Osaka University Knowledge Archive

Title	船の推力減少率に関する基礎的研究
Author(s)	小寺山, 亘
Citation	大阪大学, 1975, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2803
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

船の推力減少率に関する基礎的研究

昭和50年1月

小寺山　亘

船の推力減少率に関する基礎的研究

昭和 50 年 1 月

小寺山　亘

船の推力減少率に関する基礎的研究

目　次

緒　論

本　論　1

第1章　ポテンシャル流における推力減少率並びに摩擦成分の計算　8

1・1　回転体の周りの流場のポテンシャル計算　8

1・2　プロペラの誘導する速度場のポテンシャル計算　12

1・3　ポテンシャル流における推力減少率の計算　18

1・4　表面摩擦力の計算　20

1・5　第1章の結論　26

第2章　実験　28

2・1　模型，プロペラ及び水槽　29

2・2　表面静圧分布　29

2・3　境界層内速度及び圧力分布と推力減

少率の摩擦成分 31
2・4 全推力減少 33
2・5 第2章の結論 36

第3章 差分法による回転体周りの粘性流場の数値計算 37
3・1 計算の概要 39
3・2 計算の基礎式 43
3・3 境界条件 46
3・4 相当レイノルズ数 R_T の決定 50
3・5 数値計算 53
3・6 計算結果とその考察 67
3・7 第3章の結論 73

第4章 平板の周りの流場の計算 75
4・1 計算の基礎式 75
4・2 数値計算 77
4・3 計算結果とその考察 78
4・4 第4章の結論 79

第5章 推力減少率に関する尺度影響について 80

5·1　プロペラ誘導速度と圧力降下の関係　80
5·2　細長い船の場合の推力減少率に関する尺度影響　88
5·3　肥大船の場合の推力減少率に関する尺度影響　90
5.4　第5章の結論　92

結　論　94

謝　辞　98

参考文献　99

図　表

主な記号

A	プロペラ円板面積
$A_{i,j}\cdot h$	(i,j) 点から回転体表面までの水平距離
B	推力減少率の要素の内で船体の抵抗増加を主に表す量
$B_{i,j}\cdot k$	(i,j) 点から回転体表面までの垂直距離
C	$\Delta t / R_T k^2$
C_D	全抵抗係数 (全抵抗$/\frac{1}{2}\rho U_\infty^2\cdot S_w$)
C_f	摩擦抵抗係数 ($R_f/\frac{1}{2}\rho U_\infty^2\cdot S_w$)
C_h	$\Delta t / h$
C_k	$\Delta t / k$
c	プロペラクリアランス(Lで無次元化)
c_f	$\tau_w / \frac{1}{2}\rho U_1^2$
E	$\dfrac{1-W_{em}}{1-W_{es}}$
F	$\dfrac{1}{(1-W_e)(2+\frac{\Delta U_\infty}{V_a})}$
H	境界層の速度分布の形状係数
$\overline{H}$	δ_3/θ
$\overline{H}_l$	平板の後端部($x=L$)での$\overline{H}$
h	x方向の格子間隔

i	x方向の差分格子番号
j	y方向の〃〃〃〃〃〃
K	Clauser の定数 (=0.018)
k	y方向の差分格子間隔
L	回転体の全長又は平板の全長
L_p	プロペラ中心から任意点までの距離
$m(x)$	模型を表すダブレットの無次元値
$m'(x)$	プロペラが作動した時の模型を表すダブレットの無次元値
n	境界層速度分布のべき乗法則のべき数
P	任意点の圧力
P_n	Legendre の係数
P_∞	一様流中の圧力
ΔP	プロペラの作動による圧力降下(無次元)
p	$\dfrac{P-P_\infty}{1/2\,\rho U_\infty^2}$
R_F	摩擦抵抗
R_n	$U_\infty L/\nu$
R_p	プロペラ半径
R_T	$U_\infty \cdot Y_{0max}/\nu_T$ (第3章), $U_\infty \cdot L/\nu_T$ (第4章)

ΔR_F	プロペラ作動による摩擦抵抗増加
r	L_p/L
r_p	R_p/L
S	回転体表面をX軸に直角な平面に投影した面分
S_w	浸水面積
T	プロペラの推力又は時間
T_c	$T(推力)/\frac{1}{2}\rho A V_a^2$
ΔT_p	プロペラ作動による抵抗増加の圧力成分，又はポテンシャル成分
t	$T(時間) \cdot U_\infty / Y_{o\,max}$
t_f	$\Delta R_f / T$
t_p	$\Delta T_p / T$
Δt	時間差分間隔
U	任意点の流速
U_*	摩擦速度
U_1	境界層外端の流速
U_∞	一様流の流速
U_x	Uのx成分
U_y	〃 〃 y 〃 〃

U_s	滑り速度
ΔU	任意点でのプロペラ誘導速度
ΔU_∞	無限後方でのプロペラ誘導速度
u	U/U_∞
u_1	U_1/U_∞
u_x	U_x/U_∞
u_y	U_y/U_∞
u_s	U_s/U_∞
u_{sx}	u_s の x 成分
u_{sy}	u_s の y 成分
u_*	U_*/U_∞
Δu	$\Delta U/U_\infty$
Δu_∞	$\Delta U_\infty/U_\infty$
Δu_b	プロペラ作動により境界層が薄くなるが、その影響で増えた流速の無次元値
Δu_p	Δu の内 Δu_b 以外の成分
Δu_{bx}	Δu_b の x 成分
Δu_{px}	Δu_p の 〃 〃
$\overline{\Delta u_{px}}$	Δu_{px} の境界層内の平均値

Δu_r	Δu の $\vec{r}$ 成分
Δu_θ	〃 θ 成分
V_a	プロペラ前進速度
w_e	$V_a = (1 - w_e) U_\infty$
X	回転体中心軸に一致する軸
X_1	回転体表面に沿って測った長さ
x	X/L（第1章，2章，4章），X/Y_{0max}（第3章）
x_1	X_1/L
Y	X軸に直交する軸
Y_{0max}	回転体の最大半径
y	Y/L（第1章，2章），Y/Y_{0max}（第3章，4章）
(x, y_0)	回転体表面上の点
(x, y_w)	物体表面に十分近くて表面上の圧力とほぼ等しい圧力を示すが、渦度がそれほど大きくない点
Z	回転体表面に垂直な軸
Z_b	内側領域と外側領域の境界

$\alpha(x)$	船体後端部の壁面近くの流速とVaとの比
β	$\Delta\overline{u_{px}} = \beta\Delta u_p(x, y_w)$と置いた時の$\beta$
Γ_1	円筒渦の分布密度
γ_1	$\dfrac{\Gamma_1}{U_\infty}$
δ	境界層厚さ
δ'	プロペラ作動時の境界層厚さ
δ_*	境界層排除厚さ
δ_3	〃 〃 〃 エネルギー厚さ
θ	x軸と$\vec{r}$のなす角度又は境界層運動量厚さ
λ	$(k/h)^2$
ν	動粘性係数
ν_T	渦動粘性係数
ρ	水の密度
σ	排除面積　$\left(\equiv 2\pi\int_0^\delta Y(U_1-U)\,dY\right)$
τ_w	局部摩擦抵抗係数
ϕ	速度ポテンシャルの無次元値
ϕ_p	プロペラ単独の速度ポテンシャルの無次元値

Ψ	流線関数
ψ	$\Psi/U_\infty L^2$（第1章），$\Psi/U_\infty Y_{omax}$（第3章）
ψ_p	プロペラ単独の流線関数の無次元値
Ω	渦度又は境界層運動量面積 $\left(\equiv 2\pi\int_0^\delta YU(U_1-U)dY\right)$
ω	$\Omega\cdot Y_{omax}/U_\infty$（第3章），$\Omega\cdot L/U_\infty$（第4章）
ω_{bi}	i 格子と回転体表面との交点での渦度
ω_{bj}	j 〃 〃 〃 〃
$\overline{\omega}$	ω の境界層内の y から δ の間の平均値 $\left(\fallingdotseq \frac{-u_1+u}{\delta-y}\right)$

添字 m, s	m で模型，s で実船を表す。
〃 〃 n	上付の n で n 回目の時間差分ステップを表す。
〃 〃 w.p	プロペラ付であることを示す。
〃 〃 w/op	プロペラのない場合であることを示す。

緒論　船の推力減少率に関する研究の現状と本研究の目的

最近の造船界における基礎的な研究の進歩はいちじるしく、抵抗、推進性能の分野でも、多くの優れた研究がなされている。例えば造波抵抗理論を応用することにより球状船首や極小造波抵抗船型が開発され、境界層理論の応用により粘性抵抗や伴流の尺度影響が明らかにされた。しかし一方、推進性能の重要な要素の一つである推力減少率に関しては、多くの研究の成果が実際の船型の改良に反映されているにもかかわらず、模型船と実船の間の相関々係については今なお明確でないので、自航試験で得られた模型船の値をそのまま実船の値としているのが現状である。従来のような比較的細長い船型の場合はそれでも実船の値を定めるのにそれほど問題はなかったが、最近の非常に肥大したタンカー船型では、模型船の実験値が従来の常識で判断できないような値を示し、そのまま実船の値として採用することが妥当か否か疑問になる場合が多くなっている。このような現状は、粘性流体中での推力減少

率に関する基礎的な知識が不足していることから生れてきたといってよい。もちろん現在までにこの問題に関して数多くの研究がなされてきたが、まだ問題の解決にはほど遠い状態である。以下では、まず最初に最近の研究について概説し、問題点を明らかにしておく。

Korvin-Kroukovsky[1]は回転体を吹出しと吸込みでおきかえ，プロペラを円筒状渦で表して、両者の間に働く力をLagallyの定理により計算して推力減少率を求めた。その際プロペラ前方の物体の作る境界層の影響をプロペラ面での平均流速を決定する時に考慮した上でプロペラを表す特異点の強さを決めれば、以後の計算はポテンシャル流として行えば良いと考えた。更に回転体の抵抗を適当に仮定して、それに対応する粘性伴流係数を運動量理論から求め、推力と抵抗は釣合せて推力減少率を計算した。その結果、抵抗の変化、すなわち粘性伴流係数の変化は推力減少率の大きさに影響を与えないから推力減少率に関する尺度影響はないと結論している。この考え方はその後の多くの研究者に受けつがれてきた。しかしこの考え方は細かくみ

ると、粘性流体中の問題をこのような特異点のみで処理しようとすることには疑問が残るし、それが仮に容認できるとしても、プロペラを表す特異点だけに粘性伴流の影響を考慮して、船体を表す特異点に粘性の影響を入れなくてもよいという考え方は、船体まわりの境界層が薄くて境界層の圧力が一定であると仮定できる場合にのみ有効であり、肥大物体には適用できない。

Tsakonas と Jacobs[2)] は回転楕円体とプロペラを表す吸込みの間に働く力を前記の場合と同様に Lagally の定理を使って計算した。彼らは粘性の影響を表す為に、回転楕円体の表面に吹出しを分布させることで境界層の排除厚さだけ回転体を肥大化させ、さらに回転体を閉じさせる為に吹出しの全量と同じ強さの一点集中の吸込みをプロペラの前においた。吸込みの位置はプロペラ位置での伴流が、ポテンシャル成分＋粘性成分になるように決めている。このようにして求めた表面上の吹出し及び一点集中吸込みとプロペラを表す吸込みとの間の力をもって推力減少率の粘性成分であると述べているが、プロペラ前面においた吸込みの物理

的意味はあいまいであるし、境界層の影響を吹出しでおきかえることは境界層がうすい場合はともかく厚くなるとどの程度正しいか疑問である。

以上は推力減少率に関する理論的な研究のうち代表的なものであり、同種の論文はその他にも若干みられる。一方実験的研究は実験が困難なこともあって比較的すくない。

Amtsberg と Arlt[3] は細長い回転体について実験を行い、計測した全推力減少率とポテンシャル計算を比較してよい一致を得ている。また Hucho[4] は風洞で回転体と平板の境界層の速度分布、圧力分布を計測し、境界層計算、ポテンシャル計算と比較している。しかし、これらはいずれも比較的細長い物体が対象であり、現在問題となっている厚い境界層を持つ肥大船に対する研究ではない。

最近では電子計算機の発達により、実用船型の様な複雑な3次元物体でも、ポテンシャル計算、境界層計算を行うことは原理的には可能となった。中武[5] は3次元模型についてポテンシャル計算を行い、推力減少

率の検討を行っている。しかし彼の推力減少率の粘性影響に関する考え方は Korvin-Kroukovsky と同じで、プロペラ面内の流速を決定する際に境界層理論を応用して粘性伴流を求め、それを基にプロペラを表す特異点の強さを定めた後、Lagally の定理を使うものである。

一方実用性を重視する立場からは模型船の自航試験を行い、実船の試運転の成績と比較することによって経験的に尺度影響を明らかにしようとしてきたが、実船の試運転の成績には推力減少率以外の様々の不確定の要素が含まれており、現在までに得られた成果はなく、冒頭に述べたとおり推力減少率に関しては尺度影響を考えていないのが現状である。それに対して、谷口[6] は長さが4.2m，7m，10mの3種の幾何学的に相似な模型船の自航試験を行い、7mと10mの模型船では推力減少率はほとんど同じであったことから、推力減少率に関しては尺度影響は考えなくてもよいと結論しているが、両者のレイノルズ数の違いは高々1.7倍に過ぎないし、実験誤差の問題もあり、必ず

しもその結論は動かし得ないものと思われない。

以上述べたように推力減少率に関しては古くから研究はされてきたが、まだまだ不明の点が多いままになっている。近来の船舶の大型化、肥大化に伴って船尾付近の流場は従来の船舶と比較にならないほど複雑な様相を示し、従来のように模型船の推力減少率の値をもって、そのまま実船の値として良いものか否か確信が持てなくなってきている。そこで本論文ではポテンシャル流場、あるいは薄い境界層を伴う流場の中で作動するプロペラの場合だけでなく、厚い粘性域の中で作動するプロペラの場合も含めて推力減少率の基礎的諸問題について考察する。

供試模型は実用船型のような複雑な形でなく流場の計算が簡単な回転体を使用した。実用船型の場合でもポテンシャル計算、境界層計算ともに現在の大型電子計算機を使用すれば必ずしも不可能ではないが、非常な労力と時間を必要とする。また第3章に述べるような厳密な粘性流場の数値計算は船型では不可能に近い。回転体を対象としての研究では通常の3次元船型の推力減少率に関する

すべての問題を解決できないが、境界層の肥大化が推力減少率にどのような影響を及ぼすかという点を知るには十分であろうと考えた。以上のようなことから、境界層が薄い場合と厚い場合を代表させる為に、後端部が比較的細長いものと肥大したものの２隻の回転体を使って以後の研究を進める。

本論

第1章　ポテンシャル流における推力減少率並びに摩擦成分の計算

1・1　回転体の周りの流場のポテンシャル計算

回転体は3次元物体ではあるけれども、割合単純な形で流線関数、速度ポテンシャルが存在し、数理的取扱いが容易である。ポテンシャル計算は種々の方法で行うことができ、解析には好都合であるが、解析解が存在する形状は限られており、球、回転楕円体等が代表的で、例えばLamb[7]、Munk[8] らによって解が与えられている。もっともKaplan[9] は一般の回転体に対する級数解を求めているが、実用的ではない。

一方回転体の軸上あるいは表面上に特異点を分布させて流場を計算する、いわゆる特異点法は、近来の電子計算機の発達に伴い急速に盛んとなり、最近ではこの方法で計算している例が非常に多い。回転体を特異点表示する場合には、形状を先に与えて特異点分布を求める直接法と、特異点を先に与えて形状を決める間接法がある。また直接法には軸上分布法と表面分布法

があるが、ここでは便宜上前記の解析的方法によらず特異点法に従い、直接法軸上分布を採用する。分布させるダブレットは Landweber[10] の方法で求めた。計算法を簡単に説明する。

Fig. 1のように座標と記号を定める。図中の長さは模型の長さLで、速度は一様速度 U_∞ で無次元化している。以下の計算および第2章の実験で使用する模型とプロペラの要目を Table 1, 2 に、又、模型の概略図を Fig. 2, 3 に示す。Model 1, Model 2 ともに実験の都合上ストラットがついているが、プロペラから離れているので、推力減少率に対する影響は少ない。従って本章及び第3章いずれにおいても計算の際には考慮に入れない。

(1) プロペラなしの状態

$m(x)$ を模型を表すダブレット、$m_i(x)$ を i 回目の反復計算で求めたダブレットとすると、模型表面上では次の (1) 式、(2) 式が成立する。

$$-\frac{1}{2}y_0^2(x)+y_0^2(x)\int_a^b \frac{m(\xi)\,d\xi}{\left[(x-\xi)^2+y_0^2(x)\right]^{3/2}}=0 \qquad (1)$$

$$-\frac{1}{2}y_0^2(x)+y_0^2(x)\int_a^b \frac{m_i(\xi)\,d\xi}{\left[(x-\xi)^2+y_0^2(x)\right]^{3/2}}=\psi_i(x) \qquad (2)$$

ψ_i は流線関数であるが、この場合は m_i の m からの誤差を表している。模型が細長い場合は被積分関数は $\xi=x$ の近傍でピークになるので、Munk の近似積分を行い (1), (2) 式辺々引算すると、

$$\psi_i(x)=2\left[m_i(x)-m(x)\right] \qquad (3)$$

従って右辺の m を m_{i+1} と考えると、

$$m_{i+1}(x)=m_i(x)-0.5\,\psi_i(x) \qquad (4)$$

この反復計算を模型の検査点 29 点で $\mathrm{Max.}\left|\frac{\psi_i}{m_i}\right|\leqq 10^{-3}$ になるまで続けた。初期値 m_1 は (1) 式で (3) 式と同じように近似計算を行うと次式のように求まる。

$$m_1(x)=\frac{1}{4}y_0^2(x) \qquad (5)$$

Landweber は初期値を修正して反復計算の回数を減らす工夫をしているが、電子計算機を使用する場合は演算時間も大してかからないのでそれほど必要ではなく、むしろダブレットを分布させる区間の選び方が反復計算の収束に大きな影響を及ぼす。本論文では模型端部の曲率円の中心と端点の中点を分布の始点とした

が、約10回の反復を要した。実際の計算では、

$$\theta=\tan^{-1}\frac{y_0(x)}{x-\xi},\ \alpha=\tan^{-1}\frac{y_0(x)}{x-a},\ \beta=\tan^{-1}\frac{y_0(x)}{x-b}$$

とおくと(2)式は

$$\psi_i=-\frac{1}{2}y_0^2(x)+\int_\alpha^\beta m_i(\theta)\sin\theta\,d\theta \qquad (6)$$

となり被積分関数のピークを下げて積分精度を上げることができる。ダブレット分布が決まると任意の点の速度、圧力、流線関数の無次元値は、

$$\left.\begin{aligned}
u_x&=1+\frac{1}{y^2}\int_\alpha^\beta m(\theta)\sin\theta(3\sin^2\theta-2)d\theta\\
u_y&=\frac{-3}{y^2}\int_\alpha^\beta m(\theta)\sin^2\theta\cos\theta\,d\theta\\
p&=1-(u_x^2+u_y^2)\\
\psi&=-\frac{1}{2}y^2+\int_\alpha^\beta m(\theta)\sin\theta\,d\theta
\end{aligned}\right\}\qquad (7)$$

で与えられる。(但し、(7)式では $\theta=\tan^{-1}\frac{y}{x-\xi}$)

(2) プロプラがあるとき

プロペラ単独の流線関数をψ_p、i回目の反復で求めたダブレットをm_i'とすると($'$はプロペラ付であることを示す)

$$-\frac{1}{2}y_0^2(x)+\int_\alpha^\beta m_i(\theta)\sin\theta\, d\theta+\psi_p=0 \qquad (1')$$

$$-\frac{1}{2}y_0^2(x)+\int_\alpha^\beta m_i'(\theta)\sin\theta\, d\theta+\psi_p=\psi_i' \qquad (2')$$

以下(1)の場合と同様にして次式を得る。

$$m_{i+1}'(x)=m_i'(x)-0.5\,\psi_i'(x) \qquad (4')$$

(4′)式は(4)式と同じ形であるが $\psi_i'(x)$ を(2′)式から求める時に ψ_p があるので $m_i'(x)$ は $m_i(x)$ と異なる。Model 1 の場合は細長いので模型表面に垂直方向のプロペラ誘導速度は小さく、ダブレット分布に及ぼすプロペラの影響は小さい。実験状態の荷重度の範囲では計算によると高々1%推力減少率が高くなるだけであった。Model 2 の場合も5%程度であったので以下の計算ではダブレット分布に及ぼすプロペラの影響は無視する。また ψ_p はプロペラの特異点が決まれば計算できるが、それは次節に述べる。

1・2 プロペラの誘導する速度場のポテンシャル計算

プロペラを特異点表示するのに、もっとも計算が簡単で、しかも本研究の目的にもそう程度の物理的現実

性をもっている円筒渦を考える。これは物理的には無限翼数、ピッチ比無限小でプロペラ後流が広がらないままで無限後方まで達すると仮定することに相当する。実際のプロペラはもちろん有限翼数であるし、ピッチ比も無限小ではない。またプロペラ後流は粘性の影響で下流へ行くに従って拡散する。しかし推力減少率で問題にするのは主にプロペラ前方での誘導速度であり、円筒渦はその前方では実際のプロペラ誘導速度をよく近似するのでこれの採用は本研究の目的にかなうものである。

円筒渦の誘導する速度場に関しては Korvin-Kroukovsky の文献に詳しく述べてあるのでここでは必要な所だけを簡単に説明する。

理想流体中で円筒渦の誘導する速度にはラプラスの方程式が適用でき、軸対称流の場合には次のように書ける。

$$r\frac{\partial^2(r\phi)}{\partial r^2}+\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right)=0 \qquad (8)$$

但し、 r：プロペラの中心から任意の点までの

距離、θ：ベクトル$\vec{r}$とx軸のなす角度

(8) 式の解は一般的に次式で表される。

$$\phi = A_0 r^0 P_0(\cos\theta) + A_1 r^1 P_1(\cos\theta) + A_2 r^2 P_2(\cos\theta) + \cdots\cdots + B_0 r^{-1} P_0(\cos\theta) + B_1 r^{-2} P_1(\cos\theta) + B_2 r^{-3} P_2(\cos\theta) + \cdots\cdots \tag{9}$$

但し、P_n は Legendre の係数

一方円筒渦がその軸上でもつ速度ポテンシャルϕ_pは次のように求められる。Fig. 4 のように座標軸を定め（但し、図中の長さはL、速度はU_∞で無次元化している）円筒渦の強さの無次元値を単位長さ当りγ_1とすると、点P$(x_p, 0)$で円筒渦のもつ速度ポテンシャルは

$$\phi_p = \int_0^\infty \frac{\gamma_1}{2}\left[1 - \frac{x - x_p}{\sqrt{r_p^2 + (x - x_p)^2}}\right] dx$$

$$= \frac{\gamma_1}{2}\left(x_p + \sqrt{x_p^2 + r_p^2}\right) \tag{10}$$

但し、$r_p = R_p/L$, R_p はプロペラ半径

点Pはx軸上の点であるからPがプロペラ後流の外にある時は $x_p = -r$

従って (10) 式は

$$\phi_p = \frac{\gamma_1}{2}\left(\sqrt{r^2+r_p^2}-r\right) \qquad (10')$$

$r > r_p$ のとき、上式を展開して

$$\phi_p=\frac{\gamma_1}{2}\left(\frac{1}{2}\frac{r_p^2}{r}-\frac{1}{8}\frac{r_p^4}{r^3}+\frac{1}{16}\frac{r_p^6}{r^5}-\frac{5}{128}\frac{r_p^8}{r^7}+\cdots\right)$$

$0<r<r_p$ のとき　(11)

$$\phi_p=\frac{\gamma_1}{2}\left(-r+r_p+\frac{1}{2}\frac{r^2}{r_p}-\frac{1}{8}\frac{r^4}{r_p^3}+\frac{1}{16}\frac{r^6}{r_p^5}-\frac{5}{128}\frac{r^8}{r_p^7}+\cdots\right)$$

また、このとき $\theta=\pi$ であるから、$P_n=1\ (n=0, 2, 4, \cdots)$、$P_n=-1\ (n=1, 3, 5, \cdots)$ であることを考え、(9)、(11) 式から点Pがプロペラ後流の外の一般の点では

$r > r_p$ のとき

$$\phi_p=\frac{\gamma_1}{2}\left(\frac{1}{2}\frac{r_p^2}{r}-\frac{1}{8}\frac{r_p^4}{r^3}P_2+\frac{1}{16}\frac{r_p^6}{r^5}P_4-\frac{5}{128}\frac{r_p^8}{r^7}P_6+\cdots\right)$$

$0<r<r_p$ のときは　(12)

$$\phi_p=\frac{\gamma_1}{2}\left(rP_1+r_p+\frac{1}{2}\frac{r^2}{r_p}P_2-\frac{1}{8}\frac{r^4}{r_p^3}P_4+\frac{1}{16}\frac{r^6}{r_p^5}P_6-\frac{5}{128}\frac{r^8}{r_p^7}P_8+\cdots\right)$$

Pがプロペラ後流内にあるときは $x_p=r$、従って (10) 式は

$$\phi_p = \frac{\gamma_1}{2}\left(\sqrt{r^2 + r_p^2} + r\right) \qquad (10'')$$

$r > r_p$ のとき

$$\phi_p = \frac{\gamma_1}{2}\left(2r + \frac{1}{2}\frac{r_p^2}{r} - \frac{1}{8}\frac{r_p^4}{r^3} + \frac{1}{16}\frac{r_p^6}{r^5} - \frac{5}{128}\frac{r_p^8}{r^7} + \cdots\cdots\right)$$

$0 < r < r_p$ のとき

$$\phi_p = \frac{\gamma_1}{2}\left(r + r_p + \frac{1}{2}\frac{r^2}{r_p} - \frac{1}{8}\frac{r^4}{r_p^3} + \frac{1}{16}\frac{r^6}{r_p^5} - \frac{5}{128}\frac{r^8}{r_p^7} + \cdots\cdots\right) \qquad (13)$$

またこのとき $\theta = 0$。従って $P_n = 1$ を考えて、(9),(13)式を比べ、プロペラ後流内の一般の点では

$r > r_p$ のとき

$$\phi_p = \frac{\gamma_1}{2}\left(2rP_1 + \frac{1}{2}\frac{r_p^2}{r}P_0 - \frac{1}{8}\frac{r_p^4}{r^3}P_2 + \frac{1}{16}\frac{r_p^6}{r^5}P_4 - \frac{5}{128}\frac{r_p^8}{r^7}P_6 + \cdots\cdots\right.$$

$0 < r < r_p$ のとき

$$\phi_p = \frac{\gamma_1}{2}\left(rP_1 + r_p + \frac{1}{2}\frac{r^2}{r_p}P_2 - \frac{1}{8}\frac{r^4}{r_p^3}P_4 + \frac{1}{16}\frac{r^6}{r_p^5}P_6 - \frac{5}{128}\frac{r^8}{r_p^7}P_8 + \cdots\right. \qquad (14)$$

流線関数 ψ_p は ϕ_p が与えられたとき次式で求められる。

$\phi_p = r^n P_n(\cos\theta)$ の場合は $\psi_p = -\frac{1}{n+1} r^{n+1} \sin\theta \frac{dP_n}{d\theta}$

$\phi_p = r^{-n-1} P_n(\cos\theta)$ の場合は $\psi_p = \frac{1}{n} r^{-n} \sin\theta \frac{dP_n}{d\theta}$

但し、n は正の整数。

プロペラ誘導速度は

$$\left.\begin{aligned}\Delta u_r &= -\frac{\partial \phi_p}{\partial r}\\ \Delta u_\theta &= -\frac{\partial \phi_p}{r\partial \theta}\end{aligned}\right\}$$

ここに、Δu_r : $-r$ 方向の誘導速度、Δu_θ : $-\theta$ 方向の誘導速度、(12) 式と(14) 式をまとめて上式を適用すると、プロペラの誘導速度は次式で与えられる。但し、無限下流での誘導速度の無次元値を Δu_∞ にするように $\gamma_1 = \Delta u_\infty$ としてある。

$r > r_p$ のとき（プロペラ後流外）

$$\Delta u_r = \frac{\Delta u_\infty}{2}\left(\frac{1}{2}\frac{r_p^2}{r^2} - \frac{3}{8}\frac{r_p^4}{r^4}P_2 + \frac{5}{16}\frac{r_p^6}{r^6}P_4 - \frac{35}{128}\frac{r_p^8}{r^8}P_6 + \cdots\right)$$

$$\Delta u_\theta = \frac{\Delta u_\infty}{2}\left(\frac{1}{8}\frac{r_p^4}{r^4}\frac{\partial P_2}{\partial \theta} - \frac{1}{16}\frac{r_p^6}{r^6}\frac{\partial P_4}{\partial \theta} + \frac{5}{128}\frac{r_p^8}{r^8}\frac{\partial P_6}{\partial \theta} - \cdots\cdots\right)$$

$0 < r < r_p$ のとき（プロペラ後流外及び後流中）

$$\Delta u_r = -\frac{\Delta u_\infty}{2}\left(P_1 + \frac{r}{r_p}P_2 - \frac{1}{2}\frac{r^3}{r_p^3}P_4 + \frac{3}{8}\frac{r^5}{r_p^5}P_6 - \frac{5}{16}\frac{r^7}{r_p^7}P_8 + \cdots\right)$$

$$\Delta u_\theta = -\frac{\Delta u_\infty}{2}\left(\frac{\partial P_1}{\partial \theta} + \frac{r}{2r_p}\frac{\partial P_2}{\partial \theta} - \frac{1}{8}\frac{r^3}{r_p^3}\frac{\partial P_4}{\partial \theta} + \frac{1}{16}\frac{r^5}{r_p^5}\frac{\partial P_6}{\partial \theta} - \frac{5}{128}\frac{r^7}{r_p^7}\frac{\partial P_8}{\partial \theta} - \cdots\right) \qquad (15)$$

$r > r_p$ のとき（プロペラ後流中）

$$\Delta U_r = +\frac{\Delta U_\infty}{2}\left(-2P_1 + \frac{r_p^2}{2r^2} - \frac{3}{8}\frac{r_p^4}{r^4}P_2 + \frac{5}{16}\frac{r_p^6}{r^6}P_4 - \frac{35}{128}\frac{r_p^8}{r^8}P_6 + \cdots\right)$$

$$\Delta U_\theta = -\frac{\gamma_1}{2}\left(2\frac{\partial P_1}{\partial\theta} - \frac{1}{8}\frac{r_p^4}{r^4}\frac{\partial P_2}{\partial\theta} + \frac{1}{16}\frac{r_p^6}{r^6}\frac{\partial P_4}{\partial\theta} - \frac{5}{128}\frac{r_p^8}{r^8}\frac{\partial P_6}{\partial\theta} + \cdots\right)$$

(15) 式を見れば、円筒渦の誘導速度の無次元値は、プロペラ面で $\frac{\Delta U_\infty}{2}$、無限下流で ΔU_∞ になることがわかる。

実際の計算には、プロペラ荷重曲線を最良効率の状態であると仮定して、それを階段状の折線で近似し、17 重の円筒渦でプロペラを表現したが、単一の場合と比べてその差は僅少で、推力減少率にして高々3％程度小さくなるだけであった。

1・3 ポテンシャル流における推力減少率の計算

推力 T は運動量理論によると

$$T = A\rho\Delta U_\infty\left(V_a + \tfrac{1}{2}\Delta U_\infty\right) \qquad (16)$$

但し、A：プロペラ円板面積、V_a：プロペラの前進速度

回転体とプロペラの間に働く力はダブレットと円筒渦の相互干渉力として求められる。すなわち Lagally の定理により抵抗増加 ΔT_p の無次元値 $\frac{\Delta T_p}{\rho U_\infty^2 L^2}$ は

Fig. 1 に示す座標で考えると

$$\frac{\Delta T_p}{\rho U_\infty^2 L^2} = 4\pi \int_a^b m(x)\left(\frac{d\Delta U_r}{dr}\right)_{r=1+C-x} dx \qquad (17)$$

この場合の ΔU_r は軸上の値であるから(10')式から求めてTで割って整理すると推力減少率 t_p は

$$t_p = \frac{\Delta T_p}{T} = \frac{4}{(1-w_e)\left(2+\frac{\Delta U_\infty}{V_a}\right)} \int_a^b \frac{m(x)\,dx}{\{(1+C-x)^2+r_p^2\}^{3/2}} \qquad (18)$$

但し、w_e は有効伴流係数で次式で表される。

$$w_e = 1-\left(V_a/U_\infty\right)$$

又(18)式は次のようにも書ける。

$$\left.\begin{aligned} & t_p = F \times B \\ & \text{但し、} F = \frac{1}{(1-w_e)\left(2+\frac{\Delta U_\infty}{V_a}\right)},\quad B = 4\int_a^b \frac{m(x)\,dx}{\{(1+C-x)^2+r_p^2\}^{3/2}} \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Fはプロペラ位置の流速とプロペラ荷重度の関数であり、Bは模型の形と、プロペラクリアランス、プロプラ半径が与えられれば決まるものである。従来の推力減少率に関する研究では、緒論で述べたようにプロペラ位置の流速だけに尺度影響を考慮するのが普通であった。すなわちFに関してのみ注目し、Bの尺度影響は考えていなかったのである。Bはプロペラがない時の回転体周りの流場と、プロペラの誘導速

度がその中でどのように伝わるかによって決まるものであり、後に第3章で述べるように、粘性流体中でもその意味は変わらないので当然尺度影響を受ける。

実際の計算には前述のとおり多重の円筒渦でプロペラを表現したものを用いたので t_p は次式で表される。

$$t_p=\frac{\Delta T_p}{T}=\frac{4\int_a^b m(x)\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta U_i}{\Delta U_{max}}\left\{\frac{r_i^2}{\left[(1+C-x)^2+r_i^2\right]^{3/2}}-\frac{r_{i-1}^2}{\left[(1+C-x)^2+r_{i-1}^2\right]^{3/2}}\right\}dx}{(1-w_e)\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta U_i}{\Delta U_{max}}\left\{2+\frac{\Delta U_i}{V_a}\right\}\left\{r_i^2-r_{i-1}^2\right\}} \qquad (20)$$

但し、n：円筒渦の数、ΔU_i：i番目の円筒渦による無限下流での誘導速度、ΔU_{max}：ΔU_iの中の最大値、r_i：i番目の円筒渦半径、

1・4　表面摩擦力の計算

推力減少の大部分がプロペラの作動による圧力低下によるものであるということは従来から言われているが、実験的に確認した例は少ない。そこで後に述べる境界層の実験と比較するために表面摩擦力の計算を行った。境界層の計算法は多くの研究者によって提案されているが、結果は大同小異であるので、ここではTruckenbrodt の軸対称の境界層に対する方法[11]で

計算した。実験ではModel 1 の場合はSq. St. 9½、Model 2 の場合は9¾ にそれぞれトリップワイヤをつけているので、計算もそれに合わせて、トリップワイヤより上流では流れは層流、それより下流で乱流であるとして計算した。計算法を若干修正した部分もあるので以下、概要を説明する。

境界層方程式からエネルギー方程式を作ると次式のようになる。

$$\frac{1}{U_1^3}\frac{1}{Y_0}\frac{d}{dX_1}\left(U_1^3 Y_0 \overline{H}\theta\right) = 2\cdot\frac{d+t}{\rho U_1^3} \qquad (21)$$

但し、U_1：境界層外端の速度、Y_0：回転体の各断面の半径、X_1：回転体の先端から表面に沿って測った長さ、θ：運動量厚さ、$\overline{H}$：$\frac{\delta_3}{\theta}$、δ_3：エネルギー厚さ、$\frac{d}{\rho U_1^3}$：エネルギー消散項、$\frac{t}{\rho U_1^3}$：乱動エネルギー項、乱動エネルギーはエネルギー消散と比べて小さいので無視し、$d/\rho U_1^3$ に対しては Rotta[12] の式

$$\frac{d}{\rho U_1^3} = \frac{\beta(H)}{(U_1\theta/\nu)^n}$$

を用いると、(21) 式は積分されて次のようになる。

$$\left(\frac{U_1\theta}{\nu}\right)^n\theta = \frac{\chi_1 + 2(1+n)\int_{X_{1t}}^{X_1}\beta(H)\bar{H}^n U_1^{3+2n} Y_0^{1+n} dX_1}{\bar{H}^{1+n} U_1^{3+2n} Y_0^{1+n}} \qquad (22)$$

但し、n：定数、ν：動粘性係数、H：境界層の速度分布の形状係数、X_{1t}：トリップワイヤの位置、χ_1：積分常数

ここでTruckenbrodtは$\bar{H}$、$\beta(H)$はX_1に関して定数であるとして積分の外へくくりだして計算しているが、本研究のように、肥大した回転体では、$\bar{H}$は後端付近でかなり変化することが予想される。そこで、今は$\beta(H)$のみ定数と考え、$\bar{H}$は積分の中に残した。すなわち$G=2(1+n)\beta(H)$とおくと次式が得られる。

$$\left(\frac{U_1\theta}{\nu}\right)^n\theta = \frac{X_1 + G\int_{X_{1t}}^{X_1}\bar{H}^n U_1^{3+2n} Y_0^{1+n} dX_1}{\bar{H}^{1+n} U_1^{3+2n} Y_0^{1+n}} \qquad (23)$$

(23) 式は平板の場合でも成立するはずである。今先端から乱流であるとし、また平板の場合は$\bar{H}$はX_1に関して定数と考えるとGが定められるので、結局次の式が得られる。

$$\frac{\theta}{L}=\frac{\left\{C_1+\left(\frac{C_{F0}}{2}\right)^{1+n}\bar{H}_l\int_{X_{1t}/L}^{X_1/L}\bar{H}^n\left(\frac{U_1}{U_\infty}\right)^{3+2n}\left(\frac{Y_0}{L}\right)^{1+n}d\left(\frac{X_1}{L}\right)\right\}^{1/1+n}}{\bar{H}\left(\frac{U_1}{U_\infty}\right)^3\frac{Y_0}{L}} \qquad (24)$$

但し、$\bar{H}_l$：平板の$x=L$でのエネルギー厚さ、C_{F0}：平板の摩擦抵抗係数、C_1：積分常数

一方Hは次のように求められる。すなわち境界層の運動方程式は

$$\frac{1}{U_1^2 Y_0}\frac{d}{dX_1}\left(U_1^2 Y_0 \theta\right)+H\frac{\theta}{U_1}\frac{dU_1}{dX_1}=\frac{\tau_w}{\rho U_1^2} \qquad (25)$$

但し、τ_wは局部摩擦抵抗係数

(21)式と(25)式から次式が得られる。

$$\theta\frac{d\bar{H}}{dX_1}=(H-1)\bar{H}\frac{\theta}{U_1}\frac{dU_1}{dX_1}+2\frac{d+t}{\rho U_1^3}-\bar{H}\frac{\tau_w}{\rho U_1^2} \qquad (26)$$

Hと$\bar{H}$の関係にRottaの実験から得られた結果を代入すれば(26)式はθとHとの関係を与える。又(24)式も同様にHとθの関係式に外ならないから、両式を連立させれば、次のような繰返し計算でHとθが決定される。

$$\theta^0 \longrightarrow H^0 \longrightarrow \bar{H}^0 \longrightarrow \theta^1 \longrightarrow$$

サイクルの初期値θ^0は$\bar{H}$＝定数として計算したが2回の繰返しで完全に収束した。

以上のようにして求めたθ、HをLudwieg-Tillmannの式

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_1^2} = 0.246\left(\frac{U_1\theta}{\nu}\right)^{-0.268}\cdot 10^{-0.678H} \qquad (27)$$

