縦衝撃荷重下における金属材料の高速塑性変形に関する研究

昭和49年3月

谷　村　真　治

論文目録

大阪大学

報告番号	乙第1409号	氏名	谷村眞治

主論文　縦衝撃荷重下における金属材料の高速塑性変形に関する研究

参考論文

題名　金属の高ひずみ速度圧縮強さ（第1報，アルミニウム，アルミニウム合金および銅の場合）
日本機械学会論文集
昭和42年33巻246号　182頁～189頁
谷村眞治　他1名と共著

題名　Strain Distributions under Impulsive Loading
（衝撃荷重下におけるひずみ分布について）
Proc. 10th Japan Congr. Test. Mat., (1967), 83-87.
谷村眞治　他1名と共著

題名　超ジュラルミンの焼入れ直後および時効硬化後の動的圧縮挙動
日本材料学会誌（材料）
昭和43年17巻178号　635頁～641頁
谷村眞治　他1名と共著

題名　金属の高ひずみ速度圧縮強さ（第2報，ステンレス鋼，極軟鋼および純鉄の場合）
日本機械学会論文集
昭和45年36巻285号　714頁～722頁
谷村眞治　他1名と共著

論文目録

大阪大学

報告番号	乙第　　号	氏名	谷　村　眞　治

題名　ひずみ速度依存性をあらわす棒における塑性波の解析

日本機械学会論文集

昭和45年36巻288号　1247頁～1255頁

谷村眞治　他1名と共著

題名　Relation between Dynamic Stress and Strength of Metals under Impulsive Loading

（衝撃荷重下における金属の動的応力と強さとの関係）

Bulletin of Univ. of Osaka Prefecture, Ser. A, 19-2(1970), 223-236.

谷村眞治　他2名と共著

題名　金属の高ひずみ速度圧縮強さ（第3報，亜鉛，マグネシウムおよび鉛の場合）

日本機械学会論文集

昭和46年37巻303号　2027頁～2035頁

谷村眞治　他1名と共著

題名　金属の高ひずみ速度圧縮強さ（第4報，変形機構と変形抵抗について）

日本機械学会論文集

昭和47年38巻308号　715頁～724頁

谷村眞治　他1名と共著

題名　Deformation Mechanism and Strength of Metals under Impulsive Loading

（衝撃荷重下における金属の変形機構と強さ）

論文目録

大阪大学

報告番号	乙第　　号	氏名	谷村眞治

MECHANICAL BEHAVIOR OF MATERIALS

Proceedings of the 1971 International Conference on Mechanical Behavior of Materials, Kyoto

Vol. I, (1972), 195-205.

谷村眞治　他1名と共著

縦衝撃荷重下における金属材料の高速塑性変形に関する研究

昭和49年3月

谷　村　真　治

目　　　　次

主　要　記　号　表

A, A', B, H ：材料の応力―ひずみ速度特性をあらわす定数

A_a, A_s ：応力棒と試験片棒との断面積

C, C_2, C_3 ：応力―ひずみ曲線をあらわす関係式の係数

E, E_0 ：縦弾性係数

E_a ：応力棒の縦弾性係数（試験片棒と区別する場合）

G ：横弾性係数

K ：体積弾性係数

V ：衝撃速度

V_0 ：衝突速度（衝突直前の相対速度）

V_1, V_2,……, V_n ：試験片後端（自由端）で反射した第1回，第2回,………;第 n 回目の弾性波が後続の塑性波と出合った位置での粒子速度

V_{1a}, V_g, V_{ga} ：試験片棒が応力棒に衝突した場合の、$x-t$ 面上での反射または干渉直後の粒子速度

V_e ：衝撃速度の弾性限度に対応する成分

V_I ：入射波の粒子速度

V_T ：透過波の粒子速度

V_R ：反射波の粒子速度

V_{em} ：放射状の破壊を生ずる限界衝撃速度

V_{xe} ：$\sigma_{x\mathrm{De}}$ に対応する衝撃速度

b ：バーガース・ベクトル

C ：ひずみ波の伝ぱ速度（とくにことわらない限り単軸状態）

主要記号表

C_0 ：弾性波速度（弾性波の伝ぱ速度）

C_1 ：縦波（dilatational wave 膨張波）の伝ぱ速度
$[(\lambda+2G)/\rho]^{1/2}$

C_2 ：横波（distortional wave）の伝ぱ速度　$(G/\rho)^{1/2}$

C_a，C_s ：応力棒と試験片棒との弾性波速度（両棒を区別する場合）

C_h ：圧縮波の伝ぱ速度　$(K/\rho)^{1/2}$

C_p ：塑性波速度（塑性域での一定ひずみレベルの伝ぱ速度）

$g(\sigma,\varepsilon)$ ：材料のひずみ速度依存性をあらわす関数

$g_N, g_W, g_S, g_E,$ ：特性曲線場での網目の交点における関数 $g(\sigma,\varepsilon)$

t ：時間

u ：変位

v ：粒子速度（一般的表示）

v_N, v_W, v_S, v_E ：特性曲線場での網目の交点における粒子速度

x ：衝撃前の衝撃端からの距離（ラグランジュ座標）

Γ ：衝撃端面条件をあらわすパラメータ

γ ：試験片棒と応力棒との断面積比　A_s/A_a

ε ：公称ひずみ

ε' ：弾性ひずみ

ε'' ：塑性ひずみ

ε_1 ：衝撃端から塑性波頭までのひずみ（Plateau ひずみ）

ε_x ：x 軸方向のひずみ成分

$\varepsilon_N, \varepsilon_W, \varepsilon_S, \varepsilon_E$ ：特性曲線場での網目の交点におけるひずみ

$\dot{\varepsilon}$ ：ひずみ速度

λ ：ラーメの定数

ν ：ポアソン比

ρ, ρ_0 ：密　度

ρ_a, ρ_s ：応力棒と試験片棒との密度（両棒を区別する場合）

ρ' ：平均転位密度

σ ：公称応力

σ_0 ：衝撃端での応力（第3章と第6章では，とくに衝撃の瞬間応力を示す）

$\sigma_1, \sigma_2, \cdots\cdots, \sigma_n$ ：試験片後端（自由端）で反射した第1回，第2回，………，第 n 回目の弾性波が後続の塑性波と出合った位置での応力

$\sigma_{1a}, \sigma_{1s}, \sigma_{\mathscr{g}}, \sigma_{\mathscr{g}a}, \sigma_{\mathscr{g}s}$ ：試験片棒が応力棒に衝突した場合の，$x-t$ 面上での反射または干渉直後の応力

σ_{D} ：動的応力

σ_{De} ：動的曲線の弾性限度

σ_e ：弾性限度

σ_r ：半径方向応力

σ_x ：x 軸方向の応力成分

$\sigma_{x\mathrm{D}e}$ ：平面縦衝撃での弾性限度（弾性波の応力振幅の限度を意味）

$\sigma_{\mathrm{N}}, \sigma_{\mathrm{W}}, \sigma_{\mathrm{S}}, \sigma_{\mathrm{E}}$ ：特性曲線場での網目の交点における応力

σ_{S} ：静的応力

σ_{I} ：入射波の応力

σ_{T} ：透過波の応力

σ_{R} ：反射波の応力

σ_{Y} ：単軸引張りまたは圧縮での降状応力

第1章　序　　　論

1.1　緒　　言

高速荷重下での材料の高速変形については，強度や組織の変化あるいは破壊などの材料特性に対しての関心とともに，設計・加工などの実用面からも深い関心がもたれてきた．また近年の，宇宙航空分野での衝撃問題や塑性加工技術の高速化にともない，この方面の研究はますます活発に行なわれるとともに，計測技術の進歩と転位論の発展にともない，さらに進んだ材料学的観察も行なわれている．

ひずみ速度約10 1/S 以上の高速変形は，弾塑性波伝ぱをともなう力学的問題と，高速変形時の強度や組織の変化などの材料学的問題とが同時にからみ合った複雑な挙動となる．したがって衝撃的荷重の負荷条件や材質の相違によって大きく異なった現象を示す場合が少なくなく，また単なる力学的現象を材料学的性質と誤って解釈する危険性もある．

このような複雑な現象をより単純な形でとらえるためにも，多くの場合，単軸の縦衝撃実験による研究が行なわれている．また弾塑性波伝ぱの問題の理論的取扱いにおいては，材料のひずみ速度依存性をあらわす構成式を仮定することから出発しているのが現状である．

本論文は，衝撃速度　数 m/S から約200 m/S の高速度の縦衝撃を直接作用させることによる高速変形挙動について，主として力学的観点から，弾塑性波伝ぱと反射・干渉について調べるとともに，このような高速衝撃荷重下での各種材料についての変形強さについて調べたものである．

1．2 従来の研究の概観

高速変形に関する研究は約１００年前からすでに始められ，衝撃的荷重下での弾塑性波伝ぱと材料そのものの性質についての深い関心がもたれるとともに，衝撃破損などを生じないようにするための設計とか塑性加工技術などの実用面からも深い関心がもたれてきた．爆発成形という着想は，１８９８年にすでに英国特許となっているそうであり，高エネルギ加工法あるいは高速塑性加工法に関する研究は，周知のように，今日なお，ますます活発に行なわれている．

塑性波伝ぱについては，Donnell（１９３０）によって最初に考えられ，その後第二次大戦中にKármán（１９４２），Taylor（１９４２）およびRakhmatulin（１９４５）によって，それぞれ別々に理論解析が行なわれた[(1)(2)]．その後Kolsky（１９５３），Lee（１９５３），Goldsmith（１９６０），Kawataら（１９６４）は，この理論とその応用について調べた[(3)〜(7)]．またこの理論を立証する多くの実験が行なわれたが[(8)〜(14)]，材料のひずみ速度依存性を無視したこの理論では説明づけられない現象のあることも一緒に明らかにされた．

Malvern（１９５１）はひずみ速度効果を考慮した理論を立て[(15)]，上記の矛盾を解消した[(16)]．これと相前後しながら，ひずみ速度とoverstress との関係が，一次関数[(16)〜(19), (22)]，対数関数[(16)]あるいは巾関数[(20)〜(22)]などの場合を仮定して，弾塑性波伝ぱについての理論的研究が続けられた[(2)(23)]．またDeVault（１９６５）は，横方向の慣性項を考慮することによりKármán理論の誤差について調べ[(24)]，Lubliner（１９６４）はひずみ速度効果を考慮した理論を一般化して[(25)]，Kármán 理論とMalvern 理論とを結びつけた．最近，Shea（１９６８）は[(26)]，ひずみ速度効果に加工硬化と慣性項とを組み入れることにより数値解を求め，鉛棒についての実験結果と比較して，よく一致することを示した．また粘弾性体モデルによる粘弾性波に関する研究も行なわれ[(5)(23)(27)〜(30)]，山田・沢田ら

（1969）によって粘弾性波とその不連続問題への応用についてくわしく調べられている[(31)〜(34)].

弾塑性波伝ぱの問題を理論的に取扱うためにも，材料のひずみ速度効果を明らかにし，ひずみ速度依存性をあらわす構成式を求めることが重要な課題になるとともに，高速変形での材料学的性質を調べることの重要性から，多くの実験的研究が行なわれた．衝撃的荷重を与える実験方式を大別すれば，[(35)] (1) 落錘形式のもの，(2) 回転円板形式のもの，(3) 高圧ガスや火薬などの力をかりて，試験片のつかみ部やベッドを移動させる形式のもの，(4) 高圧ガスや火薬などの力をかりて，試験片に当てる物体を運動させる形式のものとになる．

便宜上，このような実験方式にそって概観するならば，(1)の方式による実験は，Johnson ら[(36)]，中川ら[(37)]，Baron[(38)]，Campbell ら[(39)(40)]，橋爪[(41)]，作井ら[(42)(43)]，大森ら[(44)]によって行なわれた．(2)の方式による実験は，作井ら[(45)(46)]，大森ら[(44)(47)]によって行なわれ，(3)の方式による実験は，高速ハンマを用いることにより大山ら[(48)]，大矢根ら[(49)]によって，また火薬を用いることにより今井ら[(50)]，山田ら[(51)]によって行なわれた．(4)の方式による実験法に Split Hopkinson bar 法があり，この方法による実験は Hauser ら[(52)〜(54)]，田中ら[(55)〜(57)]，Lindholm ら[(58)(59)]，吉田ら[(60)]，その他多くの研究者によって[(61)〜(64)]行なわれている．この方法は，一定ひずみ速度での応力―ひずみ線図が求められ，実験法も比較的簡便であることから．有力な実験法となっている．Bell[(65)]は，回折格子法により試片のひずみ分布を直接測定することによって，いわゆる平均値法であるこの方法では大きな誤差をともなうと主張し，Conn[(66)]もまた，試片内の反射・干渉を考慮してこの方法の応用性と限界について調べた．また最近，山田ら[(67)]もこの平均値法の精度

と限界について調べ，弾性限度の前後では比較的大きな誤差をともなうとしている．最近，この方法を応用して引張一圧縮実験法や[68]，約 10^5 1/S におよぶ高ひずみ速度域の実験法[69]が考案され，またごく最近，この実験法の二次元解析もこころみられている[70]．その他，(4)の方式による実験には，試験片棒を発射させて応力棒あるいは壁に衝突させる方式[11][71]や，発射物体を試片に衝突させる方式[72]～[75]など[76]～[78]があり，また衝突による立ち上り応力を約5 nsec の単位で測定することも行なわれている[75]．また近年，林ら[79]によって，高速度カメラ（２０万こま／秒）を併用しながら有限長棒の衝突の問題がくわしく調べられている．

静的変形から，衝撃速度　数１０m/S までの衝撃荷重を負荷したときの変形挙動は，すでに多くの材料について調べられ，変形応力のひずみ速度効果の大要が明らかにされた．しかしながら，ひずみ速度依存性をあらわす具体的な構成式は，一部の材料についてのある限られたひずみ速度域について示されているのに過ぎない．温度の効果も含めた一般的な構成式を求めることが，今日なお重要な課題の一つとなっている．また衝撃端面近傍における弾性限度付近の変形挙動を明らかにすることも，なお重要な問題であると考えられる．近年，数100m/S におよぶ高速衝撃実験も行なわれ[71][72]，二次元さらには三次元の衝撃問題や高圧下での変形挙動の問題にも深い関心がもたれている．

いっぽう，変形の微視的な機構に対するひずみ速度および温度依存性を調べるために，より単純な形でとらえる必要から，単結晶を用いた研究も行なわれていて[60][80][81]，転位の動力学的問題[82]～[86]に重要な手掛りが与えられるものと考えられている[81]．

1.3 著者の観点と本研究の概要

前節で述べたように，静的変形から衝撃速度　数10 m/Sまでの高速変形に関する変形挙動については，すでに多くの材料について調べられ，またひずみ速度10^2 1/Sのオーダまでのひずみ速度効果の大要は明らかにされている．しかしながら，衝撃速度10 m/S程度の比較的低速度の衝撃下においても，衝撃端近傍のひずみ速度は10^3 1/S に達する場合のあることが十分に考えられる．さらに高速度の，立上り時間の極めて短かい高速縦衝撃が有限長棒の一端に作用し，高速変形が与えられるときの衝撃端近傍および有限長棒全長における高速変形挙動については，まだ十分には明らかにされていない．またこのような高速衝撃による高ひずみ速度下での材料の変形強さについて，実験的に明らかにした論文はまだない．

本研究は，棒の一端に立上り時間の極めて短かい高速縦衝撃が作用し，高速塑性変形が与えられるときの変形挙動について，主として力学的観点から，弾塑性波伝ぱとその反射・干渉の問題を明らかにし，そのような波動伝ぱ時の高ひずみ速度下における材料の変形強さを明らかにする目的で始めたものである．

材料の動的変形強さを求める実験法の代表的なものに，Split Hopkinson bar 法(thin wafer 法とも呼ばれている)がある．この方法は一定ひずみ速度での応力―ひずみ線図が比較的簡便に求められる有力な実験法であって広く採用されているが，透過応力波を利用するために，試片に作用させる衝撃速度は数10 m/S以下に制限される．また短かい試片を用いたいわゆる平均値法であるので，急峻な立上りの衝撃荷重下における弾塑性波伝ぱとその反射・干渉の問題を調べる目的には適していない。したがって本研究では，弾性棒と塑性棒とを一直線状に衝突させ，棒の一端に高速縦衝撃を直接作用

させる方法をとり，塑性棒に高速変形が与えられるときの挙動を対象にした．

ところで従来の高速衝撃の研究では，衝撃端の条件としては端面の応力または速度を与えていて，衝突物体の変形をも考慮した論文は見当らない．そこで本論文の第２章では，弾性棒と塑性棒との衝突により塑性棒に高速変形が与えられるときの弾塑性波伝ぱとその反射・干渉を繰り返す問題について解析を行ない，そのような波動伝ぱ時の棒全長における変形挙動を明らかにしている．また塑性波伝ぱ時におけるひずみ速度について解析し，高速変形時のひずみ速度状態を明らかにしている．

第３章では，衝撃問題を取り扱う上において極めて重要と考えられる衝撃端近傍の挙動に対して，材料のひずみ速度効果を考慮したMalvern 理論を応用して理論解を求めている．この場合衝撃端の条件が特に重要であって，本論文では弾性変形をする応力棒と弾塑性変形をする試料棒との組合せである実際的な端面条件を設定した．衝撃端近傍における弾塑性波伝ぱに対する端面条件，衝撃速度およびひずみ速度依存性の影響について詳細に調べている．従来の理論的研究では端面条件として応力または変位の形で与えており，そしてそれと実際の実験結果とを比較していたが，実験結果と比較するときはこのような弾性棒と塑性棒との衝突として求めた理論解と比較しなければ端面条件が著しく異なることも明らかにしている．さらに，Kármán 理論では説明できなかった衝撃端ごく近傍の変形が著しく大きくなる現象について，この理論解で良く説明している．

第４章では，試料棒を数m/sから約２００m/sの高速度で発射させ，応力棒に一直線状に衝突させることにより試料棒端に高速縦衝撃を作用させることのできる実験装置（試作）および実験方法について述べるとともに，この方法により試料棒に大変形におよぶ高速変形を与える実験を行なって求めた

結果について述べている．高速変形挙動は，結晶構造の相違や変形中での内部構造の変化などによって実験材料特有の現象を表わす場合のあることが考えられるので，面心立方晶系，体心立方晶系およびちゅう密六方晶系の合計１１種類の材料（多結晶体）を選定し，これらの材料に対して一連の実験を行なった．これらの各種材料に対する衝撃荷重下での試料棒全長における変形形態を実験的に明らかにするとともに，このような衝撃荷重下での高ひずみ速度（10^3 ～10^4 1/Sのオーダ）での変形応力を求めている．

第５章では，衝撃速度とプラトー部分のひずみとの関係を高速度の範囲まで実測し，このような衝撃圧縮に対するKármán理論の適用性と限界を明らかにしている．これまでは，衝撃速度とプラトー部分のひずみとの関係を実験値と比較してKármán理論の適用性を調べることにより，材料のひずみ速度依存性が調べられると解釈されている場合があったが，それは実際には極めて困難であることを実証している．さらに同一材料においても，各衝撃速度特有の応力－ひずみ経路をとることが考えられ，その経路にKármán理論を適用すれば高速度の変形に対しても広く応用できることについて言及している．

第６章では，衝撃荷重下における高速塑性変形に関する研究は，高速加工，高速疲れおよび衝撃破損の実際面とも密接に関連し，広い応用性を有していることについて検討し，またそのような実際面に対する今後の問題点について考察している．

第７章では，本研究によって得られた結果を，総括して述べている．

第　1　章　の　文　献

(1)　Th. von Kármán & P. Duwez, J. Appl. Phys., 21(1950-

10), 987.

(2) Kh. A. Rakhmatulin & Yu. A. DemYanov, Strength Under High Transient Loads, (1966), Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.

(3) H. Kolsky, Stress Waves in Solids, (1963), Dover Pub., Inc..

(4) E. H. Lee, Quart. Appl. Math., 10 (1953), 335.

(5) E. H. Lee, International Symposium on Stress Wave Propagation in Materials, (1960), 199, Inter. Pub., Inc., New York.

(6) W. Goldsmith, Impact, (1960), Edward Arnold (Pub.), London.

(7) K. Kawata. ほか2名, 東京大学航空研究所報告, 389 (1964-3), 165.

(8) P. E. Duwez & D. S. Clark, Proc. Amer. Soc. Test. Mater., 47 (1947), 502.

(9) J. F. Bell, J. Appl. Phys., 27-10 (1956-10), 1109.

(10) J. F. Bell, J. Appl. Phys., 30-2 (1959-2), 196.

(11) H. Kolsky & L. S. Douch, J. Mech. Phys. Solids, 10-4 (1962), 195.

(12) J. F. Bell, Behavior of Materials Under Dynamic Loading, (1965), 19, ASME.

(13) J. F. Bell, J. Mech. Phys. Solids, 16 (1968), 295.

(14) O. W. Dillon, Jr., J. Mech. Phys. Solids, 15 (1967)

341.

(15) L. E. Malvern, Quart. Appl. Math., 8 (1951), 405.

(16) L. E. Malvern, J. Appl. Mech., 18-2 (1951-6), 203.

(17) **В. В. СОКОЛОВСКИЙ, Прикладная математика и механика,** 12 (1948), 261.

(18) **В. В. СОКОЛОВСКИЙ, Доклады Академии Наук СССР,** , 60-5 (1948), 775

(19) E. R. Wood & A. Phillips, J. Mech. Phys. Solids, 15 (1967-7), 241.

(20) P. S. Symonds & T. C. T. Ting, J. Appl. Mech., Trans. ASME. (1964-12), 611.

(21) T. C. E. Ting, J. Appl. Mech., Trans. ASME, (1966-9), 505.

(22) E. A. Ripperger & H. Watson, Jr., Mechnical Behavior of Materials Under Dynamic Loads, (1968), 294, Springer-Verlag.

(23) N. Cristescu, Dynamic Plasticity, (1967), 115, North-Holland.

(24) G. P. DeVault, J. Mech. Phys. Solids, 13 (1965), 55

(25) J. Lubuliner, J. Mech. Phys. Solids, 12 (1964), 59.

(26) J. H. Shea, J. Appl. Phys., 39-8 (1968-7), 4004.

(27) D. R. Bland & E. H. Lee, J. Appl. Mech., (1956-9), 416

(28) H. Kolsky, International Symposium on Stress Wave

Propagation in Materials, (1960), 59, Inter. Pub., New York.

(29) H. Kolsky, Behavior of Materials Under Dynamic Loading, (1965), 1, ASME.

(30) 鈴木, 機械学会論文集, 33-249(昭42-5), 686.

(31) 山田・沢田, 塑性と加工, 10-98(1969-3), 141.

(32) 沢田・山田, 塑性と加工, 11-117(1970-10), 724.

(33) 山田・沢田, 塑性と加工, 11-119(1970-12), 876.

(34) 山田・永井, 第21回塑性加工連合講演会前刷, (昭45-11), 467.

(35) 田中, 第12回材料の強度と疲労総合シンポジウム集, (昭42-4), 133.

(36) J. E. Johnson・ほか2名, J. Appl. Mech., (1953-12), 523.

(37) 中川・奥田, 材料試験, 5-28(昭31-1), 21.

(38) H. G. Baron, J. Iron Steel Inst., (1956-4), 354.

(39) J. D. Campbell & C. J. Maiden, J. Mech. Phys. Solids, 6-1 (1957), 53.

(40) C. J. Maiden & C. D. Campbell, Phil. Mag. Ser. 8, 3 (1958), 872.

(41) 橋爪, 機械の研究, 10-1(1958), 31.

(42) 作井・ほか2名, 日本金属学会誌, 28-8(1964), 325および439.

(43) 作井・ほか, 日本金属学会誌, 28-8(1964), 443; および同誌, 30-5(1966), 493.

(44) 大森・吉永, Proc. 9th-Japan Congr. Test. Mat., (1960), 58.

(45) 作井・ほか, Proc. 3rd Japan Congr. Tst. Mat., (1960), 95.

(46) 作井・ほか, 鉄と鋼, 47-6(昭36-6), 800; 48-1(昭37-1) 28; 49-1(昭38-1), 55; 49-7(昭38-7), 996.

(47) 大森・ほか, 日本金属学会誌, 30-12(19966), 1131, 31-4(1967), 433, 31-7.(1967), 916, 32-7(1968), 686, 33-6(1969), 730, 34-8(1970), 792.

(48) 大山・ほか2名, 日本金属学会誌, 29-3(1965), 277.

(49) 大矢根・ほか3名, Proc. 10th Japan Congr. Test. Mat., (1966), 72.

(50) 今井・萩原, 日本金属学会誌, 29-1(1965), 7.

(51) 山田・ほか, 材料, 14-138(昭40-3), 192, 14-145(昭40-10), 813, 15-153(昭41-6), 425.

(52) F. E. Hauser・ほか2名, RMHVD, (1961), 93, Inter. Pub., New York.

(53) T. L. Larsen・ほか3名, J. Mech. Phys. Solids, 12 (1964), 361.

(54) F. E. Hauser, Experimental Mech., (1966-8), 395.

(55) 田中・ほか, Proc. 7th Japan Congr. Test. Mat., (1964), 87 および91.

(56) 田中・ほか3名, 機械学会論文集, 31-226(昭40-6), 883.

(57) 田中, 機械学会誌, 69-575(昭41-12), 1594.

(58) U. S. Lindholm, J. Mech. Phys. Solids, 12(1964),

317.

(59) U. S. Lindholm, Behavior of Materials Under Dynamic Loading, (1965), 42, ASME.

(60) 吉田・ほか, 日本金属学会誌, 29-1(1965), 99, 29-8(1965), 811, 30-9(1966), 879, 31-4(1967), 444; 31-11(1967), 1237, 33-2(1969), 272.

(61) E. D. H. Davies & S. C. Hunter, J. Mech. Phys. Solids, 11(1963), 155.

(62) L. E. Malvern, 文献(59)のP. 81.

(63) G. E. Nevill, Jr. & C. D. Myers, J. Mech. Phys. Solids, 16(1968), 187.

(64) S. K. Samanta & J. Mägi, Proc. 2nd Int. Conf. Center for High Energy Forming, (1969-6), Colorado, U. S. A., P. 2.5.2.; 臼井・ほか, 精密機械, 37-4(1971-4), 268.; ほか.

(65) J. F. Bell, J. Mech. Phys. Solids, 14(1966), 309.

(66) A. F. Conn, J. Mech. Phys. Solids, 13(1965), 311.

(67) 山田・ほか2名, 塑性と加工, 9-84(1968-1), 55.

(68) U. S. Lindholm & L. M. Yeakley, Experimental Mech., (1968-1), 1.

(69) C. K. H. Dharan & F. E. Hauser, Experimental Mech., (1970-9), 370.

(70) L. D. Bertholf & C. H. Karnes, Abstracts of Int. Conf. Mech. Behav. Mat., Vol. 3, 936, (1971-8), Kyoto ICM.

(71) B. M. Butcher & C. H. Karnes, J. Appl. Phys., 37-1 (1966-1), 402.

(72) J. W. Taylor & M. H. Rice, J. Appl. Phys., 32-2 (1963-2), 364.

(73) E. Schmidtmann u. H. U. Plaul, Arch. Eisenhüttenwes., 36-10(1965), 699.

(74) C. H. Karnes & E. A. Ripperger, J. Mech. Phys. Solids, 14(1966), 75.

(75) L. M. Barker・ほか2名, J. Appl. Phys., 37-5(1966-4), 1989.

(76) H. Kishida & K. Senda, Experimental Mech., (1968-12), 567.

(77) 岸田・千田, 機械学会論文集, 37-297 (昭46-5), 875.

(78) C. R. Hoggatt & R. F. Recht, 文献(64)のP. 2.2.2.

(79) 林・ほか2名, 機械学会論文集, 37-293 (昭46-1), 1.

(80) 作井・ほか, 日本金属学会誌, 29-6(1965), 665; 30-4(1966), 412; 30-10(1966), 984; 31-2(1967), 204.

(81) 永田, 第5回西山記念技術講座資料(昭44-8), 日本鉄鋼協会.

(82) G. T. Hahn, Acta Met., 10(1962), 727.

(83) J. W. Taylor, J. Appl. Phys., 36-10(1965-10), 3146.

(84) 中村, 塑性と加工, 7-71(1966-12), 636.

(85) J. M. Kelly & P. P. Gillis, J. Appl. Phys., 38-10 (1967-9), 4044.

(86) 五弓・木原, 日本金属学会誌, 31-4(1967), 363および368.

第2章　弾塑性波の伝ぱ

（材料のひずみ速度依存性を無視した場合）

2．1　緒　　言

衝撃荷重下における金属材料の動的挙動を調べる場合，まず弾塑性波の伝ぱならびに反射・干渉についての十分な認識が必要である。弾塑性波の伝ぱに対する代表的な二つの理論は，材料のひずみ速度依存性を無視したKármánの理論[1]と，依存性を考慮したMalvernの理論[2]である．前者は塑性波伝ぱの全般的な傾向を比較的簡単に知ることができる有力な理論であり，後者はひずみ速度が大きい場合，とくに衝撃端面近傍の現象に対して有力な理論である．

本章ではまず，弾性棒と塑性棒との衝突により塑性棒に大変形におよぶ高速変形が与えられるときの塑性棒全長における変形に対して，Kármán理論を応用して弾塑性波伝ぱとその反射・干渉を繰り返す問題を解析して調べる．また応力棒と試料棒とを高速度で衝突させる実験により試料棒全長におけるひずみ分布を求めて，この解析結果の適用範囲を明らかにする．

E.H.Lee は細い棒中での塑性一除荷境界問題について調べているが[3]，それは応力波の振巾が小さく，ひずみも小さい範囲内についてのものである．ここでは負荷応力および変形ひずみの大きい範囲も含めて，衝撃荷重下における棒全長での変形について調べることにする．

また塑性波伝ぱ時におけるひずみ速度を解析し，高速変形時のひずみ速度状態について詳細に調べることにする．

たゞし，塑性波伝ぱの問題を考える場合，Kármán理論が基本となり，また以後の解析に対する説明上の便宜のために，まず2．2．1項において，

この理論について注釈を加えながら簡単に述べることにする．したがって本論文中での，２．２．１項の内容のみは著者の原著でないことをあらかじめことわっておく．

２．２ 弾塑性波の伝ぱならびに反射と干渉

２．２．１ 塑性波理論 棒の一端に縦衝撃を与えるときの，塑性波の伝ぱの問題は，第２次大戦中にTaylor（１９４６），von KármánとDuwez（１９５０），* およびRakhmatulin（１９４５）によって別々に考えられた．まずこの理論について，von Kármán の考えにしたがって述べる[(1)(4)]．

半無限長棒の一端に，$t = o$ において速度 V_1 が与えられ，$t > o$ では，V_1 ＝一定である場合を考える．たゞし原点は衝撃前の棒の衝撃端にとる．応力－ひずみ曲線がひずみ速度に依存しないと仮定し，$\sigma = \sigma(\varepsilon)$ とする．また棒の断面積は十分に小さいとみなし，半径方向への変形の影響を無視する．棒の要素 dx の運動方程式は

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \qquad (2.1)$$

ここで ρ_0 ：変形前の密度，σ ：公称応力．$\sigma = \sigma(\varepsilon)$ と仮定しているので，式（２．１）は

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \qquad (2.2)$$

となる．ここで ε は公称ひずみであり，$\varepsilon = \partial u / \partial x$．また $S = d\sigma/d\varepsilon$ とおき，$S = S(\varepsilon)$ と考えると式（２．２）は

* TaylorとvonKármánは１９４０年の機密の報告書に，すでに報告していた．

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = S \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad (2.3)$$

となる．これを境界条件

$t \geqq o$ において　　$x = o$ で　　$u = V_1 t$

　　　　　　　　　　$x = \infty$ で　　$u = o$

のもとで解く．ここで関数 $S(\epsilon)$ は決められているとする。式（2．3）と $x = o$ の境界条件を満足する一つの解は

$$u = V_1 t + \varepsilon_1 x \qquad (2.4)$$

他の解は，S/ρ_0 が x^2/t^2 に等しい形となる．すなわち，S が ϵ の関数であるので，この解は ϵ が変数 x/t の関数であることを意味している．ここで $x/t=\beta$ とする．そこでいま，$\epsilon = f(\beta)$ と仮定すると，

$$u = \int_\infty^x \frac{\partial u}{\partial x} dx = \int_\infty^x f(\beta)\, dx = t \int_\infty^\beta f(\beta)\, d\beta \qquad (2.5)$$

となる．ここで $dx = t\, d\beta$　式（2．5）を t および x に関して2回微分すると，

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\beta^2}{t} f'(\beta) \qquad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{t} f'(\beta) \qquad (2.7)$$

となる．式（2．6），（2．7）を式（2．3）に代入することにより

$$f'(\beta) = o \qquad (2.8)$$

または　　$\rho_0 \beta^2 = S$　　　(2．9)

が得られる．式（2．8）は式（2．4）の解に相当し，式（2．9）は S/ρ_0 が x^2/t^2 に等しい形の解をあらわしている．

このようにして，完全な解はつぎの三つの領域になる．

(a)　$x = o$ から $x = C_1 t$ において，ひずみは一定値 ε_1 である．たゞし，C_1 はひずみが ε_1 である塑性波の伝ぱ速度．

(b)　$x = C_1 t$ から $x = C_0 t$ において，$x^2 / t^2 = S / \rho_0$ である．ここでの C_0 は弾性波の伝ぱ速度．

(c)　$x > C_0 t$ において，$\varepsilon = o$ である．

$x = C_0 t$ の位置では，ひずみは不連続である．弾性波頭では S が縦弾性係数 E に等しいので，$C_0^2 = E / \rho$ となる．図２．１は(a) $o < \beta < C_1$，(b) $C_1 < \beta < C_0$，(c) $\beta > C_0$ の三つの領域の ε と β の関係を示す．

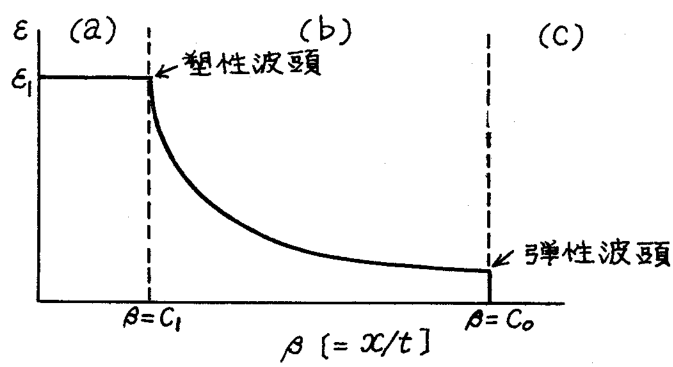


図２．１　　弾塑性波の伝ぱによるひずみ分布

式（２．５）から棒の端面における変位は

$$u(o, t) = V_1 t = t \int_{\infty}^{0} f(\beta)\, d\beta$$

となる．したがって

$$V_1 = \int_{\infty}^{0} f(\beta)\, d\beta \qquad (2.10)$$

となる．これは図2.1で示される面積であることから，

$$V_1 = -\int_0^{\varepsilon_1} \beta \, d\varepsilon = -\int_0^{\varepsilon_1} \left(\frac{S}{\rho_0}\right)^{1/2} d\varepsilon \qquad (2.11)$$

となる．この結果は，原点を速度 V_1 で移動している端末にとることによって解析したTaylorの理論結果と一致している．式(2.11)より，S が ε の関数であって決められていれば，塑性波頭までのひずみ ε_1（プラトーのひずみともいう）と端面の移動速度 V_1（衝撃速度という）との関係が決められる．また塑性波頭の伝ぱ速度 C_1（塑性波速度ともいう）は応力―ひずみ曲線から，ひずみ ε_1 の値として $(S/\rho_0)^{1/2}$ により決められる．

応力―ひずみ曲線で応力が最高のところでは，$d\sigma/d\varepsilon = S = o$ となり，$C_1 = o$ となる．この応力に対応するひずみを ε_m とすると

$$V_1 \big|_{\varepsilon_1 = \varepsilon_m} = V_{cr} = -\int_0^{\varepsilon_m} \left(\frac{S}{\rho_0}\right)^{1/2} d\varepsilon \qquad (2.12)$$

はある極限値となる．V_{cr} 以上の速度では，応力の伝ぱ速度が零になって，塑性変形は棒内へは伝わらず，$x = o$ の着力端で破断することになる．この V_{cr} は限界衝撃速度または臨界衝撃速度と呼ばれている．

以上の理論をKármánの塑性波理論とよぶ場合がある．

2.2.2　応力・ひずみ分布の解析　試験片棒を応力棒に，図2.2のように衝突させるときの，試験片棒に生ずる応力分布，ひずみ分布および粒子速度分布について解析する．試験片棒の材料特性は図2.3に示す弾一直線加工硬化材料と仮定する．

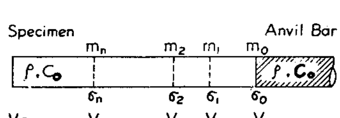


図2.2　応力棒と試験片棒との衝突

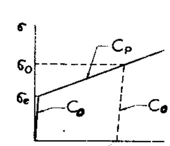


図2.3　弾一直線加工硬化材料特性

ここでC_0：弾性波速度であり，除荷波の伝ぱ速度をもあらわす，C_p：塑性波速度であり，この場合はひずみに対して一定である．また，試験片のC_0，密度ρが応力棒のC_0，ρと等しいときを考える．すなわち，衝撃端面からの反射波がないときに相当する．

図2．2において，m_0は衝撃端面を，またm_1，m_2，………，m_nは試験片後端（自由端）で反射した第1，2，………，n回目の弾性波が，後続の塑性波と出合った位置をあらわす．

ここで記号は，

σ_e：弾性限度

V_0：衝突速度

V：衝突直後の衝撃端面での速度（応力棒に対する衝撃速度）

σ_0：衝突直後の衝撃端面での応力

V_1, V_2 ………，V_n：m_1，m_2，………，m_n　での粒子速度

σ_1, σ_2 ………，σ_n：m_1，m_2，………，m_n　での応力

として，以下$\sigma_0 \geqq \sigma_e$のときについて考える．

位置m_0では，

$$V = \frac{\sigma_0}{\rho C_0} = V_0 - \frac{\sigma_e}{\rho C_0} - \frac{\sigma_0 - \sigma_e}{\rho C_p} \tag{2.13}$$

の関係式が成立する．また，

位置m_1では，$\sigma_1 \geqq \sigma_e$のとき，すなわち$\sigma_0 \geqq \dfrac{C_0 + 3C_p}{C_0 + C_p}\sigma_e$のときは，

$$V_1 = V - \frac{\sigma_0 - \sigma_1}{\rho C_0} = V_0 - \frac{3\sigma_e}{\rho C_0} - \frac{\sigma_1 - \sigma_e}{\rho C_p} \tag{2.14}$$

となる．式（2．13），（2．14）より，σ_1は

$$\sigma_1 = \sigma_0 - \frac{2C_p}{C_0 + C_p}\sigma_e \tag{2.15}$$

となる．$\sigma_1 < \sigma_e$ のとき，すなわち $\frac{C_0 + 3C_p}{C_0 + C_p}\sigma_e > \sigma_0 \geqq \sigma_e$ のときは，

$$V_1 = V + \frac{\sigma_1 - \sigma_0}{\rho C_0} = V_0 - \frac{\sigma_1 + 2\sigma_e}{\rho C_0} \qquad (2.16)$$

となる．式（2．13），（2．16）より，σ_1 は

$$\sigma_1 = \frac{C_0 + C_p}{2C_p}(\sigma_0 - \sigma_e) \qquad (2.17)$$

となる．同様にして，つぎのような一般式が求められる．位置 m_n では，

$\sigma_n \geqq \sigma_e$ のとき，すなわち

$$\sigma_0 \geqq \frac{\sigma_0 + (2n+1)C_p}{C_0 + C_p}\sigma_e$$

のときは，

$$\sigma_n = \sigma_0 = \frac{2nC_p}{C_0 + C_p}\sigma_e, \ (n = 0, 1, 2, \cdots\cdots) \qquad (2.18)$$

となり，$\sigma_{n-1} \geqq \sigma_e > \sigma_n$ のとき，すなわち

$$\frac{C_0 + (2n+1)C_p}{C_0 + C_p}\sigma_e > \sigma_0 \geqq \frac{C_0 + (2n-1)C_p}{C_0 + C_p}\sigma_e$$

のときは

$$\left.\begin{aligned} \sigma_n &= \frac{C_0 + C_p}{2C_p}(\sigma_0 - \sigma_e) - (n-1)\sigma_e \\ \sigma_{n+1} &= 0, \quad (n = 1, 2, \cdots\cdots) \end{aligned}\right\} \qquad (2.19)$$

となる．たゞし，σ_n と V_n とのあいだには

$$\left.\begin{aligned} \sigma_0 &= \rho C_0 V \\ \sigma_n &= \rho C_0 V_n, \ (n = 1, 2, \cdots\cdots) \end{aligned}\right\} \qquad (2.20)$$

の関係式が成立する．

これらより，応力分布，ひずみ分布および粒子速度分布を計算することができる．

２．２．３　衝撃端面からの反射波ならびに干渉波の解析　　応力棒と試験片棒との材料および断面積が任意であるときの，衝撃端面からの反射波ならびに干渉波を解析する．

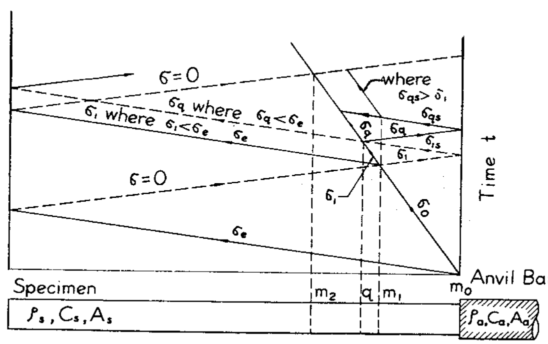


図２．４　　衝撃端面からの反射波と干渉波

試験片棒の材料は，図２．３に示す材料特性をもつものと仮定する．図２．4において，

C_a，C_s：応力棒と試験片棒との弾性波速度

ρ_a，ρ_s：　〃　　〃　との密度

A_a; A_s：　〃　　〃　との断面積

γ：断面積比 A_s / A_a

σ_{1a}，σ_{1s}：σ_1 が m_0 に達したときに生ずる応力棒側と試験片棒側との応力

V_{1a}：σ_1 が m_0 に達したときの m_0 での粒子速度

σ_q：σ_{1s} が q に達したときに生ずる応力

V_q：　〃　　〃　の q での粒子速度

σ_{ga} , σ_{gs} ：σ_g が m_0 に達したときに生ずる応力棒側と試験片棒側との応力

V_{ga} ：σ_g が m_0 に達したときの m_0 での粒子速度．

位置 m_0 では，

$$V=\frac{\gamma\sigma_0}{\rho_a C_a}=V_0-\frac{\sigma_e}{\rho_s C_s}-\frac{\sigma_0-\sigma_e}{\rho_s C_p} \quad (2.21)$$

の関係式が成立するので，式（２．２１）より σ_0 は

$$\sigma_0=\frac{\rho_a\rho_s C_a C_p}{\gamma\rho_s C_p+\rho_a C_a}\left(V_0-\frac{\sigma_e}{\rho_s C_s}+\frac{\sigma_e}{\rho_s C_p}\right) \quad (2.22)$$

となる．

位置 m_1 では，$\sigma_1\geqq\sigma_e$ のとき，すなわち $\sigma_0\geqq\frac{C_s+3C_p}{C_s+C_p}\sigma_e$ のときは式（２．１４）と同様の関係式が成立する．これより，σ_1 は

$$\sigma_1=\sigma_0-\frac{2C_p}{C_s+C_p}\sigma_e \quad (2.23)$$

となる．$\sigma_1<\sigma_e$ のとき，すなわち $\frac{C_s+3C_p}{C_s+C_p}\sigma_e>\sigma_0\geqq\sigma_e$ のときは式（２．１６）と同様の関係式が成立する．これより σ_1 は

$$\sigma_1=\frac{C_s+C_p}{2C_p}(\sigma_0-\sigma_e) \quad (2.24)$$

となる．

<u>σ_1 が m_0 に達したとき</u>

σ_1 は弾性波速度 C_s で伝ぱするものと仮定しているので，次式が成立する．

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{1a}&=\gamma\sigma_{1s}\\ V_{1a}&=\frac{\sigma_{1a}}{\rho_a C_a}\\ \sigma_{1s}&=\sigma_1+(V_1-V_{1a})\rho_s C_s\end{aligned}\right\} \quad (2.25)$$

この式（2．25）は$\sigma_1 \geqq \sigma_e$，$\sigma_1 < \sigma_e$のいずれのときも，また$\sigma_{1s} \leqq \sigma_1$，$\sigma_{1s} > \sigma_1$のいずれのときにも成立する．

(i)　$\sigma_1 \geqq \sigma_e$のときは，式（2．22），（2．23），（2．25）よりσ_{1s}は

$$\sigma_{1s} = \sigma_0 - \frac{1}{1+\dfrac{\rho_s C_s}{\rho_a C_a}\gamma} \times \frac{4C_p}{C_s+C_p}\sigma_e \tag{2.26}$$

となる．

(ii)　$\sigma_1 < \sigma_e$のときは，式（2．22），（2．24），（2．25）よりσ_{1s}は

$$\sigma_{1s} = \frac{1}{1+\dfrac{\rho_s C_s}{\rho_a C_a}\gamma}\left\{\left(\frac{C_s}{C_p}+\frac{\rho_s C_s}{\rho_a C_a}\gamma\right)\sigma_0 - \frac{C_s+C_p}{C_p}\sigma_e\right\} \tag{2.27}$$

