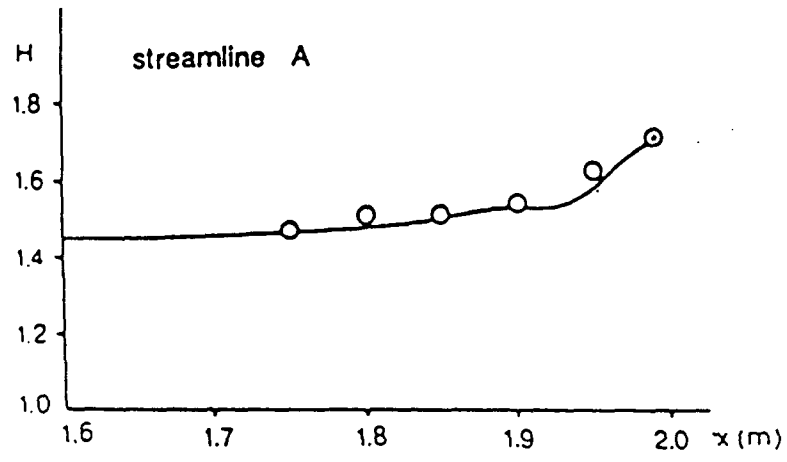


Fig.22 Boundary layer characteristics ( Deep Wigley model)

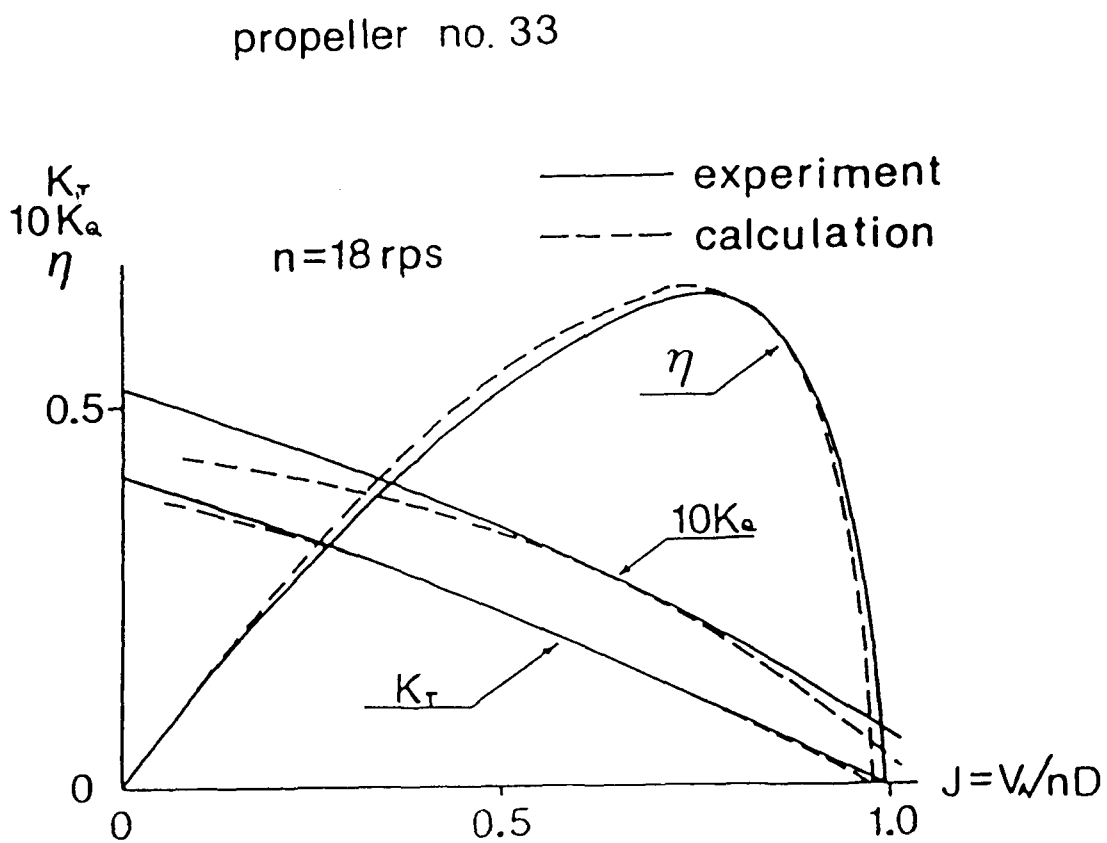
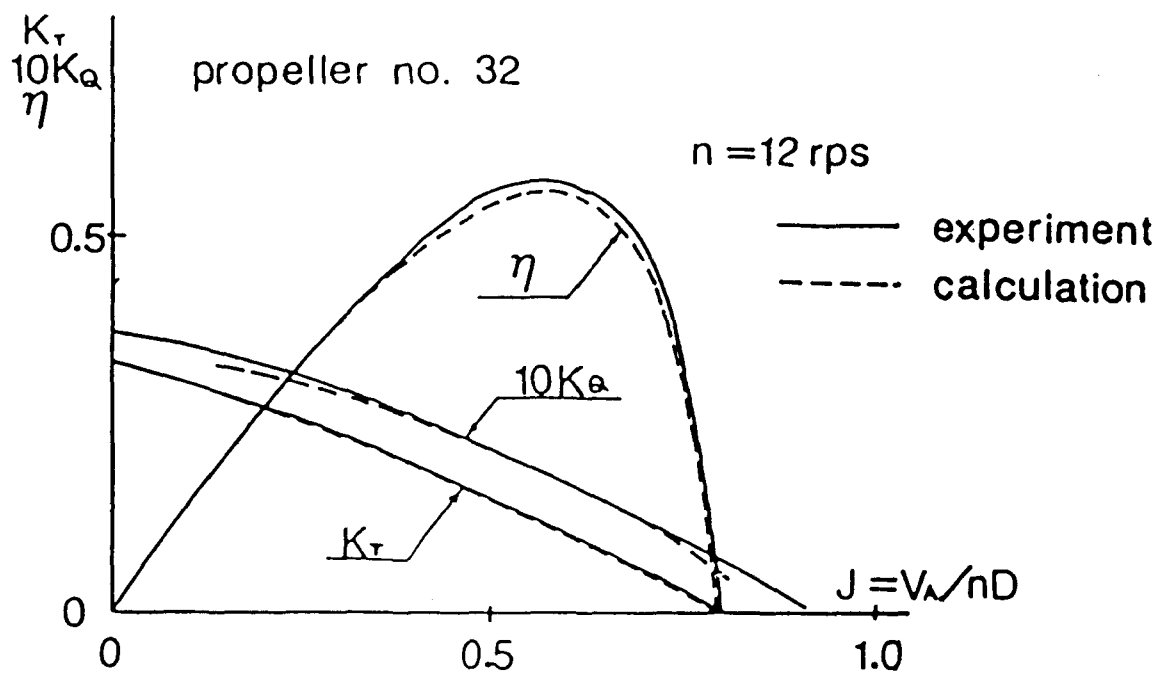


Fig.23 Propeller open chart

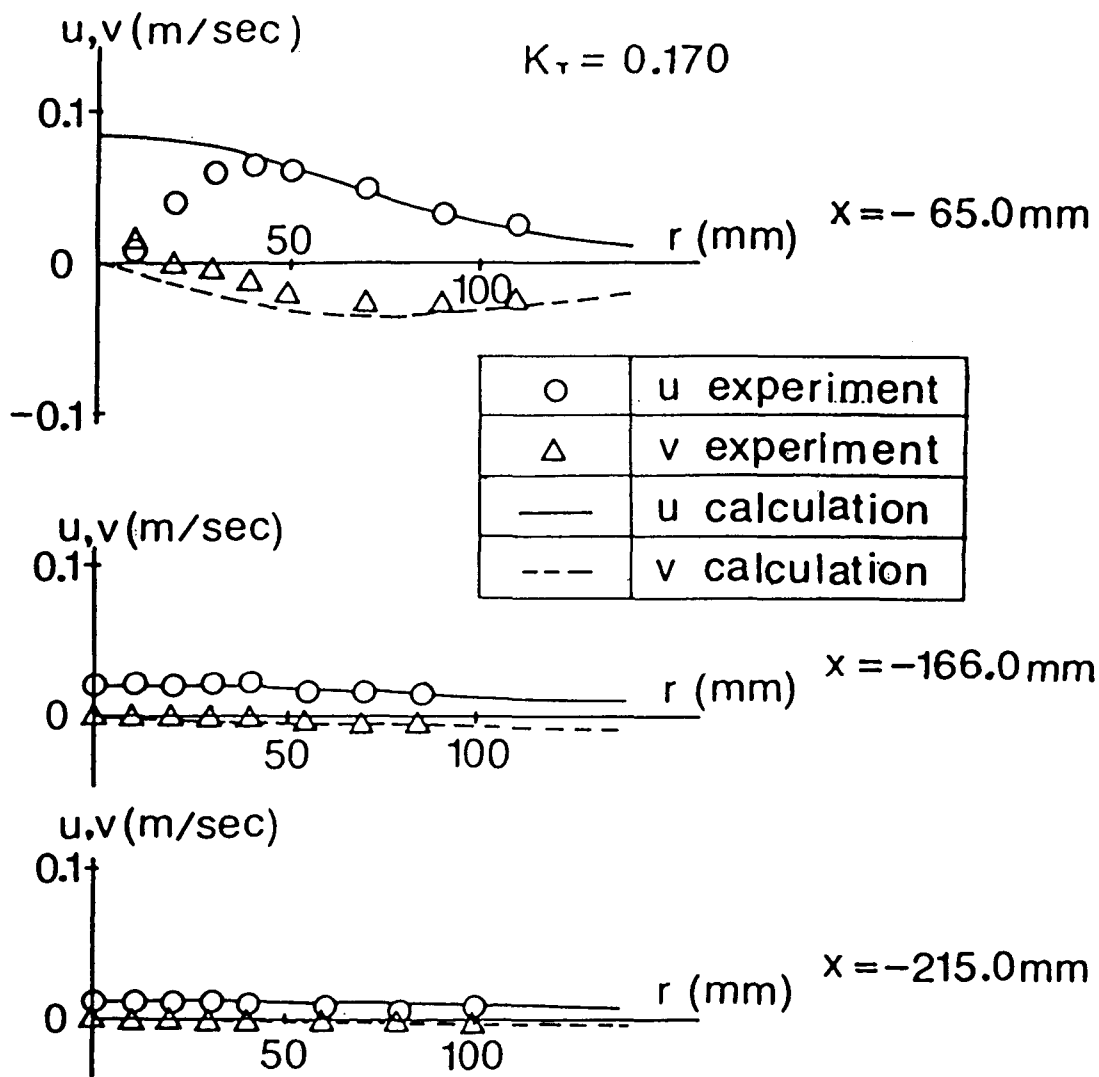


Fig.24 Comparison of calculated and measured propeller induced velocity in open water ( Propeller no.32)

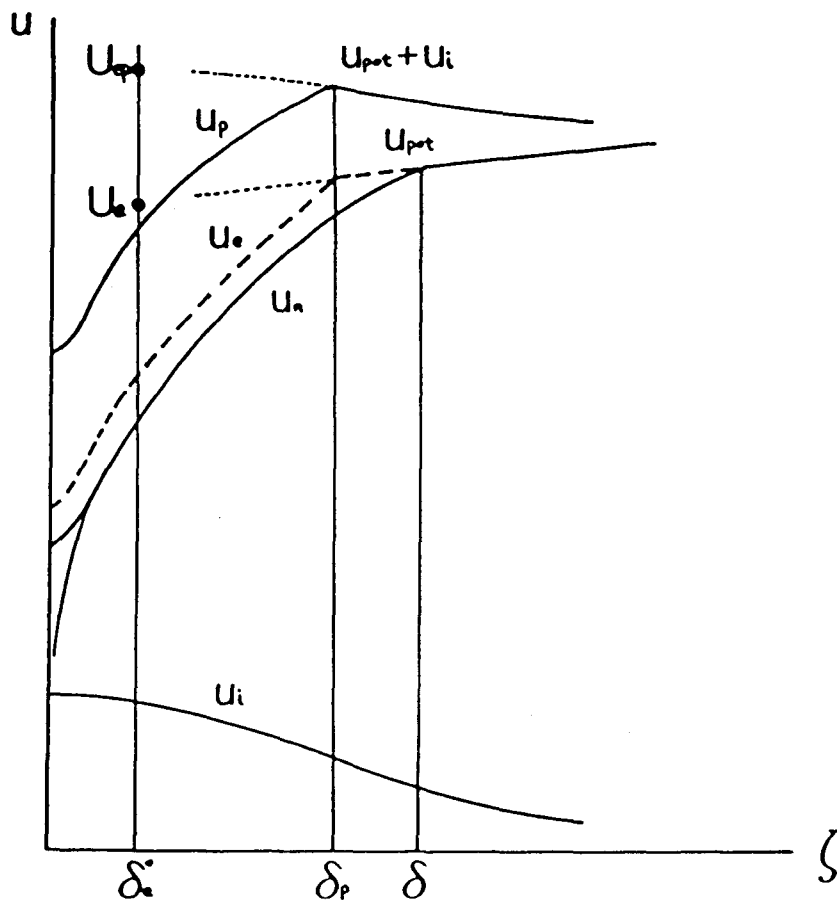
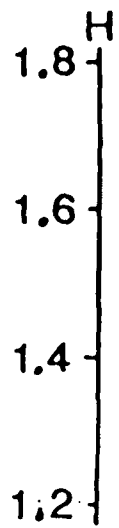