に代入すればC_fが計算される。

プロペラがないときとプロペラ作動時の計算の結果をModel 1についてはFig.5に、Model 2についてはFig.6に示す。プロペラ作動時の計算は境界層外端の流速がプロペラの作動によって増加するとして計算した。またプロペラなしとプロペラ作動時の摩擦力の差を積分して推力減少率の摩擦成分t_fを求めポテンシャル流中における推力減少率の値t_pに対する比を求めたが、Model 1、2共に2％以下であった。例としてModel 1の場合をFig.7に示す。

なおt_fがレイノルズ数によりどのように変るかを調べておく。Fig.8の記号の下に、プロペラがないときの摩擦抵抗R_Fは

$$R_F = \rho\pi\int_0^{L_1} Y_0(x_1)\,U_1^2(x_1)\,C_f\cos\theta\,dX_1$$

となる。但し、$L_1 = (X_1)_{X=L}$

プロペラによる誘導速度 ΔU が加わったときには R_F の増加量 ΔR_F は

$$\Delta R_F = 2\rho\pi\int_0^{L_1} Y_0(x_1)\,U_1\,\Delta U\cdot C_f\cos\theta\,dX_1$$

但し、$\partial C_f/\partial U_1 = 0$ と近似している。一方圧力抵抗増加 ΔR_p は

$$\Delta R_p = 2\rho\pi\int_0^{L_1} Y_0\,U_1\,\Delta U\sin\theta\,dX_1$$

ΔU がプロペラからの距離の2乗に比例して減衰するため、上の積分は後端部付近に限ることができるので、その付近の平均の θ と C_f をそれぞれ θ_m、C_{fm} とすると、t_f と圧力成分 t_p との比は

$$\frac{t_f}{t_p} = \frac{\Delta R_F}{\Delta R_p} \fallingdotseq C_{fm}\cdot\cot\theta_m \qquad (28)$$

となる。この式からしられるように、$\frac{t_f}{t_p}$ は後端付近の局部摩擦係数に比例し後端が細長いほど、またレイノルズ数が小さいほど、この比は大きくなる。Model 1の場合の数値を代入してみると $C_{fm} \approx 3.5\times10^{-3}$、

$\cot\theta_m \approx 4.4$ であるから $t_f/t_p \approx 1.6\times10^{-2}$ である。Fig.7 に実験値及び (27) 式を使って求めた値 t_f/t_p を示したが、今求めた値はほぼ同程度の大きさでいずれにしても t_f は無視できる。

1.5　第1章の結論

本章での計算はポテンシャル流として得られるものの性質を調べるとともに、第2章の実験と比較するために行われたもので、得られた結論を以下にまとめてみる。

(1) 理想流体中での推力減少率 t_p は次式で表すことができる。

$$t_p = F \times B$$

但し、F はプロペラ位置の流場とプロペラ荷重度の関数、B は模型の周りの流場とプロペラクリアランス、プロペラ半径の関数である。従来考えられていたように F に関してのみ尺度影響があるのではなく、B についても当然考慮するべきである。

(2) 推力減少率中に占める摩擦成分は少なく、レイノルズ数が上るにつれて、C_f に比例してその割合は小

さくなっていく。

(3) 回転体を表すダブレット分布に及ぼすプロペラの影響は、通常考えられるプロペラ荷重度の範囲では小さい。

第2章　実験

実用船型の模型の自航試験は数多くなされており、推力減少率の値も個々の船型に関して豊富な資料が得られている。又、それらの資料を解析することにより推力減少率の値を推定する実用公式が種々提案されている[13]。しかし、それらの公式はまったくの経験式かポテンシャル計算からの類推であり粘性流体中での推力減少率の構造にまで立入った議論を行った例はない。一方、基礎的な方面からの実験的研究も非常に少ない。緒論に挙げたAmtsbergとArltの研究、Huchoの研究などが代表的であるが、両者共に比較的細長い物体が対象であり、境界層がプロペラの大きさに比べて厚い場合ではない。又、全推力減少(力)、並びに表面圧力、境界層内速度及び圧力のプロペラ作動による変化などを総合的に計測し、検討した例は現在までにない。そこで、それらを計測し、既に述べたポテンシャル計算、境界層計算を基礎にした摩擦成分の計算及び後に述べる粘性流場の差分法による数値計算と比較し、粘性流場における推力減少率について考察する

為に以下の実験を行った。

2・1 模型,プロペラ及び水槽

実験に使用した回転体は細長いModel 1と後端部を肥大させたModel 2の2隻である。その主要目及びプロペラの主要目は既にTable 1, Table 2,概略図はFig 2, 3に示されている。

プロペラは通常船後試験で行われるように模型の後方から近づけて作動させた。従つて模型の抵抗とプロペラの推力は必ずしも釣合っていないが研究の目的には差しつかえがない。実験の状態をFig. 9に示す。実験は日立造船技術研究所の回流水槽で行った。回流水槽の計測部分の主要寸法は L×B×d = 3.5m×1.2m×1.3m である。詳細については省略する。

2・2 表面静圧分布

(1) 実験の目的

プロペラの作動が船体表面静圧分布にどのような影響を与えるかを調べ、推力減少率の圧力成分を計測する。

(2) 実験方法および装置

模型に圧力測定孔を合計66箇所あけて測定した。孔の位置、詳細図はすでにFig. 2, 3 に示した。計測は30°傾斜型マノメータ70本で行った。

(3) 実験状態

計測した状態のプロペラクリアランス、流速、プロペラ荷重度範囲をTable 3, 4 に示す。

(4) 実験結果とその考察

計測の例をFig. 10～15に示す。図は同一断面にある4点の静圧孔による計測値を平均し、回流水槽固有の静圧分布を修正したものである。図を見るとプロペラの影響は模型後端部に限られており、プロペラクリアランスの増大により急速に小さくなることがよくわかる。X/L = 0.1～0.15の間で実験値が乱れているのはX/L = 0.05 (Model 1) 又は 0.075 (Model 2) にトリップワイヤをつけているためである。このようにして得られた表面圧力を積分して圧力抵抗、推力減少率の圧力成分を求めたが、Model 1 の場合は細長いのでこれらの値はともに小さく、マノメータの読みとり誤差が積分値に大きな影響を与えることがわ

かったので図には書かない。Model 2 の場合は値が大きい上に、平行部があるので積分範囲が決めやすいため十分精度が上った。推力減少率の圧力成分を前述のFで整理したものをFig. 16 に示す。なおModel 2は後端部が肥大しているために剥離が存在し、プロペラがない場合はSq. St. 3/8 で剥離し、プロペラの吸込みの強さに応じて徐々に剥離点が後方へ移動することが限界流線などの流れの観察から知られた。

2·3 境界層内速度および圧力分布と推力減少率の摩擦成分

(1) 実験の目的

プロペラの作動が模型の周りの境界層に与える影響を調べ、推力減少の摩擦成分を求める。

(2) 実験方法および装置

Fig. 17 に示すピトー管を製作し、計測を行った。これにビニール管 3m をつないだ計測システムの応答時間は2分程度である。ピトー管は模型の表面に平行に向け、法線方向に移動した。移動装置は前後、左右、上下に動き、移動精度は±0.05 mm である。

(3) 実験状態

計測断面、プロペラクリアランス、流速、プロペラ荷重度の範囲を Table 5, 6 に示す。プロペラつきの場合に後流中も計測したが、水流の方向とピトー管の向きが一致していないので、データにあまり信頼性がないと考えられ、図は示さない。

(4) 実験結果とその考察

計測の例を Fig. 18～21 に示す。Model 1 に関して毛糸で行った流線観測によると流向はほぼポテンシャル計算と一致しており、模型近傍ではピトー管の方向と流向は一致しているが、模型から遠ざかるにつれて両者の間に差が生じてくる。予備実験の結果によると、ピトー管の角度特性によって、流れの方向とピトー管の向きが 15° 以上差がある場合、特に静圧は正しい値を示さない。Model 1 の場合 Sq. St. 1/4 で模型から十分離れても静圧が 0 にならないのはそれが原因である。Model 2 の場合は Sq. St. 1/8 で同様のことが起っている。計測した速度分布を使って壁面法則より局部摩擦係数を求め、前述の境界層計算と比

較して、Fig.5，6　に示す。計測断面が両模型共に後端部付近に限られているので摩擦抵抗は算出できないが、推力減少の摩擦成分の大略はうかがい知ることができる。Model 1 について tf の tp に対する比は既に Fig.7 に示した。ただしここでは tp は圧力から求めたものではなく、抵抗値の増加量から求めたものを第1近似として使用している(次項参照)。また Model 2 についてもまったく同様のことを行ったが、いずれの場合も tf は前の計算値と同程度で小さい。

2・4　全推力減少

(1)　実験の目的

プロペラの作動することによる抵抗増加を計測して推力減少率を算出する。

(2)　実験状態

実験状態を Fig.9 に示す。プロペラを作動させた時の全抵抗値からプロペラを外した時の抵抗値を差し引いて抵抗増加を求めた。実験は零位法で行い、模型を吊したピアノ線の傾斜による水平分力が入らぬように

考慮した。

計測状態でのプロペラクリアランス、流速、プロペラ荷重度は表面静圧分布の計測と同じである。

(3) 実験結果とその考察

Model 1 の推力減少率を前述の F で整理して Fig. 22 に示す。図中には 1.3 節で行なった計算結果も示してある。図で明らかなように実験点はポテンシャル計算の直線の近傍から　　高目に集まっている。このことからみて、細長い回転体の場合はプロペラを表す特異点の強さを実際の流場を使って算出すれば、後の計算はポテンシャル計算で実験をよく説明しうることがわかる。ただ F の大きいところで実験の方が計算より大きくなる傾向がみられるが、この原因などについては、はっきりしない。実験点が多少ばらついているが、これは回流水槽の流速が変動するので、模型が振動して検力計の読みとりに誤差を生じたこと、流速の計測にピトー管を用いたので低速域で２～３％の誤差を生じること等によるものである。

Model 2 の推力減少率を同様に整理して Fig. 23

に示す。Fig.16 と比較すると知られるように、全推力減少と、表面圧力の積分から求めた推力減少の圧力成分はほとんど一致する。しかし、Model 1 の場合と異なり、ポテンシャル計算より低目になっている。この理由を考えるために Fig. 24, 25 に Model 1, 2 のプロペラ作動による圧力降下の実験値の一例とポテンシャル計算を比較した。この図を半径方向に積分すれば推力減少が求まる。Model 1 の場合はポテンシャル計算と実験値は割合よく一致しているが、$Y_o/Y_{omax} \leqq 0.3$ で実験値が若干低目、$Y_o/Y_{omax} \geqq 0.3$ で高目にでている。Model 2 の場合は $Y_o/Y_{omax} \leqq 0.6$ で実験値が低い。$Y_o/Y_{omax} = 0.6$ すなわち Sq. St. 3/8 は前述のようにプロペラなしの場合の剥離点である。このことから剥離域内での圧力降下、すなわち、抵抗増加が少ないことが、Model 2 の推力減少がポテンシャル計算より低い原因であることが想像される。しかし、この現象が剥離がある場合に特有であるか、それとも一般に肥大した境界層内では常に起りうるのかどうかは、本実験だけでは結論できないが、Model

1の場合でも $Y_0/Y_{0max} < 0.3$ ではポテンシャル計算値より実験値の方が低いことから、境界層が厚い場合には圧力降下がポテンシャル値より低くなると言えそうである。このことに関しては第3章で述べる。

2.5 第2章の結論

得られた結論の内主なものを列記すれば、Model 1のように細長く境界層がそれほど厚くない場合は、

(1) プロペラを表す特異点の強さを有効伴流を使って決めると、以後の計算はポテンシャル流としての計算でも実験値をよく説明する。

(2) 推力減少はほとんどプロペラの作動による静圧降下に基ずくものであり、摩擦力の占める割合は小さい。

また、Model 2 のように船尾の肥えた回転体について

(3) 船尾の境界層がプロペラの半径と比べて大きい場合は、推力減少はポテンシャル計算より低くなる。

(4) しかしその場合でも推力減少の摩擦成分は非常に小さい。

第3章　差分法による回転体周りの粘性流場の数値計算

従来の推力減少率に関する研究の多くは、第1章で行ったポテンシャル流での計算並びに境界層計算を応用した摩擦成分の検討に類似の程度までであり、それから得られた結論は、境界層が薄い場合はともかく、厚い場合には適用できないことは既に述べたとおりである。また少数の研究者が基本的な形状をした物体について推力減少率に関する実験を行い、ポテンシャル計算、境界層計算と比較したことは既に緒論及び第2章で紹介したとおりである。これらの従来の研究に見られる結果は、第1章及び第2章で述べた結論とほとんど同様で、次のようにまとめることができる。

① 推力減少率中に占める摩擦力の割合は少ない。

② プロペラ周りの流場に境界層及び伴流の影響を入れてプロペラの特異点を決めれば、船体の特異点をポテンシャル計算で求めることによりLagallyの定理から推力減少率を計算できる。

その後前記二つの結論を基にして、実用船型に近い

３次元模型についても中武によって計算が行われ、ようやく基礎的研究が実用面にも応用されるきざしが出て来ているが、まだ研究は端緒である。

前章での実験的研究により①の結論は肥大した回転体についても成立すること、又②の結論は回転体が細長い場合は有効であるが、回転体が肥大してくると推力減少の実験値はポテンシャル流計算より低目になることを確認した。このことは、最近のように船型が肥大してくると、推力減少率を全くポテンシャル流計算のみで求めることができないことを意味している。Tsakonas と Jacobs は既述のとおり境界層の排除厚さだけ回転体を肥大化させて推力減少を計算しているが、この方法は通常、境界層の２次近似を求めるときに外部流の速度を求めるために使われ、境界層外端の圧力が壁面での圧力に等しいことが近似できるときに成立することで、厚い境界層の内部でプロペラが回っている場合には、境界層の中で圧力が一定とは言えないので、別の方法を考えなければならない。

本章では、そのような場合にも有効な計算法を開発

し、プロペラ作動によって回転体の周りの粘性流場がどのように変化するかを数値計算によって求め、推力減少に対する粘性影響を明らかにし、尺度影響の問題の解明に資することを試みた。

計算に使用した模型は Model 2 である。

3・1 計算の概要

粘性流体で、しかも乱流の場合、プロペラの影響を取り入れて厳密に解くことは、解析的にも数値計算的にも現在の知識では不可能である。そこで本論文では、Clauser の仮説に従って乱流を相当レイノルズ数の層流に置きかえ、ナビエ・ストークスの方程式を数値的に解いた。Clauser は壁面で適当な滑り速度を与えた２次元層流境界層に対する方程式の解が、２次元乱流境界層の実験値と非常によく似ていることに注目して、乱流の速度分布は層流型分布が壁で滑りを与えられたものとみなしうること、換言すれば、層流境界層において、壁面近くの流体の動粘性係数が外側と比べて小さいとすると、乱流の場合と同様に取扱えると考えた。すなわち層流境界層方程式において、動粘性係数 ν

の代りに渦動粘性係数ν_Tを考えると、壁面の境界条件を変えるだけでそのまま乱流の場合にも適用できるとし、そのようにして解いた解と実験値とを比較してよい一致を得た。Fig. 26に模型実験のレイノルズ数(10^6程度)の場合の境界層の構造を示したが、この図において内側領域は境界層厚さに比べて小さいから無視して、乱動の大きさ、すなわちν_Tがほぼ一定である外側領域については、層流の場合の方程式で乱流の場合も表されるとするのが、この立場である。

推力減少率を求めるには、　境界層の中だけでなく全流場の速度分布、圧力分布を求める必要があるので、境界層方程式でなくナビエ、ストークス の方程式を取扱う方が妥当であるが、その時にこの考え方を利用しようというのが以下の計算の主旨である。その際境界層の内側領域はν_T=一定とできないので別に乱流境界層理論で解き、内側領域の外端での速度を外側領域の境界条件とする。また外側領域の更に外側は境界層外であり、乱動はないが速度勾配が非常に小さいので、ν_T=一定のまま内側領域を除く全流場を解いても数値

計算の結果には大きな影響はないものとした。又ν_Tは元来流体に固有の値を持つものではなく、流れの状態、特に乱動の大きさによって値が異なる。従って上流と下流で当然大きさは異なるが、推力減少は回転体の後部及びプロペラ付近の流場によって決まるものであるので、平均的な意味で回転体後端でν_Tを決め、それを流場の値とする。Clauserは乱流境界層の実験値とν_Tを使った境界層方程式の解が一致するようにその値を決定したが、それによると$\nu_T = KU_1\delta_*$（但し、K＝定数＝0.018，U_1＝境界層外端の速度，δ_*＝排除厚さ）であるので、本論文では実験から回転体後端でのδ_*、U_1を求めてν_Tを決定した。

実際の計算の場合に、上述のように内側領域は後端部を除いてはその厚さは非常に小さいので、それを0と考え、内側領域の外端での速度を回転体表面上の速度とみて、この速度を回転体表面での滑り速度と定義したが、よく知られているように、回転体後端部では乱流境界層理論は正しい結果を与えにくいこと、また内側領域の厚さを0にしたことの誤差も次第に大きく

なることの両方から、ナビエ・ストークス方程式の数値解と滑り速度がうまくつながらない場合が回転体後端部で生じた。Fig.27にその例を示す。上流のSq.St.1ではほぼ正しい滑り速度になっているからうまくつながっているが、後端部では内側の境界条件が正しくないので、境界条件によって強く影響を受ける壁面近傍の解と、上流の影響を強く受ける壁面から離れた所の解がつながらない。今回は壁面から離れた所の解を延長して滑り速度を修正した。この理由は、渦度は主に流線に沿って流され、境界層が厚い場合は粘性による拡散は一般に小さいから、壁面から離れた所の解は正しい値を示している上流の影響を強く受け、誤った境界条件の影響を受けることが少ないと考えられることによるものである。またプロペラがある場合は当然滑り速度が変化するはずであるが、計算時間の都合でプロペラのないときと同じ値のままで計算した。

以上述べたことから明らかなように、本計算法では剥離位置は滑り速度という形で与える必要がある。もし大きな剥離域が存在するとすれば、その領域は当然

外側領域にも及び、その部分では滑り速度は負または0にならねばならない。滑り速度を求める手順は前述のように、まず境界層理論により計算する。一般に境界層計算の場合に $H>2.0$ になると境界層は剥離するとされているが、本模型の場合は剥離は起こらなかった。さらに第2段階としてその滑り速度を境界条件として数値計算したが、その結果修正した滑り速度も負または0となる部分はなかった。Model 2は限界流線の観測では明らかに剥離していたが、強いものではなく領域も厚くなかったので、あるいは内側領域の中にとどまっていたのかもしれない。本計算の主目的は肥大した境界層の中で作動するプロペラの推力減少率が、理想流体中あるいは薄い境界層内で作動する場合とどのように違うかを見ることであるので、剥離域が存在するかどうかはそれほど重要ではないと考えたが、粘性流場の数値計算法という観点からは重要な課題であり今後研究する必要がある。

3・2 計算の基礎式

今考えている推力減少は定常問題であるが、非定常

問題とした方が数値計算が技術的に容易であるので、非定常の方程式を解き、一定の時間がたった後の定常解を使用する。ν_Tを使うと軸対称の乱流粘性流場は次の三つの連立方程式で表される。

$$\frac{\partial \Omega}{\partial T}+\frac{\partial (U_x \cdot \Omega)}{\partial X}+\frac{\partial (U_y \cdot \Omega)}{\partial Y}=\nu_T\left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2}+\frac{1}{Y}\frac{\partial \Omega}{\partial Y}-\frac{\Omega}{Y^2}\right) \qquad (29)$$

$$\frac{1}{Y}\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}-\frac{1}{Y}\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)=\Omega \qquad (30)$$

$$U_x=-\frac{1}{Y}\frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad U_y=\frac{1}{Y}\frac{\partial \Psi}{\partial X} \qquad (31)$$

但し、X、Y：円筒座標、U_x、U_y：X、Y方向流速、T：時間、Ω：渦度、Ψ：流線関数

(29)式は渦度の拡散方程式、(30)式は渦度の定義式、(31)式は速度の定義式である。ここで次のように無次元化を行う。

$$t=\frac{U_\infty \cdot T}{Y_{o\,max}}, \quad x=\frac{X}{Y_{o\,max}}, \quad y=\frac{Y}{Y_{o\,max}}, \quad \psi=\frac{\Psi}{U_\infty \cdot Y_{o\,max}^2}$$

$$\omega=\frac{\Omega \cdot Y_{o\,max}}{U_\infty}, \quad u_x=\frac{U_x}{U_\infty}, \quad u_y=\frac{U_y}{U_\infty}$$

但し、$Y_{o\,max}$：回転体最大半径

この時(29),(30),(31)式は次の(29′),(30′),(31′)になる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial(u_x\cdot\omega)}{\partial x}+\frac{\partial(u_y\cdot\omega)}{\partial y}=\frac{1}{R_T}\Bigl(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}$$

$$+\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}+\frac{1}{y}\frac{\partial\omega}{\partial y}-\frac{\omega}{y^2}\Bigr) \qquad (29')$$

$$\frac{1}{y}\Bigl(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}-\frac{1}{y}\frac{\partial\psi}{\partial y}\Bigr)=\omega \qquad (30')$$

$$u_x=-\frac{1}{y}\frac{\partial\psi}{\partial y}\ ,\ u_y=\frac{1}{y}\frac{\partial\psi}{\partial x} \qquad (31')$$

但し、$R_T=\dfrac{Y_{0max}\,U_\infty}{\nu_T}$

(29),(30),(31)または(29′),(30′),(31′)の連立方程式は非定常の速度場に対する式であるが、本論文では回転体表面上で境界条件として、乱流境界層方程式の定常解を与えるので、本来の意味はなく、一定時間後の定常解だけが意味がある。また圧力は(29′),(30′),(31′)の連立方程式を解いた後次の式から求められる。

$$\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{2}{R_T}\frac{\partial\omega}{\partial x}-2\Bigl(\frac{\partial u_y}{\partial t}+u_x\cdot\omega\Bigr)$$

$$
\left.\begin{aligned}
&-\frac{\partial}{\partial y}\left(u_x^2+u_y^2\right)\\
\frac{\partial p}{\partial x}&=-\frac{2}{R_T}\left(\frac{\partial \omega}{\partial y}+\frac{\omega}{y}\right)-2\left(\frac{\partial u_x}{\partial t}-u_y\cdot\omega\right)\\
&-\frac{\partial}{\partial x}\left(u_x^2+u_y^2\right)
\end{aligned}\right\}\quad(32)
$$

但し、$p=\dfrac{P-P_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}$　　P：任意点の圧力、

P_∞：一様流の圧力、ρ：水の密度

通常の点の圧力は $\dfrac{\partial p}{\partial y}$ を積分して、プロペラ後流内の圧力は $\dfrac{\partial p}{\partial x}$ を積分して求めた。

3·3　境界条件

(29′), (30′), (31′) の連立方程式を計算機の記憶容量、計算時間の都合で領域を制限して解いた。Fig.28 に概略を示す。図の境界につけた番号順に説明する。

〔1〕　流入してくる領域

理想的には回転体先端よりずっと上流にあるべきであるが、計算時間の短縮のために回転体の Sq. St. 3½ から数値計算することにした。従ってこれより上流は完全なポテンシャル解である。ポテンシャル計算は第

1章で示した方法で行った。この領域を上流側へ広げてSq. St. 5から計算したり、流入してくる流場に実験値を使用してみたりしたが、回転体後端部の圧力分布、その他にはほとんど影響がないことを確認した。

u_x、u_y、ψ はポテンシャル計算で求め、渦度はそれから(30′)式を使って求め、以後は時間軸方向に不変であるとしたので、回転体表面に最も近い格子点を除いて、渦度は0である。

〔2〕 回転体からy方向に離れた領域

u_x、u_y はポテンシャル計算で求めたが、回転体からかなり離れているため、要素分けの際流線がここでは既に回転体中心軸に平行であると近似している。渦度は0とした。

〔3〕 流出してゆく領域

流場が軸方向に変化しないと仮定した。この領域も下流に伸ばしてみたが、回転体周りの流場に変化はなかった。

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

〔4〕 回転体中心軸上

軸対称の条件を代入する

$\psi = u_y = 0$

〔5〕 回転体表面上

前述のように内側領域の厚さを0と考えたので回転体表面上で$\psi = 0$、$u = u_s$（滑り速度）である。渦度に関しては速度場が求まった後（30'）式により表面上の値を求めた。

滑り速度の求め方を簡単に説明する。境界層計算はTruckenbrodtの軸対称の式を若干修正した1章のものを使った。境界層の計算で$U_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$（$\tau_w$：局部摩擦係数、$U_*$：摩擦速度）、$\delta_*$が求まったとして、内側領域の外端の速度を求める。内側領域ではν_Tは壁からの距離に比例するから

$$\nu_T = a U_* Z \qquad (33)$$

（a：定数≒0.4，　Z：壁からの垂直距離）

外側領域ではν_Tはδ_*に比例するから

$$\nu_T = K U_1 \delta_* \qquad (34)$$

内側領域と外側領域の境界の壁面からの距離をZ_bとすると

$$a \cdot U_* z_b = K U_1 \delta_* \qquad (35)$$

実際の境界層内では内側領域と外側領域の間に過渡的な領域があり、(35) 式で求めた z_b はその領域の中にあると考えられ、そこではもちろん壁面法則は成立しないから適用できない。そこで (35) 式で求めた z_b を冪乗法則に代入して滑り速度を求めた。冪乗法則はその指数 n を適当に定めれば境界層内の速度分布を広い範囲でよく近似することが知られている。今回は Truckenbrodt の方法で境界層計算を行い形状係数 H を求めて次式により n を定めた。

$$n = \frac{2}{H-1}$$

これより滑り速度の無次元値 $\frac{U_s}{U_\infty}(\equiv u_s)$ は境界層厚さを δ とすると

$$u_s = \left(\frac{z_b}{\delta}\right)^{1/n} \cdot \frac{U_1}{U_\infty}$$

$$= \left(0.045 \cdot \frac{1}{1+n} \cdot \frac{U_1}{U_*}\right)^{1/n} \cdot \frac{U_1}{U_\infty} \qquad (36)$$

数値計算の結果を見ると、(36) 式で定めた内側領域外端速度、すなわち u_s は、圧力勾配が負、又は零の場合は問題がないが、圧力勾配が正になってくると Fig.27 に示すように、外側領域の解とうまくつなが

らないので、図に示すように修正して計算をやり直した。

〔6〕 プロペラ後流内

プロペラがあるときは、プロペラがないときの流場に、プロペラの誘導速度、あるいは流線関数をたし合わせてプロペラ後流内の流場を決め、それを境界条件としてプロペラ後流外の流場を数値計算した。プロペラ後流内の誘導速度及び流線関数はプロペラを一重の円筒状渦で表して計算した。

3・4 相当レイノルズ数 R_T の決定

上述の計算法の妥当性を模型実験結果と比較することにより検討するために、本論文では模型のレイノルズ数について計算を行い、さらに実船相当のレイノルズ数についても同様の計算を行う。3・1で述べたように、ν_T は Clauser の実験式 (34) 式により決定する。しかしこの式は2次元境界層に対する式であり、Kの値は、軸対称流の場合で、しかも後端部の肥大した境界層に対してのものではないが、乱動の大きさに関しては、2次元境界層も軸対称の境界層もそれほど

変らないと考えて、Clauser の実験式をそのまま使用する。

実験によると本模型の後端での δ_*、U_1 は $\delta_* = 0.052\ m$, $U_1 = U_\infty = 0.7\ m/sec$ であるから、

$$R_{Tm} = \frac{Y_{0max} \cdot U_\infty}{K \cdot U_1 \cdot \delta_*} \fallingdotseq 100$$

（但し　添字 m で模型、s で実船を表す）

また、実船の場合を考えると、K は定数であるから同じである。U_∞ / U_1 は模型の場合 1.0 としたので実船もそのように決める。

問題は $\dfrac{\delta_*}{Y_{0max}}$ である。この回転体の抵抗の大部分は摩擦抵抗であるとすると、

$$\frac{C_{DS}}{C_{Dm}} = \frac{C_{fs}}{C_{fm}} \fallingdotseq 1/3 \quad (\text{但し、} C_D = \text{全抵抗係数})$$

Young[14] の簡易式に従うと模型後端での境界層外端速度の無次元値 U_{1T}/U_∞ が 1.0 の時は $\Omega_{ST} = \Omega_{S\infty}$, $\Omega_{mT} = \Omega_{m\infty}$（但し Ω は運動量面積, T は後端, ∞ は無限下流を表す）

従って、　$$\frac{\Omega_{ST}}{\Omega_{mT}} = \frac{\Omega_{S\infty}}{\Omega_{m\infty}} = \frac{C_{DS}}{C_{Dm}} = 1/3$$

ところが相当レイノルズ数を決める時に必要な“模型

後端での排除厚さ”は3.1で述べたように必ずしも後端のそれでなく、模型の後半部とプロペラ位置の平均としてのものである。後端部より上流では一般に回転体の半径に比べて境界層の運動量厚さが小さいから近似的に次式が成立する。

$$\frac{\theta_s}{\theta_m} = \frac{\Omega_s}{\Omega_m} \qquad （但し\ \theta：運動量厚さ）$$

後端部で運動量の急速な変化がないとすれば $\frac{\Omega_s}{\Omega_m} \fallingdotseq \frac{\Omega_{sT}}{\Omega_{mT}} = 1/3$ したがって $\frac{\theta_s}{\theta_m} \fallingdotseq 1/3$

排除厚さの比は運動量厚さの比から直接には求まらず速度分布の型、実際的にはn乗則のnの値が必要であるが、後端部でのこの値を決めることは困難であるので、本論文では運動量厚さの比が排除厚さの比であるとして計算する。すなわち

$$\frac{\delta_{*s}}{\delta_{*m}} = \frac{\theta_s}{\theta_m} = 1/3 \qquad (37)$$

このようになる為にはClauserの考え方では実船は模型船の3倍の相当レイノルズ数であることが必要であり、

$$R_{TS} = 300 \qquad (38)$$

一方後流に注目すると

$$\frac{\delta_{*s}}{\delta_{*m}}=\sqrt{\frac{\sigma_s}{\sigma_m}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$ （但し、σは排除面積） (39)

であり、$R_{TS}\fallingdotseq 170$ でよいことになる。従って後流中と回転体まわりの流れを同時に満足する相当レイノルズ数は決定できない。しかし、レイノルズ数の影響は物体のまわりの境界層内では顕著に表れるが、後流中ではそれほどでもないこと、また実用船型では、船体のまわり及びプロペラ近傍の流場は、ほとんど2次元的に縮まるとしてよいことなどから前者のレイノルズ数に近いと考えられるので、$R_{TS}=300$ で実船に対応しているとした。

3・5 数値計算

(29), (30), (31), (32) の偏微分方程式を差分方程式に直して Fig.28 に示す領域を回転体中心軸方向に 70 等分、中心軸に垂直方向に 32 等分して格子に分け、Fig.29 に示す手順で解いた。以下図中の番号順に説明する。

① 初期値

初期値をどのように選ぶかは最終結果には影響しないが、できるだけ物理的に正しい方がよいのはもちろんである。物体が静止状態から突然動き出した場合を考えると、境界層の発達はなく流れはポテンシャル的であるから、プロペラなしの場合は初期値としてポテンシャル流を採用した。プロペラ付きの場合は、プロペラなしの流場でプロペラが突然回転を始めたと考えて、初期値には上で求めたプロペラなしの粘性流場を採用した。

② 全流場での渦度の計算

$$\omega = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \qquad (40)$$

(i) (40) 式を一般の点で差分方程式に直すと、

$$\omega^0_{i,j} = \frac{u^0_{y\,i+1,j} - u^0_{y\,i-1,j}}{2h} - \frac{u^0_{x\,i,j+1} - u^0_{x\,i,j-1}}{2k} + O(h^2, k^2) \qquad (41)$$

但し、i,j：格子番号、h：i方向の格子間隔、

k：j方向の格子間隔（今回はh=k=0.16）

数式の上の添字は時間軸のステップを表している。

(ii) Fig.30の△印の点は四つの隣点のどれかが境界外の点であるので次式で表す。[15]

$$\omega^{o}_{i,j}=\frac{1}{h}\left[\frac{A_{i,j}}{1+A_{i,j}}u^{o}_{y\,i+1,j}-\frac{u^{o}_{y\,i-1,j}}{A_{i,j}(1+A_{i,j})}+\frac{(1-A_{i,j})}{A_{i,j}}u^{o}_{y\,i,j}\right]$$

$$-\frac{1}{k}\left[\frac{B_{i,j}\cdot u^{o}_{x\,i,j+1}}{(1+B_{i,j})}-\frac{u^{o}_{x\,i,j-1}}{B_{i,j}(1+B_{i,j})}+\frac{(1-B_{i,j})}{B_{i,j}}u^{o}_{x\,i,j}\right]$$

$$+O(h^2,k^2) \qquad (42)$$

$(i-1,j)$点が回転体内部の点である時は $u_{x\,i-1,j}$, $u_{y\,i-1,j}$ をそれぞれ滑り速度の x, y 成分で置きかえる $A_{ij}\cdot h$ は (i,j) 点から回転体表面までの長さ、回転体内部の点でないときは $A_{ij}=1.0$ とする。$(i,j-1)$点が回転体内部の点であるときは、$u_{x\,i,j-1}$, $u_{y\,i,j-1}$ はそれぞれ滑り速度の x, y 成分で置きかえる。$B_{ij}\cdot k$ は (i,j) 点から回転体表面までの長さ、回転体内部の点でないときは $B_{ij}=1.0$ とする。

(iii) Fig.30の○印の点は i 格子と回転体表面との交点で、そこでの渦度を ω_{bi} とすると

$$\omega_{bi}=\frac{1}{h}(2\cdot u_{y1}-1.5u_{sy}-0.5u_{y2})$$

$$-\frac{1}{k}\left[\frac{1+B_{i,j}}{B_{i,j}}\cdot u_{x\,i,j}-\frac{(1+2B_{i,j})}{B_{i,j}(1+B_{i,j})}u_{sx}\right.$$

$$-\frac{B_{i,j}}{(1+B_{i,j})}u_{x\,i,j+1}\Big] + O(h^2, k^2) \qquad (43)$$

u_{sx}, u_{sy} は滑り速度の x, y 成分であり、u_{y1}, u_{y2} はラグランジュの三点補間で求める。

(iv) Fig. 30の＊印の点は j 格子と境界との交点で、そこでの渦度を ω_{bj} とすると、

$$\omega_{bj} = \frac{1}{h}\Big[\frac{1+A_{i,j}}{A_{i,j}}\cdot u_{y\,i,j} - \frac{(1+2A_{i,j})}{A_{i,j}(1+A_{i,j})}\cdot u_{sy}$$

$$-\frac{A_{i,j}}{(1+A_{i,j})}u_{y\,i+1,j}\Big] - \frac{1}{k}\Big[2u_{x3} - 1.5u_{sx} - 0.5u_{x4}\Big]$$

$$+ O(h^2, k^2) \qquad (44)$$

u_{x3}, u_{x4} はラグランジュの三点補間で求める。

③ 渦度拡散方程式 (29′)

(i) 一般の点では (29′)式は次式で表される。

$$\frac{\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} + \frac{(u_x\cdot\omega)_{i+1,j}^{n} - (u_x\cdot\omega)_{i-1,j}^{n}}{2h}$$

$$+ \frac{(u_y\cdot\omega)_{i,j+1}^{n} - (u_y\cdot\omega)_{i,j-1}^{n}}{2k}$$

$$= \frac{1}{R_T}\Big[\frac{1}{h^2}\left(\omega_{i+1,j}^{n} - \omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^{n-1} + \omega_{i-1,j}^{n}\right)$$

$$+ \frac{1}{k^2}\left(\omega_{i,j+1}^{n} - \omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^{n-1} + \omega_{i,j-1}^{n}\right)$$

$$+\frac{1}{2yk}(\omega^n_{i,j+1}-\omega^n_{i,j-1})-\frac{\omega^n_{i,j}}{y^2}\Big]+O(h^2,k^2)$$

Δt は時間軸のステップの大きさで、この大小によって渦度の変化の程度が決まる。変化が大きすぎると差分方程式の精度が悪くなり、定常解が得られない。Fromm は数値実験を行い、$\Delta t \leqq 1/4 R_T h^2$ の式[16] を提案しているが、今回の計算では回転体の表面で格子間隔が不規則であるので数値実験により $t \leqq 0.6$ の場合は $\Delta t = 0.005$, $t > 0.6$ では $\Delta t = 0.03$ と決定した。

$\left(\frac{k}{h}\right)^2=\lambda$, $\frac{\Delta t}{R_T k^2}=C$, $\frac{\Delta t}{k}=C_k$, $\frac{\Delta t}{h}=C_h$ とおくと

$$\begin{aligned}
\omega^{n+1}_{i,j}=\frac{1}{[1+2C(1+\lambda)]}\Big\{&\omega^{n-1}_{i,j}+C_h\big[(u_x\cdot\omega)^n_{i-1,j}\\
&-(u_x\cdot\omega)^n_{i+1,j}\big]+C_k\big[(u_y\cdot\omega)^n_{i,j-1}-(u_y\cdot\omega)^n_{i,j+1}\big]\\
&+2C\lambda\big[\omega^n_{i+1,j}-\omega^{n-1}_{i,j}+\omega^n_{i-1,j}\big]\\
&+2C\big[\omega^n_{i,j+1}-\omega^{n-1}_{i,j}+\omega^n_{i,j-1}\big]\\
&+\frac{C}{j-1}\big[\omega^n_{i,j+1}-\omega^n_{i,j-1}\big]-\frac{2C}{(j-1)^2}\omega^n_{i,j}\Big\}
\end{aligned} \tag{45}$$

(ii) 四つの隣点のどれかが境界外の場合

$$
\omega_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{\left[1+2C\left(\frac{\lambda}{A_{i,j}}+\frac{1}{B_{i,j}}\right)\right]}
$$

$$
\times\Biggl\{\omega_{i,j}^{n-1} - 2C_h\Bigl[\frac{A_{i,j}}{(1+A_{i,j})}(u_x\cdot\omega)_{i+1,j}^{n}
$$

$$
-\frac{(u_x\cdot\omega)_{i-1,j}^{n}}{A_{i,j}(1+A_{i,j})} + \frac{(1-A_{i,j})}{A_{i,j}}(u_x\cdot\omega)_{i,j}^{n}\Bigr]
$$

$$
-2C_k\Bigl[\frac{B_{i,j}(u_y\cdot\omega)_{i,j+1}^{n}}{(1+B_{i,j})} - \frac{(u_y\cdot\omega)_{i,j-1}^{n}}{B_{i,j}(1+B_{i,j})}
$$

$$
+\frac{(1-B_{i,j})}{B_{i,j}}(u_y\cdot\omega)_{i,j}^{n}\Bigr] + 2\lambda C\Bigl[\frac{2\omega_{i+1,j}^{n}}{(1+A_{i,j})}
$$

$$
-\frac{\omega_{i,j}^{n-1}}{A_{i,j}} + \frac{2\omega_{i-1,j}^{n}}{A_{i,j}(1+A_{i,j})}\Bigr] + 2C\Bigl[\frac{2\omega_{i,j+1}^{n}}{(1+B_{i,j})}
$$

$$
-\frac{\omega_{i,j}^{n-1}}{B_{i,j}} + \frac{2\omega_{i,j-1}^{n}}{B_{i,j}(1+B_{i,j})}\Bigr] + \frac{2C}{(j-1)}\Bigl[\frac{B_{i,j}\omega_{i,j+1}^{n}}{(1+B_{i,j})}
$$

$$
-\frac{\omega_{i,j-1}^{n}}{B_{i,j}(1+B_{i,j})} + \frac{(1-B_{i,j})\omega_{i,j}^{n}}{B_{i,j}}\Bigr] - \frac{2C\omega_{i,j}^{n}}{(j-1)^2}\Biggr\} \quad (46)
$$