となる．

ここで，σ_1とσ_{1s}との大きさを調べると，σ_1とσ_eとの大小にかかわらず，$\rho_a C_a \geqq \gamma \rho_s C_s$ならば$\sigma_1 \geqq \sigma_{1s}$となり，$\rho_a C_a < \gamma \rho_s C_s$ならば$\sigma_1 < \sigma_{1s}$となる．これより一般には，$\rho_a C_a \geqq \gamma \rho_s C_s$であるので$\sigma_0 - \sigma_1$の除荷波が衝撃端面$m_0$で反射し，引続き$\sigma_1 - \sigma_{1s}$の除荷波となって伝ぱすることがわかる．

σ_{1s}が$\mathcal{g}$に達したとき

(i)　$\sigma_1 \geqq \sigma_e$であって，しかも$\sigma_{\mathcal{g}} \geqq \sigma_e$のとき，すなわち

$\sigma_0 \geqq \dfrac{C_s+3C_p}{C_s+C_p}\sigma_e$ であって，しかも

$$\sigma_0 \geqq \frac{C_s+3C_p}{C_s+C_p}\sigma_e + \left(\frac{2C_p}{C_s+C_p}\right)^2 \times \frac{\rho_a C_a - \rho_s C_s \gamma}{\rho_a C_a + \rho_s C_s \gamma}\sigma_e$$

のときは次式が成立する．

$$V_{\mathcal{g}} = V_{1a} + \frac{\sigma_{\mathcal{g}} - \sigma_{1s}}{\rho_s C_s} = V_0 - \frac{3\sigma_e}{\rho_s C_s} - \frac{\sigma_{\mathcal{g}} - \sigma_e}{\rho_s C_p} \tag{2.28}$$

ここでは$\sigma_{\mathcal{g}} \geqq \sigma_{1s}$，$\sigma_{\mathcal{g}} < \sigma_{1s}$のいずれのときにも成立する．式（2．22），

（2．25），（2．26），（2．28）より

$$\sigma_{\mathcal{g}}=\sigma_0-\frac{C_p}{C_s+C_p}\left(2+\frac{4C_p}{C_s+C_p}\times\frac{\rho_a C_a-\rho_s C_s\gamma}{\rho_a C_a+\rho_s C_s\gamma}\right)\sigma_e \qquad (2.29)$$

となる．

ここで，σ_1，σ_{1s} および $\sigma_{\mathcal{g}}$ との大きさを調べると $\sigma_1\geqq\sigma_e$ であってしかも $\sigma_{\mathcal{g}}\geqq\sigma_e$ のときは，$\rho_a C_a\geqq\gamma\rho_s C_s$ であれば $\sigma_1\geqq\sigma_{\mathcal{g}}\geqq\sigma_{1s}$ となり $\rho_a C_a<\gamma\rho_s C_s$ であれば $\sigma_1<\sigma_{\mathcal{g}}<\sigma_{1s}$ となる．

(ii)　$\sigma_1\geqq\sigma_e$ であって，しかも $\sigma_{\mathcal{g}}<\sigma_e$ のとき，すなわち

$$\frac{C_s+3C_p}{C_s+C_p}\sigma_e+\left(\frac{2C_p}{C_s+C_p}\right)^2\times\frac{\rho_a C_a-\rho_s C_s\gamma}{\rho_a C_a+\rho_a C_a\gamma}\sigma_e>\sigma_0\geqq\frac{C_s+3C_p}{C_s+C_p}\sigma_e$$

のときは次式が成立する．

$$V_{\mathcal{g}}=V_{1a}+\frac{\sigma_{\mathcal{g}}-\sigma_{1s}}{\rho_s C_s}=V_0-\frac{3\sigma_e}{\rho_s C_s}+\frac{\sigma_e-\sigma_{\mathcal{g}}}{\rho_s C_s} \qquad (2.30)$$

この式は $\sigma_{\mathcal{g}}\geqq\sigma_{1s}$，$\sigma_{\mathcal{g}}<\sigma_{1s}$ のいずれのときにも成立する．式（2．22），（2．25），（2．26），（2．30）より

$$\sigma_{\mathcal{g}}=\frac{C_s+C_p}{2C_p}(\sigma_0-\sigma_e)-\frac{2C_p}{C_s+C_p}\times\frac{\rho_a C_a-\rho_s C_s\gamma}{\rho_a C_a+\rho_s C_s\gamma}\sigma_e \qquad (2.31)$$

となる．

ここで，σ_1，σ_{1s}，$\sigma_{\mathcal{g}}$ および σ_e との大きさを調べると，$\sigma_1\geqq\sigma_e$ であってしかも $\sigma_{\mathcal{g}}<\sigma_e$ のときは，$\sigma_1\geqq\sigma_e>\sigma_{\mathcal{g}}\geqq\sigma_{1s}$ となる．

$\sigma_{\mathcal{g}}$ が m_0 に達したとき

$\sigma_{\mathcal{g}}<\sigma_0$ であるので，仮定より $\sigma_{\mathcal{g}}$ は弾性波速度 C_s で伝ぱする．式（2.25）と同様に次式が成立する．

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{ga} &= \gamma \rho_{gs} \\ V_{ga} &= \frac{\sigma_{ga}}{\rho_a C_a} \\ \sigma_{gs} &= \sigma_g + (V_g - V_{ga}) \rho_s C_s\end{aligned}\right\} \quad (2.32)$$

この式（２．３２）は$\sigma_g \geqq \sigma_e$，$\sigma_g < \sigma_e$ のいずれのときにも成立する．

（i）　$\sigma_1 \geqq \sigma_e$ であってしかも$\sigma_g \geqq \sigma_e$ のときは，式（２．２８），（２．２９），（２．３２）より

$$\sigma_{gs} = \sigma_0 - \frac{1}{1 + \dfrac{\rho_s C_s}{\rho_a C_a}\gamma} \left\{ 2 - \frac{C_s - C_p}{C_s + C_p} \left(2 + \frac{4 C_p}{C_s + C_p} \times \frac{\rho_a C_a - \rho_s C_s \gamma}{\rho_a C_a + \rho_s C_s \gamma} \right) \right\} \sigma_e \quad (2.33)$$

となる．このときのσ_{gs} とσ_g との大小関係は，$\sigma_{gs} \geqq \sigma_g$ である．また，σ_{gs} と σ_1 との大きさを調べると

$$\sigma_{gs} - \sigma_1 = K \left\{ (\rho_a C_a)^2 (C_s - 3C_p) + (\rho_s C_s \gamma)^2 (C_s + C_p) - 2 \rho_a \rho_s C_a C_s \gamma (C_s - C_p) \right\} \quad (2.34)$$

$$K = \frac{2 C_p}{(C_p + C_s)^2} \times \frac{1}{(\rho_a C_a + \rho_s C_s \gamma)^2}$$

となる．

これより，式（２．３４）の｛ ｝の値$\geqq 0$ であれば$\sigma_{gs} \geqq \sigma_1$

〃　　　　〃　< 0　〃　　$\sigma_{gs} < \sigma_1$

となる．したがって$\sigma_{gs} > \sigma_1$ のときは，σ_{gs} の応力波は図２．４に示す位置 m_1 から塑性波速度C_p で伝ぱすることになる．またσ_0 とσ_{gs}との大小関係は式（２．３３）から明らかなように$\sigma_0 > \sigma_{gs} \geqq \sigma_g$である．すなわち$\sigma_{gs}$ は

σ_0 よりも大きくはならないことがわかる．

(ii)　$\sigma_1 \geqq \sigma_e$ であって，しかも $\sigma_{\mathscr{g}} < \sigma_e$ のときは式（2．30），（2．31），（2．32）より

$$\sigma_{\mathscr{g}s} = \frac{1}{1+\dfrac{\rho_s C_s}{\rho_a C_a}\gamma}\left\{ \left(\frac{C_s}{C_p}+\frac{\rho_s C_s}{\rho_a C_a}\gamma\right)\sigma_0 - \left(\frac{C_s}{C_p}+1\right)\sigma_e \right\}$$

（2．35）

となる．

2．2．4　逐次計算法　　材料の応力－ひずみ曲線が図2．5の(a)に示す一般的な場合においては，つぎのような逐次計算法によるほうがより実際的であり，応力分布およびひずみ分布を比較的簡単に求めることができる．衝撃端面からの反射波がない場合を考え，記号は図2．5に示すとおりとする．

まず衝撃端での応力 σ_0 は，式（2．13）において σ_e，C_0，C_p をそれぞれ σ_{e0}，C_s，C_{p0} で置き換えることにより求められる．つぎに，自由端で反射した弾性波と C_{p0}，C_{p1}，………，よりも先行する塑性波との干渉を無視するならば，応力 σ_1 は式（2．15）から

$$\sigma_1 = \sigma_0 - \frac{2C_{p0}}{C_s + C_{p0}}\sigma_{e0} \qquad (2.36)$$

で与えられる．m_1 で反射した弾性波が自由端に達する時間 $t_1 + t_1'$ に，ちょうど自由端へ達する塑性波の伝ぱ速度 C_{p1}' は $C_{p1}' = L/(t_1 + t_1')$ より決められる（図2．5参照）．そこで，再び自由端で反射した弾性波が m_2 に達する直前での応力振幅をこの C_{p1}' に対応する応力 σ_{e1} で近似させるならば，σ_2 は σ_1 に対応するひずみ ε_1 および塑性波速度 C_{p1} を用いて，

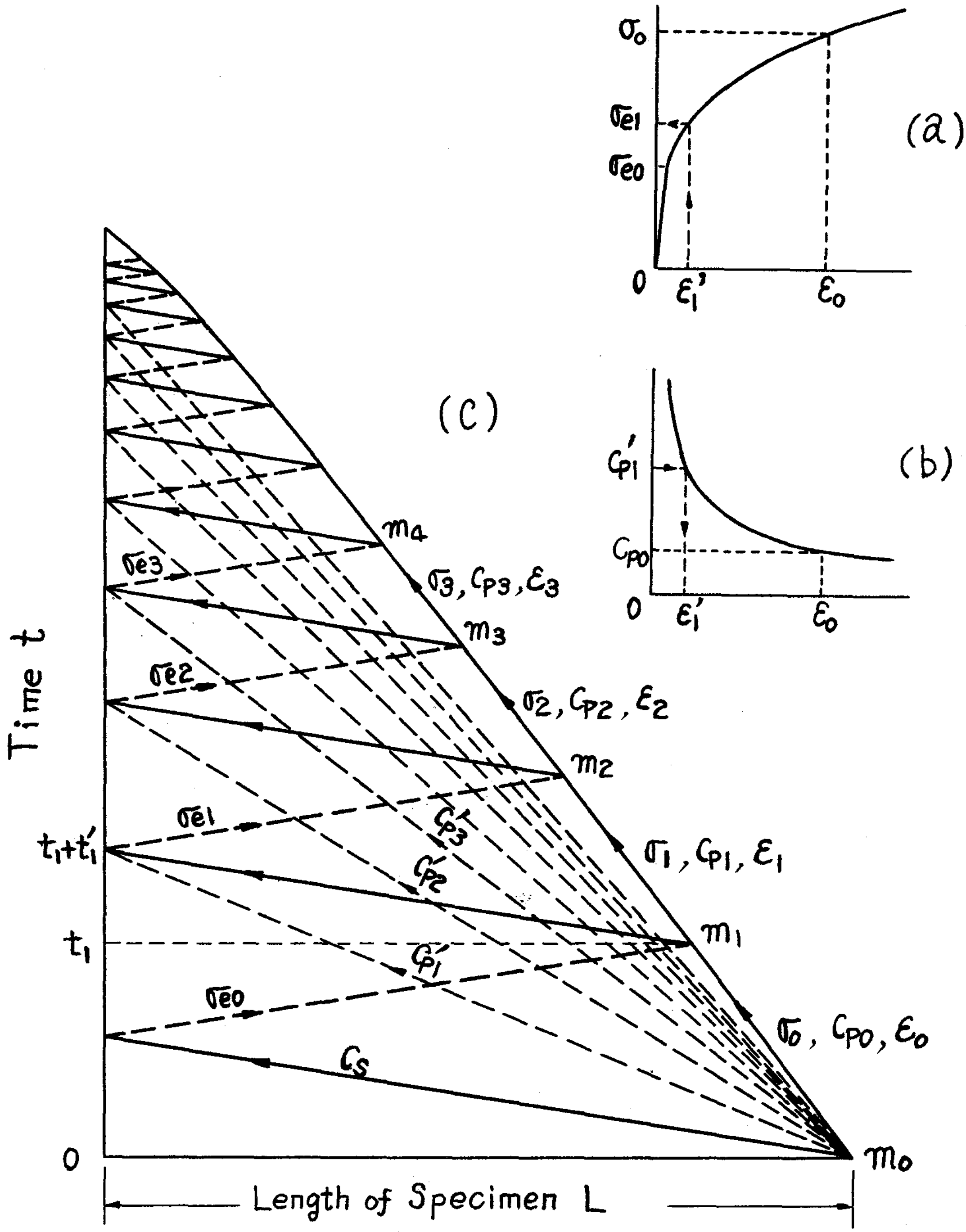


図 2.5 逐次計算法の手順

$$\sigma_2 \fallingdotseq \sigma_1 - \frac{2C_{p1}}{C_s + C_{p1}}\sigma_{e1} \qquad (2.37)$$

で近似的に与えられる．同様にして一般式は

$$\sigma_n \fallingdotseq \sigma_{n-1} - \frac{2C_{p(n-1)}}{C_s + C_{p(n-1)}}\sigma_{e(n-1)} \qquad (2.38)$$

$$(n=1,\ 2,\ \cdots\cdots)$$

となる．この式(2．38)によって，応力分布およびひずみ分布を逐次計算することができる．

2．3　ひずみ速度の解析

棒の一端に縦衝撃が与えられたときのひずみ速度について，Kármánの塑性波理論を応用して考える．

十分に細長い棒の一端に縦衝撃が持続して与えられた場合，衝撃前の衝撃端からの距離(ラグランジュ座標)で決められた粒子(物質点)に着目し，衝撃後の時間 t におけるその粒子のひずみを ε，ひずみ速度を $\dot{\varepsilon}$ とすれば，それは

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \qquad (2.39)$$

であらわされる．

ここで材料の応力ーひずみ曲線(静的曲線とは限らない)が上に凸であり，ひずみ ε に対応する塑性波速度 $C_p(\varepsilon)$ はこの曲線のこう配により，$\rho C_p^2 = d\sigma/d\varepsilon$，の関係で与えられるものとする．この場合，Kármánの塑性波理論によると塑性波頭から弾性波頭までの領域でのひずみ ε は，$x = C_p t$ の関係で単調に減少する．そこでひずみ ε の塑性波が x をもつ粒子点に到達するま

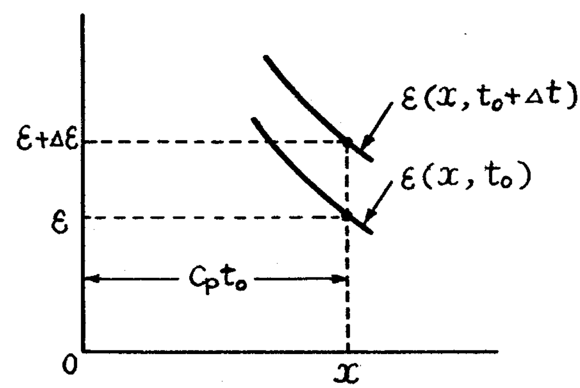


図2．6

での衝撃後の時間を t_0 とし，この領域でのひずみ速度を Cp をパラメータとしてあらわせば，式（2．39）より

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\,\varepsilon}{d\,Cp}\left(\frac{\partial\,Cp}{\partial\,t}\right)_{t=t_0}$$

となり，

$$\dot{\varepsilon} = -\frac{Cp}{t_0}\ \frac{d\,\varepsilon}{d\,Cp} \qquad (2.40)$$

が得られる．

伝ぱしつつある塑性波頭のひずみを ε_1 とすれば，その波頭直前でのひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_1$ は

$$\dot{\varepsilon}_1 = -\frac{Cp_1}{t_0}\left(\frac{d\,\varepsilon}{d\,Cp}\right)_{\varepsilon=\varepsilon_1} \qquad (2.41)$$

となる．ここで Cp_1：ひずみ ε_1 に対応する塑性波速度．たゞし，厳密なプラトーが生ずるときならば，その波頭の通過後は $\dot{\varepsilon}_1 = 0$ となる．また有限長

棒において，先行した弾性波が自由端で反射し，後続の弾性波頭と出合う時刻でのその波頭直前でのひずみ速度を見積るときならば，$t_0 = 2L/(C_0 + Cp_1)$ より

$$\dot{\varepsilon}_1 = -\frac{(C_0 + Cp_1)}{2L} Cp_1 \left(\frac{d\varepsilon}{dCp}\right)_{\varepsilon=\varepsilon_1} \qquad (2.42)$$

となる．ここで L：棒の長さ．

一例として，材料の応力—ひずみ曲線が次式であらわされ，塑性波速度はこの曲線のこう配によって与えられる場合を考える．

$$\sigma - \sigma e = C_2 \left(\varepsilon - \frac{\sigma e}{E}\right)^n, \quad \varepsilon > \frac{\sigma e}{E}, \quad n < 1 \qquad (2.43)$$

ここで E：縦弾性係数，σe および C_2：定数．これより Cp は

$$Cp = \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} / \rho\right)^{1/2} = \left(\frac{nC_2}{\rho}\right)^{1/2} \left(\varepsilon - \frac{\sigma e}{E}\right)^{\frac{n-1}{2}} \qquad (2.44)$$

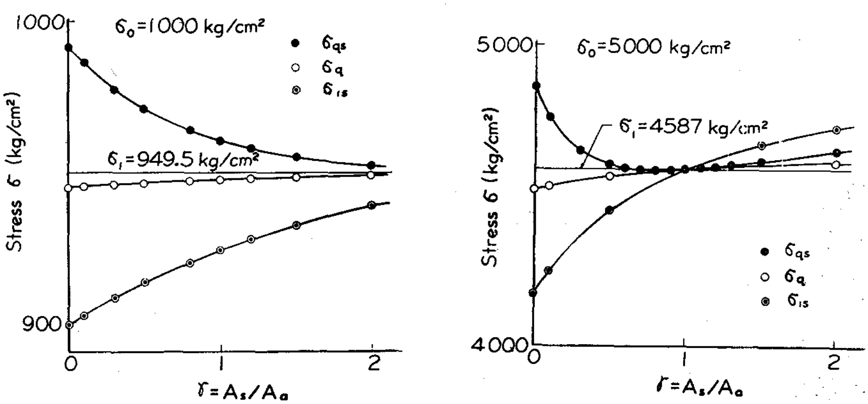
となる．ここで ρ：材料の密度．これを ε で微分して式（2．40）に代入することにより，

$$\dot{\varepsilon} = \frac{2}{(1-n)t_0}\left(\varepsilon - \frac{\sigma e}{E}\right) \qquad (2.45)$$

となる．この式は，衝撃後の時間 t_0 において，このような材料に対する塑性波頭から弾性波頭までの間のひずみ ε の粒子のひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$ をあらわしている．いま仮りに，$n=1$ のときを考えるならば直線加工硬化材料に相当し，その場合のひずみ速度は無限大になる．一般には $n<1$ であると考えれば，衝撃後の時間 t_0 におけるひずみは塑性波頭から弾性波頭まで単調に減少し，ひずみ速度は塑性波頭のひずみのところで最大であることを示している．なお，この塑性波頭でのひずみ速度は衝撃後の時間に比例して小さくなる．

2．4　数値計算と実験

2．4．1　衝撃端面からの反射波ならびに干渉波　　図2．4に示した応力σ_0，σ_1，σ_{1s}，σ_qおよびσ_{qs}の値について，γの値を0～2に変えるときの変形の状態を図2．7に示す．



$\sigma_e=500$ kg/cm²　　$C_a=5{,}100$ m/s
$C_s=4700$ m/s　　$C_p=250$ m/s
$\rho_a=7.80$ g/cm³　　$\rho_s=2.70$ g/cm³

$\sigma_e=2{,}450$ kg/cm²　　$C_a=C_s=5{,}100$ m/s
$C_p=470$ m/s　　$\rho_a=\rho_s$

(a)　アルミニウム（99.7％）　　　(b)　極軟鋼（0.04％c）

$\sigma_0=1000$Kg／㎠　　　　　$\sigma_0=5000$Kg／㎠

図2．7　　反射波ならびに干渉波のγ（$=As/Aa$）による変化

鋼棒である応力棒に試験片棒を衝突させる場合を想定し，図の(a)は試験片棒がアルミニウムに相当する場合の，また(b)は極軟鋼に相当する場合の計算例である．定数はそれぞれ図中に示すとおりである．(a)は$\sigma_0=1000$Kg/㎠のときの例であるが，σ_0の値を変えたときの結果は図の縦軸にそって,そのまま平行移動させることによって与えられる．なお，$\sigma_1 \geqq \sigma_e$の範囲の下限は$\sigma_0=550.5$Kg／㎠となり，$\gamma=3.12$において図中の曲線は収束する．(b)は$\sigma_0=5000$Kg／㎠のときの例であるが，σ_0の値を変えたときの結果は(a)の場

合と同じく，図の縦軸にそってそのまま平行移動させることによって与えられる．また，$\sigma_1 \geqq \sigma_e$ の下限は $\sigma_0 = 2863$ Kg/cm² であり，$\gamma=1$ または $\gamma=0.662$ のときにおいて $\sigma_1 = \sigma_{\mathcal{g}s}$ となる．

図(a)より，衝撃端に生じた応力 σ_0 が自由端からの反射波と干渉して除荷波となり，σ_1 が衝撃端 m_0 に伝ばされ，m_0 で反射されて再び除荷波となって σ_{1s} となる．続いて，圧縮波となって $\sigma_{\mathcal{g}}$ および $\sigma_{\mathcal{g}s}$ が生ずる様子がわかる．端面 m_0 での応力は，σ_0 から一たん σ_{1s} まで小さくなり，再び $\sigma_{\mathcal{g}s}$ まで大きくなって回復することを示している．図(b)の $\gamma=1$ においては，すべての線が交叉していて，この場合は衝撃端面において反射波が生じないことになり，図2．2の場合であることを示している．図(a)と(b)のどちらにおいても，σ_1 と $\sigma_{\mathcal{g}}$ の値はほとんど等しいことがわかる．また σ_1 と $\sigma_{\mathcal{g}s}$ との大きさ関係は，(b)の極軟鋼においては γ が 0.5 から 1.5 までほとんど等しいことがわかる．

2．4．2　ひずみ分布　図2．8にひずみ分布の計算結果と実験結果とを比較して一緒に示す．実験材料は表2．1に示すとおりである．試験片の直径はすべて18.4 mmであり，これらは実験前に焼なましが行なわれている．実験装置および方法については4．2節にくわしく述べられているが，高速度発射装置によって試験片棒を発射させて応力棒に衝突させる．応力棒は直径24 mm，長さ1 mの高速度鋼である．ひずみの測定は，試験片棒につけられた各標点の位置での直径を衝突前後，それぞれ対称2点測定して半径方向のひずみ分布を求める．これより，密度 ρ が一定であると仮定することにより半径方向のひずみを2倍することによって，軸方向のひずみ分布図を求める．この結果は，衝撃変形時の弾性ひずみを十分に小さいとみなして無視したものであって，永久ひずみ分布である．

表2．1　実 験 材 料

Materials		Mean Radius of Grains d (mm)	Length of Specimen L (mm)
Aluminium	99.7%	$10\text{–}20\times10^{-2}$	80, 150, 230
Aluminium Alloy	A5052(52S)	2–3	150
Copper	99.96%	3–5	80, 110
Mild Steel	0.04%C	3	80, 110, 220
Stainless Steel	SUS304B(18-8)	3	80, 110, 220

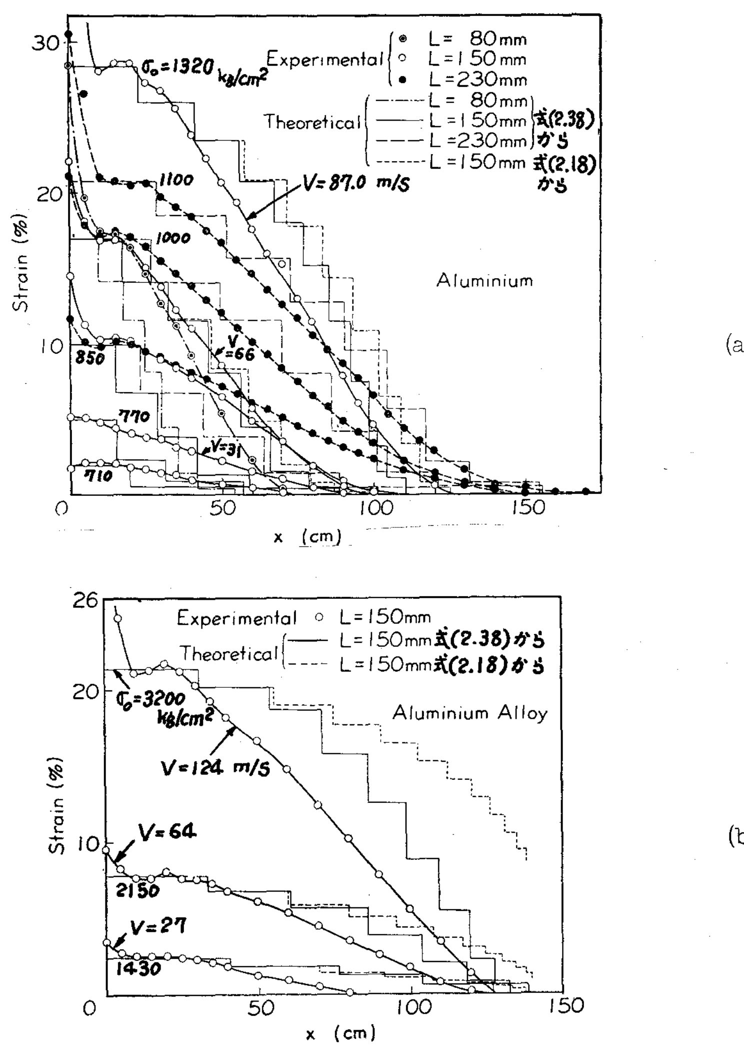
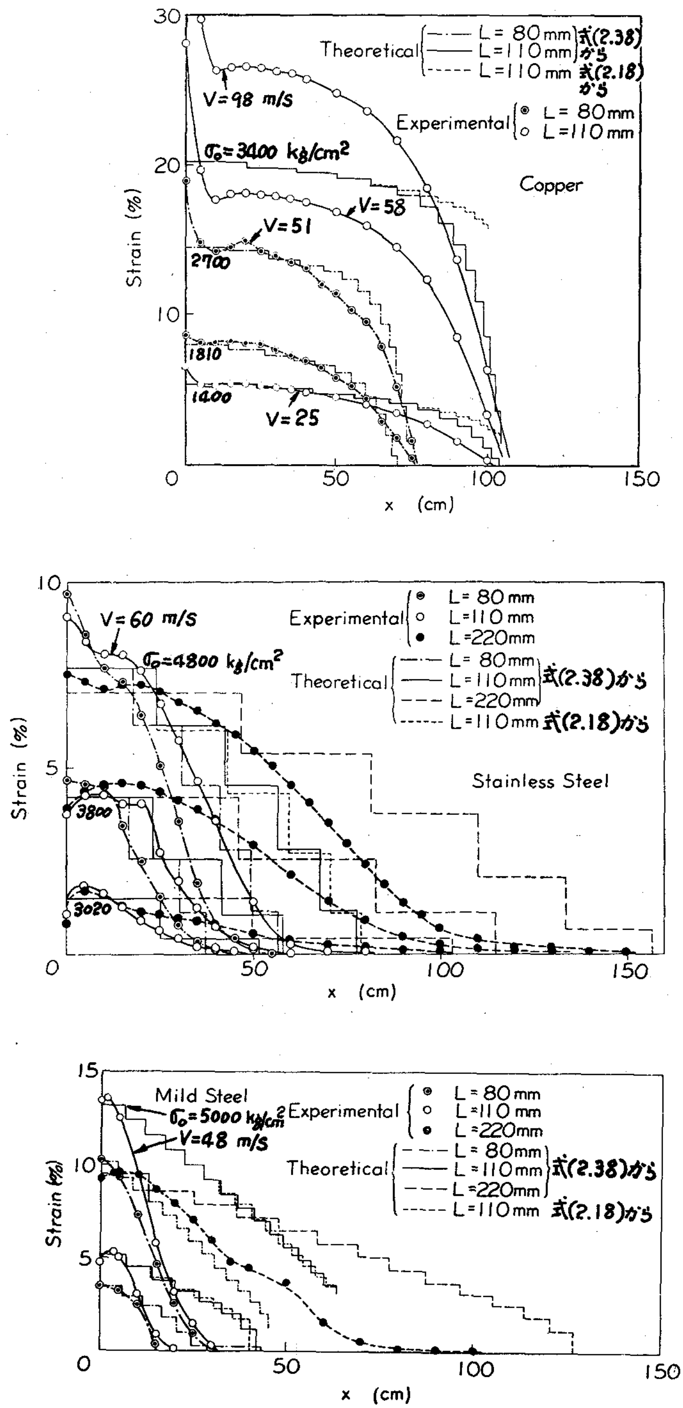


図2．8　ひずみ分布



(c)

(d)

(e)

図2.8　ひずみ分布

式(2.18)による計算においては，圧縮による公称応力－ひずみ曲線を図2.3に示す弾一直線加工硬化材料特性に近似させることにより定数を決め，端面応力σ_0を降状応力よりも十分に大きい任意の値に選ぶことにより，式(2.18)から応力分布を順次求める．この応力分布の結果から材料特性の近似線図を用いることによってひずみ分布図を求めた．この場合は弾性波速度C_0，塑性波速度C_pおよび弾性波頭の応力σ_eは材料定数であって，材料によって一定値となっている．式(2.38)による計算においては，同様にして応力分布からひずみ分布を求めたものであるが，この場合の塑性波速度は，図2.5の(a)と(b)とで示すようにひずみによってそれぞれ異なった値をとり，弾性波頭の応力σ_{en}もそれぞれ異なっている．なお図中のVは衝撃速度(試験片の衝突速度から応力棒端面の後退速度を差引いた値)である．

なお，実験によるひずみ分布には，端面近傍に一定ひずみとみなせるプラトーのひずみ域が存在する．このひずみと計算によるプラトーのひずみとが近い値を示すときの実験結果と計算結果とを比較して一緒に示したものである．したがって，端面応力σ_0の実験結果と計算結果とを一致させたものではない．

図より，アルミニウム，ステンレス鋼および極軟鋼においては式(2.18)と(2.38)とによる結果の間には大差は認められない．このことから，これらの材料においては材料特性を弾一直線加工硬化特性に近似させることにより，式(2.18)から簡単に計算できることになる．アルミニウム合金および銅においては式(2.18)からの結果が式(2.38)の結果よりもひずみが大きい側になって，実験結果よりも遠ざかることになる．

ひずみ分布図の全体的な傾向をみせと， 極軟鋼以外の材料においては実験値と計算値とが比較的良く一致していることがわかる．すなわちこれらの

材料に対しては、ひずみ速度依存性を無視した理論解析によって，ひずみ分布の全体的な傾向を比較的簡単につかむことができる．極軟鋼においては，C_pの値を小さく見積り過ぎていることが考えられて，階段の幅が小さくなっていることが考えられるが，計算値のほうが相当に大きく，実験値とは一致していないことがわかる．

実験によるひずみ分布図には，プラトーとみなせるひずみ域は存在するが，ひずみ数％以上の変形では一般に，端面近くのひずみが急激に大きくなって流動変形の様相を示している．このことは試験片直径が細い棒（7.5 ㎜）での実験においても認められた．このような衝撃端近傍の現象については，ひずみ速度依存性を無視した理論解析では説明できず，第3章で述べるようにひずみ速度依存性を考慮した理論解によって始めて説明できる．

2．4．3　ひずみ速度　棒の一端に縦衝撃が与えられたときのひずみ速度は，一般に，衝撃端からの距離と衝撃後の時間とによって異なる．アルミニウム棒の場合を例にとって，そのようなひずみ速度の状態を式（2.45）をもとにして調べる．

アルミニウム（純度99.7％）をインストロン万能材料試験機により圧縮して，ひずみ速度4.44×10^{-2} 1/S での静的応力ーひずみ曲線を求めた．この曲線を式（2．43）に近似させることにより決めた定数が，図2．9中に記入されているものである．このような定数をもとにして，式（2．45）によりひずみ速度の値を計算した結果の例を図2．9および図2．10に示す．図2．9は，塑性波速度C_pを式（2．44）により求め，衝撃後の経過時間に対する各ひずみの伝ぱ距離を決めることによって，衝撃端からの距離を横軸にとって図示したものである．

図2．9から，たとえばある衝撃速度にて縦衝撃が与えられた場合，衝撃

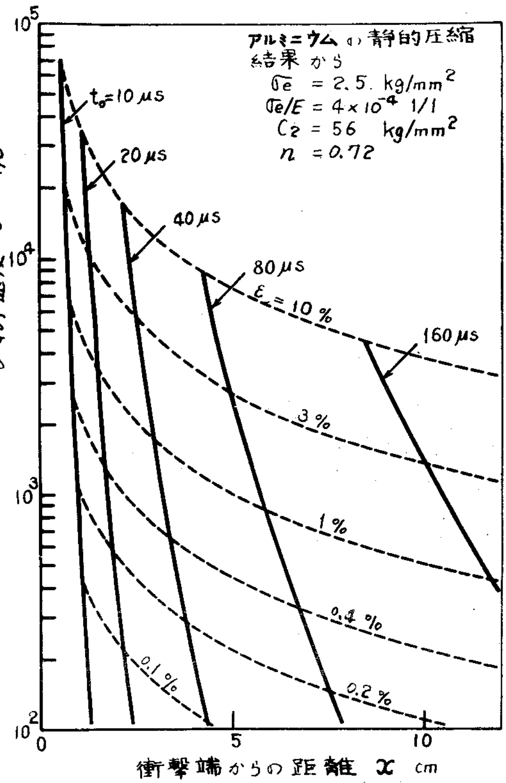


図２．９　ひずみ速度分布

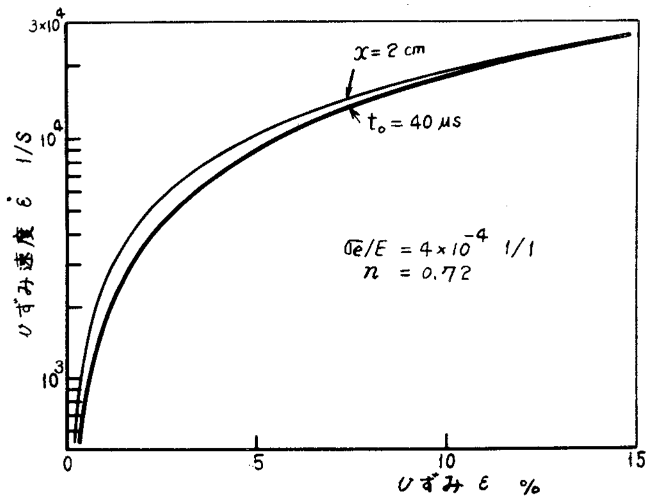


図２．１０　ひずみとひずみ速度との関係

後の経過時間80 μs におけるひずみ1％の点（位置）は，80 μs と示した実線と1％と添字した点線との交点によって示され，衝撃端からの距離5.9 cmであることがわかり，その点でひずみ速度が860 1/sであることがわかる．ある衝撃速度によってプラトーのひずみがちょうど10％である場合ならば，塑性波頭でのひずみ速度が時間によって変る状態は10％と添字した点線によって示され，塑性波頭のひずみ速度が時間の経過とともに，すなわち伝ぱ距離が長くなるとともに単調に小さくなることがわかる．たゞし，衝撃端から塑性波頭までのプラトーの部分では，ひずみ速度は零である．また図2．10から，衝撃後の経過時間40 μs における各ひずみ点でのひずみ速度は40 μs と添字した太線にて示され，ひずみの大きいところほど大きいことがわかる．また細線は，衝撃端からの距離2 cmの粒子点が変形の進行とともにひずみ速度が増加する様子を例示したものである．

変形応力のひずみ速度依存性を無視できない材料においても，各ひずみの伝ぱ速度がその材料の静的または動的応力—ひずみ曲線のこう配から近似的に与えられるならば，このようにして衝撃荷重下における塑性波伝ぱ時のひずみ速度を知ることができる．

試験片棒を高速度で発射させて応力棒に衝突させる実験方式により高速変形を与える場合，プラトーに相当する変形部のひずみ速度に対しては，その部分を形成するまでの塑性波頭のひずみ速度履歴を調べることによってその目安が与えられる．塑性波頭でのひずみ速度は，上述したように，衝撃後の時間に比例して小さくなるが，自由端で反射した弾性波が後続の塑性波と出合う時刻での塑性波頭におけるひずみ速度を考えるならば，式（2．42）によって計算することができる．そこで，材料の静的応力—ひずみ曲線のこう配により塑性波速度が決められるものと仮定し，式（2．42）よりひずみ

速度を計算した結果が図２．１１，２．１２および２．１３である．図２．１１での黒丸で示すものは，棒を衝突させるときのTaylorの単純モデルから導かれた平均ひずみ速度$\dot{\varepsilon}$の式から近似的に計算した値である[5]．この式は塑性変形を受けていない部分の長さをl'とすると，

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V_1}{2(l - l')} \qquad (2.46)$$

で与えられている．図２．１１から，単純な変形モデルにより塑性変形部分に対する平均ひずみ速度を算出した値は塑性波伝ぱを考慮したひずみ速度の値よりも著しく小さくなることがわかる．図２．１３の太い実線で示すものは，試験片棒を高速度で発射させて応力棒に衝突させる方式の実験により求められた動的応力一ひずみ曲線のこう配によって塑性波速度が決められるものと仮定し，その曲線を式（２．４３）に近似させて，式（２．４５）からひずみ速度を計算した結果である．それらは，ステンレス鋼では$\sigma_e = 21\,\mathrm{Kg/mm^2}$，$n = 0.43$とし，極軟鋼では$\sigma_e = 35\,\mathrm{Kg/mm^2}$，$n = 0.43$とし，また鉄では$\sigma_e = 25\,\mathrm{Kg/mm^2}$，$n = 0.50$とした結果である．

〔表4.3(c)参照〕

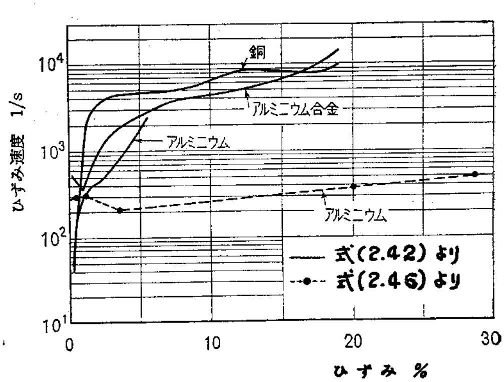


図２．１１　ひずみとひずみ速度との関係

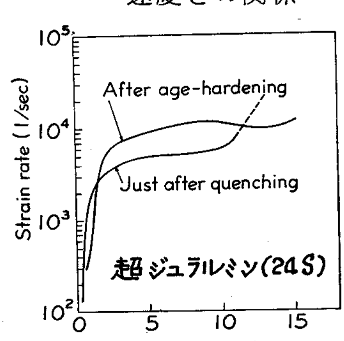


図２．１２　ひずみとひずみ速度との関係

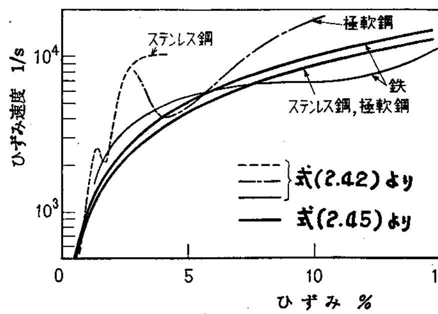


図2．13　ひずみとひずみ速度との関係

図２．１１～２．１３に示す値は，試験片後端で反射した弾性波が後続の塑性波と出合う時刻での塑性波頭における値である．したがって横軸のひずみはその塑性波頭のひずみであり，ひずみの大きいときは衝撃速度が大きく，波頭のひずみが大きいときである．いま，衝撃端からその塑性波頭までの長さの部分，すなわちプラトー部分の材料に対する高速変形挙動を問題にする場合ならば，波頭でのひずみ速度が時間の経過とともに小さくなることから図示した値が下限の値を示していることになる．そこで，そのプラトー部分の中心位置により平均ひずみ速度を考えるならば，時間 t_0 を½ にとることになって，それらは図示した値の２倍になる．

図２．１３において，細線と太線との間に顕著な差は認められない．たとえば鉄の場合，静的応力—ひずみ曲線と動的応力—ひずみ曲線との間には約２倍の差があるにもかかわらず，両曲線から塑性波速度を決めることによるひずみ速度の計算値の間には，そのような大差はない．したがって，変形応力のひずみ速度依存性は多くの材料において顕著であるが，静的応力—ひずみ曲線をもとにした計算値によって近似的にはひずみ速度の値が示されていることになる．また，応力—ひずみ曲線が材料によってそれぞれ異なっているにもかかわらず，各材料についてのひずみ速度の値がいずれも近い値を示している．また，ひずみ数％以上におけるひずみ速度の値は，ひずみに対して大きな変化はなく，しかもいずれの材料においても１０^3 ～１０^4 1／s のオーダであることがわかる．したがって，棒の一端に縦衝撃を与えることによ

って，衝撃端から数cmの長さのプラトー部分がひずみ数%以上の塑性変形をうける場合，その部分の平均ひずみ速度はいずれの材料においても，近似的には10^3～10^4 1/S であることになる．

2.5 結　　言

弾性棒と塑性棒との衝突により塑性棒に大変形におよぶ高速変形が与えられるときの挙動について，高速圧縮時の材料特性に弾一直線硬化材または上に凸の形の材料を仮定して弾塑性波伝ぱと反射・干渉を繰り返す問題を解析して詳細に調べた．これらの解析結果は，衝撃端近傍での極めて高ひずみ速度の変形部分に対しては適用できないが，それ以外の塑性棒全体に対する変形形態を知る上において有効である．またひずみ速度依存性が著しい鉄材などの場合以外は，棒全長におけるひずみ分布を簡単に求めることができる．

衝撃によりひずみ数%以上の変形が与えられるときは，衝撃端ごく近傍でのひずみが著しく大きくなる．このような現象は次章で述べるように、ひずみ速度依存性を考慮した理論解によって始めて説明づけられる．このような衝撃端ごく近傍の現象を除けば，高速衝撃により大変形が与えられるときにおいてもプラトー部分は存在する．一方，解析結果から予測される応力波形が実測されれば（後章での図4．6～4．9で示すように，理論波形と良く対応していて，プラトー部分に対する応力値が実際に求められる），衝撃荷重下における応力一ひずみ関係を実験により求めることが可能になる．

なお，塑性波伝ぱ時におけるひずみ速度が衝撃端からの距離と時間によって変わる様子は，すでに明らかにしたとおりであるが，衝撃によってプラトー部分にひずみ数%以上の変形が与えられるときのひずみ速度は，いずれの材料においても近似的に10^3～10^4 1/S となる．

第 2 章 の 文 献

(1) Th. von Kármán & P. Duwez, J. Appl. Phys., 21 (1950-10), 987.

(2) L. E. Malvern, Quart. Appl. Math., 8 (1951), 405.

(3) E. H. Lee, Quart. Appl. Math., 10 (1953), 335.

(4) H. Kolsky, Stress Waves in Solids, (1953), Dover Publications, INC.

(5) 河田，機械の研究，16－1（昭39－1），39.

