

Title	QUASI-CO-PRIME AUTOMORPHISMS AND THE GLAUBERMAN CORRESPONDENCE OF FINITE GROUPS
Author(s)	Matsuyama, Hiroshi
Citation	
Issue Date	
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/27758">https://hdl.handle.net/11094/27758</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・（本籍）	まつ 松	やま 山	ひろし 廣
学位の種類	理	学	博 士
学位記番号	第	6 2 4 8	号
学位授与の日付	昭和 58 年 12 月 13 日		
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当		
学位論文題目	有限群の準素な自己同型とグローバーマン対応		
論文審査委員	(主査)		
	教授	永尾	汎
	(副査)		
	教授	尾関 英樹	教授 宮西 正宜 助教授 川中 宣明

論 文 内 容 の 要 旨

$\sigma$  を有限群  $G$  の自己同型とする。  $H = C_G(\sigma)$ ,  $h_1 = 1, h_2, \dots, h_\alpha$  を  $H$  の共役類の代表系とし,  $X(h_i) = \{g^{-1}h_i g^\sigma \mid g \in G\}, i = 1, 2, \dots, \alpha$  とおく。  $G = \bigcup_{i=1}^{\alpha} X(h_i)$  となる時  $\sigma$  を準素な自己同型という。  $\sigma$  が素な自己同型, 即ち  $| \sigma |$  と  $| G |$  が互いに素である時  $\sigma$  は準素になる。  $\text{Irr}_\sigma(G)$  で  $\sigma$  不変な  $G$  の複素数体上の既約指標全体を表すことになる。

Glauberman は  $\sigma$  が素な自己同型である時,  $\text{Irr}_\sigma(G)$  と  $\text{Irr}(H)$  の間に自然な対応の存在することを示した。  $\text{Irr}_\sigma(G)$  の元  $\chi$  の  $G \langle \sigma \rangle$  (半直積) への拡張の一つを  $\chi^*$  とし,  $\langle \sigma \rangle$  の生成元の一つを  $\sigma^m$  とする。このとき  $\varphi(\chi^*, \sigma^m)(h) = \chi^*(h \sigma^m)$  とおくことにより  $H$  上の類関数  $\varphi(\chi^*, \sigma^m)$  が得られる。但し  $h$  は  $H$  の元である。  $\sigma$  が素である時,  $\varphi(\chi^*, \sigma^m)$  は  $H$  の既約指標の 0 でない定数倍となりこの既約指標は  $\chi^*, \sigma^m$  の選び方によらず  $\chi$  のみによって定まる。  $\chi$  にこの  $H$  の既約指標を対応させる  $\text{Irr}_\sigma(G)$  から  $\text{Irr}(H)$  への写像は全単射となる。これを Glauberman 対応という。

本論文に於て, Glauberman 対応の存在する自己同型が次の様に特徴づけられる。

定理 A.  $\sigma$  が  $G$  の準素な自己同型である条件は Glauberman 対応が存在することである。

なお,  $\sigma$  が準素な場合の Glauberman 対応は, 素な自己同型に対して存在した Glauberman 対応の自然な拡張となっていることを注意しておく。

定理 B で Glauberman 対応に付随する種々の事柄を示し, 最後に次の系 C を証明する。

系 C.  $G$  の既約指標  $\chi$  が準素な自己同型  $\sigma$  によって不変である条件は  $\chi(\widehat{X}(h_1)) \neq 0$  となることである, ここで  $\widehat{X}(h_1) = \sum_{x \in X(h_1)} x$  は複素数体上の群環における和である。又  $\chi$  は線型性を保つように群環に拡張されているとみなす。

## 論文の審査結果の要旨

$\sigma$  を有限群  $G$  の自己同型とし、 $H = C_G(\sigma)$  とする。また  $G$  の複素既約指標の全体を  $\text{Irr}(G)$  とすれば、 $\sigma$  はこの集合に自然に作用し、その固定点の集合を  $\text{Irr}_\sigma(G)$  で表す。Glauberman は 1968 年に次のことを示した： $\sigma$  が  $G$  に素に作用しているとき（すなわち  $(\langle \sigma \rangle, |G|) = 1$  のとき）、 $\text{Irr}_\sigma(G)$  と  $\text{Irr}(H)$  の間に自然な 1 対 1 の対応がある。実際  $\Gamma = G \langle \sigma \rangle$  を  $G$  と  $\langle \sigma \rangle$  の半直積にすれば、 $\text{Irr}_\sigma(G)$  の元  $\chi$  は  $\text{Irr}(\Gamma)$  の元  $\chi^*$  に拡張されるが、 $\chi$  に対応する  $\text{Irr}(H)$  の元を  $\pi(\chi)$  と表せば、 $h \in H$  に対し  $\chi^*(h\sigma) = \lambda \pi(\chi)(h)$  ( $\lambda$  : 定数) となっている。本論文では、一般に全単射  $\pi : \text{Irr}_\sigma(G) \rightarrow \text{Irr}(H)$  で上の性質をもつものがあるとき、これを Glauberman 対応とよび、それが存在するための条件を与えている。

すなわち  $G = \{g^{-1} h g^\sigma \mid g \in G, h \in H\}$  であるとき  $\sigma$  は  $G$  に準素に作用するといひ、この条件が Glauberman 対応が存在するための必要十分条件であることを示している。更にこのとき、この対応が Glauberman の場合と同様の性質をもつことを示し、また  $\text{Irr}(G)$  の元  $\chi$  が  $\sigma$ -不変であるため必要十分条件は  $\chi(\sum_{g \in G} g^{-1} g^\sigma) \neq 0$  であるという興味ある結果を得ている。

Glauberman の結果は、その後これを種々の方向に拡張する多くの研究を生み出したが、本論文はその対応の本質を的確に明らかにしたという点で注目に値する。

以上のように、本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。