但し、$(i,\ j\text{-}1)$ 点が回転体内部の点の場合は、

$u_{x\,i,j-1} = u_{sx}$, $u_{y\,i,j-1} = u_{sy}$, $\omega_{i,j-1} = \omega_{bi}$,

$(i-1,\ j)$ 点が回転体内部の点の場合は、

$u_{x\,i-1,j} = u_{sx}$, $u_{y\,i-1,j} = u_{sy}$, $\omega_{i-1,j} = \omega_{bj}$

(iii) $t = 0$ の時は時間に関して、前進差分を適用して、

$$\omega_{i,j}^{1} = \omega_{i,j}^{0} + \frac{C_h}{2} \times \left[(u_x \cdot \omega)_{i-1,j}^{0} - (u_x \cdot \omega)_{i+1,j}^{0} \right]$$

$$+ \frac{C_k}{2} \left[(u_y \cdot \omega)_{i,j-1}^{0} - (u_y \cdot \omega)_{i,j+1}^{0} \right]$$

$$+ C\lambda (\omega_{i+1,j}^{0} - 2\omega_{i,j}^{0} + \omega_{i-1,j}^{0}) + C (\omega_{i,j+1}^{0}$$

$$- 2\omega_{i,j}^{0} + \omega_{i,j-1}^{0}) + \frac{C}{2(j-1)} (\omega_{i,j+1}^{0} - \omega_{i,j-1}^{0})$$

$$- \frac{C\omega_{i,j}^{0}}{(j-1)^2} \qquad (47)$$

(iv) t＝0で四つの隣点のどれかが境界外の点の場合、

$$\omega_{i,j}^{1} = \omega_{i,j}^{0} - C_h \left[\frac{A_{i,j} (u_x \cdot \omega)_{i+1,j}^{0}}{(1+A_{i,j})} - \frac{(u_x \cdot \omega)_{i-1,j}^{0}}{A_{i,j}(1+A_{i,j})} \right.$$

$$\left. + \frac{(1-A_{i,j})(u_x \cdot \omega)_{i,j}^{n}}{A_{i,j}} \right] - C_k \left[\frac{B_{i,j} (u_y \cdot \omega)_{i,j+1}^{0}}{(1+B_{i,j})} \right.$$

$$\left. - \frac{(u_y \cdot \omega)_{i,j-1}^{0}}{B_{i,j}(1+B_{i,j})} + \frac{(1-B_{i,j})(u_y \cdot \omega)_{i,j}^{0}}{B_{i,j}} \right]$$

$$+ 2C\lambda \left[\frac{\omega_{i+1,j}^{0}}{1+A_{i,j}} - \frac{\omega_{i,j}^{0}}{A_{i,j}} + \frac{\omega_{i-1,j}^{0}}{A_{i,j}(1+A_{i,j})} \right]$$

$$+ 2C \left[\frac{\omega_{i,j+1}^{0}}{1+B_{i,j}} - \frac{\omega_{i,j}^{0}}{B_{i,j}} + \frac{\omega_{i,j-1}^{0}}{B_{i,j}(1+B_{i,j})} \right]$$

$$+ \frac{C}{(j-1)} \left[\frac{B_{i,j}\omega_{i,j+1}^{0}}{1+B_{i,j}} - \frac{\omega_{i,j-1}^{0}}{B_{i,j}(1+B_{i,j})} \right.$$

$$+\frac{(1-B_{i,j})}{B_{i,j}}\omega^{\circ}_{i,j}\Big]-\frac{C\omega^{\circ}_{i,j}}{(j-1)^2} \tag{48}$$

（i, j-1）点が回転体の内部の点の場合は

$u_{x\,i,j-1}=u_{sx}$, $u_{y\,i,j-1}=u_{sy}$, $\omega_{i,j-1}=\omega_{bi}$

（i-1, j）点が回転体の内部の点の場合は

$u_{x\,i-1,j}=u_{sx}$, $u_{y\,i-1,j}=u_{sy}$, $\omega_{i-1,j}=\omega_{bj}$

④ 渦度の定義式（30′）

(i) 右辺のωは既知である。流線関数ψを全領域で求める。(30′)式を差分方程式に直すと一般の点では、

$$\frac{1}{(j-1)k}\Big[\frac{\psi_{i+1,j}-2\psi_{i,j}+\psi_{i-1,j}}{h^2}+\frac{\psi_{i,j+1}-2\psi_{i,j}+\psi_{i,j-1}}{k^2}$$
$$-\frac{\psi_{i,j+1}-\psi_{i,j-1}}{2(j-1)k^2}\Big]=\omega_{i,j}$$

従って

$$\psi_{i,j}=\frac{1}{2(\lambda+1)}\Big[\lambda(\psi_{i+1,j}+\psi_{i-1,j})+\frac{2j-3}{2(j-1)}\psi_{i,j+1}$$
$$+\frac{2j-1}{2(j-1)}\psi_{i,j-1}-(j-1)k^3\omega^{n}_{i,j}\Big] \tag{49}$$

(49) 式は多元一次連立方程式である。本論文では

Gauss-Seidel 法で根を求めた。またそのときの加速係数は数値実験により1.5と定めた。

(ii) 四つの隣点のどれかが境界外であるとき

$$\psi_{i,j} = \frac{1}{\left[\frac{2\lambda}{A_{i,j}} + \frac{2}{B_{i,j}} + \frac{(1-B_{i,j})}{(j-1)B_{i,j}}\right]} \times \left\{ \frac{2\lambda}{(1+A_{i,j})}\left[\psi_{i+1,j} + \frac{\psi_{i-1,j}}{A_{i,j}}\right] + \frac{\psi_{i,j+1}}{(1+B_{i,j})}\left[2 - \frac{B_{i,j}}{j-1}\right] + \frac{(2j-1)\psi_{i,j-1}}{B_{i,j}(1+B_{i,j})(j-1)} - h^3(j-1)\omega^n_{i,j} \right\} \quad (50)$$

$(i, j-1)$ が回転体内部の点のとき $\psi_{i,j-1} = 0$

$(i-1, j)$ が回転体内部の点のとき $\psi_{i-1,j} = 0$

(49), (50) 式を解くことが、本計算で最も時間がかかる部分である。許容誤差の大きさによっても計算時間が幾分変る。本計算の場合、最も小さい ψ の値が、10^{-2} の程度であるので、許容誤差をその0.5%の 5×10^{-4} にして、その範囲に誤差が落ちつくと計算を打ち切った。繰り返し回数は $t=0$ の時で60回程度で、t が大きくなると段々に減り、$t \geqq 0.1$ では2〜3回である。

⑤ 速度の定義式, (31')

(i) 通常の点に対しては

$$u_{x\,i,j}=-\frac{\psi_{i,j+1}-\psi_{i,j-1}}{2(j-1)k^2},\quad u_{y\,i,j}=\frac{\psi_{i+1,j}-\psi_{i-1,j}}{2(j-1)hk}$$

(51)

(ii) 四つの隣点のどれかが境界外の場合

$$\left.\begin{aligned}u_{x\,i,j}&=\frac{-1}{(j-1)k^2}\left[\frac{B_{i,j}\cdot\psi_{i,j+1}}{(1+B_{i,j})}-\frac{\psi_{i,j-1}}{B_{i,j}(1+B_{i,j})}+\frac{(1-B_{i,j})}{B_{i,j}}\psi_{i,j}\right]\\u_{y\,i,j}&=\frac{1}{(j-1)kh}\left[\frac{A_{i,j}\cdot\psi_{i+1,j}}{(1+A_{i,j})}-\frac{\psi_{i-1,j}}{A_{i,j}(1+A_{i,j})}+\frac{(1-A_{i,j})}{A_{i,j}}\psi_{i,j}\right]\end{aligned}\right\}\quad(52)$$

$(i, j-1)$ 点が回転体内部の点の場合 $\psi_{i,j-1}=0$

$(i-1, j)$ 点が回転体内部の点の場合 $\psi_{i-1,j}=0$

(iii) 回転体中心軸上では

$y=0,\ \frac{\partial\psi}{\partial y}=0$ であるから L'Hospital の定理により

$$(u_x)_{y=0}=\lim_{y\to 0}-\left(\frac{1}{y}\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)=-\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}$$

従って

$$u_{x i,1} = -\frac{2\psi_{i2}}{h^2}$$

$$u_{y i,1} = 0$$

⑥　回転体表面上の渦度

計画②の(iii), (iv)と同様である。

⑦　圧力分布の計算

(i)　プロペラ付でプロペラ後流内を計算する場合の外は $\frac{\partial p}{\partial y}$ を積分して求めたことは前述のとおりである。①～⑥までの計算とは一応独立しているので、③～⑥の120ステップにつき1回の割合で⑦を計算した。また定常の場合だけに関心があるので $\frac{\partial u_y}{\partial t}$ の項は省略した。(32)式を積分して、差分方程式に直すと

$$\begin{aligned} p_{i,j-1} = p_{i,j+1} &+ (u^2_{x i,j+1} + u^2_{y i,j+1}) - (u^2_{x i,j-1} + u^2_{y i,j-1}) \\ &- \frac{2h}{3R_T}(\omega_{x i,j+1} + 4\omega_{x i,j} + \omega_{x i,j-1}) \\ &+ \frac{2h}{3}[(u_x \cdot \omega^n)_{i,j+1} + 4(u_x \cdot \omega^n)_{i,j} \\ &+ (u_x \cdot \omega^n)_{i,j-1}] \end{aligned} \tag{53}$$

但し、$\omega_x = \frac{\partial \omega}{\partial x}$、これは通常の点では次式で求め

る。

$$\omega_{x i,j} = \frac{\omega^{n}_{i+1,j} - \omega^{n}_{i-1,j}}{2h}$$

(i−1, j) 点が回転体内部の点の場合

$$\omega_{x i,j} = \frac{A_{i,j}\cdot\omega^{n}_{i+1,j}}{(1+A_{i,j})h} - \frac{\omega_{bj}}{A_{i,j}(1+A_{i,j})h} + \frac{(1-A_{i,j})\cdot\omega^{n}_{i,j}}{A_{i,j}\cdot h}$$

(53)式は漸化式で、初期値は積分の始点で決まる。本論文では境界[2]から積分を始め、回転体表面あるいは回転体中心軸に最も近い格子で終った。[2]の上での初期値は、ポテンシャル流であるとしてベルヌイの定理から求めた。

(ii) プロペラ後流内は $\frac{\partial p}{\partial x}$ を積分して求めた。すなわち、(i)と同様にして

$$p_{i-1,j} = p_{i+1,j} + (u^2_{x i+1,j} + u^2_{y i+1,j}) - (u^2_{x i-1,j} + u^2_{y i-1,j}) + \frac{2h}{3R_T}\Big(\omega_{y i-1,j} + 4\omega_{y i,j} + \omega_{y i+1,j} + \frac{\omega_{i-1,j}}{(j-1)k} + \frac{4\cdot\omega_{i,j}}{(j-1)k} + \frac{\omega_{i+1,j}}{(j-1)k}\Big) - \frac{2h}{3}\Big[(u_y\cdot\omega)_{i-1,j}$$

$$+4(u_y \cdot \omega)_{i,j} + (u_y \cdot \omega)_{i+1,j}] \quad (54)$$

但し、 $\omega y_{i,j} = \dfrac{\omega_{i,j+1} - \omega_{i,j-1}}{2k}$

境界[3]から積分を始めたが、プロペラ、回転体から十分離れているので、圧力は一様流場と同じであるとして初期値を決めた。

①～⑦の計算を流れが定常になるまで繰り返し行った。$R_T = 100$ の場合は初期値を代入してから計算が終るまでに、プロペラなし及びプロペラ付きの場合とも無次元の時間にして $t = 15$ 、繰り返し回数にして600回程度であった。

(17)式の渦度拡散方程式のような初期値問題を差分法で解く場合に、差分格子間隔 h と Δt との間の関係により、その差分方程式が適性、安定であったり、そうでなかったりする。本章で行う数値計算の場合でも、初期値として採用したポテンシャル流場から120ステップ後までは $\Delta t = 0.005$ と極端に Δt を小さくしないと解が求まらなかった。一般に非線型の差分方程式の解の安定性を完全な形のままで論ずることは非常に困難であり、便宜的によく行われるのは線型方程式に

おきかえて検討する方法である。

Fromm は渦度拡散方程式の解の安定性を論ずるのに、慣性項を0とおいた場合と粘性項を0とおいた場合のそれぞれの方程式について考え、

$$\frac{|u_{x\,max}|+|u_{y\,max}|}{h}\cdot\Delta t \leqq 1$$

を提案した。上式を本章での計算に適用すると $\Delta t<0.08$ となる。さらに彼は完全な形の方程式を使い、数値実験を行うことによって次式を提案した。すなわち $\Delta t \leqq \frac{1}{4} R_T h^2$ この式を本章の計算に適用すると、

$R_T=100$ の時は $\Delta t \leqq 0.64$

$R_T=300$ の時は $\Delta t \leqq 1.92$

となる。しかし本論文の計算の場合は回転体表面での差分格子が不規則であるので、解が安定になる Δt は数値実験により求めた。それによると、

$R_T=100$ の時

0〜120 ステップは $\Delta t=0.005$

120〜600 ステップは $\Delta t=0.03$

$R_T=300$ の時

0 ～ 120 ステップは　$\Delta t = 0.005$

120 ～ 1000ステップは　$\Delta t = 0.02$

であった。これらの値はFrommの提案よりΔtがはるかに小さいが、表面近くの差分格子間隔が小さかった為と思われる。

3・6 計算結果とその考察

Fig. 31 にプロペラなしの場合の計算による流線、渦度分布を示す。レイノルズ数10^6の場合の計算と流線観測の結果はよく一致している。また当然ではあるが、10^6の場合の計算値の方が10^9の場合よりもポテンシャル計算に近い。

Fig. 32～35 に境界層及び後流内の速度、圧力分布を示す。実験値は、回流水槽の静圧分布、速度分布が流れ方向並びに断面内でかなり不規則であったので、その影響を受けているが、それを合理的に修正することは難しい。ここでは便宜上次のように修正した。すなわち後端部だけを少し変えた別の回転体の実験を曳航水槽で行い、その場合のポテンシャル計算と実験値が平行部でほとんど一致したことにより、本模型の場

合に、平行部でポテンシャル計算と実験値が合わないのは回流水槽の静圧分布の影響であるとして、すべての静圧を修正した。しかし速度分布については定性的比較に重点をおき、計測値をそのまま示している。なお図中のFは1.3節で説明したとおりである。

実験は回転体の表面に垂直方向にピトー管を移動して計測しているので、計算値を更に補間して、比較に必要な点の値を求めた。レイノルズ数10^6の計算値と実験値を比べてみると圧力分布に関しては大体一致している。速度分布は境界層の幅が計算値の方が大きいが、これはν_Tが境界層外も一定としたことと、回転体後端で排除厚さを合わせるようにν_Tを決定したことによるものである。プロペラ付きの場合もプロペラなしの場合と滑り速度を変えていないので、Sq. St. 1/2, 1/4では壁面近傍で速度が急変しているが、逆にこのことから滑り速度の影響が壁から離れた所の速度分布に及ばないとも考えられ、その意味で圧力分布にもそれほど影響がないと思われる。Fig.36 に境界層の形状係数Hとδ_*を示す。Hは実験と計算の一致がよくない

が、δ_*に関してはかなりよい一致といっても差支えないであろう。

また計算値間で比較してみると、プロペラのない場合にはSq. St. 1/2より上流では$\delta_{*m}/\delta_{*s} \fallingdotseq 3.0$で最初与えたCf の比になっているが、Sq. St. 1/4 以下は必ずしもそのようになっていない。これは3.2で述べたように$\delta_{*m}/\delta_{*s} = 1.73$ に収束すると思われる。模型状態のプロペラ位置の速度分布から公称伴流係数を求め、その値が有効伴流係数 w_e に等しいと仮定すると $1-w_{em}=0.524$ で実験の $1-w_{em} = 0.459$ と若干異なる。この値は後端部の滑り速度を強制的に変更することによって操作し得るので実験の伴流係数と合うように滑り速度を変更して数値計算することもできる。もし実船の $1-w_{es}$ についても同様にあらかじめ求まっている場合には、滑り速度をそれに合うように決定するのも一つの方法であるとも思えるが、今回は両方とも制約がないものとして数値計算した。Fig. 37 にプロペラのない場合の回転体表面上の静圧分布について、実験、粘性計算及びポテンシャル計算を比較した。

粘性計算の場合は回転体後端部で実験値より高目にでている外は、大体よく一致している。また計算値間にはほとんど差はないが、10^9の方が後端部で高くなっている。Fig. 38 にプロペラを付けた場合の表面静圧分布を示す。更にこれを積分して推力減少率を求め、前述のFで整理したものが Fig. 39 である。但し粘性計算の場合の推力Tは、境界(3)でのプロペラ後流内の圧力が一様流の圧力と同じであると仮定し、(54)式により$-x$方向に積分してプロペラ後面での圧力を求め、(53)式により$-y$方向に積分して得られるプロペラ前面での圧力との差を積分して求めた。$Rn=10^6$の計算と実験を比較してみると粘性計算による推力減少率は実験をよく説明している。また計算値同志では同じF数の場合は$Rn=10^9$の方が10^6の場合より推力減少率が高い。しかしこのことは必ずしも実船の推力減少率が模型のそれより大きいことを意味するわけではなく、前述のBが大きいというに過ぎない。推力減少率そのものの比較には通常の模型実験法にしたがって考えてみる必要がある。

運動量理論が成立するとすれば、プロペラ荷重度は次式で表される。

$$T_C = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A V_a^2} = \frac{\Delta U_\infty}{V_a}\left(2 + \frac{\Delta U_\infty}{V_a}\right)$$

従って、次式が成り立つ

$$\frac{\Delta U_\infty}{V_a} = -1 + \sqrt{1 + T_C}$$

これを使うとFは

$$F = \frac{1}{(1-w_e)(1+\sqrt{1+T_C})} \qquad (55)$$

ところで実船と模型の相似比をαとすると、模型実験の場合に摩擦修正を行うので $T_s = \frac{\rho_s}{\rho_m} \cdot \alpha^3 T_m$ であるから(正確にいえば推力減少率が異なればこうはならないが、2次の微少量として無視)、

$$T_{cs} = \frac{(1-w_{em})^2}{(1-w_{es})^2} \cdot T_{cm}$$

従って

$$\frac{F_s}{F_m}=\frac{(1-w_{em})}{(1-w_{es})}\cdot\frac{(1+\sqrt{1+T_{cm}})}{(1+\sqrt{1+\frac{(1-w_{em})^2}{(1-w_{es})^2}\cdot T_{cm}})}$$

さらに $E=\dfrac{1-w_{em}}{1-w_{es}}$ とおくと次式が求まる。

$$\frac{F_s}{F_m}=E\cdot\frac{(1+\sqrt{1+T_{cm}})}{(1+\sqrt{1+E^2 T_{cm}})} \qquad (56)$$

(56)式を今回の数値計算に適用してみる。前述のプロペラがない時の流場の計算から、

$1-w_{em}=0.524$, $1-w_{es}=0.648$

従って $E=0.809$ 。また $F_m=0.6$ の時を例にとると、$T_{cm}=4.569$ であるから、これらの値を(56)に代入して $F_s=0.544$ となる。Fig.39 から t_s を読みとると $t_s=0.208$ 従って

$F_m=0.6$ の時 $\dfrac{t_s}{t_m}=\dfrac{0.208}{0.193}=1.078$

$F_m=0.4$ の時も同様にして $\dfrac{t_s}{t_m}=1.133$ となり

$F_m=0.4, 0.6$ いずれの時も 8～13 % 程度実船の場合に推力減少率が高い。但しポテンシャル流としての計算値より小さいことはいうまでもない。このことは推力減少率に関しては尺度影響を考えなくても

よいとしていた従来の考え方が、厚い境界層を持つ肥大船の場合には成り立たないことを示している。

3·7 3章の結論

回転体の周りの粘性流場をプロペラの影響を考慮して差分法により数値計算し、推力減少率を求め、以下の結論を得た。

(1) 渦動粘性係数を考え、回転体表面で適当な滑り速度を与え模型船相当のレイノルズ数で計算すると、流線、境界層排除厚さ、圧力分布などに関しては実験とよい一致を得る。さらにレイノルズ数を変え、実船相当の値について計算した結果、流線、圧力分布などに関しては、ほとんどレイノルズ数の小さい時と変らないが、速度分布、境界層排除厚さの尺度影響については妥当と思われる値を得た。

(2) 推力減少率は横軸に F_T をとって整理すると、模型船相当のレイノルズ数で計算した値は実験とよい一致を得る。また実船相当のレイノルズ数で計算した値はそれらより10%程度高くなり、尺度影響のあることが知られたが、いずれの場合もポテンシャル流とし

て得られる値より小さい。

第4章　平板の周りの流場の計算

実用船型の船尾部には回転体よりもむしろ平板に近い部分もあるので、その参考資料を得、さらに第3章の差分方程式による数値計算法の精度を確認する意味もあって、平板の周りの流場を計算する。その際計算上の仮定をできるだけ少なくし現象を単純化するために流れは層流であるとする。層流であっても基本的な性質は乱流の場合と差がないと考えた。

4.1　計算の基礎式

計算法及び境界条件は回転体の場合とほとんど同じであるが、基礎式と無次元化が若干異なっている部分があるので簡単に説明する。

第3章と同様に非定常の方程式を使用すると、2次元層流粘性流場は次の三つの連立方程式で表される。

$$\frac{\partial \Omega}{\partial T}+\frac{\partial (U_x \Omega)}{\partial X}+\frac{\partial (U_y \Omega)}{\partial Y}=\nu\left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2}\right) \quad (57)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2}=\Omega \quad (58)$$

$$U_x=-\frac{\partial \psi}{\partial Y},\quad U_y=\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (59)$$

但し、X, Y：直交座標軸

(57) 式は渦度の拡散方程式、(58) 式は渦度の定義式、(59) 式は速度の定義式である。ここで次のように無次元化を行う。

$$t=\frac{U_\infty \cdot T}{L},\quad x=\frac{X}{L},\quad y=\frac{Y}{L},\quad \psi=\frac{\Psi}{LU_\infty},\quad \omega=\frac{\Omega L}{U_\infty},$$

$$u_x=\frac{U_x}{U_\infty},\quad u_y=\frac{U_y}{U_\infty}$$

但し、L：平板の長さ

この時 (57), (58), (59) 式は次の (57′), (58′), (59′) になる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial(u_x\cdot\omega)}{\partial x}+\frac{\partial(u_y\cdot\omega)}{\partial y}=\frac{1}{R_n}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right) \quad (57')$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=\omega \quad (58')$$

$$u_x=-\frac{\partial\psi}{\partial y},\quad u_y=\frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (59')$$

但し、$R_n=\frac{L\cdot U_\infty}{\nu}$

(57′), (58′), (59′) 式は非定常の速度場に対する式であるが、本論文の目的は定常状態の流場を計算することにあるので一定時間後の定常解だけに興味があ

る。また圧力は(57′),(58′),(59′)の連立方程式を解いた後次の式から求められる。

$$\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{2}{Rn}\frac{\partial \omega}{\partial x}-2\cdot\left(\frac{\partial u_y}{\partial t}+u_x\cdot\omega\right)-\frac{\partial}{\partial y}(u_x^2+u_y^2) \quad (60)$$

4・2 数値計算

(57′),(58′),(59′)の連立方程式を差分方程式に直し Fig.40 に示すような境界条件で解いた。差分方程式に関してはほとんど第3章と同様であるので省略する。差分格子の大きさは、平板の長さLで無次元化すると、x方向に0.025, y方向に0.00625であった。又乱流境界層理論により回転体と同じ $Rn=10^6$ の場合の平板の後端での $\frac{\delta_*}{L}$ を求め第3章と同様の考え方で $R_T=\frac{U_\infty L}{\nu_T}=\frac{U_\infty L}{K\cdot U_\infty\delta_*}$ を計算すると $R_T=20000$ となった。本章では層流としての相当レイノルズ数 $\left(\frac{U_\infty L}{\nu}\right)$ が 20000 の場合と、他に尺度影響について検討する為に $Rn=10000$ の2つの場合を計算した。ここで主に説明するものは20000のものである。

プロペラの半径は回転体の場合と同様に平板の長さ

の 5/160 としたが、２次元の場合であることと計算の簡単化のため、理想流体中での誘導速度はプロペラの端点に置いた一対の渦で求め、粘性流体では、この誘導速度のプロペラ面内での値を境界条件として与え、数値計算した。その際、渦の強さはプロペラ面内での誘導速度の平均値が 1.0 になるように調節した。計算法の詳細は省略する。

4.3 計算結果とその考察

Fig. 41～44 に境界層及び後流内の速度、圧力分布を示す。粘性解の場合に平板からＹ方向に離れても速度が 1.0 、圧力が 0 にならないのは、解いた領域が狭いので境界層の排除影響が現われた為である。プロペラがない場合のポテンシャル解は流速は 1.0 、圧力は 0 であるので特に図には示していない。Fig. 43 に今回の粘性解と境界層理論による解を比較したが、非常によく一致している。Fig. 45 は平板表面上の圧力分布をプロペラのあるときとないときについて比較したものであるが、ポテンシャル解の場合はそのままプロペラの吸込みによる圧力降下を示している。粘性

解の場合もほとんど同様に考えてよいが後端部ではプロペラなしの場合でも若干圧力降下がある。なおこの図に関しては前述の境界層の排除影響については修正しているが、図から見られるように粘性解の方がプロペラ作動による圧力降下が少ない。

4・4　第4章の結論

平板のまわりの粘性流場を差分法により数値計算して以下の結論を得た。

(1)　差分法による粘性流場の数値解と境界層理論による解を比較して非常によい一致を得た。このことから、差分法による数値解は十分の精度をもっていることを確認できた。

(2)　プロペラ面内での流速増加が同じ場合は、ポテンシャル計算の場合より粘性流場の数値解の方が圧力降下が少ない。このことは、回転体の推力減少率において実験又は粘性流場の数値解の方がポテンシャル計算よりも小さく出たことを定性的に支持する結論と思われる。

第5章　推力減少率に関する尺度影響について。

推力減少率の尺度影響については従来から多くの研究がなされてきたが、まだ定説と言えるものがない。本章では、第3章及び第4章で述べた回転体及び平板の数値計算結果を参照しつつ、粘性流体中でのプロペラ作動による流速、圧力の変化など、推力減少に関係する基本的な現象について検討し、その尺度影響について考察する。

5.1　プロペラ誘導速度と圧力降下の関係

Fig. 46 は平板からY方向に2cm 離れた所のプロペラ誘導速度、Fig. 47 は回転体の場合について横軸にプロペラ中心からの距離をとって、プロペラ誘導速度を示したものである。両者ともに粘性流体中での誘導速度が理想流体中でのそれを上まわっており、3.7節あるいは4.3節で述べた事実、すなわち、粘性流体での推力減少率あるいは圧力降下は理想流体中での値より小さいという事実と矛盾するように見えるが、粘性流体中では理想流体中と違い、流速の増加がそのまま圧力降下には結びつかないのでこの説明には圧力の

基礎式に戻って考える必要がある。

(32)式又は(60)式を-y方向に積分して

$$P(x,y)=\int_{\infty}^{y}\left\{\frac{2}{R_n}\frac{\partial\omega}{\partial x}-2(u_x\cdot\omega)\right\}dy+(1-U^2) \quad (61)$$

$\frac{2}{R_n}\frac{\partial\omega}{\partial x}$ の項は他の項と比べて小さいので無視すると

$$P(x,y)\fallingdotseq-\int_{\infty}^{y}u_x\cdot\omega dy+1-U^2 \quad (61')$$

ここで $u_{w \cdot p}=u+\Delta u \quad \omega_{w.p.}=\omega+\Delta\omega \quad (62)$

とおく。但し、添字 w.p. はプロペラ付きを表す。

Δu は粘性流体中でのプロペラ作動による速度増加であるが、その中には二つの要素が含まれていると考えられる。すなわちプロペラの作用は流れに2種類の影響を及ぼす。その一つはx方向の圧力勾配を負にするために、境界層を薄くし境界層内の流速を増加させることで、もし物体と境界層が存在しない場合は有り得ないことである。他の一つは、静止流体中でプロペラが作動した時の誘導速度である。両者をそれぞれΔu_b, Δu_p と置くと

$$\Delta u=\Delta u_b+\Delta u_p \quad (63)$$

Δu_b, Δu_p による渦度の変化を $\Delta \omega_b$, $\Delta \omega_p$ とすると

$$\Delta \omega = \Delta \omega_b + \Delta \omega_p \qquad (64)$$

$\Delta \omega_p$ は壁面の極く近傍を除いては小さいから

$$\Delta \omega \fallingdotseq \Delta \omega_b \qquad (64')$$

従ってプロペラの吸込みによる圧力降下は (61') 式により

$$\Delta P(x,y) = P_{w/op} - P_{w\cdot p} = 2\int_{\infty}^{y} (u_x \cdot \omega)_{w\cdot p}\, dy + u^2_{w\cdot p} - 1 + P_{w/op}$$

ここに $(u_x \cdot \omega)_{w\cdot p} = (u_x + \Delta u_{px} + \Delta u_{bx})(\omega + \Delta \omega_b)$

$$= (u_x + \Delta u_{bx})(\omega + \Delta \omega_b) + \Delta u_{px}(\omega + \Delta \omega_b)$$

但し、Δu_{bx}, Δu_{px} はそれぞれ Δu_b, Δu_p の x 成分を示す。

又、$u^2_{w\cdot p} = (u + \Delta u_p + \Delta u_b)^2 = (u + \Delta u_b)^2 + 2\Delta u_p (u + \Delta u_b) + (\Delta u_p)^2$

排除影響の減少に伴う圧力変化を無視すれば、境界層が薄くなるだけでは圧力は変化しないと近似できるから次式が成立する。

$$-2\int_{\infty}^{y}(u_x+\Delta u_{bx})(\omega+\Delta\omega_b)\,dy-(u+\Delta u_b)^2+1$$
$$\fallingdotseq P_{w/op}$$

従って

$$\Delta P(x,y)=2\int_{\infty}^{y}\Delta u_{px}(\omega+\Delta\omega_b)\,dy$$
$$+2\Delta u_p(u+\Delta u_b)+(\Delta u_p)^2 \qquad (65)$$

ここで微小量の２乗の項を無視すると

$$\Delta P(x,y)=2\int_{\infty}^{y}\Delta u_{px}\cdot\omega\,dy+2\Delta u_p\cdot u$$

ω は境界層の外側では無視してよいから

$$\Delta P(x,y)=2\int_{\delta}^{y}\Delta u_{px}\cdot\omega\,dy+2\Delta u_p\cdot u \qquad (66)$$

但し、δ：境界層の厚さ

ここで $\delta\sim y$ 間での ω の平均値を $\overline{\omega}$ で表すと

$$\overline{\omega}\fallingdotseq-\frac{u_1-u}{\delta-y} \qquad (67)$$

但し、u_1 は境界層外端速度

同様に Δu_{px} の平均値を $\overline{\Delta u_{px}}$ で表すと（66）式は（67）式を使うことにより近似的に次式で示される。

$$\Delta P(x,y)\fallingdotseq 2\cdot\overline{\Delta u_{px}}\cdot(u_1-u)+2\Delta u_p\cdot u$$
$$\fallingdotseq 2\cdot\overline{\Delta u_{px}}\cdot u_1+2u(\Delta u_p-\overline{\Delta u_{px}}) \qquad (68)$$

（68）式を今回の計算に適用してみる。例として、回

軸体の場合は Sq. St. 1/4 (Fig. 33)，平板の場合は Sq. St. 1 (Fig. 42) に示した境界層速度分布について考える。Δu は w.p と W/op の差であるので図から直接に知られるが、一方 Δu_b は境界層が薄くなることによる増速であるから、これを求めるには境界層の幅を正確に決める必要がある。一般にこれは曖昧な量で速度分布の形からは決めにくい。今回は渦度の無次元値の大きさが絶対値にして 0.01 より小さくなった所が境界層の外側であるとした。Fig. 48, 49 にその図を示す。渦度はかなり急速に小さくなるので速度分布から決めるより正確なようである。プロペラがない時の境界層の幅を δ、プロペラ付の場合を δ' とし、Fig. 50, 51 にプロペラがない時の境界層をプロペラ付の場合の幅に縮める方法を示す。すなわち、境界層全体の幅が δ から δ' に縮むから、各部分の幅は y から y' に縮む。

$$y' = y \cdot \frac{\delta'}{\delta} \qquad (69)$$

(69) 式から求めた速度分布は Fig. 50, 51 の 2

点鎖線で表されている。平板の場合は境界層がプロペラの半径に比べてそれほど厚くないので、プロペラの作動による圧力勾配の変化が、境界層の外部に及び、その影響で境界層の厚さが変化しているが、回転体の場合はプロペラによる圧力勾配の変化は境界層内に留まり、厚さの変化はほとんどない。従って図からも明らかなように実線と2点鎖線の差 Δu_b は平板の場合に大きく、回転体の場合は小さい。2点鎖線と破線の差 Δu_p は回転体の場合にはほとんど Δu に等しい。今は近似的に $\Delta u_{px} \fallingdotseq \Delta u_p$ と考え、境界層内の Δu_p を平均して $\overline{\Delta u_{px}}$ とする。以上のようにして求めた Δu_p, $\overline{\Delta u_{px}}$ を(68)式に代入して、回転体、平板、それぞれの場合の Δp を求め Fig.52, 53 に示す。いずれの場合も(68)式と数値計算の結果はよく一致している。従って(68)式は平板、回転体、あるいは比較的境界層の薄い場合、厚い場合を問わず成立することが確認できた。

次に物体の表面上と圧力が等しいと考えられる程十分に表面に近い所、例えば Fig.52 で Δp を求めた点

のy座標をy_wとし、次式のようにβを定義する。

$$\overline{\Delta u_{px}} = \beta \Delta u_p(x, y_w) \qquad (70)$$

定義から一般に $0<\beta<1$ である。(70)式を(68)式に代入すると

$$\begin{aligned}\Delta p(x, y_w) &= \Delta u_p(x, y_w)\cdot 2\left[\beta u_1 + (1-\beta)\,u(x, y_w)\right] \\ &= 2\Delta u_p(x, y_w)\left\{u(x, y_w) + \beta\left[u_1 - u(x, y_w)\right]\right\}\end{aligned} \qquad (71)$$

但し、$u_1 = \dfrac{U_1}{U_\infty}$

プロペラの半径に比較して境界層が薄い場合は境界層内で誘導速度は変化しないから、

$$\beta = 1.0 \qquad (72)$$

従って物体表面上のy座標をy_0とすると、境界層が薄い場合は次式が成立する。

$$\Delta p(x, y_0) = 2\cdot \Delta u_p(x, y_w)\cdot u_1 \qquad (73)$$

この式は理想流体中と同じ形である。

プロペラの大きさに比べて非常に境界層が肥大している場合は

$$\beta \fallingdotseq 0.0 \qquad (74)$$

従って

$$\Delta p(x, y_0) \fallingdotseq 2u(x, y_w) \cdot \Delta u_p(x, y_w) \qquad (75)$$

一般の船型の場合にβの値を算定することは困難であるが、非常に細長い船型、例えば高速コンテナ船は(72)式に近いと考えられるし、肥大船の場合は(74)式で近似的に表されると考えてよい。本論文で計算した回転体の場合はSq. St. 1/4 では$\beta = 0.28$であり、(71)式で$\beta = 0$とおくことによる誤差は20%である。一般に推力減少率を計算する場合は、プロペラ作動による圧力降下がプロペラの直ぐ前方に集中しており、特に肥大船の場合はプロペラ半径が小さいこともあってβの値はかなり小さいものと思われる。また(75)式の$u(x, y_w)$はプロペラの近くの断面で、しかも壁面近くの流速であるからプロペラ前進速度と密接に結びついているはずである。従って次式が成立する。

$$u(x, y_w) = \alpha(x) \cdot u_1 (1 - w_e) \qquad (76)$$

(76)式を(75)式へ代入すると、肥大船の場合は

$$\Delta p(x, y_0) = \alpha(x) \cdot u_1 (1 - w_e) \Delta u_p(x, y_w) \qquad (77)$$

5・2 細長い船の場合の推力減少率に関する尺度影響

推力減少率を求めるには 5・1 で求めた $\Delta p(x, y_w)$ を船体表面上で積分して、推力 T で割らなければならない。船体が細長くて境界層がプロペラの半径に比べて薄い場合、(73) 式を使って

$$t = \frac{2\int u_1 \cdot \Delta u_p(x, y_w)\, dS \cdot \frac{1}{2}\rho U_\infty^2}{A\rho\Delta U_\infty\left(V_a + \frac{1}{2}\Delta U_\infty\right)} \quad (78)$$

但し、S は船体表面を X 軸に直交する平面に投影した領域。この式において

$$B = \frac{2}{A}\int u_1 \cdot \frac{\Delta u_p(x, y_w)}{\Delta U_\infty} dS$$

とおけば

$$t = F \times B$$

と表される。ここで使われる F は第1章、第3章の F と同じ形である。また B は第1章の形とは異なるが理想流体中でのプロペラの作用による抵抗増加と同じ内容であり、$(\Delta u_p)^2$ を無視していることを除けば第1章の B と同じ意味をもっている。u_1 は境界層外端の速度

であるから境界層の排除影響による修正を考えなければレイノルズ数に無関係であり、$\frac{\Delta u_p}{\Delta u_\infty}$ も Fig.46,47 に見るようにレイノルズ数には依存しないので、Bに関しては尺度影響は少ないと考えてよい。（後に述べるように肥大船の場合は $\frac{B_s}{B_m} > 1.0$ である。細長い船型の場合でも、値は小さいにしても $\frac{B_s}{B_m}$ は1.0よりは大きいと推定できる）一方Fは $E = 1 + \Delta E$ とおいて（56）式に代入すると

$$\frac{F_s}{F_m} = \frac{E\left(1+\sqrt{1+T_{cm}}\right)}{\left(1+\sqrt{1+E^2 T_{cm}}\right)} \doteqdot 1 + \frac{\Delta E}{\sqrt{1+T_{cm}}}$$

であり従って

$$\frac{t_s}{t_m} = \frac{F_s}{F_m} \times \frac{B_s}{B_m} = \left(1 + \frac{\Delta E}{\sqrt{1+T_{cm}}}\right)\left(\frac{B_s}{B_m}\right) \qquad (79)$$

一般に $\Delta E < 0$ であるが、細長い船の場合は ΔE の値は非常に小さい。又、上に述べたように $\frac{B_s}{B_m}$ は1.0より若干大きいのでその相殺効果も考慮すると、結果的には推力減少率に関する尺度影響は考えなくてもよいと結論できる。

5・3　肥大船の場合の推力減少率に関する尺度影響

肥大船で境界層がプロペラの大きさに比べて厚い場合は(77)式により

$$B=\frac{1}{A}\int \alpha(x)\cdot u_1(1-w_e)\cdot\frac{\Delta u_p}{\Delta U_\infty}(x,y_w)\,dS \qquad (80)$$