第3章　弾塑性波の伝ぱ

（材料のひずみ速度依存性を考慮した場合）

3．1　緒　　言

衝撃荷重下での材料の変形挙動に対しては，衝撃端面条件によってその後の挙動が著しく影響されることが考えられる．また端面条件と密接に関連した衝撃端近傍の変形挙動を明らかにすることが極めて重要である．

Malvern[(1)]は変形応力がひずみ速度の一次関数である構成式を仮定して数値計算を行なった．その結果では，端面近傍に一定ひずみであるプラトー（または水平域）が存在せず，そのことが最大の弱点とされた．ところが最近，E. R. Wood － A. Phillips[(2)]は端面にステップ状の一定応力がかかる端面条件を仮定して計算を行ない，水平域が存在することを示した．しかしながら第4章で述べるように，試験片棒を応力棒に衝突させる実験を行なった結果からは，水平域とみなせる領域は存在するが，衝撃速度が大きくなって変形が大きくなると，端面に近い位置ほどひずみが大きくなり，あたかも流動変形のようすを示した．このことはKolsky[(3)]の結果をくわしく調べることによっても認められる．これより，明確な水平域の存在は衝撃速度が小さく，ひずみが比較的小さい場合のことであるといえよう．またごく最近，E. A. Ripperger － H. Watson, Jr[(4)]はひずみ速度依存性をあらわす構成式の違いによって弾塑性波がどのように変るかを調べた．この計算に対して注意したいことは，やはりステップ状の一定応力がかかる端面条件を仮定し，その応力が静的応力－ひずみ曲線よりわずかに大きい値を選んでいることである．

実際に，棒の一端に縦衝撃を与える場合，弾性変形をする応力棒と弾塑性

変形をする試料棒とを組合せた端面条件を考えるほうが自然であると考えられる．またひずみ速度依存性に対しては，大別して，変形応力がひずみ速度の対数に比例するとするlogarithmic lawと変形応力とひずみ速度との両対数表示において直線的であるとするpower lawとの二つの構成式がある．前者であるとする実験結果が多いようであるが，[(5)〜(10)]，G. T. Hahn[(11)]により後者の形が理論的に導かれたこともあって，近年は後者の形によって実験結果があらわされるとするもの[(12)]が見られるようになった．弾塑性波伝ぱの問題を取扱う場合は，ひずみ速度101/S以上の高ひずみ速度域におけるひずみ速度依存性が問題になるが，二つの構成式のうちのどちらか一方であると決定することができないのが現状である．

本章では，弾性変形をする応力棒と弾塑性変形をする試料棒との組合せである実際的な端面条件を設定し，Malvern 理論を応用して上記二つの構成式の場合における弾塑性波について解析および数値計算を行なうことによって，弾塑性波伝ぱに対する端面条件，衝撃速度およびひずみ速度依存性の影響を調べて，衝撃端近傍の変形挙動を明らかにする．

3．2 理論計算（logarithmic law）

3．2．1 基礎式

一次元の塑性波に対して，ひずみ速度依存性を組み入れたMalvernの理論[(13)]は，

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t} \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \tag{3.2}$$

$$E_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma, \varepsilon) \qquad (3.3)$$

の三つの微分方程式によって与えられている．ここでσ：公称応力，ε：公称ひずみ，削除 ~~ε：公称ひずみ，~~ v：粒子粒度，E_0：縦弾性係数，ρ：密度，t：時間，x：衝撃前の端面からの距離（ラグランジュ座標）．式(3．1)は運動方程式である．式(3．2)は変位を$u(x, t)$とすれば$\varepsilon = \partial u / \partial x$，$v = \partial u / \partial t$となる結果からの関係式である．

関数$g(\sigma, \varepsilon)$は塑性ひずみ速度$\dot{\varepsilon}''$に縦弾性係数を乗したもの，

$$g(\sigma, \varepsilon) = E_0 \dot{\varepsilon}'' \qquad (3.4)$$

である．弾性変形はひずみ速度に依存しないと仮定すれば，

$$\dot{\sigma} = E_0 \dot{\varepsilon}' \qquad (3.5)$$

となる．ここでε'：弾性ひずみ．式(3．4)でのE_0は式(3．5)との関係より便宜上つけられたものである．この式(3．5)から

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = E_0 \frac{\partial \varepsilon'}{\partial t} = E_0 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{\partial \varepsilon''}{\partial t} \right) \qquad (3.6)$$

となり，式(3．4)と(3．6)より式(3．3)が導かれる．

応力σ，ひずみεおよび粒子速度vがそれぞれxとtの関数であることに注意して，$x-t$平面上における特性曲線，

$$dx \pm C_0 dt = 0, \quad dx = 0 \qquad (3.7)$$

が得られる*．ここで$C_0 = (E_0/\rho)^{1/2}$は弾性波伝ぱ速度である．この特性

---

*　式(3．1)，(3．3)より，$E_0 \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \dfrac{dx}{dt} \dfrac{\partial v}{\partial t} = \dfrac{d\sigma}{dt} + g(\sigma, \varepsilon)$

となる．この式は一般式 $A \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + C \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = D$

と対応させると$A=0$，$2B=E_0$，$C=\rho \dfrac{dx}{dt}$のときであるので，その特性曲線は$-2B\,dx\,dt + C\,dx^2 = 0$の解として求められる．

曲線にそって，それぞれつぎの関係式が得られる。

$dx \pm C_0 dt = 0$ にそって

$$d\sigma \pm \rho C_0 dv = -g(\sigma, \varepsilon) dt \tag{3.8}$$

$dx = 0$ にそって

$$E_0 d\varepsilon - d\sigma = g(\sigma, \varepsilon) dt \tag{3.9}$$

図３．１に示されるように，特性曲線で囲まれた細目を十分に細かくとるならば，式（３．８）および（３．９）はつぎの差分式に書きなおされる．

$$\sigma_N - \sigma_W - \rho C_0 (v_N - v_W) = -\frac{1}{2}(g_N + g_W) \triangle t \tag{3.10}$$

$$\sigma_E - \sigma_S - \rho C_0 (v_E - v_S) = -\frac{1}{2}(g_E + g_S) \triangle t \tag{3.11}$$

$$\sigma_N - \sigma_E + \rho C_0 (v_N - v_E) = -\frac{1}{2}(g_N + g_E) \triangle t \tag{3.12}$$

$$\sigma_W - \sigma_S + \rho C_0 (v_W - v_S) = -\frac{1}{2}(g_W + g_S) \triangle t \tag{3.13}$$

$$E_0 (\varepsilon_N - \varepsilon_S) - (\sigma_N - \sigma_S) = (g_N + g_S) \triangle t \tag{3.14}$$

式（３．１０）～（３．１３）を組合わせることによって，粒子速度の項あるいは応力の項を消去した形の式，

$$\sigma_N = \sigma_W + \sigma_E - \sigma_S - \frac{1}{2}(g_N - g_S) \triangle t \tag{3.15}$$

$$v_N = v_W - v_S + v_E + \frac{1}{2\rho C_0}(g_W - g_E) \triangle t \tag{3.16}$$

が得られる．また式（３．１４）より

$$E_0 \varepsilon_N = E_0 \varepsilon_S + \sigma_N - \sigma_S + (g_N + g_S) \triangle t \tag{3.17}$$

が得られる．

式(3．15)～(3．17)によって一般には，任意点Nでの値は点W，S，Eでの値により決められる．

なお，ここでは引張り応力を正にとって統一する．たゞしσ，v，ϵの符号を逆にとればそのまま圧縮に対しても成立する．

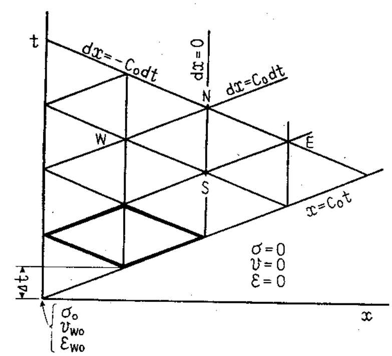


図　3．1

３．２．２　材料特性　大多数の材料がひずみ速度依存性を示すことは，すでに実験的に知られている．U. S. Lindholm[14]は数種の材料についての実験結果から変形応力がひずみ速度の対数に比例する関係を示している．その関係を図示すると図3．2のようになる．このような直線関係を示す実験結果は，他の多くの研究者によって報告されている[(15)～(19)]．図において，ひずみ速度がB以上の範囲での関係式は

$$\sigma = f(\epsilon) + A \, ln \frac{\dot{\epsilon}}{B} \qquad (3.18)$$

とあらわされる．ひずみ速度が10^{-3}～10^{-2} 1/s 以下の範囲では，一般にはひずみ速度依存性は小さいので[(17)(19)～(21)]，図のように一定であると

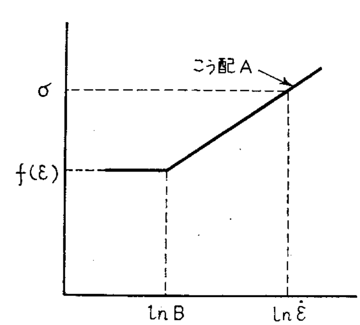


図　3．2

仮定することができるであろう．この一定値$f(\varepsilon)$は静的応力－ひずみ曲線より決められる．

そこで，静的応力－ひずみ曲線が加工硬化をあらわさないと仮定するならば，$f(\varepsilon)=\sigma_y$ となる．また塑性ひずみ速度は全ひずみ速度と近似的に等しいとみなして，$\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}''$とするならば，材料特性は図３．３に示すようになり，関数$g(\sigma,\ \varepsilon)$は式（３．４），（３．１８）より

$$g(\sigma)=E_0 B\ e^{(\sigma-\sigma y)/A},\qquad \dot{\varepsilon}\geqq B \tag{3.19}$$

となる．ここでAは図３．２に示すこう配であって，ひずみに対して一定と仮定されている．

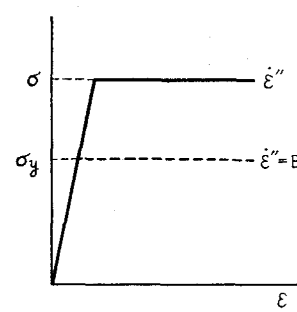


図３．３

式（３．１９）における二つの大きな仮定は，(a)変形応力とひずみ速度の対数とが直線関係であるとし，(b)材料の加工硬化を無視していることである．(a)については，両者が曲線関係になるという報告[(21)〜(23)]もあり両対数表示によって直線的になるという報告[(24)]もあるが，ひずみ速度が約10^3 1/S 以下においては直線関係とみなせる場合が多いようである．(b)については，材料の加工硬化が大きく，しかもひずみ速度が比較的小さい場合にはこの仮定はあてはまらないであろう．しかし衝撃端面近傍の現象のようにひずみ速度が比較的大きい場合には，変形応力は静的応力よりもはるかに大きくなって，静的応力のわずかな変化はあまり大きな要因にはならないであろう．

３．２．３　境界条件（$x=0$）　半無限長棒の一端（$x=0$）に縦衝衝が与えられる場合，それはなんらかの物質を介して与えられるのが通常である．したがって図３．４に示すように，半無限長棒の試料棒と応力棒とを

組合わせた端面条件を考える．たゞし，半径方向の変形の影響を無視する．

試料棒の密度，弾性波速度および断面積をそれぞれ ρ，C_0 および As として，応力棒のそれらをそれぞれ ρa，Ca，Aa とする．いま $t=0$ において，v_0 の速度をもった応力棒によって矢印の方向に試料棒が引張られる場合を考える*.

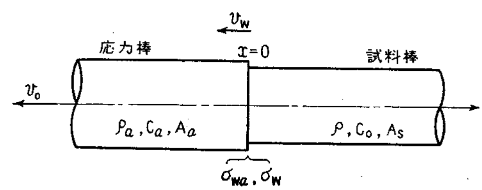


図３．４

衝撃端面での試料棒側の応力を σ_W，応力棒側の応力を σ_{Wa} として，粒子速度を v_W とすると，

$$v_W = v_0 + \frac{\sigma_{Wa}}{\rho a\, Ca}$$

が成立する．ここで応力棒は塑性変形しないものとしている．断面積比を $\gamma = As/Aa$ として，両側の応力に関して $\sigma_{Wa}Aa = \sigma_W A_S$ が成立すると仮定すれば，σ_W と v_W の関係は

$$v_W = v_0 + \frac{Ca\gamma}{Ea}\sigma_W \tag{3.20}$$

とあらわされる**.

ここで Ea:応力棒の縦弾性係数．この式は試料棒が弾性あるいは塑性変形するときにかかわらず，任意の時間において成立する．

*　v_0 が負のときである．正のときならば圧縮のときであって，図中の矢印の方向は逆になり，σ と ε は負になる．

**　添字Wは図３．１に示したように任意点を示すが，ここでは $x=0$ 上での点を示している．

試料棒の端面には，$t=0$ において応力 σ_0，粒子速度 v_{W0} が生ずると考えるならば，両者の関係は跳躍条件より

$$\sigma_0 = -\rho C_0 v_{W0} \tag{3.21}$$

となる．ところで σ_0 と v_{W0} との関係には式（3．20）が成立するので，

$$v_{W0} = v_0 + \frac{C_a \gamma}{E_a}\sigma_0 \tag{3.22}$$

となる．したがって応力 σ_0 は式（3．21），（3．22）より，

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_0 = -\Gamma \frac{E_0}{C_0} v_0 \\ &\Gamma \equiv \frac{C_0 E_a}{C_0 E_a + C_a E_0 \gamma} \end{aligned}\right\} \tag{3.23}$$

とあらわされる．応力 σ_0 が求められれば，そのときの粒子速度 v_{W0} は式（3．21）より，またひずみ ε_{W0} は $\varepsilon_{W0} = \sigma_0 / E_0$ より求められる．

3．2．4　境界条件（$x=C_0 t$）　静止している試料棒の一端に縦衝撃を与えることによって，衝撃波は C_0 の速度で棒内に伝ぱされる．この波頭は図3．1に示すように $x=C_0 t$ によってあらわされる．この波頭の前方においては $\sigma=\varepsilon=v=0$ であるので，衝撃波が達した直後における関係として，跳躍条件より

$$\sigma = \rho C_0^2 \varepsilon = -\rho C_0 v \tag{3.24}$$

が成立する．また直線 $x=C_0 t$ は式（3．7）で示される特性曲線の一つであるので，この場合は式（3．8）の関係式が適用される．したがって式（3．19），（3．24）を用いて式（3．8）を積分することにより，$x=C_0 t$ 上においては

$$Bt = \frac{2A}{E_0}\left\{ e^{-(\sigma - \sigma y)/A} - e^{-(\sigma_0 - \sigma y)/A} \right\} \qquad (3.25)$$

が得られる．ここでσ_0は式（3．23）により与えられる．応力σが求められれば，そのときの粒子速度およびひずみはそれぞれ

$$v = -\frac{C_0}{E_0}\sigma, \qquad \varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} \qquad (3.26)$$

より求められる．

3．2．5　数値積分法　$x-t$平面上におけるσ，v，εを求める手順としては，まず$x = C_0 t$および$x = 0$上における値を決める．つぎに点N，W，S，Eの間の関係式を用いることによって任意点Nでの値を求める．このような計算を逐次行なうことにより，$x-t$平面上のすべての値が求められる．

すなわち，まず$x = 0$，$t = 0$での応力は式（3．23）から，粒子速度は式（3．21）から，またひずみは応力を縦弾性係数E_0で除することにより決められる．$x = C_0 t$上における応力は式（3．25）から，粒子速度およびひずみは式（3．26）から求められる．

つぎに$x = 0$上における値を求めるわけであるが，いま任意点Nと点W，S，Eとの関係が図3．1の太線で示される位置であるときを考える．点WとSとの関係式は式（3．13），（3．19），（3．20）より

$$\sigma_W + \frac{E_0}{2}\Gamma\triangle(Bt)e^{(\sigma_W - \sigma_y)/A} = \Gamma\left\{\frac{E_0}{C_0}(v_S - v_0) + \sigma_S - \frac{E_0}{2}\triangle(Bt)e^{(\sigma_S - \sigma_y)/A}\right\} \qquad (3.27)$$

となる．これより，点Sでの値はすでに求められているので，$x = 0$上における点Wでの応力σ_Wが求まれば，粒子速度v_Wは式（3．20）より求められ

る．またその点でのひずみについては，つぎのように行なう．点NとSとの関係は式（3．17），（3．19）より

$$\epsilon_{N}=\epsilon_{S}+\frac{1}{E_0}(\sigma_{N}-\sigma_{S})+\triangle(Bt)\left\{e^{(\sigma_{N}-\sigma_{y})/A}+e^{(\sigma_{S}-\sigma_{y})/A}\right\}$$

（3．28）

となる．この式より，点Sでの値と式Nでの応力が決められていれば点Nでのひずみを求めることができる．すなわち，この点NとSとの関係式は点Wと原点との関係にも適用されるので，これより点Wでのひずみϵ_{W}を求めることができる．

点W，S，Eでの値が求められていれば，点Nでの値はつぎのようにして求められる．

式（3．15），（3．19）より

$$\sigma_{N}+\frac{E_0}{2}\triangle(Bt)e^{(\sigma_{N}-\sigma_{y})/A}=\sigma_{W}+\sigma_{E}-\sigma_{S}+\frac{E_0}{2}\triangle(Bt)e^{(\sigma_{S}-\sigma_{y})/A}$$

（3．29）

の関係式が，また式（3．16），（3．19）より

$$v_{N}=v_{W}-v_{S}+v_{E}+\frac{C_0}{2}\triangle(Bt)\left\{e^{(\sigma_{W}-\sigma_{y})/A}-e^{(\sigma_{E}-\sigma_{y})/A}\right\}$$

（3．30）

の関係式が得られる．そこで，応力σ_{N}は式（3．29）から求められる．σ_{N}が求まれば粒子速度v_{N}は式（3．30）から，またひずみϵ_{N}は式（3．28）から求められる．

点Nでの値が求まれば，四辺形$NWSE$を1こま移動させると考えれば明らかなように，つぎの任意点Nでの値を求めることができる．

3．3　理論計算(power law)

3．2節では，変形応力がひずみ速度の対数に比例する logarithmic law の構成式のときを考え，材料の加工硬化を無視した場合を取り扱った．本節では，もう一つの代表的な構成式である powar law のときを考え，材料の加工硬化を考慮した場合を取り扱うことにする．

3．3．1　材料特性　降伏点の応力とひずみ速度との関係が power law にしたがう場合を考える．その関係を図3．5のようになり，ひずみ速度が B 以上の範囲での関係式は

$$\sigma_y=\sigma_{y0}\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{B}\right)^{A'},\quad (\dot{\varepsilon}\geqq B) \tag{3.31}$$

とあらわされる*．ひずみ速度が $10^{-3}\sim10^{-2}$ 1/S 以下の範囲では，一般にはひずみ速度依存性は小さいので，図のように一定であると仮定することができるであろう．この一定値 σ_{y0} は静的応力－ひずみ曲線より決められる．

つぎに，静的応力－ひずみ曲線が直線硬化型であり，そのこう配 H はひずみ速度の異なった線図に対して一定であると仮定する．また塑性ひずみ速度は全ひずみ速度と近似的に等しいとみ

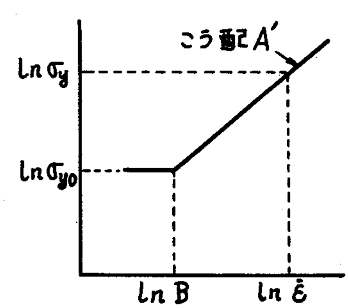


図3．5

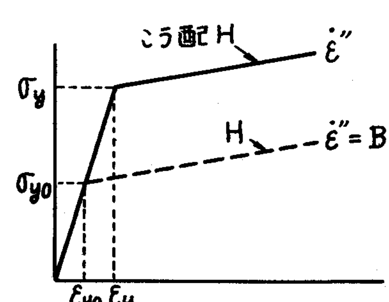


図3．6

＊　ここでの A' と3．2節の A とは同一のものではないことに注意されたい。

なして，$\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}''$とするならば，材料特性は図３．６に示すようになる．そこで，$\sigma-\varepsilon$線図は

$$\sigma=\sigma_y+H(\varepsilon-\varepsilon_y),\quad(\varepsilon\geqq\varepsilon_y) \tag{3.32}$$

によってあらわされ，これに式（３．３１）を代入すると

$$\dot{\varepsilon}''=B\left(\frac{\sigma-H\varepsilon}{\sigma_{y0}-H\varepsilon_{y0}}\right)^{1/A'}$$

となる．したがって式（３．４）より，関数$g(\sigma,\ \varepsilon)$は

$$g(\sigma,\ \varepsilon)=E_0B\left(\frac{\sigma-H\varepsilon}{\sigma_{y0}-H\varepsilon_{y0}}\right)^{1/A'} \tag{3.33}$$

となる．たゞし$\varepsilon>(\sigma_{y0}/E_0)(\dot{\varepsilon}/B)^{A'}$であって，しかも$\dot{\varepsilon}\geqq B$のときである．

３．３．２　境界条件（$x=0$，$x=C_0t$）　　まず衝撃端面（$x=0$）については，３．２節の場合と同じく，半無限長棒の試料棒とを組み合わせた端面条件を考える．したがって３．２．３項の条件式がそのまま適用される．

つぎに，波頭（$x=C_0t$）については，静止している試料棒の一端に縦衝撃を与えることによって，衝撃波はC_0の速度で棒内に伝ばされ，波頭の前方においては$\sigma=\varepsilon=v=0$であることから，式（３．２４）が成立する．また直線$x=C_0t$は特性曲線の一つであるので，この直線上では式（３．８）が成り立つ．したがって式（３．８）に式（３．３３），（３．２４）を適用すると

$$2d\sigma=-E_0B\left(\frac{\sigma-H\varepsilon}{\sigma_{y0}-H\varepsilon_{y0}}\right)^{1/A'}dt$$

となる．そこでこの直線上での応力－ひずみ関係は$\sigma=E_0\varepsilon$であり，$\sigma_{y0}=$

$E_0\varepsilon_{y0}$の関係も成立しているので，上式を積分することにより，$x=C_0t$上においては

$$Bt=\frac{2}{E_0}\cdot\frac{A'}{1-A'}\ \sigma_{y0}{}^{1/A'}\left\{\sigma^{-(1-A')/A}-\sigma_0{}^{-(1-A')/A'}\right\}$$

（３．３４）

が得られる．ここでσ_0は式（３．２３）により与えられる．応力σが求められれば，そのときの粒子速度vおよびひずみϵは式（３．２６）より求められる．

３．３．３　数値積分法　　まず，$x=0$，$t=0$での応力は式（３．２３）から，粒子速度は式（３．２１）から，またひずみは応力をE_0で除することによって決められる．$x=C_0t$上における応力は式（３．３４）から，粒子速度およびひずみは式（３．２６）から求められる．

つぎに$x=0$上における値を求めるわけであるが，任意点Nと点W，S，Eとの関係が図３．７の太線で示される位置であるときを考える．点Nにおいては式（３．２０）の関係が適用されるので，

$$v_N=v_0+(C_a\gamma/E_a)\sigma_N$$

（３．３５）

が成立する．点Nと点Eとの間には式（３．１２）が，またNと点Sの間には式（３．１４）が成立する．したがって式（３．１２），（３．１４），（３．１５）を組み合わせることによって，σ_Nとε_Nとの関係は

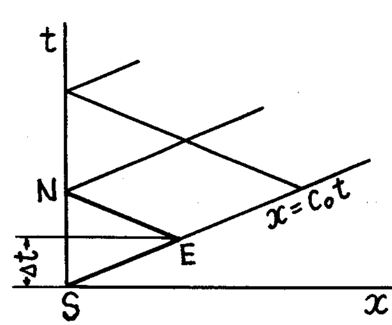


図３．７

$$(1+\frac{2E_0C_a}{E_aC_0}\gamma)\sigma_N+E_0\varepsilon_N=2\sigma_E-\sigma_S+E_0\varepsilon_S+\frac{2E_0}{C_0}(-v_0+v_E)$$

$$+(-g_N+g_S)\triangle t \qquad (3.36)$$

となる．そこで式（３．１２）に式（３．３３），（３．３５），（３．３６）を適用することによって，

$$\sigma_N+\frac{E_0}{2}\Gamma B\Big[(1+\frac{H}{E_0}+\frac{2C_aH}{E_aC_0}\gamma)\sigma_N-\frac{H}{E_0}\Big\{2\sigma_E-\sigma_S+E_0\varepsilon_S+\frac{2E_0}{C_0}(-v_0+v_E)$$

$$+(-g_E+g_S)\triangle t\Big\}\Big]^{1/A'}\cdot(\sigma_{y0}-H\varepsilon_{y0})^{-1/A'}\cdot\triangle t=\Gamma\Big\{\sigma_E+\frac{E_0}{C_0}(-v_0+v_E)$$

$$-\frac{1}{2}g_E\triangle t\Big\} \qquad (3.37)$$

が得られる．これより，点S，Eでの値はすでに求められているので，$x=0$上における点Nでの応力σ_Nを求めることができる．σ_Nが求まれば，式（３．３５），（３．３６）から粒子速度v_Nおよびひずみε_Nにそれぞれ次式によって求められる．

$$v_N=v_0+\frac{C_a}{E_a}\gamma\sigma_N \qquad (3.38)$$

$$\varepsilon_N=\frac{1}{E_0}\Big\{-(1+\frac{2E_0C_a}{E_aC_0}\gamma)\sigma_N+2\sigma_E-\sigma_S$$

$$+(-g_E+g_S)\triangle t\Big\}+\frac{2}{C_0}(-v_0+v_E)+\varepsilon_S \qquad (3.39)$$

$x=0$上および$x=C_0t$上の点以外の任意点Nでの値は，つぎのようにして求められる．点N，W，S，Eの間には，式（３．１５）．（３．１６），（３．１７）が満されている．そこで式（３．１５），（３．１７）よりσ_Nとσ_Nとの関係を求めると

$$\sigma_N+E_0\varepsilon_N=2\sigma_W+2\varepsilon_E-3\sigma_S+E_0\varepsilon_S+2g_S\triangle t \qquad (3.40)$$

となる．式(3.15)に式(3.33)，(3.40)を適用することにより，

$$\sigma_N+\frac{1}{2}E_0B\left\{\left(1+\frac{H}{E_0}\right)\sigma_N-\frac{H}{E_0}\left(2\sigma_W+2\sigma_E-3\sigma_S\right.\right.$$

$$\left.\left.+E_0\varepsilon_S+2g_S\triangle t\right)\right\}^{1/A'}\cdot\left(\sigma_{y0}-H\varepsilon_{y0}\right)^{-1/A'}\cdot\triangle t$$

$$=\sigma_W+\sigma_E-\sigma_S+\frac{1}{2}g_S\triangle t \qquad (3.41)$$

が得られる．これより，点W，S，Eでの値がすでに求められていれば点Nでの応力σ_Nを求めることができる．σ_Nが求まれば，式(3.40)からひずみε_Nを，また式(3.16)から粒子速度v_Nをそれぞれ次式のように求めることができる．

$$\varepsilon_N=\frac{1}{E_0}\left(-\sigma_N+2\sigma_W+2\sigma_E-3\sigma_S+2g_S\triangle t\right)+\varepsilon_S \qquad (3.42)$$

$$v_N=v_W+v_E-v_S+\frac{C_0}{2E_0}\left(g_W-g_E\right)\triangle t \qquad (3.43)$$

3.3.4 解の逐次近似法　式(3.27)によってσ_Wを求める場合および式(3.29)によってσ_Nを求める場合は，

$$x+\alpha e^{\beta x}=\gamma$$

の未知数xを求める場合に帰着する．したがって，

$$f(x)=x+\alpha e^{\beta x}-\gamma=0, \qquad f'(x)=1+\alpha\beta e^{\beta x}$$

となることから，ニュートンの逐次近似法より

$$x_{n+1}=x_n-\frac{x_n+\alpha e^{\beta x_n}-\gamma}{1+\alpha\beta e^{\beta x_n}}$$

となって，これより必要精度が得られるまで逐次計算を行ない，解を求めることができる．

また，式（3．37）によってσ_Nを求める場合および式（3．41）によってσ_Nを求める場合は，

$$x+\alpha(x-\beta)^{1/A}=\gamma$$

の未知数xを求める場合に帰着する．この場合は，

$$x_{n+1}=x_n-\frac{x_n+\alpha(x_n-\beta)^{1/A}-\gamma}{1+\frac{\alpha}{A}(x_n-\beta)^{1/A-1}}$$

となって，これによって逐次計算を行ない，解を求めることができる．

3．4 計算結果

3．4．1 3．2節の場合の計算結果

すなわち，変形応力がひずみ速度の対数に比例するlogarithmic lawの構成式のときであり，材料の加工硬化を無視した場合での数値計算結果について述べる．

計算例は主として工業用純アルミニウム棒を対象にして行なったものであるが，鉄と鉛についても計算を行なったので，それらの条件を表3．1と3．2にまとめて示す．ひずみ速度依存性をあらわす定数A Kg/㎠の値には，アルミニウムについては常温での値16.7[14]と約350℃での値33.4[25]を，鉄については筆者による実験結果から得られた常温での値140を（第4章参照），また鉛については常温

表3．1 試料棒の定数

定数 ＼ 試料棒		アルミニウム	鉄	鉛
E_0	kg/cm²	6.6×10^5	20×10^5	1.8×10^5
C_0	cm/s	4.7×10^5	5.0×10^5	1.25×10^5
σ_y	kg/cm²	700	2 450	70
B	1/s	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}
A	kg/cm²	16.7または33.4	140	5.5

表3．2 端面条件とΓとの関係

Γ ＼ 端面条件	試料棒	応力棒	$\gamma(A_S/A_a)$
0.50	アルミニウム	アルミニウム合金	1.0
0.625	〃	アルミニウム合金	0.6
0.74	〃	鋼	1.0
0.826	〃	鋼	0.6
1.00	〃	アルミニウム合金	0
0.625	鉄	鋼	0.6
1.00	鉄	〃	0
0.822	鉛	〃	0.6

ただし，アルミニウム合金とは$E_a=6.6\times10^5$ kg/cm²，$C_a=4.7\times10^5$ cm/sとしたものであり，また鋼とはそれぞれ20×10^5 kg/cm²，5.0×10^5 cm/sとしたものである．

での値5.5[14]を用いた．速度 v_0 には，アルミニウムについては－15m/Sを，鉄については－15m/Sと－30m/Sを，また鉛については－4.5m/Sを選んだ．

ここで，計算値に対する十分な精度を得るためには，$x-t$ 平面上の網目を十分に小さくとる必要がある．そこで $\triangle t$ を数種の値に選んで計算を行ない，その精度を調べた．これには，計算結果が初期の仮定である図3．2の関係を満足し，しかもそのこう配 A とも一致するかどうかを，また図3．3の関係を満足するかどうかを調べた．これより十分な精度であると判断されるものとして，ここでの計算ではすべて $\triangle t=0.1\,\mu s$，有効数字16けたにより計算を行なった．たゞし $x=0$ 上におけるひずみ値は信頼のおけないものとなった．しかしながら，この不正確さは式（3．28）～（3．30）から明らかなように $x=0$ 上のひずみのみについてであって，これがその他のひずみ，応力および粒子速度に影響することはない．

図3．8に衝撃波頭の応力を示す．図には比較のために，$g(\sigma,\epsilon)\equiv k[\sigma-f(\epsilon)]$ と仮定して，$k=10^6$ 1/Sとしたときの Malvern の結果[1]が一緒に示されている．

図より，衝撃波頭の応力は $t=0$ にて21Kg/mm² となり，その後の急激な減衰の後は徐々に減衰して σ_y に近づく．これに対して，Malvernの結果は図のようになめらかに減衰するが，σ_y に近づくのは早い．

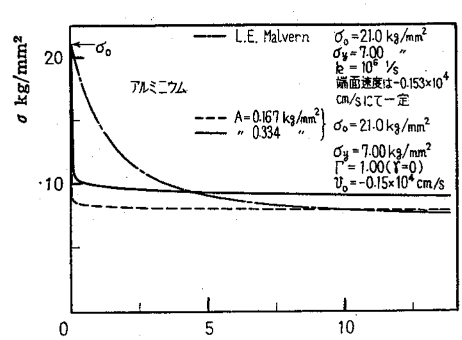


図3．8　衝撃波頭の応力

図3．9に一例として，$\Gamma=0.826$ のときのひずみ分布を示す．図における特徴の一つは端面ひずみが大きく，水平域が存在しないことである．このことは他の条件での計算結果において

も同様であった．また図より，ひずみ1～2％以上においてはAの大きいときほどひずみは小さい．このことから，ひずみがある程度以上大きい場合の塑性波速度はAの大きいときほど小さくなることが推察される．

図3・10には$x-t$平面上の等ひずみ線図を示す．図の(a)は，$A=0.167$ Kg／mm²と一定にとり，Γを変えたときの結果を比較して示したものであり，また(b)は$A=0.334$ Kg／mm²と一定にとったときの結果である．また，(c)は$\Gamma=1.00$と一定にとって，Aを変えたときの結果である．これらの線は原点の近くにおいては曲線であるが，原点から遠ざかるにしたがって直線に近くなっている．すなわち，おのおののひずみの伝ば速度は一定の条件下では本質的に一定であることを示している[4]．

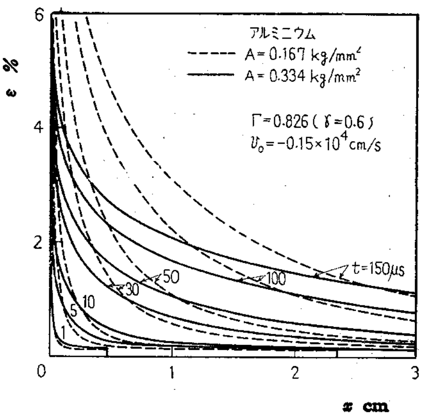
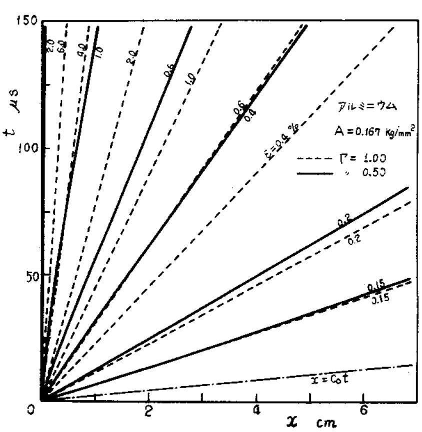


図3．9　各時間のひずみ分布

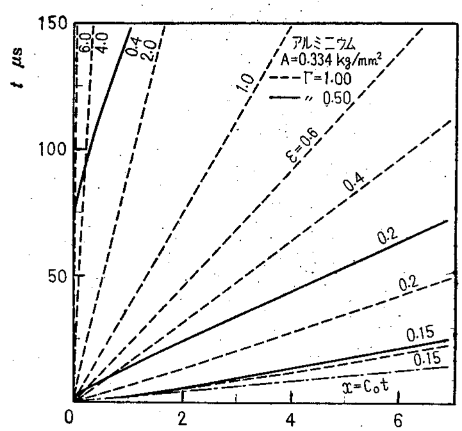


(a)

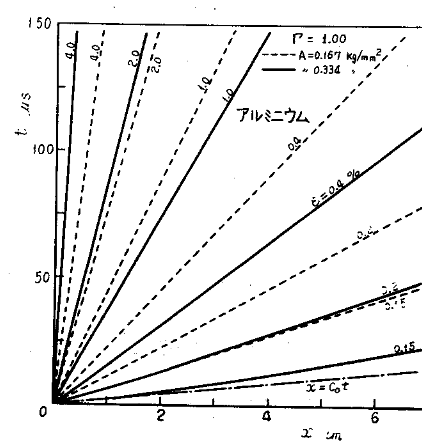
図3．10　$x-t$平面上の等ひずみ線図

これらの直線のこう配から塑性波速度Cを求めて，これと弾性波速度C_0との比C/C_0の値をとってまとめたものが図3．11である．

ここで，$\Gamma=1$のときとは，試料棒の断面積A_sと応力棒の断面積A_aとの比A_s/A_aが零のときであって，この場合は試料棒の一端が一定衝撃速度$|v_0|$で引張られるときに，または$|v_0|$の速度をもった試料棒が静止してい



(b) x cm



(c)

図 3.10

る剛体壁に衝突するときに相当する．また$\Gamma = 0.5$のときとは試料棒と応力棒との断面積，縦弾性係数および弾性波速度がそれぞれ等しいときであって，このときの応力棒の弾性変形は最も大きい．なお，Γが0.5より小さい場合は実際には考える必要がないであろう．

図3.11からつぎのことがいえる．(1)塑性波速度は，一定の条件下では本質的に一定であるがΓが小さいときほど小さく，Γ＝一定のときは$\boldsymbol{v}_0$ の絶対値が大きいときほど大きい．(2)ひずみが小さい場合の塑性波速度はひずみ速度依存性が大きいときほど大きいが，ひずみが大きい場合のそれは逆になる．

図3.12にはC/C_0 とひずみの関係を示す．図より，塑性波速度はひずみが大きくなるにしたがってしだいに小さくなる．図中の二点鎖線で示すものは，比較のために，アルミニウムの静的応力－ひずみ曲線のこう配から$C = \rho^{-1/2}(d\sigma/d\varepsilon)^{1/2}$として計算した値である．

図3.13には端面からの各位置における応力と時間の関係を示す．なお，図の縦軸にはひずみ速度もとってあり，各位置におけるひずみ速度と時間の関係を示している．図の(a)は，$A = 0.167$Kg/mm²のときであり，(b)は0.334

Kg／㎟ のときである．図中の一点鎖線は衝撃波頭の応力を示す．なお A が大きいときはひずみ速度依存性が大きいときである．図からつぎのことがいえる．まず図の(a)と(b)とを比較すれば明らかなように，(1)各位置の応力はひずみ速度依存性が大きいときほど大きい．(2)衝撃端面近傍の応力は Γ の影響を大きく受けるが，端面より 2 3.5 cm の位置においてはその影響はほとんどない．(3)衝撃端面近傍の応力は衝撃後約 1 0 μs の間に激しく変わるが，その後はそれほど変わらない．(4)衝撃波頭の応力は Γ には影響されないが，ひずみ速度依存性の影響を大きく受ける．

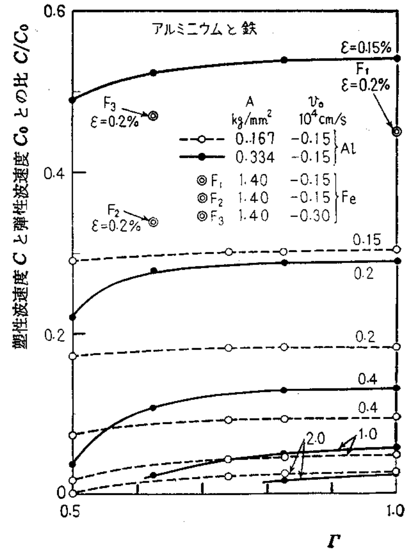


図 3 . 1 1　C/C_0 と端面条件(Γ)との関係

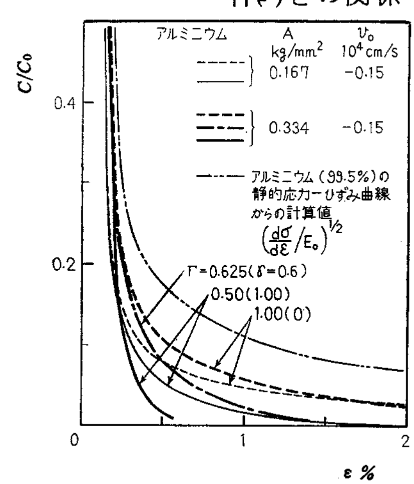


図 3 . 1 2　C/C_0 とひずみとの関係

図 3 . 1 4 には各位置における応力ーひずみ曲線を示す．図 3 . 1 5 には端面より 0.0 4 7 cmの位置での応力ーひずみ曲線と Γ との関係をまとめたものである．これらの結果から，応力ーひずみ曲線は，(1)端面に近い位置ほど，(2) Γ が小さいときほど，(3)ひずみ速度依存性が大きいときほど，また(4) v_0 の絶対値が小さいときほどあたかも降伏現象のように急に応力の減衰をともなう形となる．またこれらの曲線は，図の縦軸に示すように，ひずみ速度の変化のようすを示していることになる．

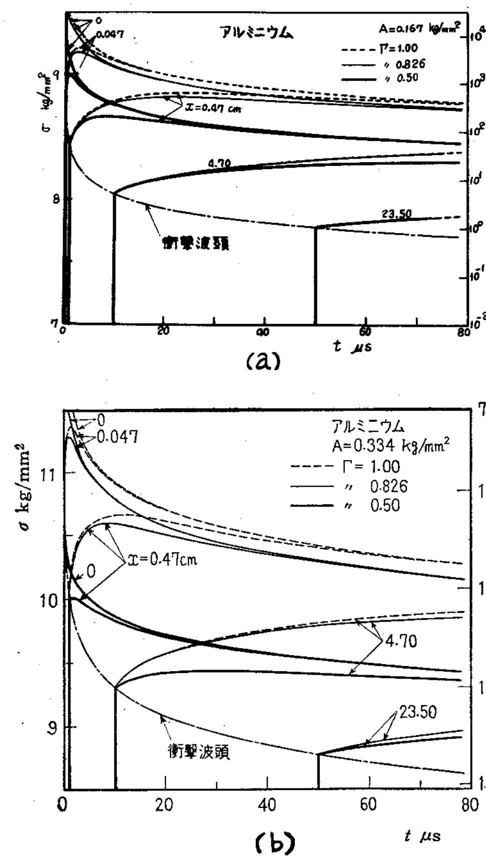


図３．１３　各位置の応力と時間との関係

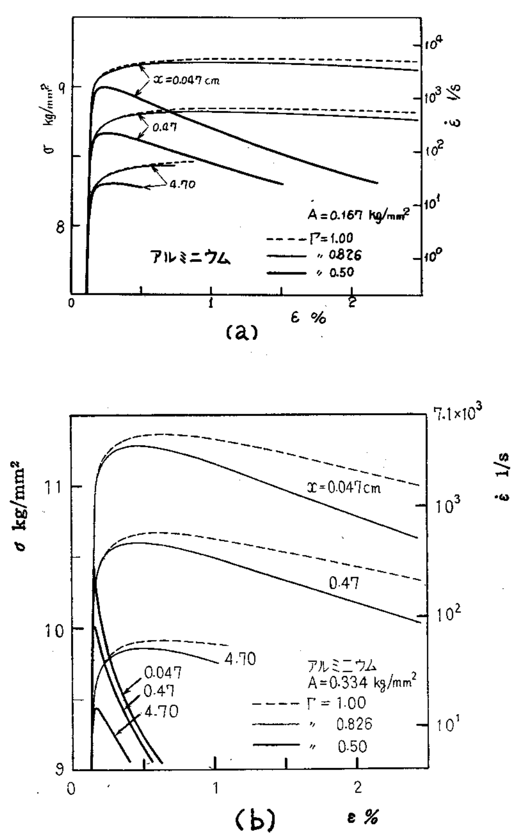


図３．１４　各位置の応力－ひずみ曲線

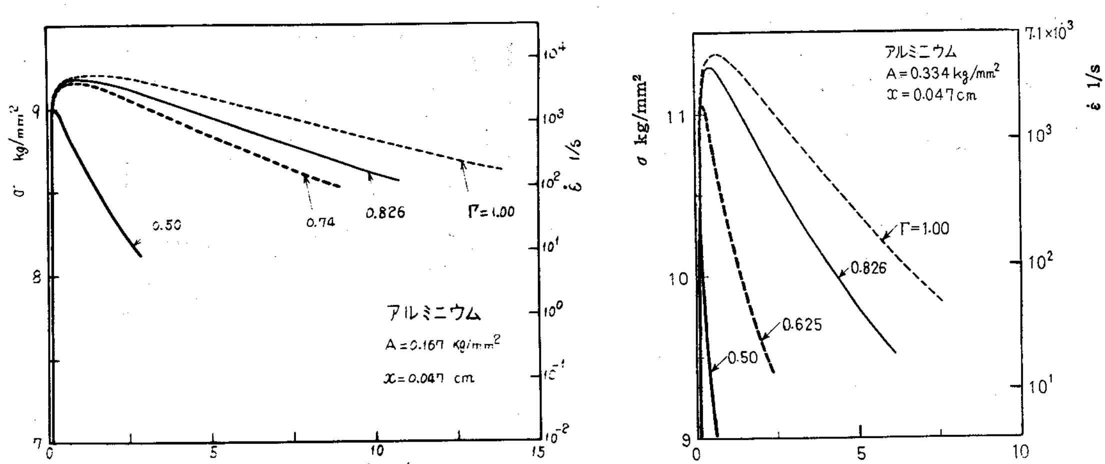


図３．１５　応力－ひずみ曲線と端面条件(Γ)との関係

したがっていま，一定ひずみ速度の線図を描けば初期の仮定である図３．３のようになる．

このことからかりに，高ひずみ速度下での動的応力－ひずみ曲線が降伏現象と類似の現象を示しても，それが材料本来の性質に基づく，いわゆる降伏現象を表わしているのではなく，ひずみ速度の急激な変化による現象である場合が考えられる．

図３．１６には各位置での粒子速度と時間との関係を示す．図に示す結果からつぎのことがいえる．(1)衝撃端面近傍の粒子速度はΓの影響を大きく受けるが，端面より２３.５cmの位置においてはその影響はほとんどない．(2)衝撃端面での粒子速度すなわち端面速度は，衝撃後１０μsの後にはほとんど一定値になる．たゞし，$\Gamma=1$のときのそれは当然一定である．(3)衝撃波頭の粒子速度はΓとv_0には

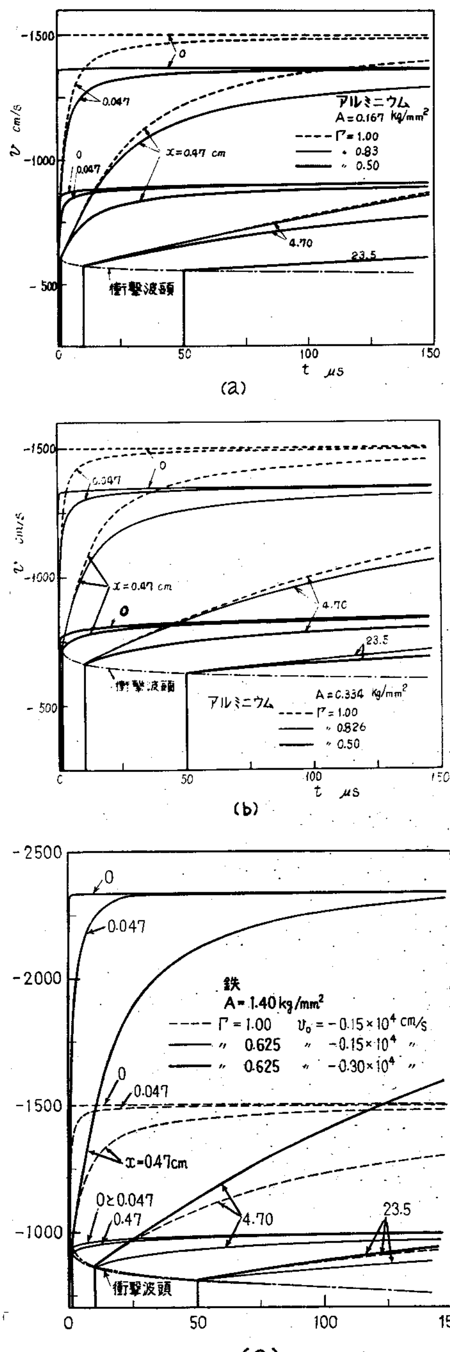


図３．１６ 各位置の粒子速度と時間との関係

ほとんど影響されないが，ひずみ速度依存性の影響を大きく受ける．

図3．17には衝撃端面での応力と時間の例を示す．図中のσ_0は衝撃の瞬間に生ずる応力であって，これは式（3．23）によって決められる．この図で示される特徴は，端面での応力が衝撃の瞬間には高い応力σ_0となり，これに引続く急激な減衰の後はほとんど一定になっていることである．このことについては3．5節において述べるが，鉛の試験片棒を応力棒に衝突させる実験を行ない，その特徴の良くあらわれることを確かめた．