Fig.25 Illustration for obtaining velocity distribution from calculated integral parameters



exp.	○	without prop.
	□	with prop., n=15.20 rps
cal.	—	without prop.
	- - - -	with prop., n=15.20 rps

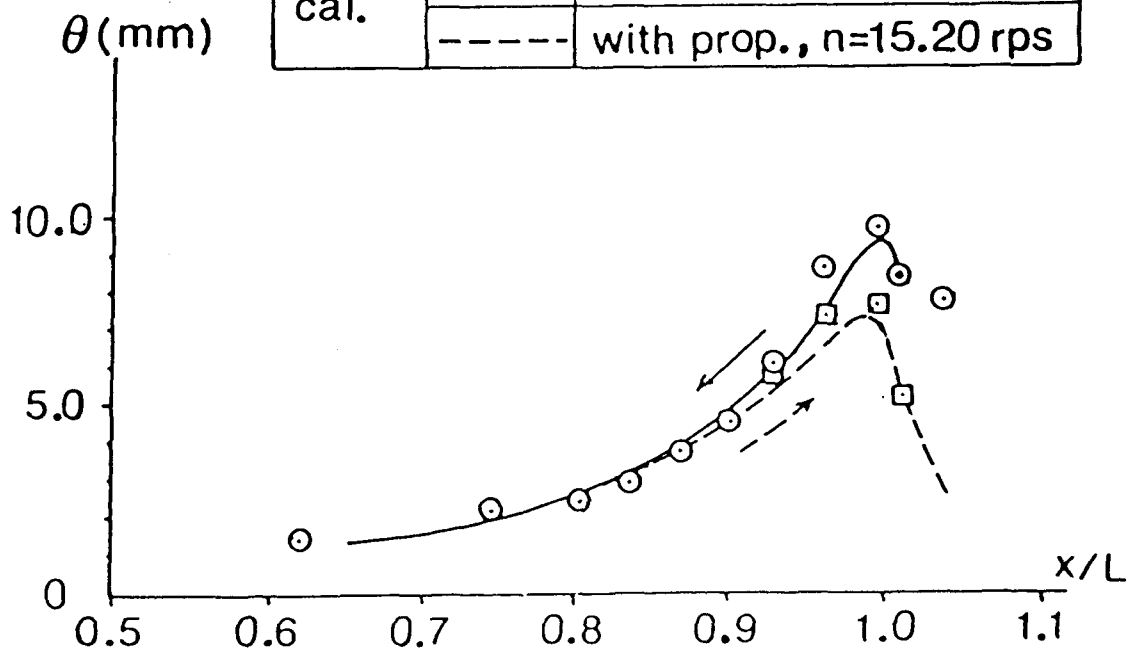


Fig.26 Boundary layer characteristics ( Body of revolution)



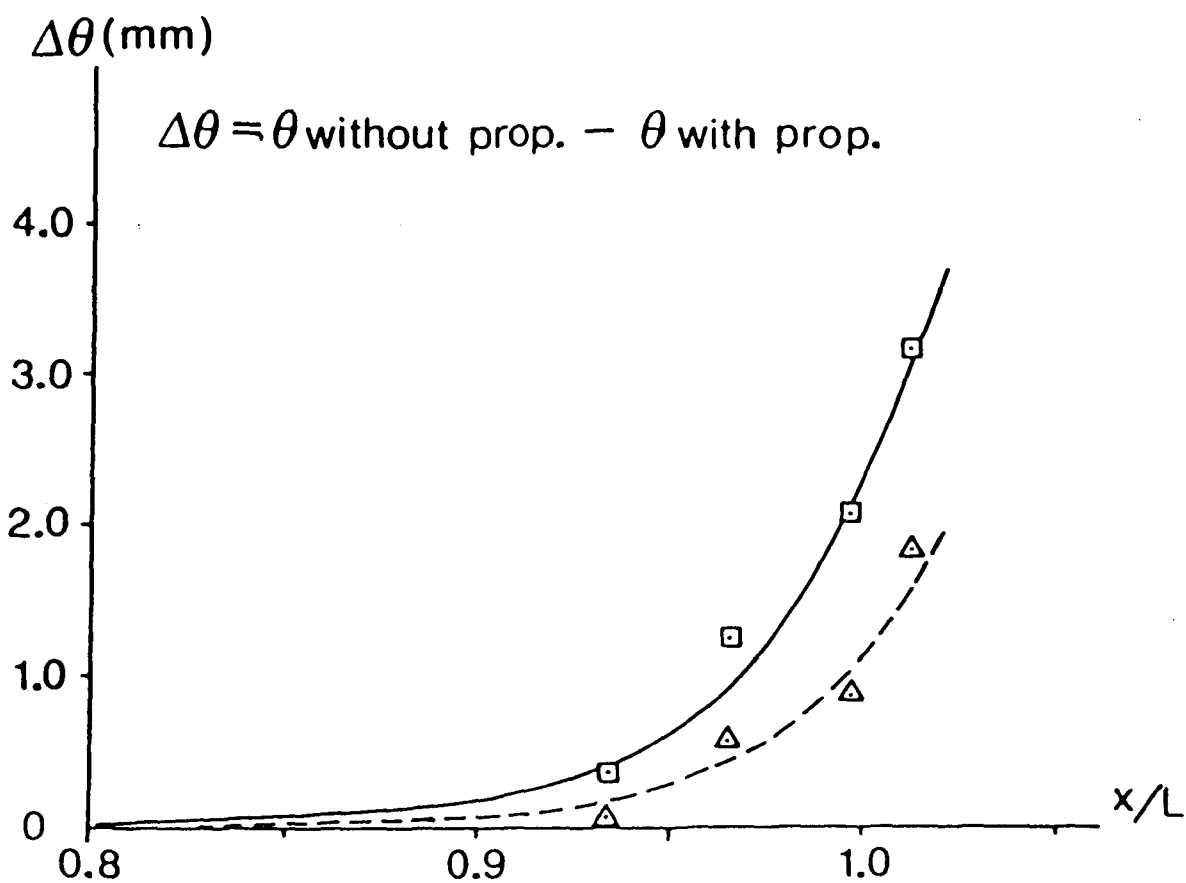
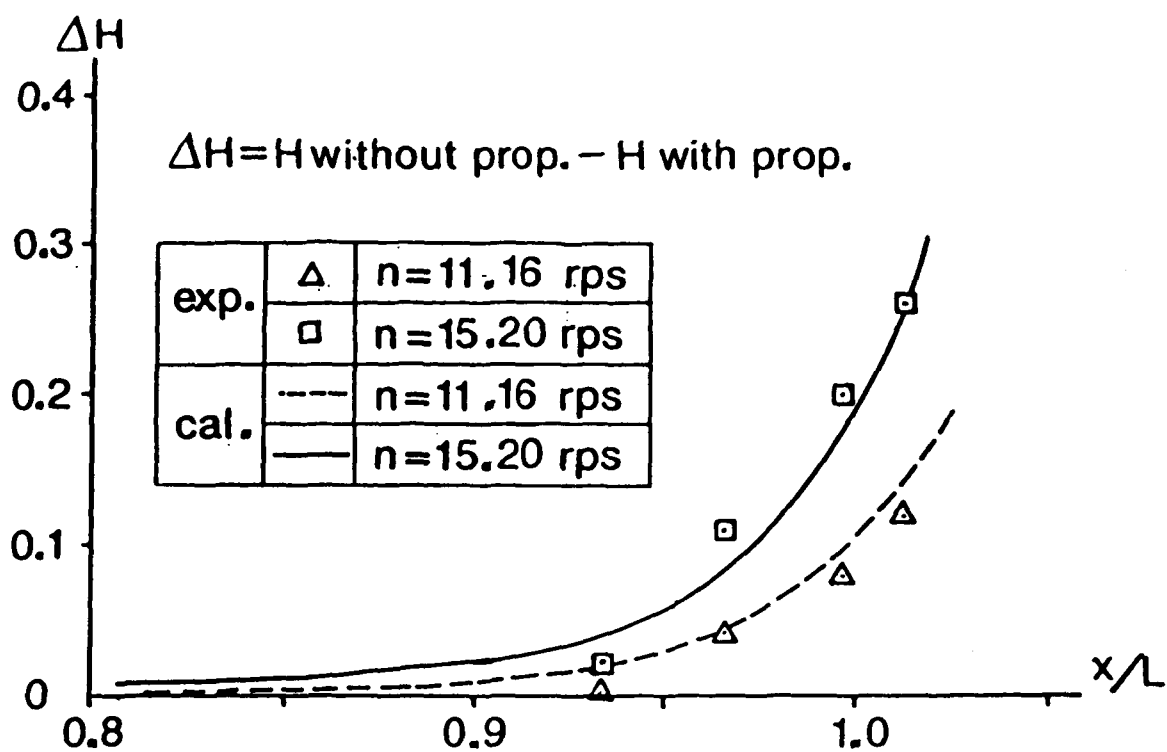


Fig.27 Difference of  $H$  &  $\theta$  between the cases without and with propeller ( Body of revolution)

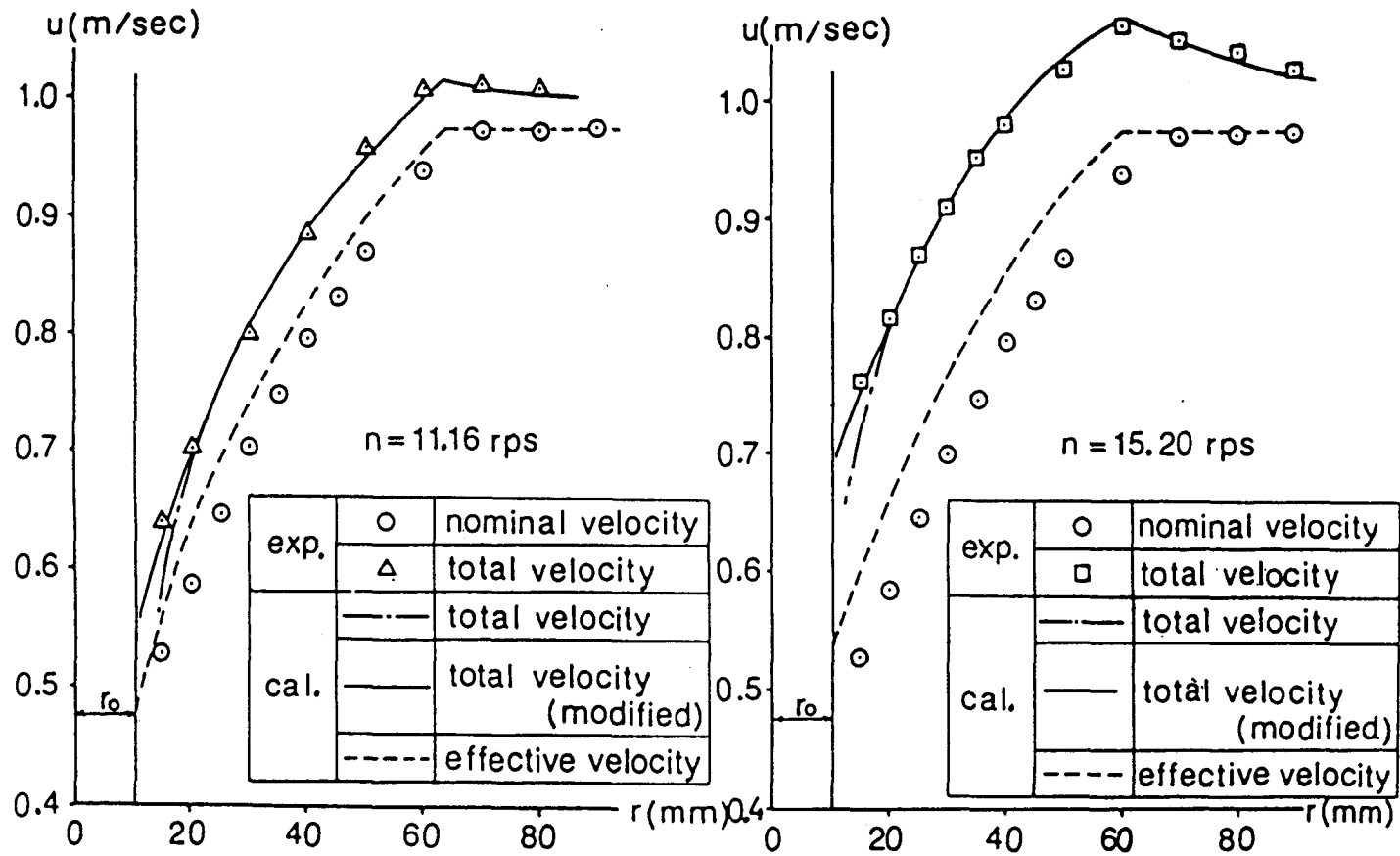


Fig.28 Comparison between measured and calculated velocity distribution ( $x=1.620$ m, Body of revolution)