この場合のBはポテンシャル流中あるいは境界層が薄い場合と異なり、u_1の代りに境界層の中の流速 $\alpha(x)\,u_1\,(1-w_e)$ が入っているが、物体周りの流速とプロペラ誘導速度で決まるということに関しては同じである。従って肥大船の場合の推力減少率は

$$t=F\times B=\frac{(1-w_e)\int \alpha(x)\cdot u_1\,\frac{\Delta u_p(x,y_w)}{\Delta U_\infty}\,dS}{A(1-w_e)\left(2+\frac{\Delta U_\infty}{V_a}\right)}$$

$$=\frac{\int \alpha(x)\cdot u_1\,\frac{\Delta u_p(x,y_w)}{\Delta U_\infty}\,dS}{A\left(2+\frac{\Delta U_\infty}{V_a}\right)} \qquad (81)$$

と表される。$\frac{\Delta u_p}{\Delta U_\infty}$ は前述のようにレイノルズ数の影響を受けないし、$\alpha(x)$ は船体後端部壁面近くの流速とプロペラ面内の平均流速の比であるから大きな尺度影響はないと考えてよい。従って

$$\frac{t_s}{t_m} = \frac{(1+\sqrt{1+T_{cm}})}{(1+\sqrt{1+E^2 T_{cm}})} \qquad (82)$$

この式を今回の回転体の計算結果と比較してみると次のようになる。

F_m \ t_s/t_m	数値計算による値	(82) 式による値
0.4	1.133	1.166
0.6	1.078	1.120

表から明らかなように F＝0.4, 0.6 のいずれの場合にも、(82) 式は若干高目の値を与えているが、近似的にはほぼ妥当な値であることが知られる。

(82) 式は平板あるいは回転体の流場に対する考察から導かれたものであり、実用船型のように複雑な3次元物体に適用できるかどうかは不明である。特にプロペラの上方にあるクルーザースターンの部分の問題は平板あるいは回転体の推力減少率とは異なったものである。しかし、肥大船の場合はプロペラの半径が船体に比べて相対的に小さいためにプロペラとスターン部の距離が離れ、スターン部の推力減少率に与える影響は小さくなるという報告[17] もあり、そのような場

合は (82) 式を適用してもよいと思われる．肥大船の推力減少率に関する実験は非常に少ないが、一例として谷口氏の実験と比較したものを Table 7 に示す。これによると実験と (82) 式による値は必ずしも一致していないがその差は力の絶対値に直すと非常に小さく、実験誤差の問題もあるので、この結果からだけでは (82) 式の精度を議論することはできない。また式の形から知られるように、有効伴流係数が推力減少率に及ぼす影響は大きく、実船のそれを推定することは非常に重要である。今後この方面の研究が望まれる。

5･4 第5章の結論

平板及び回転体の周りの粘性流場がプロペラが作動することでどのように変化するかを検討し、推力減少率の尺度影響について考察した。その結果、以下の結論を得た。

(1) 細長い船に関しては尺度影響は考えなくてもよい。

(2) 肥大船の場合は次式により模型船の推力減少率を修正して実船の値を求めるとよい。

$$\frac{t_s}{t_m}=\frac{(1+\sqrt{1+T_{cm}})}{(1+\sqrt{1+E^2T_{cm}})} \quad 但し、E=\frac{1-w_{em}}{1-w_{es}}$$

上式によると実船の推力減少率は模型船のそれと比べて十数%程度高くなる（推力に直すと数%程度）。

結論

船体の推力減少率の値を推定することは、それが直接馬力推定に影響をもつだけに非常に重要でありこれを取りあげた研究も数多く行われてきたが、粘性流体中での問題として考えることは余りに複雑であるために、普通は理想流体中であるとして計算を行うか、まったく実験的に模型船の自航試験から得られた値を採用してきた。しかし、ポテンシャル計算では船体の作る厚い境界層の中で作動するプロペラの問題を考えることは不可能であるし、実験的研究では尺度影響を正確に求めることには一定の限界がある。

本論文では粘性流体中での推力減少率について検討するために比較的細長い回転体と後端部を肥大化させた回転体について計算と実験を行い、その結果から船型の推力減少率の尺度影響についての基礎的特性を見出すことをこころみた。

すなわち第1章でポテンシャル計算並びに境界層計算を基礎とした摩擦成分の計算を行い、第2章での実験と比較して以下の結論を得た。まず細長い回転体に

関して得られた主な結論は

(1) プロペラを表す特異点の強さを有効伴流を使って決めると、以後の計算はポテンシャル流としての計算でも実験値をよく説明する。

(2) 推力減少はほとんどプロペラの作動による静圧降下に基ずくものであり、摩擦力の占める割合は小さい。

また後端部を肥大化させた回転体の場合は

(3) 船尾の境界層がプロペラの半径と比べて大きいような場合は推力減少率はポテンシャル計算より低くなる。

(4) しかし、その場合でも推力減少の摩擦成分は非常に小さい。

以上の結論を基にして、第3章で回転体のまわりの粘性流場をプロペラの影響を考慮し、差分法により数値計算して推力減少率を求め、以下の結論を得た。

(5) 渦動粘性係数を考え、回転体表面で適当な滑り速度を与えて粘性流場を計算すると、流線、境界層排除厚さ、圧力分布などに関しては実験と計算はよく一

致する。

(6) 横軸にF((19)式)をとって推力減少率を整理すると実験と計算はかなりよい一致を得る。また実船相当のレイノルズ数で計算すると模型船相当のレイノルズ数で計算した値より10% 前後高くなり、尺度影響のあることが知られたが、いずれの場合もポテンシャル流として得られる値より小さい。

第4章ではさらに平板のまわりの流場を差分法により数値計算し、次の結論を得た。

(7) 差分法による粘性流場の数値解と境界層理論による解を比較して非常によい一致を得た。このことから差分法による数値解は十分の精度をもっていることを確認した。

最後に第5章では、プロペラの作動によって流場がどのように変化するかを総合的に検討することにより推力減少率の尺度影響について考察し、以下の結論を得た。

(8) 細長い船型の場合は尺度影響はほとんどない。

(9) 肥大船の場合は (82) 式で尺度影響を計算すれ

ばよい。ただ、この式は回転体の推力減少率に関する実験的及び理論的研究と平板のまわりの流場の理論的研究から求められたものであり、常用船型の推力減少率に関する問題点、例えば、船尾に存在する3次元剥離渦やプロペラ上方にあって推力減少率に大きな影響を持つと考えられるクルーザースターン部とプロペラの相互干渉などの問題をすべて検討した上でのことではない。しかし、この結論は、これらの点に注意する限り、肥大船型の推力減少率の尺度影響の特性を示す関係式として実用上十分使用できるものと考えられる。

謝辞

推力減少率に関する本論文を終えるにあたり、本研究の動機を与えられた、大阪大学笹島秀雄名誉教授、田中一朗教授に深く感謝いたします。特に田中教授には、その後終始御懇篤な御指導と御教示を頂きました。ここに心から感謝の意を表します。

また本研究の遂行に当り暖かい御援助を頂いた九州大学応用力学研究所田才福造教授、貴重な御討論を頂いた日立造船技術研究所高木又男博士、大阪府立大学姫野洋司講師に御礼申し上げます。さらに実験に協力して頂いた大阪大学造船学科鈴木敏夫助手を始め試験水槽関係の皆様方、特に図面などの整理をして頂いた森崎栄七助手に深く感謝いたします。

なお、本研究における数値計算には、京都大学大型計算機センター並びに九州大学大型計算機センターのFacom 230-60を使用したことを付記します。

参 考 文 献

1) Korvin-Kroukovsky: Stern Propeller Interaction with a Stream Line Body of Revolution, I. S. P., Vol.3, No.17 (1956)

2) S. Tsakonas and W.R. Jacobs: Potential and Viscous Parts of the Thrust Deduction and Wake Fraction for an Ellipsoid of Revolution, J. S. R. (1960)

3) H.Amtsberg and W.Arlt: Soguntersuchungen an Körpern mit stumpfen Enden,Shiff und Hafen 17 (1965)

4) W.H. Hucho: Untersuchungen über den Einfluss einer Heckschraube auf die Druckverteilung und die Grenzschicht Schiffsähnlicher Körper, Ing. Arch. 7 (1969)

5) 中武 一明：船体とプロペラの相互干渉について（第3 報），西部造船会報，第３７号（１９６９）

6) 谷口 中： Study on Scale Effect of Propulsive Performance by Use of Geosims of a Tanker, 日本造船学会論文集，第１２０号（１９６６）

7) H. Lamb: "Hydrodynamics," Cambridge University Press. (1932)

8) M. Munk: "Fluid mechanics," Part II,Section C, ed. Durand, W.F. (1934)

9) C. Kaplan: Potential Flow about Elongated Bodies of Revolution. Rep. NACA, 516(1934)

10) L.Landweber: The Axisymmetric Potential Flow about Elongated Bodies of Revolution, Taylor Model Basin Rep. 761 (1957)

11) E. Truckenbrodt: Ein Quadraturverfahren zur Berechnung der laminaren und turbulenten Reibungschicht bei ebener und rotationssymmetrischer Strömung, Ing. Arch.20 (1952)

12) J. Rotta: Schubspannungsverteilung und Energiedissipation bei turbulenten Grenzshichten, Ing. Arch.20 (1952)

13) 山県　昌夫： 船型学 ・ 推進編。天然社（１９５２）

14) A.D. Young: The Calculation of the Total and Skin Friction Drags of Bodies of Revolution at 0° Incidence, ARC R & M 1947 (1939)

15) Y. Rimon: Numerical Solutions of the Timedependent Incompressible Viscous Flow over a Disk or Sphere, ARL (1969)

16) J.E. Fromm: A Method for Computing Non-steady, Imcompressible Viscous Fluid Flows, University of California, Los Alamos Rep. LA2910 (1963)

17) 近藤　時生：推力減少率に関する研究，大阪大学大学院工学研究科修士論文（１９７３）

Table 1 Principal particulars (Model 1 and propeller)

Length overall	L	1.590 m
Maximum radius	$Y_{0\,max}$	0.100 m
Volume of displacement	∇	0.0274 m^3
Wetted surface area	S_w	0.681 m^2
Block coefficient	C_b	0.429
Prismatic coefficient	C_p	0.546
Type of propeller		Troost B4-40
Diameter of propeller		0.10 m

Table 2 Principal particulars (Model 2)

Length overall	L	1.595 m
Maximum radius	$Y_{0\,max}$	0.100 m
Volume of displacement	∇	0.0356 m^3
Wetted surface area	S_w	0.811 m^2
Block coefficient	C_b	0.560
Prismatic coefficient	C_p	0.712

Table 3 Condition for measuring the pressure distribution on the body surface (Model 1)

Propeller clearance c (mm)	34, 39, 54, 74, 114, 154
Flow speed U_∞ (m/sec)	0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9
Propeller loading $\Delta U_\infty / V_a$	0.0 , 0.3, 0.5, 0.8

Table 4 Condition for measuring the pressure distribution on the body surface (Model 2)

Propeller clearance c (mm)	32, 47, 147
Flow speed U_∞ (m/sec)	0.5, 0.6, 0.7, 0.9
Propeller loading $\Delta U_\infty / V_a$	0.0 0.5, 1.2, 2.0

Table 5 Condition for measuring the pressure and the velocity distribution in the boundary layer (Model 1)

Propeller clearance (mm)	35
Flow speed U_∞ (m/sec)	0.745
measured section (Sq. St.)	2, 1, 1/2, 1/4, 0, −3/160, −7/160, −11/160
Propeller loading $\Delta U_\infty / V_a$	0 (Sq. St. 2, 1, 1/2, 1/4, 0, −3/160, −7/160, −11/160)
	0.5 (Sq. St. 1/2, 1/4)
	0.8 (Sq. St. 2, 1, 1/2, 1/4)

Table 6 Condition for measuring the pressure and the velocity distribution in the boundary layer (Model 2)

Propeller clearance c (mm)	32
Flow speed U_∞ (m/sec)	0.7
measured section (Sq. St.)	5, 3, 2, 1, 1/2, 1/4, 1/8, −1/1600, −35/1600, −150/1600, −280/1600
Propeller loading $\Delta U_\infty / V_a$	1.7

Table 7 Comparison between experiment and eq. (82)

L_{pp}(m)	$1-w_e$	E	t_s/t_m eq.(82)	t_s/t_m exp.
4.2	0.45	1.0		
7.0	0.49	0.918	1.045	0.875
10.0	0.51	0.882	1.068	0.875
213.0	0.636*	0.708	1.182	
213.0	0.563**	0.799	1.121	