3．4．2 結果のまとめ

以上の結果を要約するとつぎのようになる．

(1) 端面ひずみが大きくなって，水平域（プラトー）は存在しない．

(2) 塑性波速度は，一定の条件下では本質的には一定であるが，端面条件をあらわす係数Γが小さ

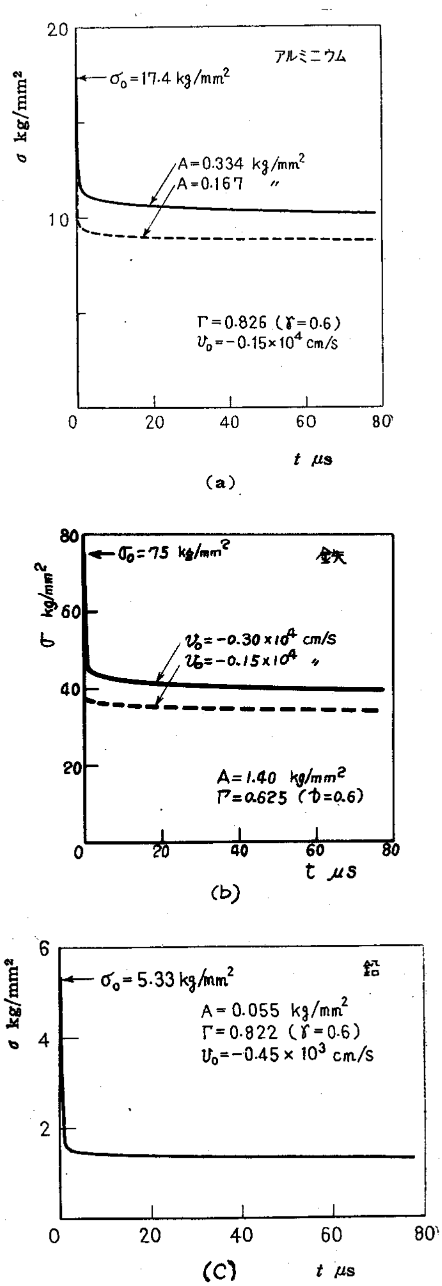


図3．17 衝撃端面での応力と時間との関係

いほど小さく，Γ＝一定では衝撃速度が小さいときほど小さくなる．たゞし，$\Gamma=1$は試料棒が静止している剛体壁に衝突するときに，また$\Gamma=0.5$は応力棒の弾性変形が最も大きいときに相当する．

(3)　ひずみが小さい場合の塑性波速度はひずみ速度依存性が大きいときほど大きいが，ひずみが大きい場合のそれは逆になる．

(4)　衝撃端面近傍の応力および粒子速度はΓ，衝撃速度およびひずみ速度依存性によって影響されるが，衝撃波頭のそれらはひずみ速度依存性にのみ影響される．

(5)　衝撃端面での応力は，衝撃の瞬間には衝撃速度に比例した高い応力を生じ，これに引続く急激な減衰の後は時間に対してほとんど一定になる．

３．４．３　３．３節の場合の計算結果　　すなわち，変形応力とひずみ速度との両対数表示において直線的であるとするpower law の構成式のときであり，材料の加工硬化を考慮した場合での数値計算結果について述べる．

計算例は工業用純アルミニウム棒を対象にして行なった．試料棒の各定数は，

$E_0=6.6\times10^5$ Kg/cm²　　　$C_0=4.7\times10^5$ cm/S

$\sigma_{y0}=700$ Kg/cm²　　　$B=10^{-2}$ 1/S

$A'=0.0185$（常温）　　　$H=6.6\times10^3$ Kg/cm²

　　0.0345（250℃）　　　1.32×10^4 Kg/cm²

　　0.0556（350℃）

とし，応力棒にはアルミニウム合金棒を考え，

$E_a=6.6\times10^5$ Kg/cm²　　　$C_a=4.7\times10^5$ cm/S

とした．また，速度v_0は－15 m/Sと－30 m/Sとに選んだ．たゞし，これらの定数のうちで，３．４．１項の場合と共通の定数は同じ数値である．

ここでの計算では，$x-t$ 平面の原点近傍では変化が急激であるので $\triangle t$ を非常に小さくとって $\triangle t=10^{-10}\mu s$ とし，その後はしだいに大きく変えてゆき，$\triangle t=0.1\mu s$ にとって大多数の点での計算を行ない，さらに原点から離れた点では $\triangle t=1\mu s$ にとって計算を行なった．なお有効数字は15けたである．

図３．１８に衝撃波頭の応力を示す．図には比較のために，Malvern の結果[(1)]および３．４．１項の場合の結果が一緒に示されている．図から，衝撃波頭の応力伝ぱの状態は，前の３．４．１項の場合と本項の場合とでは良く似た形であることがわかる．

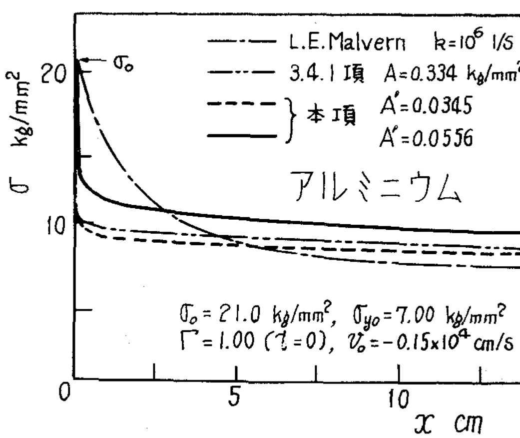


図３．１８ 衝撃波頭の応力

図３．１９には一例として，$\Gamma=0.625$（$\gamma=0.6$）のときのひずみ分布を示す．他の条件での結果も含めて要約すると，(1)端面ひずみが大きく，水平域が存在しない．(2) Γ が大きいときほど，v_0 の絶対値が大きいときほど，また A' が小さいときほど端面近傍での変化が急激である．(3) H が大きいときほど衝撃端面でのひずみは小さいが，端面から離れたところでは逆になる．(3)については，H が大きいときは塑性波速度が大きくなるためであると考えられる．

図３．２０には $x-t$ 平面上の等ひずみ線図を示す．図は，一例として，$A'=0.0556$ と一定にとり，Γ を変えたときのものである．図中の線は原点近くにおいては曲線であるが，原点から遠ざかるにしたがって直線に近くなっている．すなわち，おのおのの伝ぱ速度は一定の条件下では本質的に一定

であることを示している.[(4)] これらの直線のこう配から塑性波速度 C を求めて，これと弾性波速度 C_0 との比 C/C_0 の値をとってまとめたものが図3．21である．図からつぎのことがいえる．(1)塑性波速度はひずみが大きい場合ほど小さく，(2)ひずみが小さい場合は，A' が大きいときほど大きいが，ひずみが大きい場合であって Γ の小さいときには逆になる．(3)また塑性波速度は H が大きいほど，v_0 の絶対値が大きいときほど大きくなる．前の3．4．1項の場合には，Γ が大きいときほど塑性波速度は単調に大きくなっていたが，ここでは条

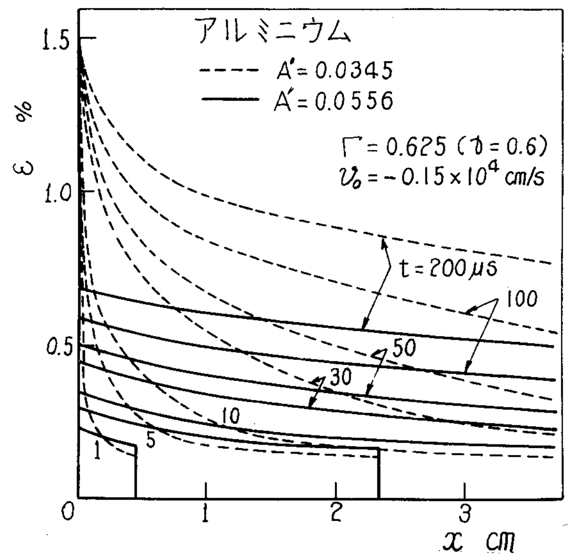


図3．19　各時間のひずみ分布

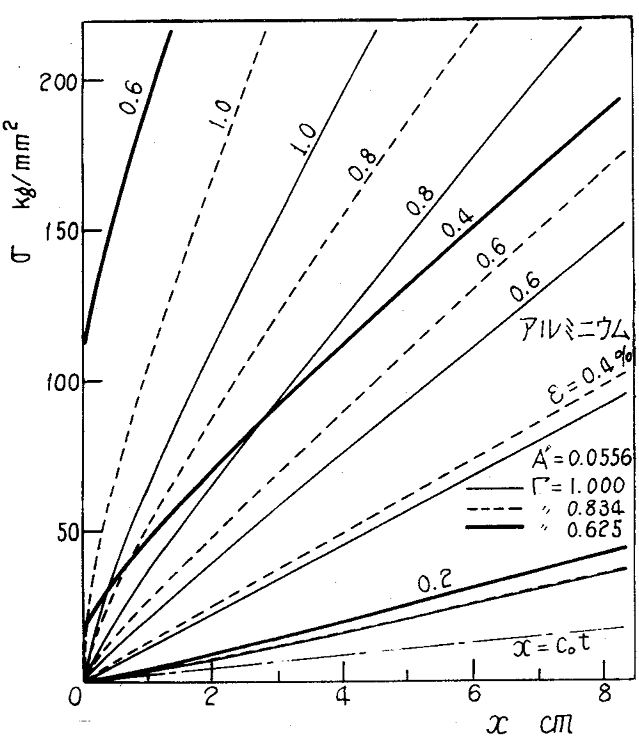


図3．20　$x-t$ 平面上の等ひずみ線図

件によってはC/C_0が最大になるΓのときがある．なお，ひずみ速度の小さい静的応力－ひずみ曲線のこう配により塑性波速度が与えられると仮定するならば，$H=0.66\times10^4$ Kg／cm² のときは$C/C_0=(H/E_0)^{1/2}=0.1$となる．しかしながら図の結果から明らかなように，C/C_0の値はひずみの小さい場合はそれよりも大きく，ひずみの大きい場合はそれよりも小さくなることがわかる．

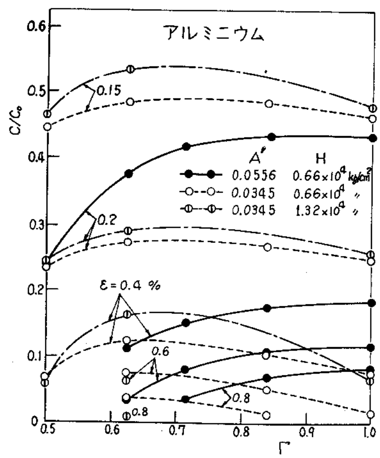


図3．21　C/C_0と端面条件(Γ)との関係

図3．22には端面からの各位置における応力と時間の関係を示す．図は$A'=0.0556$のときであって，Γを変えたときの一例である．これらの結果からつぎのことがいえる．(1)各位置の応力はひずみ速度依存性が大きいときほど大きい．(2)衝撃端面近傍の応力はΓの影響を大きく受けるが，端面より23.5 cmの位置ではその影響はほとんどない．(3)衝撃端面近傍の応力は衝撃後約10 μsの間に激しく変わるが，その後はそれほど変らない．(4)衝撃波頭の応力はΓ，v_0にはほとんど影響されないが，A'によって大きく変わり，A'が大きいときほど大きくなる．なおこのことは，衝撃波頭のひずみおよび粒子速度について

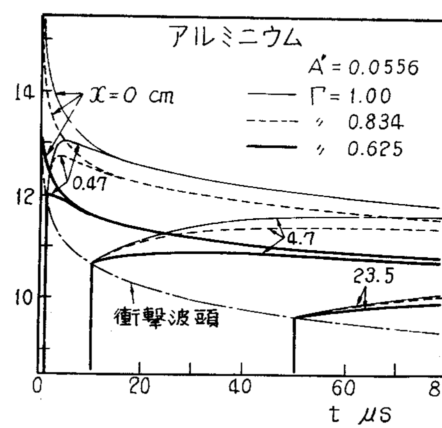


図3．22　各位置の応力と時間との関係

も同様である．

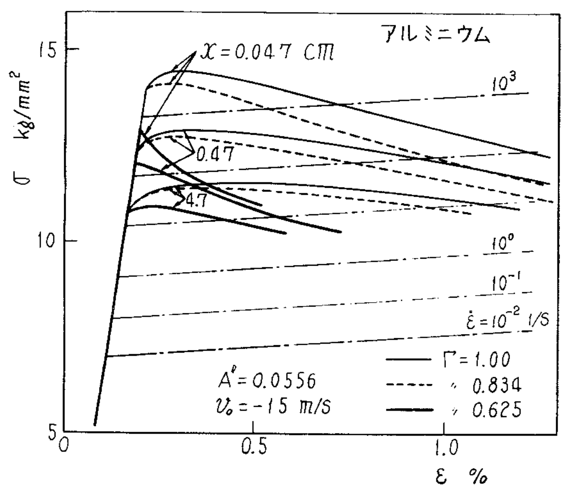


図３．２３
各位置の応力－ひずみ曲線

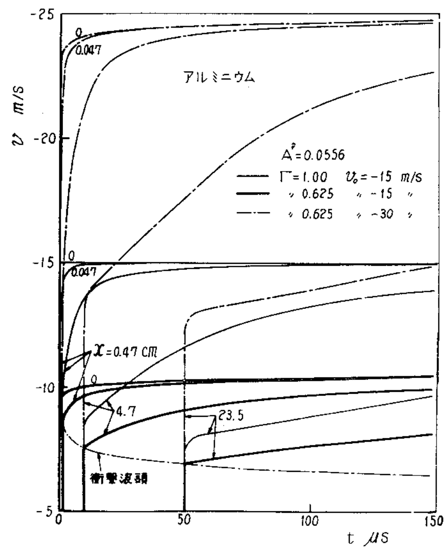


図３．２４
各位置の粒子速度と時間との関係

図３．２３には各位置における応力－ひずみ曲線の例を示す．これらの結果から，端面に近い位置ほど，Γが小さいときほど，v_0 の絶対値が小さいときほど，またHが大きいときほどあたかも降伏現象のように急に応力の減衰をともなう形となる．なお図中の一点鎖線は一定ひずみ速度の応力－ひずみ線図を示したものである．

図３．２４には各位置での粒子速度と時間との関係を示す．これらの結果からつぎのことがいえる．(1)衝撃端面での粒子速度すなわち端面速度は，衝撃後１０μsの後にはほとんど一定値になる．たゞし，$\Gamma=1$のときのそれは当然一定である．(2)粒子速度の絶対値はΓが大きいときほど，v_0 の絶対値が大きいときほど，またHが大きいときほど大きくなる．(3)しかしながら，衝撃波頭の粒子速度はΓと v_0 にはほとんど影響されない．

3．4．4　結果のまとめ　以上の結果を要約するとつぎのようになる．

(1)　端面ひずみが大きく，水平域（プラトー）は存在しない．

(2)　塑性波速度は，一定の条件下では本質的に一定であり，加工硬化の大きいときほど，また衝撃速度の大きいときほど大きい．たゞし，端面条件をあらわす係数Γとの間には規則性がない．

(3)　ひずみが小さい場合の塑性波速度はひずみ速度依存性が大きいときほど大きいが，ひずみが大きい場合であってしかもΓの小さいときのそれは逆になる．

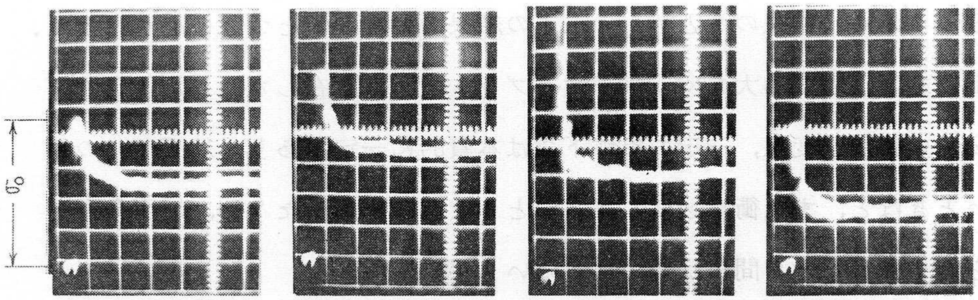
(4)　衝撃端面近傍の応力および粒子速度は，Γ，衝撃速度およびひずみ速度依存性によって影響されるが，衝撃波頭のそれらはひずみ速度依存性のみに影響される．

以上のことは，3．4．2項で述べたlogarithmic law の場合とほとんど同じである．異なる点としては，logarithmic law の場合の塑性波速度はΓの大きいときほど単調に大きくなっていたが，power law の場合のそれは条件によってはC/C_0が最大になるΓのときがあって，Γとの間に規則性がない．このことは主として加工硬化を考慮していることによる差異であると考えられる．

結局，材料特性がlogarithmic law の場合とpower law の場合では特徴的な差異がないことから，これらの結果によって．衝撃端面近傍における弾塑性波伝ぱについての大要が示されていると考えられる．

3．5　実　　　験

数値解における特徴的なことの一つは，衝撃端面での応力が衝撃の瞬間には衝撃速度に比例した高い応力となり，これに引続く急激な減衰の後は時間



衝突速度	v_0；17.1 m/s	21.0	22.9	27.0
感　　度	；0.5 mv／1こま	0.5	0.5	1
掃　　引	；20 μs／1こま	20	20	20

図 3.25　鉛の試験片棒（直径 7.5 mm）を応力棒（直径 7.9 mm）に衝突させたときの波形

に対してはとんど一定になることである（図3．17参照）．このことは図3．18からも明らかなように，材料特性が logarithmic law の場合も power law の場合も同じである．そこで，鉛の試験片棒を応力棒に衝突させる実験を行ない，その特徴の良くあらわれることを確めた．

実験に用いた試料は純度99.999％の電気鉛（ＥＭＫ）である．試験片棒は直径18.4 mm，長さ80 mmと160 mmのもの，および直径7.5 mm，長さ100 mmのものである．これらにはいずれも，実験前に自然焼なましを行なった．

直径18.4 mmの試験片棒はガス圧による高速衝撃圧縮実験装置（4．2．1項参照）により発射させて，直径24 mm，長さ1 mの応力棒に衝突させた．また直径7.5 mmのものはゴムばね式の衝撃圧縮実験装置（4．4．2項参照）により発射させて，直径7.9 mm，長さ600 mmの応力棒に衝突させた．直径24 mmの応力棒には端面より100 mmの位置にひずみゲージを，また直径7.9 mmの応力棒には端面より30 mmの位置にひずみゲージを接着して，これ

より衝撃時の波形をシンクロスコープに描かせた．また試験片の衝突直前の速度（衝突速度という）は，フォト・トランジスタおよびカウンタによって求めた．

図３．２５には試験片の直径7.5㎜の場合の波形の例を示す．図より，衝撃の瞬間には高い応力σ_0が生じ，これに引続く急激な減衰の後はほとんど一定になっていて，この形は図３．１７の特徴と良く一致している．なお同様の特徴は，アルミニウムとか鉄の細い試験片棒の場合にも認められた．しかしならが，波形からの応力σ_0の値は式（３．２３）から与えられる理論値よりもかなり小さい．この関係を示したものが図３．２６である．図中の半黒丸で示すものは応力棒の衝突端面が曲率半径２６０㎜の凸面に仕上げられたときの結果であり，黒丸と白丸で示すものは応力棒の端面が平面に仕上げられたときの結果である．図からわかるように，波形からの応力σ_0の値は理論値の５０～６０％にとどまっている．この原因には，急激な立上がり応力に対するゲージの応答性の問題，試料棒が応力棒に衝突するときのいわゆる“片あたり”の問題および試料棒と応力棒との直径が等しくないことの影響が考えられる．たゞし，図の実験点は$\sigma_0 \propto |v_0|$の関係を示していて，このことは式（３．２３）の関係と一致している．

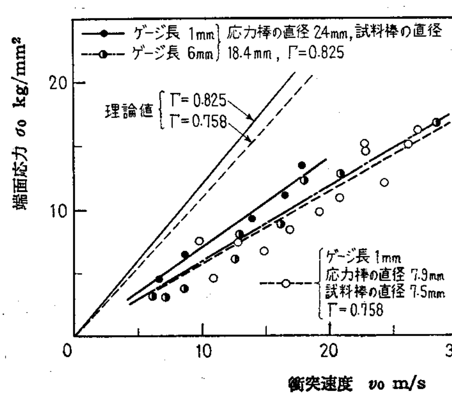


図３．２６　衝撃の瞬間での端面応力と衝突速度との関係

3.6 結　言

本章では，棒の一端に縦衝撃が作用するときの弾塑性波について解析を行ない，弾塑性波伝ぱに対する端面条件，衝撃速度およびひずみ速度依存性の影響を明らかにした．また，材料特性がlogarithmic law と power law の場合では弾塑性波伝ぱに対する本質的な差異が表われなかったことから，この理論解により衝撃端近傍の変形挙動についての大要が明らかになったものと考えられる．

棒の一端にステップ状の一定応力あるいは一定変位速度が作用すると仮定されていた従来の理論解では，実験結果と比較する場合，このように弾性棒と塑性棒との衝突として求めた理論解と比較しなければ端面条件が著しく異なっている．ひずみ速度依存性を考慮した理論解でも，プラトーの存在を示した論文がある[2]．これは端面条件としてステップ状の一定応力を仮定し，その応力を静的曲線の降伏点に極めて近い値を選び変形ひずみも小さい範囲での結果である．棒の一端に急峻な立上りの高速縦衝撃が作用し，ひずみ数%以上の大変形が与えられる場合は，衝撃初期の応力とひずみ速度が極めて大きくなり，その結果として衝撃端ごく近傍での変形も著しく大きくなってプラトーは存在しない．このことはKármán理論で説明づけできなかった衝撃端ごく近傍の現象を良く説明している．

このような衝撃初期の極めて大きい応力とひずみ速度は，図3．13，3．17，3．22および3．25に示したように，衝撃後約10μs間に急激に減衰し，その後は一定値に漸近する．したがって有限長の衝突実験で，先行した弾性波が自由端で反射して後続の塑性波と出合うまでの時間が50μs程度の大きさになるように設定するならば，衝撃端ごく近傍の著しい変形部に引き続いて，ほぼ一定ひずみのプラトー部分が形成され（図2．8および4．12参照），これに対応する応力波形が形成されることになる(図4.6～4.9参照).

第 3 章 の 文 献

(1) L. E. Malvern, J. Appl. Mech., 18-2 (1951-6), 203.

(2) E. R. Wood & A. Phillips, J. Mech. Phys. Solids, 15 (1967-7), 241.

(3) H. Kolsky & L. S. Douch, J. Mech. Phys. Solids, 10-4 (1962), 195.

(4) E. A. Ripperger & H. Watson, Jr., Mechanical Behavior of Materials Under Dynamic Loads, (1968), 294, Springer-Verlag.

(5) U. S. Lindholm, J. Mech. Phys. Solids, 12-5 (1964-11), 317.

(6) 吉田・永田, 日本金属学会誌, 29-8 (昭40-8), 811.

(7) M. Ohmori & Y. Yoshinaga, Proc. 9th Japan Congr. Test. Mat., (1966), 58.

(8) 大森・吉永, 日本金属学会誌, 31-4 (昭42-4), 433.

(9) A. Rosen & S. R. Bodner, J. Mech. Phys. Solids, 15 (1967-1), 47.

(10) 大森・ほか2名, 日本金属学会誌, 32-7 (昭43-7), 686.

(11) G. T. Hahn, Act. Met., 10 (1962), 727.

(12) L. E. Malvern, Behavor of Materials Under Dynamic Loading, (1965), 81, ASME.

(13) L. E. Malvern, Quart. Appl. Math., 8 (1951), 405.

(14) U. S. Lindholm, J. Mech. Phys. Solids, 12-5 (1964-11), 317.

(15) 吉田・永田, 日本金属学会誌, 29-8 (昭40-8), 811.

(16) M. Ohmori & Y. Yoshinaga, Proc. 9th Japan Congr. Test. Mat., (1966), 58.

(17) 大森・吉永, 日本金属学会誌, 31-4 (昭42-4), 433.

(18) 大森・ほか2名,, 日本金属学会誌, 32-7 (昭43-7), 686.

(19) A. Rosen & S. R. Bodner, J. Mech. Phys. Solids, 15 (1967-1), 47.

(20) S. R. Bodner, Behavior of Materials Under Dynamic Loading, (1965), 93, ASME.

(21) C. H. Karnes & E. A. Ripperger, J. Mech. Phys. Solids, 14 (1966-3), 75.

(22) F. E. Hauser・ほか, RMHVD, (1961), 93.

(23) K. Tanaka・ほか3名, Bulletin of JSME, 9-33 (1966-2) 21.

(24) L. E. Malvern. 文献(20)のP.81.

(25) N. Cristescu, Dynamic Plasticity, (1967), 115, North-Holland.

第4章　衝撃荷重下における動的変形応力

4.1　緒　　言

第2章および第3章で明らかにしたように，弾性棒と塑性棒との衝突により塑性棒にひずみ数%以上の高速変形を与える場合，衝撃初期の応力とひずみ速度が極めて大きくなり，衝撃端ごく近傍の変形は著しく大きくなる．このような衝撃端ごく近傍の現象を除けばプラトー部分は存在し，この変形部分の応力とひずみを対応させれば衝撃荷重下での応力－ひずみ関係が求められる．またこのようなプラトー部分を形成するときのひずみ速度は近似的に $10^3 \sim 10^4$ 1／Sとなる．

本章では，試料棒を高速度で応力棒に衝突させる実験を行ない，このようなプラトー部分に対する応力とひずみを検出して，衝撃荷重下における各種材料に対する応力－ひずみ関係を求めた結果について述べる．この実験方法と類似の実験は二，三の材料に対してKolsky[(1)]によって行なわれたが，衝撃速度45m／S以下によるひずみの小さい範囲のものである．しかもその論文では波の反射・干渉を考慮した棒全体の変形形態とひずみ速度についての検討は行なわれていない．

実験は，低速発射用のばね式の実験装置と高速発射用のガス圧式の実験装置を試作して行なった．高速発射用にはガス圧を利用した独自のトリガ弁を考案し，これにより試料棒を数m／Sから約200m／S の高速度まで所定の速度による発射実験を可能にした．

4.2　実験装置および実験方法

実験装置は，ガス圧式による高速衝撃圧縮実験装置およびばね式の衝撃圧縮実験装置であって，いずれも試作した装置である．前者は，直径18.4㎜

の試験片棒を数m/Sから約200m/Sの高速度にて発射させて応力棒に衝突させ，ひずみ数%から数10%を与えることのできる装置である．後者は，直径7.5mmの細い試験片棒を数m/Sから数10m/Sの速度にて発射させて応力棒に衝突させ，ひずみ数%を与えることのできる装置である．これらの装置および実験方法について，つぎに述べる．

4.2.1 高速衝撃圧縮実験装置（ガス圧式） この実験装置は図4.1に示す方式のものである．まず圧縮窒素ガスを貯蔵そうにためる．この場合，貯蔵そうとトリガ弁との連絡管に設けられてある圧力計によって所定の圧力にまで上げる．つぎにトリガ弁の操作によって，貯蔵そうにためられてあるガスを急激にガン中へ導入する．これによって，ガン中に装てんしてある試験片は高速度で発射されて応力棒に衝突する．このときの負荷後のガスは，ガン先端より200〜450mmの間にあけられた多数の穴より風胴を通して屋外に捨てられる．ガンは内径18.4mm，長さ2,000mmで，有効ストロークは1,410mmである．ガン先端より115〜155mmの位置から応力棒，応力吸収棒およびゴムクッションが図4.1のように一直線上に設けてある．

応力棒は直径18.4mm，24mmおよび26mmの三種類で，長さはいずれも1,000mmの高速度鋼である．応力吸収棒は直径26mm，長さ300mmの軟鋼である．直径18.4mmと26mmとの応力棒の試験片衝突端面は，軸方向に対して直角に鏡面仕上されている．これらの応力棒を用いた実験は，著者が一連の実験を行なったうちでの初期のものであり，試験片直径18.4mmによるアルミニウム，アルミニウム合金（52S），超ジュラルミン（24S）および銅についての結果がそれによる結果である．その後，試験片直径18.4mmによる鉄，その他についての実験は，直径24mmの応力棒を用いた．この

応力棒の衝突端面は，試験片棒が衝突する際のいわゆる「片あたり」の影響を防ぐために，曲率半径２６０㎜の凸面に仕上げたものである．

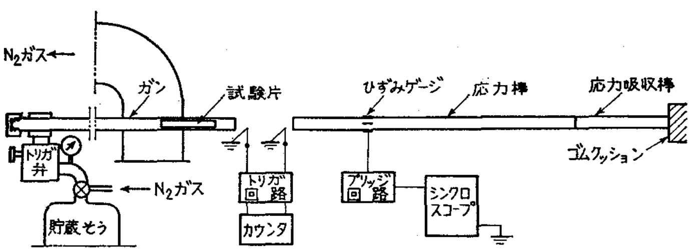


図4.1　実験装置（ガス圧式）

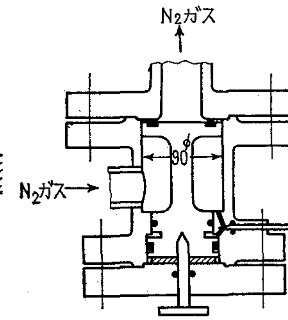


図4.2　トリガ弁

応力棒には，衝突端面より２５０㎜離れた位置にひずみゲージが対称に４点にはられている．またその端面直前には，試験片の衝突速度を測定するために標点間隔１００㎜のピンが設けてあり，トリガ回路をとおしてカウンタに連結されている．なおこの速度測定用の装置は，後にフォトトランジスタ方式に改良した．

貯蔵そうは内容積6.7 *l* の高圧容器であり，トリガ弁をとおしてガンに連結されている．

試験片の衝突速度を大きくするためには，貯蔵そうにためた圧縮ガスを急激に噴出させる必要がある．この目的のために試作したトリガ弁の概略を図4.2に示す．内径９０㎜のシリンダ内にピストンがあり，図の右下にはニードルバルブがある．充てんされた圧縮ガスは，そのガス圧によってピストンが図の上方へ押し上げられることになり，０リングによって密閉されている．そこでニードルバルブを操作することにより，ピストンはガス圧による上下方向の力のバランスが逆になって下方へ押し下げられることになり，図の上

方のOリングの外周から圧縮ガスが急激に噴出する.

この装置によって得られる試験片の発射速度は，試験片をガン中へ装てんする位置とガス圧とによって調節できる。予備実験によって測定した発射速度のばらつきは最高でも2％以下となっている。なお発射速度の一例を示すと，ストローク最大の位置では，試験片の質量が260g，ガス圧が15Kg/cm²では64m/S，また80g，48Kg/cm²では196m/Sとなっている。

なお，実験装置の全景を図4.3に示す。図の左側に貯蔵そう，トリガ弁およびガンが位置し，右側に応力棒が位置している.

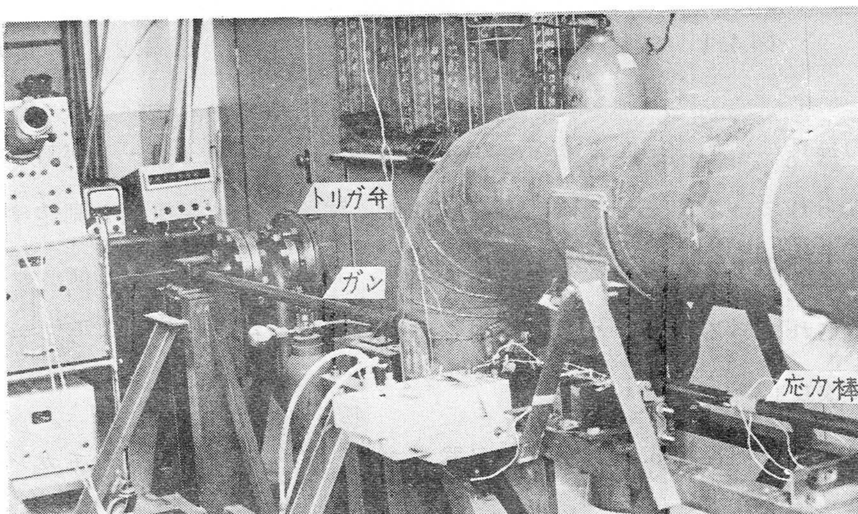


図4.3　実験装置（ガス圧式）の全景

4.2.2　衝撃圧縮実験装置（ばね式）　この実験装置は図4.4に示す方式のものであって，直径7.5mmの細い試験片棒を応力棒に衝突させることによって実験を行なう装置である.

2本の加速用ゴムひもの一端は固定端に結ばれ，他端は突棒支持板に結ばれている。この支持板には直径6mmのジュラルミン製の試料突棒が連結され

ている．ウインチによりワイヤロープを巻き取ることによって，支持板を図の右方向へ引っ張り，加速用ゴムひもを伸ばして所定の位置にセットする．つぎに発射用レバーの操作によって，支持板を止めていたつめをはずし，試験片を図の左方向へ発射させて応力棒に衝突させる．誘導管は内径7.5mmの銃砲用の鋼管２本を連結して長さ1,030mmとしたものである．誘導管と応

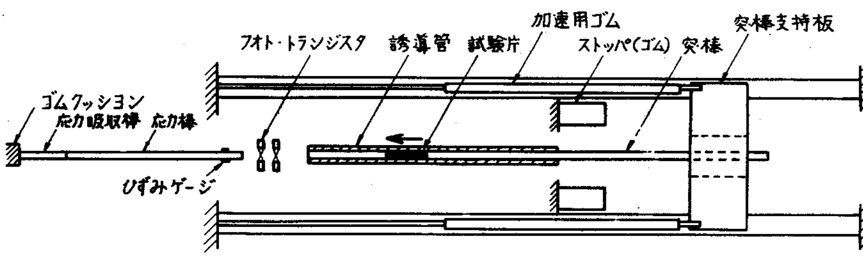


図 4. 4　実験装置（ばね式）

力棒との間には，速度測定用のフォトトランジスタが設置してあり，その左側には応力棒および応力吸収棒が図に示すように一直線上に設置してある．

応力棒には，直径7.9mmおよび10mm，長さ600mmのばね鋼（SUP6）を用いて，アルミニウム，アルミニウム合金（52S），銅および純鉄についての実験を行なった．また鉛については，直径8mmおよび10mm，長さ660mmのばね鋼（SUP6），直径13mm，長さ600mmのニッケルクロム鋼（SNC2）および直径10mm，長さ1,965mmのステンレス鋼（SUS27）を用いた．鉛の実験に対して各種の応力棒を用いたのは，衝撃端面での高い立上り応力を調べることおよび応力波形の完全な形を得るために長い応力棒を用いたことによる．これらの細い試験片棒用の応力棒は，その衝突端面が軸方向に対して直角に鏡面仕上げされたものである．なお応力棒には，衝突端面より30mm～40mm離れた位置にひずみゲージが対称に2点はられ

ている．

この装置によって得られる試験片の発射速度は，突棒支持板を右方向へ引張ってセットする位置によって調節できるが，これは数 m／S から約３５ m／S までの範囲である．

なお実験装置の全景を図 4.5 に示す．２本の長い管の中には加速用ゴムひもが入れられてあり，右端にあるものはウインチである．左側に応力棒，応力吸収棒が位置している．

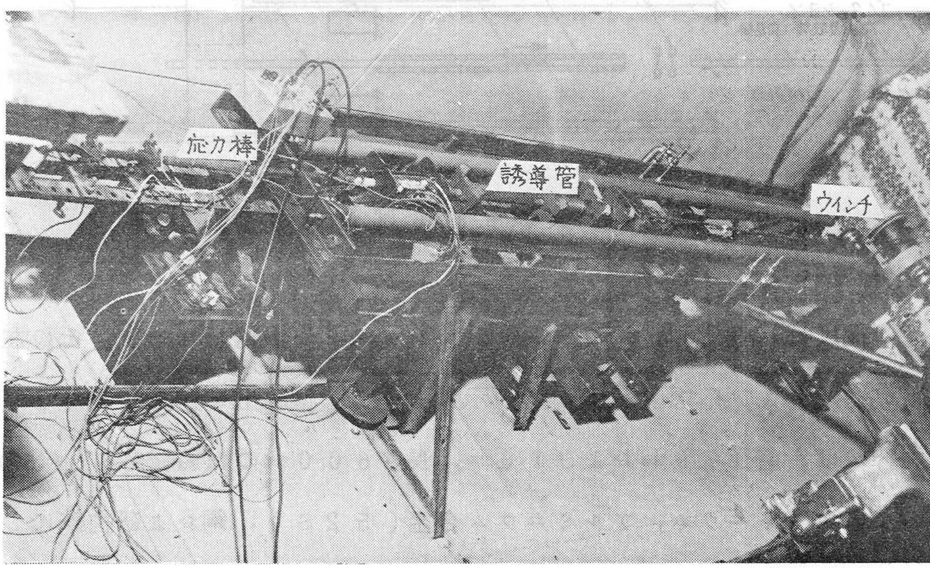


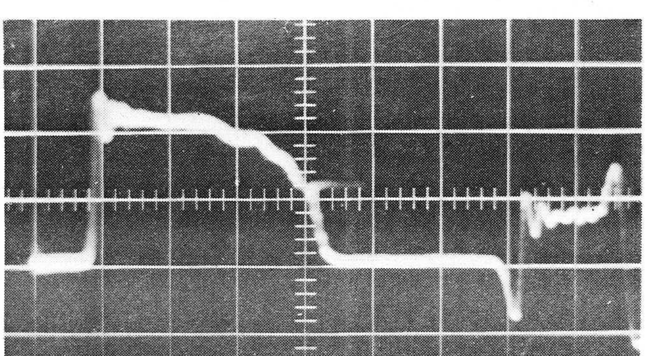
図 4. 5　実験装置（ばね式）の全景

４．２．３　応力の測定　　試験片棒を応力棒に衝突させることによる衝撃端面応力は，応力棒にはられたひずみゲージによって，シンクロスコープに応力波形を描かせて求める．ひずみゲージは，実験の初期においては半導体ひずみゲージ(2)〜(4)と抵抗線ひずみゲージ(5)とを併用したが，その後おもに用いたものは後者であって，ゲージ長６ mm，抵抗値１２０Ω，ゲージ率２

（Ｋ－６－Ａ１）の紙ゲージである．直径１８.４㎜の太い試験片棒用の応力棒には，衝撃端面より２５０㎜の位置にひずみゲージが対称に４点にはられている．図4.6および図4.7に応力波形の例を示す．直径7.5㎜の細い試験片棒用の応力棒には，衝撃端面より３０～４０㎜の位置にひずみゲージが対称に２点にはられている．このときのゲージはゲージ長１㎜の箔ひずみゲージ（ＫＦ－１－Ｃ１－１１）である．図4.8に細い試験片棒のときの応力波形の例を示す．

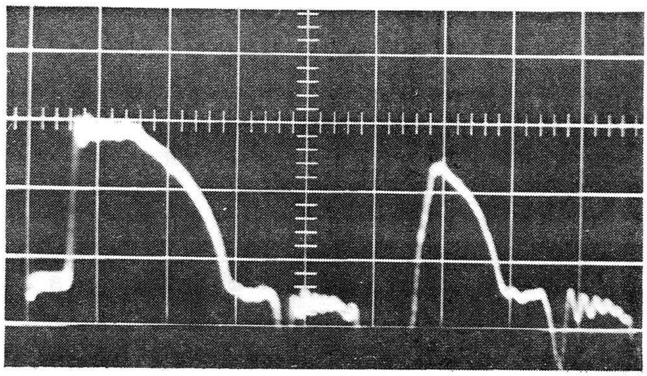
応力波形の例より，衝撃後のある時間の間，一定応力が持続していることがわかる．この一定応力の持続時間は，速い伝ぱ速度をもつ弾性波が試験片後端で反射して後続の塑性波と出合うまでの時間に対応している．この一定応力の値を読みとり，試験片と応力棒との断面積比を考慮することにより試験片端面に作用した一定応力の値を求めることができる．一方，試験片に生じたひずみ分布を測定して，このひずみ分布図において衝撃端面からの一定ひずみの部分すなわちプラトーが存在するならば（図2.8参照），このプラトーのひずみと応力波形からの一定応力とを対応させることによって，衝撃荷重下における動的応力－ひずみ線図の一点を決めることができる．

(a)



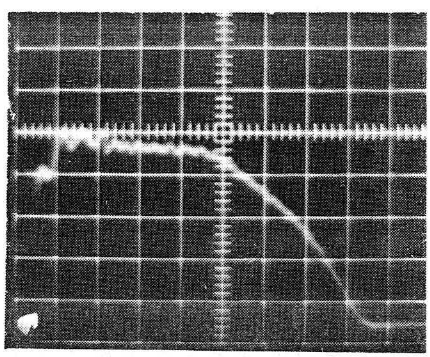
感　　度：
2 mV/1こま
掃　　引：
50μS/1こま
衝突速度：
28 m/S
試 験 片：
18.4∅×150L
材　　料：
アルミニウム

図 4.6



(b)

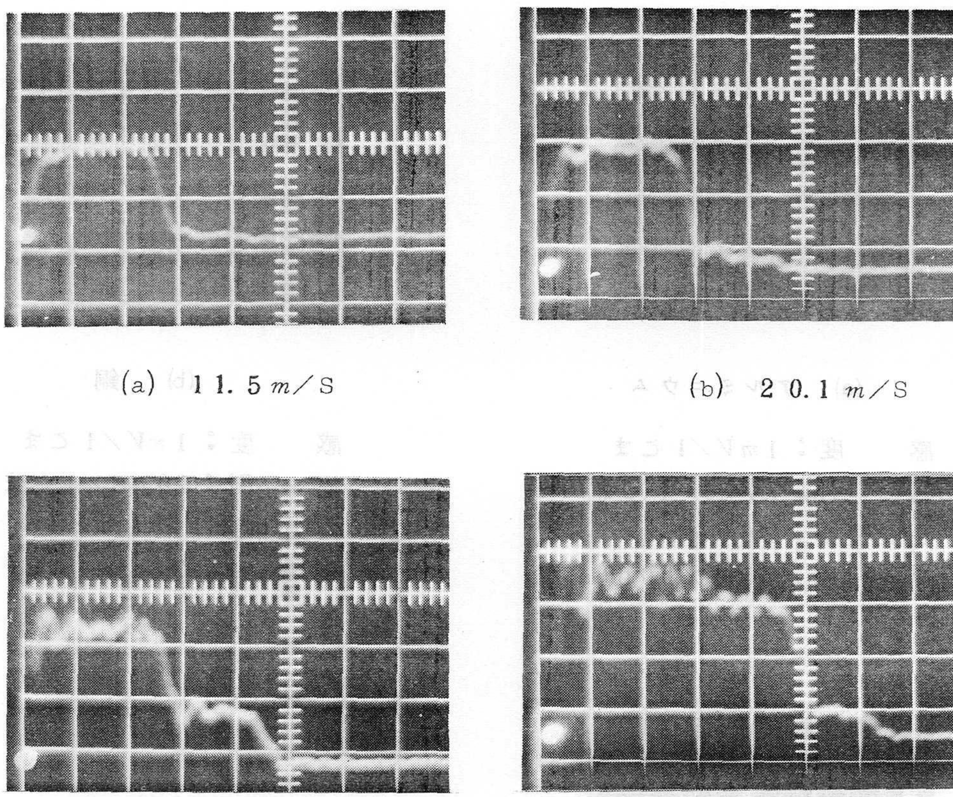
感　　度：
1 mV/1 こま
掃　　引：
100μS/1 こま
衝突速度：
16m/S
試 験 片：
18.4ϕ ×110^L
材　　料：
銅



(c)

感　　度：1 mV/1 こま
掃　　引：20 μS/1 こま
衝突速度： 17.4 m/S
試 験 片： 18.4 ϕ × 110^L
材　　料：亜鉛圧延材（230℃ × 3 h焼なまし）

図 4. 6　応力波形の例



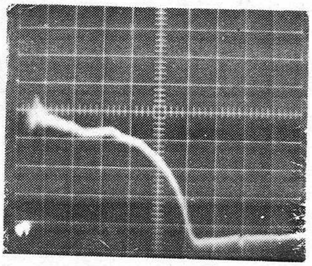
(a)　1 1. 5 m／S　　(b)　2 0. 1 m／S

(c)　2 6. 4 m／S　　(d)　4 4. 8 m／S

感　度：5 mV／1こま，掃　引：20μS／1こま，添　字：衝突速度
試験片：18.4ø×110 l，　材料：純鉄

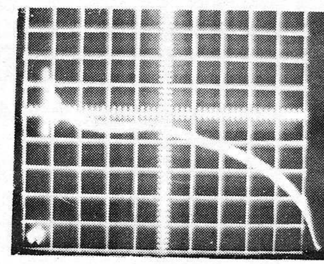
図 4. 7　応力波形の例

応力波形において，一定応力の持続後の減衰波形は，材料の種類および端面条件によって異なる．このような応力波形全体についての理解を深めるために，図4.7の(d)の波形を例にとって考えてみる．