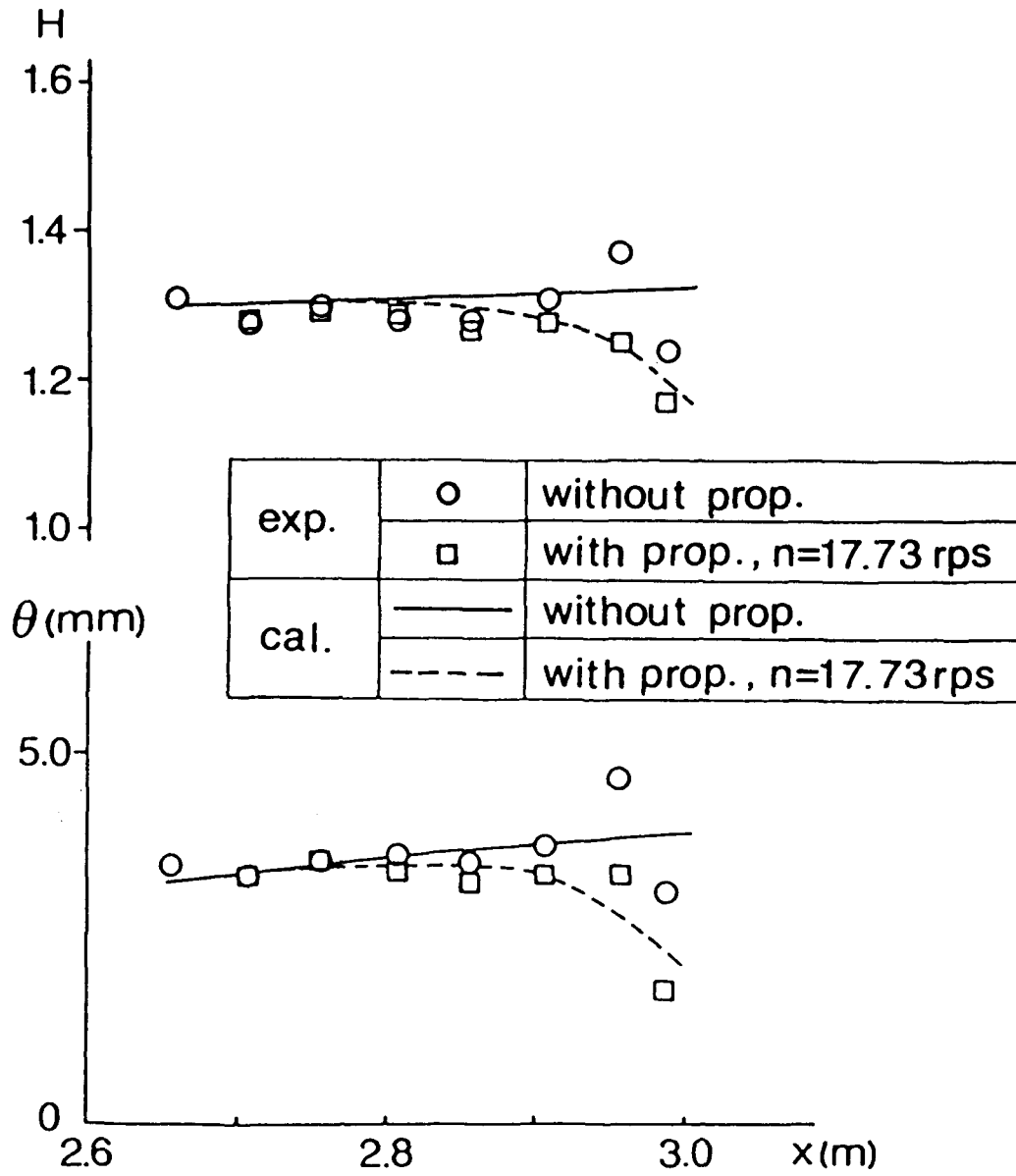


Fig.29 Boundary layer characteristics  
(  $z=0$ mm, Flat plate)

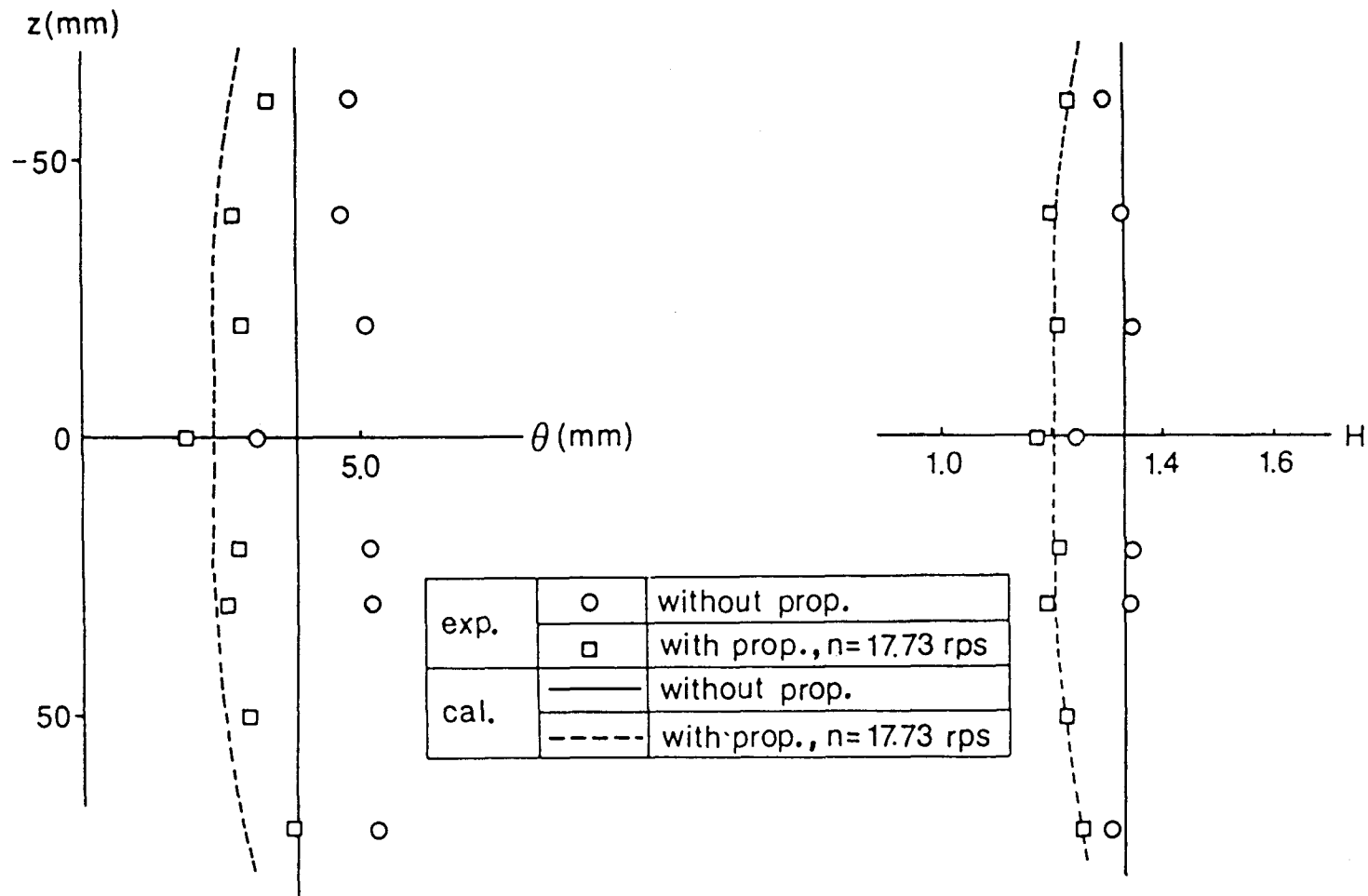


Fig.30 Boundary layer characteristics (  $x=2.986\text{m}$ , Flat plate)

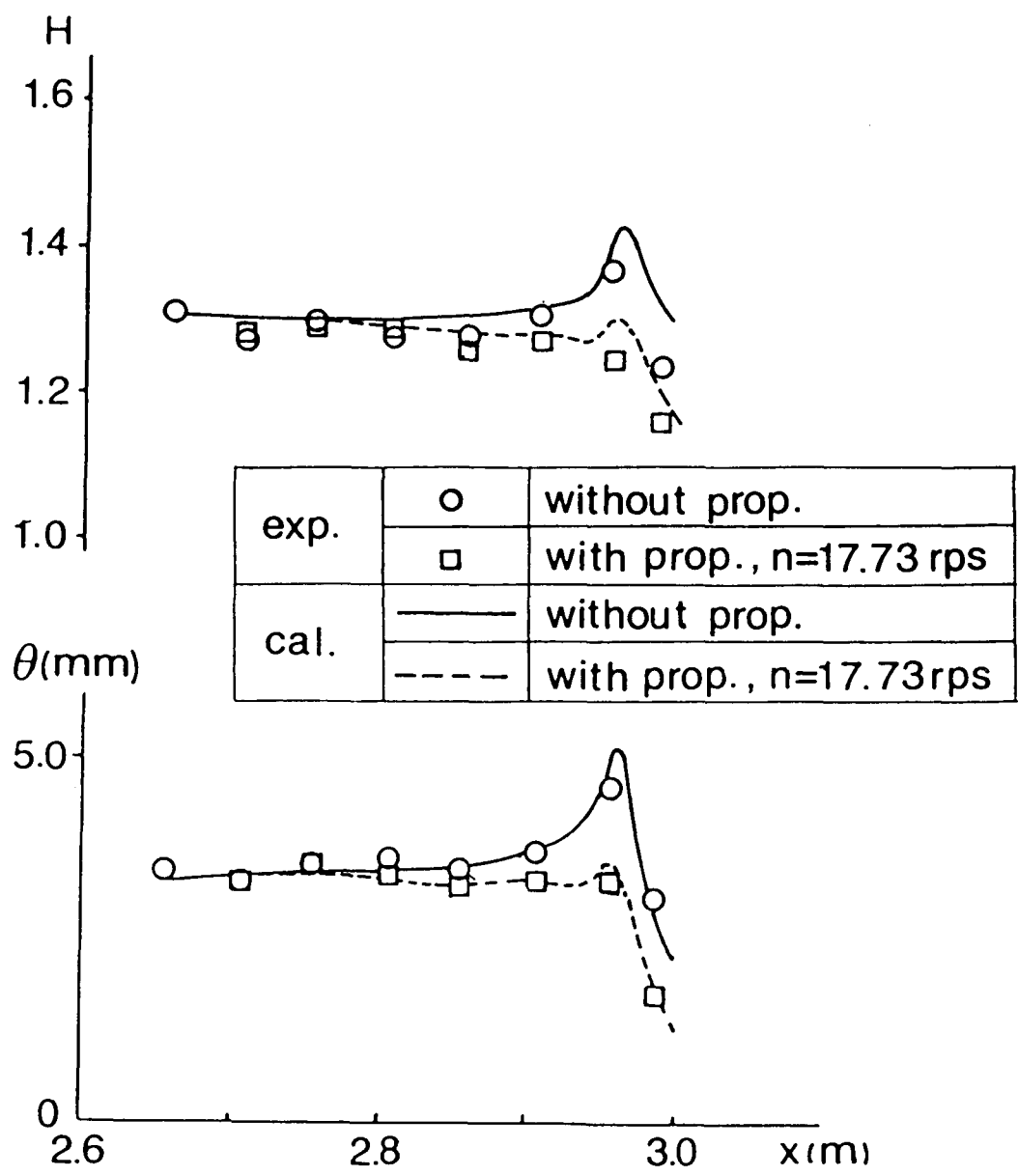


Fig.31 Boundary layer characteristics  
( $z=0\text{mm}$ , Flat plate)