* value estimated by Taniguchi

** value from the data of Unken

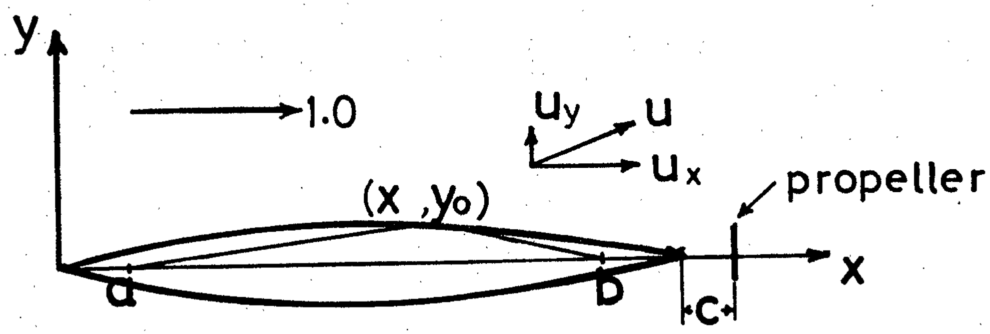

Fig. 1 Coordinate system

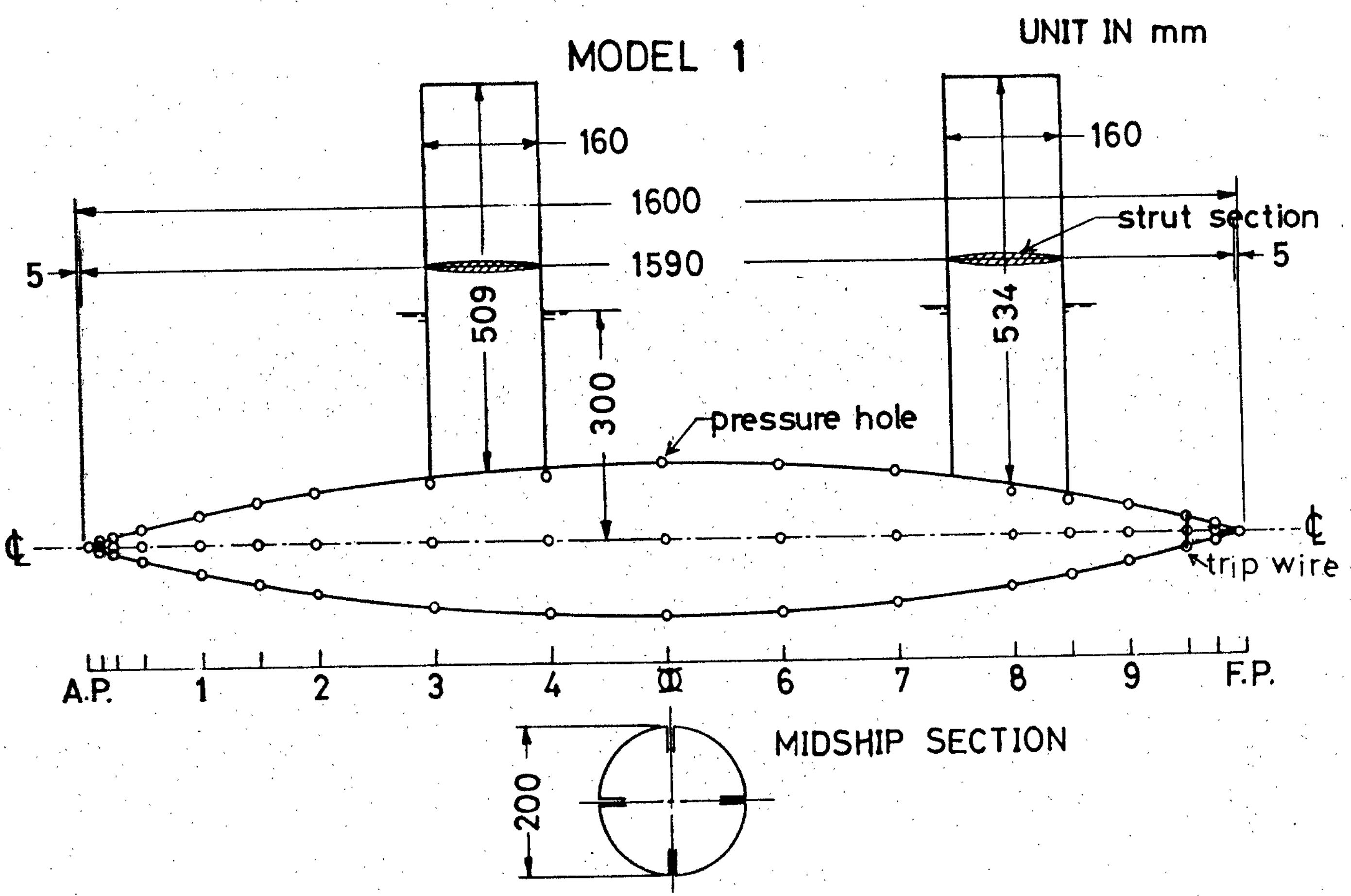

Fig. 2 Arrangement of pressure holes of model 1

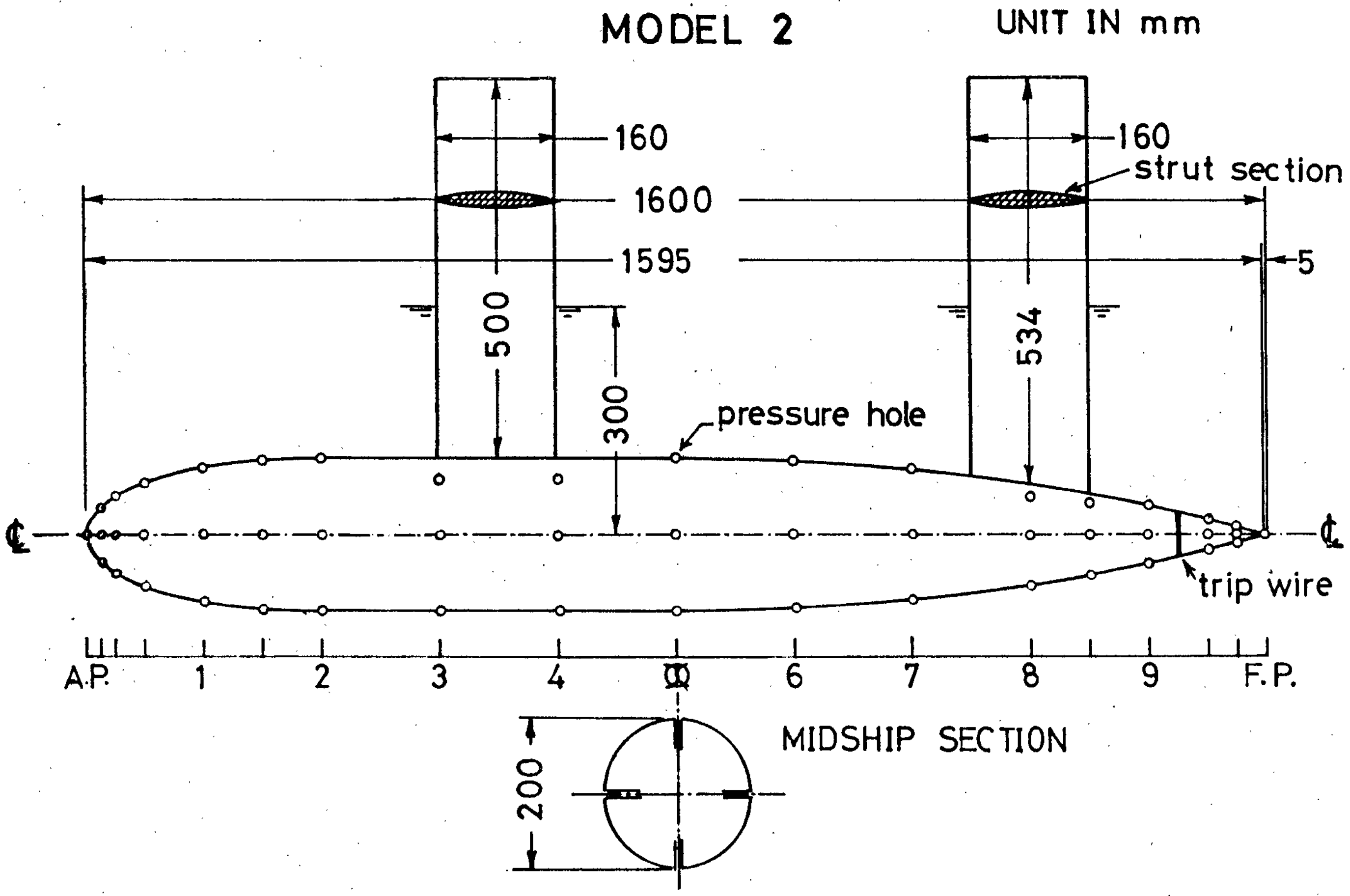

Fig. 3 Arrangement of pressure hole of model 2

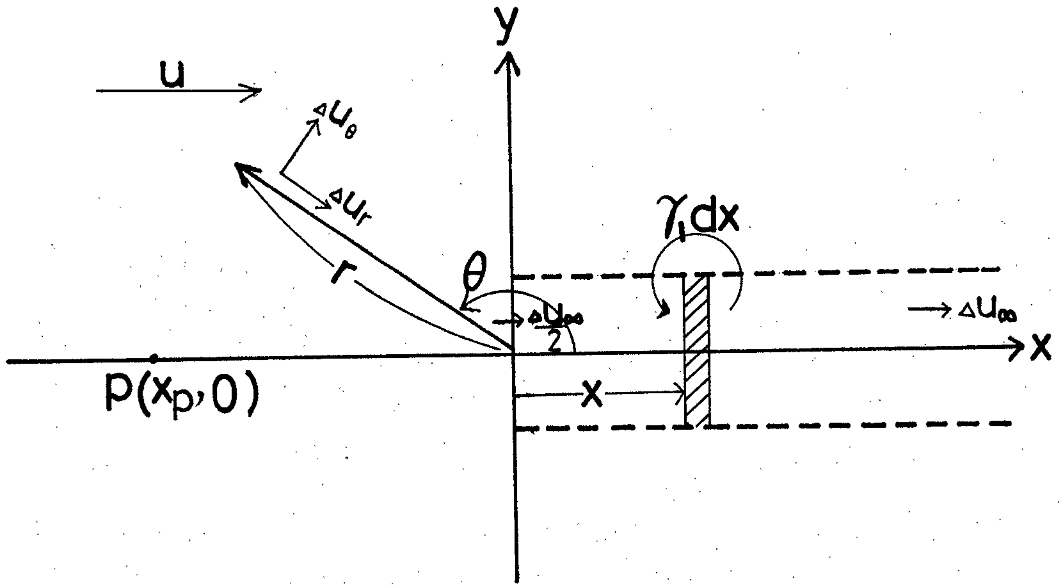

Fig.4 Induced velocity by cylindrical vortex sheet

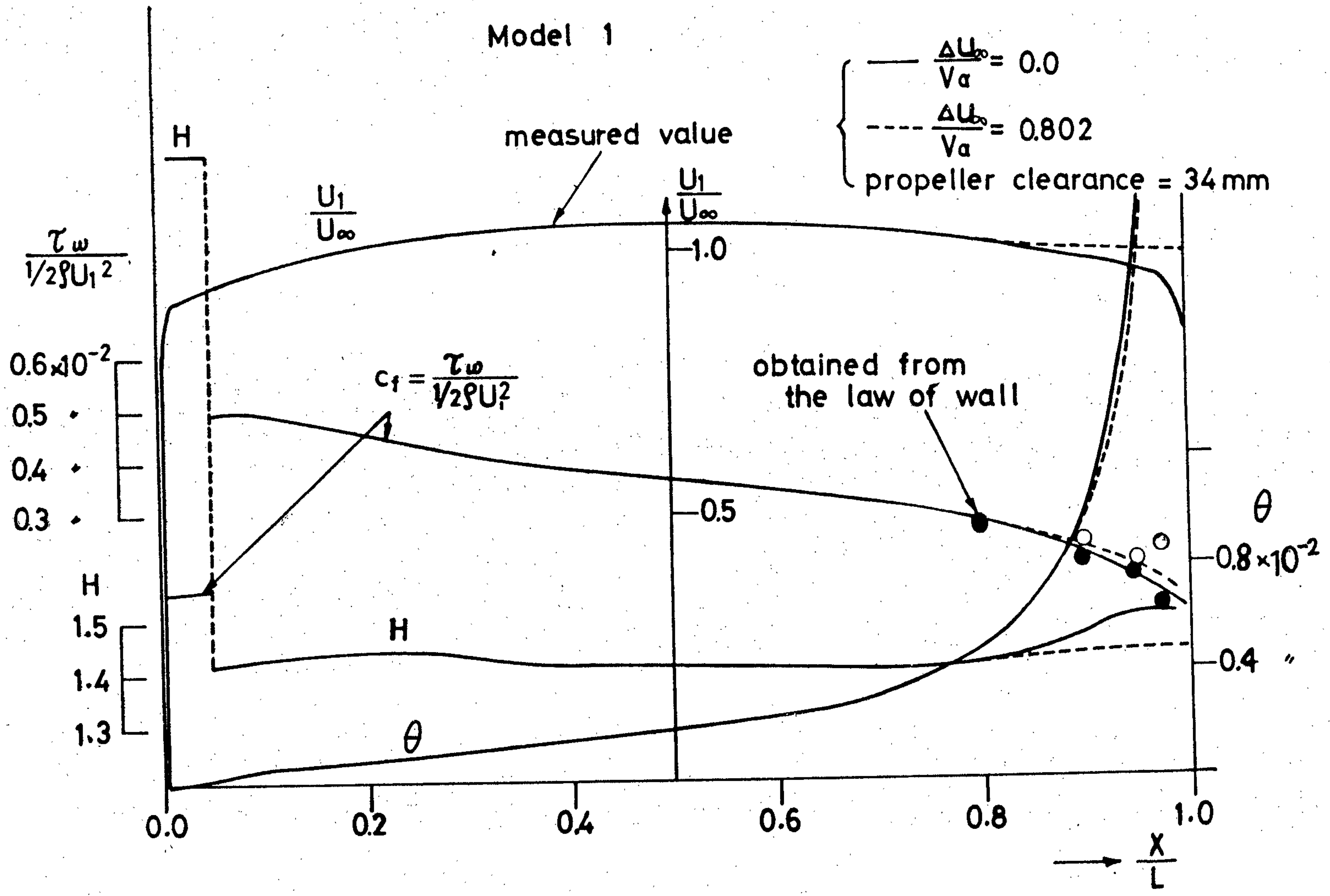

Fig.5 Boundary layer characteristics calculated by Truckenbrodt's method

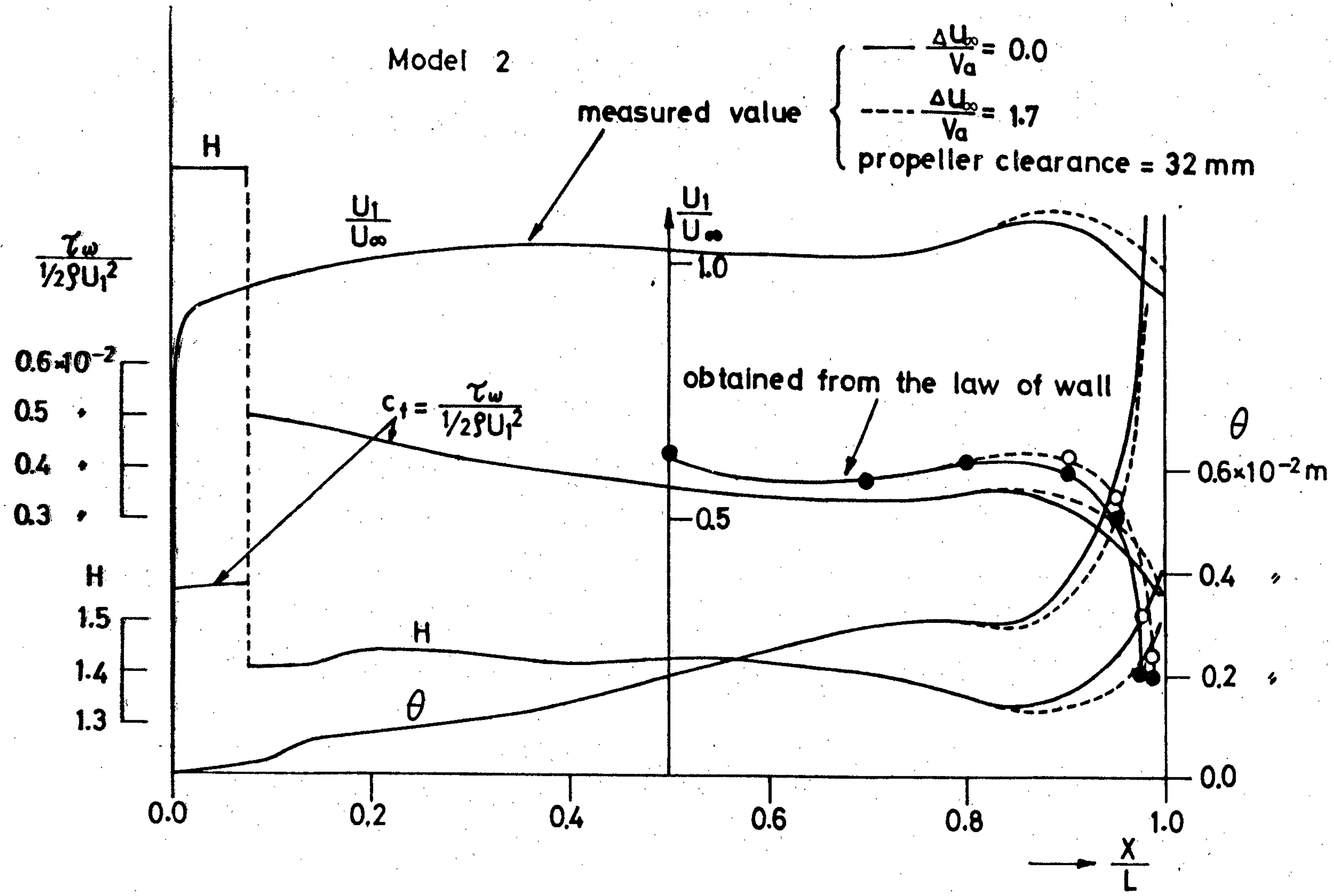

Fig. 6 Boundary layer characteristics calculated by Truckenbrodt's method

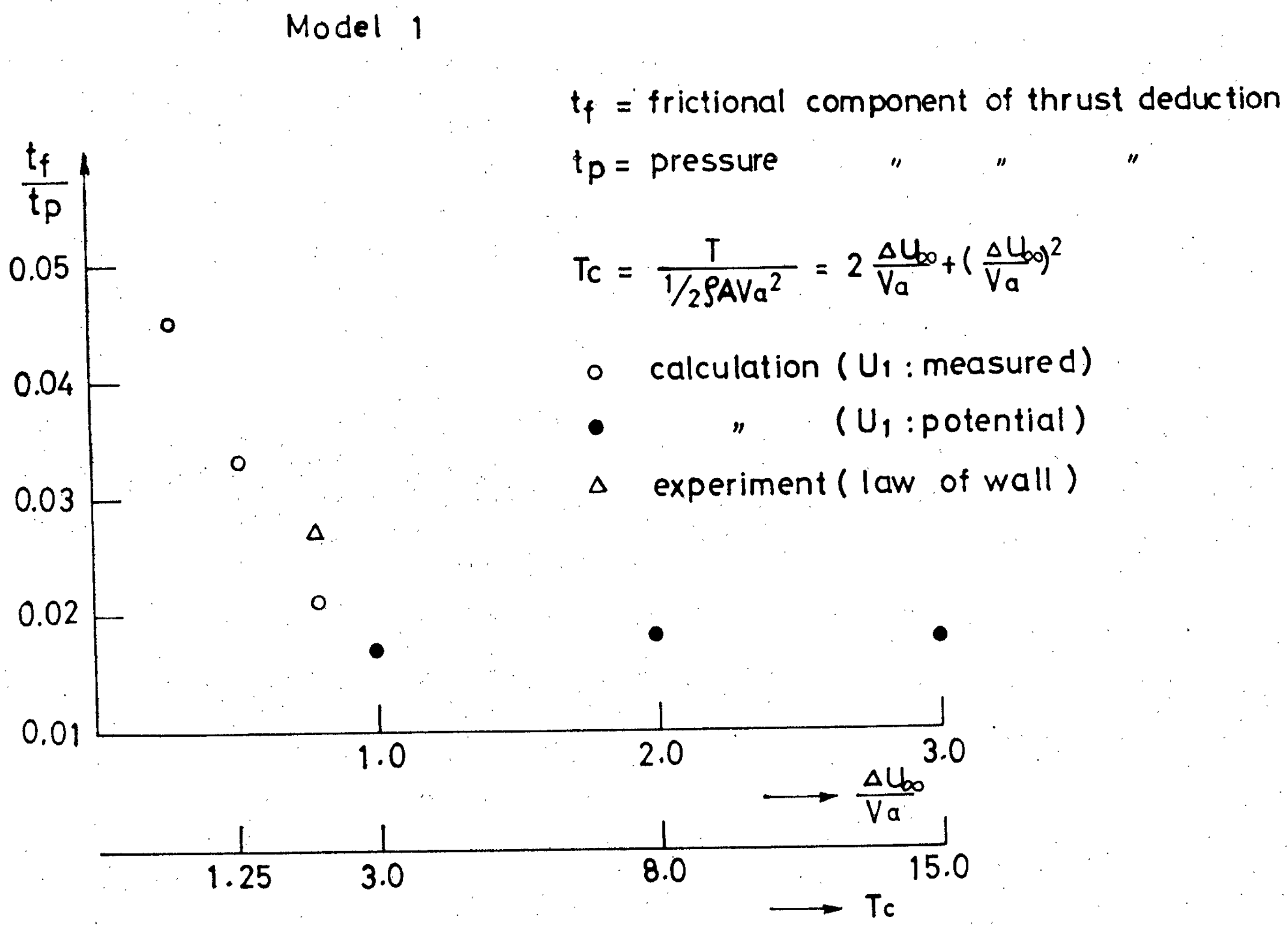

Fig. 7 Comparison between frictional and pressure component of thrust deduction

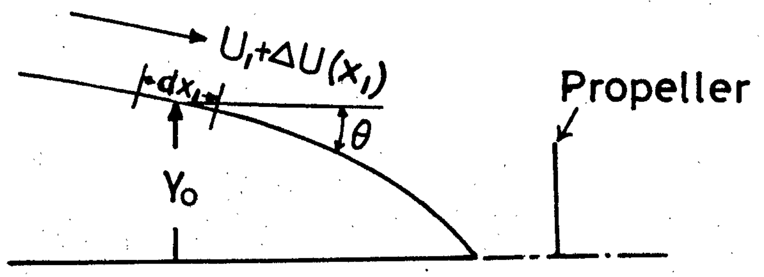

Fig. 8 Coordinate system

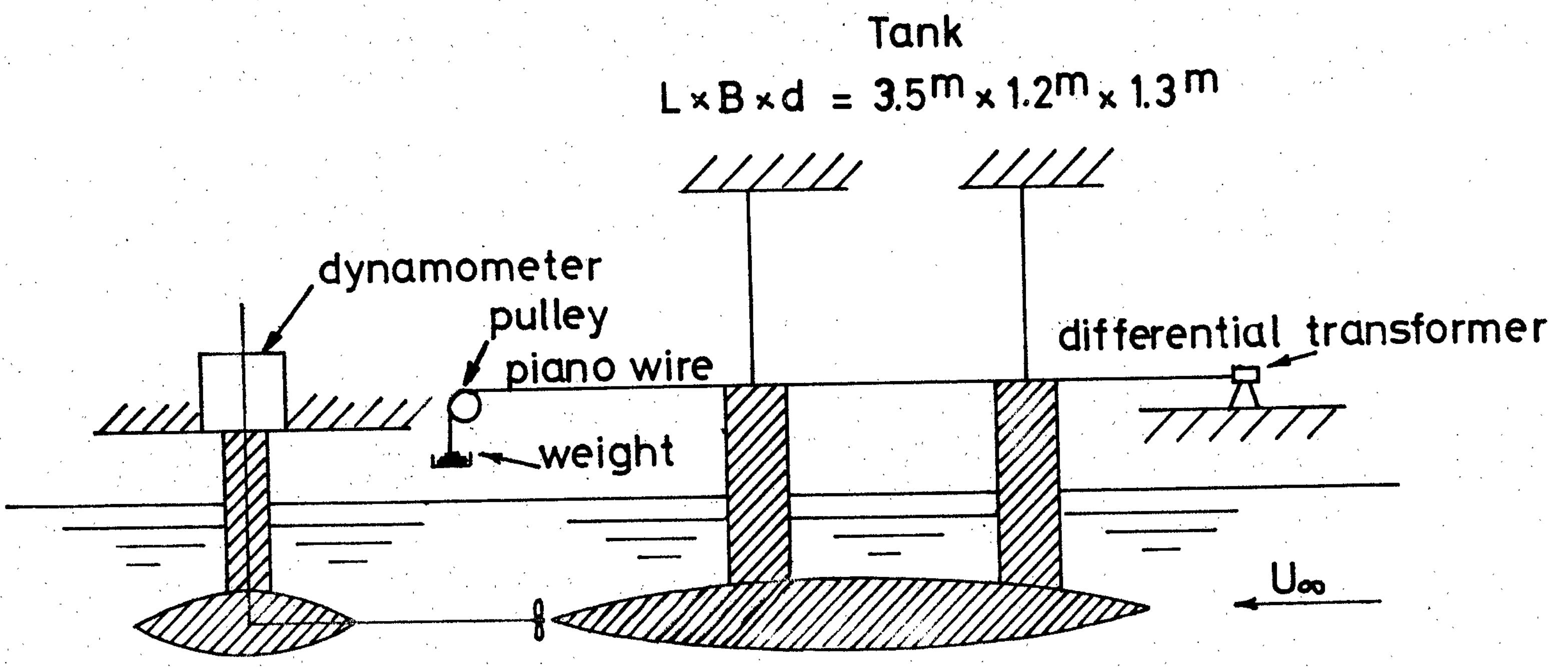

Fig. 9 Measurement of drag and thrust deduction

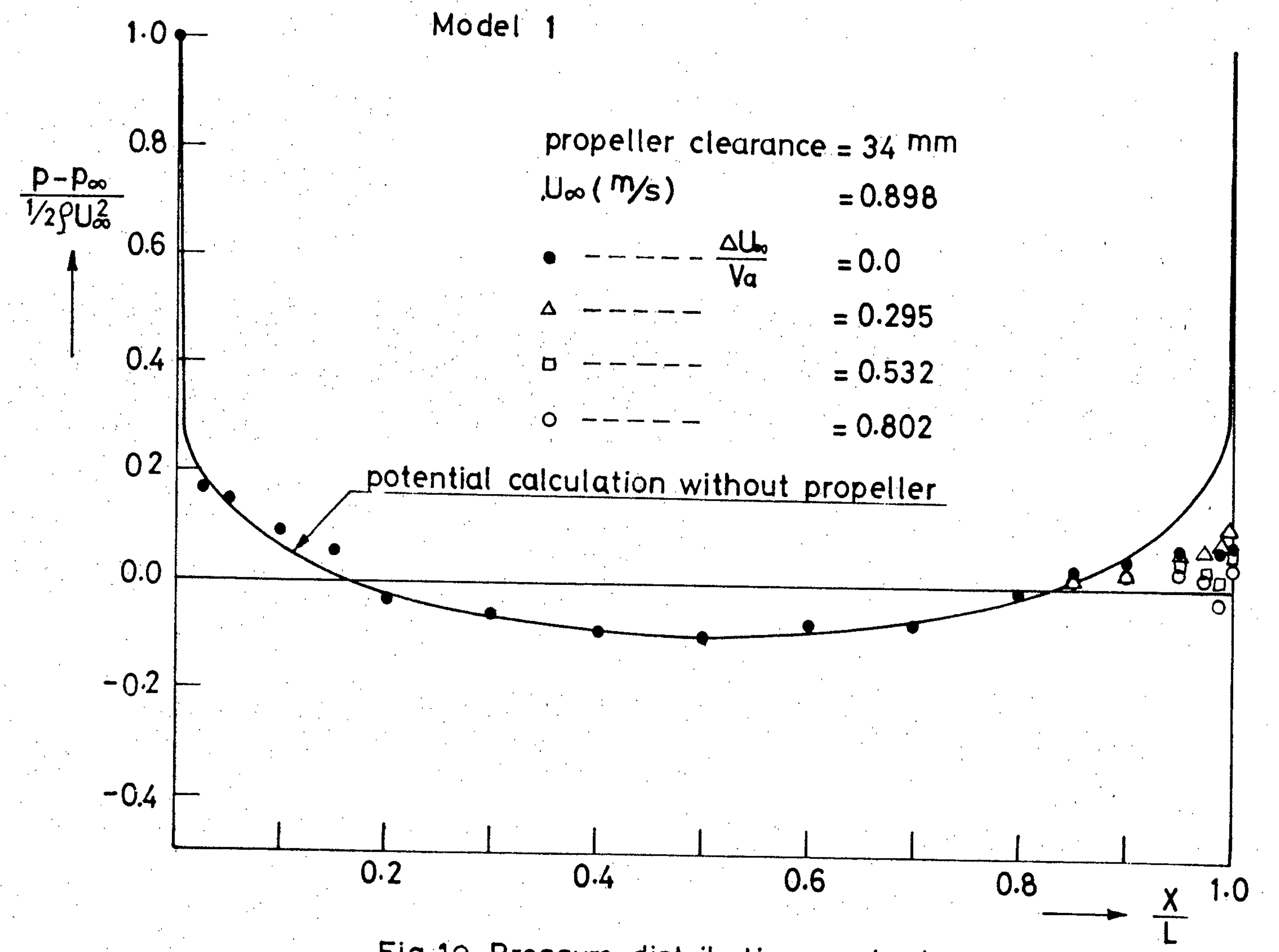

Fig.10 Pressure distribution on body surface

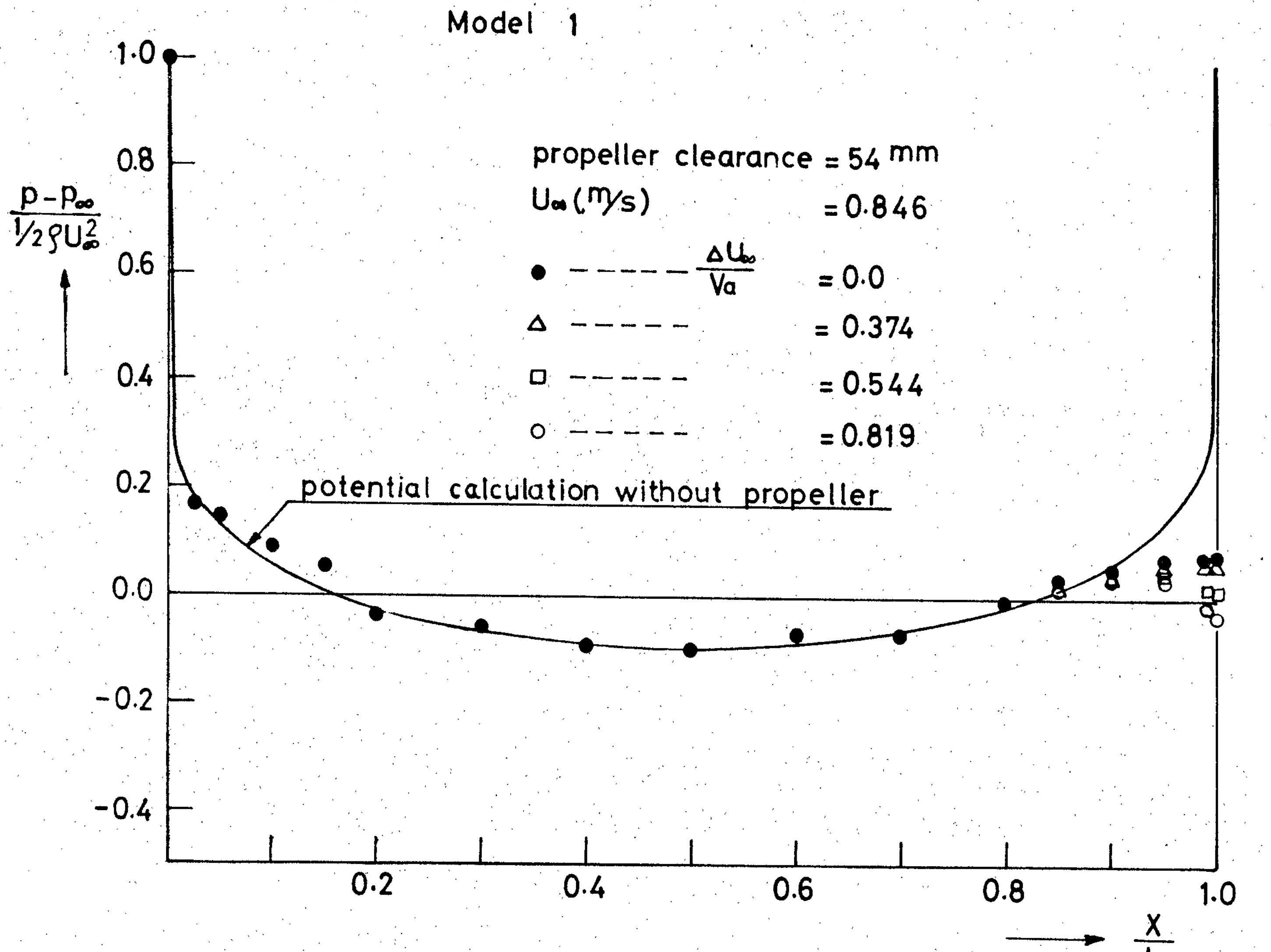

Fig.11 Pressure distribution on body surface

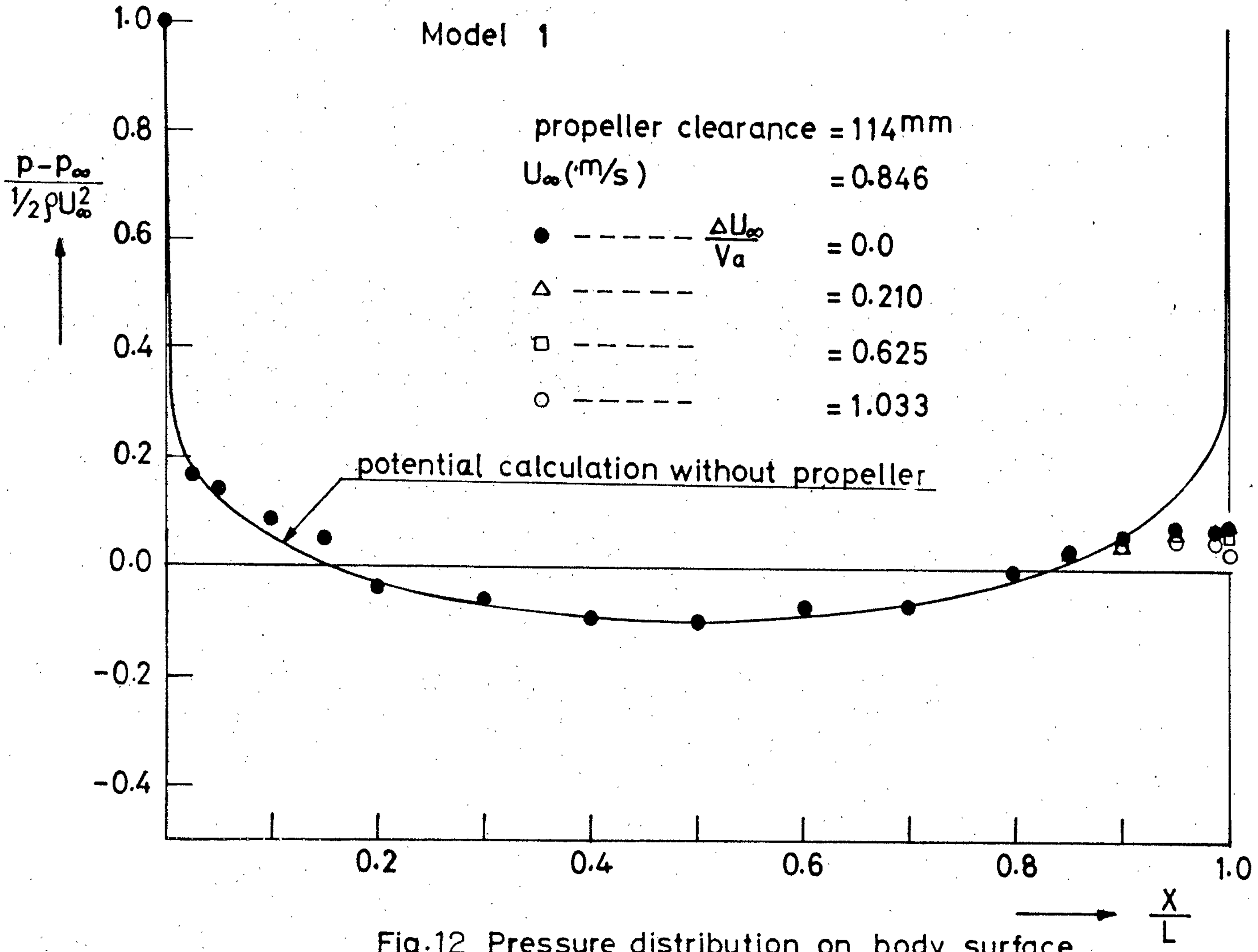

Fig.12 Pressure distribution on body surface

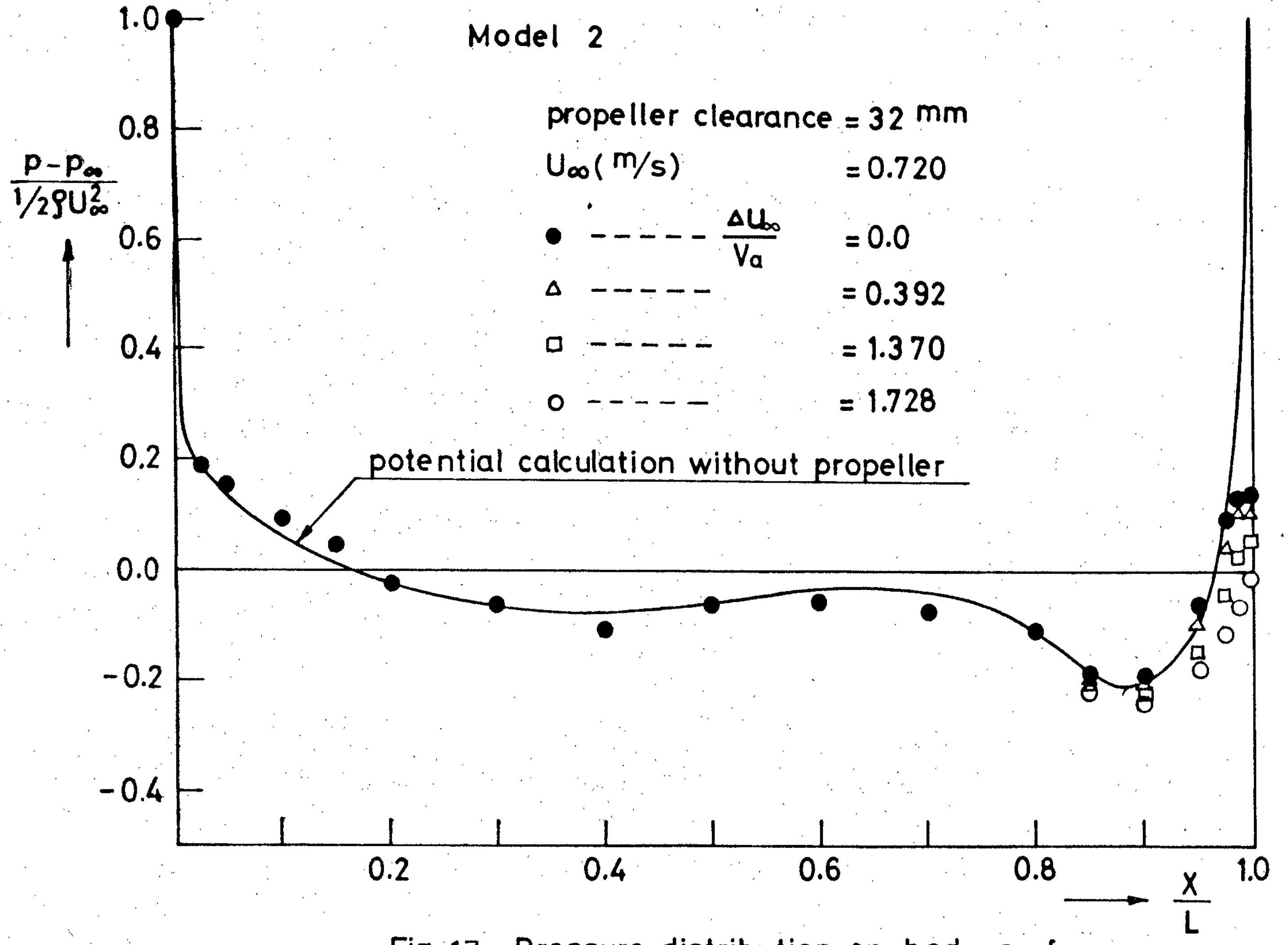

Fig. 13 Pressure distribution on body surface

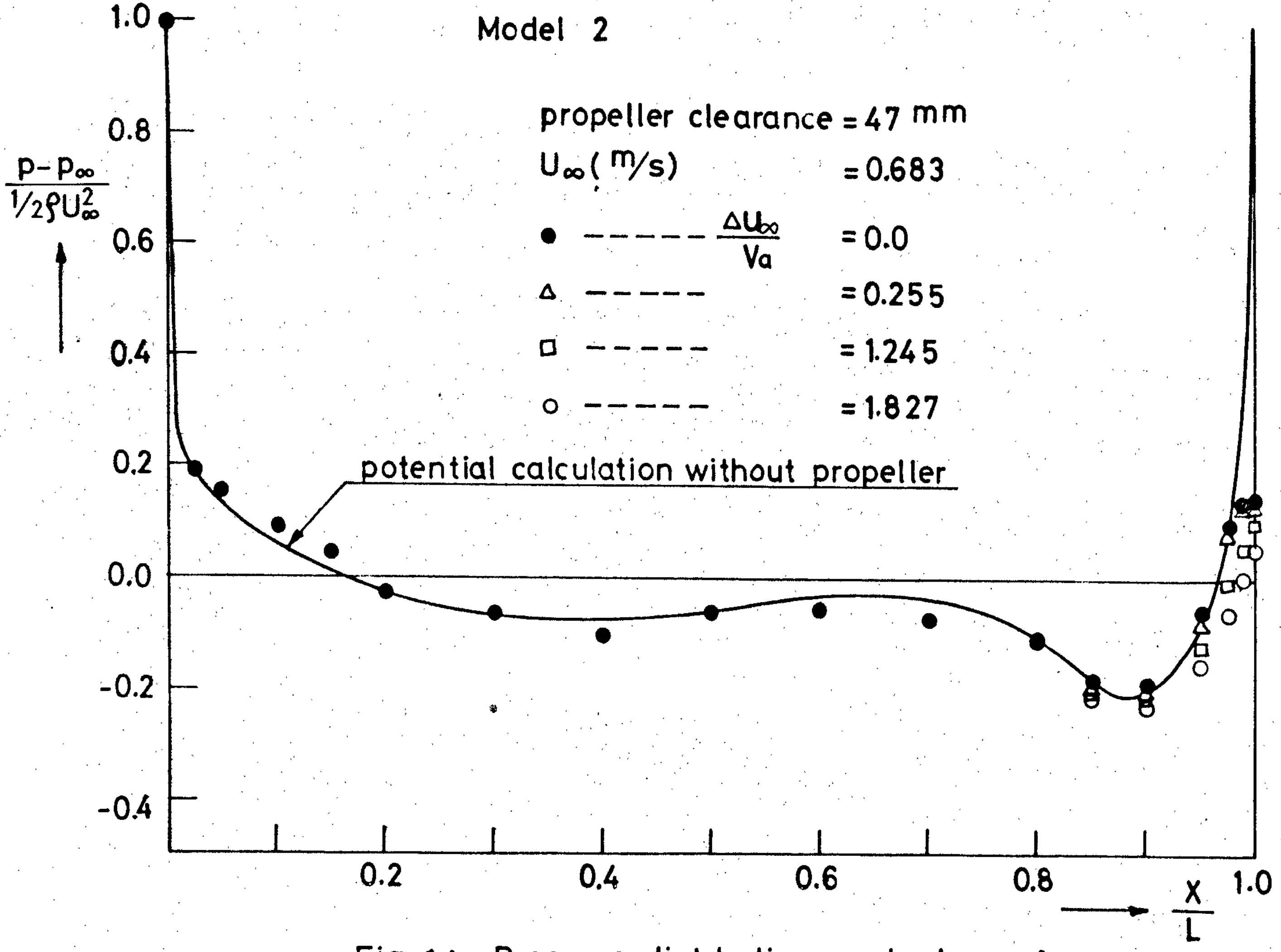

Fig. 14 Pressure distrbution on body surface

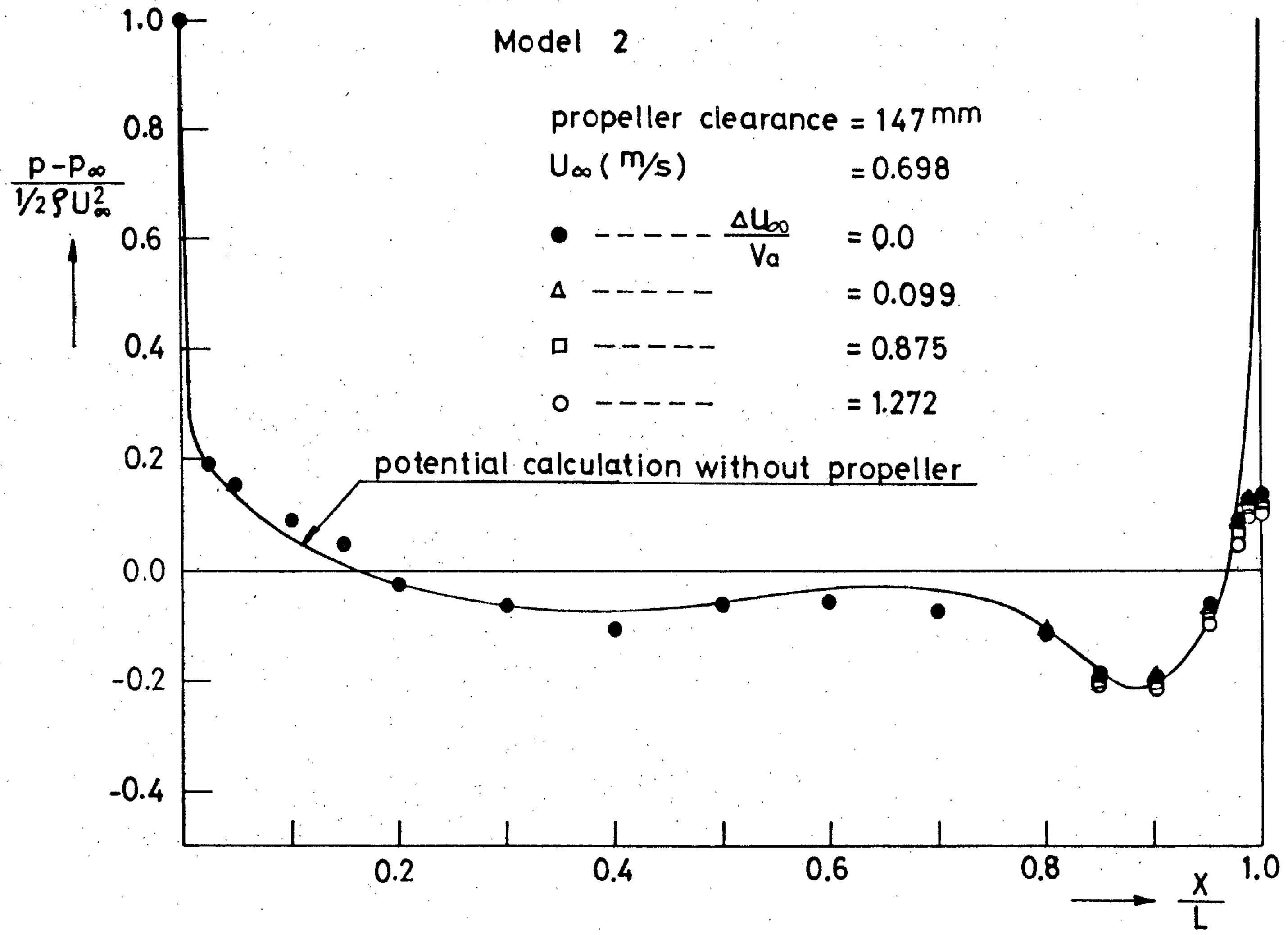