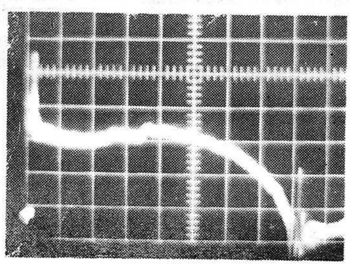
(a) アルミニウム

感　　度：1 mV／1 こま
掃　　引：20 μS／1 こま
衝突速度：26.9 m／S
試 験 片：7.5 ø×100 l



(b) 銅

感　　度：1 mV／1 こま
掃　　引：20 μS／1 こま
衝突速度：17.9 m／S
試 験 片：7.5 ø×100 l



(c) 鉛

感　　度：0.2 mV／1 こま
掃　　引：0.1 mS／1 こま
衝突速度：15.6 m／S
試 験 片：7.5 ø×100 l

図 4. 8　応力波形の例

この波形は，直径18.4 mm，長さ110 mmの大きさの鉄の試験片棒を直径24 mmの応力棒に衝突させたときのものである。そこで，第2章の2.2.2項および2.2.3項の解析結果を応用して調べる。定数はつぎのようにする。

$\gamma = A_s / A_a = 0.588$

$\rho_a = \rho_s = 7.86\ g/cm^3$

$C_a = C_s = 5.1 \times 10^5\ cm/S$

$C_p = 0.3 \times 10^5\ cm/S$ （推定値，5.4.1項参照）

$\sigma_e = 5 \times 10^6\ g/cm^2$ （この衝撃速度下での弾性限度の推定値）

$V_o = 4.5 \times 10^3\ cm/S$

図2.2，2.3および2.4を参照して，応力値を計算するとつぎのようになる。

式（2.22）より　$\sigma_o = 55.9\ Kg/mm^2$

式（2.23）より　$\sigma_1 = 50.4$ 〃

式（2.26）より　$\sigma_{1s} = 48.9$ 〃

式（2.29）より　$\sigma_q = 50.2$ 〃

式（2.33）より　$\sigma_{qs} = 50.5$ 〃

式（2.19）より　$\sigma_2 = 3.3$ 〃

$\sigma_3 = 0$

この結果と，測定波形とを比較して一緒に示すと図4.9のようになる。図中の測定波形は図4.7の(d)の波形であるが，試験片棒と応力棒との断面積比を考慮して試験片棒の応力値に換算したものである。図中の点線で示すσ_{1s}およびσ_{qs}の値は，衝撃端面からの反射波の影響を考慮した結果であるが，その影響を無視した値σ_1にほとんど等しいことがわかる。

図より，理論波形と測定波形とはかなりよく一致していることがわかる。

ここで，C_p の値は静的応力一ひずみ線図のこう配より決めた値ではなく，また σ_e の値は静的応力一ひずみ曲線の降伏点を用いたものではないことに注意されたい．なお測定波形が図のように振動しているが，この振動は衝突速度の大きいときほど，また応力棒の直径が大きいときほど大きくなっている．これは試験片棒と応力棒との双方のラジアルモーション[1][30]～[32]が複雑に干渉し合って生じているものと考えられる．図 4.8 に示す細い試験片棒のときの波形において，衝撃の瞬間には高い応力を生じ，これに引続く急激な減衰を示しているのは 3.5 節ですでに示した特徴である．

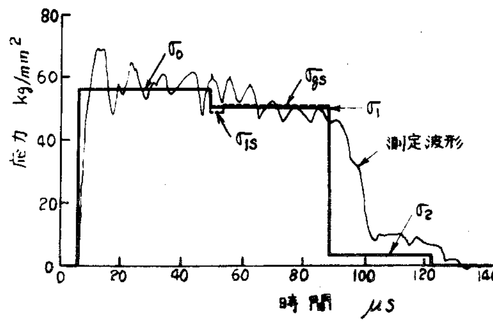


図 4. 9 理論波形と測定波形との比較

つぎに考えねばならないことは，試験片を応力棒に衝突させるときの，衝突端面の片あたりの影響である．この影響を調べるために，つぎのような試験片を密着させる方式の実験を行なった．すなわち図 4.1 0 に示すごとく，試験片棒Ａを応力棒Ｂに密着させておき，軟鋼棒Ｅを一直線上に衝突させる．棒Ａの長さ l は１５０ mm であり，密着端面Ｄからゲージ位置までの距離は５ l／3， 棒Ｂの長さは２０ l／3， また棒Ｅの長さは７ l／3 である．ここで，おのおのの棒内を伝ぱする応力波は圧縮を正とし，引張りを負とする．またこれらの応力波に対応する物質速度は棒Ｅの飛しょう方向を正とする．

まず棒Ｅを衝突速度 V_0 で棒Ｂに衝突させるとき，応力 σ_I ，物質速度 V_I の圧縮波が棒Ｂに生じる．ここで高速度鋼の棒Ｂに対して，アルミニウムまたはアルミニウム合金の棒Ａについて考えると，この圧縮波が端面Ｄに達す

れば応力$-\sigma_R$，物質速度V_Rの引張波が端面Dから棒Bに向かって，また応力σ_T，物質速度V_Tの圧縮波が端面Dから棒Aに向かって伝ぱされる．これらの状態が図に示されている．図の上方にはゲージ位置にあらわれる応力波形を示す．この応力波形のアルミニウムについての一例を図4.11に示す．

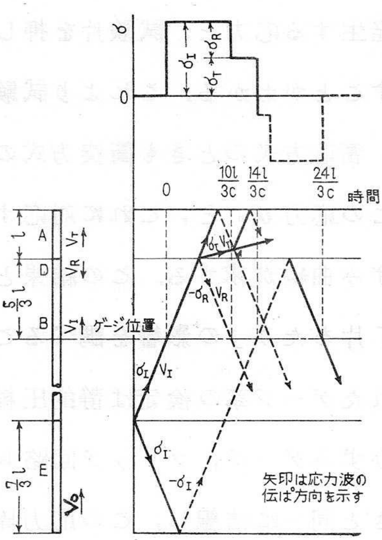
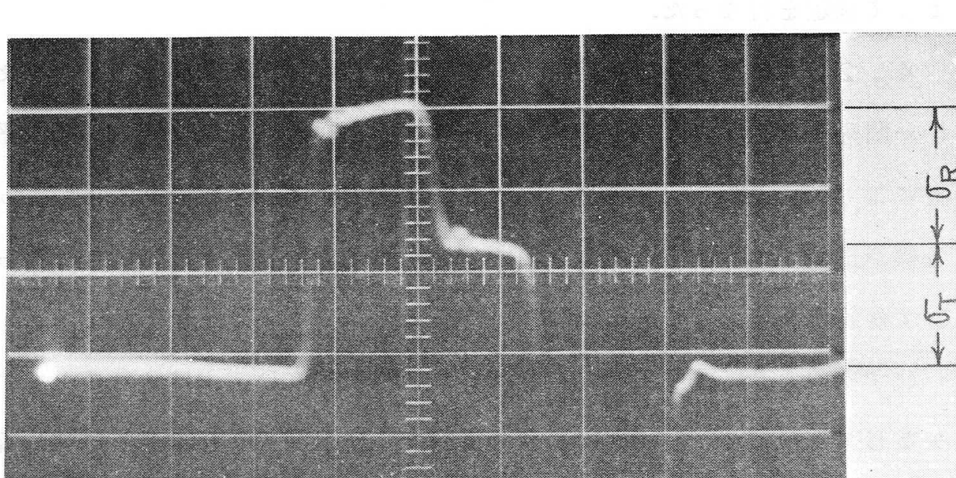


図4.10 密着方式での応力波の模様



2 mV／1こま，50μS／1こま，アルミニウム
図 4.11 応力波形の例

つぎにこのような場合，試験片Aに生ずる応力σ_Tと，これに対応する物質速度すなわち端面Dの移動速度V_Tとの関係は

$$V_T = V_O - \sigma_T / \rho_a C \qquad (4.1)$$

で与えられる．ここでρ_a：棒BおよびEの密度，C：棒BおよびEの弾性波速度．この式（4.1）はまた，試験片Aを衝突速度V_Oで応力棒Bに衝突させるときの端面に発生する応力と，試験片を押し出す速度すなわち衝撃速度との関係をあらわすことがわかる．これより試験片の端面に生ずる応力と衝撃速度との関係は，密着方式のときも衝突方式のときも同じであることがわかる．したがってこの応力σ_Tと，これに対応するひずみを求めることによって動的応力－ひずみ曲線が求まる．この結果と衝突方式による結果とを比較して，いわゆる「片あたり」の影響を調べることができる．

なお，応力棒にはられたゲージ率の検定は静的圧縮により行なった．すなわち応力棒にはられたひずみゲージ，ブリッジ回路およびシンクロスコープを衝撃実験を行なうときと同一に結線し，この応力棒をアムスラー形試験機により圧縮してシンクロスコープにあらわれる電圧の変化を読みとることによって検定を行なった．

4．2．4　ひずみの測定　試験片棒の表面に，衝撃端から1㎜または5㎜間隔に標点をつけ，この標点位置の直径を対称2点に測定してその平均値によって直径の値とする．このような測定を衝撃前後行なうことによって，各標点位置での半径方向の永久ひずみを求め，ρ＝一定と仮定してそれらのひずみ値を2倍することによって軸方向の永久ひずみ分布を求める．

ひずみの大きい塑性変形の場合は，負荷時の弾性ひずみは十分に小さいとみなして無視した．ひずみの小さい場合および直径7.5㎜の細い試験片棒の場合は，応力波形からの動的応力σ_Dを縦弾性係数Eで除することによって

弾性ひずみを求め，この値を永久ひずみに加えることによって負荷時のひずみとした．なおこれらの測定にはマイクロメータと工具顕微鏡とを併用した．

図4.12にひずみ分布図の数例を示す．図(a)および(b)中の白丸は，密着方式で行なった結果である．丸印で示す測定値をつらねた一本の曲線は，一個の試験片についての結果であり，大きいひずみの曲線は大きい衝撃速度にて衝撃された試験片についての結果である．ひずみ分布図の全体的な形については，第2章において述べたとおりであり，ひずみ速度依存性を無視した理論解析によって比較的簡単に説明される．また，端面近傍のひずみが急激に大きくなって，あたかも流動変形の様相を示すことについては，第3章で述べたとおりであって，ひずみ速度依存性を考慮した理論解析結果から説明される．

ここで問題になるのは，応力波形の一定応力に対応する一定ひずみ域（プラトー）が存在するかどうかである．図より，ひずみ数パーセントのときは比較的明確なプラトーが認められるが，ひずみの大きいときは端面ひずみが大きくなって，明確なプラトーは認められない．この大きいひずみのときは，たとえば図4.12(d)，(g)の矢印Aで示す値によってプラトーのひずみ値とみなすことができる．

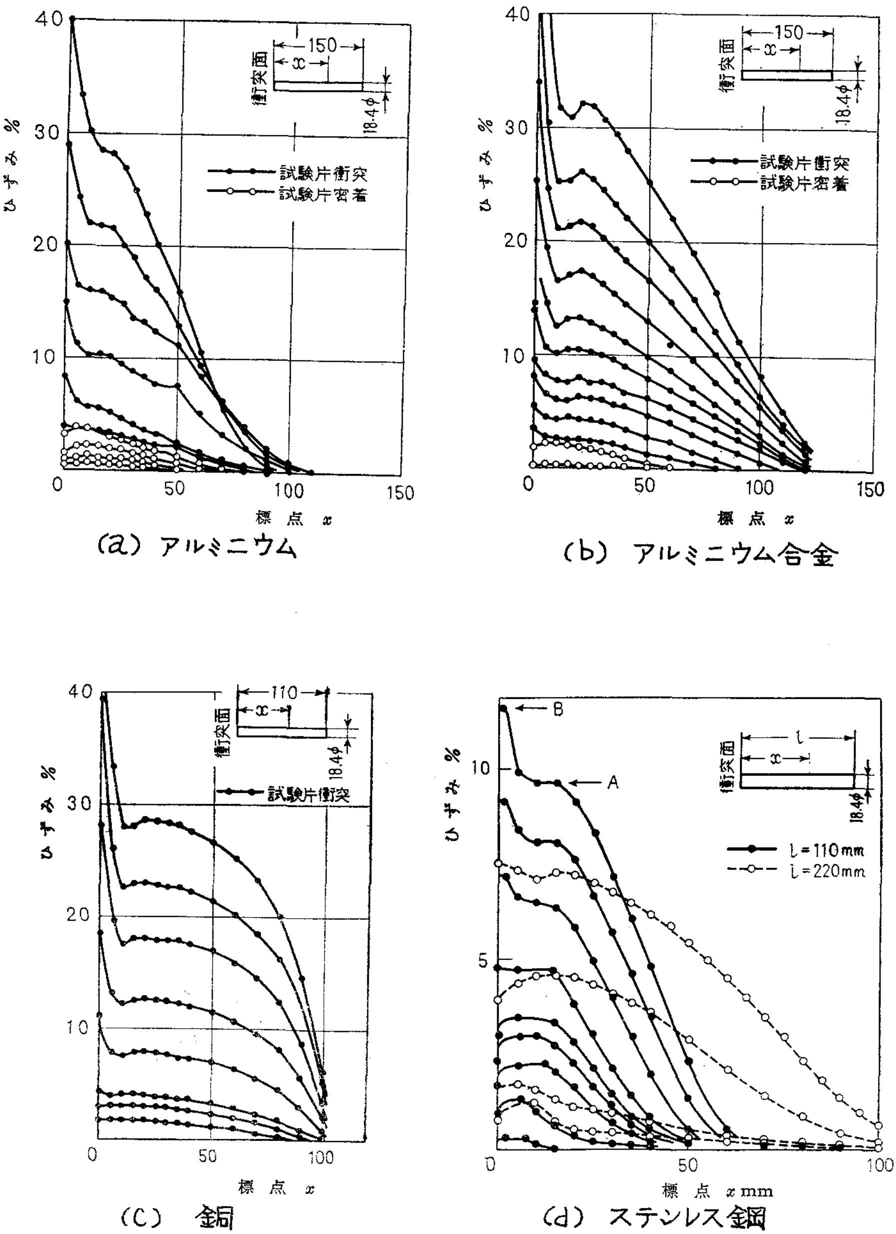
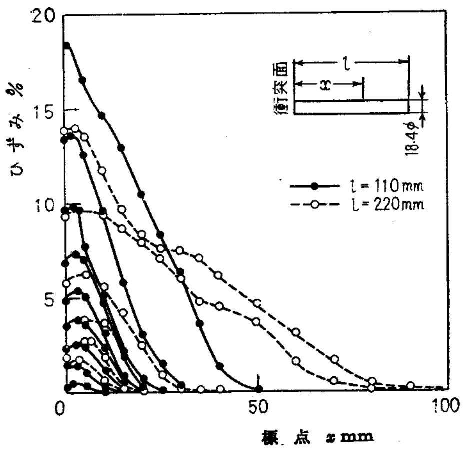
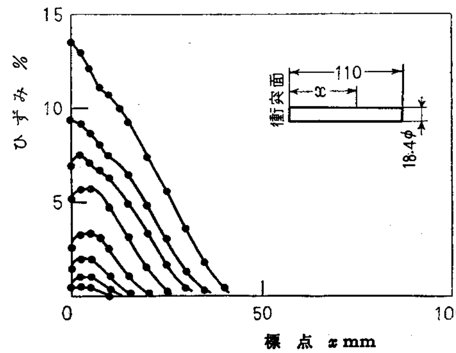


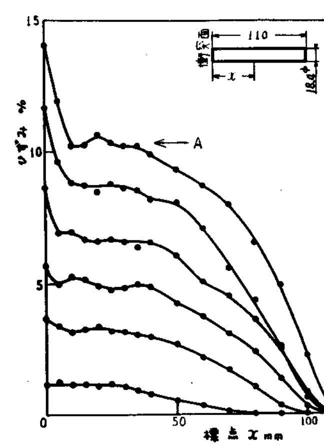
図 4.12　ひずみ分布図の例



(e)　極　軟　鋼



(f)　純　　鉄



(g)　亜鉛圧延材

図 4.12

4．2．5　静的応力－ひずみ曲線

これは静的圧縮用の試験片をアムスラー形試験機およびインストロン形試験機により圧縮して求めた．アムスラー形試験機の場合は，ダイヤルゲージを対称2点に設置して圧縮時のひずみを求めた．

試験片の寸法は，松浦の報告[(6)]より直径dと長さ l との関係を $d/l=1.22$ として決めたものである．ただし直径dは動的実験用の試験片の値と等しくとって，7.5㎜または18.4㎜としたものである．また試験片の両端面にはコロイド黒鉛を塗布した．

4．3　実験材料および実験結果

4．3．1　実験材料　　実験材料を表4.1にまとめて示す．表4.1(a)は

試験片の直径7.5 ㎜のものであり，(b)は直径1 8.4 ㎜のものである．ステンレス鋼（1 8－8），極軟鋼（0.0 4 %C）および純鉄（0.0 0 6 %C）については，化学成分の詳細を表4.2に示す．

超ジュラルミン（2 4 S）に対しては，焼入れ直後のものおよび時効硬化材を対象にして調べた．主要成分は4.9 0 %Cu，1.4 0 %Mg，0.6 2%Mn，0.1 0 %Si，0.2 2 %Feである．

まず，これを4 9 5 ℃にて1時間保持後水焼入れしたものおよび焼入れ後ただちに0，1 0 0，2 0 0 ℃に保持して時効硬化させたもののかたさを調べた．図4.1 3にその結果を示す．図中のおのおのの点は，直径1 8.4 ㎜の試料の端面をほぼ9等分し，それらの位置を測定した9点の結果の平均値を示す．なお，かたさ測定時の室温は5～7 ℃である．

図より1 0 0 ℃と2 0 0 ℃のいずれの場合も，かたさは約1時間2 0分時効硬化させたときに極大になることがわかる．したがって，4 9 5 ℃にて1時間保持後水焼入れした直後のもの（これを焼入れ直後のものとよぶことにする）および焼入れ後1 0 0 ℃にて1時間2 0分時効硬化させたもの（これを時効硬化材とよぶことにする）を対象にして実験を行なった．

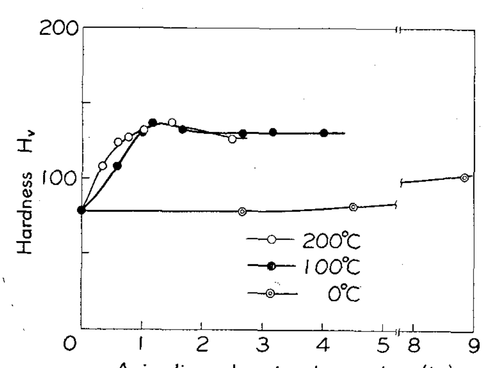


図4.1 3　超ジュラルミン（24S）の時効時間と硬さの関係

表 4. 1 実験材料および実験結果 ―(a)―

材料	試験片の大きさ 直径×長さ mm	熱処理	結晶粒の平均直径 10^{-2}mm	結晶構造	静的応力 σ_S Kg/mm² $\varepsilon=4\%$	ひずみ速度 1/S 静的曲線の $\dot{\varepsilon}$	ひずみ速度 1/S 動的曲線の $\dot{\varepsilon}$
アルミニウム 99.7%	7.5×100	400℃×30min焼なまし	10〜20	f.c.c	7.7	4.45 $\times10^{-4}$	(0.8〜5) $\times10^{4}$
アルミニウム合金 A5052 (52S)	7.5×100	400℃×30min焼なまし	5〜9	f.c.c	29.5	4.41 $\times10^{-4}$	(0.2〜1) $\times10^{4}$
銅 99.9%	7.5×100	600℃×30min焼なまし	3〜4	f.c.c	11.4	4.45 $\times10^{-4}$	(0.7〜2) $\times10^{4}$
純鉄 0.010%C 0.08%Mn	7.5×100	真空溶解した電解鉄を切削加工後、水素中にて850℃焼なまし	3〜4	b.c.c	24.5	1.0 $\times10^{-3}$	(0.1〜1) $\times10^{4}$

σ_D/σ_S				静的曲線からの式(5.1)の適用範囲	
$\varepsilon=$ 1 %	2 %	4 %	6 %	衝撃速度 m/S	ひずみ %
1.23	1.33	1.42	1.43	厳密には適用されない	
1.10	1.07	(1.04)	―	〜30	〜20
1.25	1.23	1.22	1.18	〜30	〜6
2.75	2.47	1.94	1.72	〜10	〜2

表 4. 1 ─(b)─

材料		試験片の大きさ 直径×長さ mm	熱処理	結晶粒の平均直径 10^{-2} mm
アルミニウム	99.7 %	184×150 184×230	400℃×30 min焼なまし	10〜20
アルミニウム合金	A5052 (52S)	18.4×150	360℃×30 min焼なまし	2〜3
超ジュラルミン	A2024 (24S)	18.4×80 18.4×80	495℃×1h焼入れ直後 焼入れ後，100℃にて80 min 時効硬化	5〜7
銅	99.96 %	18.4×110	600℃×30 min焼なまし	3〜5
鉛	99.999 %	18.4×80 18.4×160	50Kg塊から切削加工し，10日間自然焼鈍	10〜30
		7.5×100	鋳込み後紙ヤスリ仕上げして，10日間自然焼鈍	4〜5
ステンレス鋼	SUS 304-B (18-8)	18.4×110 18.4×220	1100℃焼なましした棒から切削加工	〜3
極軟鋼	0.04 % C	18.4×110 18.4×220	850℃焼なましのものから切削加工後，アルゴン中にて700℃×30 min焼なまし	〜3
純鉄	0.006 % C 0.02 % Mn	18.4×110	直空溶解した電解鉄を切削加工後，水素中にて850℃焼なまし	6〜7
亜鉛	99.998 %	18.4×110	20Kg塊から切削加工し，230℃×2h焼なまし	50〜100
亜鉛圧延材	99.998 %	18.4×110	20mm圧延板から切削加工後，30日間室温放置	4〜9
		18.4×110	100℃×5h焼なまし	1〜7
		18.4×110	230℃×3h焼なまし	10〜20
マグネシウム	99.9 %	18.4×110	アルゴン中にて360℃×1h焼なまし	60〜100

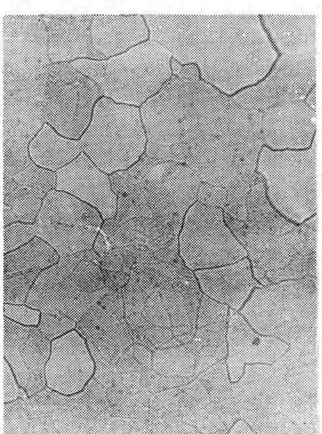
(　　)内は外挿値を示す．

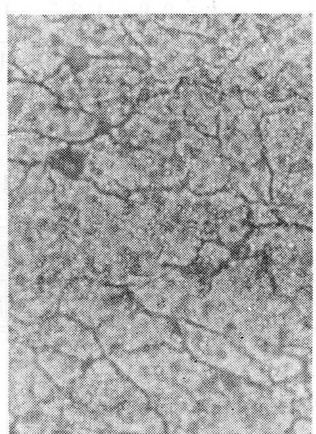
結晶構造	静的応力 σ_S Kg/mm² $\epsilon=4\%$	ひずみ速度 1/S		σ_D/σ_S				静的曲線からの式（5.1）の適用範囲	
		静的曲線の $\dot{\epsilon}$	動的曲線の $\dot{\epsilon}$	$\epsilon=$ 4%	8%	16%	30%	衝撃速度 m/S	ひずみ %
f.c.c	7.55	$(1\sim4)\times10^{-4}$	$(0.1\sim4)\times10^{-4}$	1.39	1.40	1.31	1.19	～80	～22
f.c.c	17.1	同上	同上	1.11	1.05	1.09	1.00	～100	～15
f.c.c	36.9	同上	$(0.4\sim1)\times10^{-4}$	1.08	1.07	1.08	—	～180	～18
	52.5			1.05	1.00	0.97	—		
f.c.c	11.5	同上	$(0.1\sim1)\times10^{-4}$	1.28	1.25	1.19	1.22	～70	～15
f.c.c	1.11	1.84×10^{-2}	同上	1.74	1.80	1.52	1.30	7	5
				1.48	1.62	1.45	—		
	1.26	3.86×10^{-2}		1.29	1.37	1.46	1.55	大略～17	大略～15
f.c.c	37.3	$(1\sim4)\times10^{-4}$	同上	1.52	1.38	(1.15)	—	～70	～10
				1.49	1.32	—	—		
b.c.c	32.1	同上	同上	1.75	1.55	1.28	—	～20	～4
b.c.c	21.2	同上	同上	2.12	1.79	(1.53)	—	～40	～7
c.p.hex	6.70	同上	同上	1.49	2.02	(2.62)	—	～15	～3
c.p.hex	13.4	$(0.8\sim2.2)\times10^{-4}$	同上	1.95	2.46	—	—	10	1
	12.7			2.06	2.47	—	—		
	12.0			2.09	2.60	—	—		
c.p.hex	9.5	$(3\sim7)\times10^{-4}$	同上	1.12	1.06	—	—	～100	～10

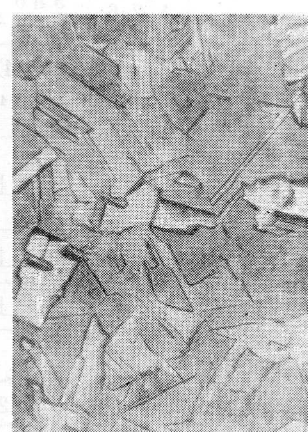
表 4.2　実験材料の化学成分（%）

材　料	C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	N	O
ステンレス鋼	0.05	0.48	1.83	0.040	0.006	—	9.10	18.40	—	—
極　軟　鋼	0.04	0.08	0.27	0.006	0.009	0.07	—	—	—	—
純　　鉄	0.006	0.10	0.02	0.012	0.006	—	—	—	0.001〜0.003	0.0015〜0.0030

図 4.14 には一例として，アルミニウム，アルミニウム合金（52S），および銅の顕微鏡写真を示す．これらの結晶粒の平均直径は表 4.1 に一緒に示されている．なお表中のその他の数値は，実験結果の代表的な数値を整理して示したものであるが，これらについては後述する．







アルミニウム（×44×2/3）　アルミニウム合金(×260×2/3)　銅　(×60)

図 4.14　実験材料の顕微鏡写真

4．3．2　実験結果　図4.15(a)～(p)に，各種材料についての静的および動的応力－ひずみ曲線を示す．図中の実験点が，上述のごとく，測定された応力波形の一定応力値とこれに対応するひずみ分布図からの一定ひずみ域の値とを読みとって求めた結果である．ただし，一定応力は図4.6～4.9に示したように比較的明確にあらわれるが，これと対応させるべきひずみは必ずしも一定ではない．衝撃端面近傍のひずみ分布は，衝撃速度の小さい場合すなわちひずみの小さい場合は端面より10～20㎜の位置においてピークを示すことがあり，ひずみの大きい場合は塑性流れの様相を示している．したがってひずみの小さい場合はそのピーク値を，ひずみの大きい場合は，たとえば図4.12(d)に示したAとBとの範囲をもたせた値を用いた．図4.15(j)，(k)および(m)において，細線でつながれた二つの丸印がAとBとの値である．

これらの実験点を結んだ太線を動的応力－ひずみ曲線とする．この動的曲線のひずみ速度はどの材料の場合においても10^3～10^4 1／Sのオーダである（2.4.3項参照）．静的曲線のひずみ速度は図中に記入してあるとおりであるが，記入のない材料については表4.1のとおりであって，大多数の材料の場合（1～4）×10^{-4} 1／Sである．

図4.15(b)，(d)の黒丸は，試験片棒を応力棒に密着させる方式による結果である．図より，この結果と試験片棒を応力棒に衝突させる方式による結果とが連続的につながっていることがわかる．このことから，試験片棒を応力棒に衝突させる実験において，動的応力－ひずみ曲線に影響する程度の“片あたり”は生じていないことがわかる．なお図(b)，(d)，(g)以外の，試験片直径18.4㎜の結果は，この“片あたり”の影響をふせぐために衝突端面が曲率半径260㎜の凸面に仕上げられた応力棒を用いた結果である．

応力棒の太さを変えたときの結果が，図(a)～(c)，(f)，(h)に一緒に示されて

いるが，それらの結果は実験結果のばらつきの範囲内にあって，応力棒の太さを変えることによる影響は認められない．ただし，応力棒および試験片棒が太いときほど，また衝撃速度が大きいときほど応力波形にあらわれる振動は大きくなった（図 4.7 参照）．

試験片の長さを変えたときの結果は図(b)，(i)〜(l)に示されているが，アルミニウム（18.4ϕ），ステンレス鋼（18.4ϕ）および極軟鋼（18.4ϕ）においては試験片長が約2倍になっても動的曲線上の差はほとんど認められない．鉛（18.4ϕ）および純鉄（7.5ϕ）においては，試験片長が2倍のものの動的曲線は明らかに小さい．図(i)に示す鉛の場合，試験片長が80㎜と160㎜とによる動的曲線の応力値の差は約10％であり，一定応力レベルでのひずみ値の差は比率で20〜30％となっている．ところが図(l)に示す純鉄の場合，試験片長が100㎜と200㎜とによる動的曲線の応力値の差は約10％であるが，一定応力レベルでのひずみ値は約2倍になっている．試験片長が100㎜と200㎜との場合の一定応力の持続時間は約40μSと80μSとであって2倍の差があり，この結果生じたひずみ値に2倍の差が生じていることから，直径7.5㎜の細い試験片棒の純鉄の変形は負荷時間に比例して進んでいることになる．

図 4.15(a)〜(p)に示すように，大多数の材料において動的曲線と静的曲線との差が顕著であって変形応力のひずみ速度依存性が顕著であることがわかる．同じひずみにおける動的応力σ_Dと静的応力σ_Sとの比σ_D/σ_Sをとって，図 4.15(b)，(d)，(g)に示したアルミニウム，アルミニウム合金（52S）および銅の結果を示したものが図 4.16(a)であり，図 4.15(j)，(k)，(m)の結果を示したものが図 4.16(d)である．

図 4.16(a)には，ひずみが6〜8％の小さい範囲までのKolsky[1]の結果

が示してある．Ｋｏｌｓｋｙの結果は全体的には小さい値を示しているが，おのおのの材料についての傾向は良く一致している．またＳｐｌｉｔ Ｈｏｐｋｉｎｓｏｎ ｐｒｅｓｓｕｒｅ ｂａｒ法によるＤａｖｉｓら[7]，Ｌｉｎｄｈｏｌｍ[8]，田中ら[9]および吉田ら[10]の結果からその比をとったものが一緒に示されている．これらは材料および実験方法がそれぞれ異なるので，そのまま比較することはできないが，アルミニウムと銅に対しては，ひずみが３０％程度にわたってのＬｉｎｄｈｏｌｍの結果がかなり近い値を示している．

図4.１６(b)には，硬鋼（Ｓ４５Ｃ）の焼なまし材について同様の実験を行なった結果による比を一緒に示してある．図の炭素鋼についてみると，炭素量の少ないものほどその比は大きくなっている．このことは一般に純金属ほどひずみ速度依存性が大きいといわれていることと一致している．一方，ステンレス鋼でのその比は1.2～1.5となっている．これに対して，１８－8ステンレス鋼についての山田[11]の結果は，$\dot{\varepsilon}=76\ 1/s$，$\varepsilon=6\%$での値1.2となっており，大矢根[12]の結果は$\dot{\varepsilon}=450\ 1/s$，$\varepsilon=20\%$での値1.1５となっている．これらの値は本実験結果による値1.2～1.5よりもわずかに小さいが，それはひずみ速度が小さいことによるためであろう．

このような比σ_D/σ_Sの値の，ひずみ１％，２％，４％および６％を例にとった結果が表4.１(a)にまとめて示されている．またひずみ４％，８％，１６％および３０％を例にとった結果が表4.１(b)にまとめて示されている．

表4.１(a)のひずみ４％での比の値と，表(b)の同じ材料についてのひずみ４％での値とを比較すると，両者はかなり近い値であることがわかる．このことは，試験片棒を衝突させる本実験方式において，試験片直径が7.５㎜である細い棒の場合と１8.４㎜である太い棒の場合とによる動的応力－ひずみ曲線上にあらわれる差はほとんどないことを示している．しかしながら，試験

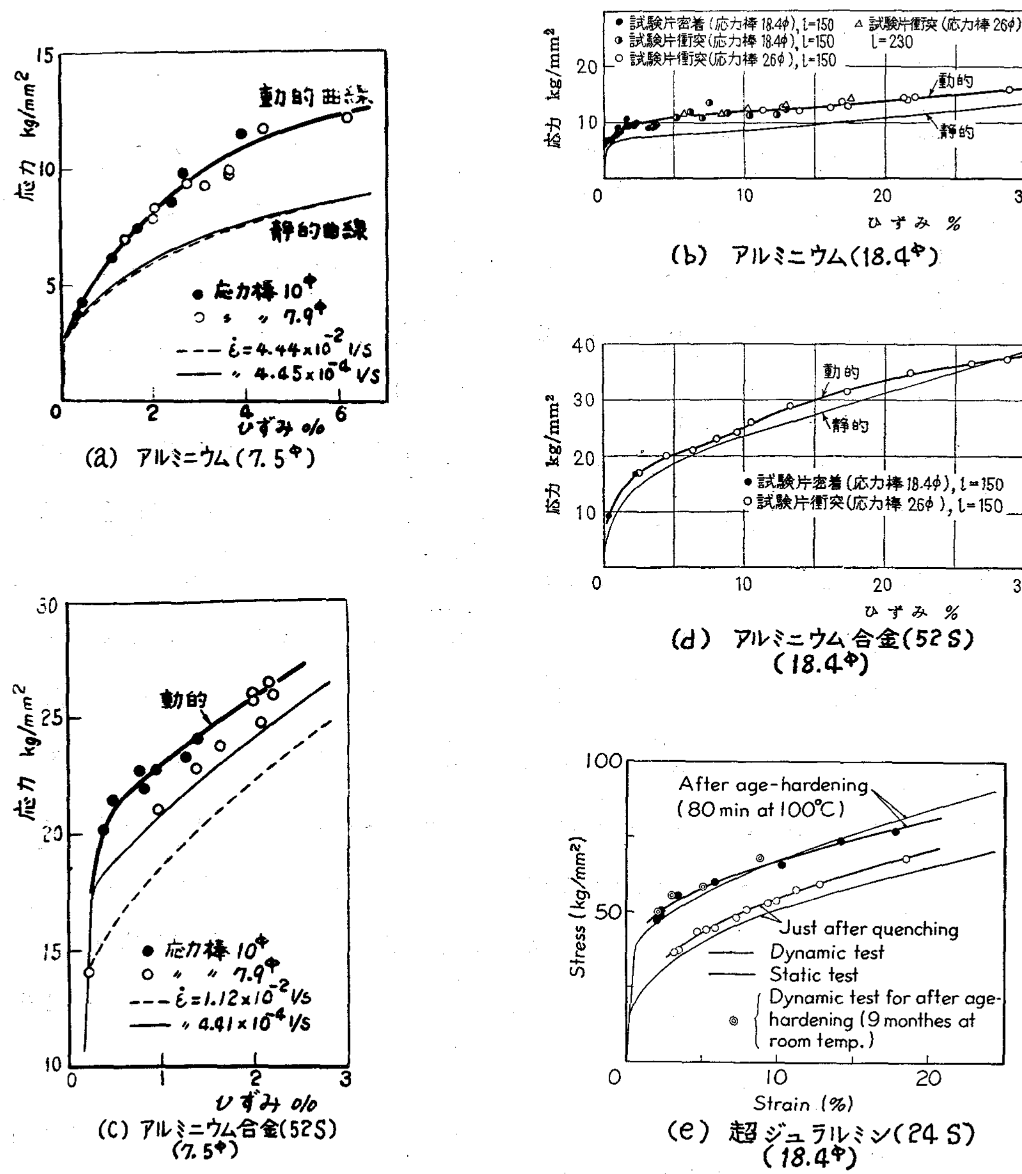
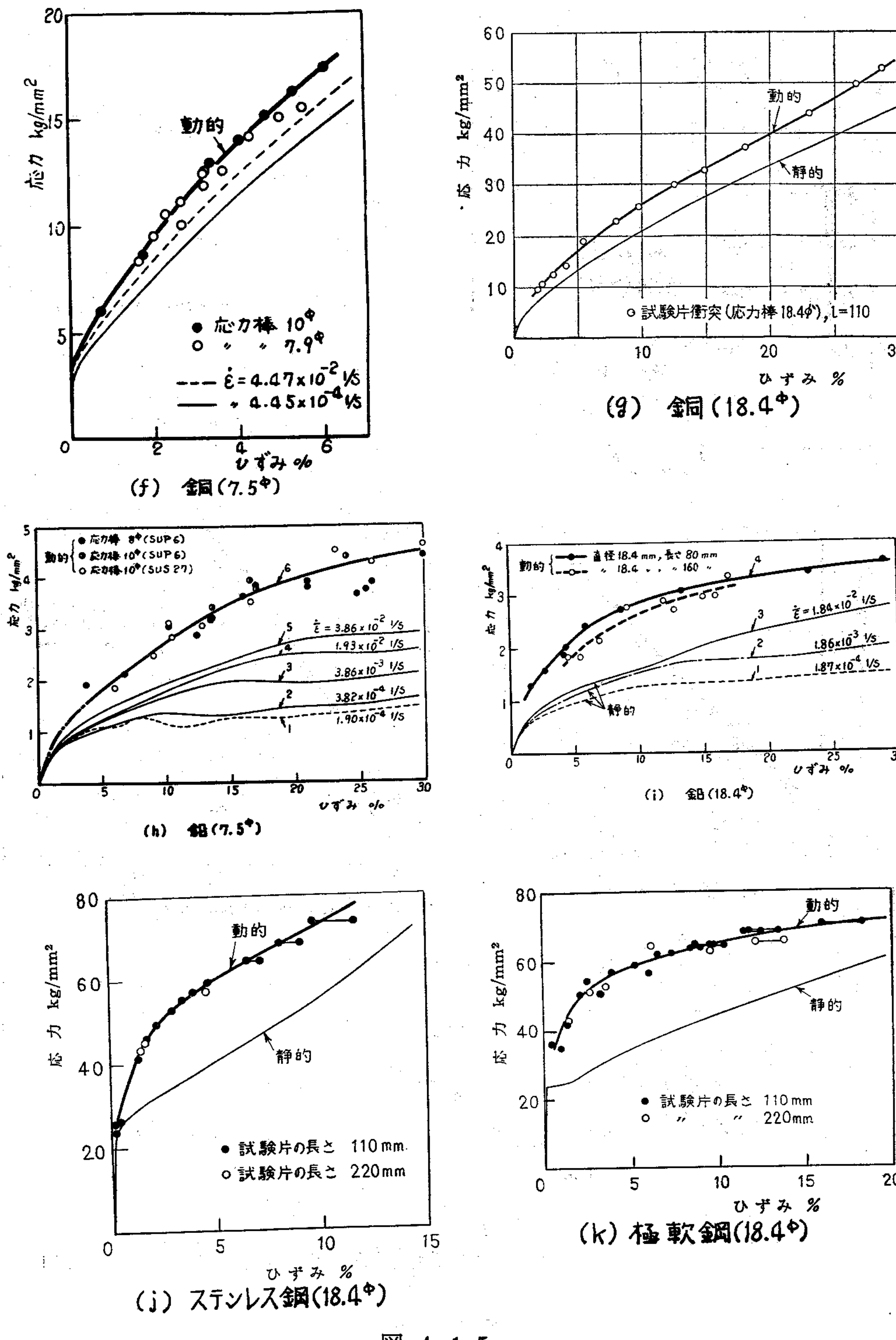
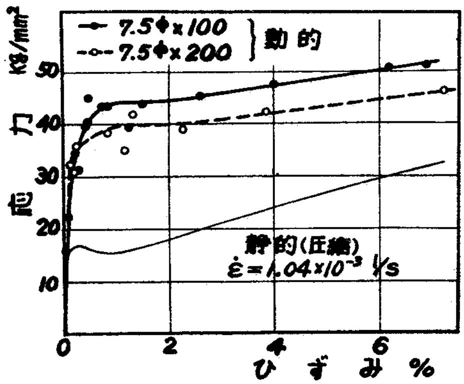


図 4.1 5　静的および動的応力－ひずみ曲線

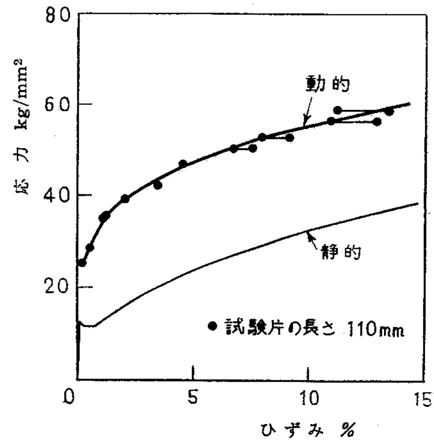


応力 kg/mm²
動的
● 応力棒 10φ
○ 〃 〃 7.9φ
--- ε̇=4.47×10⁻² 1/s
— 〃 4.45×10⁻⁴ 1/s
ひずみ %
(f) 銅(7.5φ)
応力 kg/mm²
動的
静的
○ 試験片衝突(応力棒 18.4φ), L=110
ひずみ %
(g) 銅(18.4φ)
応力 kg/mm²
動的
● 応力棒 8φ(SUP6)
● 応力棒 10φ(SUP6)
○ 応力棒 10φ(SUS27)
ε̇ = 3.86×10⁻² 1/s
1.93×10⁻² 1/s
3.86×10⁻³ 1/s
3.82×10⁻⁴ 1/s
1.90×10⁻⁴ 1/s
ひずみ %
(h) 鉛(7.5φ)
応力 kg/mm²
動的
直径 18.4 mm, 長さ 80 mm
〃 18.4 〃 〃 160 〃
ε̇=1.84×10⁻² 1/s
1.86×10⁻³ 1/s
1.87×10⁻⁴ 1/s
静的
ひずみ %
(i) 鉛(18.4φ)
応力 kg/mm²
動的
静的
● 試験片の長さ 110 mm
○ 試験片の長さ 220 mm
ひずみ %
(j) ステンレス鋼(18.4φ)
応力 kg/mm²
動的
静的
● 試験片の長さ 110 mm
○ 〃 〃 220 mm
ひずみ %
(k) 極軟鋼(18.4φ)

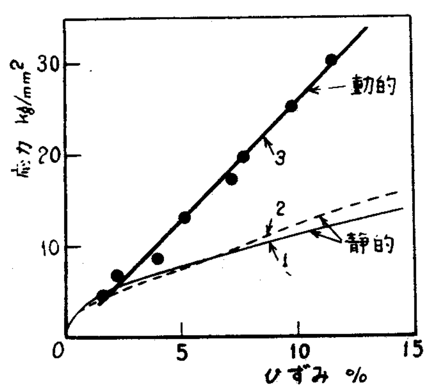
図 4.15



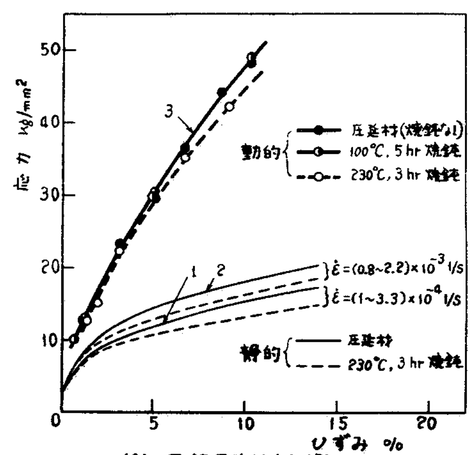
(l) 純 鉄(7.5φ)



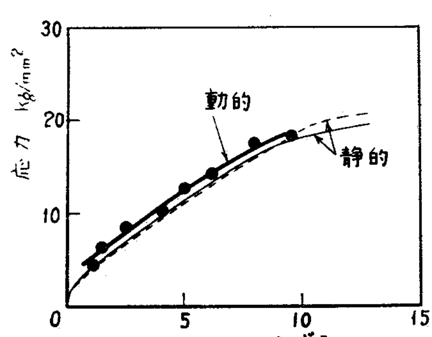
(m) 純 鉄(18.4φ)



(n) 亜 鉛(18.4φ)



(o) 亜鉛圧延材(18.4φ)



(P) マグネシウム(18.4φ)

図 4. 1 5

片直径7.5㎜の細い棒による実験は，より一次元に近い状態での縦衝撃荷重下での動的変形挙動が調べられていて，降伏点近傍のひずみの小さい範囲においては太い試験片棒での結果よりもくわしい結果を与えている．

アルミニウムについてのその比は1.2～1.4であるが，アルミニウム合金(52S)についてのその比は1.0～1.1と小さい．また超ジュラルミン(24S)の時効硬化材については静的曲線と動的曲線との間にほとんど差がないが焼入れ直後のものについては明らかに差が認められる．このように変形応力のひずみ速度依存性は合金の種類によって異なり，また同一材料でもその内部構造の相違あるいは変形の履歴の相違によっても異なることが考えられる[13]．このことについては4.4節においてふれることにする．

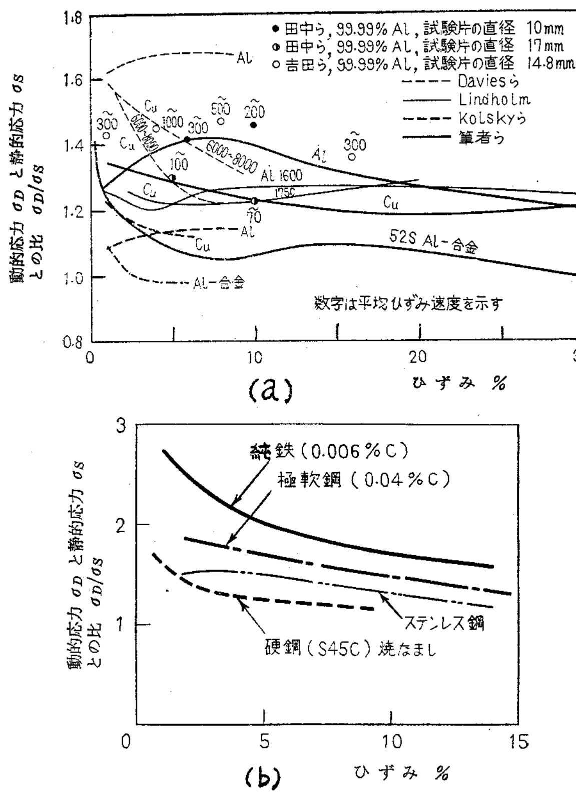


図4.16　動的応力σ_Dと静的応力σ_Sとの比

図4.15(c)に示すアルミニウム合金（52S）の場合，ひずみ速度の大きい静的曲線のほうが低く出ていて不規則になっているが，これは主として dynamic strain aging の影響があらわれているためであろう．

図4.15(h)，(i)に示す鉛の静的曲線は，ひずみ速度の変化によって顕著に

変わっている．同図(h)の点線が示すようにひずみ速度が小さいときの曲線が明らかに波状形を示して，静的変形過程において回復と再結晶が生じていることが推察される．

図4.15(n)，(p)には実線と点線との2つの静的曲線が示してあるが，これは数個の試験片を圧縮して求めた曲線の間にかなりの差が生じたので，その差の程度を示すために代表的な2例を示したものである．同図(n)，(o)から，亜鉛および亜鉛圧延材の動的曲線は静的曲線とは大きく異なり，原点を通る直線状を示し，変形応力のひずみ速度依存性が顕著であることがわかる．一方，同図(p)から，マグネシウムについては両曲線の間に大きな差は認められない．マグネシウムの静的圧縮では，ひずみ10％以上において巨視的なクラックが生じた．また衝撃変形によるひずみ8％の試験片には，ごく小さいクラックが肉眼で認められ，ひずみ10％の試験片には明確なクラックが認められた．

4.4 動的変形材に対する二，三の実験および考察

縦衝撃荷重下における高ひずみ速度での動的変形応力は，大多数の材料において静的変形応力よりも明らかに大きくなった．そこでこのような高速変形が与えられた材料に対して，つぎのような二，三の実験を行ない考察を加えることにする．ただしここでは，純金属に近い純鉄と，合金である超ジュラルミン（24S）とを対象にして調べる．

4.4.1 純鉄の動的変形材　まず，動的前ひずみϵを与えたものから，静的圧縮用の試験片を切り出した．この長さl'は，前ひずみを与えないときの静的応力－ひずみ曲線と同じ条件で比較できるように，

$$l' = l(1-\epsilon) \qquad (4.2)$$

として決定した．ここでl：前ひずみを与えない場合の静的圧縮用の試験片の長さ．この試験片は，衝突させた試験片の衝突端面近傍から平均的なひずみϵの部分を切り出し，切削時の影響を少なくするために紙やすり仕上げしてl'に仕上げたものである．なお静的圧縮は，アムスラー形試験機によって平均ひずみ速度（1～4）×10^{-4} 1／S で行なった．

図4.17に動的圧縮後静的圧縮した結果を示す．衝突させた試験片を，ただちに衝撃端面近傍から平均的なひずみ7.8％の部分を式（4.2）で与えられる長さに切り出して仕上げたものを圧縮した結果が，図中の直後と添字した曲線である．ここでの直後とは衝撃後2時間以内に静的圧縮したという意味である．同様にして0.8％，3.1％および11.6％の前ひずみを与えたものを11日または13日間室温に放置後静的圧縮した結果がそれぞれ11日または13日と添字した曲線である．図中の細線および点線は，図4.15(m)に示した静的および動的応力－ひずみ曲線である．

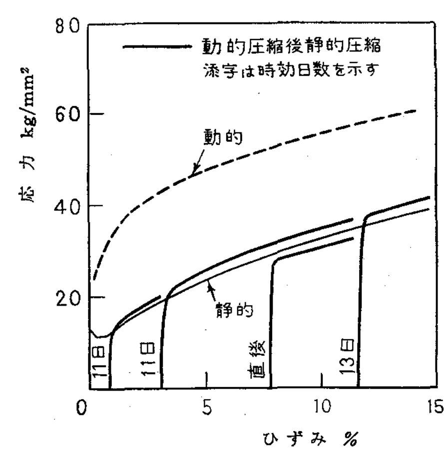


図4.17　純鉄の応力－ひずみ曲線（動的圧縮後静的圧縮）

図より動的圧縮直後に静的圧縮した結果は細線で示される静的曲線より明らかに低いことがわかる．このような現象は0.03％C鋼[14]，0.12％C鋼[15]，0.32％C鋼[16]などについてすでに認められている．ところが11日または13日間室温にて時効させたものの結果は静的曲線より明らかに高くなっている．ただし時効後の静的曲線において鋭い降伏を示していないのは，圧縮用の試験片に均

一な動的ひずみが与えられていなかったためであろう.