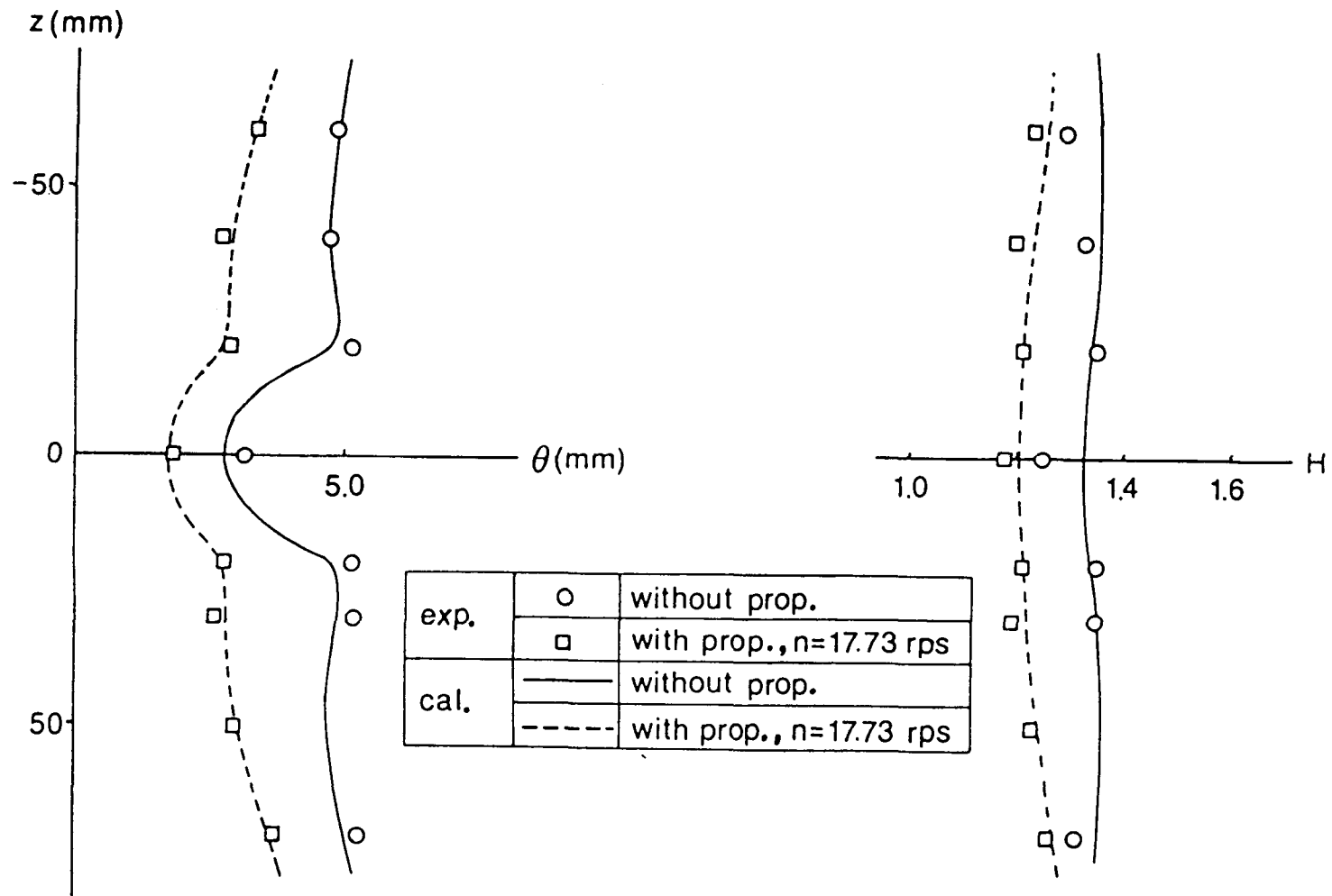


Fig.32 Boundary layer characteristics (  $x=2.986m$ , Flat plate)

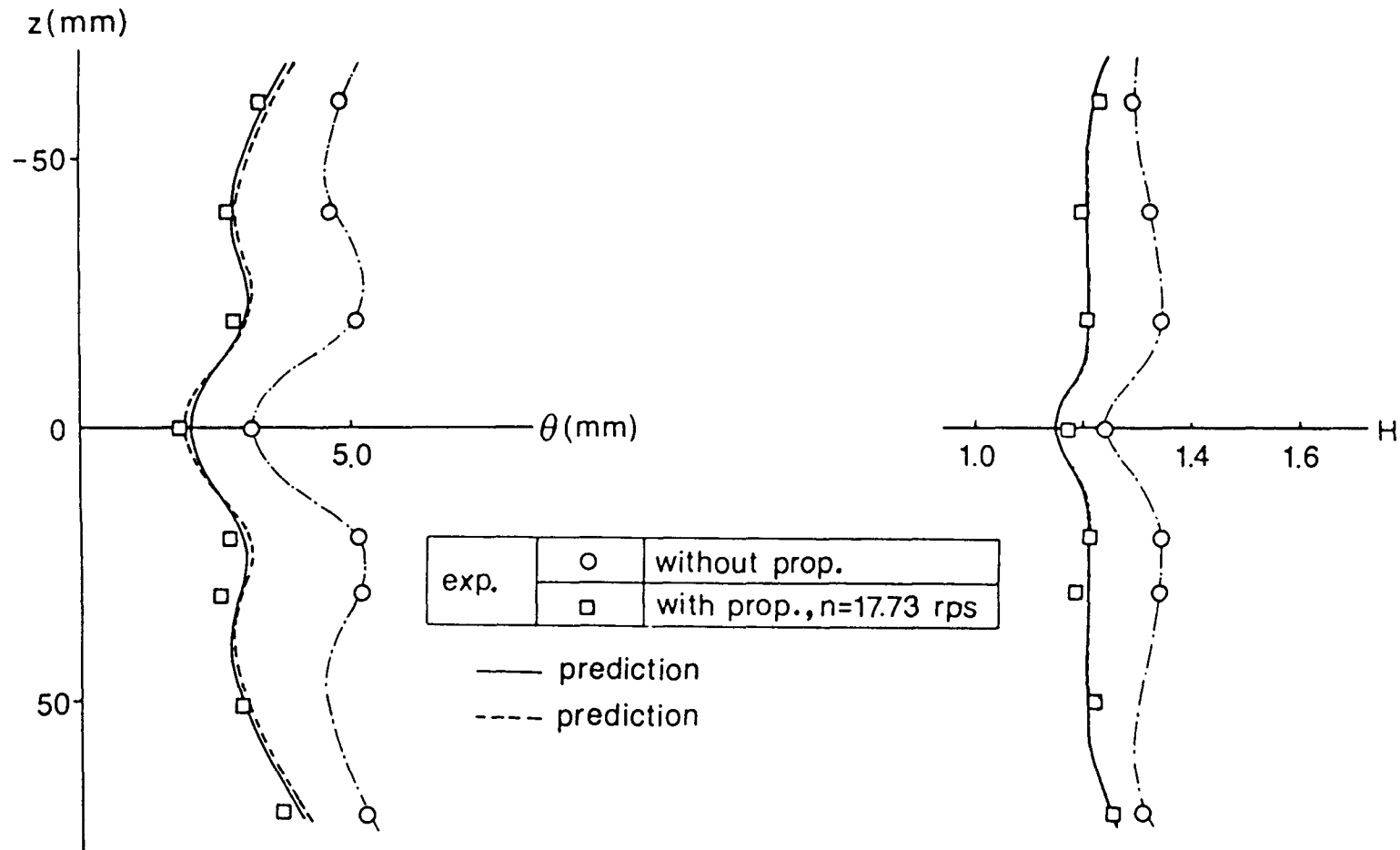


Fig.33 Comparison between measured and predicted boundary layer characteristics (  $x=2.986m$ , Flat plate)

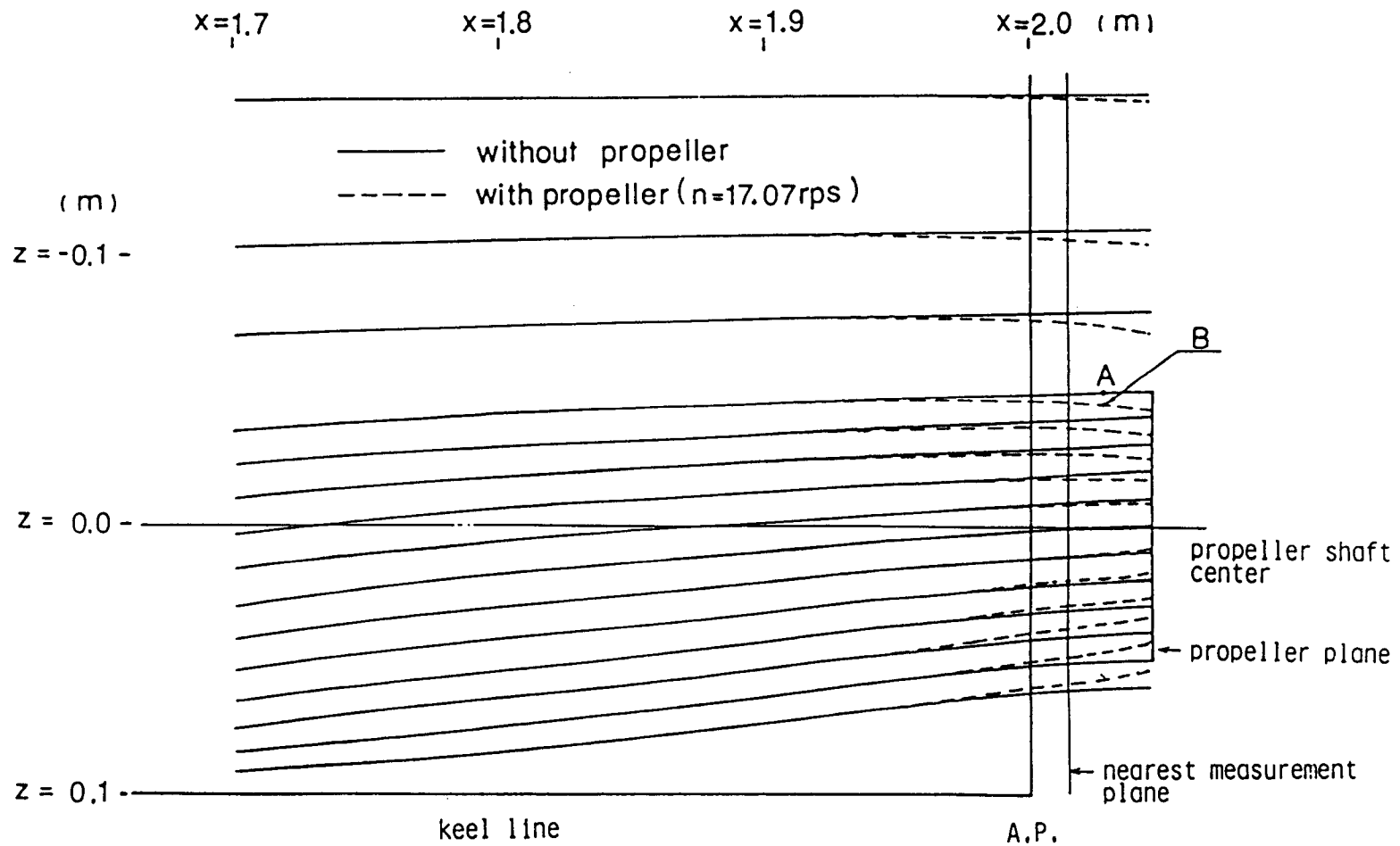


Fig.34 Potential streamlines ( Deep Wigley model)



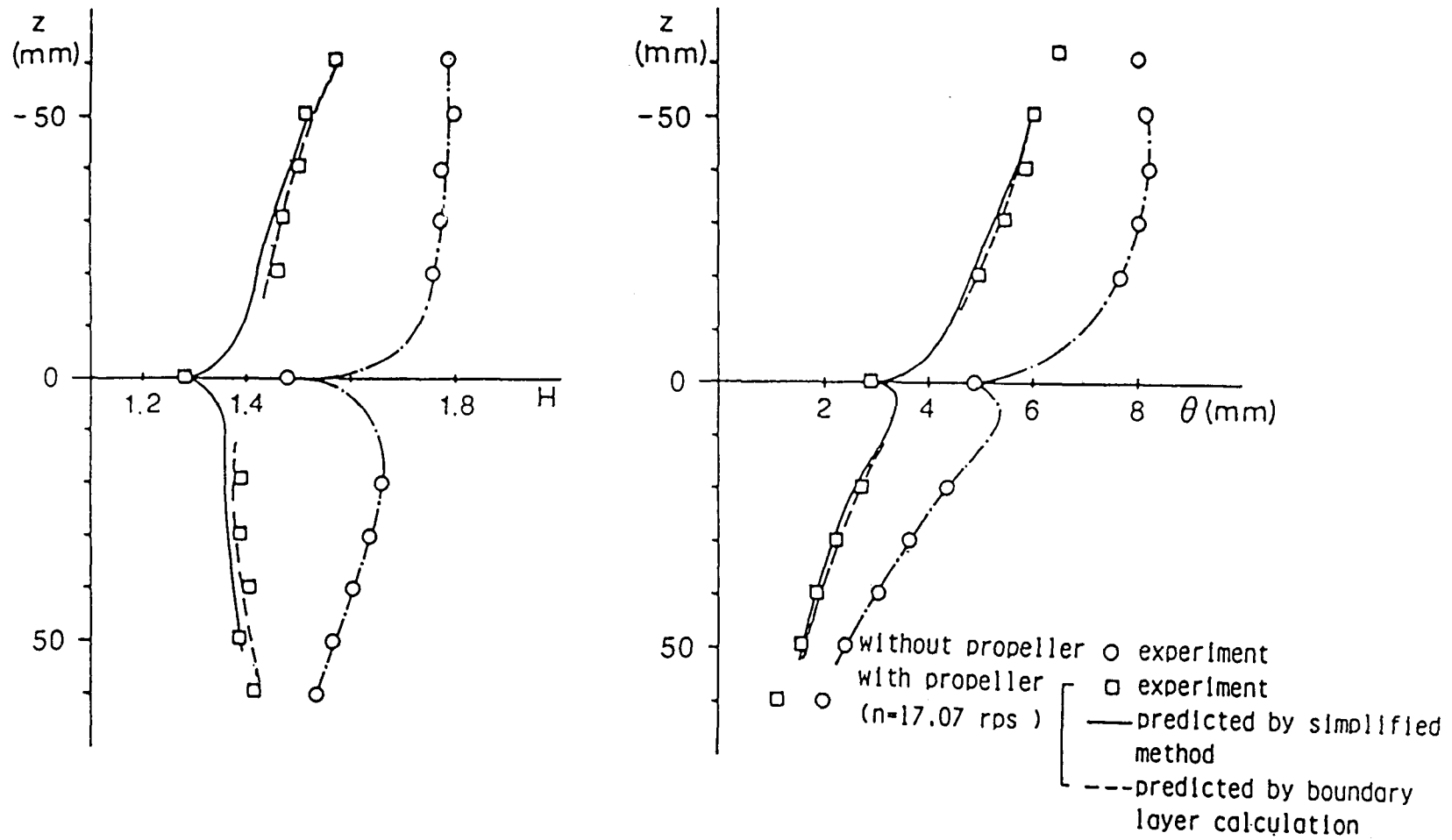


Fig.35 Comparison between measured and predicted boundary layer characteristics (  $X=2.015m$ , Deep Wigley model)