Fig. 15 Pressure distribution on body surface

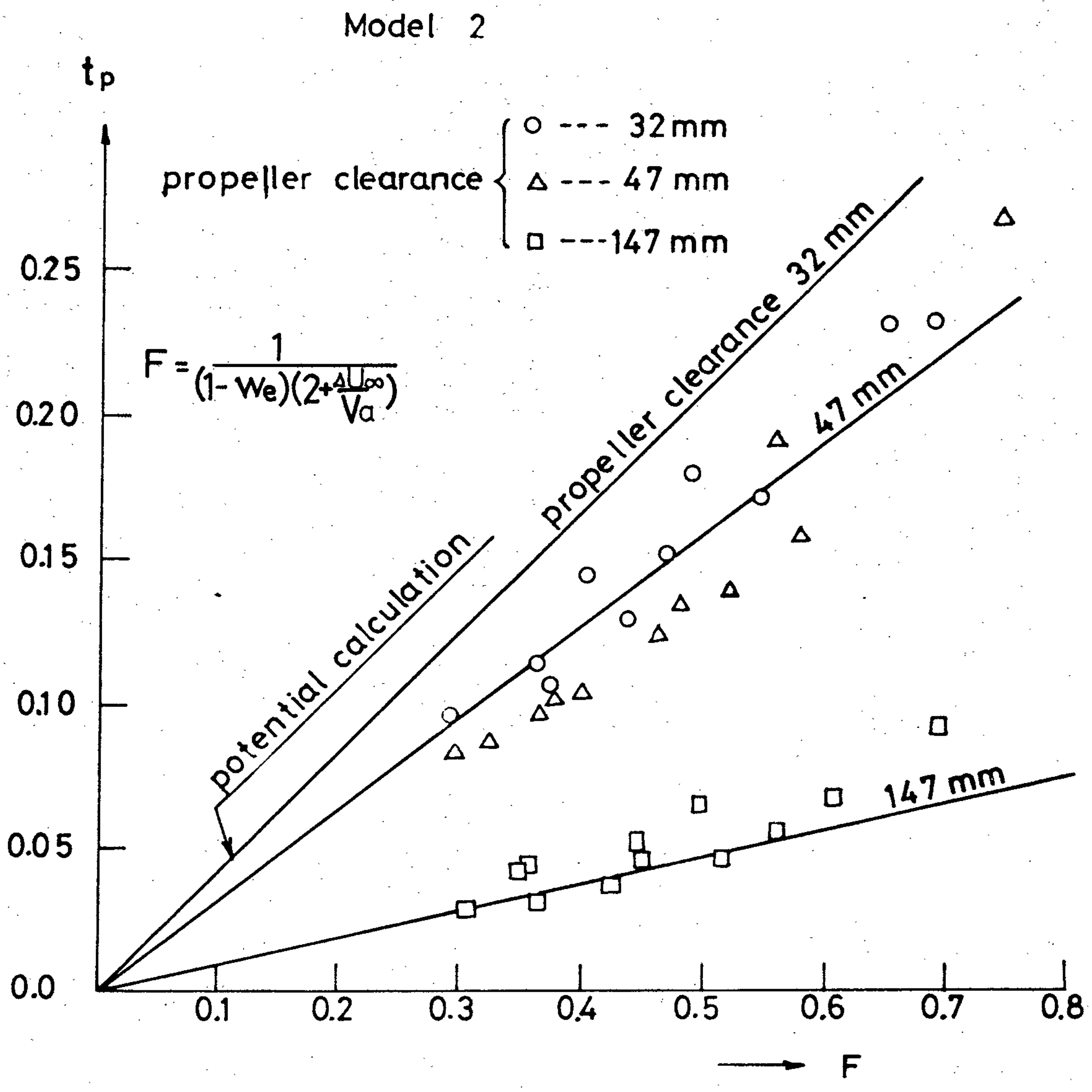

Fig. 16 Pressure component of thrust deduction

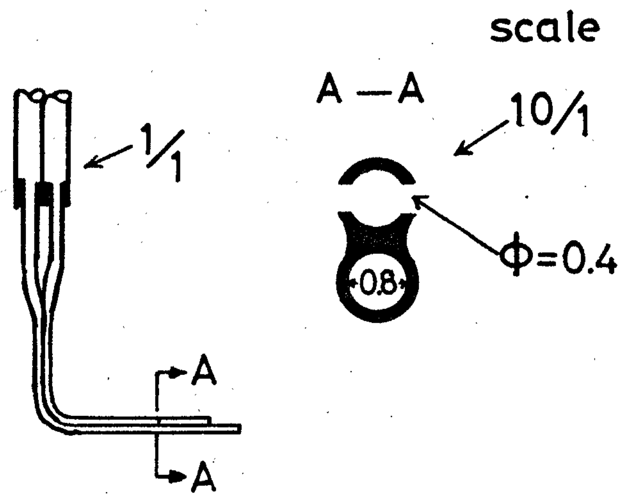

Fig.17 Pitot tube

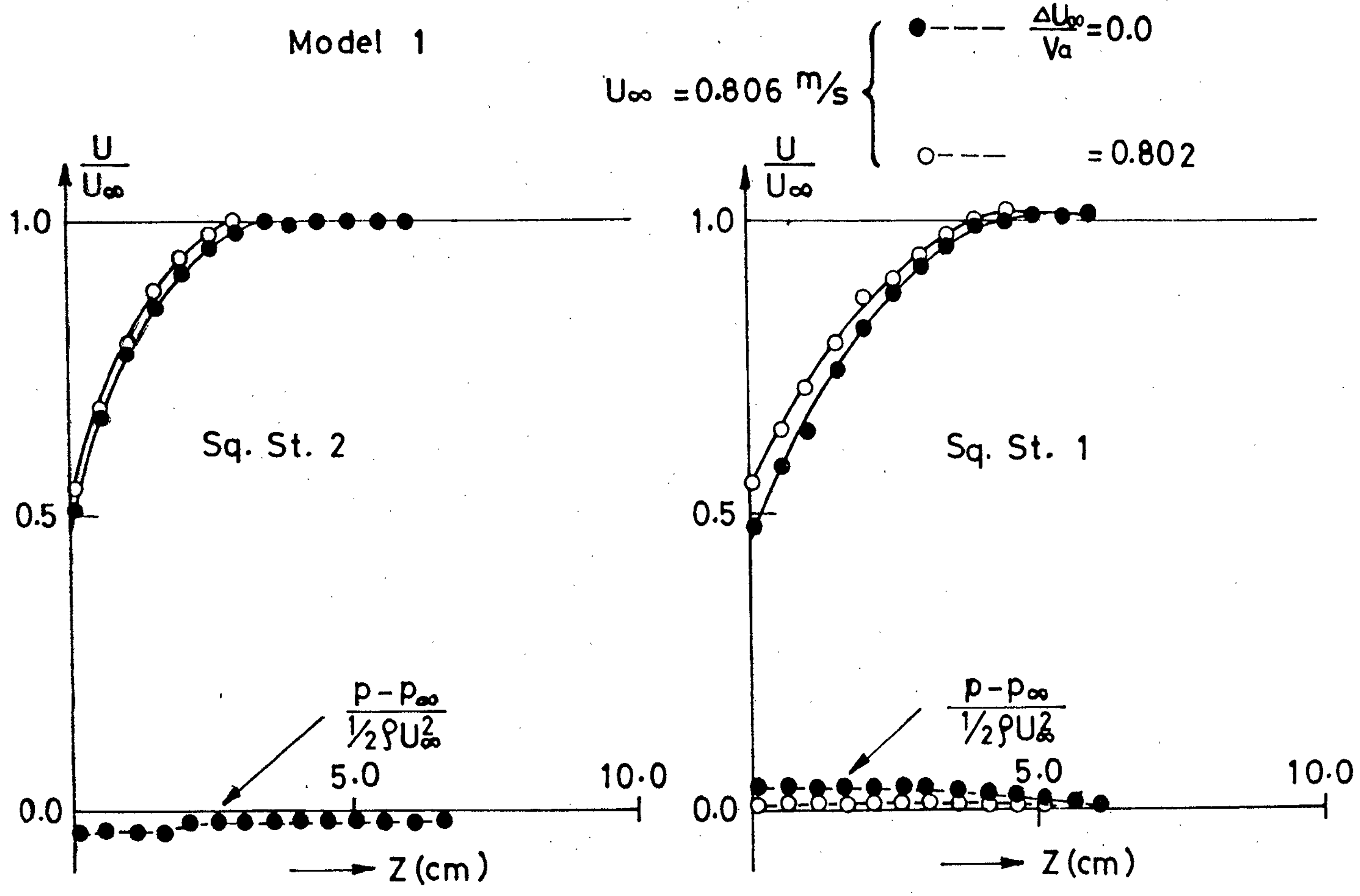

Fig. 18 Velocity and pressure distribution in the boundary layer

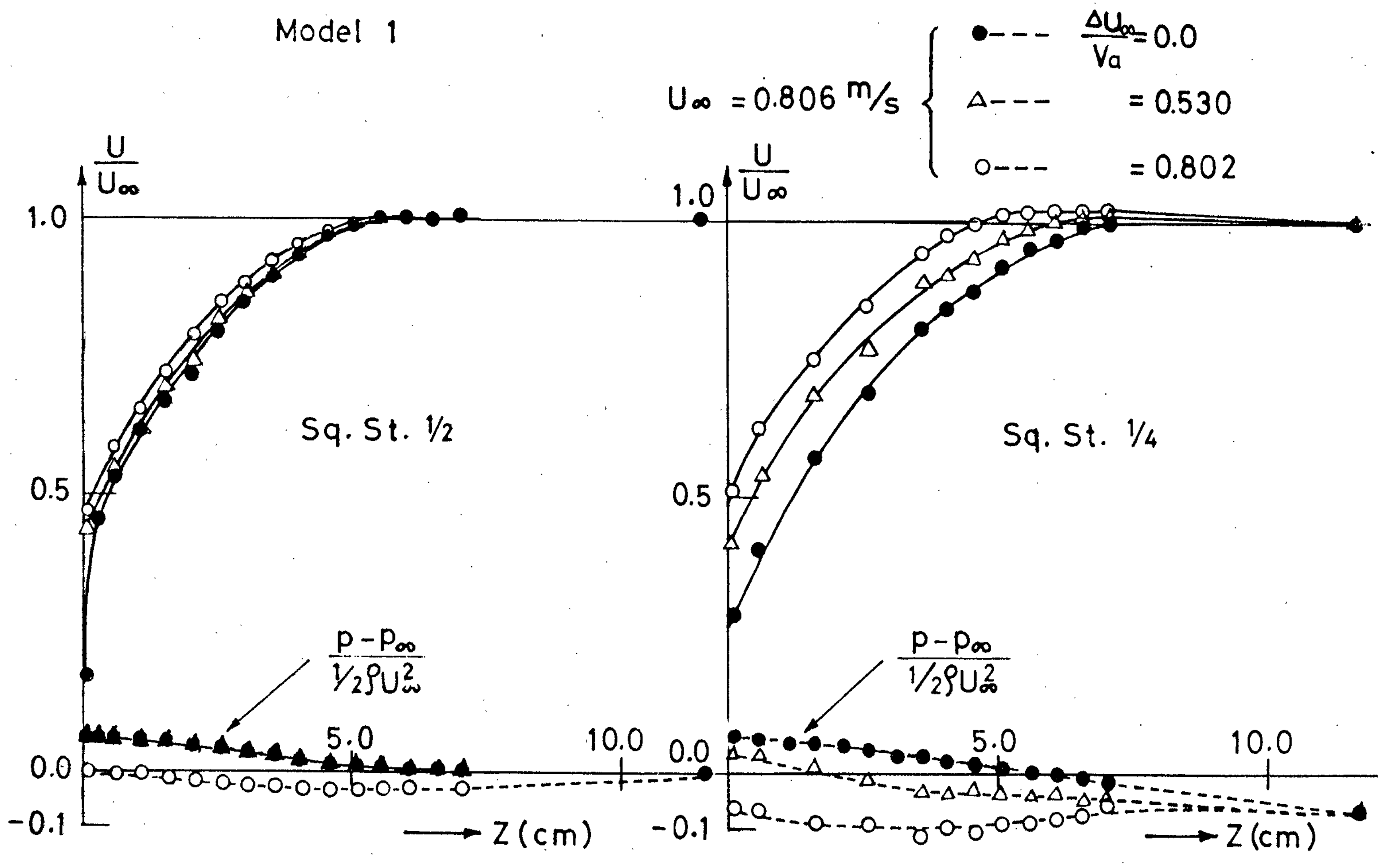

Fig. 19 Velocity and pressure distribution in the boundary layer

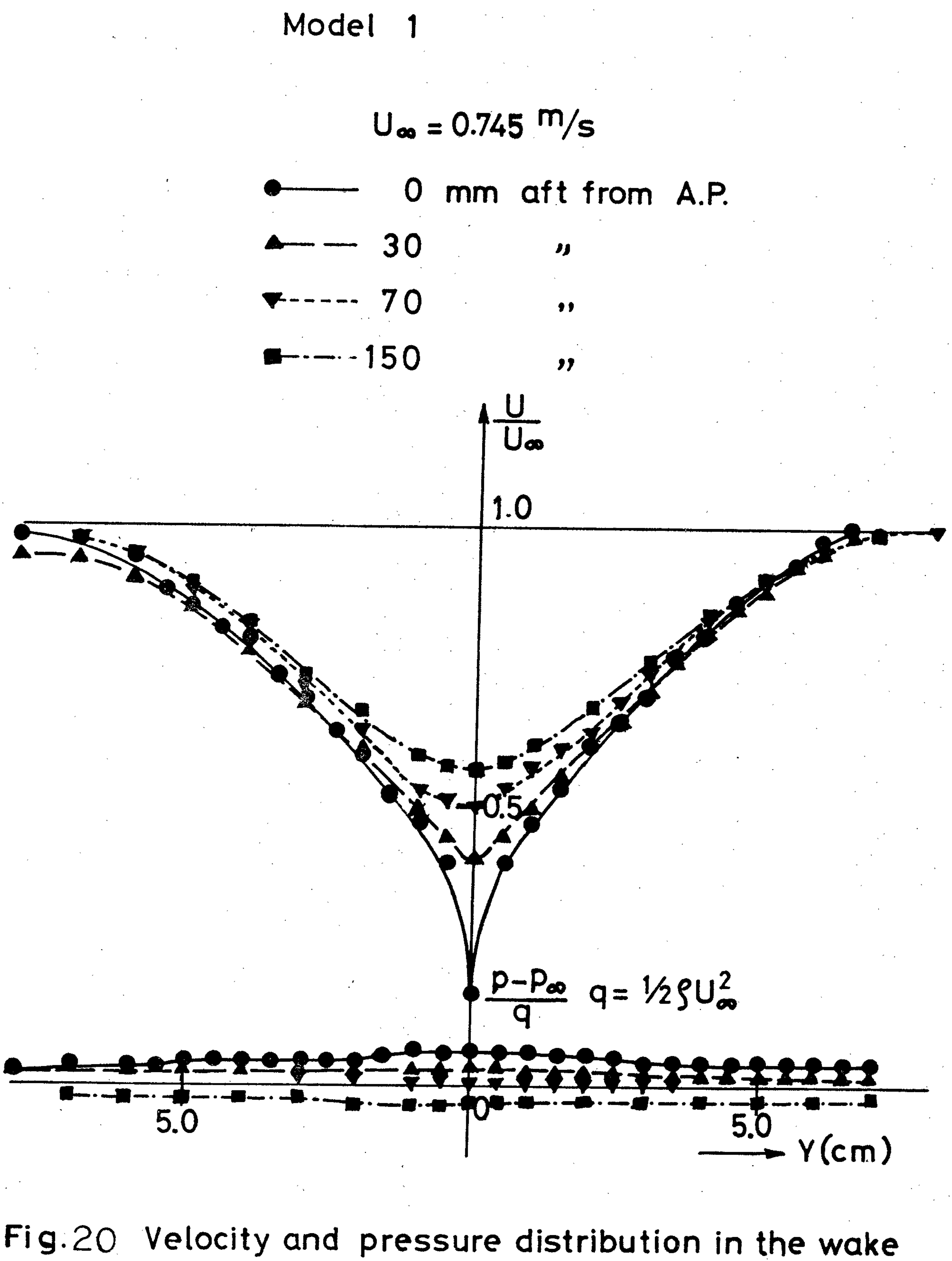

Fig.20 Velocity and pressure distribution in the wake

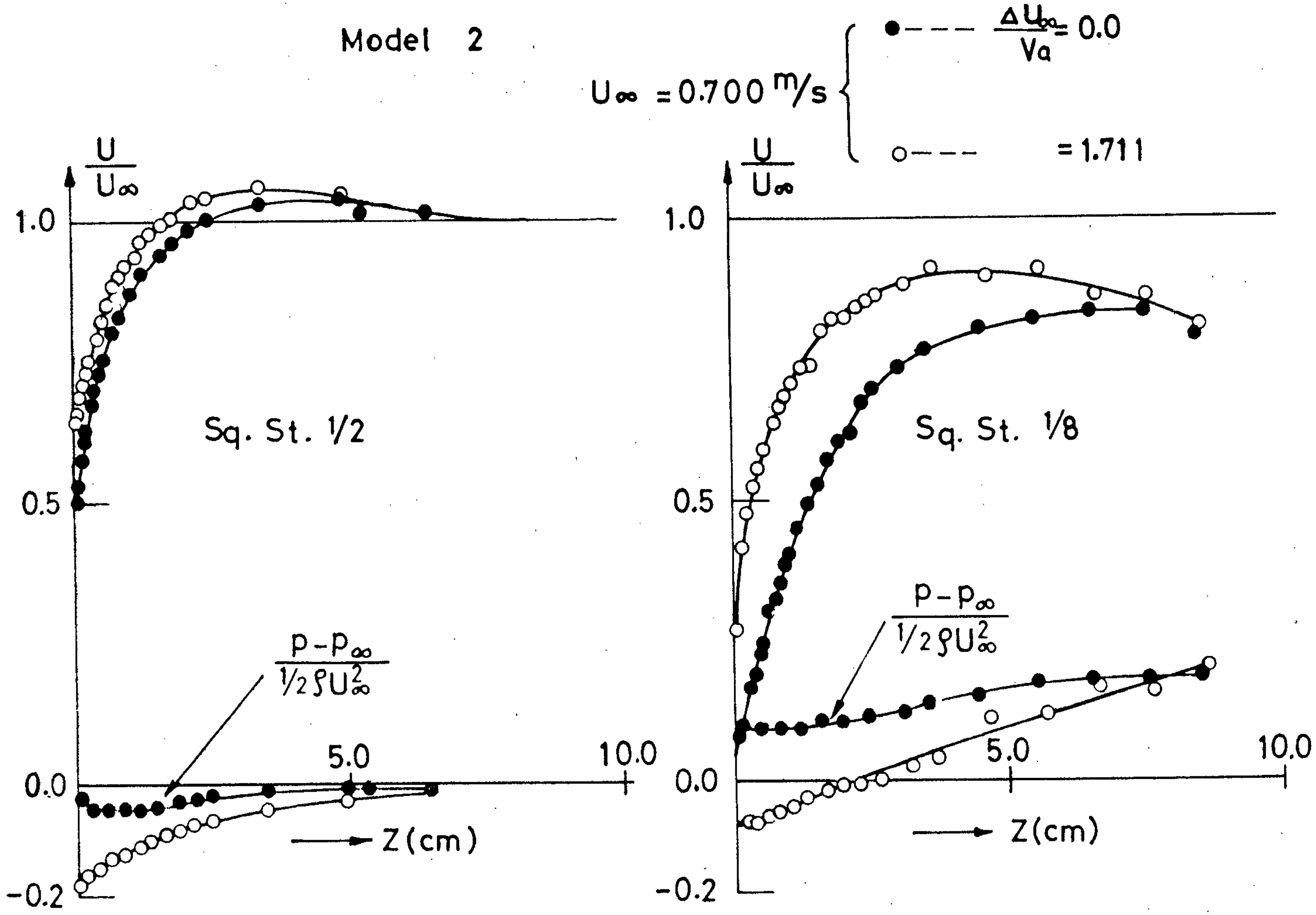

Fig.21 Velocity and pressure distribution in the boundary layer

Model 1

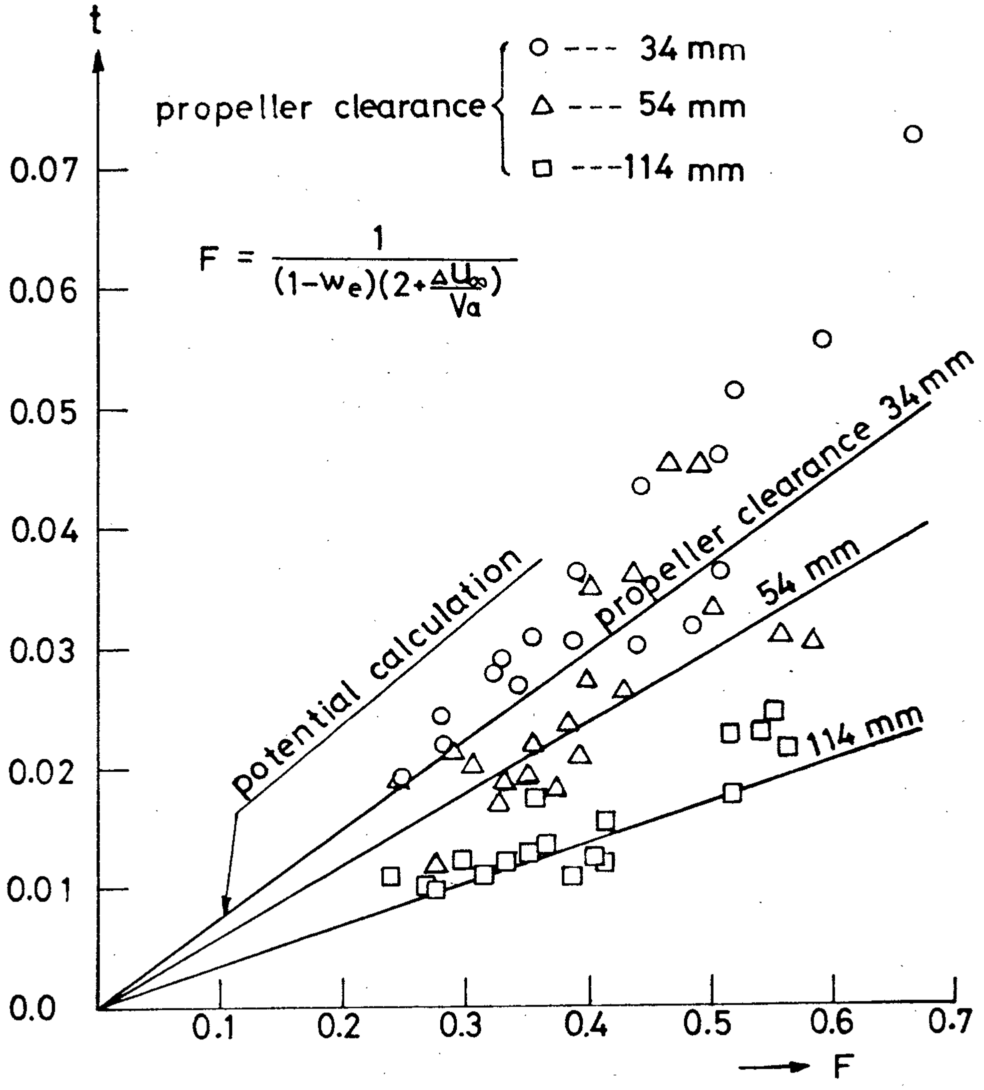

Fig. 22 Thrust deduction

Model 2

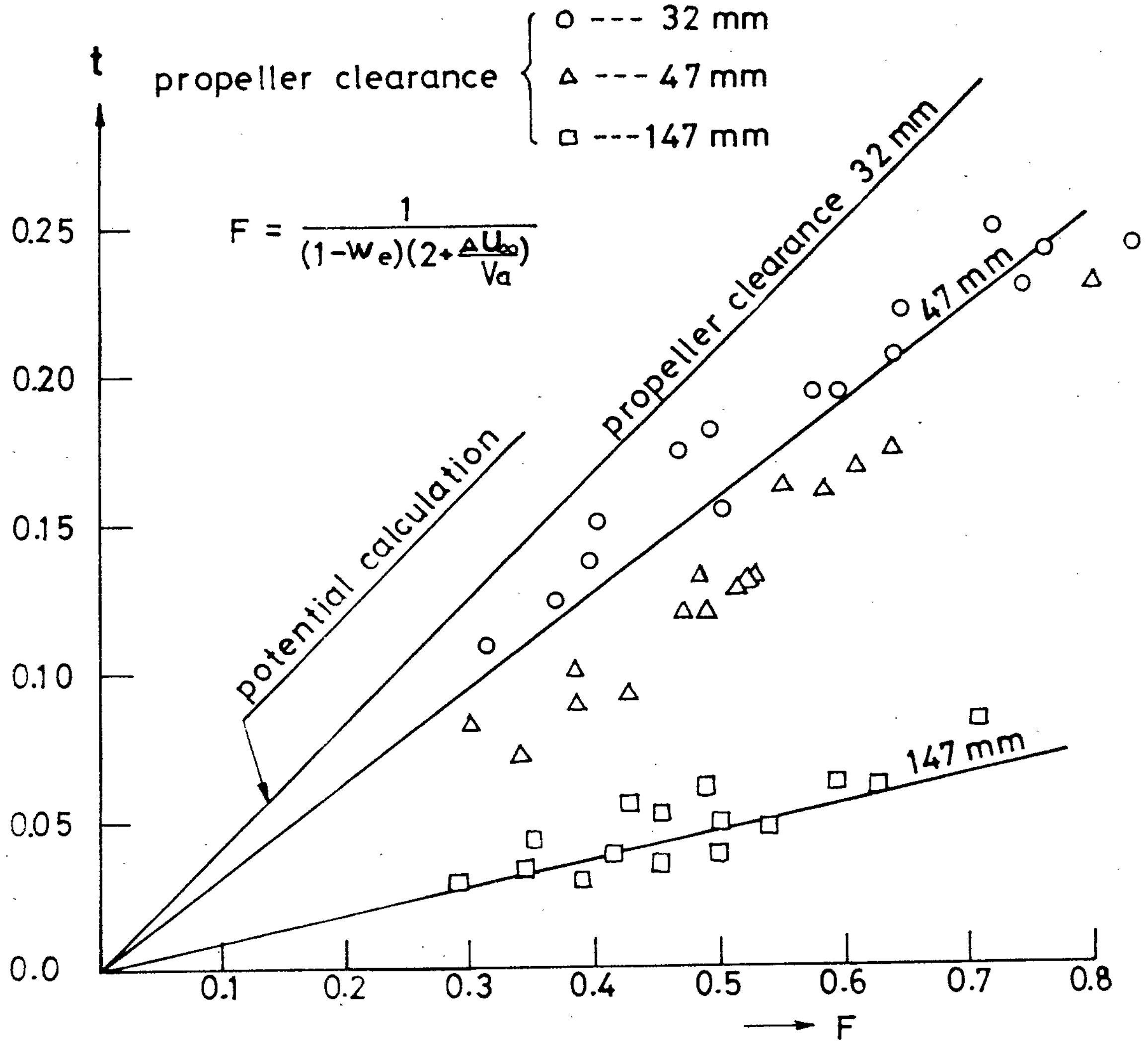

Fig. 23 Thrust deduction

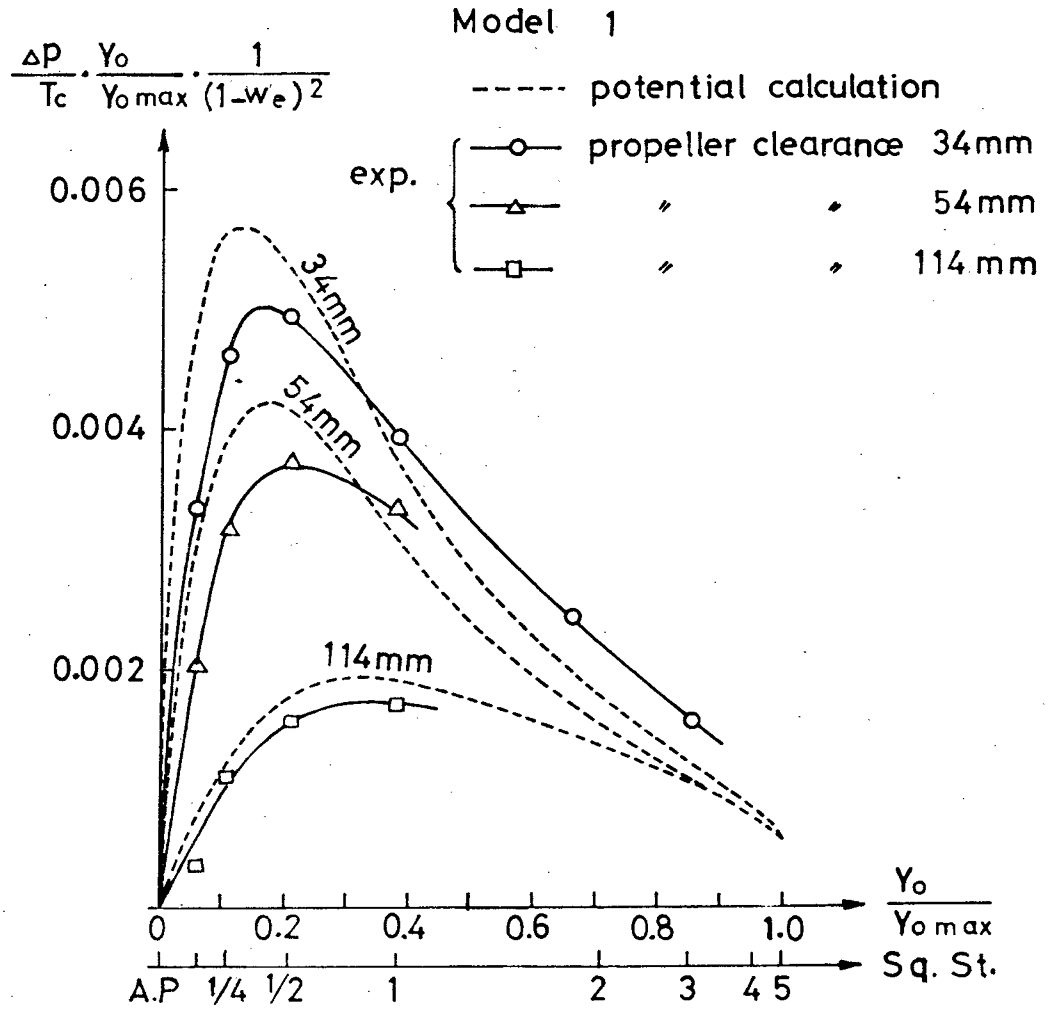

Fig. 24 Distribution of augmented pressure on body surface

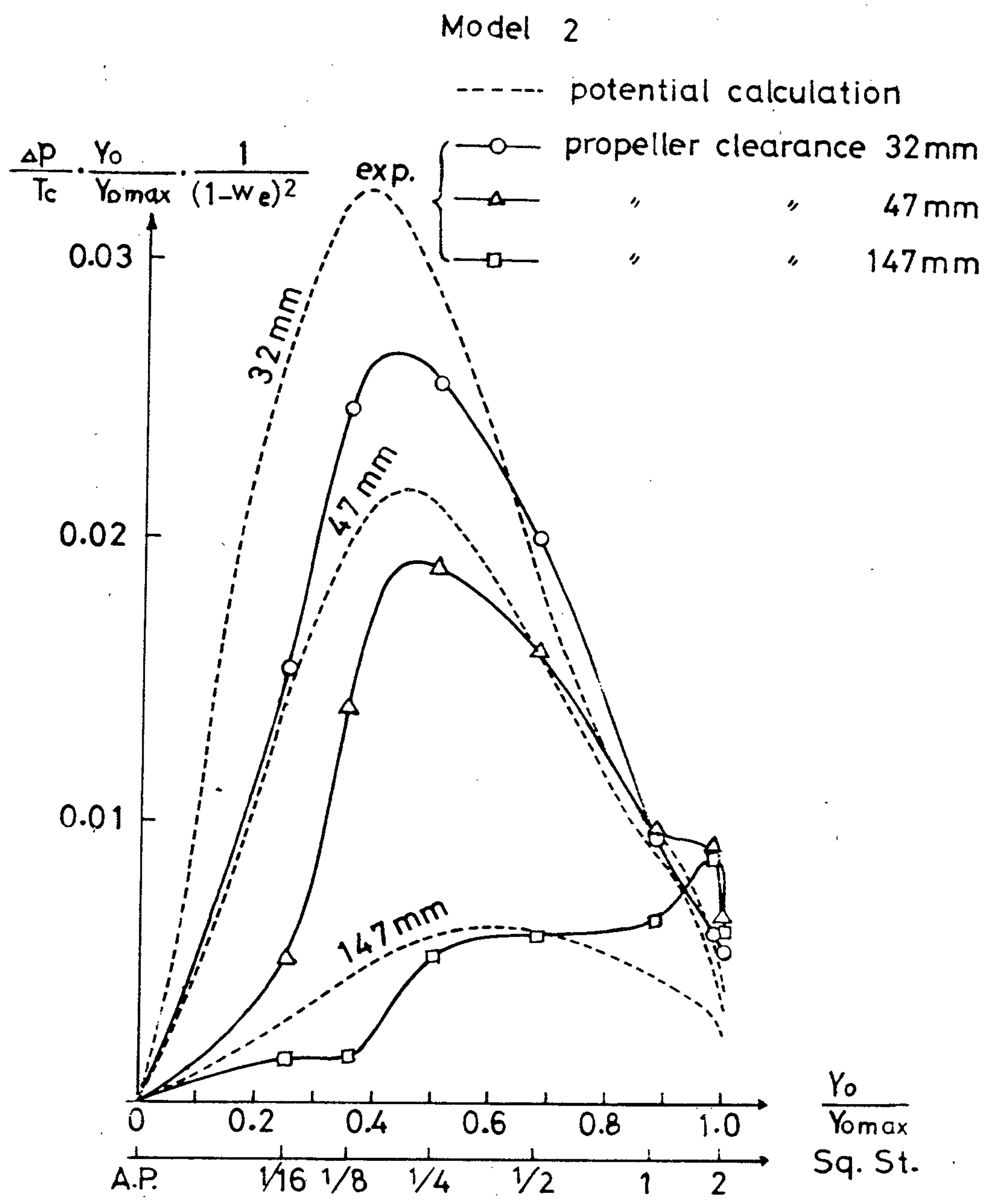

Fig. 25 Distribution of augmented pressure on body surface

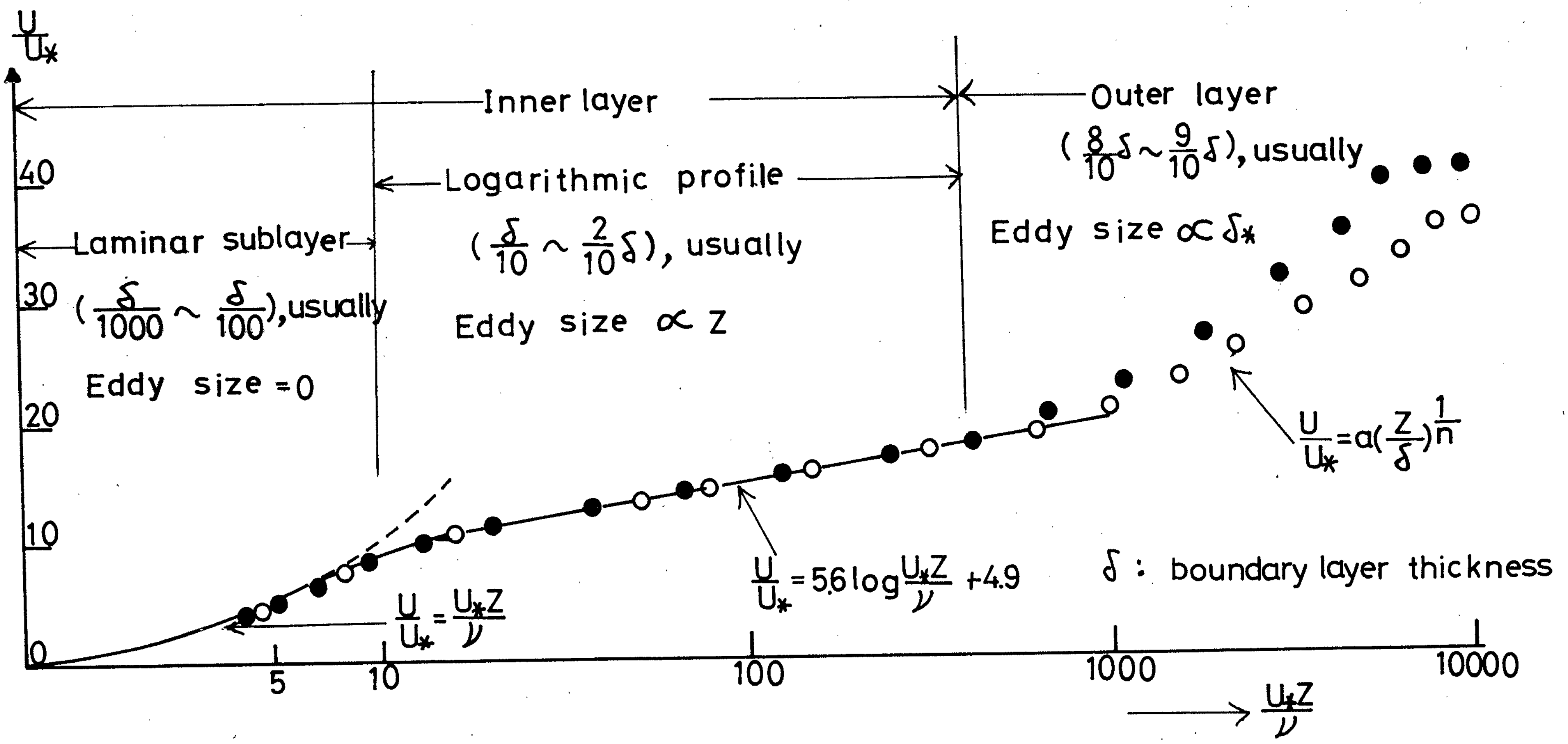

Fig. 26 Universal velocity distribution for turbulent layers.

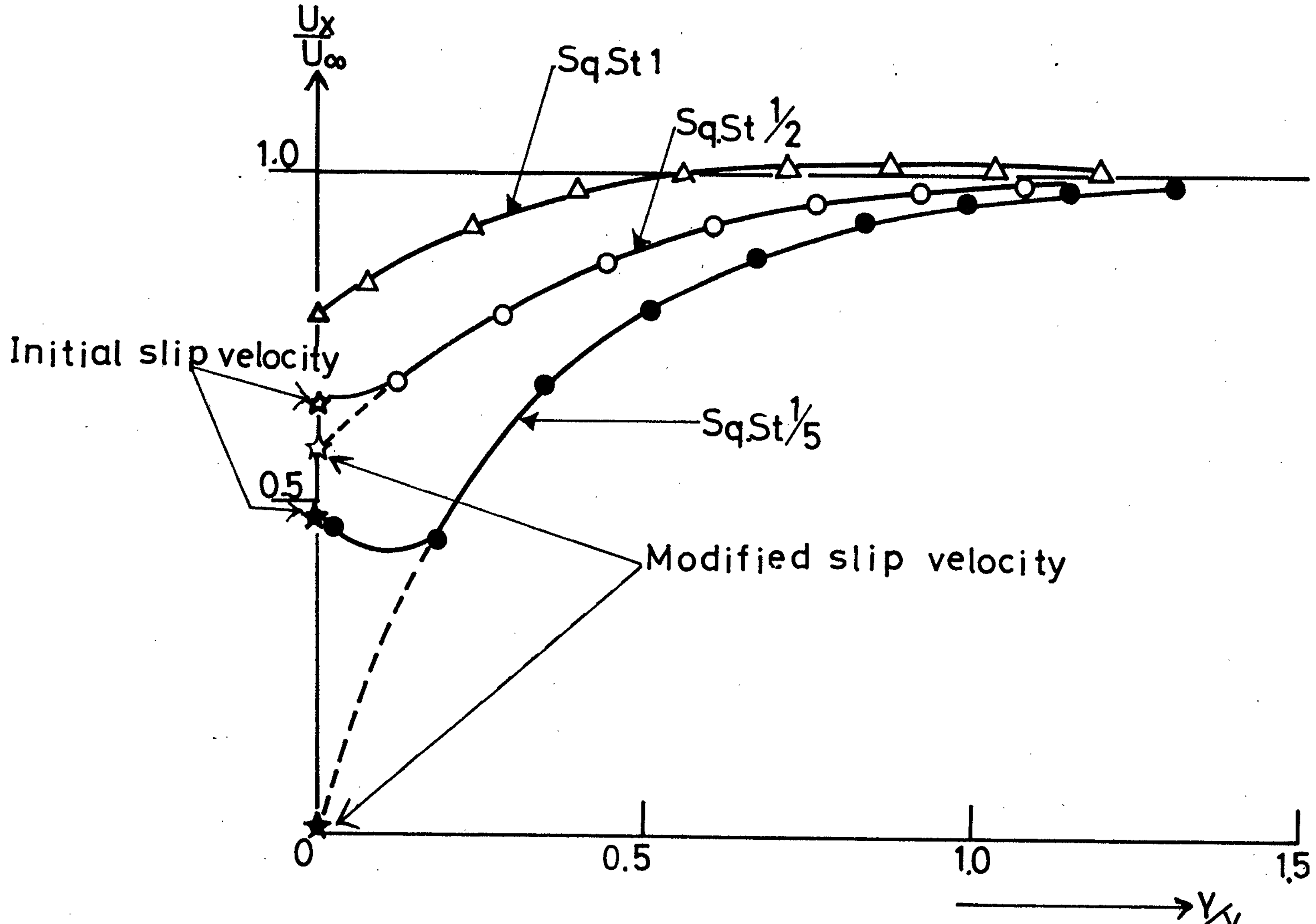

Fig. 27 Calculated velocity distribution and slip velocity.

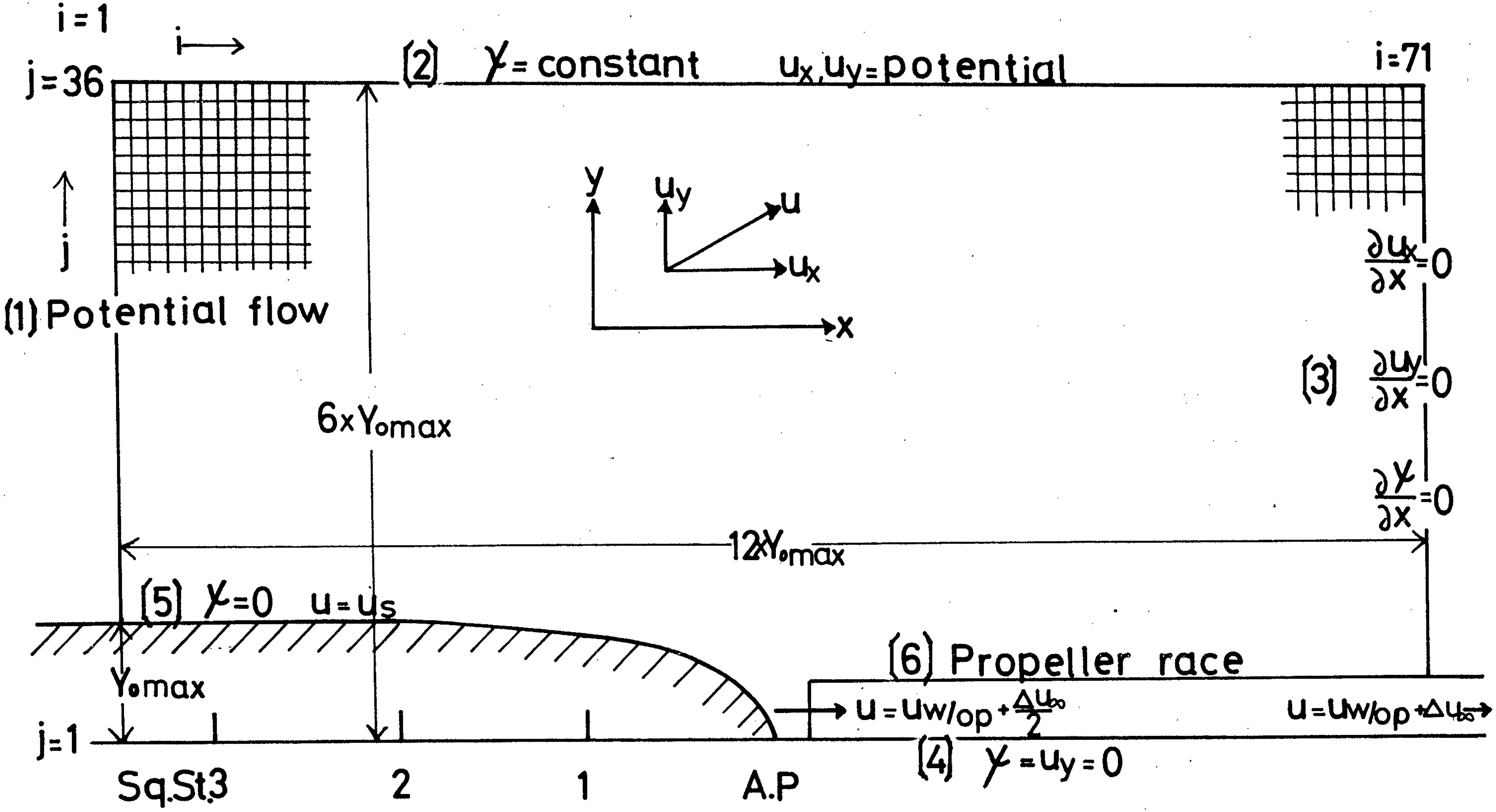

Fig. 28 Boundary condition and field configuration.

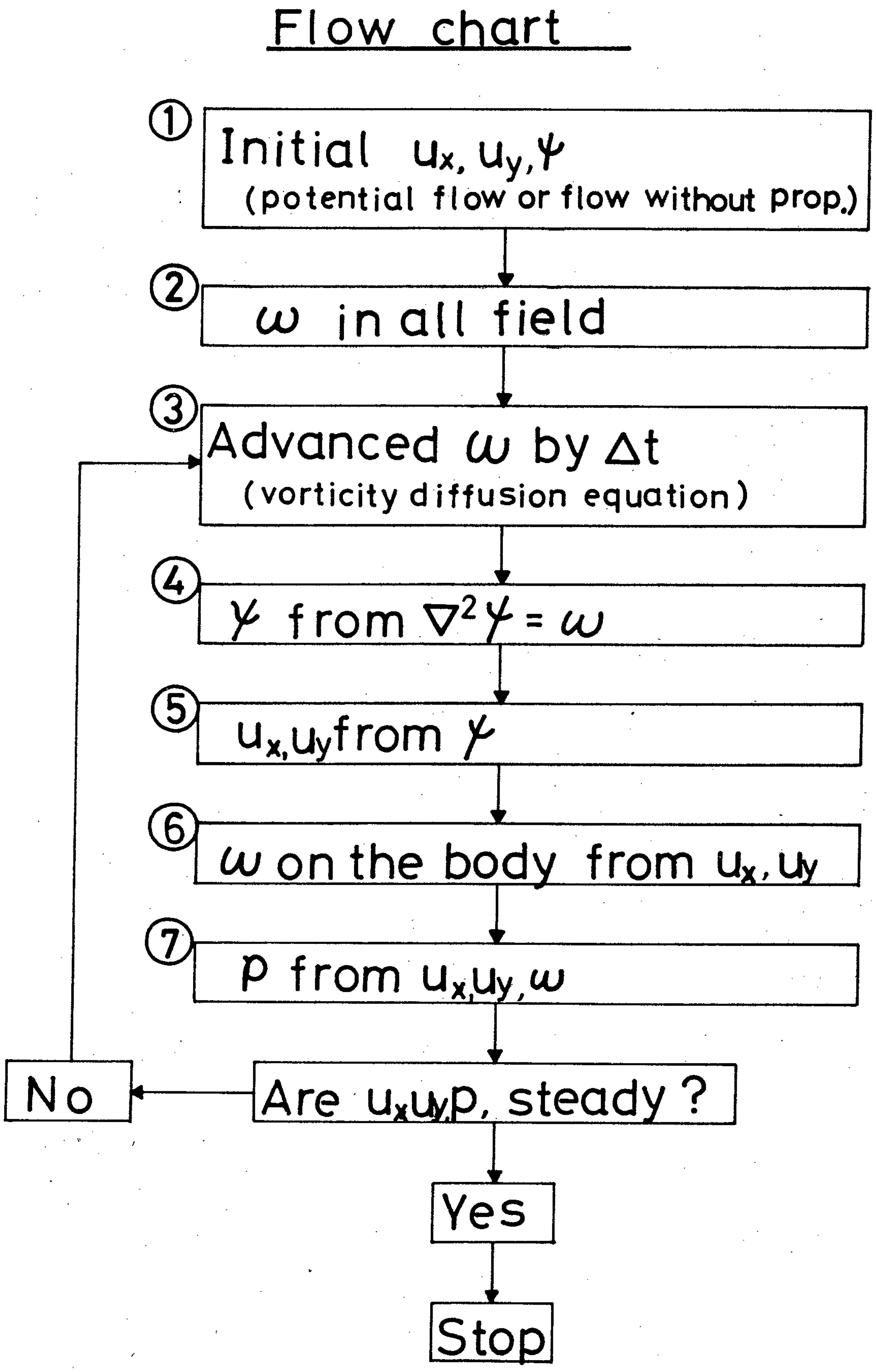

Fig.29 Flow chart

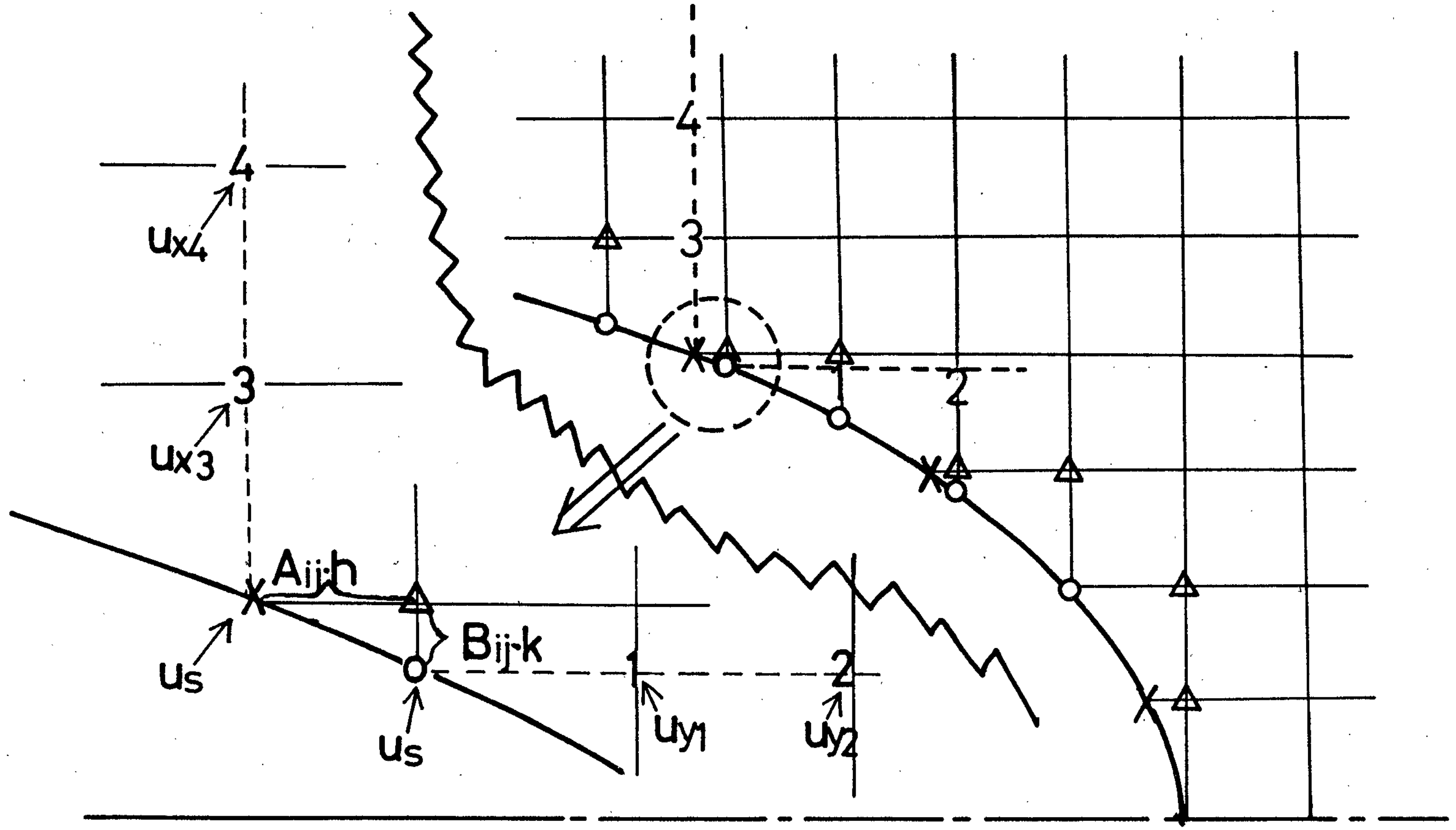

Fig30 Details of lattice elements near body surface.