なお前ひずみを与えないものの静的圧縮において，いったん除荷後ただちに再圧縮した結果は除荷時のひずみが大きいときほど，除荷しない静的曲線よりわずかではあるが低くなる傾向を示した.

つぎに，このような時効硬化現象をかたさ測定より調べた. 図4.18にその結果を示す. かたさ測定面は直径18.4㎜，長さ110㎜の円柱状の試験片の側面を紙やすり仕上して，全長にわたって幅5㎜の平面を1箇所作り，この面を研摩およびエッチングして準備した. この試験片を衝突速度66.3m／Sにて応力棒に衝突させた後，かたさおよびひずみを測定した. 図中の丸印が島津微小硬度計・M形により荷重1,000*g*，負荷時間10Sにて測定した結果である. 衝撃後ただちに測定した結果が白丸である. その後室温にて時効させた後，任意の時間間隔ごとに測定を繰返して行なった. 図には一例として，2.45×10^5 分時効硬化後の結果を黒丸で示す.

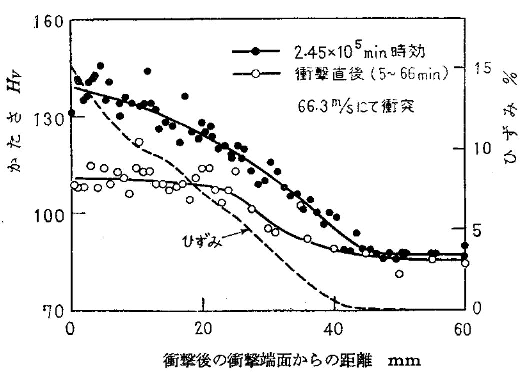


図4.18 純鉄のかたさ分布と時効時間との関係

このような結果から，ひずみ12.2％，5.8％，1.9％の位置でのかたさと時効時間との関係を整理すると図4.19のようになる. 図中の白丸は静的圧縮材についての同様の結果であって，いずれも20回の測定結果の平均値である.

図より，時効時間が長い場合での動的圧縮材の曲線は静的圧縮材の曲線よりも高くなっている. ところがひずみ12.2％での両者は時効時間5×10^2

分において交差している．このことは時効初期における動的圧縮材の変形抵抗は静的圧縮材のそれよりも小さいことを示していて，図4.17での現象と一致している．

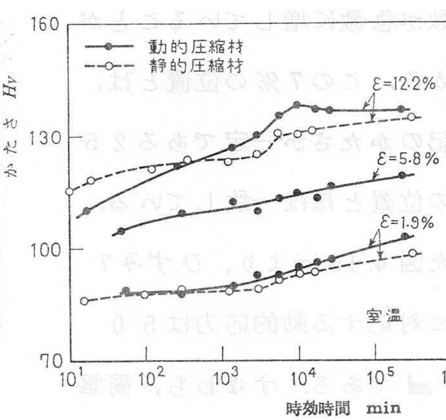


図4.19　純鉄の静的および動的圧縮材の時効曲線

図4.18に示される一つの特徴は，衝撃端に近づくほどひずみが大きくなっているにもかかわらず，衝撃直後のかたさは端面から約25㎜の位置までほとんど一定になっていることである．このことに関連してかたさ測定面にあらわれる変形双晶に注目して顕微鏡観察を行なった．図4.20にその一例を示す．倍率約400倍による視野の直径0.4㎜内にあらわれる双晶の数N_tを読みとることを，各ひずみ位置について行なった結果が図4.21である．図中の黒丸は，いずれも同じひずみ位置での4回の測定結果の平均値である．

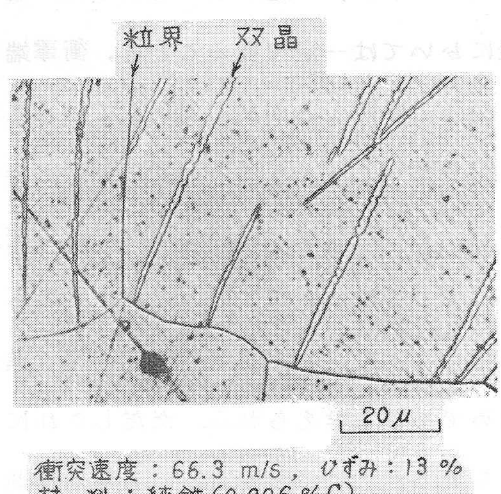


図4.20　変形双晶の例

図よりひずみ約7％を境にして，双晶

の数が急激に増していることがわかる．この7％の位置とは，上記のかたさが一定である25㎜の位置とほぼ一致している．また図4.15(m)より，ひずみ7％に対応する動的応力は50Kg／㎟である．すなわち，衝撃によるひずみ約7％以上，応力約50Kg／㎟以上の純鉄の変形

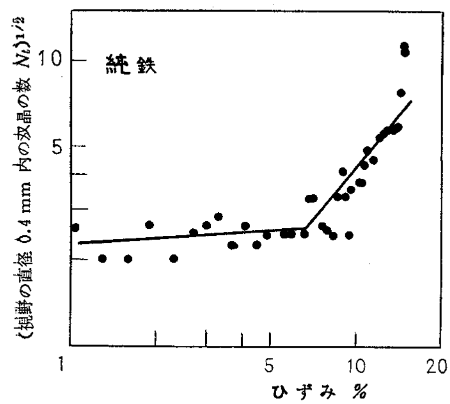


図4.21　衝撃によるひずみと双晶ひん度との関係

には双晶の急激な発生をともなっている．ひずみ分布図から明らかなように（図4.12(f)参照）プラトーの領域において端面ひずみが大きくなり，流動変形の様相を示すのはひずみ約7％以上の場合であって，このような場合には双晶の急激な発生をともなっていることがわかる．

なおこのように，一定ひずみを示さない場合のプラトー領域のかたさが衝撃直後においては一定であることと，衝撃端面に作用した応力が一定であること（図4.7参照）とが良く対応していることに注意しなければならない．

図4.19に示したように，動的圧縮材の時効の進行は静的圧縮材のそれよりも速い．この現象は，動的変形材の転位密度は同じひずみまでの静的変形材のそれよりもはるかに大きいと考えるならば，溶質原子と転位線との平均距離は短くなって，ふん囲気の形成が速く進むことになり，固着作用も強くなるためであると考えられる．ただしこれには，変形双晶の混在による影響が考えられるが，この影響はむしろ時効初期における動的圧縮材の変形抵抗が静的圧縮材のそれより低くなっていることの主な原因であると考えられる[17]．また時効時間10^4分において階段状を示しているが，これ以上の時間にお

いてはふん囲気の進行と同時に析出硬化機構も考えられるであろう[18]．

4．4．2　超ジュラルミン（２４Ｓ）の動的変形材　アルミニウム合金については，静的曲線と動的曲線との間に顕著な差は認められなかった．このことはＫｏｌＳｋｙらのアルミニウム合金についての結果[1]とも同じである（図4.１６(a)参照）．一方，Ａl－Ｍ$_g$ 合金については作井ら[19]，山田ら[20]によって詳しく調べられている．それによると変形応力へのひずみ速度の影響は，合金の種類によってもむろん異なるが，Ｄ．Ｍｃｌｅａｎ[13]も指摘しているように同一材料でも変形の履歴による内部構造の相違によっても異なることが示されている．

図4.１５(e)に示したように，超ジュラルミン（２４Ｓ）の焼入れ直後のものの静的と動的曲線との間には明らかに差がある．この差はアルミニウムについての差に比べれば小さいが，このような現象は転位の移動速度が大きくなることにより摩擦的な抵抗が大きくなると考えられる現象[21]と定性的には同じである．ところが時効硬化材については，静的曲線と動的曲線との間にほとんど差がなく，両曲線はひずみ１０％前後において交差している．このことに対して，つぎのような実験を行なって調べた．

すなわち時効硬化材に対して，衝突させた試験片の衝撃端面近傍のほぼ一定ひずみの部分から，式（4.2）で示される試験片の長さ l' を切り出し，これをただちに静的圧縮した．その結果を図4.２２(a)に示す．図より動的前ひずみ1.９％を与えたものの曲線は，前ひずみを与えない静的曲線よりもわずか上になっている．しかし，動的前ひずみ１０％を与えたものの曲線は明らかにそれより下になっている．ところが図(b)に示すように，静的圧縮において一たん除荷後ただちに再圧縮した結果は，降伏現象を示すが，除荷しない静的曲線とほとんど差は認められなかった．これらのことから，時効硬化

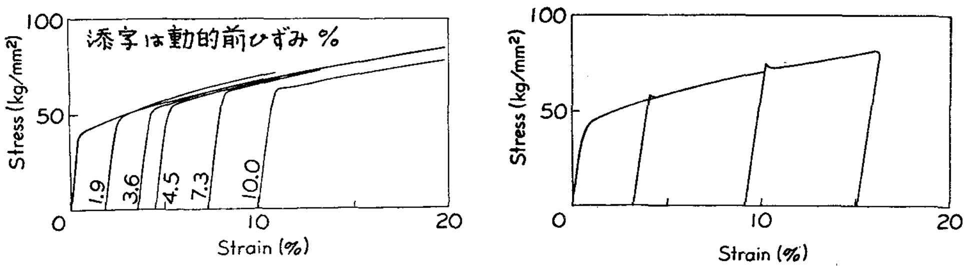


図 4.2 2　超ジュラルミン（ 2 4 S ）の応力ーひずみ曲線

材の静的変形応力と動的変形応力との間にはほとんど差がないが，ひずみ数％以上の動的変形材の変形抵抗は静的変形材のそれよりも小さいことがわかる．また，時効硬化材に対しても，静的変形と動的変形とによる内部構造の相違があることが容易に推察される．

なお，動的前ひずみを与えたものの静的圧縮用の試験片は，試験片棒の衝撃端面近傍のほぼ一定ひずみの部分から切り出したものであった．したがって，均一な動的前ひずみが与えられているわけではないので，引き続く静的圧縮のときに降伏現象が現われるかどうかは，図 4.2 2 (a)の結果からは判断できない．しかし図 4.2 2 (b)からわかるように，時効硬化材の静的圧縮において，一たん除荷後ただちに再圧縮したものに降伏現象が認められる．これは，いわゆるＣｏｔｔｒｅｌｌ 効果による現象であろう．

4．5 考　　察

4．5．1 動的応力ーひずみ曲線の性質　　試験片棒を衝突させることによって試験片の衝撃端面近傍のほぼ一定ひずみと，そのひずみに対応するほぼ一定の応力を求めることによって，応力ーひずみ線図上の１点を求めた．

このようにして求められた多くの実験点を結んだものが動的曲線である．多くの実験点とは，あらかじめ同じ状態に処理した個々の試験片の衝突速度をそれぞれ変えることによって求めたものである．したがってこのような動的曲線は，たとえばsplit Hopkinson Pressure bar法[22]のように，同一の試験片からその変形を順次増すことによって求められた応力－ひずみ曲線とは異なる．また，この場合の応力およびひずみは，衝突によって試験片端面に生じた塑性波が他端からの反射波の影響を受けていないときの値である．したがって，このようにして衝撃ひずみεを与えたときのひずみ速度は，split Hopkinson Pressure bar法のように，塑性波の反射を繰り返すことによって順次ひずみを増してゆき，ひずみεを与えたときの平均ひずみ速度よりもはるかに大きいと考えられる．このように，ある衝撃速度による縦衝撃荷重が直接試料棒に作用し，他の反射・干渉波の影響なくして変形が与えられる場合は，その材料の衝撃端面近傍のプラトー領域にとっては，その衝撃速度により与えられる最高のひずみ速度状態の変形であると考えられる．

なお，ひずみ速度については2.4.3項で詳しく述べたとおりであり，衝撃端近くでは10^6 1／S近くになる場合があるが$10^3 \sim 10^4$ 1／Sのオーダにより大部分の変形が与えられている．

4．5．2　応力－ひずみ曲線の近似式　各種材料についての静的および動的応力－ひずみ曲線を示したが，これらの曲線の近似式についての考えられる可能性の一つとして，それをつぎのように導く．

塑性変形したときの平均転位密度の増加$\triangle\rho'$が実測されている．その結果によれば，だいたい$\triangle\rho' = C\varepsilon_p$で与えられている[23]．ここでCは定数であり，$\varepsilon_p$は塑性ひずみである．これより転位密度$\rho'$は，変形前には

ρ'_e であったものがひずみ ϵ_p に比例して増加するとすれば,

$$\rho' = \rho'_e + C\epsilon_p \tag{4.3}$$

となる. 一方, 変形応力 σ と平均転位密度 ρ' の関係は, $\sigma \propto Gb\sqrt{\rho'}$ で与えられている. ここで G は剛性率, b はバーガース・ベクトルである. この関係は二, 三の実験結果からも与えられるとされている[24]. したがってその関係を

$$\sigma = \sigma_e + C_1\sqrt{\rho'} \tag{4.4}$$

とおく. ここで σ_e は定数であるが, 実際には降伏応力に相当する. そうすると, 式(4.3), (4.4)より

$$\sigma - \sigma_e = C_1 C^{1/2}\left(\epsilon_p + \frac{\rho'_e}{C}\right)^{1/2} \tag{4.5}$$

が得られる. ここで ϵ_p と ρ'/C の値を比べてみる. 銅多結晶の場合を例にとると, $C = 5\times10^8$ $(cm^2\times\%)^{-1}$, $\rho'_e = (4\sim20)\times10^6\ cm^{-2}$ の値を示す資料がある[25]. これによると $\rho'_e/C = (0.8\sim4)\times10^{-2}\ \%$ となる. すなわち $\epsilon_p \gg \rho'_e/C$ とみなすことができる. また, この場合の応力およびひずみをそれぞれ真応力 σ_a および真ひずみ ϵ_a (このひずみは全ひずみである) とするならば, 塑性ひずみ ϵ_p は $\epsilon_a - \sigma_a/E$ であらわされるので, 式(4.5)を書き直すと

$$\sigma_a - \sigma_e = C_2\left(\epsilon_a - \frac{\sigma_a}{E}\right)^{1/2} \tag{4.6}$$

の形の近似式が得られる. ここで $C_2 = C_1 C^{1/2}$, E は縦弾性係数である.

実験式としては,

$$\sigma_a = C_3\,\epsilon_a^n \tag{4.7}$$

の形も考えられる. ここで C_3 : 定数. また応力およびひずみをそれぞれ公

称応力 σ および公称ひずみ ε にとり，同様な形の式として式（2.4 3）も考えられるであろう．

式（4.6）によって，応力－ひずみ曲線がどの程度近似されるかを示した例が図 4.2 3 である．これらは図 4.1 5(e)に示した曲線を真応力－真ひずみになおして両対数線図に表示したものである．また式（2.4 3）による表示

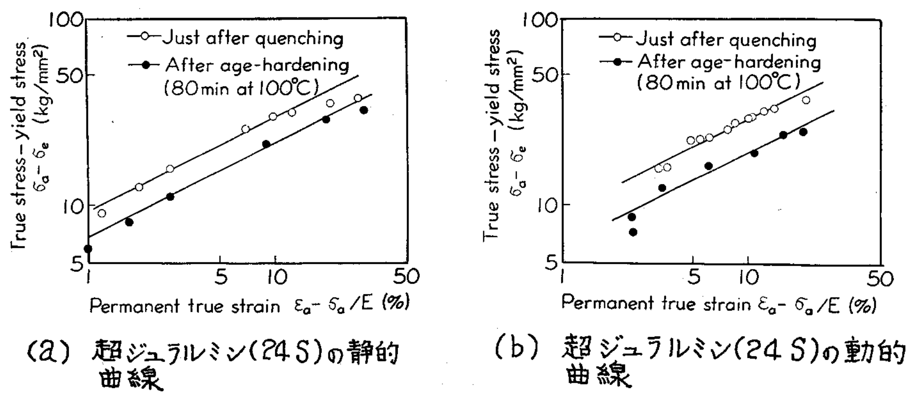


図 4.2 3　真応力－真ひずみ曲線の両対数線図による表示例
直線のこう配はいずれも式（4.6）の指数½となっている

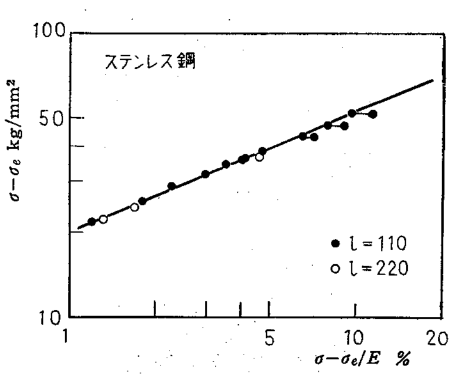


図 4.2 4　動的応力－ひずみ曲線の両対数線図による表示例
直線のこう配は式（2.4 3）の指数 n となっている

表 4.3 近似式により表示したときの定数の値

(a) 式(4.6)の定数

定数＼材料	アルミニウム (18.4ø)		アルミニウム合金(52S) (18.4ø)		超ジュラルミン(24S) (18.4ø) 焼入れ直後		超ジュラルミン(24S) (18.4ø) 時効硬化材		銅 (18.4ø)	
	静的	動的	静的	動的	静的	動的	静的	動的	静的	動的
σ_e Kg/mm²	5.9	8.5	9	11	17	19	38	40	0	0
C_2 Kg/mm²	6.0	5.3	37	35	91	91	67	60	56	67
適応範囲 真ひずみ%	4～30	5～30	1～20	2～25	2～10	3～15	0.5～20	3～20	0.5～40	2～30

(b) 式(4.7)の定数

定数＼材料	アルミニウム (18.4ø)		超ジュラルミン(24S) (18.4ø) 焼入れ直後		超ジュラルミン(24S) (18.4ø) 時効硬化材	
	静的	動的	静的	動的	静的	動的
n	0.094	0.088	0.29	0.22	0.17	0.15
C_3 Kg/mm²	9.9	12.5	88	88	88	84
適応範囲 真ひずみ%	0.3～30	2～40	0.2～10	3～15	0.5～30	2～20

(c) 式(2.43)の定数

定数＼材料	ステンレス鋼 (18.4ø)		極軟鋼 (18.4ø)		純鉄 (18.4ø)	
	静的	動的	静的	動的	静的	動的
n	—	0.43	—	0.43	—	0.50
σ_e Kg/mm²	—	21	—	35	—	25
C_2 Kg/mm²	—	140	—	83	—	100
適応範囲 公称ひずみ%	—	1～10	—	2～15	—	1～10

例が図4.24である．表4.3(a)，(c)にはこれらの式の定数の値を示す．同表(b)は式（4.7）により表示したときの定数の値である．表には，それぞれの式によってかなり良くあらわされるひずみの範囲が一緒に示されている．これらの結果は，二，三の材料に対して表示をこころみたものにすぎないが，式（4.6）によって一応，かなり良く近似されることがわかる．しかしながら，式（4.6）により表示されても式（4.7）によっても表示される．このような応力－ひずみ曲線の近似式を用いることによって数学的な取扱いが便利になる場合がある．たとえば，式（2.43）の関係式を用いて式（2.45）によりひずみ速度を簡単に試算することができる．

4.5.3 みかけのひずみ速度依存性　図4.15(k)に示した極軟鋼（0.04％C）の結果とこの材料に比較的近い0.03％C鋼についての田中[14]の結果とを比較して，ひずみ2％，6％および10％での応力の値を示すと図4.25のようになる．ただし黒丸で示す実験点のひずみ速度は，図2.13での太線で示される計算値からの値である．図の縦軸には，ひずみ速度（1～4）×10⁻⁴ 1／Sによる静的曲線からの応力値が比較のために一緒に示

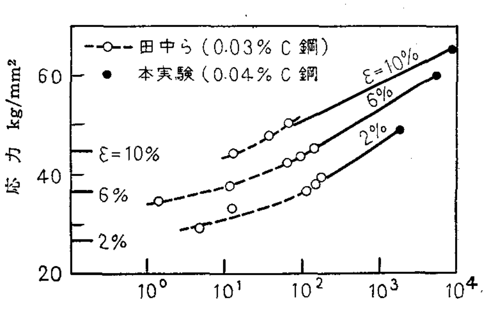


図4.25　応力－ひずみ速度線図

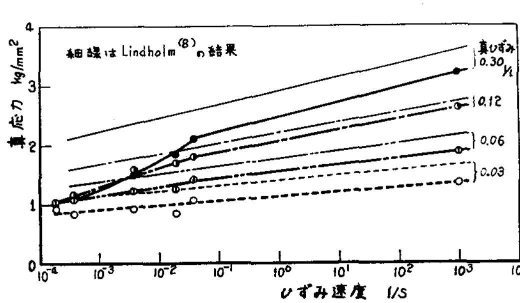


図4.26　鉛（直径7.5㎜）の変形応力とひずみ速度との関係

してある．図中の実線は両者による同じひずみの結果を結んだものに過ぎないが，両者の結果はなめらかに結ばれることがわかる．すなわち変形応力は，静的変形からひずみ速度10^4 1／S程度の高速変形まで，ひずみ速度の増加とともに連続的に大きくなることがわかる．

図4.15(h)に示した鉛の結果をひずみ速度に対して整理すると，図4.26のようになる．ただし図中には，動的曲線のひずみ速度を10^3 1／Sとみなしてある．図中の細線はSplit Hopkinson Pressure bar法によって直径12.7㎜，長さ6.3㎜の試験片を圧縮して求められたLindholm の結果である[8]．

図に示されるように，ひずみ速度が3.86×10^{-2} 1／Sと10^3 1／Sとの結果を結んだ直線のこう配は細線のこう配とほとんど同じである．しかしながら3.86×10^{-2} 1／S 以下のひずみ速度域においては，ひずみの大きいときの応力は明らかに直線からはずれて小さくなっている．この傾向は図4.15(i)に示した直径18.4㎜による結果についても同じであった．このように低ひずみ速度域において応力が小さくなっているのは，図4.15(h)に示した細線が波状形を示していることからも明らかなように，変形過程において回復と再結晶が進んでいるためであろう．

高速度により縦衝撃を与えることによって，10^3～10^4 1／S の高ひずみ速度での動的変形応力は大多数の材料において静的変形応力よりも顕著に大きい．しかも変形応力はひずみ速度の増加とともに連続的に大きくなっている．このような現象から，変形応力のひずみ速度依存性が顕著であることは明らかであるが，低ひずみ速度から高ひずみ速度にわたる広いひずみ速度域においては，変形応力そのものが必ずしもその材料本来の性質をあらわす変形抵抗のひずみ速度依存性をあらわしているとは限らず，いわばみかけ

のひずみ速度依存性をあらわしている場合が考えられる．これにはたとえば，鉛とか亜鉛のように融点の低い材料においては，低ひずみ速度の変形中に回復と再結晶が進んでいることが考えられる．また低ひずみ速度においては，図4.15(c)の静的曲線においても一部あらわれているように，変形中の動ひずみ時効の影響が無視できない場合がある[26]〜[29]．一方，高ひずみ速度においては，双晶の発生などの組織的な変化をともなう場合がある．またさらに高速度の流動変形域では，材料の慣性力の影響が無視できなくなるであろう．

4.6 結　　言

本章では，試験片棒を数m／Sから200m／Sの高速度にて応力棒に衝突させる実験方式および試作した実験装置について述べるとともに，このようにして縦衝撃荷重を作用させることにより，面心立方晶，体心立方晶およびちゅう密六方晶の各種金属材料の多結晶体についての動的変形応力を調べた結果について述べた．得られた結果を要約するとつぎのようになる．

(1)　一定ひずみ域であるプラトーは，ひずみ数パーセントの小さい変形の場合は比較的明確にあらわれるが，それ以上の大きい場合は端面ひずみが大きくなって明確なプラトーはあらわれない．ただし高速衝撃により，衝撃端面近傍の変形が流動変形の様相を示す場合においても，衝撃端にはごく短時間の高い立上り応力の後はほぼ一定応力が持続する．

(2)　本実験方式においては，試験片の直径が7.5mmと18.4mmとによる動的応力－ひずみ曲線の結果には大差がない．また試験片長を変えることによる動的曲線の差も顕著ではない．ただし直径7.5mmの細い試験片棒での純鉄の変形では，プラトー部分のひずみは負荷時間に比例して増大する．

(3)　10^3〜10^4 1／Sのオーダである高ひずみ速度での動的変形応力

σ_D は大多数の材料において静的変形応力σ_S よりもかなり大きく，変形応力のひずみ速度依存性は顕著である．各種材料についての同じひずみでの両者の比σ_D/σ_Sの値は，表 4.1 にまとめて示した．それらの値を概括すれば，面心立方晶のアルミニウム，銅およびステンレス鋼（18－8）についての比は 1.2～1.5 の間にあるが，アルミニウム合金（52S）および超ジュラルミン（24S）の比は小さく 1.0～1.1 である．超ジュラルミンの焼入れ直後の状態での比は約 1.1 であるが，時効硬化材については約 1.0 であって変形応力のひずみ速度依存性は認められない．鉛については 1.3～1.7 と大きいが，鉛の静的変形中には回復と再結晶が進んでいることからその比が大きく出ているに過ぎない．一方，体心立方晶の極軟鋼についての比は 1.3～1.8 であり，純鉄では 1.7～2.8 であって，面心立方晶よりも顕著に大きい．ちゅう密六方晶については，亜鉛の動的曲線は静的曲線とは大きく異なり原点を通る直線上であって，その比は 1.5～2.6 であるが，マグネシウムの比は約 1.1 であって，このように材料特有の依存性をあらわす．

(4) 衝撃によってひずみ約 7 %以上，応力約 50 Kg／mm²以上における純鉄の変形には双晶の急激な発生をともなう．しかもこのような場合は，衝撃端近傍の変形が流動変形の様相をあらわす場合に相当する．また純鉄の動的変形材についての時効硬化の進行は，静的変形材のそれよりも速い．

(5) 超ジュラルミンの時効硬化材についての静的変形応力と動的変形応力とはほとんど同じであるが，ひずみ数パーセント以上の動的変形材の変形抵抗は静的変形材のそれよりも明らかに小さい．このことから，静的応力と動的応力とが等しい材料においても，静的変形と動的変形とでは変形機構が異なり，変形材の内部構造も異なっていることが推察される．

第 4 章 の 文 献

(1) H. Kolsky & L. S. Douch, J. Mech. Phys. Solids, 10-4 (1962), 195.

(2) 五十嵐，第11回応用力学連合講演会論文抄録集，(昭36-8)，83.

(3) 五十嵐，機械学会誌，65-527(昭37-12)，1712.

(4) 塩田，機械の研究，16-2(昭39-2)，5.

(5) 大井，日本金属学会誌，4-3(昭40-3)，214.

(6) 松浦，機械の研究，8-12(昭31-12)，23.

(7) E. D. H. Davies & S. C. Hunter, J. Mech. Phys. Solids, 11-3(1963), 155.

(8) U. S. Lindholm, J. Mech. Phys. Solids, 12-5 (1964-11), 317.

(9) K. Tanaka et al., Proc. 7th Japan Congr. Test. Mat., (1963), 91.

(10) 吉田・永田，日本金属学会誌，29-8(昭40-8)，811.

(11) 山田・ほか2名，材料，14-145(昭40-10)，813.

(12) M. Oyane・ほか，Proc. 10th Japan Congr. Test. Mat., (1966), 72.

(13) D. Mclean, Mechanical Properties of Metals, (1962), 129, John Wiley & Sons, New York.

(14) 田中，機械学会誌，69-575(昭41-12)，1594.

(15) 山田・ほか2名，材料，14-138(昭40-3)，192.

(16) J. D. Campbell & C. J. Maiden, J. Mech. Phys. Solids, 6-1(1957), 53.

(17) 横堀，材料強度学，（昭39），103，岩波書店．

(18) D. V. Wilson & B. Russell, Act. Met., 8（1960），36．

(19) 作井・ほか2名，日本金属学会誌，28，（昭39），439．

(20) 山田・小寺沢，材料，15（昭41），425．

(21) たとえば吉田・永田，日本金属学会誌，30（昭41），879．

(22) たとえばF. E. Hauser・ほか，RMHVD，（1961），93，
Interscience Pub., New York．

(23) 幸田，金属物理学序論，（昭39），240，コロナ社．

(24) (13)の4.7節または(22)の10.19節

(25) (23)のP. 234，P. 240，P. 305．

(26) B. J. Brindley & J. T. Barnby, Act. Met., 14（1966），
1765．

(27) A. Rosen & S. R. Bodner, J. Mech. Phys. Solids, 15
（1967），47．

(28) S. R. Bodner & A. Rosen, J. Mech. Phys. Solids, 15
（1967），63．

(29) 大森・ほか2名，日本金属学会誌，33（昭44），730．

(30) G. Folk et al., J. Acous. Soc. Amer., 30-6（1958-6），
552．

(31) G. Fox & C. W. Curtis, J. Acous. Soc. Amer., 30-6
（1958-6），559．

(32) G. P. DeVault, J. Mech. Phys. Solids, 13-2（1965-4），
55．

第5章　衝撃速度とプラトーのひずみとの関係

5.1　緒　　言

棒の一端に縦衝撃が作用する場合，材料のひずみ速度依存性を無視するならば，Kármán の塑性波理論により一定衝撃速度V_1とプラトーのひずみε_1との関係が式（2.11）で与えられている．この式は衝撃圧縮の場合にも適用されるので，一定衝撃速度V_1（正の方向）にて棒の一端を押し出し，材料の圧縮による公称応力－ひずみ曲線のこう配を$d\sigma/d\varepsilon$（正の値）とすると，式（2.11）は，

$$V_1 = \int_0^{\varepsilon_1} \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)^{1/2} d\varepsilon \qquad (5.1)$$

と書き直される．ここでρ：材料の密度．

Kármán らは[1]，直径1.8mmの銅線についての実験結果から，この関係式がかなりよく適用されるとしている．その後Kolskyらは[2]，直径19mmの試験片を衝突させる実験を行ない，アルミニウム，アルミニウム合金および銅についてひずみ約8％までの実験範囲内でよく適用されるとしている．ところが，各種の材料に対して広い実験範囲にわたって系統的に調べられた結果は，まだないようである．

前4章で述べたように，多くの材料に対して変形応力のひずみ速度依存性が顕著であること，またプラトーはひずみの小さい場合には比較的明確にあらわれるがひずみの大きい場合には明確にはあらわれないことから，式（5.1）が正確に適用される場合はごく特殊な場合であることが容易に推察されるであろう．

本章では，数m/Sから約200m/Sの衝撃速度による広い範囲での実験を行ない，各種材料について式（5.1）の適用性を調べるとともに，変形

応力のひずみ速度依存性と式（ 5.1 ）の適用性との関係について述べる.

5．2　実験方法

まず，実験材料および試験片の大きさは，すでに表4.1にまとめて示したとおりである．直径7.5㎜の細い試験片棒は前4.2.2項で述べたばね式の発射装置にて発射させて応力棒に衝突させた．また直径18.4㎜の太い試験片棒は前4.2.1項で述べたガス圧式の発射装置にて発射させて応力棒に衝突させた．

発射された試験片棒が，静止している応力棒に衝突する直前の速度（試験片棒の飛しょう速度であって，ここでは衝突速度とよぶ）を測定した．直径18.4㎜の試験片棒の場合は，応力棒の衝突端面直前に設けられた100㎜間隔の2本のピンによりパルスを発生させて，この間隔を通過するに要した時間をタイムカウンタで読みとることによって衝突速度を求めた．また直径7.5㎜の試験片棒の場合は，応力棒の衝突端面直前に設けられた50㎜間隔のフォトトランジスタにより，タイムカウンタから読みとって求めた．なおピンによる方式とフォトトランジスタによる方式とを併用して測定した結果によると，両者による測定値はほとんど変らず，その差は4％以下であった．

このようにして測定した試験片棒の衝突速度から，応力棒端面の後退速度V_aを差し引いて修正することにより，試験片端面に作用した相対的な押し出し速度，すなわち衝撃速度Vを求める．ただし，応力棒に発生した応力σ_aは，前4.2.3項で述べたように応力波形の一定応力値から決められるので，$\sigma_a = \rho_a C_a V_a$ の関係からV_aの値が求められる．（この応力σ_aは，応力棒と試験片棒との直径が等しいときは試験片端面に作用した応力と等しい），ここでρ_aおよびC_aは，応力棒の密度および弾性波速度である．

つぎに，この衝撃速度と対応させるべきプラトーのひずみは，前4.2.4項で述べたひずみ分布図の測定結果から，プラトーに相当する部分から求める．ただしこのひずみについてはすでに述べたとおり，ひずみ数%の小さい変形の場合は比較的明確なプラトーがあらわれたが，それ以上の大きい変形の場合は端面ひずみが大きくなって明確なプラトーはあらわれなかった．したがってこのような大きい変形の場合は，たとえば図4.12(d)，(g)の矢印Aで示す値によってプラトーのひずみ値とした．

5．3　実験結果と理論値との比較

図5.1(a)～(p)に各種材料についての実験結果と理論値とを比較して一緒に示す．図の(a)～(j)は面心立方晶系の金属，(k)～(m)は体心立方晶系の金属，(n)～(p)はちゅう密六方晶系の金属に対する結果である．図中の丸印が実験値であり，衝撃速度Vとプラトーのひずみε_1とを対応させた結果である．図中の曲線は静的または動的応力－ひずみ曲線のこう配$d\sigma/d\varepsilon$から，式(5.1)によりプラトーのひずみε_1のときの衝撃速度V_1を計算した結果である．ただし同図(h)，(i)，(l)，(n)，(o)中の太線は実験点をむすんだものである．第4章で述べたように大多数の材料において変形応力のひずみ速度依存性が顕著であることが知られているが，図5.1(a)～(p)には，それぞれ参考までに，図4.15(a)～(p)に示した静的または動的応力－ひずみ曲線からの計算結果が示されている．図(b)，(d)，(g)の実線は，それぞれ図4.15(b)，(d)，(g)の静的曲線からの計算結果であり，また破線は参考までに，静的曲線を真の応力－ひずみ曲線になおしたものから計算した結果である．図(j)，(k)，(m)の実線はいずれも静的曲線からの計算結果である．図(h)，(i)，(n)，(o)の細線に，1から，2から，……，と付記してあるのは，それぞれ図4.15(h)，(i)，(n)，

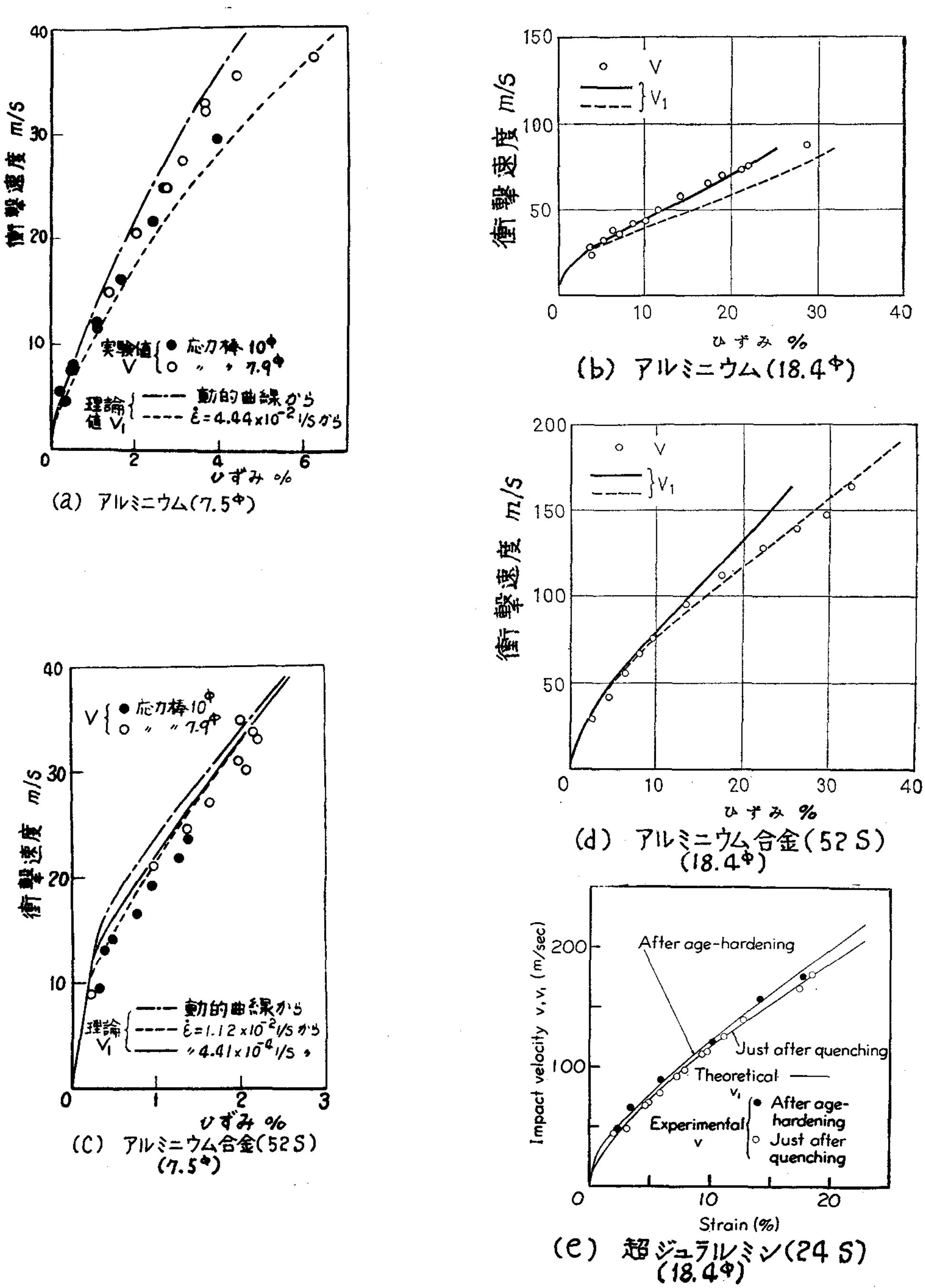
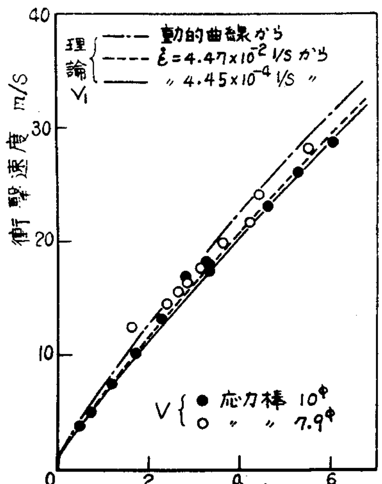
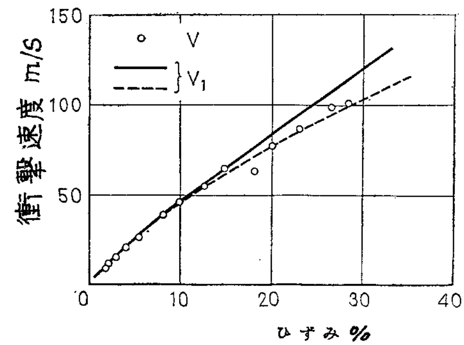


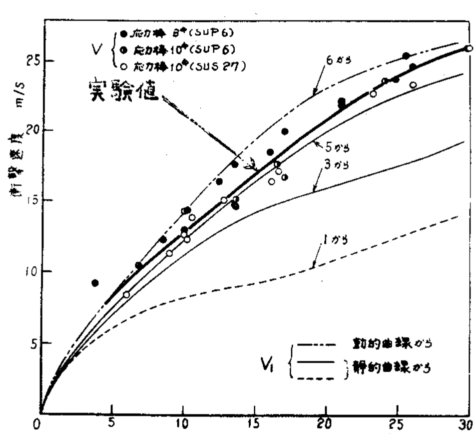
図 5.1 衝撃速度とプラトーのひずみとの関係



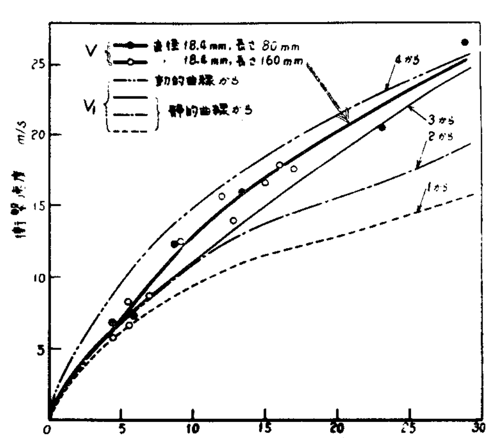
(f)　銅(7.5φ)



(g)　銅(18.4φ)

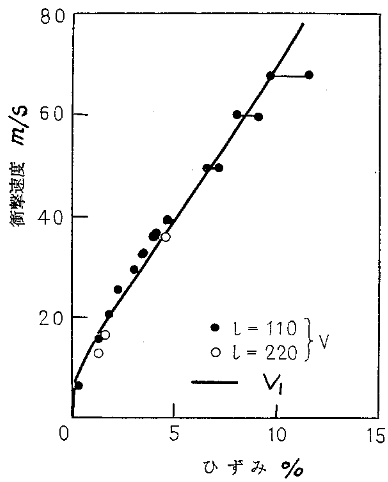


(h)　鉛(7.5φ)

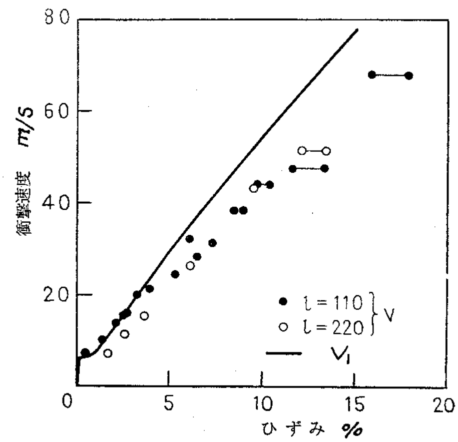


(i)　鉛(18.4φ)

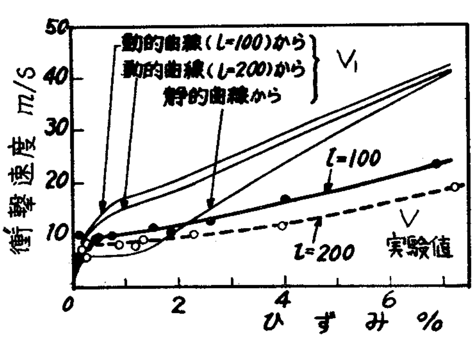
図 5. 1



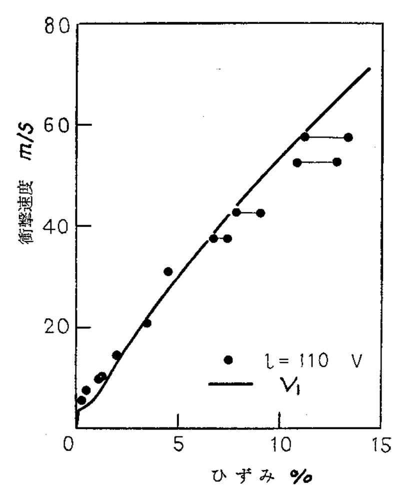
(j) ステンレス鋼(18.4$^{\Phi}$)



(k) 極軟鋼(18.4$^{\Phi}$)

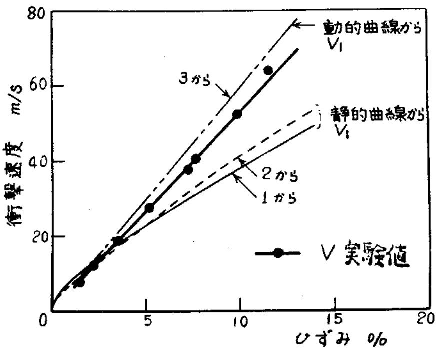


(l) 純鉄(7.5$^{\Phi}$)

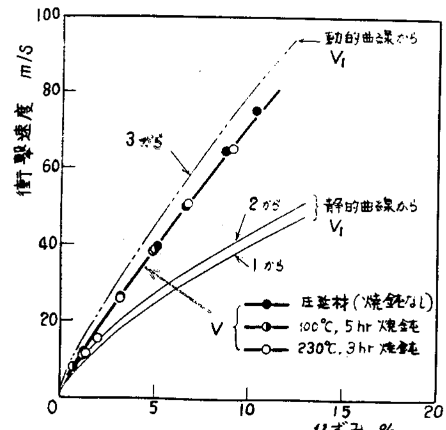


(m) 純鉄(18.4$^{\Phi}$)

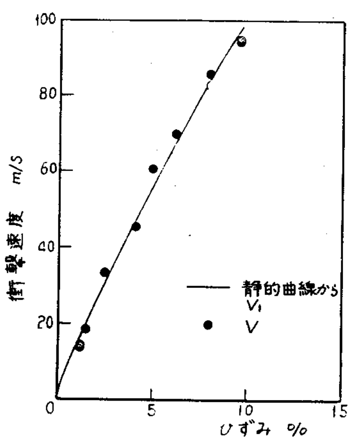
図 5. 1



(n) 亜鉛(18.4$^{\phi}$)



(o) 亜鉛圧延材(18.4$^{\phi}$)



(P) マグネシウム(18.4$^{\phi}$)

図 5. 1

(o)の曲線1，2，……，からの計算結果であることを示している．ただし図4.15(h)の曲線1および2は波状形を示しているので，この場合は平均的ななめらかな曲線に引きなおして計算した．なお図(j)，(k)，(m)中の細線で結んだ2つの丸印は，図4.12(d)に例示したようにプラトー部のひずみとしてAとBとの範囲をもたせた値を示しているが，プラトーのひずみにはAによる小さいほうの値をとるのが妥当であろう．

図から，面心立方晶の金属材料においては静的曲線からの計算値と実験値とが比較的近い値を示していることがわかる．ひずみが大きくなるにつれて，静的曲線からの計算値は実験値よりもしだいに大きくなって離れてゆく傾向を示している．

鉛の場合は，静的変形中に回復と再結晶が進むことからも容易に推察されるように，そのような静的曲線をもとにした衝撃速度の計算値は実験値よりもはるかに小さくなっている．ただしひずみ速度が10^{-2} 1／S のオーダでの静的曲線からの計算値は実験値にかなり近づいている．

直径7.5 mmの細い試験片棒による実験は直径18.4 mmによる実験よりも一次元に近い状態であって，ひずみの小さい範囲でのより良好な結果を与えている．図5.1(a)を見ると，アルミニウムについての実験点は静的曲線と動的曲線とによる計算値の中間にある．また同図(c)，(f)では，実験値と計算値とがかなり良く一致しているが，静的曲線と動的曲線とによる計算値の差は小さく，両応力－ひずみ曲線のどちらの計算値に近いかは断定できない．

図5.1(k)～(m)から，体心立方晶の極軟鋼および純鉄においては，ひずみの小さい範囲では静的曲線からの計算値が実験値と近い値を示しているが，ひずみの大きいときは明らかに実験値よりも大きくなって合っていない．とくに直径7.5 mmの純鉄においては，計算値と実験値とは大きく異なっている．

ちゅう密六方晶の亜鉛および亜鉛圧延材においては，同図(n)，(o)に示すように静的曲線からの計算値は実験値よりもはるかに小さく，動的曲線からの計算値は実験値よりも大きくなっている．ところが同図(p)に示すマグネシウムにおいては，静的曲線からの値と実験値がかなりよく合っている．このようにちゅう密六方晶の材料においては材料特有の挙動を示し，式(5.1)の適用性を一概に論ずることはできない．

なお，静的曲線からの計算値が実験値と比較的近い値を示す範囲を，表4.1にまとめて示した.