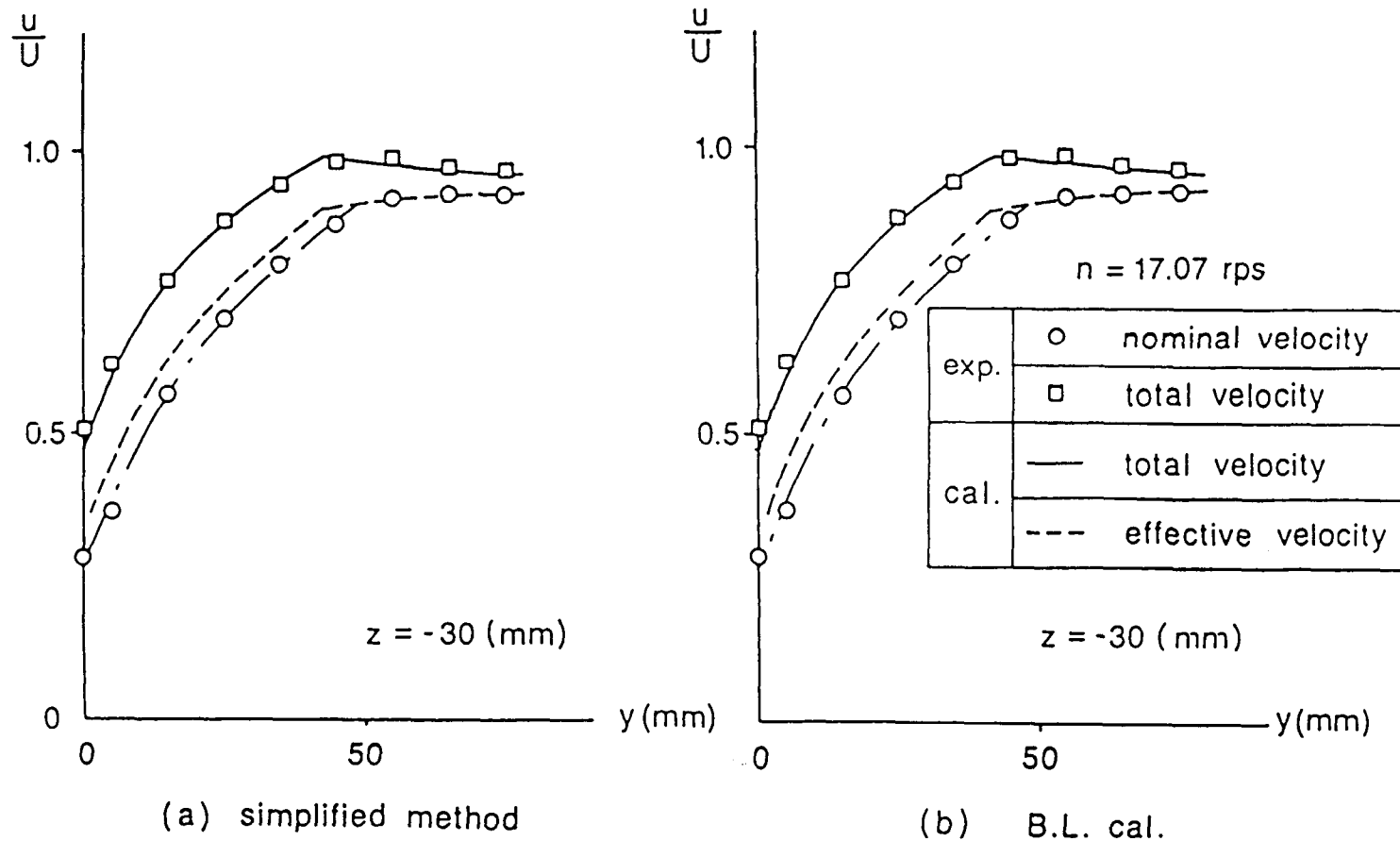


Fig.36 Comparison between measured and calculated x-wise velocity distributions (  $X=2.015$ m, Deep Wigley model)

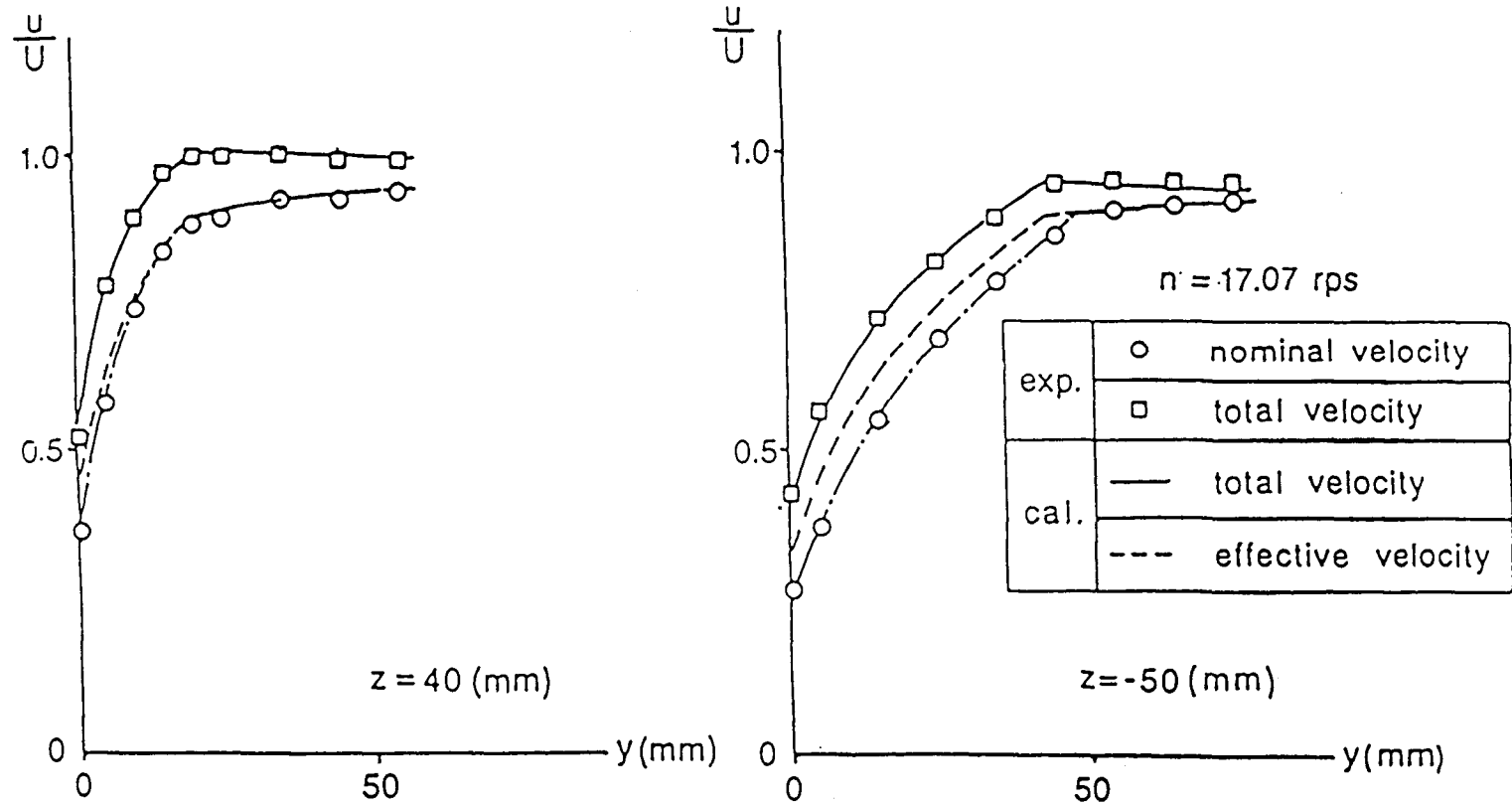


Fig.37 Comparison between measured and calculated x-wise velocity distributions (  $X=2.015m$  )

