Title	バナッハ空間における関数微分方程式の構造的性質
Author(s)	中桐, 信一
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	http://hdl.handle.net/11094/279
DOI	
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

【16】

氏名・（本籍）	中桐信一（なかぎり しんいち）
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 8339 号
学位授与の日付	昭和63年9月26日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**バナッハ空間における関数微分方程式の構造的性質**
論文審査委員	(主査) 教授 田辺 広城 (副査) 教授 井川 満　助教授 小松 玄　講師 磯崎 洋

論文内容の要旨

本論文では，回帰的バナッハ空間Xにおける時間遅れを持つ発展方程式

$$\text{(E)}\quad \frac{dx(t)}{dt}=A_0x(t)+\int_{-h}^{0}d\,\eta(s)x(t+s),\quad t>0$$

を考えた。ここでA_0は，C_0−半群を生成し，hは正の定数，ηは区間$[-h,\ 0]$上の有界なスチルチェス測度とする。

方程式(E)は分布系と接続された遅れ素子を含む回路系などのモデル方程式として知られ，この様な方程式の解析は数学上興味あるのみならず応用上も重要である。

本論文の目的は(E)の解の構造，特に(E)から生成される半群の生成作用素の構造を調べることである。それらの解析において，いわゆる構造作用素は本質的役割を演じる。ここで展開される基礎理論は，(E)を含む各種の制御問題の解決に極めて有効である。

以下得られた結果を本論文の構成に従がって述べる。

第1節は序文と結果の要約である。第2節では(E)に対し，初期条件

$$x(0)=g^0,\ x(s)=g^1(s)\quad \text{a.e.}\quad s\in[-h,\ 0]$$

ここで，$g=(g^0,\ g^1)\in M_p=X\times L_p([-h,\ 0];X)$，$1<p<\infty$のもとで，解の存在，基本解，特性作用素，解の基本解による表示などの基本的事柄について述べた。さて(E)の解$x(t)=x(t;g)$を用いて，M_p上のC_0−半群$S(t)$を

$$S(t)g=(x(t;g),\ x_t(\cdot;g)),\ g\in M_p$$

により定義する。ここで，$x_t(s;g)=x(t+s;g)$ a.e. $s\in[-h,\ 0]$である。(E)において作

用素A_0，ηを共役作用素A_0^*，η^*に置き換えた転置方程式を（E^T）とおくと，（E^T）はM_pの共役空間M_p^*のC_0－半群$S_T(t)$を生成する。$S(t)$，$S_T(t)$およびその共役半群$S^*(t)$，$S_T^*(t)$の性質やそれらの生成作用素A，A_T，A^*，A_T^*の特徴づけを第3節で述べた。第4節では，遅れを表現する第一構造作用素$F:M_p\to M_p$と基本解を用いて定義される第2構造作用素$G:M_p\to M_p$を導入し，これらの作用素と上記の半群との関係が調べられた。Gの構造は比較的簡明であるが，Fは必らずしもそうではない。特にFの零空間および像空間の特徴づけを第5節で行った。第6節でA，A_T，A^*，A_T^*のレゾルベントの表示を与えた後，これらの作用素に対するスペクトル論が第7－9節で展開された。第7節では，AとA_Tのスペクトルの分類と一般化固有空間の特徴づけならびに空間M_pとM_p^*の直和分解が与えられた。第8節では構造作用素F，Gの役割を強調しつつA^*とA_T^*の一般化固有空間の構造を明らかにした。またスペクトル射影の一般化固有空間の基底による表示も与えた。第9節では，一般化固有空間の完備性の問題を考察し，そのための いくつかの必要十分条件を導いた。最終節では，本論文の結果を反映する具体的な関数偏微分方程式の例を与えた。

論文審査の結果の要旨

中桐氏の論文は回帰的バナッハ空間Xの中の時間的遅れを含む方程式

$$(1)\quad \frac{d}{dt}x(t)=A_0x(t)+\int_{-h}^{0}d\eta(s)x(t+s)$$

の構造作用素の基本的性質を究明し，その方程式の制御理論の基礎となる事実を明らかにすることを目的とする。$-A_0$はXでのC_0半群の生成素，hは正の定数，$\eta(s)$は$I_h=[-h,0]$で定義されXの有界作用素の値をとる関数で，離散的部分とある密度で分布する部分から成る。$1<p<\infty$に対し$M_p=X\times L_p(I_h:X)$とおく。ただし$L_p(I_h:X)$はI_hで定義されXの値をとるL_p関数全体である。第一構造作用素Fを次のように定義する：

$g=(g^0,g^1)\in M_p$に対し$Fg=([Fg]^0,[Fg]^1)\in M_p$,

$$[Fg]^0=g^0,\quad [Fg]^1=\int_{-h}^{0}d\eta(\xi)g^1(\xi-s)$$

初期条件

$x(0)=g^0$，$s\in I_h$に対し$x(s)=g^1(s)$

を満足する(1)の解を$x(t;g)$と表す。$g=(g^0,g^1)$に対し$S(t)g=(x(t;g),x(t+\cdot;g))$とおくと，$S(t)$は$M_p$上の$C_0$半群を成す。また(1)で作用素をすべて共役作用素に置き換えて得られる方程式

$$(2)\quad \frac{d}{dt}z(t)=A_0^*z(t)+\int_{-h}^{0}d\eta^*(s)z(t+s)$$

に対しても同様にM_p^*上の半群$S^T(t)$が定義される。このとき，すべての$t\geqq 0$に対して$FS(t)=S_T^*(t)$

F，$S^*(t)F^* = F^* S_T(t)$が成立することを中桐氏は示した。これは構造作用素Ｆに関する最も基本的な事実である。このことから出発して中桐氏は$S(t)$，$S_T(t)$の生成素Ａ，A_Tに対して，A^*とA_T，ＡとA_T^*の固有空間・一般化された固有空間の間の関係，Ａ，A_Tの一般化された固有ベクトルの完備性，半群$S(t)$，$S_T(t)$と構造作用素Ｆの零点集合の間の関係等についての諸事実を示した。それらは方程式(1)，(2)に関する可制御性・可観測性・可同定性等の研究に重要な役割を果たすものである。以上の結果の証明においては(1)の基本解を用いて定義される第二構造作用素も重要な役割を果たす。これの基本解は中桐氏により初めて系統的に研究されたものであり，それを繰り返し巧みに用いて成果を挙げている点も注目に値する。又，その証明方法は有限次元空間の中の方程式に応用しても興味あるものである。

以上のように，中桐氏の論文は，無限次元空間の中の時間的遅れのある方程式の構造作用素に関する重要な事実を明らかにし，制御理論の発展に大きな貢献をしたものであり，理学博士の学位論文として十分価値があると認める。