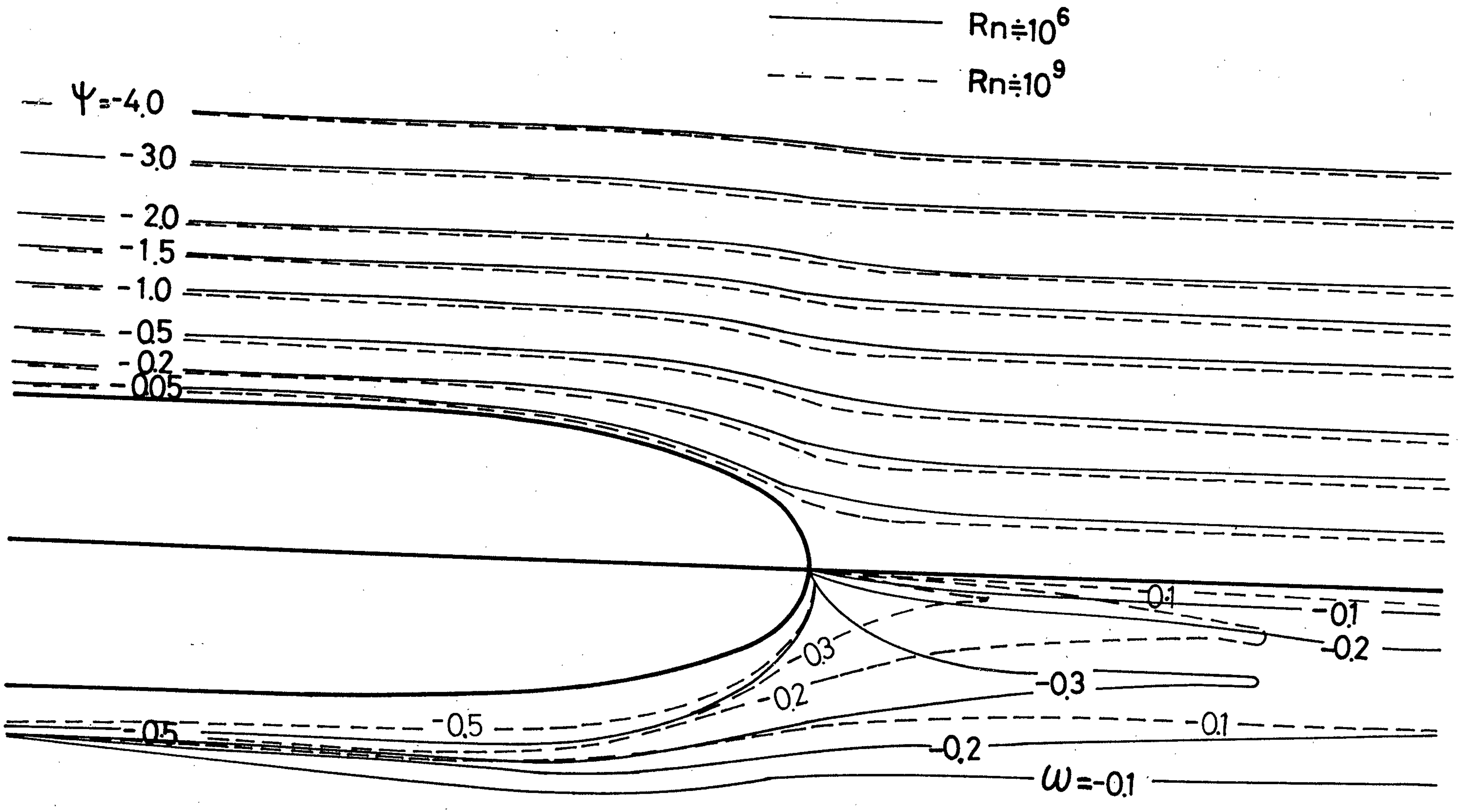

Fig.31 Stream lines and equal vorticity lines (Calculated)

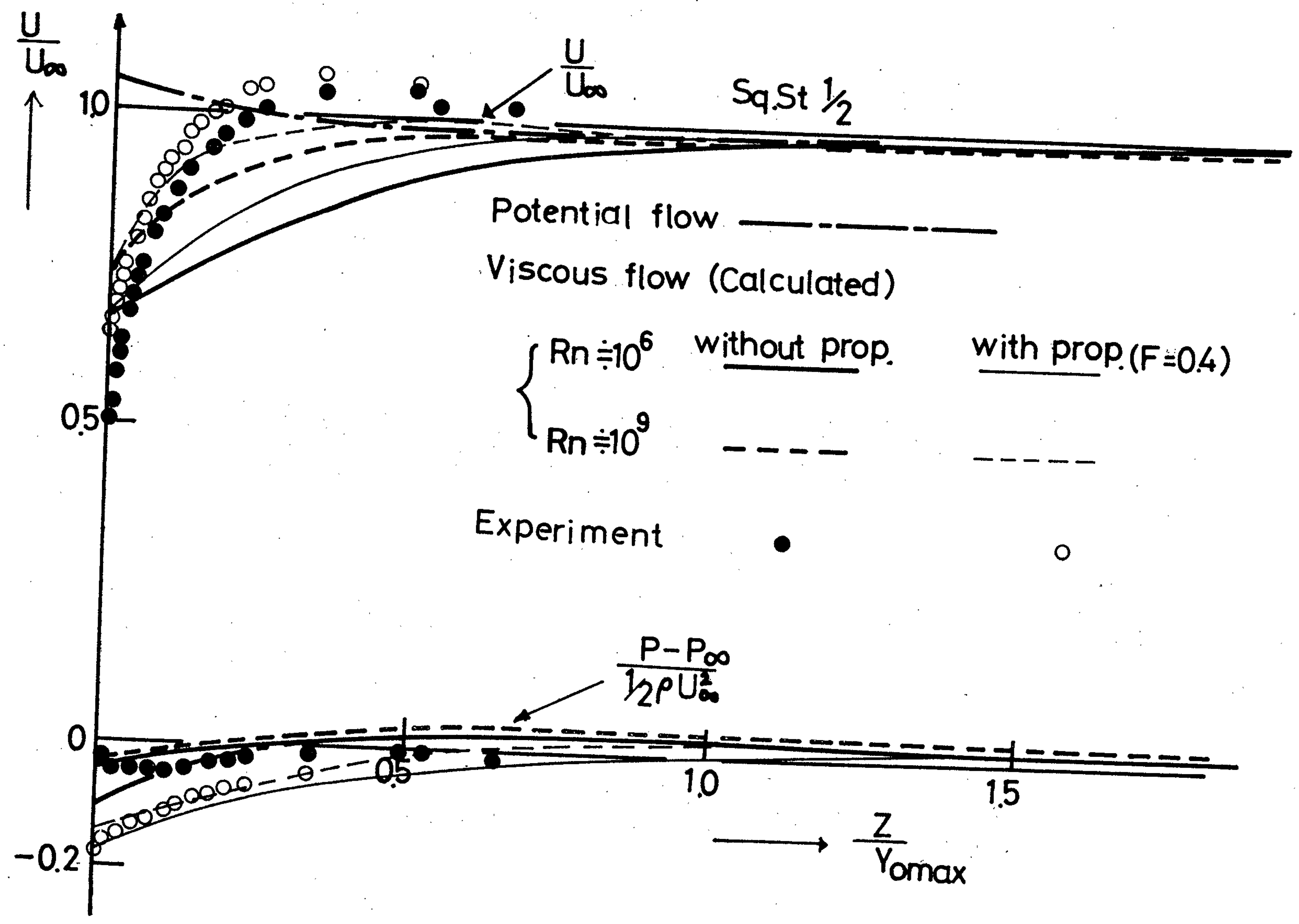

Fig.32 Velocity and pressure distribution in the boundary layer

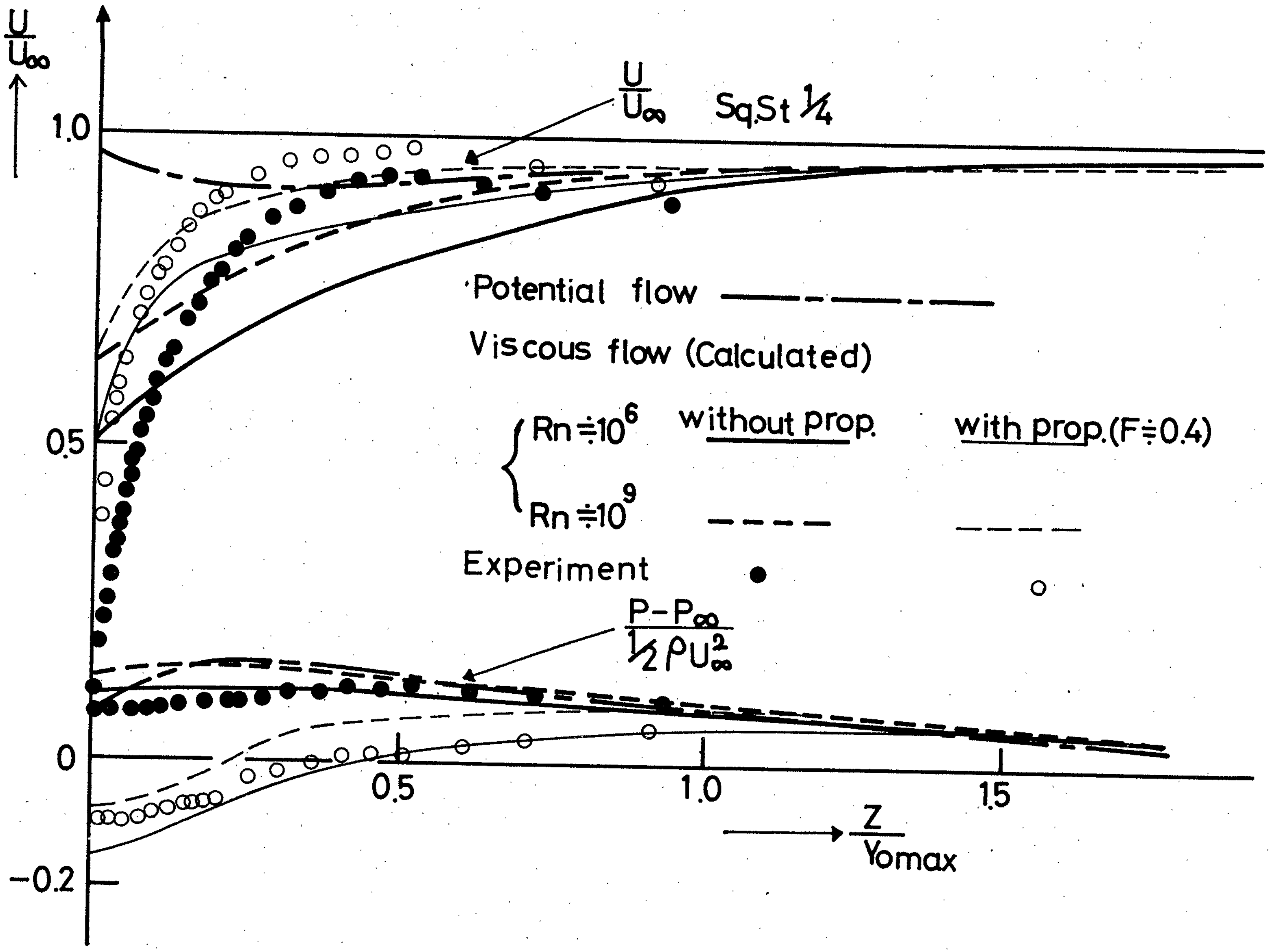

Fig.33 Velocity and pressure distribution in the boundary layer

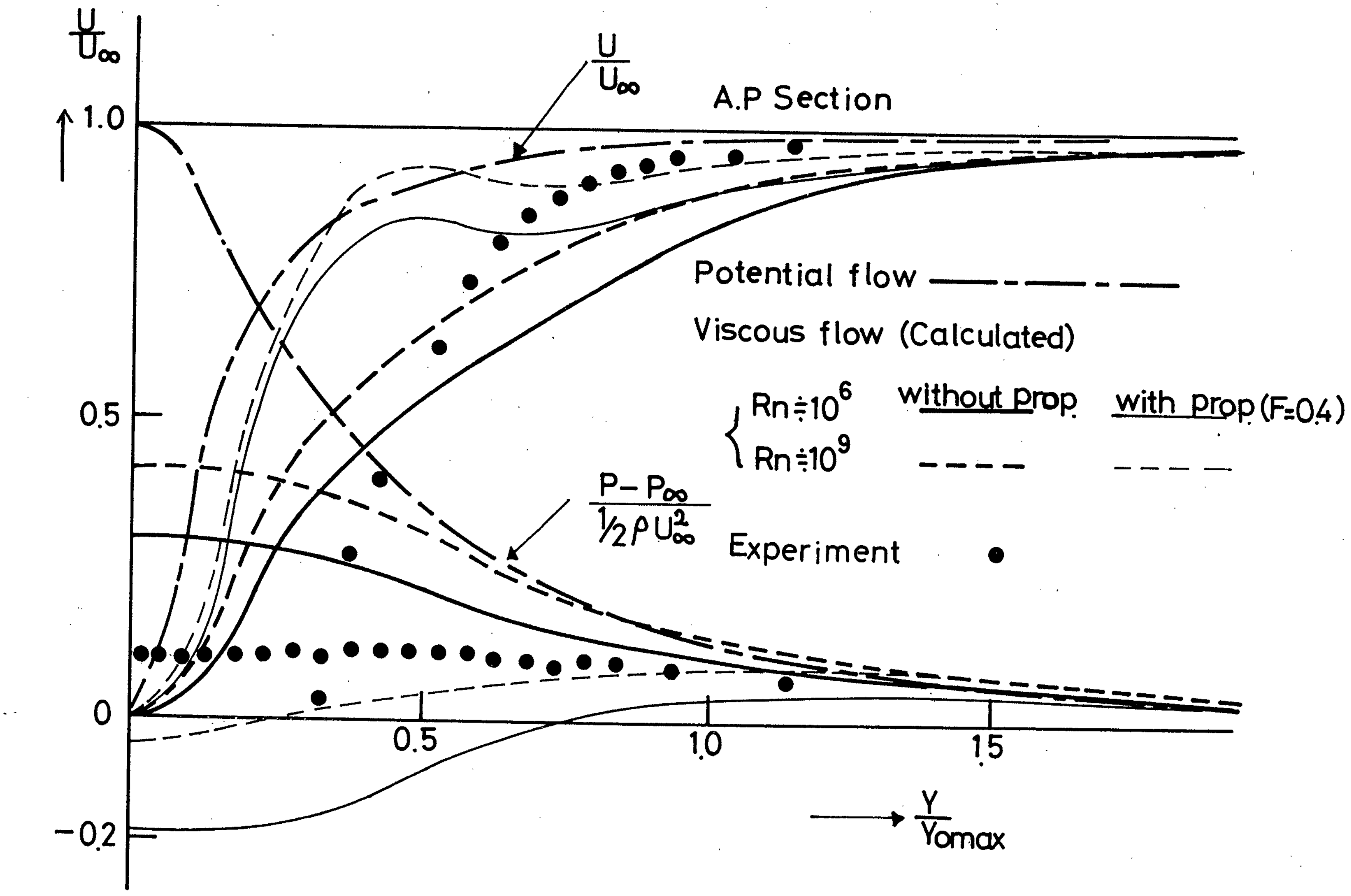

Fig.34 Velocity and pressure distribution in the wake

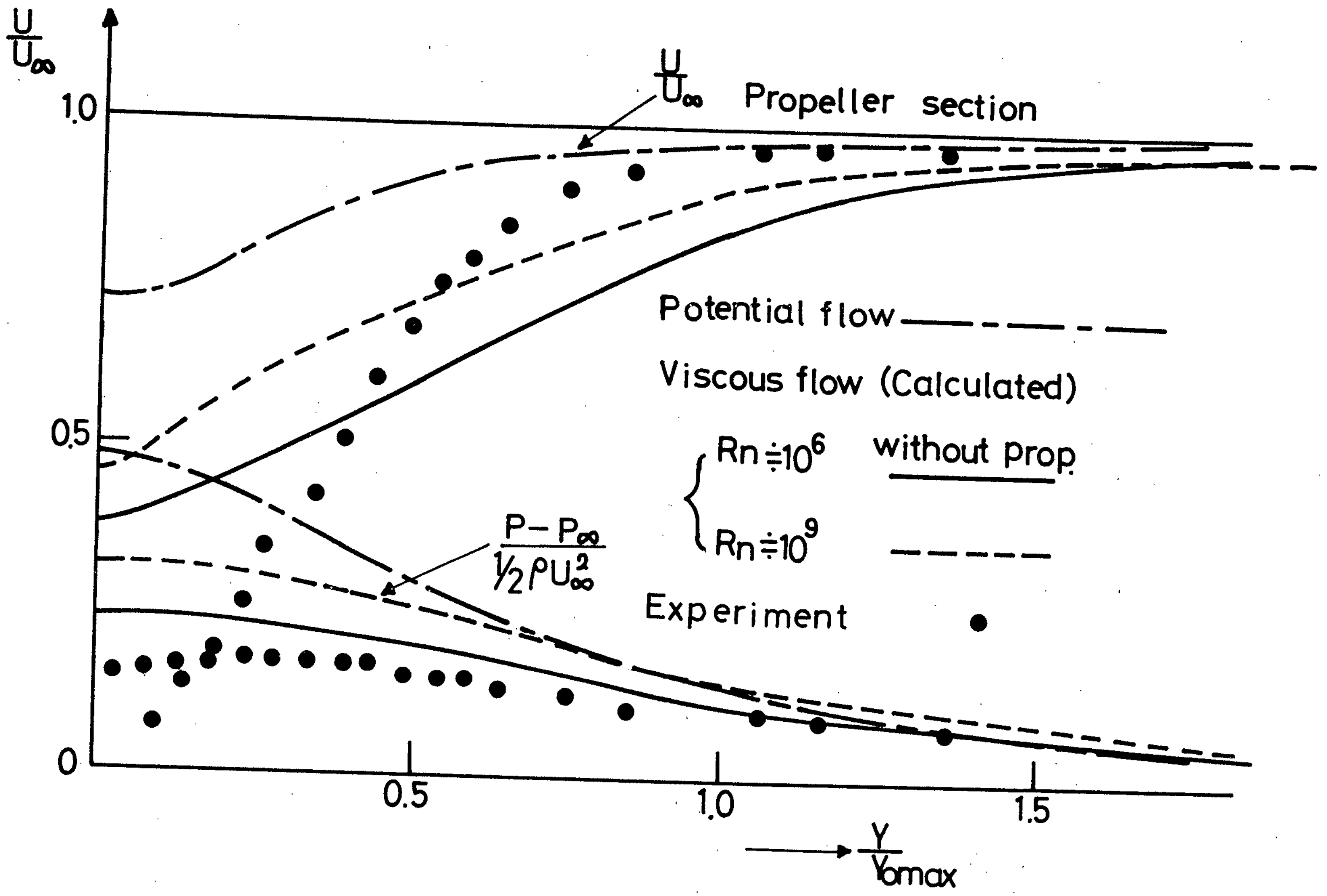

Fig.35 Velocitiy and pressure distribution in the wake

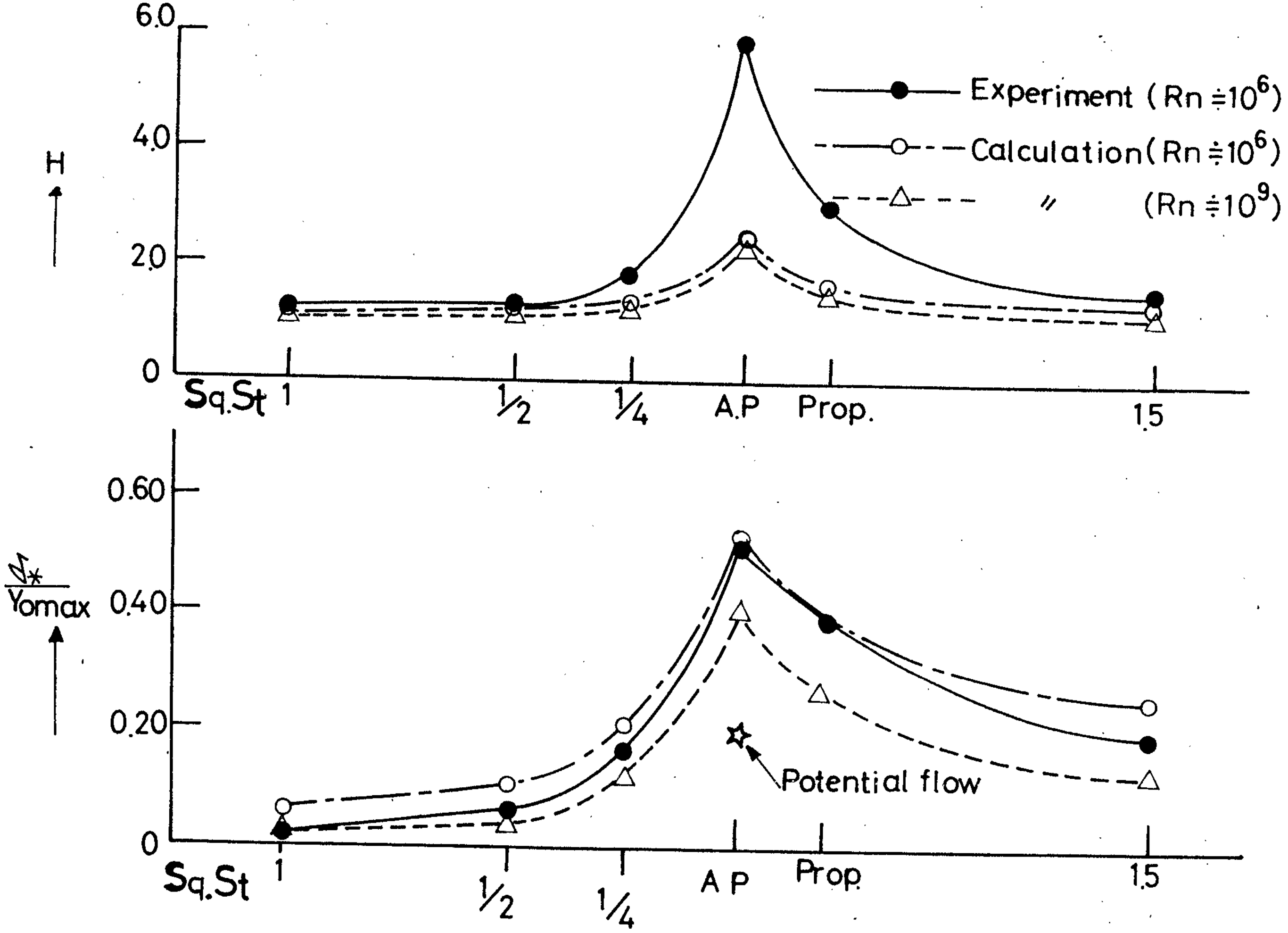

Fig. 36 Boundary layer characteristics

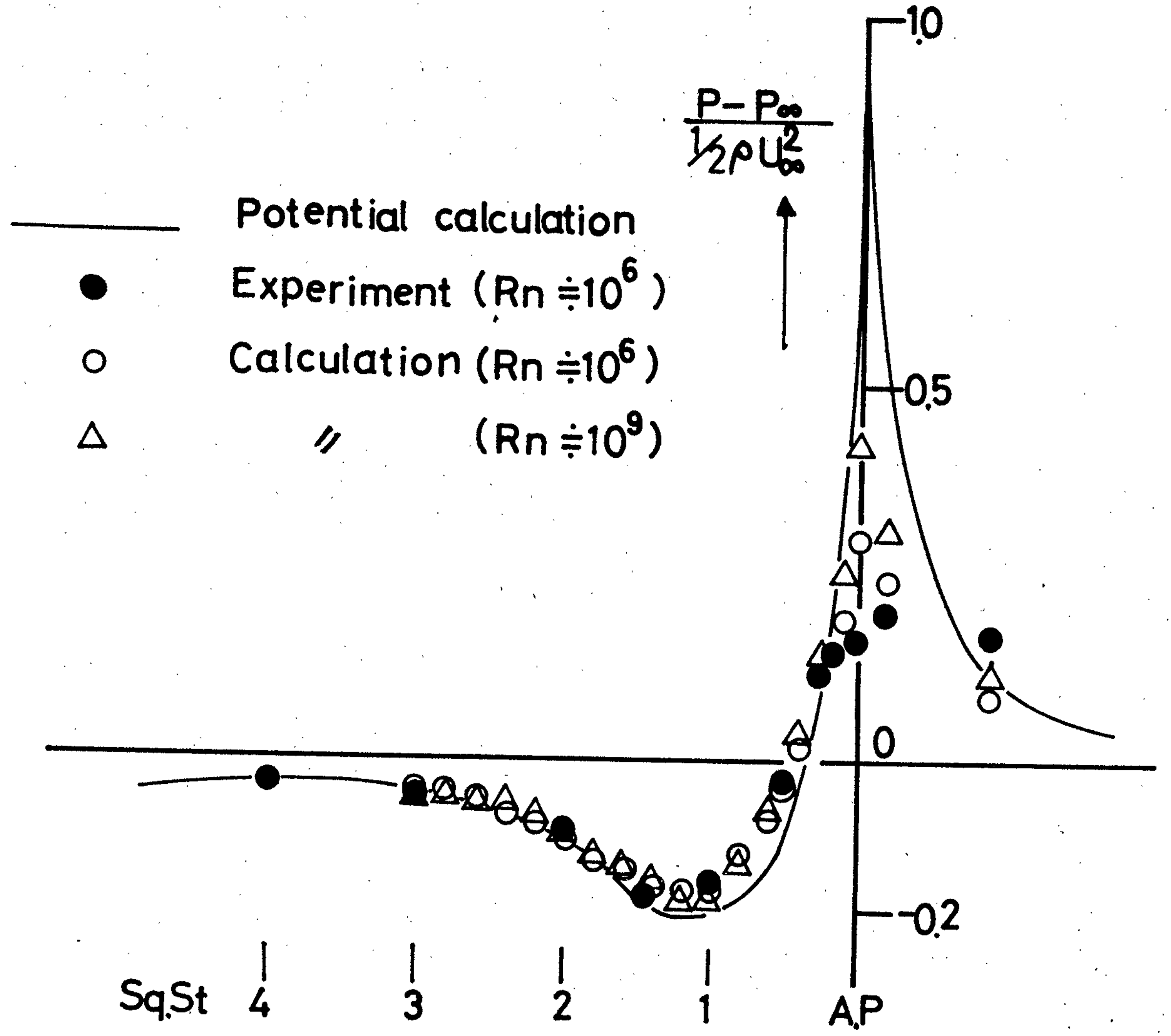

Fig.37 Pressure distribution on the body surface and axis (w/op)

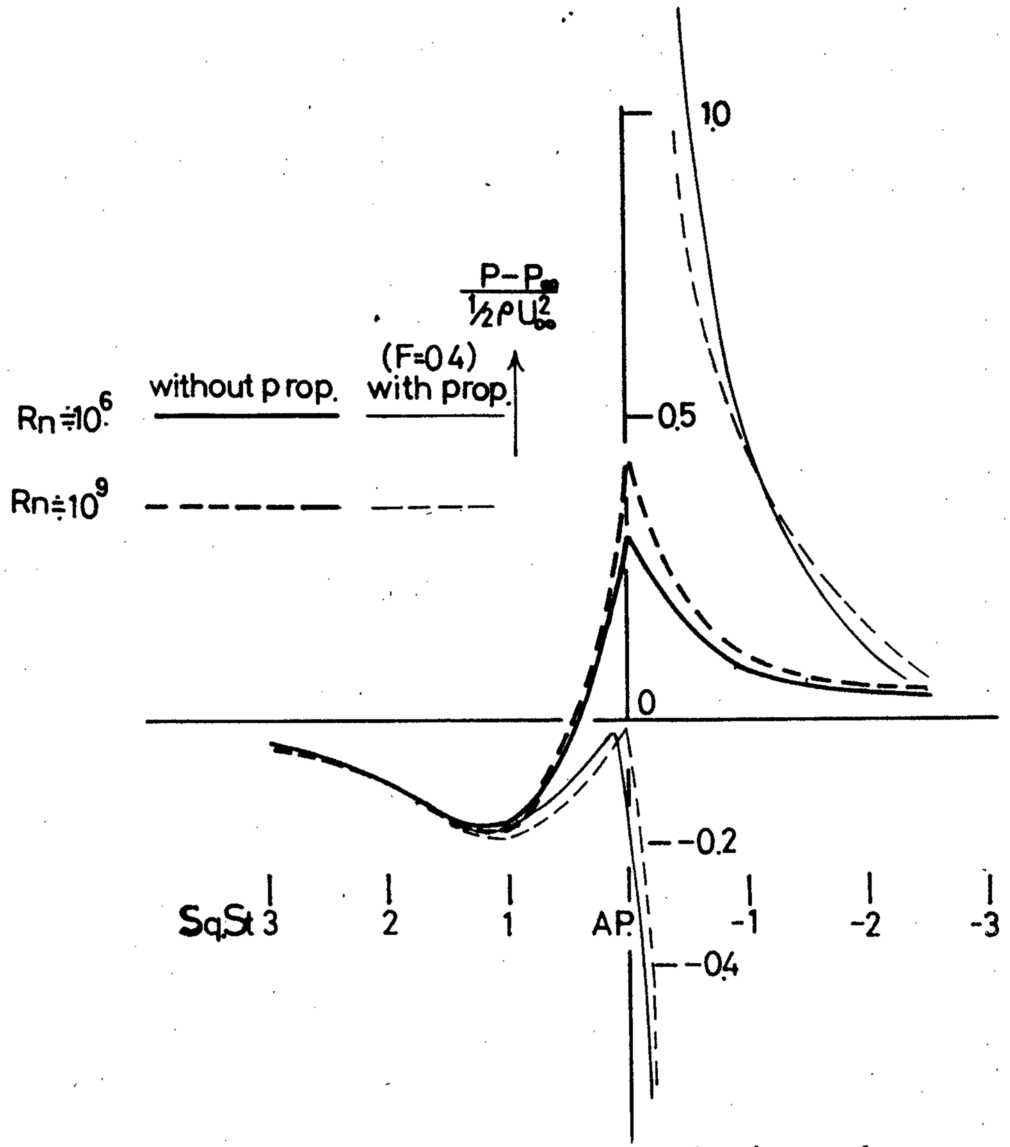

Fig.38 Pressure distribution on the body surface and axis(w.p. and w/o.p.)

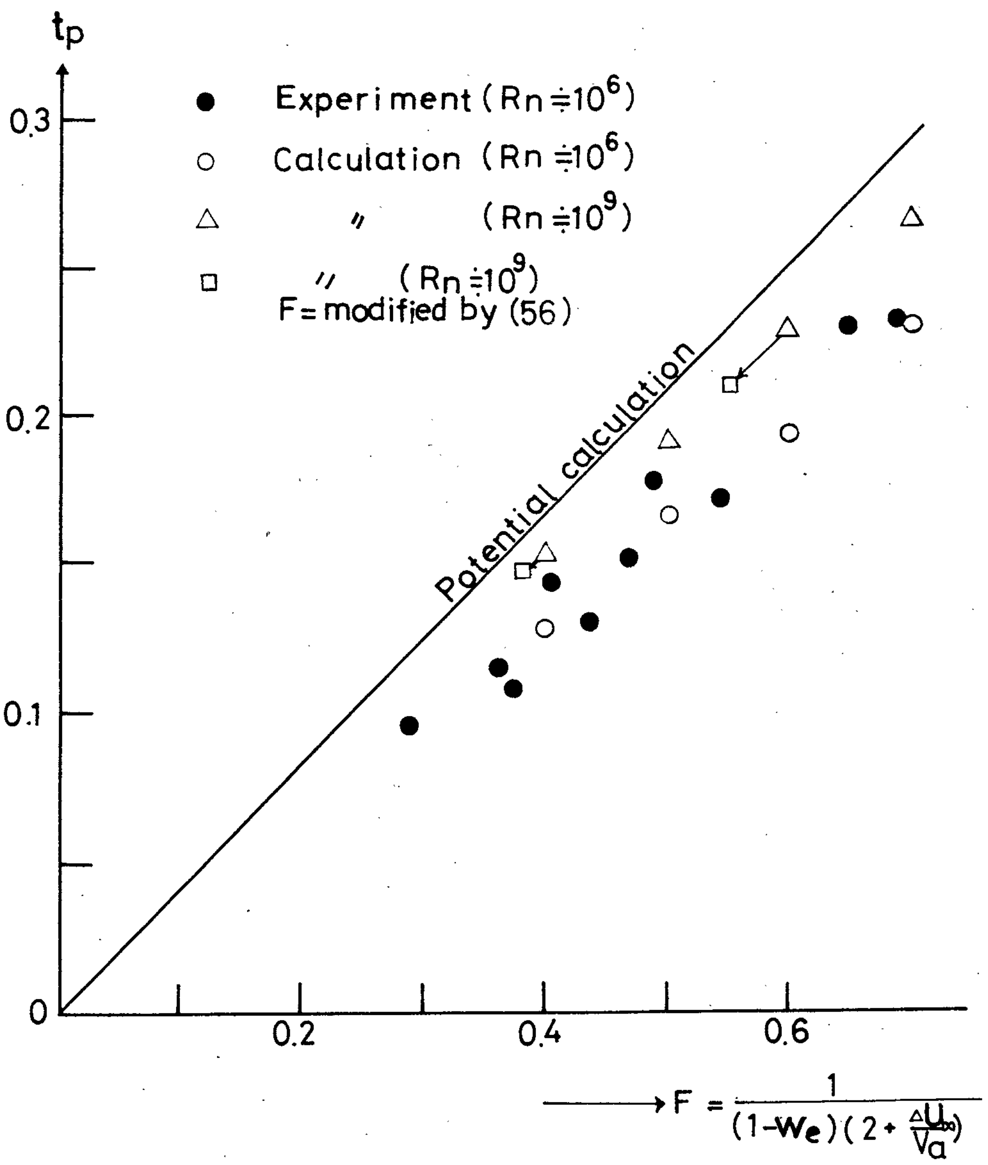

Fig.39 Thrust deduction

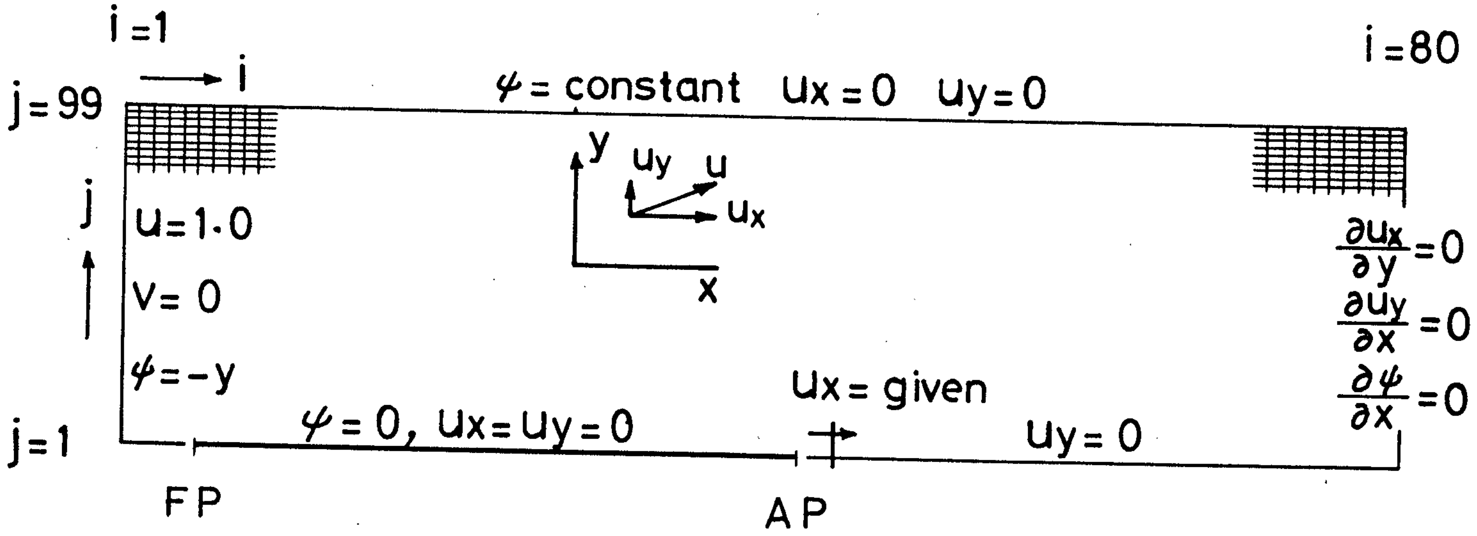

Fig.40 Boundary condition and field configuration(Flat plate)

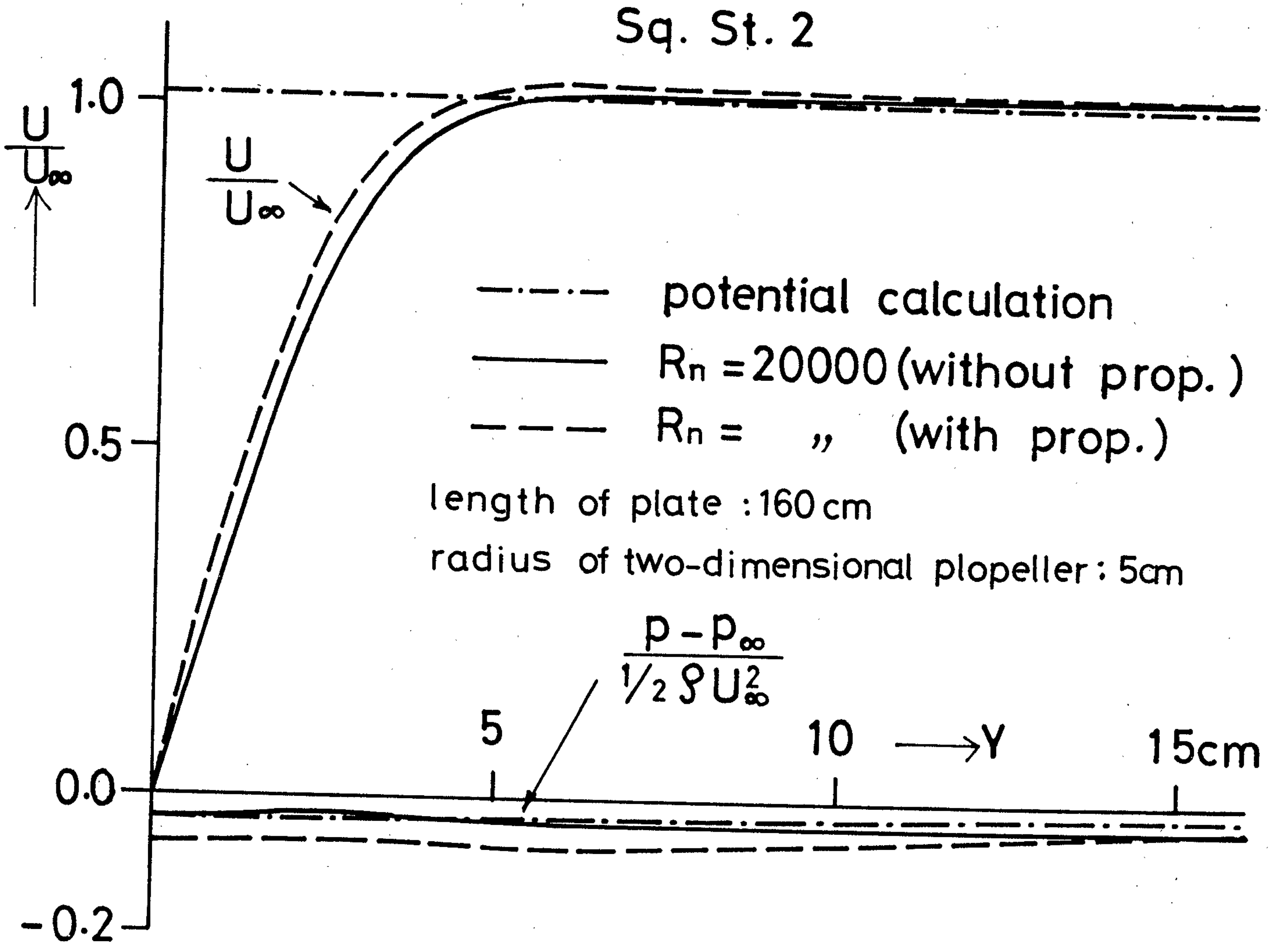

Fig.41 Velocity and pressure distribution in the boundary layer(Flat plate)

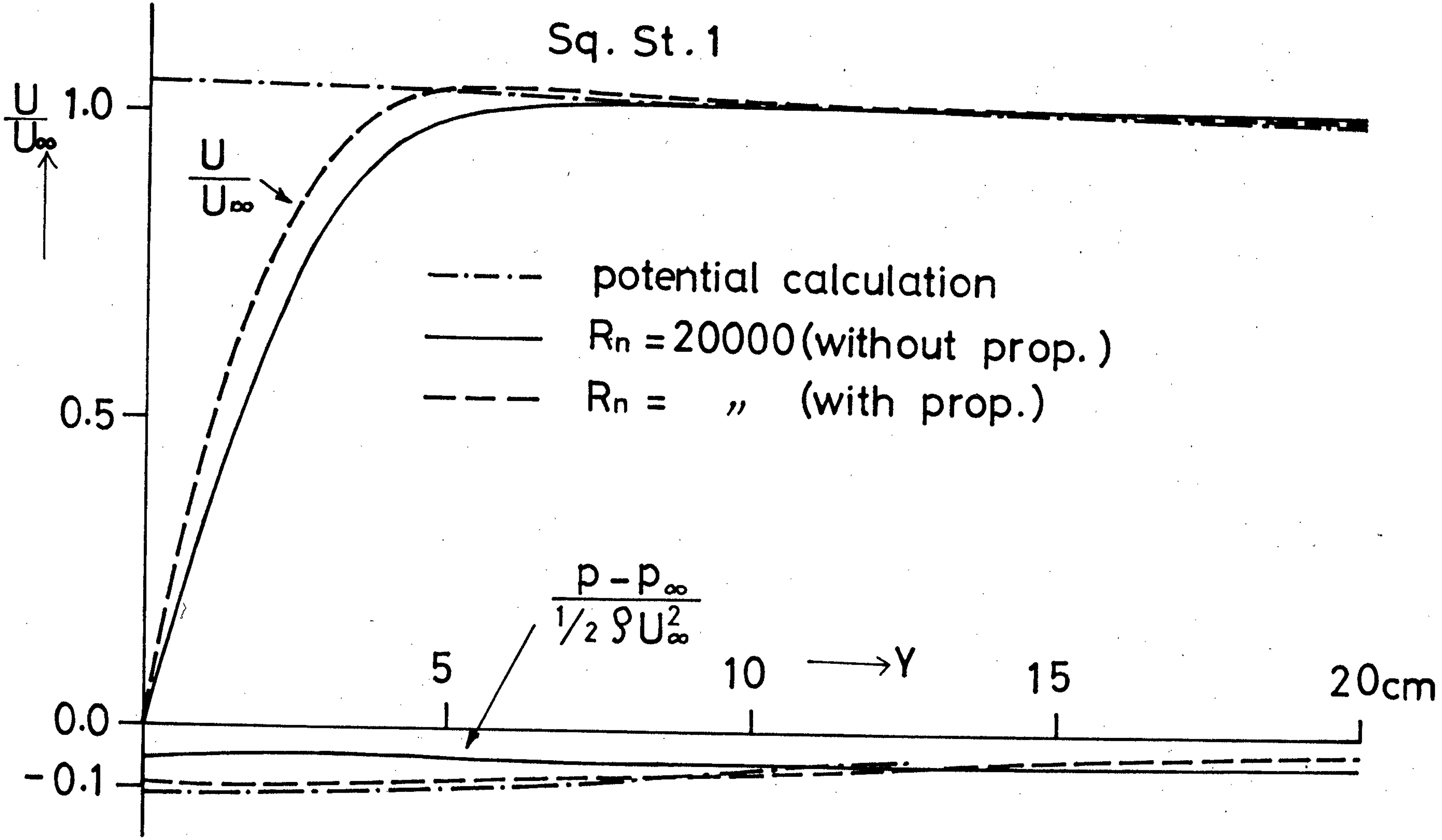

Fig.42 Velocity and pressure distribution in the boundary layer (Flat plate)

