



Title	ON THE EQUIVALENCE PROBLEM FOR A CERTAIN CLASS OF GENERALIZED SIEGEL DOMAINS, II
Author(s)	Kodama, Akio
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11094/27743">http://hdl.handle.net/11094/27743</a>
DOI	
rights	
Note	

***Osaka University Knowledge Archive : OUKA***

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/repo/ouka/all/>

氏名・(本籍)	児 玉 秋 雄
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 4 3 8 5 号
学位授与の日付	昭 和 53 年 9 月 30 日
学位授与の要件	理学研究科 数学専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	ある種の一般ジーゲル領域の同値問題, そのⅡ
論文審査委員	(主査) 教授 村上 信吾 教授 尾関 英樹 教授 竹内 勝

### 論 文 内 容 の 要 旨

Pjateckii-Sapiroによる第2種ジーゲル領域の理論に関連して, Kaup, 松島, 落合は第2種ジーゲル領域の概念を自然に拡張したものとして“指数 $C$ の一般ジーゲル領域”という概念を導入した。実際すべての第2種ジーゲル領域は $C = \frac{1}{2}$ という一般ジーゲル領域の特別なクラスに属するものであった。さて著者はこの一般ジーゲル領域に関して, 次のような領域の構造問題と同値問題を研究した。

1. 一般ジーゲル領域とはどんな領域か, その構造, 特にその正則自己同型群の構造を明らかにせよ。

2. 二つの一般ジーゲル領域 $D_1$ と $D_2$ とが正則同値ならば $D_1$ と $D_2$ とは線型同値であるか?

一般ジーゲル領域の定義からわかるように, 領域になんの制限もなければ, これらの問題を解くことは, ほとんど不可能であるように思われる。そこで著者は第2種ジーゲル領域を含む $C = \frac{1}{2}$ の一般ジーゲル領域に上の問題を制限して考えた。以下一般ジーゲル領域 $D$ に対して $\text{Aut}(D)$ ,  $\text{Aut}_0(D)$ ,  $\mathfrak{g}(D)$ をそれぞれ,  $D$ の正則自己同型群, リー群 $\text{Aut}(D)$ の単位元を含む連結成分,  $\text{Aut}(D)$ のリー環, を表わすものとする。さて $C = \frac{1}{2}$ の一般ジーゲル領域 $D \subset \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^m$ に対しては, Kaup, 松島, 落合により,  $\mathfrak{g}(D)$ は次のように部分空間の直和に分解することが示されている:  $\mathfrak{g}(D) = \mathfrak{g}_{-1} + \mathfrak{g}_{-\frac{1}{2}} + \mathfrak{g}_0 + \mathfrak{g}_{\frac{1}{2}} + \mathfrak{g}_1$ , ここで $\dim_{\mathbb{R}} \mathfrak{g}_{-\frac{1}{2}} = 2k$  ( $0 \leq k \leq m$ )。また中島により, 第2種ジーゲル領域 $D$ は次のような正則ファイバー空間の全空間になることが示された:  $\pi: D \rightarrow S$ , ここで $S$ は $D$ から決まる, ある意味で極大な対称ジーゲル領域である。そこで著者は $C = \frac{1}{2}$ の一般ジーゲル領域 $D \subset \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^m$ もまた同様の構造を持つだろうと予想した。しかし $n \geq 2$ の場合には, このようなファイバー空間の構造を持たない例が構成され, 一般には予想は否定的であることがわかった。ところが $n=1$ のと

きは、次のように予想は肯定的であることがわかった。定理1.  $D$ を $C \times C^m$ の指数 $C = \frac{1}{2}$ の一般ジューゲル領域とすると、 $D$ に線型同値な $C \times C^m$ の $C = \frac{1}{2}$ の一般ジューゲル領域 $\tilde{D}$ が存在し、次のことが成立する：(1)  $(\sqrt{-1}, 0, \dots, 0) \in \tilde{D}$ である。そこで $\tilde{D}_0 = \text{Aut}_0(\tilde{D}) \cdot (\sqrt{-1}, 0, \dots, 0)$ とおくと、 $\tilde{D}_0$ は $C^{k+1}$ の単位球の内部に正則同値な対称ジューゲル領域であり、さらに $\tilde{D}$ は $\tilde{D}_0$ 上の正則ファイバー空間の全空間である。ここに $k$ は $\mathfrak{g}(D) = \mathfrak{g}_{-1} + \mathfrak{g}_{-\frac{1}{2}} + \mathfrak{g}_0$ と分解するとき $\dim_{\mathbb{R}} \mathfrak{g}_{-\frac{1}{2}} = 2k$ となる整数である。(2)  $\text{Aut}_0(\tilde{D})$ の各元は、 $C \times C^m$ の座標を用いて具体的に記述できる。定理1は著者によって、すでに得られた結果であるが、本論文において、著者は、定理1を用いて次の同値問題に関する結果を得た。定理2.  $C \times C^m$ の指数 $C = \frac{1}{2}$ の二つの一般ジューゲル領域 $D_1$ と $D_2$ との間の双正則同型写像はすべて双有理同型写像である。これより $D_1$ と $D_2$ とが正則同値ならば $D_1$ と $D_2$ とは線型同値である。

### 論文の審査結果の要旨

ジューゲル領域は複素空間の有界領域に正則同値な領域の中で、特に興味あるものである。その一般的研究に際して、一般ジューゲル領域なる領域が導入されたが、本論文は一般ジューゲル領域の同値問題を論じ、その重要な類について最終的な結果を与えたものである。

児玉君が研究の対象としたのは $(m+1)$ 次元複素空間 $C \times C^{m+1}$ の中の指数 $2$ の一般ジューゲル領域である。以下これを $D$ で表わす。児玉君は本研究の前にこの $D$ の構造を調べ、これが初等ジューゲル領域の上の円型領域をファイバーとするファイバー空間に線型同型であることを見出した。(大阪数学雑誌17巻, 1977). こうして線型同型なものを除いて $D$ の構造が決定され、この結果、「二つの $D_1$ と $D_2$ が双正則同型であれば線型同値となるか」という問題が肯定的に解ければ $D$ に関する同値問題が解決することになった。児玉君は本論文の前篇I(秋田大学教育学部紀要28, 1978)において $D_1$ と $D_2$ が双有理同値であれば線型同値となることを証明したが、本論文において $D_1$ と $D_2$ の間の双正則写像は双有理写像であることを証明して、上の問題を解決した。

以上、児玉君の論文は一般ジューゲル領域の同値問題に対して重要な寄与を与え、そこには一般ジューゲル領域の研究のための多くの巧妙な手法を開発されており、本論文は理学博士の論文として十分価値あるものと認める。