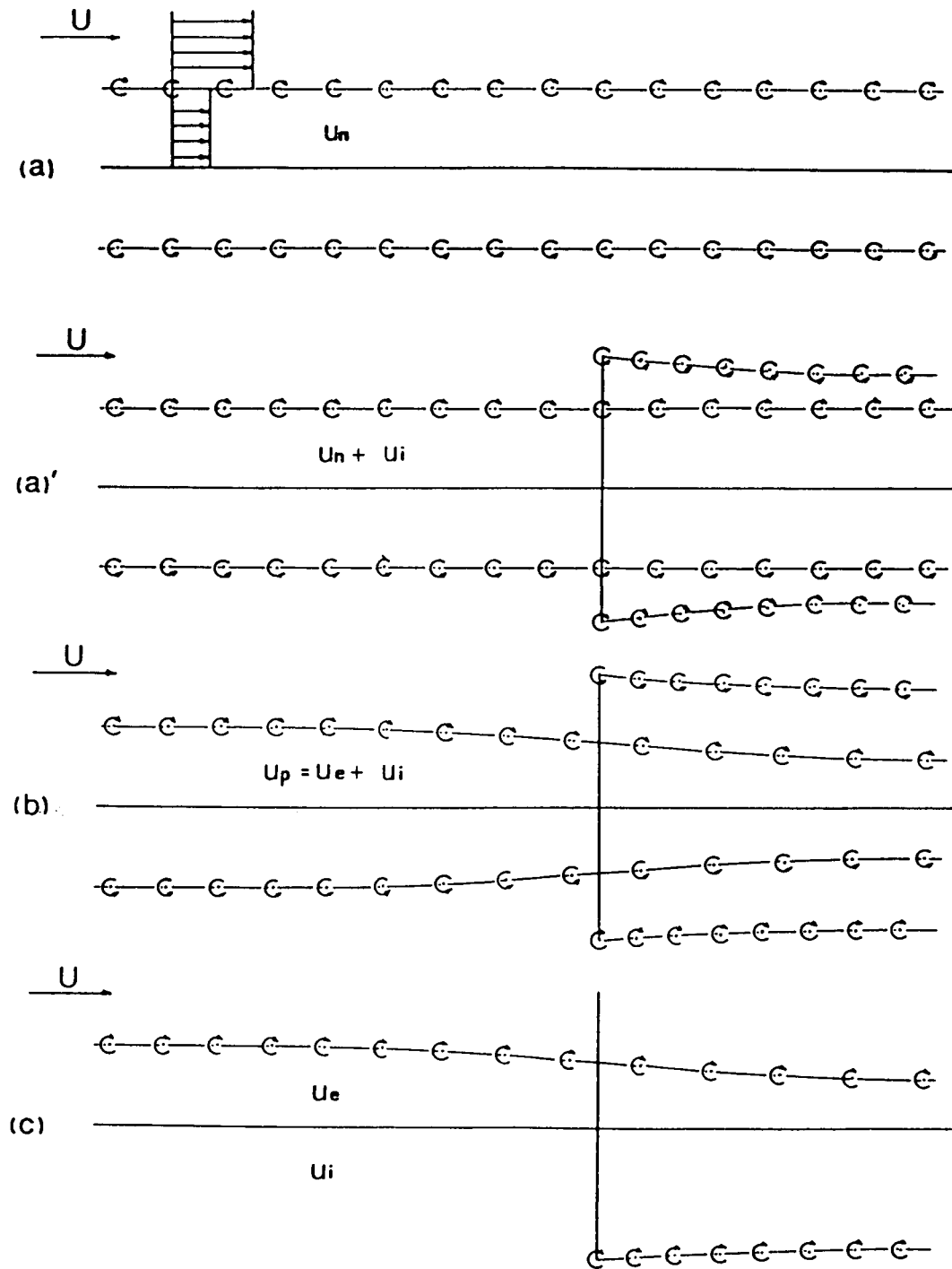


Fig.38 Illustration for the definition of effective velocity

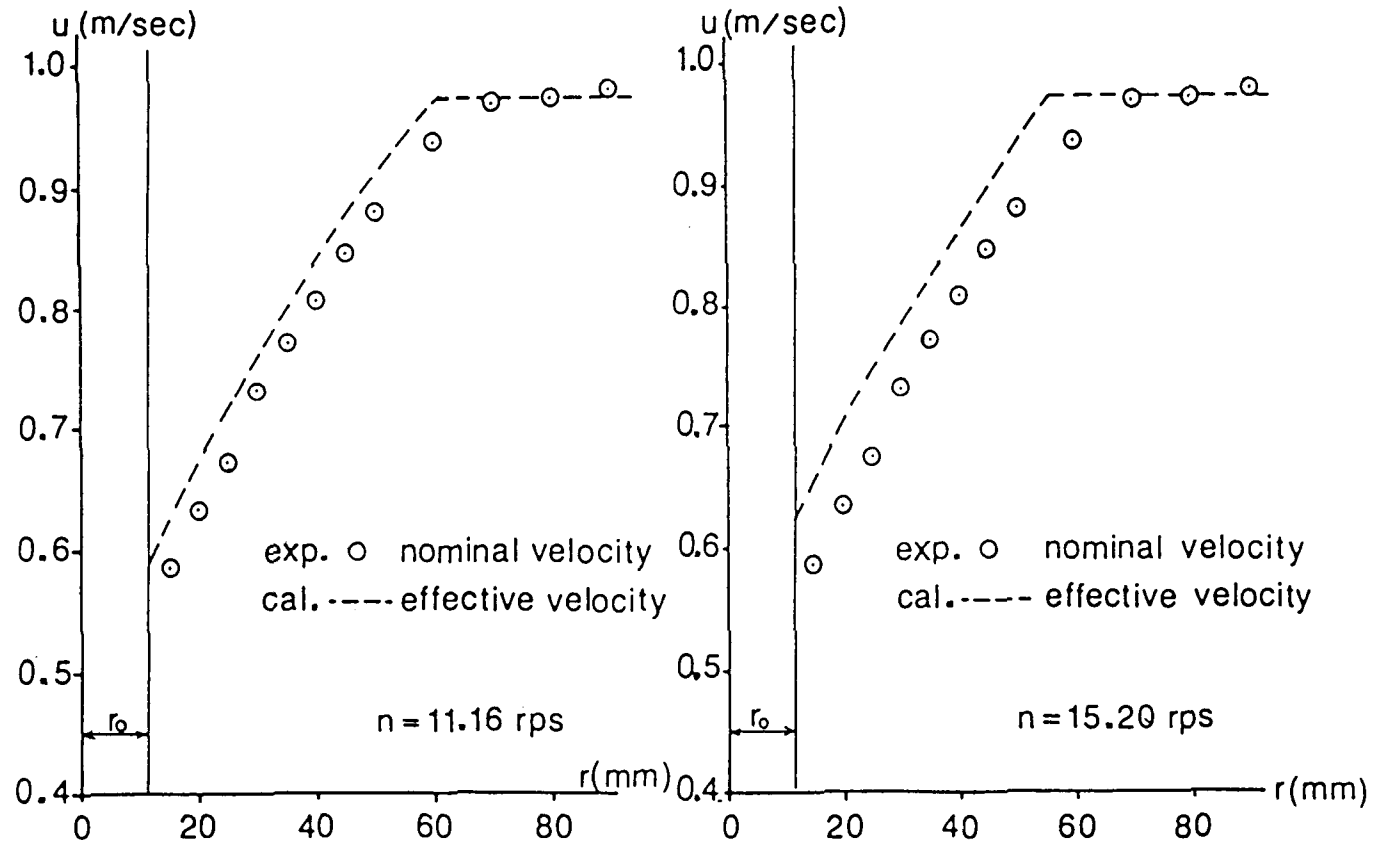


Fig.39 Comparison between measured and calculated velocity distribution ( measured location:  $x=1.660$ m, calculated location:  $x=1.640$ m, Body of revolution)

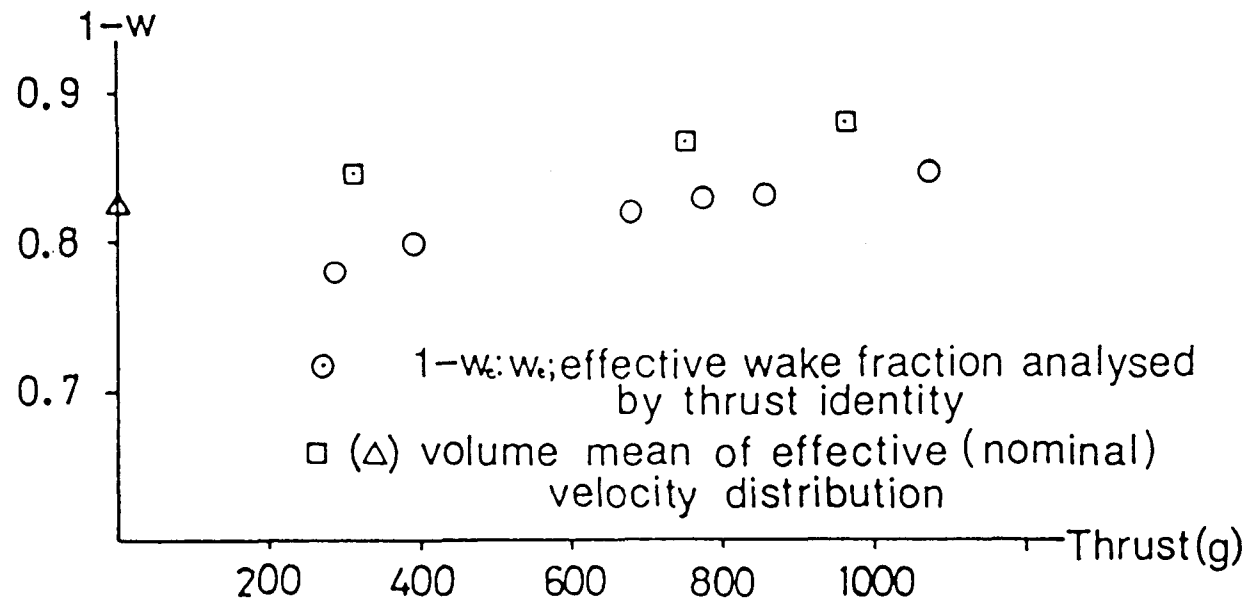


Fig.40 Comparison between measured effective inflow velocity by thrust identity and volume mean of effective velocity distribution ( Body of revolution)

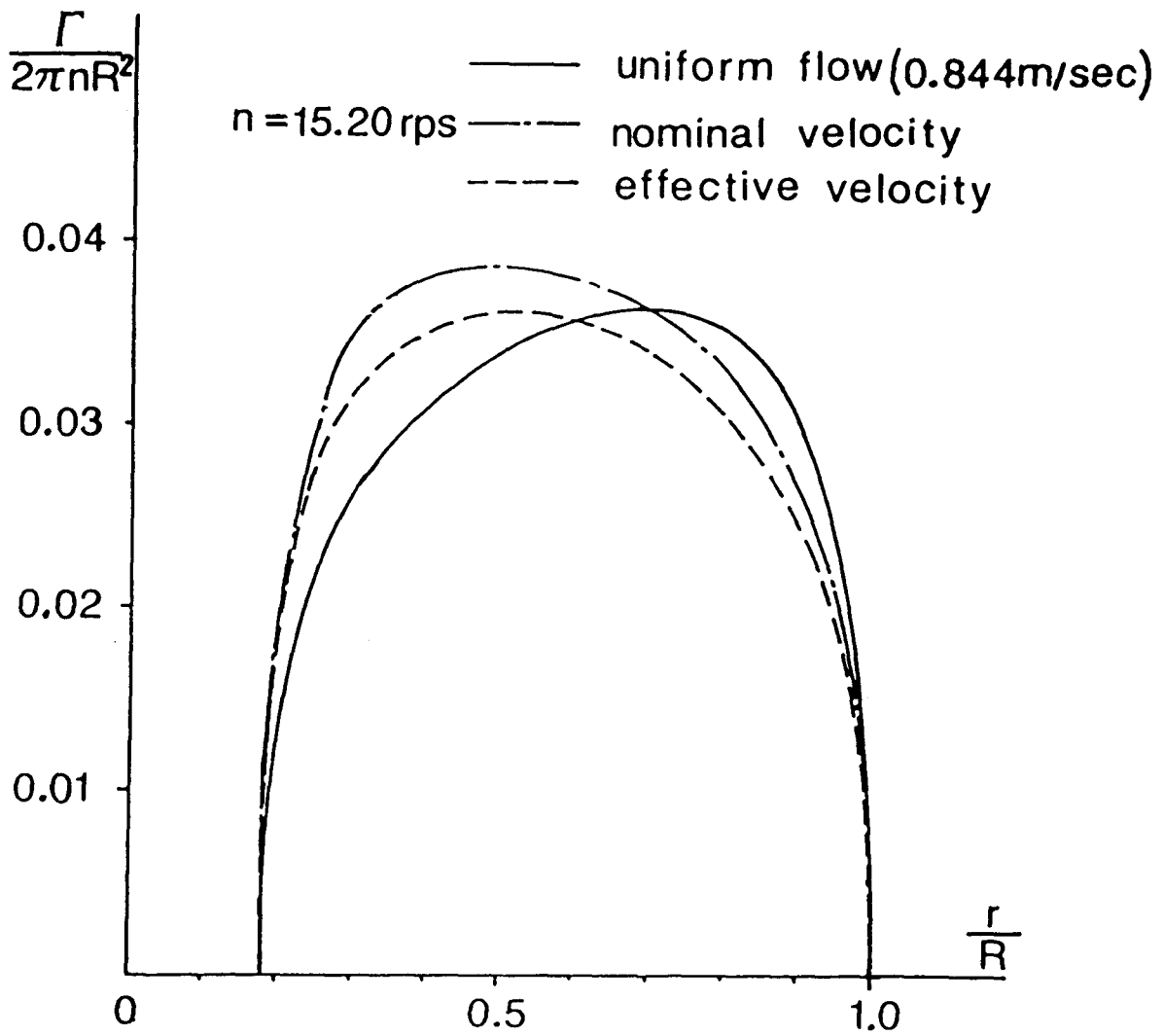


Fig.41 Comparison of circulation distribution in radial direction ( Body of revolution)

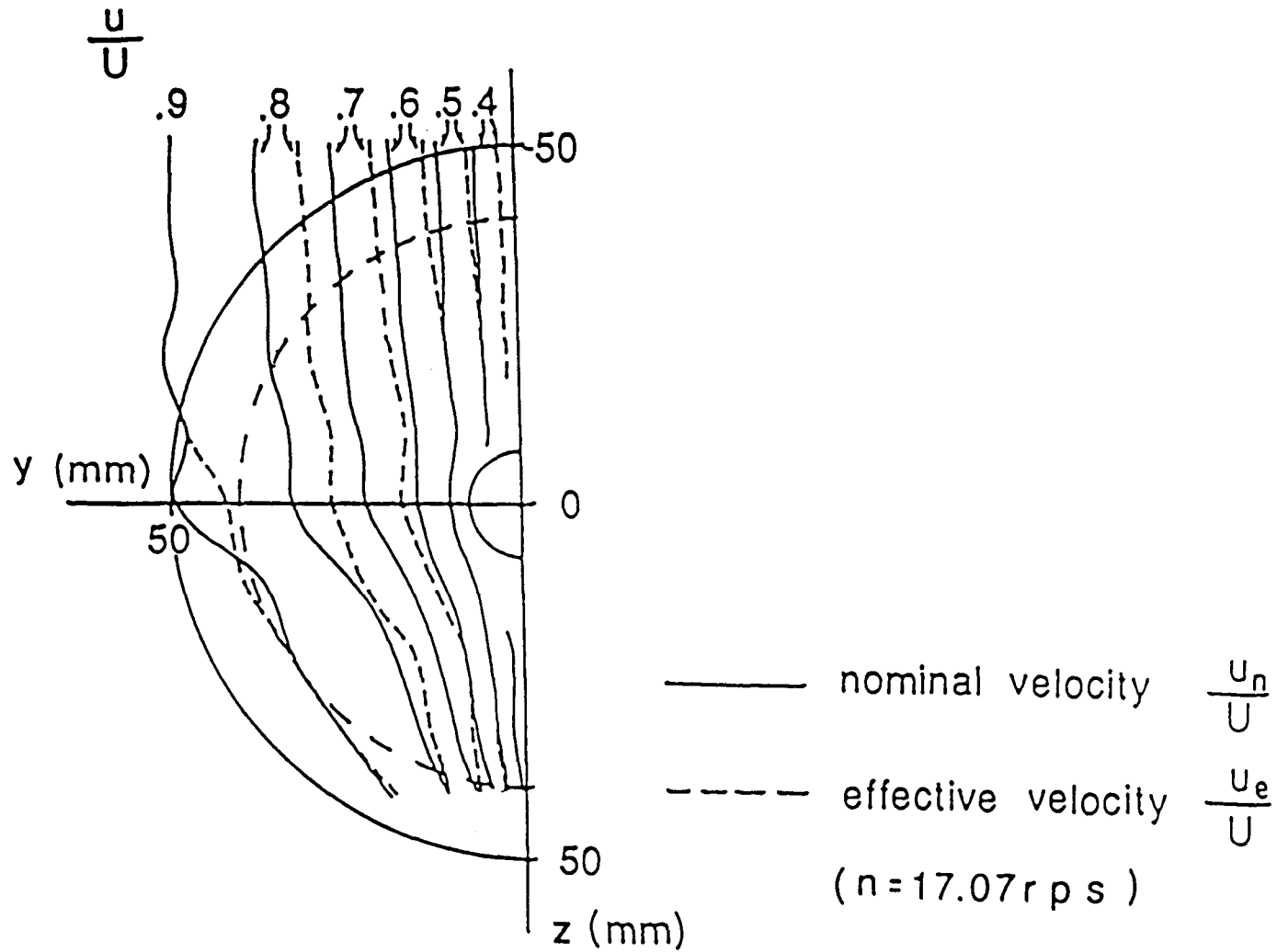


Fig.42 Comparison between measured and calculated x-wise velocity distributions (  $x=2.015\text{m}$ , Deep Wigley model)