5．4　考　　　察

5．4．1　ひずみ速度依存性との関係　大多数の材料において，静的と動的との応力－ひずみ曲線の間に顕著な差があり，変形応力のひずみ速度依存性が顕著であった．それにもかかわらず，面心立方晶の金属材料に対しては静的曲線からの式（5.1）による計算値が衝撃速度の実測値とかなり近い値を示した．これは式（5.1）の被積分項は（$d\sigma/d\epsilon$）の関数であって，$\sigma=f(\epsilon)$の値が異なってもそのこう配が同じであれば同じ結果を与えることになるからである．たとえば，変形応力のひずみ速度依存性が顕著な材料であっても，その動的応力－ひずみ曲線が静的曲線を応力軸に平行に$\triangle\sigma_e$だけ上方に移動させたものであるならば，この動的曲線からの計算による衝撃速度の増分は近似的には弾性成分のみとなり，$\triangle\sigma_e/(\rho C_0)$となる．ここで$C_0$：その材料内を伝ばする弾性波速度．アルミニウム（18.4φ）の場合を例にとると，表4.3(a)より静的と動的とのσ_eの差が2.6 kg/mm²であるので，この値を$\triangle\sigma_e$にとり，$\rho=2.7$ g/cm³，$C_0=5.0\times10^5$ cm/S とすると，その増分は1.9 m/S となる．この値は図5.1(b)の縦軸のオーダを見ればわかるように十分小さい値である．また，図4.15(e)に示す焼入れ直後と時効硬化材との静的曲線間には大きな差があるにもかかわらず，図5.1(e)に示す両曲線からの計算値はほとんど等しくなっている．

いままでは，式（5.1）の関係を実験的に調べることによってその材料のひずみ速度依存性が調べられると解釈されている場合があったが，上記の結果はそれが実際には困難であることを示している．

ある衝撃速度のもとでプラトーに相当する部分にひずみ ϵ が与えられる場合，そのひずみに至るまでの応力ーひずみ関係の経路は静的あるいは動的応力ーひずみ線図に沿っているとは限らず，ひずみ速度が時々刻々変化してその衝撃速度特有の経路をとっていることが考えられる．いま式（5.1）による計算値と実験値との間に大差が生じた純鉄（7.5 ⌀）の場合を例にとると，最初はひずみ速度が極めて大きく，それが次第に減少して最終的にはひずみ速度が零の静的応力ーひずみ曲線に一致するとしてその経路を図 5.2 中の細線のように考えてみる．たとえば，衝撃速度 23.4 m／S での実験点〔黒丸，図 4.15 (l) と同じ〕に至る経路は図 5.2 中の 23.4 m／S と添字した細線で

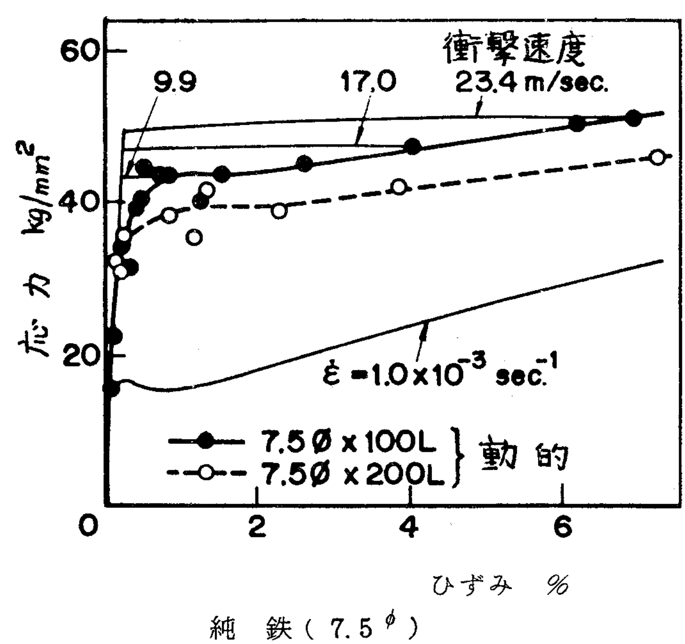


図 5.2　衝撃荷重下での変形経路

与えられると考え，その曲線に対して式（5.1）が適用されるとして衝撃速度を計算すれば実験値 23.4 m／S と一致することになる．このように考えれば図 5.1 (l) での計算値と実験値の差異についての説明づけが可能となり，

また図5.1の他の材料についても同様に考えることができる．

5．4．2　ひずみ波形測定による検討　試料棒に塑性ひずみゲージを接着してひずみ波形を測定することにより，塑性波速度とひずみ速度を求めて二，三の検討を行なう．

実験方法は図5.3に示すように，直径6㎜，長さ400㎜のアルミニウム棒を直径10㎜，長さ600㎜のばね鋼（Sup6）よりなる応力棒に密着させておく．試料棒には，密着端面から6㎜および46㎜の位置に塑性ひずみゲージ（KL－6－A4）を円周方向に接着し，応力棒には端面から40㎜の位置にひずみゲージ（KF－1－C1－11）を接着した．応力棒の他端，すなわち図5.3の右側の端面に直径6㎜，長さ400㎜の軟鋼棒を一直線上に衝突させる．この軟鋼棒は，前4.2.2項で述べたばね式の実験装置により発射させる．これより持続時間160μSの応力パルスを応力棒中に伝ぱさせ，密着端面に作用させることによって試料棒を塑性変形させる．

図5.4にひずみ波形の例を示す．この波形は軟鋼棒を26.3m／Sにて応力棒に衝突させることにより，アルミニウムの試料棒端面には衝撃速度12.0m／Sが作用したときに相当する例である．2本の波形はそれぞれゲージAとBとによる結果である．いま波形Aに着目すると，最初の応力波の到達後の約30μSの間に大きな変形が進み，その後130μSの間はゆるやかに変形が持続し，応力パルスの作用時間160μSが過ぎると弾性回復により一段下り，その後は一定になって永久ひずみに対応する値を示していることがわかる．試料棒のA，B位置での永久ひずみを測定し，その値を波形の永久ひずみレベルのひずみ値とすることによって，波形の出力をひずみ値に換算することができる．このようにして，AとBとの両波形の同一ひずみレベルの時間差を読みとって塑性波速度を求めた．

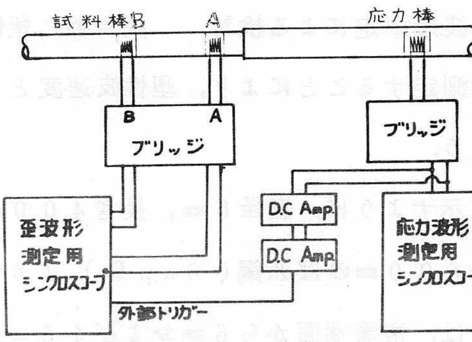
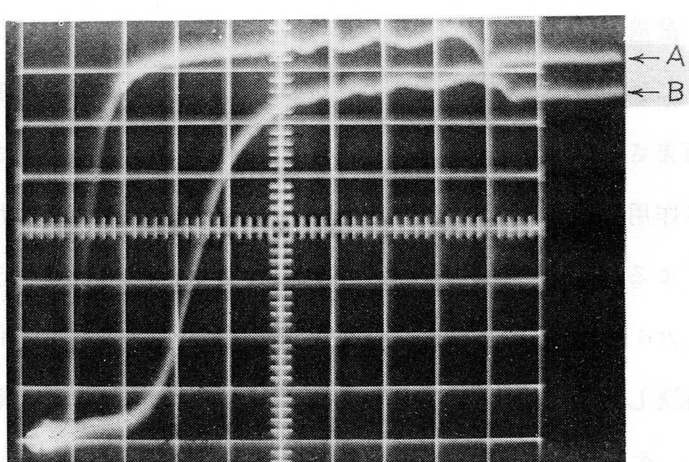


図 5. 3　ひずみ波形の測定法



2 mV/1こま, 20 μs/1こま

図 5. 4　ひずみ波形の例

図5.5にその結果を示す．図中の丸印が上記のようにして求めた結果であり，破線は直径6㎜の試片を圧縮して求めた静的応力－ひずみ曲線のこう配

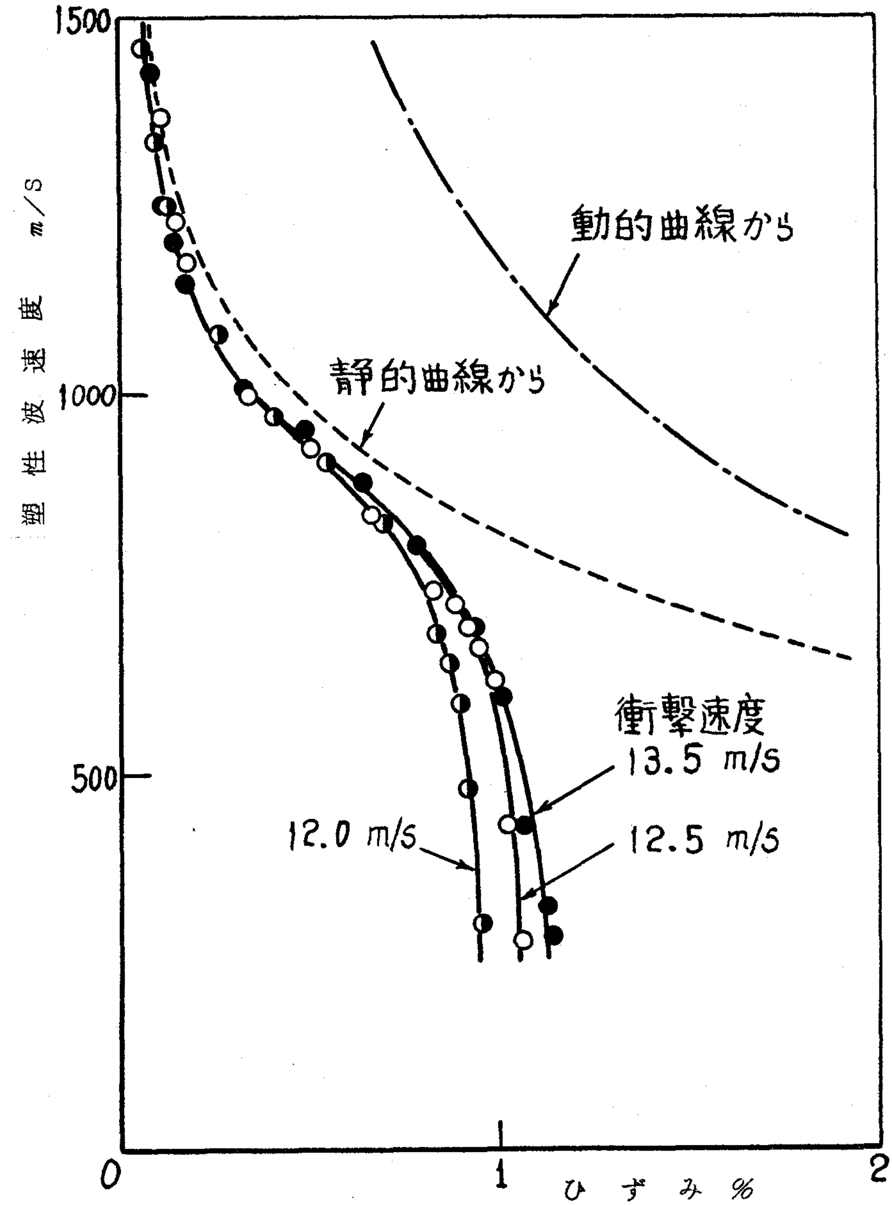


図5.5　ひずみ波形より求めたアルミニウムの塑性波速度とひずみの関係

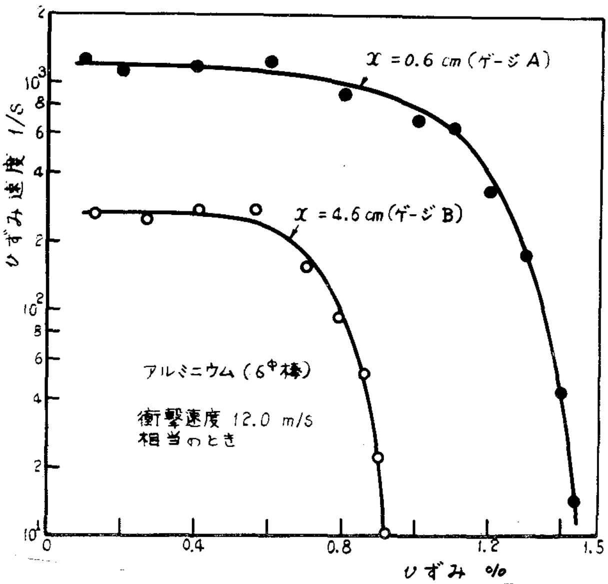


図 5. 6　ひずみ波形から求めたひずみ速度

から

$$C_p = \left(\frac{1}{\rho} \quad \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)^{1/2} \qquad (5.2)$$

より求めた値である．一点鎖線は第4章で述べた実験方法により試験片直径6 ㎜のこの材料（前述した直径7.5 ㎜のアルミニウム材とは同一のものではないので）に対して動的応力－ひずみ曲線を求め，その曲線から式（5.2）により計算した値である．図より，アルミニウム材に対するひずみの小さい領域では，塑性波速度は動的曲線からの計算値とは大きく異なり，静的曲線からの計算値よりも若干小さい値となっていることがわかる．

また図5.4の波形の傾きから，各ひずみレベルでのひずみ速度を求めると図5.6のようになる．これより，衝撃端から6 ㎜の位置での変形は，ひずみ1 %まではひずみ速度約10^3 1／S で進行し，その後ひずみ速度は急速に

減少して変形が停止している様子が，また46㎜の位置ではひずみ，ひずみ速度ともに小さいが同様の曲線を描いて変形が与えられている様子がうかがえる．

5．5 結　　言

本章では，試験片棒を数m／S から200 m／S の速度にて衝撃させる広い衝撃速度の範囲の実験を行ない，各種材料についての衝撃速度とプラトーのひずみとの関係を明らかにするとともに，Kármán の塑性波理論にもとずく理論式の適用性について調べた．

主な結果としては，面心立方晶の金属材料においては，多くの材料が変形応力のひずみ速度依存性を顕著にあらわすにもかかわらず，静的応力−ひずみ曲線のこう配から Kármán の理論式により衝撃速度を計算した結果は実験値とかなり近い値を示す．ただしひずみ10％〜20％以上においては，計算値は実験値よりも大きくなる．しかしながら，静的曲線と動的曲線とによる衝撃速度の計算値の差は，両曲線間の応力値の差に比べて小さい．この結果から変形応力のひずみ速度依存性の程度を判定することはむづかしい．

体心立方晶の極軟鋼および純鉄においては，ひずみが小さいときは静的曲線からの計算値が実験値と比較的近い値を示すが，それ以上の範囲での計算値は明らかに大きくなって，全般的には理論式は適用されない．

ちゅう密六方晶の亜鉛および亜鉛圧延材においては，静的曲線からの計算値は実験値よりもはるかに小さくなり，動的曲線からの計算値は実験値より大きくなる．ところが，マグネシゥムにおいては計算値と実験値とはかなり良く一致する．

鉛とか亜鉛のような融点の低い材料においては，静的変形中に回復と再結

晶が進んでいることからも明らかなように，そのような静的曲線をもとにした衝撃速度の計算値は実験値よりもはるかに小さくなる．

なお参考までに，静的曲線からの計算値と実験値とが比較的近い値を示す範囲を，表4.1にまとめて示した．

なお，衝撃荷重下での変形経路は衝撃速度によってそれぞれ異なり，そのような各衝撃速度のときの$\sigma-\epsilon$線図をもとにして式(5.1)より計算すれば，実験材料全般に対してよく適用されることについて考察した．

第5章の文献

(1)　Th. von Kármán & P. Duwez, J. Appl. Phys., 21(1950-10), 987.

(2)　H. Kolsky & L. S. Douch, J. Mech. Phys. Solids, 10-4(1962), 195.

第6章　高速加工．高速疲れおよび衝撃破損の実際面との関連性

6．1　緒　　言

高速変形に関する研究は，材料の高速変形挙動に対する学問的関心とともに設計・加工などの実際面からの要請によりかなり古くから行なわれているにもかかわらず，力学的現象と材料学的現象とが複雑にからみ合った広い研究分野であるため，今後も多くの研究者によってさらに活発に進められるものと思われる．本研究は，棒の一端に高速度の縦衝撃を作用させたときの弾塑性波伝ぱと反射・干渉について調べるとともに，高速衝撃荷重下での各種材料の変形応力について調べたものである．これらの研究成果は，この方面の研究に対する一つの基礎的知見になるものと期待されるが，高速塑性加工などの実際面とももちろん密接に関連し，広い応用性を有している．高速塑性変形に関する研究は，実用上の見地からは，高速塑性加工の基礎および機械部品や構造物が破損などを起さないようにすることのための研究であるとも言える．以下に，高速加工，高速疲れおよび衝撃破損の実際面との関連性について検討を加えることにする．

6．2　高速変形と高速加工との関連性

金属材料を高速度で加工する各種の方法については，各方面から関心が持たれるとともに多くの研究・開発の努力がなされている．高エネルギ速度加工法とよばれるものには，よく知られているように，爆発成形法，放電成形法，電磁成形法，高速ハンマ加工法などがある．これらはその名が示すとおり，高エネルギを利用して高速度で成形，切断，圧接などを行なう加工法

（広義の）である[1][2]．これらの加工法は，通常の成形機では成形が困難である形状のものの成形とか，ミサイルや航空機部品のような特殊材料，難加工材の加工などに部分的に応用されているが，広く応用されるためにはなお多くの問題が残されていて，研究・開発の段階から抜けきっていないようである[3]．一方において，従来の加工法の高速化が，近年，急速に進められつつある．実用圧延機では，圧延速度が約３０ m／S におよぶ高速作業が行なわれている．切削加工では，せいぜい３ m／S 程度の切削速度までしか実用化されていないが，最高１００～２００ m／S にも達する超高速切削の研究が行なわれている[4]～[6]．また研削では，最近数年間で大幅な切削速度の増大を起しつつあり[7]，砥石速度８０ m／S 程度の高速研削が実用化されつつある[8]．

高エネルギ速度加工法では，爆薬，高電圧，高圧ガスなどの高エネルギ源を利用することに一つの特徴が見い出されるが，高速加工法全般の基本的な特徴は，通常の加工法よりも高速度で材料に塑性変形を与えることである．加工速度が数 m／S 以上になれば，弾塑性波伝ぱの問題が重要になるとともに，材料の高速変形特性の問題と，高速変形に必然的に付随する摩擦，温度および慣性力の影響の問題が重要になる．高速加工法がより広く実用されるためには，やはりこれらの基礎的な問題が十分に究明され，それらの成果が互に密接に結びつけられることが必要であろう．高速加工法の特徴とその有要性が認められているにもかかわらず，広く実用されるまでにいたっていない原因の一つは，ここにあるように思われる[9]．そこで，高速塑性変形に関連する主要な点について，高速加工の実用上の見地から若干考察を加えることにする．

材料に高速塑性変形を与える場合，まず材料の応力－ひずみ曲線が通常の

静的変形の場合とどの程度変るかが問題になる．衝撃速度数m／S から最高200m／S の高速度で10^3～10^4 1／S のオーダの高ひずみ速度における各種材料についての実験結果は表4.1に示したとおりである．それによると高速変形応力は，面心立方晶の金属では静的変形応力の約1.5倍以下，体心立方晶の金属では約3倍以下，またちゅう密六方晶の金属では材料により異なるが亜鉛や亜鉛圧延材では約3倍以下となっている．これらの結果は，衝撃的荷重を作用させて実際に高速加工を行なおうとする場合の基礎資料となる．材料によっては静的変形の場合の3倍程度の高い応力になることは，工具や機械部品の保護の点から特に注意を要することである．

つぎに材料の伸び率が問題になるが，これは主として単軸引張試験により調べられている．アルミニウム合金，18－8不銹鋼などは高速変形により伸びが増大し，チタンなどでは減少することが知られているが，伸び率は全体としては静的変形の場合と大きな変化はないようである．また引張りの場合特有の臨界衝撃速度について多くの実験が行なわれたが，その値は静的応力－ひずみ線図によって式(2.12)から計算される値と大差がない．実際の加工においては，純粋な単軸引張りが作用する場合はむしろ少なく，臨界衝撃速度による特別な現象が起る場合は比較的少ないと考えられる．

つぎに高速変形材に吸収されるエネルギ量は，静的な場合に比べて一般に多くなる．その値は動的変形応力値から概算してたかだか3倍程度である．放電成形法の特殊な場合のように，このエネルギの大小が問題になる場合は別として，この程度のエネルギの増大は実際の加工においてさほど重要な問題にはならない[9]．材料に吸収されたエネルギの90％程度が熱になる場合がある．変形速度が1m／S 程度以上では断熱変形であると考えられ，ごく一般的には，これによる温度上昇は変形応力の減少，加工硬化率の減少およ

び延性の増大をともなう。このことは，高速加工の利点となるが，より高速度の加工による加工材質の改善の問題とも関連して重要であるとともに，複雑な問題が含まれていると思われる。

また実際の加工においては，しばしば摩擦係数が重要な役割をする。金属間の動摩擦係数は高速になるほど小さくなり，高速加工に対して有利な側にある。二硫化モリブデンなどの潤滑剤を用いた場合は加工速度による摩擦係数の変化はあまりないことが知られていて，通常の加工法の場合と異なる重要な問題点はあまりないようである。

高速変形特有の現象として慣性力の影響と衝撃波発生の問題がある。衝撃速度２０m／S 程度ですでに流動変形の様相が認められる場合があり（図 2.8，3.2 5および 4.1 2参照），それよりもさらに高速度で塑性変形を与える場合は材料の慣性力の影響を無視できない場合のあることが考えられる。また加工速度を大きくすれば衝撃波が発生することがある。この衝撃波頭の応力は，数μS～数１０μS 間に急激に減衰するが，衝撃速度に比例して大きくなり，加工材の変形応力をはるかに超えた非常に高い値になることがある。たとえば高速度鋼と鉛とが衝突する場合を例にとり，式（3.2 3）において断面積を等しくとり$\gamma=1$とすると，衝突速度１０m／S では衝撃波頭の応力１０Kg／mm²となり，１００m／S では１００Kg／mm²となる。このような衝撃波が発生することは，より高速度で加工を行なおうとする場合，工具や機械部品などの保護の点からとくに注意を要することである。これに対しては，加工物に高速衝撃が瞬間的に作用しないように工夫することによって，このような衝撃波の発生をある程度おさえることは可能であろう。

以上に述べたように，高速変形に関連する主要な点の多くの部分は，すでに明らかにされていて，高速加工が今後より広く実用される可能性は十分に

あると思われる．工具やラムなどを介して加工する高速加工法の場合には，加工速度がどこまでも上げられるのではなく，主として慣性力と衝撃波発生の問題から，実際には数１００ m／S 以下に制限されると考えられる．数１００ m／S 以下の加工速度においても，通常の加工速度の場合よりも一般に負荷応力が高くなることと応力波伝ぱの問題から，工具や機械部品が過酷な使用状態におかれることが多い．したがって衝撃的荷重下での機械部品などの疲れと破壊の防止の問題が重要であるとともに，今後，高速加工が広く実用されるためにも緊要な課題であると考えられる．

６．３　高速変形と高速疲れとの関連性

衝撃疲れや高速疲れに関しては，その現象の複雑さや実験技術上のむずかしさもあいまって，この方面の資料は多くはないようである[(10)〜(14)]．疲れの問題には多くの複雑な研究分野が含まれているようであり，本論文の主たる内容とはかなりの距離があるように思われる．ここでは，高速疲れ現象と材料の高速塑性変形特性との関連性について，考えられる可能性の一つとして，一考察を試みることにする．

変形応力とひずみ速度との間にべき関数（ power law ）の関係が成立するとする実験結果は多い．（ 3.3 節参照）．そこでいま，ひずみ ε での応力 σ と塑性ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_p$ との関係が

$$\dot{\varepsilon}_p = B(\sigma/\sigma_B)^n \qquad (6.1)$$

であらわされるものとする．ここで σ_B は $\dot{\varepsilon}_p = B$ のときの応力である．B の値は上式が適用されるひずみ速度範囲内のある応力でのひずみ速度で，単位ひずみ速度１／S とか静的変形のひずみ速度の値を B にとる場合もある．

いま疲れ現象が各サイクルでの塑性変形量と密接な関連があるものと考え，

塑性ひずみε_p のごく小さい領域まで式(6.1)の関係が成立するものとする. ε_p のごく小さい領域まで適用できるとする考えかたの一つとして，応力σのもとでの平均転位速度vの測定値が $v=(\sigma/\sigma_0)^{n'}$ で示されている結果が挙げられる. ここでσ_0 ：定数. これより，$\dot{\varepsilon}_p=\kappa'\rho' v$ （ρ'；か動転位密度，κ'：定数 ）の関係があることから $\dot{\varepsilon}_p=\kappa(\sigma/\sigma_0)^{n'}$となり，この関係式は式(6.1)と同形である. ここでκ：定数. しかもこの関係式は，vが10^{-7}cm／S のオーダのごく小さい値まで測定された結果であり，σとε_p のごく小さい領域まで成立することが確かめられている. また，Fe - 3 % Si 合金やWについても同様の結果が得られていることに注意しなければならない.

いま両振応力の疲れ試験に対応して，図 6.1 に示すような正弦応力波が作用する場合を考える

$$\sigma=\sigma_m \sin 2\pi f t \qquad (6.2)$$

ここでσ_m ：応力振幅，f：周波数. 応力が零からσ_m の領域において，ある瞬間の応力とその瞬間のひずみ速度とが対応すると仮定すれば，正弦波の半波による塑性ひずみ $\triangle\varepsilon'_p$は，式(6.1)，(6.2)より

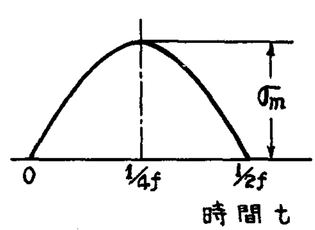


図 6. 1

$$\triangle\varepsilon'_p=2\int_0^{1/4f} B\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B}\sin 2\pi f t\right)^n dt \qquad (6.3)$$

となる. 式(6.1)の関係は引張りと圧縮とのどちらの場合にも成立すると考えられるので，引張りと圧縮とが連続して作用する場合にも同一の関係式

が適用されるものとし，1サイクル当りの塑性ひずみ増分$\triangle\varepsilon_p$が近似的に$\kappa_1\triangle\varepsilon'_p$で与えられるものとする．ここで$\kappa_1$は定数．$n$の値はひずみの小さい領域について考えていることからひずみに対して一定の材料定数とし，$\triangle\varepsilon_p$が繰返し数に比例して累積され，ある塑性ひずみε_pにいたって破壊が誘起されると単純に仮定するならば，式（6.3）より

$$N = Df\,(\sigma_m / \sigma_B)^{-n} \tag{6.4}$$

の関係式が得られる．ここでNは破壊までの繰返し数であり，Dはnとσ_Bとの値のとりかたにより定まる定数である．高速変形の実験結果などによりnの値が既知であり，ある繰返し速度fのもとでの応力振幅σ_mと破壊までの繰返し数Nとの一組の実験値が得られていれば，式（6.4）によってその材料のσ_m，fおよびNの関係をある程度推定することは可能である．

図6.2の実線は，菊川らにより求められた引張圧縮疲れ試験結果のうちの主要と思われる一部の結果を示したものである．図中の破線は，炭素鋼（S10C）に対しては$f=40$ C/S での疲れ限度の実験値から$\sigma_B=20.6$ Kg/mm²，$D=1.63\times10^5$，$n=14$として式（6.4）により試算した値であり，また銅（$C_u BE\text{-}H$）に対しては，$f=40$ C/S での応力12 Kg/mm²，$N=2.82\times10^7$の実験値から$\sigma_B=12$ Kg/mm²，$D=7.05\times10^5$，$n=26$として試算した値である．nの値は，同じ菊川らの論文中に示されている変形応力とひずみ速度との関係図から，ひずみ速度1～300 1/S の範囲で比較的よく近似できる値を用いたものである．

図より，計算値と実験値との間に良好な一致は見られないが，広い周波数域（繰返し速度域）の全般にわたって両者は近い値を示していることがわかる．いま仮りに，塑性ひずみ数%以上での多くの実験結果から，$\varepsilon_p\approx0$付近のnの値を外挿して決めるとともに，二種類の周波数によるσ_m-N線図上

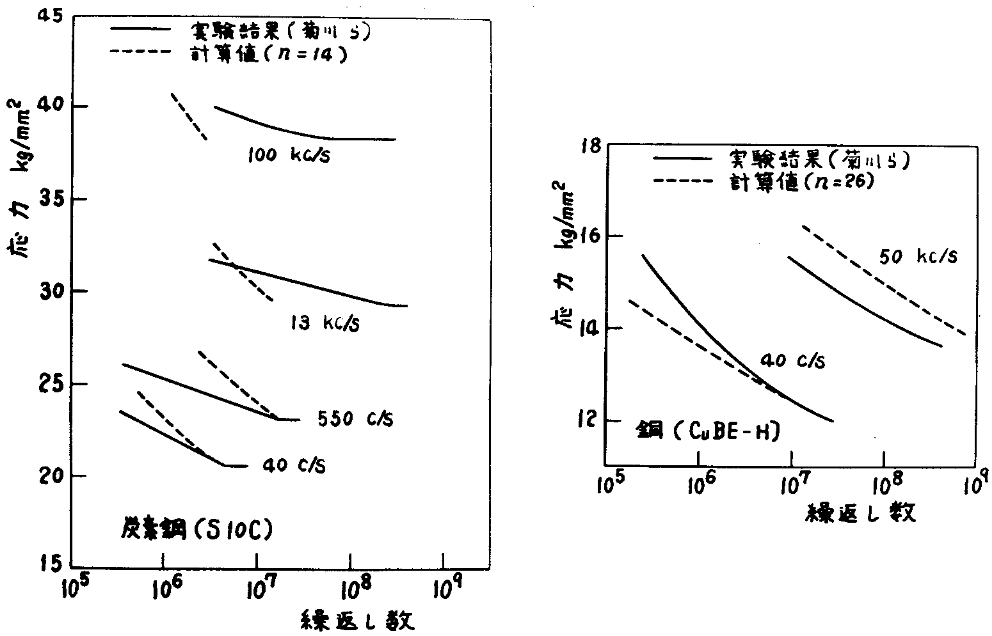


図 6.2　$S-N$ 曲線

の二点の実験結果から σ_{B} と D との値を決めるならば，式（6.4）による計算値はさらに近い値を示すことが考えられる．また周波数の高い場合と低い場合とに大別して，これに対応する二種類の n の値をもとにして同様の取扱いを行なえば，さらによい近似を得ることは可能である．また，材料のひずみ速度依存性をあらわす構成式に式（6.1）の単純な形を用いたが，よりよい近似式としてはたとえば，

$$
\left.\begin{array}{ll}
\dot{\varepsilon}_p = B\{(\sigma-\sigma_0)/\sigma_{\mathrm{B}}\}^n & \sigma > \sigma_0 \\
\dot{\varepsilon}_p = 0 & \sigma \leqq \sigma_0
\end{array}\right\} \qquad (6.5)
$$

の形が考えられる．ここで σ_0：塑性ひずみを生ずる下限の応力．この関係式を用いて同様の取扱いを行なえば，疲れ限度の現象を含めた広い範囲にわたる近似を得ることも可能である．

以上に述べたことは，材料の塑性変形に対するひずみ速度効果と材料の疲

れ強さの速度効果との関連性についての一つの試みに過ぎず，単純な仮定を設けたことに対する問題点は多多あると思われる．しかしながら，高速疲れや衝撃疲れの現象は，その疲れ強さを決定するいくつかの要因のうちの塑性変形に関連した現象であると考えられ，材料の高速変形特性と密接な関連性を有していると考えられる．しかも高速変形の実験結果から高速疲れの現象をある程度類推することができるとともに，材料の高速塑性変形特性をもとにして，低速疲れ試験結果から高速度での疲れ強さ，あるいは比較的短時間で求められる高速疲れ試験結果から低速度での疲れ強さをある程度推定することは可能である．

6．4　高速変形と衝撃破損との関連性

Wood[15] は平面縦波の伝ぱについて，単軸状態での材料特性に定構成方程式（finite constitutive equation）を用いて研究した．彼は24S-T Al 合金に対する計算例から，(1) 塑性波速度は弾性波速度よりも18％小さいに過ぎず，(2) 除荷は弾性変形と同様に塑性変形をもともなうという二つの特徴を明らかにしたが，ひずみ速度効果については明確にしていない．その後 Fowles[16] は，2024 Al について約50000Kg／cm² 以下の圧力での実験結果から，ひずみ速度効果を無視した弾塑性理論が $\dot{\varepsilon}>10^6$ 1／S の高ひずみ速度に対して実質上適用されるとした．しかしながら単軸衝撃実験により，ひずみ速度効果の顕著な材料の多くあることが明らかにされていて，このようなひずみ速度効果と平面縦波の伝ぱとの関係が問題であり，実用上の見地からは，単軸衝撃実験結果と平面衝撃の問題との結びつきを明らかにすることが重要であると思われる．

一方，衝撃荷重下では応力波の干渉による破損または破壊が実用上重要な

問題である．はく離破壊，放射状の破壊，すみ部の破壊などの破壊形態は静荷重下での破壊形態とは大きく異なる．このような破壊についてはRinehart[17]やO'Brien[18]により実験とその定性的な説明がなされている．

ここでは，太い丸棒あるいは平板に縦衝撃が作用する場合の衝撃破損について，単軸衝撃での実験結果と関連させて一考察を行なうことにする．

6．4．1 単軸衝撃と平面縦衝撃 太い棒あるいは無限に横方向の広がりをもった平板の端面に，一様な縦衝撃が作用する場合は横方向変位が完全に拘束された一次元ひずみ状態となり平面縦衝撃の問題となる．この場合，変位 u はラグランジュ座標 x で示される方向に常に生じ，一次元問題に関しての運動方程式（ただし定構成方程式の場合）

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{6.6}$$

が適用される．ここで σ_x ：x 軸方向の応力成分，ε_x ：x 軸方向のひずみ成分，ρ ：材料のはじめの密度，t ：時間，$\varepsilon_x = \partial u / \partial x$ は公称ひずみである．この式は形式的には Kármán らが細い棒中の塑性波の記述に用いた式と一致していて*，ひずみ波の伝ぱ速度 C は周知の式

$$C = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x} \right)^{1/2} \tag{6.7}$$

で与えられる．この C を決定するには σ_x - ε_x 関係を知る必要がある．この関係はWood により[15]

$$\sigma_x = K\varepsilon_x + \frac{2}{3} \sigma (\varepsilon_x^p) \tag{6.8}$$

で与えられた．ここで K ：体積弾性係数．関数 $\sigma (\varepsilon_x^p)$ は

---

* 細い棒の場合，式（6.6）は半径方向の運動にともなう運動エネルギとせん断応力とを無視した近似式である．ここで扱う平面縦衝撃ではそのような近似は行なわれていない．

$$\sigma = \sigma(\varepsilon^{p}) \tag{6.9}$$

で定義され，σ，ε^{p} は単軸引張りまたは圧縮での応力および塑性ひずみ成分である．式（6.8）の第1項は等方性応力成分をあらわし，第2項は材料のせん断強さの寄与をあらわしている**．

ここでは，材料の強度差によりHugoniot の状態式に変化をもたらすと考えられる程度の圧力，すなわち約10万気圧を超えない程度の衝撃圧縮の場合を対象にして考え，相遷移が起らずまたKは圧力に無関係と仮定する．ある特定の材料を限定せず，式（6.9）に図6.3に示すような弾一直線硬化材料を仮想し，そのこう配EとHとの比を変えることによってσ_x - ε_x 関係および伝ぱ速度Cがどのようになるかについて，まず調べる．

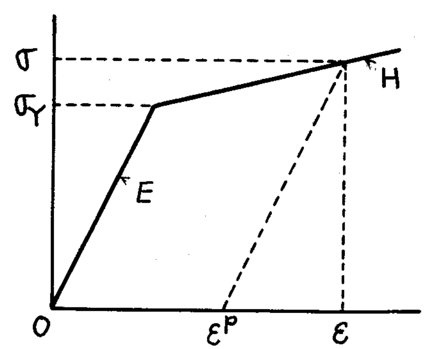


図6.3　単軸引張りまたは圧縮での応力―ひずみ関係

この場合，式（6.9）は

$$\sigma = \sigma(\varepsilon^{p}) = \sigma_{Y} + \frac{EH}{E-H}\,\varepsilon^{p} \tag{6.10}$$

となり，$\sigma(\varepsilon_x^{p})$ は

$$\sigma(\varepsilon_x^{p}) = \sigma_{Y} + \frac{EH}{E-H}\,\varepsilon_x^{p} \tag{6.11}$$

** Woodはこのように第2項を塑性ひずみの関数であらわしたが，一次元ひずみの場合，これはFowlesが塑性仕事Wpの関数であらわしたものと同等である．

であらわされる．一方，式（6.8）の誘導に含まれている仮定，すなわち $\varepsilon_x = \varepsilon_x^e + \varepsilon_x^p$ の関係とひずみの弾性成分はフックの法則にしたがい，等方加工硬化条件が適用されるとすることからの $\varepsilon_x^e = (1/2)\varepsilon_x^p + \{(1+\nu)/E\}\sigma(\varepsilon_x^p)$ の関係〔文献(15)の式(11)参照〕より

$$\varepsilon_x^p = \frac{2}{3}\varepsilon_x - \frac{2(1+\nu)}{3E}\sigma(\varepsilon_x^p) \qquad (6.12)$$

が成立しているので，式（6.11），（6.12）より $\sigma(\varepsilon_x^p)$ は

$$\sigma(\varepsilon_x^p) = \frac{3(E-H)}{3E-H+2\nu H}\sigma_Y + \frac{2EH}{3E-H+2\nu H}\varepsilon_x \qquad (6.13)$$

となる．ここで ν：ポアソン比．式（6.8），（6.13）より $\sigma_x - \varepsilon_x$ 関係が決められ，伝ぱ速度 C は式（6.7）より

$$C = C_h\left\{1 + \frac{4(1-2\nu)H/E}{3-(1-2\nu)H/E}\right\}^{1/2}, \quad C_h = \sqrt{K/\rho} \qquad (6.14)$$

となる．ここで C_h は，弾完全塑性体の場合の圧縮波の伝ぱ速度である．これはまた材料のせん断抵抗がなく体積圧縮性のみの場合の圧縮波の伝ぱ速度と一致し，塑性域での伝ぱ速度の下限を与える．$H = E$ のときは図6.3より明らかなように弾性域となる．このときの伝ぱ速度 $(C)_{H=E}$ は式（6.14）より

$$(C)_{H=E} = C_0\left\{\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\right\}^{1/2}, \quad C_0 = \sqrt{E/\rho} \qquad (6.15)$$

となり，これはよく知られている平面縦波の弾性波速度 C_1 と一致している*.