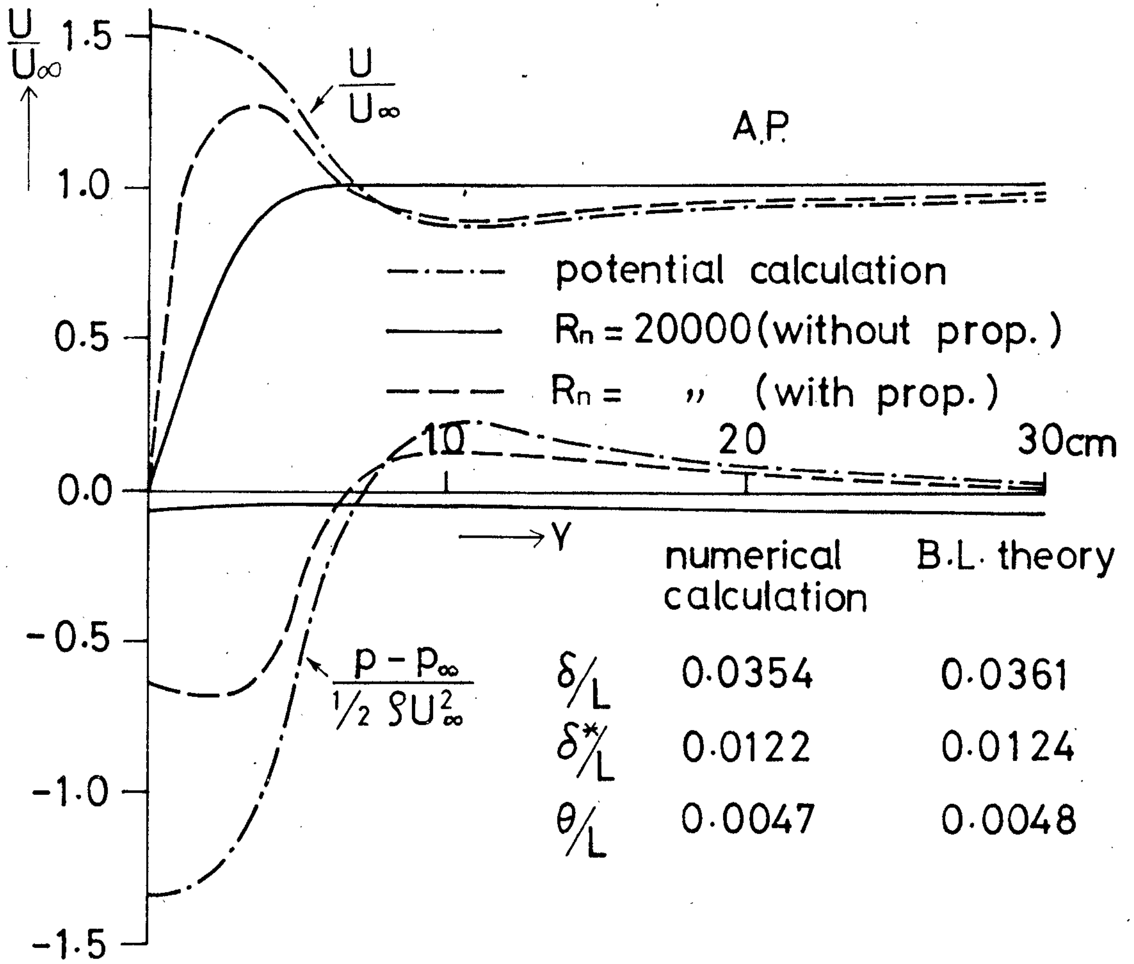

Fig.43 Velocity and pressure distribution in the boundary layer (Flat plate)

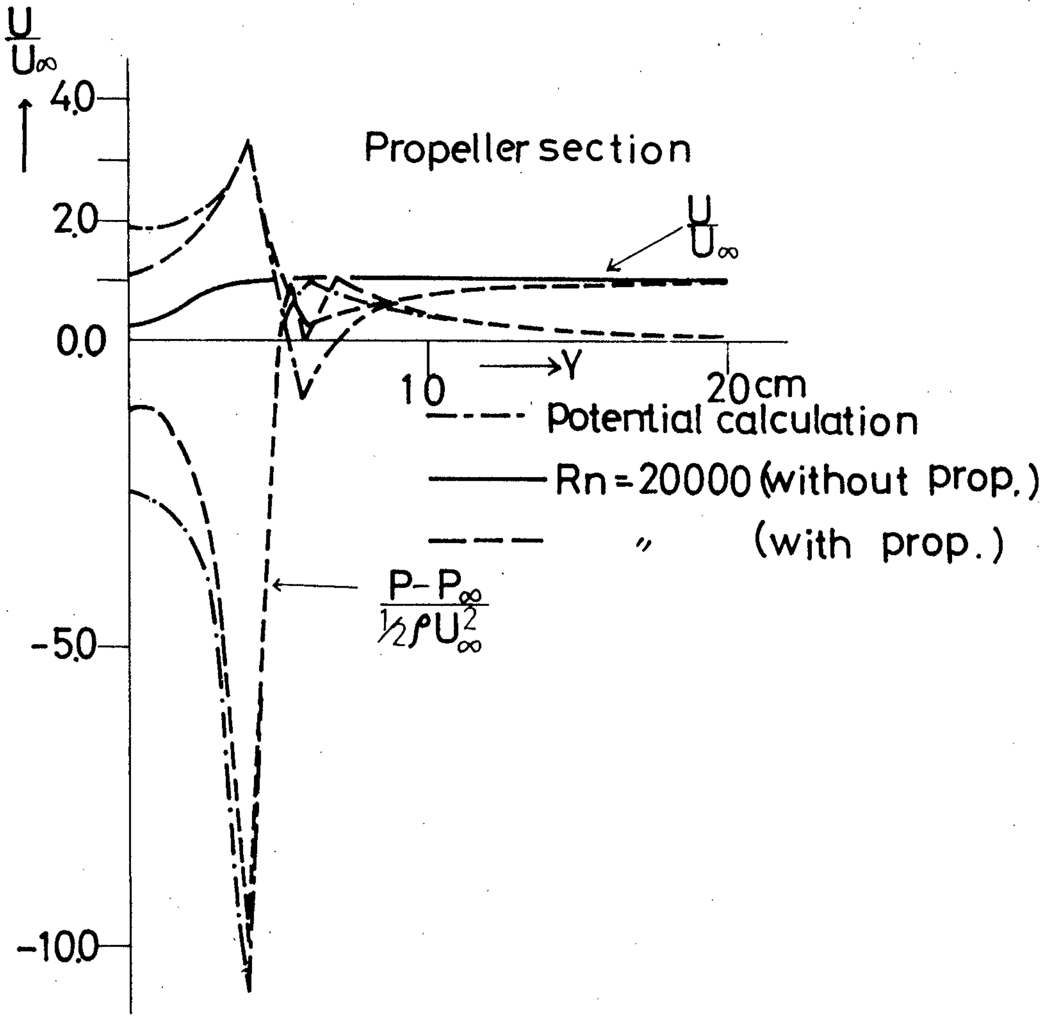

Fig.44 Velocity and pressure distribution in the wake (Flat plate)

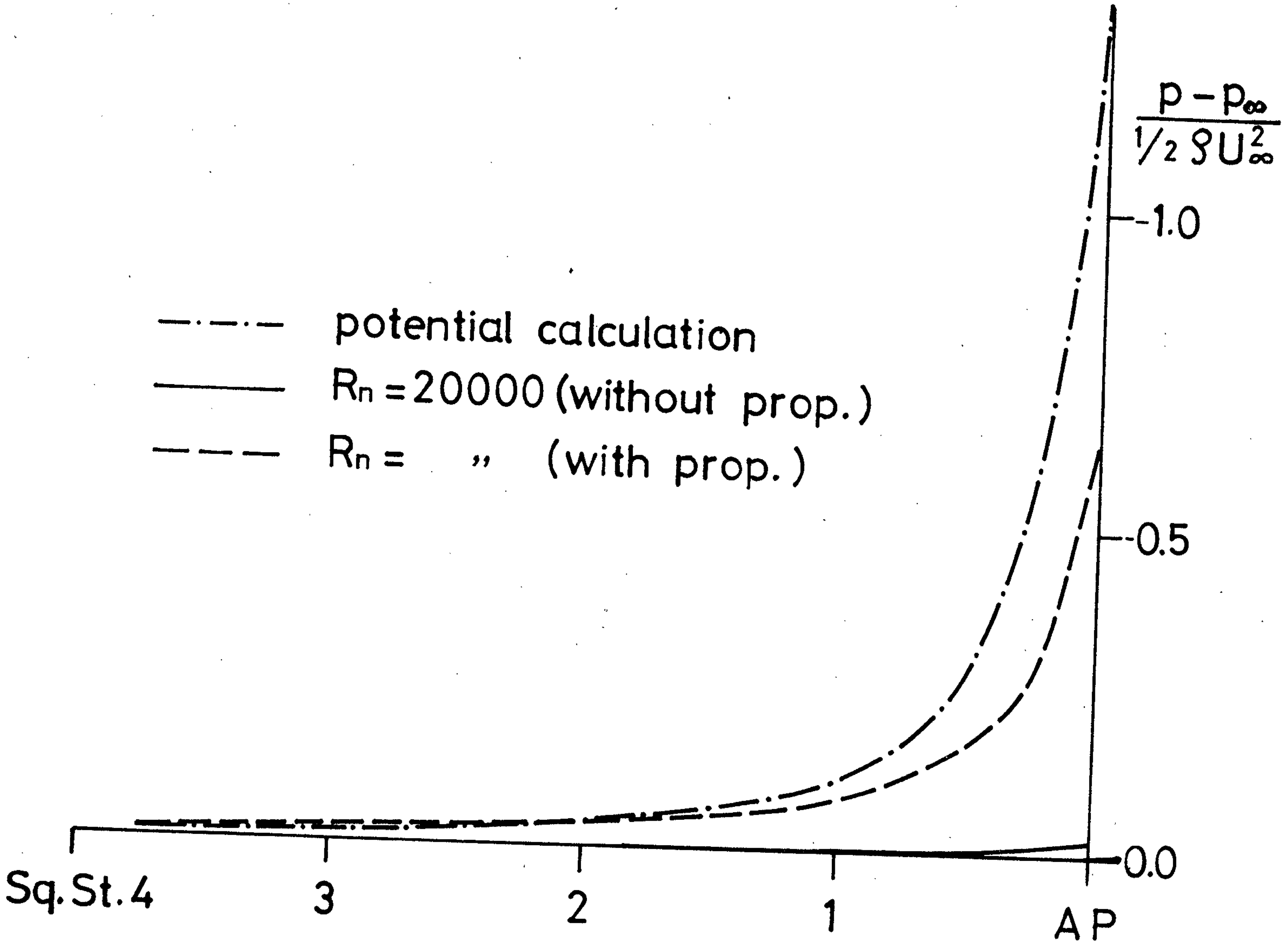

Fig.45 Pressure drop induced by propeller (Flat plate)

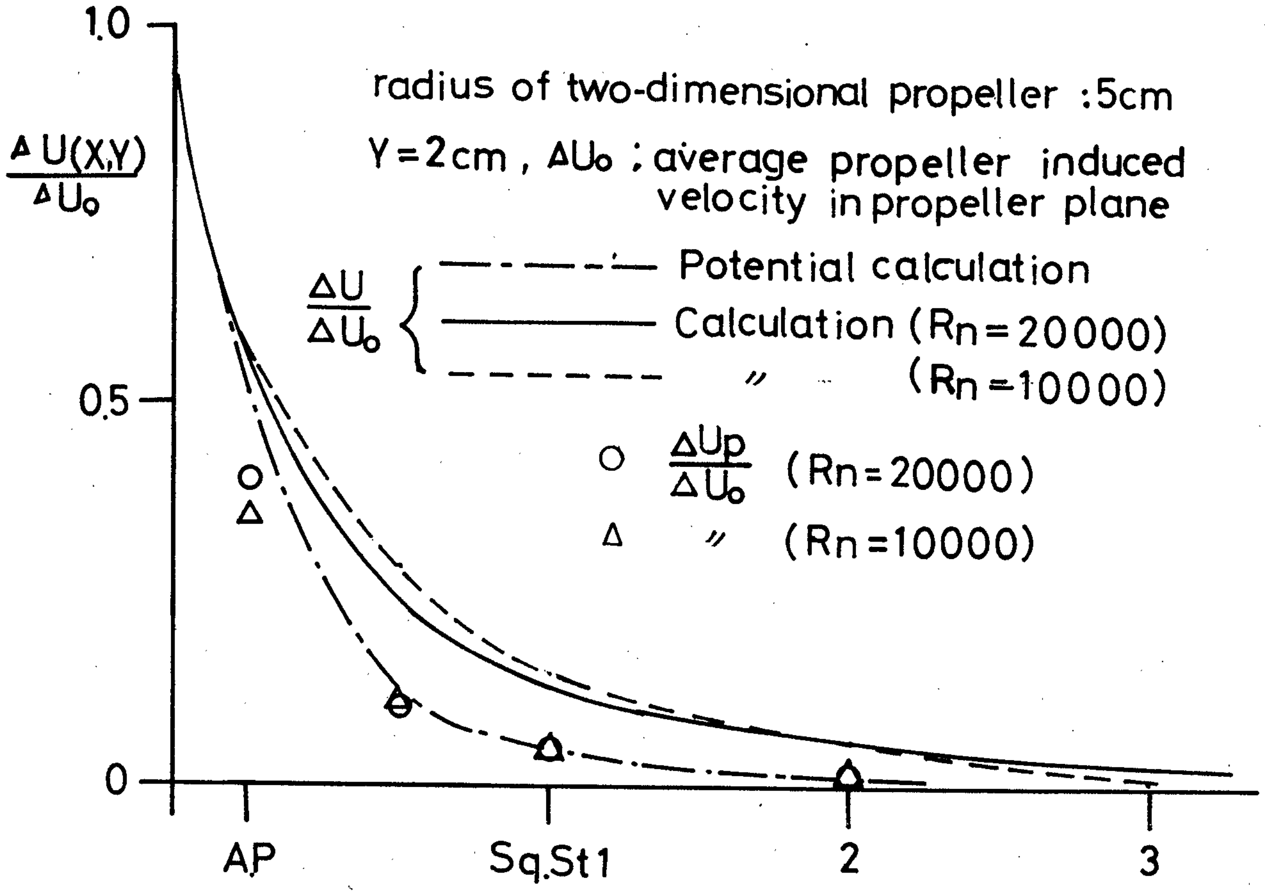

Fig.46 Propeller induced velocity (Flat plate)

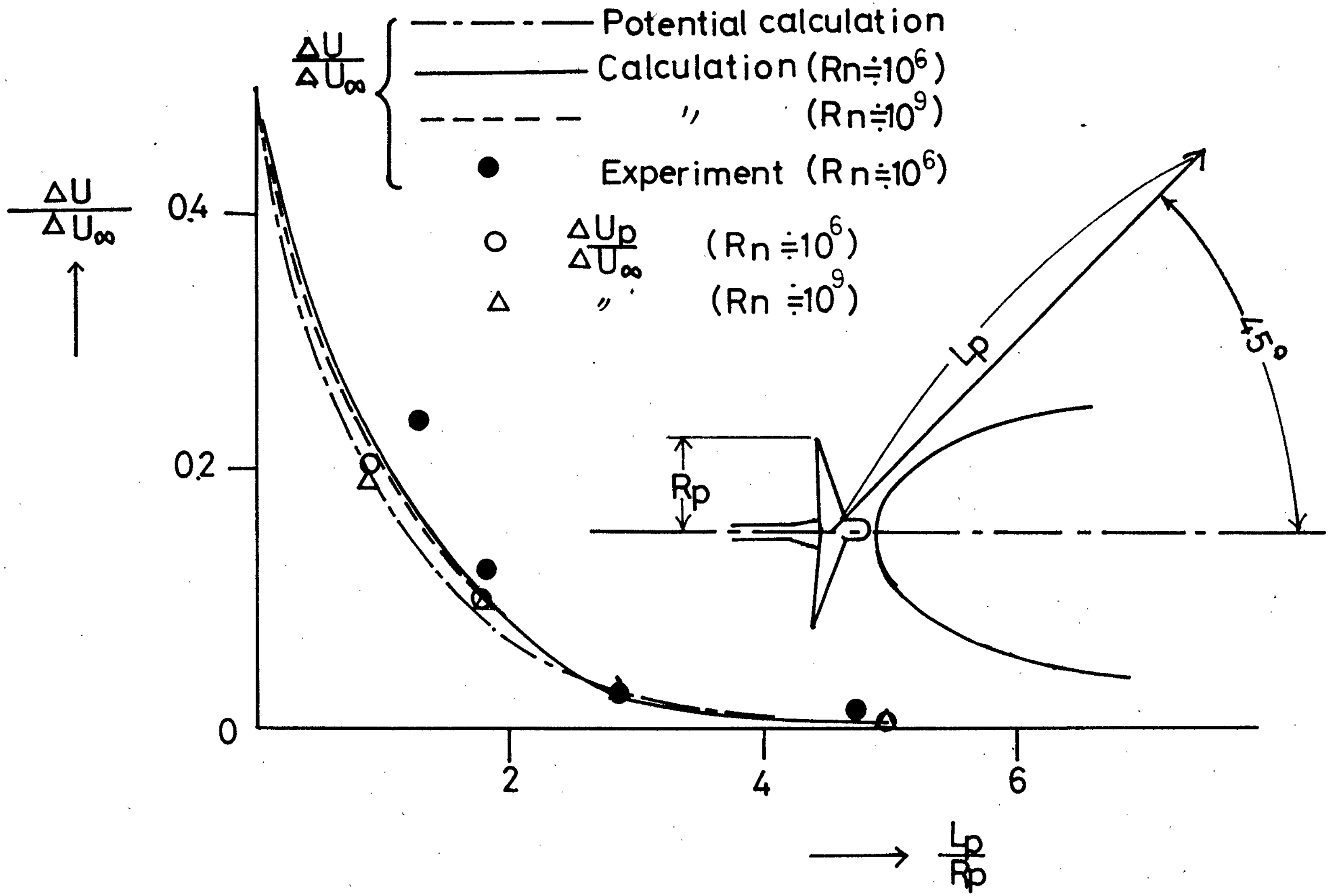

Fig.47 Propeller induced velocity (Body of revolution)

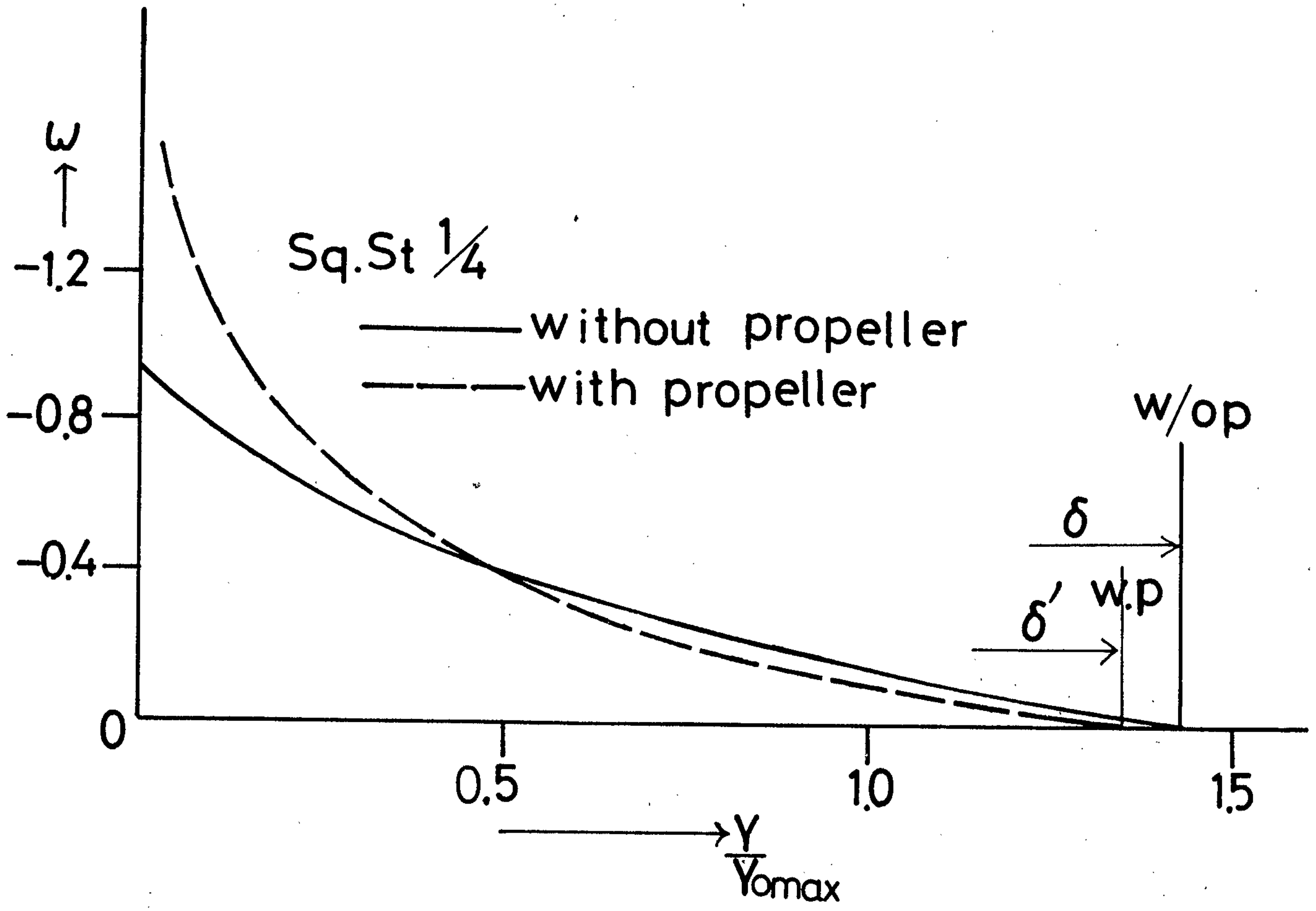

Fig.48 Vorticity distribution in the boundary layer (Body of revolution)

length of flat plate :160cm

radius of two dimensional propeller : 5cm

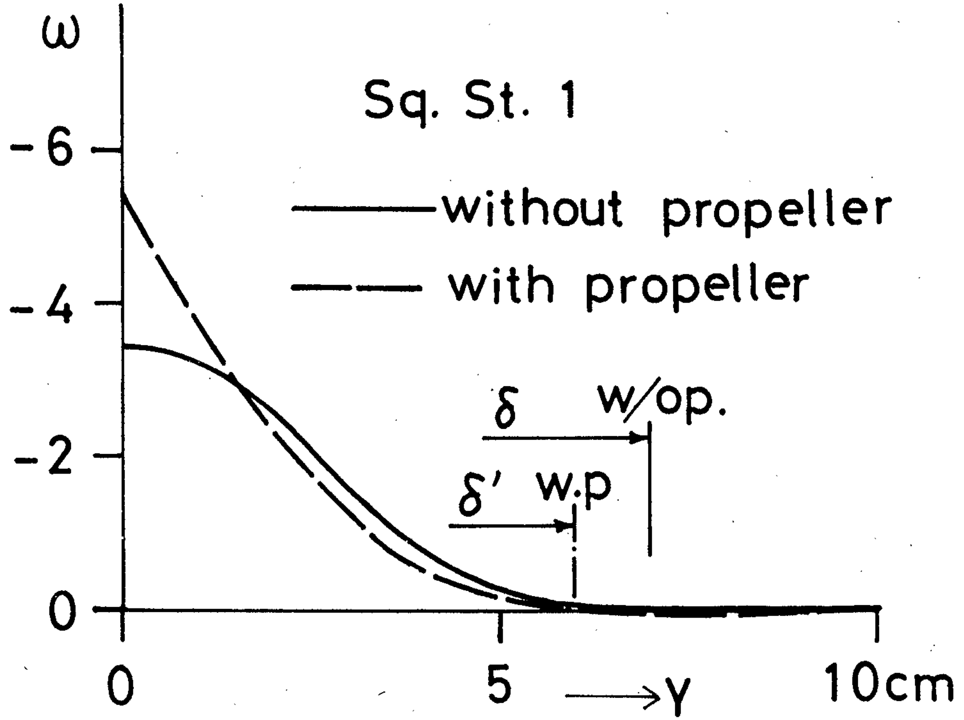

Fig.49 Vorticity distribution in the boundary layer (Flat plate)

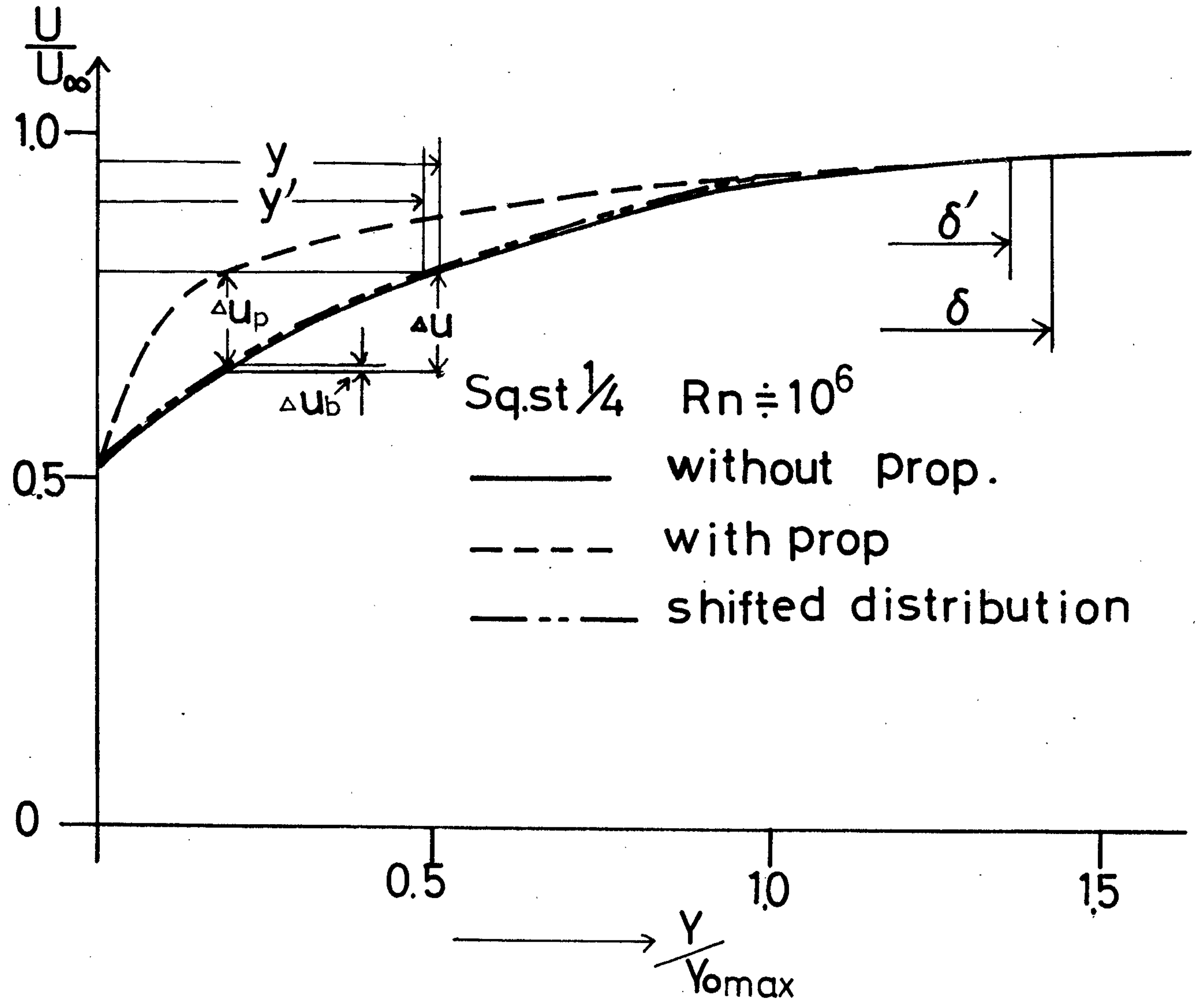

Fig.50 Illustration for obtaining Δu_p and Δu_b (Body of revolution)

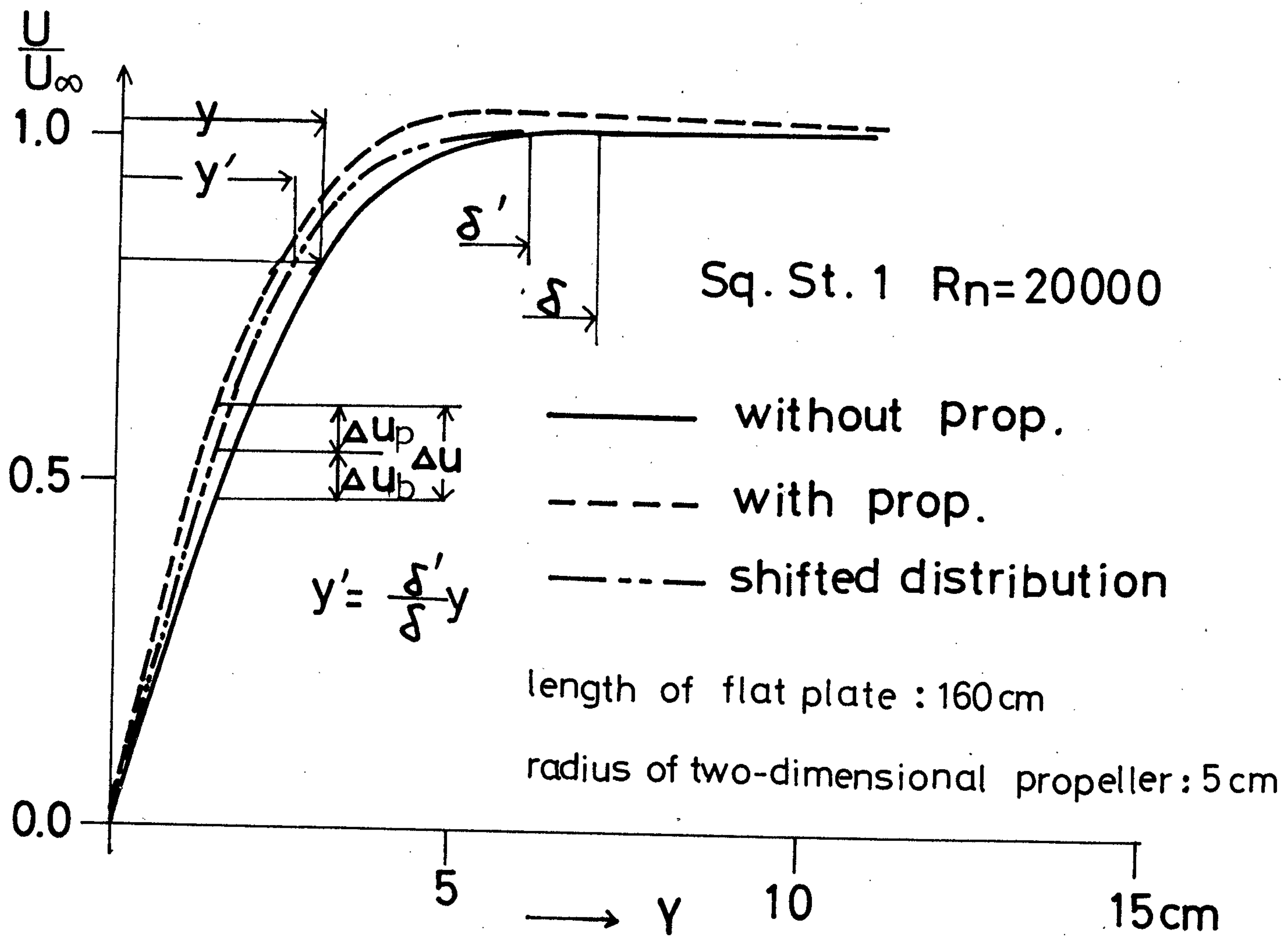

Fig. 51 Illustration for obtaining Δu_p and Δu_b (Flat plate)

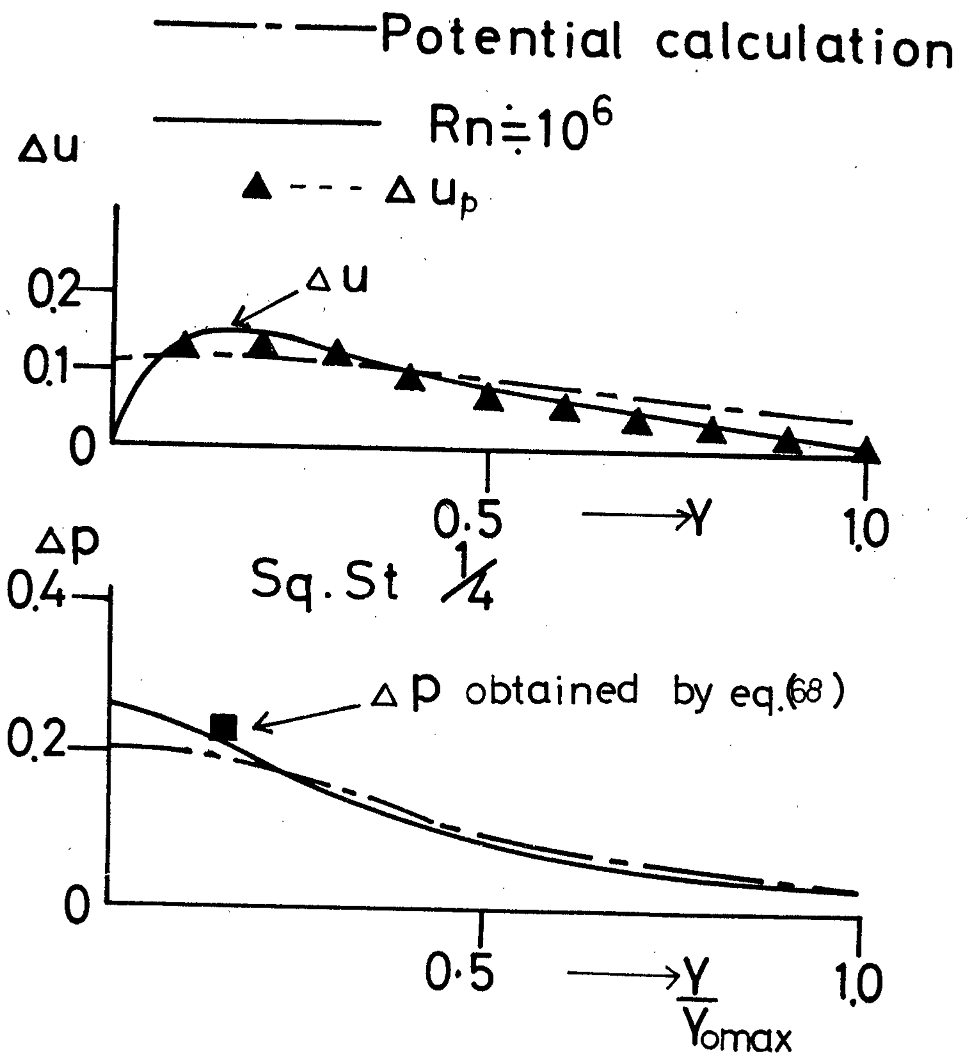

Fig.52 Δp obtained by eq.(68) (Body of revolution)

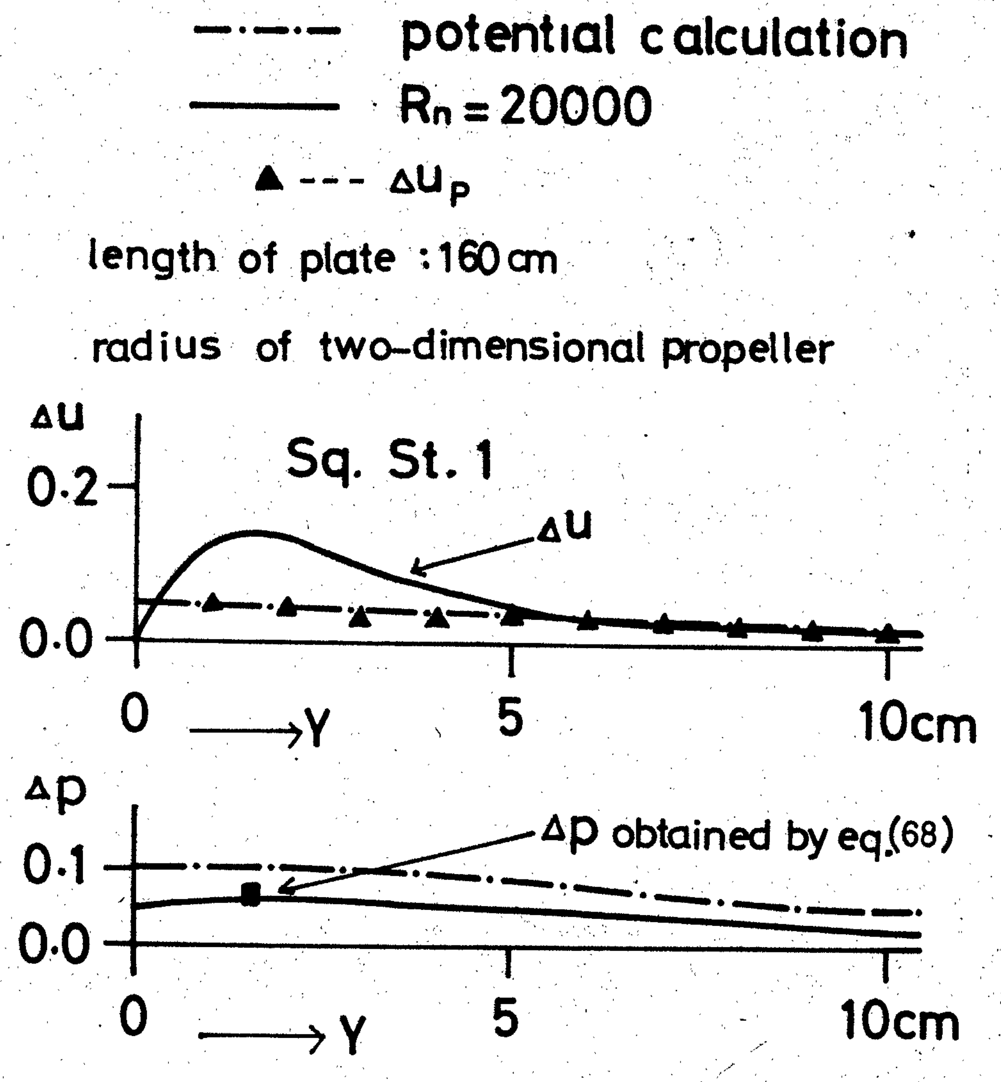

Fig. 53 Δp obtained by eq.(68) (Flat plate)