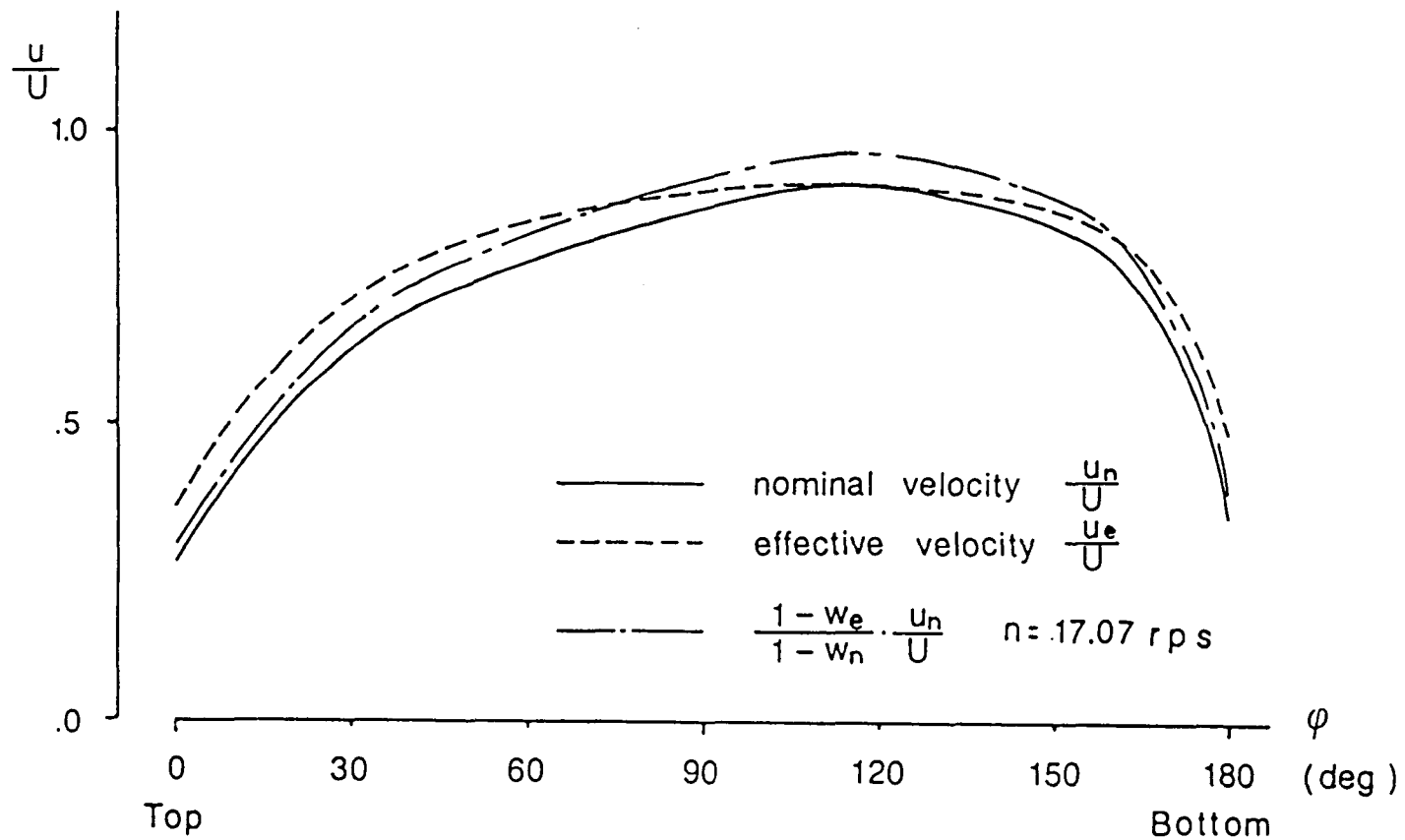


Fig.43 Circumferential distribution of x-wise velocity component (  $x=2.015\text{m}$ , Deep Wigley model)

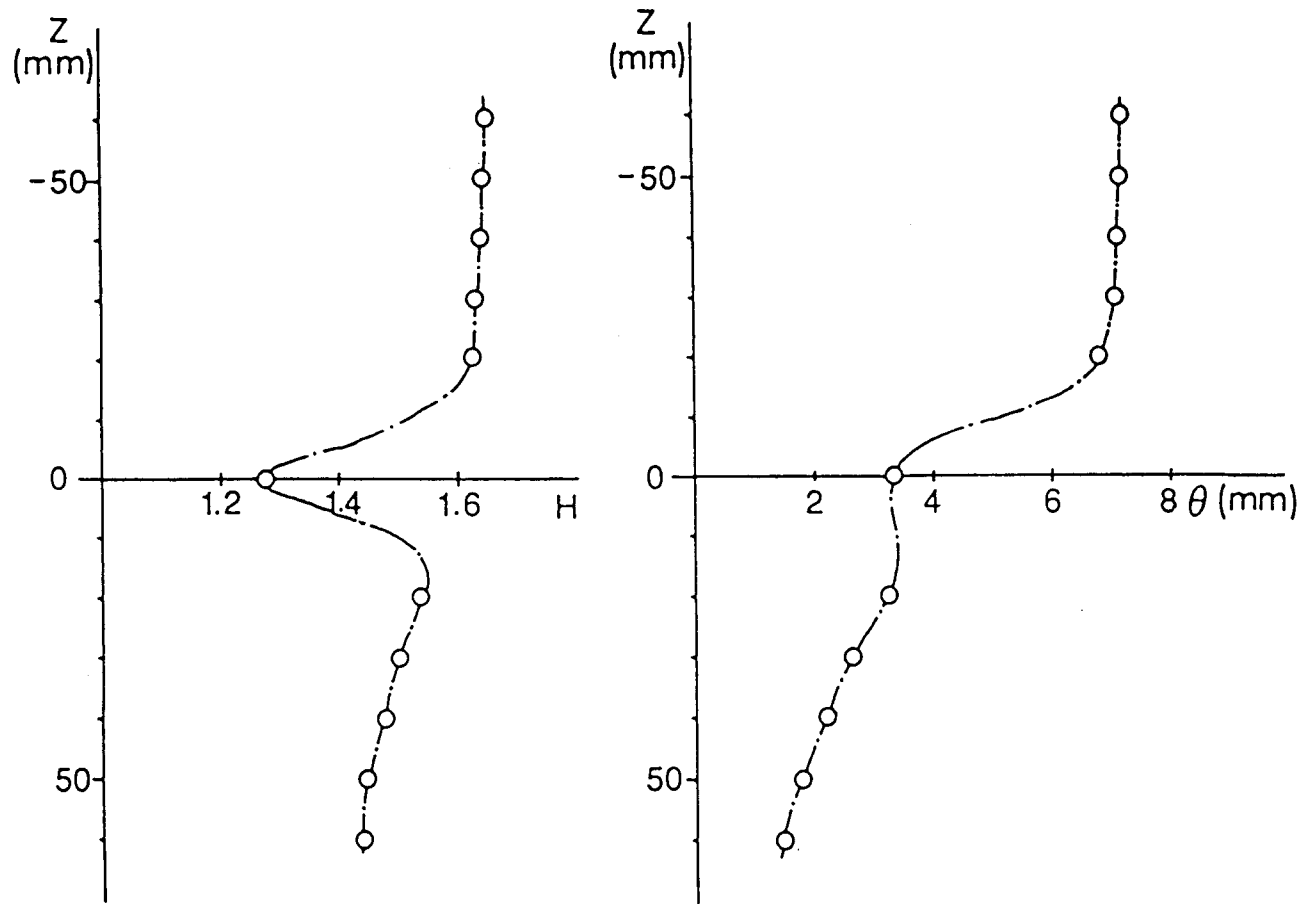


Fig.44 Boundary layer characteristics (  $x=2.046m$ , Deep Wigley model)

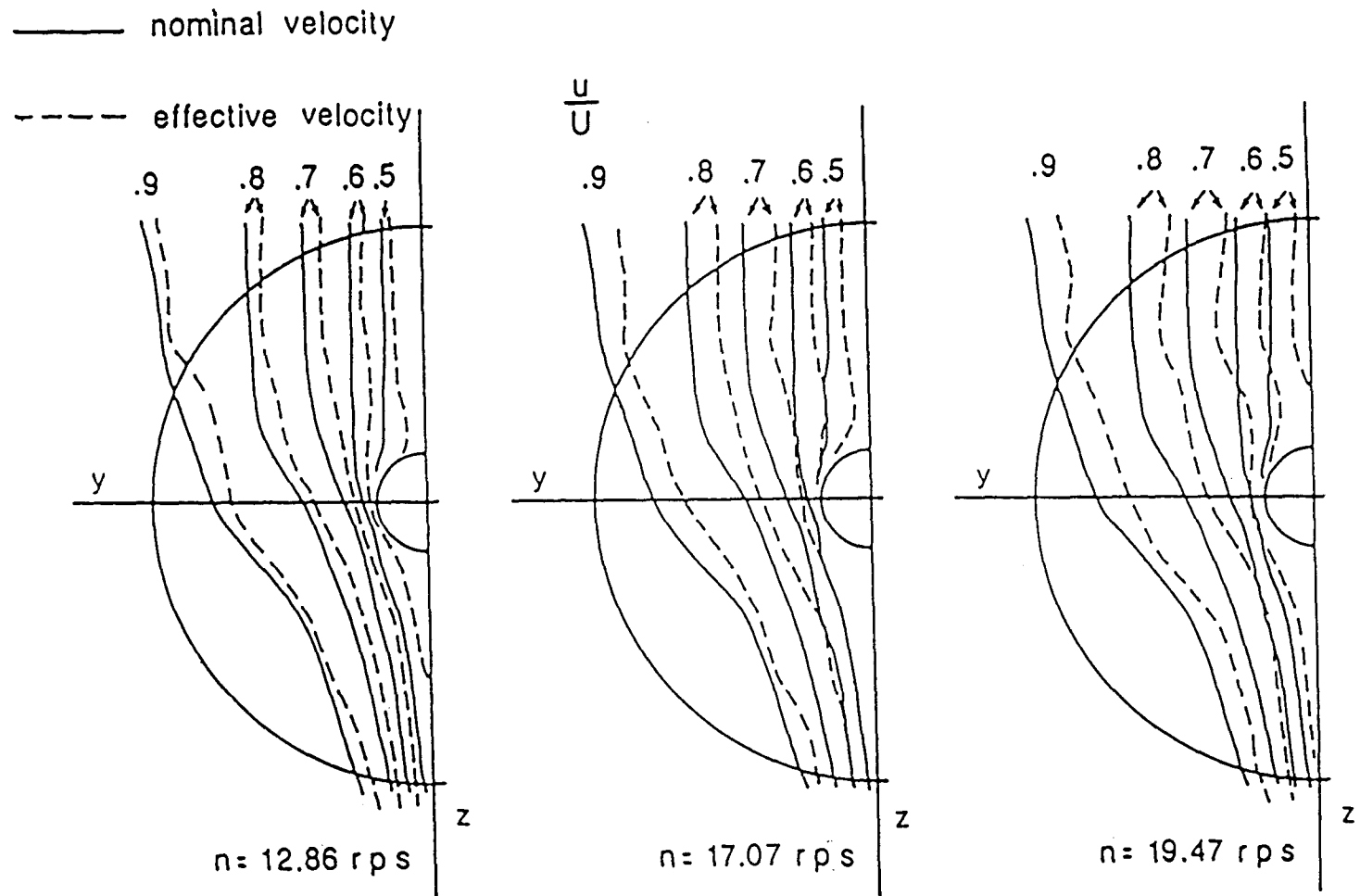


Fig.45 Comparison between measured and calculated x-wise velocity distribution ( measured location:  $x=2.046\text{m}$ , calculated location:  $x=2.021\text{m}$ , Deep Wigley model)