H/E と C_h/C の関係を式（6.1 4）より計算した結果が図 6.4 の実線である．図中には $K/(\partial\sigma_x/\partial\varepsilon_x)$ の値を一点鎖線にて一緒に示してある．通常，$\nu=0.33$ 程度の材料が多いことから，図より H/E が 0.0 5以下ではほとんど 1 に接近していて，近似的に C は C_h と等しくまた $\sigma_x-\varepsilon_x$ 線図のこう配も K と等しいことになる．ところで，単軸引張りまたは圧縮による静的な $\sigma-\varepsilon$ 線図のこう配は，ひずみ数%でもはや $E/100$ のオーダである．また図 6.6 の黒丸で示す単軸衝撃実験結果を見ると，破線で示すような弾性域と塑性域との二直線状となっている．その弾性域のこう配を ρC_0 とし，塑性域のこう配を ρC_p とすれば，この結果から動的な $\sigma-\varepsilon$ 線図に換算したこう配の比 H/E は $(C_p/C_0)^2$ となり，この値は 0.0 1 2 となる．

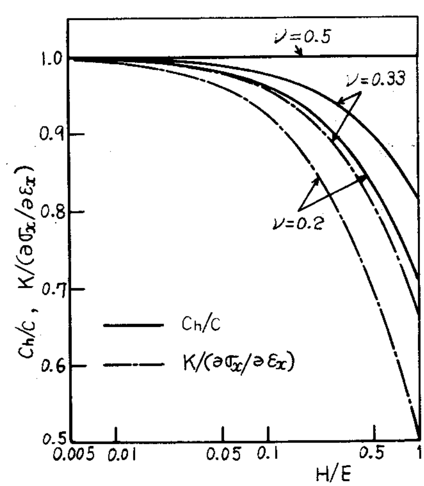


図 6.4　H/E と C_h/C との関係

また図 6.7 に示す各種材料の二直線から同様の比をとると，亜鉛では 0.0 3 6，亜鉛圧延材では 0.0 5 3 となり，その他の材料では，0.0 3 以下になっている．したがって，平面縦衝撃における塑性域での伝ぱ速度は実質上 C_h と等しく，また $\sigma_x-\varepsilon_x$ 線図の塑性域でのこう配も実質上 K と等しいことがわかる．したがってまた，$\sigma_x-\varepsilon_x$ 線図と弾塑性波伝ぱのようすを知ろうとする際，その材料の E と ν が既

* C_1 は dilatational wave（膨張波）の伝ぱ速度であり，一般には $[(\lambda+2G)/\rho]^{1/2}$ または $[(K+\frac{4}{3}G)/\rho]^{1/2}$ であらわされる．G：横弾性係数，λ：ラーメの定数

知であれば実質上$\sigma-\varepsilon$線図の降伏点 σ_Y のみが求められていればよいことになる．材料のひずみ速度依存性を無視し得る場合ならば，このσ_Y に通常（静的）の降伏点が用いられるが，依存性が無視されない場合が多いことから，この σ_Y には単軸衝撃実験結果からの弾性限度 σ_{De} を用いるほうがはるかによい近似になると考えられる．

なお図 6.4 より，$\nu=0.33$ の場合，$H/E=1$ で$C_h/C=0.81$ となっている．すなわちC_h の値は弾性波速度C_1 よりも 19％小さい値に過ぎず，単軸衝撃の場合と大きく異なる特徴を示している．

細長い棒の一端に縦衝撃が作用する単軸衝撃圧縮の場合，衝撃端の応力波形は一般的には図 6.5 (c) (d) のようになる．衝撃端での衝撃の瞬間応力σ_0 は，衝撃速度Vの大小にかかわらず$\sigma_0=\rho C_0 V$となる．塑性域では図 6.5 (d)の波形のようになりσ_0 から急激に減衰してほぼ一定応力σ_D を持続する．この動的応力σ_D とこれに対応する動的ひずみを測定して求めた動的曲線の弾性限度 σ_{De} は，図 6.5 (b) に示すように一般には静的曲線の降伏点よりも大きい（4 章参照）．

このσ_{De}とこれに対応する衝撃速度V_e との関係は

$$\sigma_{De}=\rho C_0 V_e \qquad (6.16)$$

で与えられる（圧縮応力を正）．弾性破損は通常，静的変形での塑性変形開始をもってあらわされるが，単軸衝撃での破損は，このσ_{De} またはV_e であらわされるであろう．平面縦衝撃の場合，いま x 軸に垂直に

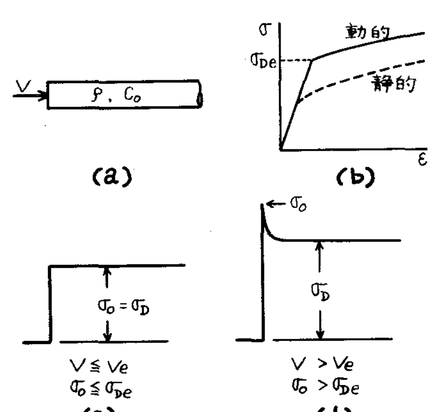


図 6.5　単軸衝撃圧縮での応力波形

y，z 軸をとると，この場合 $\sigma_x > \sigma_y = \sigma_z$（半径方向応力を σ_r とすれば $\sigma_x > \sigma_\theta = \sigma_r$）となることから，Mises または Tresca の降伏条件に該当する，$\sigma_x - \sigma_y = \sigma_{\mathrm{Y}}$（または $\sigma_x - \sigma_r = \sigma_{\mathrm{Y}}$），が適用されるものとする．この σ_{Y} に $\sigma_{\mathrm{D}e}$ を適用すれば，弾性波の応力振幅の限度 $\sigma_{x\mathrm{D}e}$ は，$\sigma_r = \nu\sigma_x/(1-\nu)$ より

$$\sigma_{x\mathrm{D}e} = \frac{1-\nu}{1-2\nu}\sigma_{\mathrm{D}e} \tag{6.17}$$

で与えられる．この $\sigma_{x\mathrm{D}e}$ に対応する衝撃速度 V_{xe} は，$\sigma_{x\mathrm{D}e} = \rho C_1 V_{xe}$ の関係が成立することから，式（6.15）～（6.17）より

$$V_{xe} = \left\{\frac{(1+\nu)(1-\nu)}{1-2\nu}\right\}^{1/2} V_e \tag{6.18}$$

となる*．このようにして，単軸衝撃実験結果と関連させた $\sigma_{x\mathrm{D}e}$ または V_{xe} によって，平面縦衝撃による直接波のもとでの破損に対する一つの基準が与えられるものと考えられる．

単軸衝撃実験結果を用いて $\sigma_x - \varepsilon_x$ 関係および衝撃速度 V と σ_x との関係について調べる．$\sigma_x - \varepsilon_x$ 関係は，既述のように実質上，弾性域と塑性域との二直線で近似できることから，塑性域でのこう配（$\partial\sigma_x/\partial\varepsilon_x$）を K（＝一定）とおくことにより

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\varepsilon_x, & \sigma_x &\leqq \sigma_{x\mathrm{D}e}\\ \sigma_x &= K\varepsilon_x + \frac{2(1-2\nu)}{3(1-\nu)}\sigma_{x\mathrm{D}e}, & \sigma_x &\geqq \sigma_{x\mathrm{D}e}\end{aligned}\right\} \tag{6.19}$$

* V_{xe} の記号は単軸衝撃での V_e と区別して用いたものであり，これ以外の衝撃速度をすべて V としている。

で与えられる．また$V-\sigma_x$ 関係は，塑性域での伝ぱ速度をC_h ＝一定とすることにより

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \rho C_1 V, & V &\leqq V_{xe} \\ \sigma_x &= \rho C_h V + (1 - C_h / C_1)\sigma_{x\mathrm{D}e}, & V &\geqq V_{xe} \end{aligned}\right\} \qquad (6.20)$$

で与えられる．ただし単軸衝撃の場合と同様に，衝撃端面での衝撃の瞬間応力は，$V > V_{xe}$ でも弾性的になり，$(\sigma_x)_{\substack{x=0\\t=0}} = \rho C_1 V$ の関係になると考えられる．純鉄に対する衝撃速度と応力との関係を図 6.6 に示す．図中の黒丸は，直径18.4 ㎜の純鉄棒（0.006 ％C，0.02 ％Mn）を直径24 ㎜の高速度鋼棒からなる応力棒に衝突させて求めた実験結果であり，各点は各試験片棒を衝撃させたときの動的応力σ_D（図6.5 参照）と衝撃速度とを対応させたものである（実験材料と実験方法については，4 章および 5.2 節参照）．実験点は破線で示すように弾性域と塑性域との二直線で近似でき，これより弾性限度 $\sigma_{\mathrm{D}e}$ が決められる．この $\sigma_{\mathrm{D}e}$ をもとにして式（6.20）より$V-\sigma_x$ 関係を求めると図中の実線のようになる（$\nu=0.28$）．図の一点鎖線は，参考までに，静的圧縮での降伏点をもとにして式（6.20）より計算した結果である．その他の材料に対する実験結果を図 6.7 にまとめて示す．ステンレス鋼と極軟鋼については，上に凸の曲線になっているが，その他の材料については弾性域と塑性域との二直線状になっている．各材料の弾性限度$\sigma_{\mathrm{D}e}$

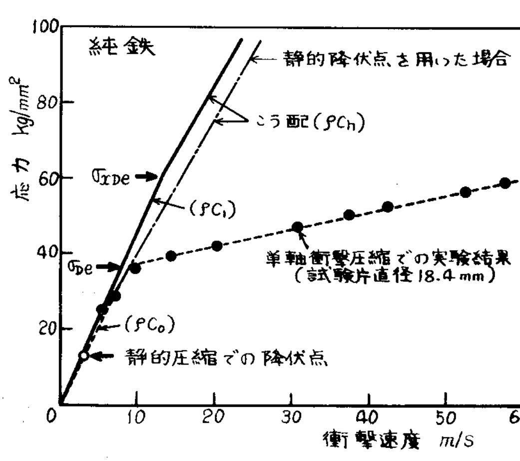


図 6.6　衝撃速度と応力（σ_x）との関係

の値を図中の(　　)内に示す．σ_{De} をもとにして，式(6.19)より $\sigma_x - \varepsilon_x$ 関係を計算した数例を図6.8に示す．ただし高速度鋼に対しては，$\sigma_{De}=230$ Kg／mm² と推定した結果である．図6.8が示す一つの特徴は，単軸状態での $\sigma-\varepsilon$ 線図上では大きく異なる高速度鋼と純鉄であっても，$\sigma_x - \varepsilon_x$ 線図上ではそれほど変らないことである．

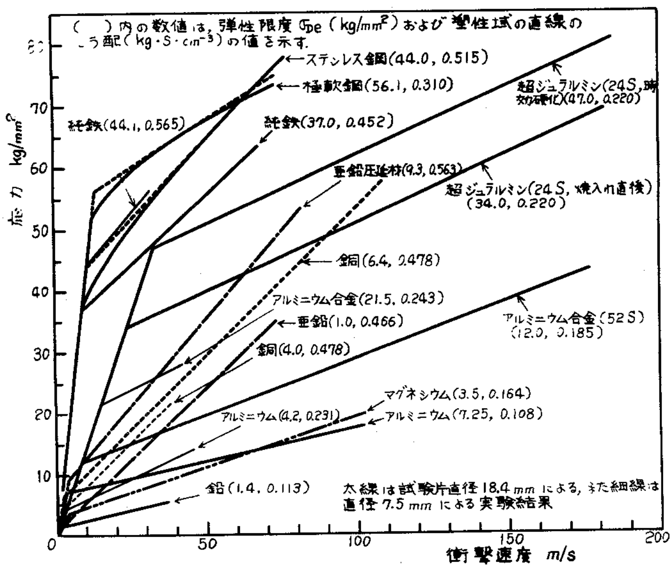


図 6.7　単軸衝撃圧縮での衝撃速度と応力(σ_D)との関係

6．4．2　衝突速度と衝撃速度

平面縦衝撃実験では[16]，解析をしやすくするために衝突させる両物体には同じ材質が

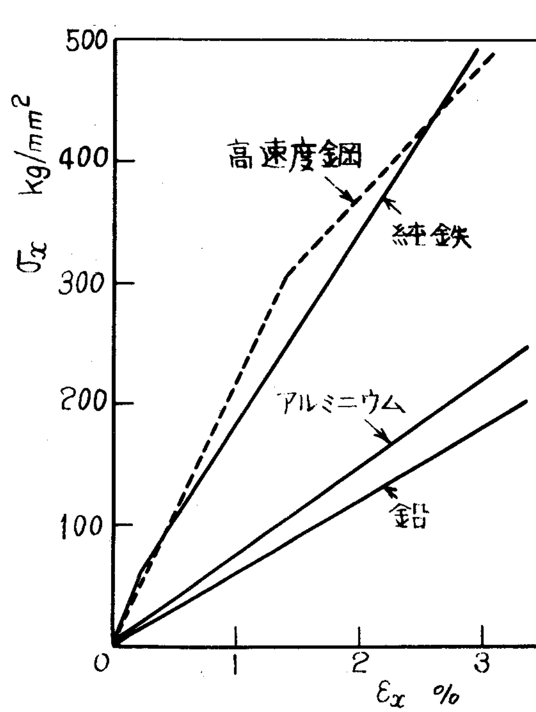


図6.8　$\sigma_x - \varepsilon_x$ 線図

選ばれている．この場合は両物体の衝突速度（衝突直前の相対速度）V_0 と衝撃速度 V との関係は簡単になり，$V=\frac{1}{2}V_0$ となる．実際に遭遇する衝撃破損などの問題では同材質のときはまれであると考えられるので，材質の異なる一般的な場合の V_0-V 関係について調べておく．

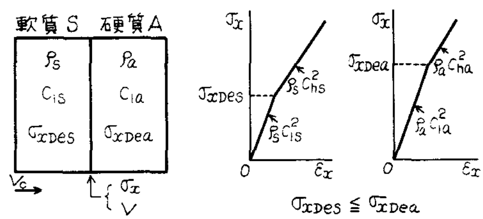


図 6.9　平板の衝突

軟質平板 S が衝突速度 V_0 で静止している硬質平板 A に，図 6.9 のように衝突するときを考える．両材質の $\sigma_x-\varepsilon_x$ 関係は図のように弾性域と塑性域との二直線で近似されるものとする．ρ は材料の密度，C_1 は弾性波速度，C_h は塑性域での伝ぱ速度（＝一定），また σ_{xDe} は平面縦衝撃での弾性限度とし，軟質と硬質との関係はそれぞれ添字 s と a を付けて $\sigma_{xDes} \leqq \sigma_{xDea}$ とする．また圧縮応力を正とする．

$\sigma_{xDes} \geqq \sigma_x$ では，S 側と A 側に注目して，

$$V_0-V=\sigma_x/(\rho_s C_{1s}) \tag{6.21}$$

$$V=\sigma_x/(\rho_a C_{1a}) \tag{6.22}$$

の関係が成立する．これより σ_x，V は

$$\sigma_x=\frac{\rho_s\rho_a C_{1s}C_{1a}}{\rho_s C_{1s}+\rho_a C_{1a}}V_0 \tag{6.23}$$

$$V=\frac{\rho_s C_{1s}}{\rho_s C_{1s}+\rho_a C_{1a}}V_0 \tag{6.24}$$

となる．式（6.23），（6.24）の適用条件は，$\sigma_x \leqq \sigma_{x\mathrm{D}es}$ より

$$V_0 \leqq \frac{\rho_s C_{1s} + \rho_a C_{1a}}{\rho_s \rho_a C_{1s} C_{1s}} \sigma_{x\mathrm{D}es} \qquad (6.25)$$

である．$\sigma_{x\mathrm{D}ea} \geqq \sigma_x \geqq \sigma_{x\mathrm{D}es}$ では，

$$V_0 - V = \sigma_{x\mathrm{D}es} / (\rho_s C_{1s}) + (\sigma_x - \sigma_{x\mathrm{D}es}) / (\rho_s C_{hs}) \qquad (6.26)$$

と式（6.22）の関係が成立する．これより σ_x，V は

$$\sigma_x = \frac{\rho_s \rho_a C_{1a} C_{hs}}{\rho_s C_{hs} + \rho_a C_{1a}} V_0 + \frac{(C_{1s} - C_{hs}) \rho_a C_{1a}}{C_{1s}(\rho_s C_{hs} + \rho_a C_{1a})} \sigma_{x\mathrm{D}es} \qquad (6.27)$$

$$V = \frac{\rho_s C_{hs}}{\rho_s C_{hs} + \rho_a C_{1a}} V_0 + \frac{C_{1s} - C_{hs}}{C_{1s}(\rho_s C_{hs} + \rho_a C_{1a})} \sigma_{x\mathrm{D}es} \qquad (6.28)$$

となる．式（6.27），（6.28）の適用条件は，

$$\frac{\rho_s C_{hs} + \rho_a C_{1a}}{\rho_s \rho_a C_{1a} C_{hs}} \sigma_{x\mathrm{D}ea} - \frac{C_{1s} - C_{hs}}{\rho_s C_{1s} C_{hs}} \sigma_{x\mathrm{D}es}$$

$$\geqq V_0 \geqq \frac{\rho_s C_{1s} + \rho_a C_{1a}}{\rho_s \rho_a C_{1s} C_{1a}} \sigma_{x\mathrm{D}es} \qquad (6.29)$$

である．また $\sigma_x \geqq \sigma_{x\mathrm{D}ea}$ では，式（6.26）の関係と

$$V = \sigma_{x\mathrm{D}ea} / (\rho_a C_{1a}) + (\sigma_x - \sigma_{x\mathrm{D}ea}) / (\rho_a C_{ha}) \qquad (6.30)$$

の関係が成立する．これより σ_x，V は

$$\sigma_x = \frac{\rho_s \rho_a C_{hs} C_{ha}}{\rho_s C_{hs} + \rho_a C_{ha}} V_0 + \frac{(C_{1s} - C_{hs}) \rho_a C_{ha}}{C_{1s}(\rho_s C_{hs} + \rho_a C_{ha}} \sigma_{x\mathrm{D}es}$$

$$+ \frac{(C_{1a} - C_{ha}) \rho_s C_{hs}}{C_{1a}(\rho_s C_{hs} + \rho_a C_{ha})} \sigma_{x\mathrm{D}ea} \qquad (6.31)$$

$$V=\frac{\rho_s C_{hs}}{\rho_s C_{hs}+\rho_a C_{ha}}V_0+\frac{C_{1s}-C_{hs}}{C_{1s}(\rho_s C_{hs}+\rho_a C_{ha})}\sigma_{x\mathrm{D}es}$$

$$-\frac{C_{1a}-C_{ha}}{C_{1a}(\rho_s C_{hs}+\rho_a C_{ha})}\sigma_{x\mathrm{D}ea} \qquad (6.32)$$

となる．式(6.31)，(6.32)の適用条件は，

$$V_0 \geqq \frac{\rho_s C_{hs}+\rho_a C_{1a}}{\rho_s \rho_a C_{1a} C_{hs}}\sigma_{x\mathrm{D}ea}-\frac{C_{1s}-C_{hs}}{\rho_s C_{1s} C_{hs}}\sigma_{x\mathrm{D}es} \qquad (6.33)$$

である．ただし衝撃の瞬間における関係は，V_0 の大小にかかわらず式(6.23)，(6.24)が適用されると考えられる．

両物体の材質が同じであるときは，上式での添字 s，aを取り除くことにより，$\sigma_{x\mathrm{D}e} \geqq \sigma_x$ すなわち$V_0 \leqq 2\sigma_{x\mathrm{D}e}/(\rho C_1)$では，式(6.23)，(6.24)は

$$\sigma_x=\rho C_1 V_0/2 \qquad (6.34)$$

$$V=V_0/2 \qquad (6.35)$$

となる．また，$\sigma_x \geqq \sigma_{x\mathrm{D}e}$ すなわち$V_0 \geqq 2\sigma_{x\mathrm{D}e}/(\rho C_1)$では，式(6.31)は

$$\sigma_x=\rho C_h V_0/2+(1-C_h/C_1)\sigma_{x\mathrm{D}e} \qquad (6.36)$$

となり，式(6.32)は式(6.35)と同形になる．

V_0-V関係の計算例を図6.10に示す．たとえば純鉄板Sが高速度鋼板AにV_0 の速度で衝突するとき，高速度鋼板の衝撃面に作用する衝撃速度Vを示したものが図中の上方の実線である．これらの実線にはそれぞれ二つの変曲点があり，これらは両材質の$\sigma_{x\mathrm{D}e}$に対応している．$\sigma_{x\mathrm{D}e}$の値は単軸衝撃実験結果による弾性限度$\sigma_{\mathrm{D}e}$を用いて式(6.17)より求めたもので

ある．一点鎖線は弾性域の延長線であり，これは衝撃の瞬間における関係を示すものと考えられる．

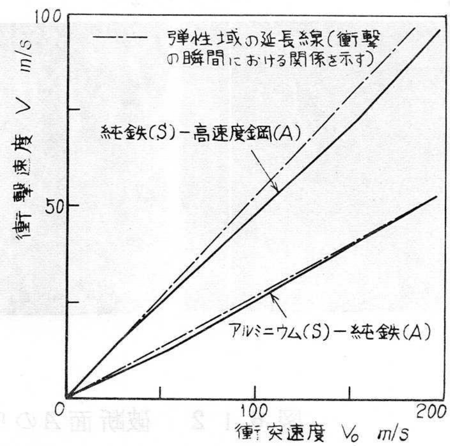


図 6.1 0　衝突速度と衝撃速度との関係

6．4．3　衝撃破壊の実例

図 6.1 1 に衝撃破壊の実例を示す．これは直径２４㎜の高速度鋼棒（ＹＸＭ１－Ｈ）に直径１8.4㎜の亜鉛棒を軸方向に約８０m／Ｓで数回衝突させたとき，鋼棒の衝撃端面（曲率半径２６０㎜の凸面）から約５０㎜の部分が軸方向に真二つに破壊した例である．破面は端面から中心軸上に数㎜入った部分を中心として広まった波紋状を程していて，応力波の干渉により中心部から破壊が進行した模様がうかがえる．また破面の衝撃端面部には，衝撃疲れを受けたと思われる幅１９㎜，深さ約 1.5㎜の層が認められた．なお走査電子顕微鏡にて破面を観察したが，波紋状の中心部に前もって異物あるいは破れがあったとは認められなかった（図6.1２）．

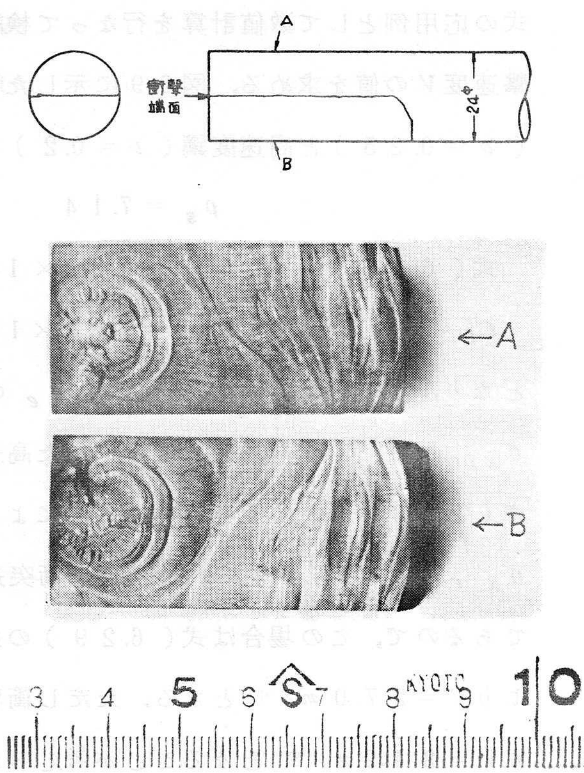


図 6.1 1　衝撃破壊の実例

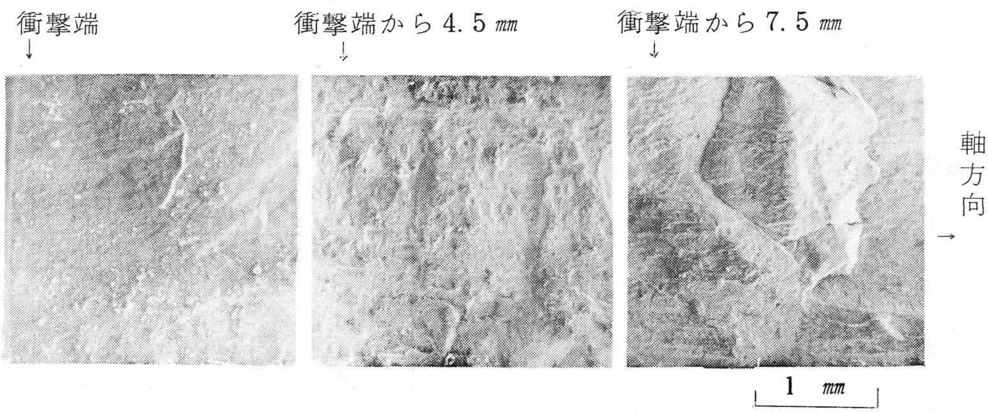


図 6.1 2 破断面Aの中心部(波紋状の中心部)の走査電子顕微鏡写真

亜鉛棒を高速度鋼棒に衝突させて生じたこの破壊を例にとり，既述の関係式の応用例として数値計算を行なって検討する．まず鋼棒端面に作用した衝撃速度Vの値を求める．図6.9に示した軟質Sと硬質Aを，それぞれ亜鉛($\nu = 0.25$)と高速度鋼($\nu = 0.2$)とする．各数値は

$$\rho_s = 7.14 \quad g/cm^3 \qquad \rho_a = 7.77 \quad g/cm^3$$

式(6.15)より；$C_{1s} = 3.60 \times 10^5$ cm/S　$C_{1a} = 5.23 \times 10^5$ cm/S

$C_h = \sqrt{K/\rho}$ より；$C_{hs} = 2.69 \times 10^5$ cm/S　$C_{ha} = 3.70 \times 10^5$ cm/S

となり，単軸衝撃実験結果からのσ_{De}の値を用いて式(6.17)より，$\sigma_{xDes} = 14.0$ Kg/mm^2 となる．また高速度鋼に対しては，硬さから引張強さ(230 Kg/mm^2)を推定することにより$\sigma_{De} = 230$ Kg/mm^{2}とすると，$\sigma_{xDea} = 306.7$ Kg/mm^{2}となる． 衝突速度の測定値から$V_0 \fallingdotseq 82.1$ m/S であるので，この場合は式(6.29)の条件のときに該当し，式(6.28)より$V = 27.0$ m/S となる．ただし衝撃の瞬間においては式(6.24)より$V = 31.9$ m/S となることが考えられるので，結局，鋼棒に作用した衝撃速度の値は27 m/S 前後で，大きく見積っても32 m/S を超えていな

いと考えられる．一方，高速度鋼に関する直接波のもとでの破損に対する衝撃速度の限度は式（6.1 8）よりV_{xe}＝7 4.0 m／Sとなる．この値は上記の衝撃速度の作用値よりもはるかに大きいことから，図6.1 1に示した破壊例が，平面縦波のただ1回の通過（直接波）のもとで破壊したものとは考えられない．したがってこの破壊例は，応力波の干渉とその繰返し作用による衝撃疲れ現象とが重畳して生じたものではないかと推察される．

なお破面に現われた波紋状の中心部が衝撃端にはなく，端面から数mm入った部分にあることについてはつぎのように考える．

円形端面の中心部の微小部分に持続時間の短かい衝撃速度Vの衝撃が図6.1 3のように作用した場合，振幅A_1の縦波は自由表面上のB点で反射して，振幅A_2の縦波と振幅A_3の横波（せん断波）となる．入射角および反射角を図示のようにα，βとすれば，この関係は

$$\left.\begin{aligned} 2(A_1-A_2)\cos\alpha\sin\beta-A_3\cos 2\beta=0 \\ (A_1+A_2)\sin\alpha\cos 2\beta-A_3\sin\beta\sin 2\beta=0 \end{aligned}\right\}\quad(6.37)$$

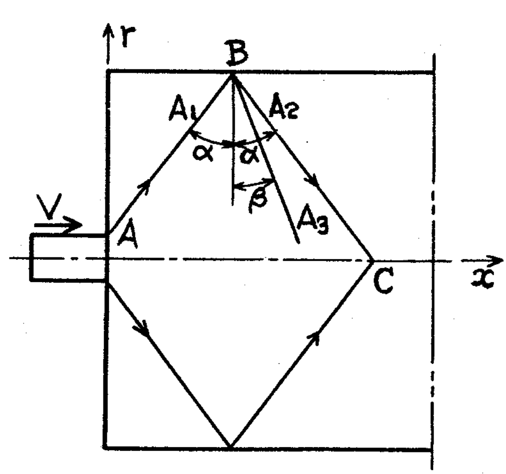


図6.1 3　自由表面での縦波の反射

で与えられ[19]，また縦波と横波との伝ば速度をそれぞれ C_1 ，C_2 とすれば

$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \qquad (6.38)$$

の関係が成立するので式（6.37），（6.38）より

$$-\frac{A_2}{A_1}$$

$$=\frac{2\frac{C_1}{C_2}\left\{1-2\left(\frac{C_2}{C_1}\sin\alpha\right)^2\right\}^2}{\frac{C_1}{C_2}\left\{1-2\left(\frac{C_2}{C_1}\sin\alpha\right)^2\right\}^2+4\left(\frac{C_2}{C_1}\sin\alpha\right)^2\left\{1-\left(\frac{C_2}{C_1}\sin\alpha\right)^2\right\}^{1/2}\cos\alpha}$$

$$-1 \qquad (6.39)$$

となる．C点近傍の状態を考えるに際し，縦波は横波よりも2倍程度速く伝ばするので，ここでは縦波のみについて考える．また衝撃の瞬間での A 点における AB 方向の圧縮応力を σ_A とし，

$$\sigma_A=\left(\frac{\nu}{1-\nu}+\frac{1-2\nu}{1-\nu}\sin\alpha\right)\rho C_1 V \qquad (6.40)$$

と仮定する．この初期値の波は振幅を減小しながら B 点に向って，また B 点からC点に向っては増大しながら伝ばする．そこでC点近傍に達したときの振幅を（A 点での振幅）×（$-A_2/A_1$）で近似し，この振幅（BC 方向へ伝ばする縦波の応力振幅）の半径方向成分を σ_{cr} として，これを

$$\sigma_{cr}=\sigma_A\left(-\frac{A_2}{A_1}\right)\cos\alpha \qquad (6.41)$$

であらわす．この σ_{cr} と衝撃端での x 軸方向の応力成分 σ_x（$=\rho C_1 V$）との比をとれば，式（6.39）〜（6.41）より

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_x}=\frac{\dfrac{C_1}{C_2}\left\{1-2\left(\dfrac{C_2}{C_1}\sin\alpha\right)^2\right\}^2-4\left(\dfrac{C_2}{C_1}\sin\alpha\right)^2\left\{1-\left(\dfrac{C_2}{C_1}\sin\alpha\right)^2\right\}^{1/2}\cos\alpha}{\dfrac{C_1}{C_2}\left\{1-2\left(\dfrac{C_2}{C_1}\sin\alpha\right)^2\right\}^2+4\left(\dfrac{C_2}{C_1}\sin\alpha\right)^2\left\{1-\left(\dfrac{C_2}{C_1}\sin\alpha\right)^2\right\}^{1/2}\cos\alpha}$$

$$\times\left(\frac{\nu}{1-\nu}+\frac{1-2\nu}{1-\nu}\sin\alpha\right)\cos\alpha \qquad (6.42)$$

となる．$C_1/C_2=\{2(1-\nu)/(1-2\nu)\}^{1/2}$ の関係を用いて，この比の値と入射角 α との関係を式(6.4 2)より計算すれば図6.1 4 のようになる．図より $\nu=1/3$ と $\nu=1/5$ のとき，それぞれ $\alpha=14^\circ36'$，$\alpha=17^\circ14'$ で σ_{cr}/σ_x の値が最大になる．$\nu=1/5$ のとき α が $50^\circ30'\sim84^\circ50'$ で負になるのは圧縮の縦波が自由表面で反射して再び圧縮波になることを示している．

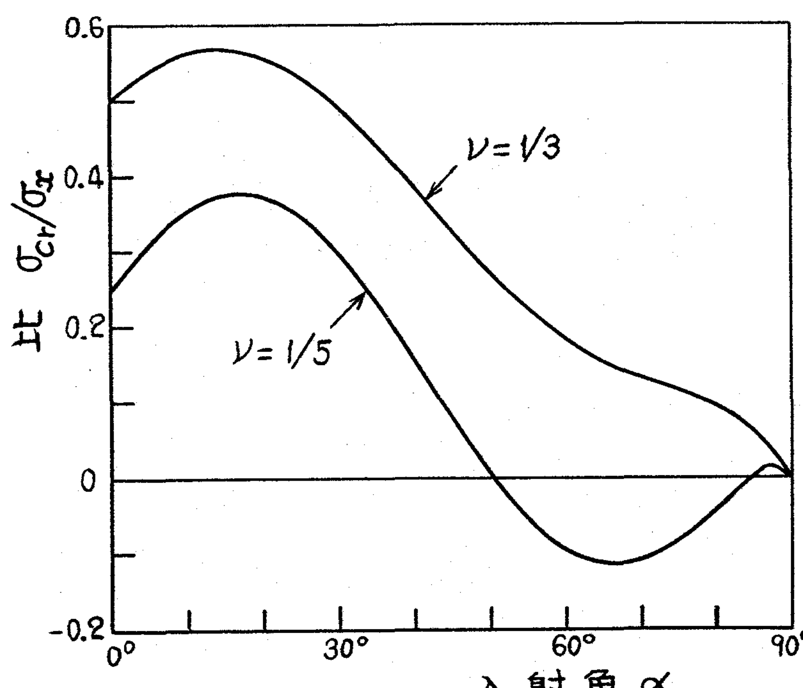


図 6.1 4　比 σ_{cr}/σ_x と入射角 α との関係

破壊例の高速度鋼（直径２４㎜）はν＝1/5のときに相当するので，このときのσ_{cr}/σ_xの値が最大になる位置Cを求めると，図6.1３参照して２４㎜×tan１7^0 14′より7.4㎜となる．この値は破面に現われた波紋状の中心位置が端面より約７㎜の位置であることとほぼ一致している．このようにして，破壊開始位置が衝衝端の内部にあり得ることが，一応考えられる．

６．５ 結　　言

本章では，高速加工，高速疲れおよび衝撃破損（または破壊）の実際面との関連性について検討を行ない，高速塑性変形に関する本研究が工業面と密接に関連し，広い応用性を有していることについて述べた．その要点を挙げると；

(1) 高速変形に関する主要な点の多くの部分は，すでに明らかにされていて，高速加工法が今後より広く実用化される可能性は十分にあると思われる．

(2) 工具やラムなどを介して加工する高速加工法では，主として慣性力と衝撃波発生の問題から，実際には数１００ m／S 以下の加工速度に制限されると考えられる．

(3) 高速疲れや衝撃疲れの現象は，その疲れ強さを決定するいくつかの要因のうちの塑性変形に関連した現象であると考えられ，材料の高速塑性変形特性（ひずみ速度効果など）と密接な関連性を有している．

(4) 平面縦衝撃での$\sigma_x-\varepsilon_x$関係は，実質上弾性域と塑性域との二直線で近似され，その弾性限度に対応する応力$\sigma_{x\mathrm{D}e}$および衝撃速度V_{xe}は単軸衝撃実験による弾性限度$\sigma_{\mathrm{D}e}$を用いてあらわされる．この$\sigma_{x\mathrm{D}e}$またはV_{xe}は，平面縦衝撃での直接波のもとでの破損条件に対する一つの基準になると考えられる．

第 6 章 の 文 献

(1) たとえば，西山，塑性と加工，12-130（1971-11），805；西山・ほか2名，機械学会論文集，33-250（昭42-6），990；ほか.

(2) E. Schmidtmann u.a., Arch. Eisenhüttenwes., 36-5（1965），333.

(3) 第32回塑性加工シンポジウム（高エネルギ速度加工）前刷，（昭45-7），塑性加工学会ほか.

(4) 田中・ほか2名，精密機械，35-7（1969-7），458.

(5) 山本・ほか2名，精密機械，36-10（1970-10），663.

(6) 山本・ほか2名，精密機械，37-2（1971-2），138.

(7) 岡村，精密機械，35-8（1969-8），485.

(8) 中山，機械の研究，23-5（昭46-5），714.

(9) R. Davis & E. R. Austin, Developments in High Speed Metal Forming,（1970），The Machinery Pub. Co. Ltd., England.

(10) 金属材料の強度および疲労資料集成，（昭45），丸善.

(11) 山根，機械学会論文集，28-191（昭37-7），839.

(12) 菊川・ほか2名，機械学会論文集，32-235（昭41-3），363.

(13) 菊川・ほか2名，機械学会論文集，32-238（昭41-6），875.

(14) 菊川，機械学会誌，69-575（昭41-12），1608.

(15) D. S. Wood, J. Appl. Mech., 19（1952-12），521.
この解説として；河田，機械の研究，16-6（1964），799.

(16) G. R. Fowles, J. Appl. Phys., 32-8（1961-8），1475.

(17) J. S. Rinehart, Intern. Symposium on Stress Wave Propaqation in Materials, (1960), 247, Interscience Pub., INC., New York.

(18) J. L. O'Brien, RMHVD, (1961), 371.

(19) H. Kolsky, Stress Waves in Solids, (1963), 24, Dover Pub., New York.

第７章　総　　括

本論文は，棒の一端に縦衝撃が作用し，高速変形が与えられるときの衝撃端近傍および棒全長における変形挙動について，弾塑性波伝ぱとその反射・干渉を考慮して詳細に調べるとともに，このような波動伝ぱのもとでの高ひずみ速度下における各種材料の変形強さを求めた結果について述べたものである．得られた結論を要約するとつぎのようになる。

７．１　弾塑性波の伝ぱと反射・干渉

第２章では，弾性棒と塑性棒との衝突により塑性棒に高速変形が与えられるときの弾塑性波伝ぱとその反射・干渉を繰り返す問題を解析し，このような高速変形時の棒全長における応力，ひずみおよび粒子速度の様子を明らかにした．また試料棒を高速度で発射させて応力棒に衝突させた実験結果によって，この解析結果が衝撃端近傍の極めて高ひずみ速度の変形部分以外の，棒全体の変形形態を知る上において有効であることを検証した．またひずみ速度依存性の著しい鉄材などの場合以外は，棒全長におけるひずみ分布が簡単に求められる逐次計算法を導いた．

さらに塑性波伝ぱ時のひずみ速度を解析し，高速変形時のひずみ速度状態を明らかにするとともに，衝撃によりひずみ数％以上の変形を与えるときのプラトー部分のひずみ速度は近似的には$10^3 \sim 10^4$ 1／S であることを示した．

第３章では，弾性棒と塑性棒との衝突により塑性棒に高速変形が与えられるときの衝撃端近傍の挙動について，Malvern 理論を応用して解析し，数値解を求めて詳細に調べた．すなわち弾塑性波伝ぱにともなう応力，ひずみ，

ひずみ速度および粒子速度の様子と，このような波動伝ぱに対する衝撃端面条件，衝撃速度およびひずみ速度依存性による影響を明らかにした．また衝撃荷重下における変形挙動は衝撃端面条件によって著しく影響される状態を明らかにするとともに，従来の理論的研究では端面条件に応力または変位で与えられていたが，そのような理論解では実際の実験結果に対する端面条件と著しく異なることを明らかにした．さらに Kármán 理論では説明できなかった衝撃端ごく近傍の現象について，この理論解で良く説明づけられた．

また第2章と第3章の結果から，衝撃端ごく近傍の現象を除けばプラトー部分は存在し，この変形部分の応力とひずみの対応関係が明らかとなり，高速衝撃実験により変形強さを求める方法の基礎関係を明らかにした．

7．2　動的変形強さ

第4章では，試料棒を数 m／S から200 m／S の高速度で応力棒に衝突させる一連の実験を行ない，面心立方晶，体心立方晶およびちゅう密六方晶の各種金属材料の多結晶体についての変形応力を求め，高ひずみ速度下（10^3～10^4 1／Sのオーダ）での動的応力－ひずみ曲線と静的曲線との関係を明らかにした（表4.1および図4.15にまとめて示した）．

動的変形材についての実験的考察から，純鉄に対する衝撃端近傍での流動変形の様相を示す変形域は双晶の急激な発生をともなった組織変化と関連していることを実証した．また超ジュラルミンの時効硬化材ではひずみ速度効果がほとんど認められないにもかかわらず静的変形材と動的変形材では内部構造が異なっていることが推察された．さらには変形中でのひずみ時効の問題や鉛とか亜鉛のように融点の低い材料では変形中での回復と再結晶の問題があって，ひずみ速度効果に関しては今後にまたねばならない多くの重要な

課題が含まれていることについて言及した.

7.3　衝撃速度とプラトーのひずみ

第5章では，試料棒を数m/S から200 m/S の速度で応力棒に衝突させる広い衝撃速度範囲の実験を行ない，各種金属材料についての衝撃速度と衝撃端近傍のプラトー部分のひずみとの関係を求めた．またこのような衝撃圧縮に対する Kármán 理論によるその関係の適用性とその限界について，実験結果をもとにして明らかにした（図5.1に各種材料についての結果をまとめて示した）.

いままでは，その理論式の適用性を調べることによって材料のひずみ速度依存性が調べられると解釈されている場合があったが，それは実際には極めて困難であることを明らかにした．さらに，衝撃による応力－ひずみ関係の変形経路は，同一材料においても各衝撃速度によりそれぞれ異なっていることが考えられ，そのような各衝撃速度のときの経路（$\sigma-\varepsilon$ 線図）にこの理論式を適用するならば，高速衝撃における実験材料全般に対しても良く適用されることを示した.

7.4　高速変形に関する実際面との関連性

第6章では，衝撃荷重下での材料の高速塑性変形に関する研究と高速変形に関する実際面との関連性あるいはそれへの応用性について二，三の検討を行ない；

(1)　材料の高速塑性変形特性は，従来の加工法の高速化ならびに“高速加工法”の実用化を進める上での一つの基礎であり，またこのような高速化が実用される分野は少なくないように思われることについて述べた．また工具

やラムなどを介して加工する高速加工法では，加工速度がどこまでも上げられるものではなく，実際には数１００ m／S 以下に制限されることについて述べた．

(2)　高速疲れや衝撃疲れのような微小変形と関連する現象に対しても，降伏点やある種の塑性変形に対する材料のひずみ速度特性と密接な関連性があることを例示した．

(3)　平面縦衝撃での $\sigma_x - \varepsilon_x$ 関係は，実質上弾性域と塑性域との二直線状で近似され，その弾性限度に対応する $\sigma_{x\mathrm{D}e}$ および衝撃速度 V_{xe} は単軸衝撃実験結果からの弾性限度を用いてあらわせることを示した．さらにこの $\sigma_{x\mathrm{D}e}$ ，V_{xe} は平面縦衝撃下での直接波のもとでの破損条件に対する一つの基準になるものと考えられることに言及した．

謝　　　　辞

本研究は１９６３年４月から約１０年にわたって，大阪府立大学工学部機械工学教室で行なわれたものである．その間，懇切なご指導とごべんたつを賜わった大阪府立大学名誉教授西山卯二郎博士（現大阪工業大学教授）に深く感謝の意を表します．

また本研究を行なうにあたって，貴重なご教示とご助言を賜わった大阪大学基礎工学部林　卓夫教授，貴重なご示唆を賜わった大阪大学基礎工学部佐賀二郎教授，山本明教授，村崎寿満教授ならびに福岡秀和教授に謹んで感謝の意を表します．

さらにあたたかいご指導とごべんたつを賜わった大阪府立大学工学部井垣久教授に感謝いたします．

そして種々の労をわずらわした大阪府立大学工学部機械工学科第六講座の諸氏および卒業研究を通じて協力された卒業生諸氏にお礼申し上げます．

なお本研究に対して，松永記念科学振興財団より，昭和４５年度松永研究助成金が贈られたことを記して，謝意を表します．

発　表　論　文　目　録

番号	題　　　目	著者名	発表学会誌名	本論文との関連
1	金属の高ひずみ速度圧縮強さ（第1報，アルミニウム，アルミニウム合金および銅の場合）	西山・谷村	日本機械学会論文集（第1部）33-246（昭42-2），182．	第4章 第5章
2	Strain Distributions Under Impulsive Loading	U. Nishiyama & S. Tanimura	Proceedings of the Tenth Japan Congress on Testing Materials (1967-3), 83.	第2章
3	超ジュラルミンの焼入れ直後および時効硬化後の動的圧縮挙動	西山・谷村	材料（日本材料学会誌）17-178（昭43-7），41．	第4章 第5章
4	金属の高ひずみ速度圧縮強さ（第2報，ステンレス鋼，極軟鋼および純鉄の場合）	西山・谷村	日本機械学会論文集（第1部）36-285（昭45-5），714．	第4章 第5章
5	ひずみ速度依存性をあらわす棒における塑性波の解析	西山・谷村	日本機械学会論文集（第1部）36-288（昭45-8），1247．	第3章
6	Relation between Dynamic Stress and Strength of Metals under Impulsive Loading	S. Tanimura, N. Otani & U. Nishiyama	Bulletin of University of Osaka Prefecture Series A, 19-2(1970), 223.	
7	ひずみ速度依存性をあらわす棒における塑性波の解析（続報）	西山・谷村・大谷	日本機械学会関西支部第46期定時総会講演会講演論文集，（1971-3），41．	第3章
8	金属の高ひずみ速度圧縮強さ（第3報，亜鉛，マグネシウムおよび鉛の場合）	西山・谷村	日本機械学会論文集（第1部）37-303（昭46-11），2027．	第4章 第5章
9	金属の高ひずみ速度圧縮強さ（第4報，変形機構と変形抵抗について）	西山・谷村	日本機械学会論文集（第1部）38-308（昭47-4），715．	第4章 第5章
10	Deformation Mechanism and Strength of Metals under Impulsive Loading	S. Tanimura & U. Nishiyama	Proceedings of the International Conference on Mechanical Behavior of Materials (1971), Kyoto ICM.	
11	縦衝撃問題と破損の実際面との関連性について	谷村・西山	日本機械学会九州支部講演論文集 №728-2，（1972-5），9．	第6章