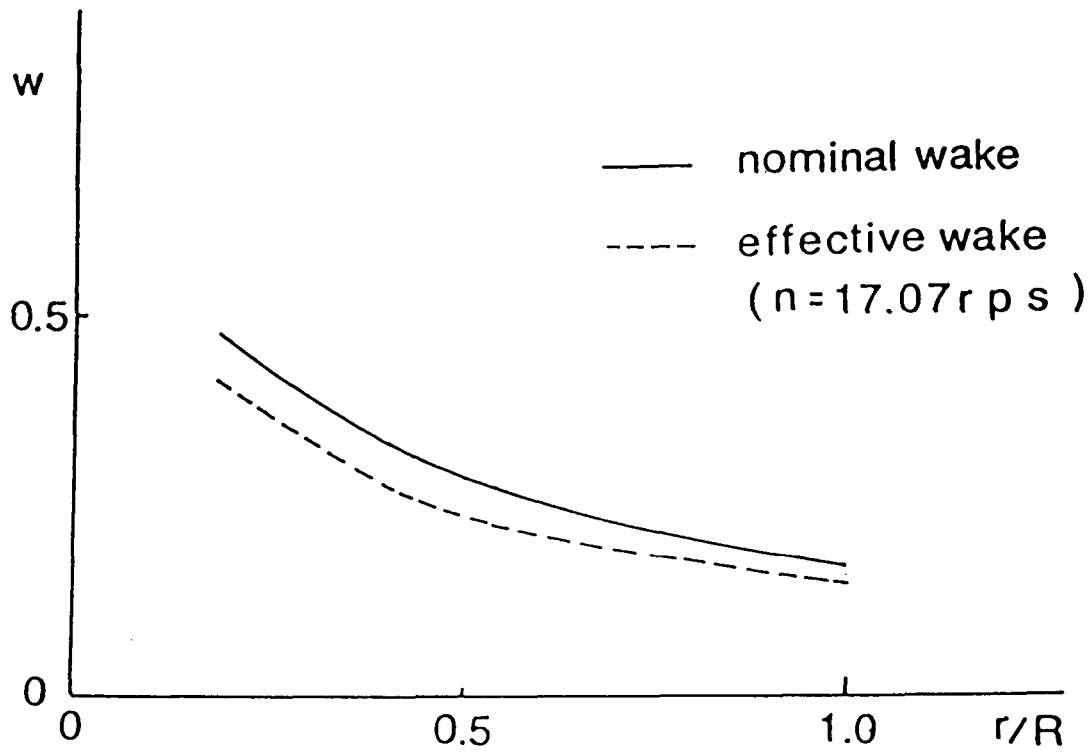


Fig.46 Radial distribution of circumferential mean wakes ( measured location:  $x=2.046\text{m}$ , calculated location:  $x=2.021\text{m}$ , Deep Wigley model)

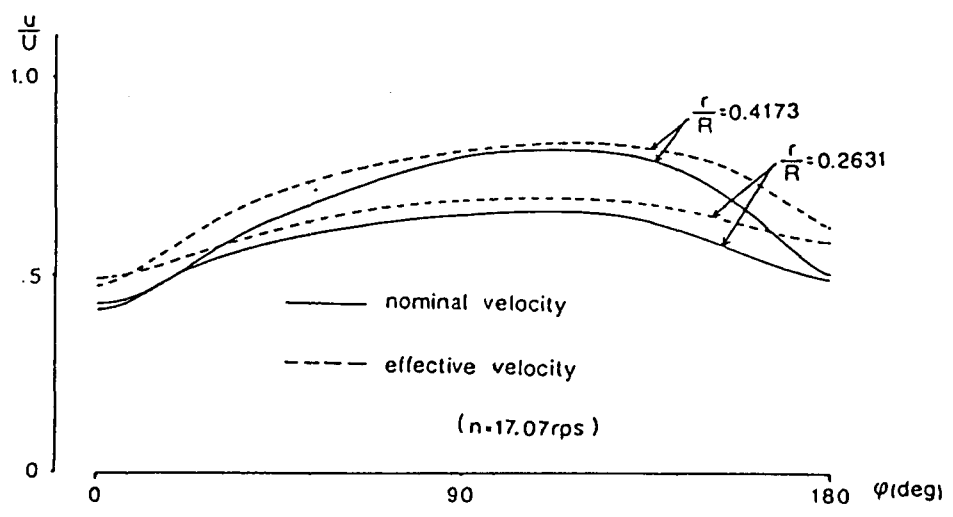
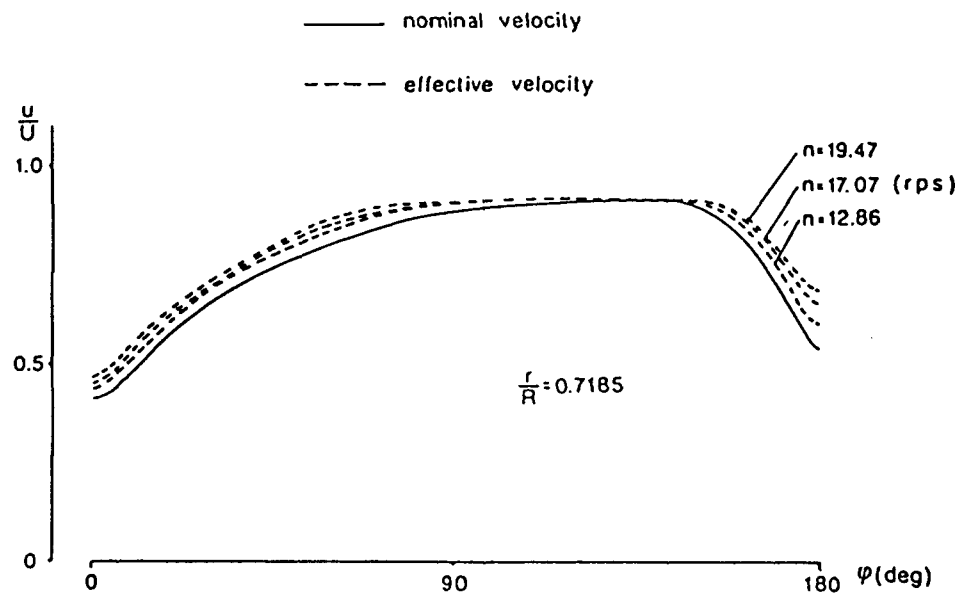


Fig.47 Circumferential distribution of x-wise velocity component ( Deep Wigley model)

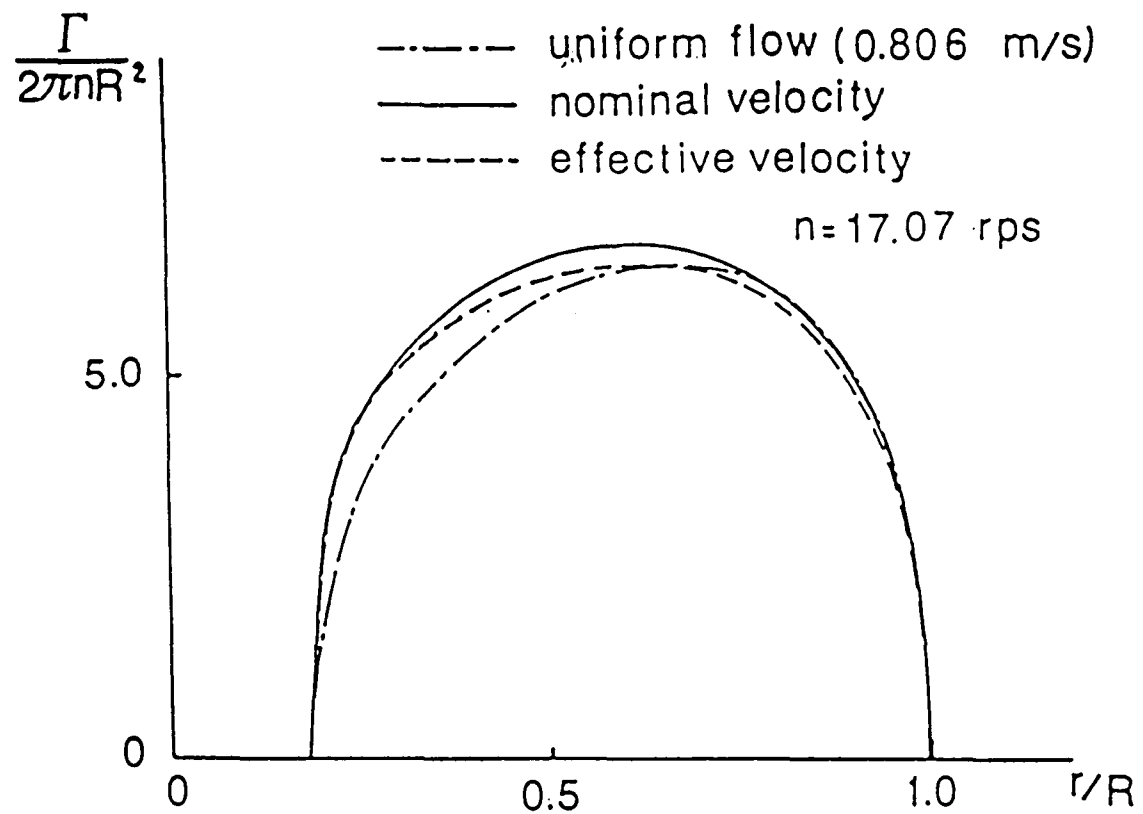


Fig.48 Radial distribution of circumferential mean value of circulation ( Deep Wigley model)

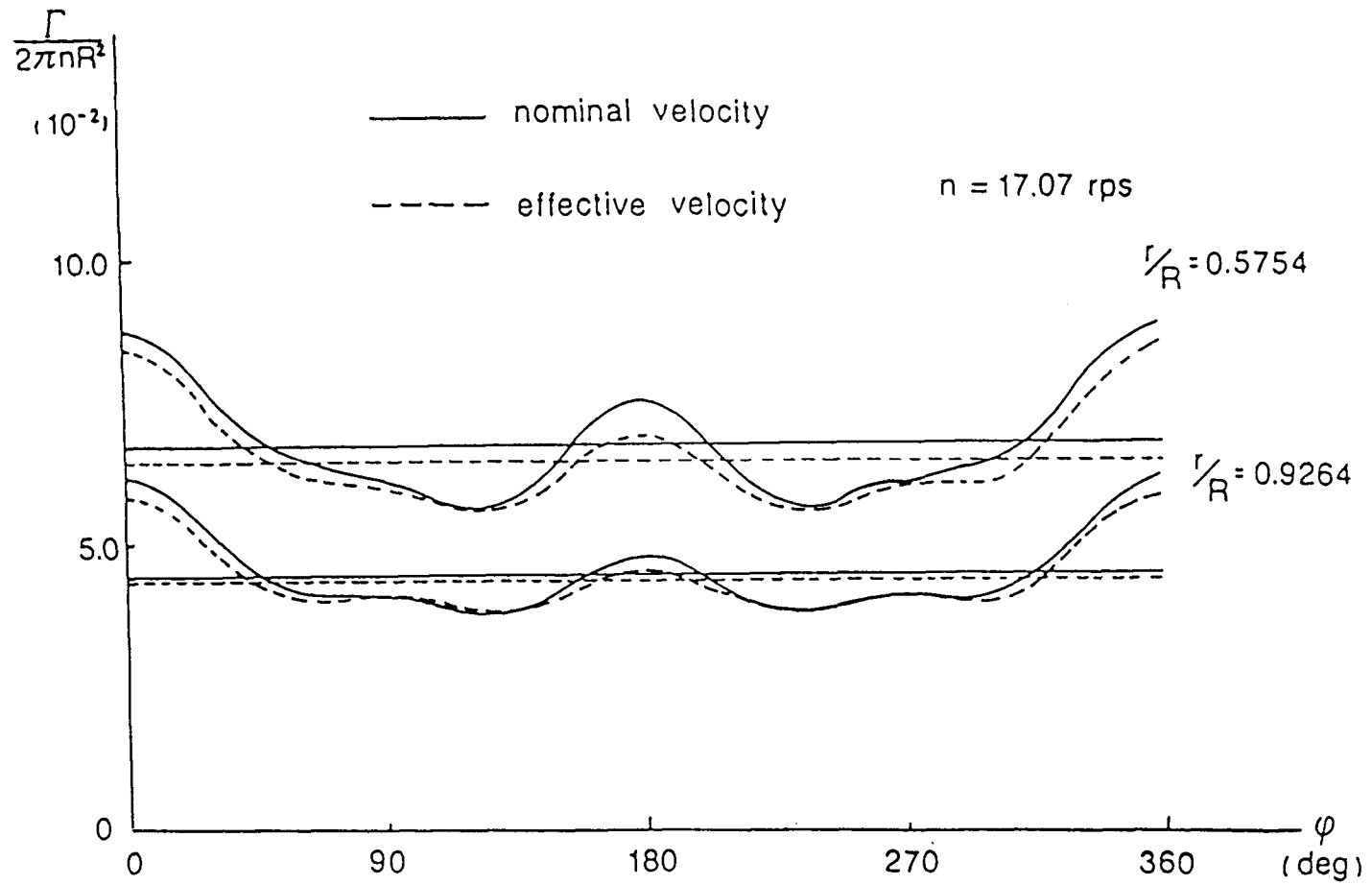


Fig.49 Circumferential distribution of circulation  
 ( Deep Wigley model )