【19】

氏 名・(本籍)	永（なが） 原（はら） 賢（たかし）
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 241 号
学位授与の日付	昭和 36 年 11 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**非可換体のガロア拡大の生成元について**
論文審査委員	(主 査) 教 授 大嶋 勝　(副 査) 教 授 松嶋 與三　教 授 志村 五郎

論 文 内 容 の 要 旨

主論文非可換体のガロア拡大の生成元の研究を行うに至る迄の経緯について若干我々の無限次のガロア理論の研究について述べる。

可換体の無限次のガロア理論は W. Krull によって1928年につくられた。その後1945年に N. Jacobson, 1947年に H. Cartan によって非可換体の有限次のガロア理論がつくられた。更にそれは中山正教授によって1952年に単純環にまで拡張されたのであるが非可換体単純環の無限次のガロア理論が問題として残されたのである。

1957年になって延沢信雄氏により非可換体の無限次のガロア理論がガロア群が局所有限と云う仮定の下につくられた。それと時を同じくして N. Jacobson はガロア群が外部的な場合に於ける無限次のガロア理論を自著: Structure of rings に発表した。我々の無限次のガロア理論に対する研究はここから始まる。

Kを非可換体，Lをその部分非可換体とする。

そしてKはL上ガロアであるとする。即ちLの各元を不変にする様なKの同型写像の全体をGとする時 $L=\{\alpha\varepsilon K \mid \alpha \ =\alpha,\ \forall\sigma\varepsilon G\}$ である。

この時GをKのL上のガロア群と呼ぶことにする。更に便宜上Kに於けるLの可換子環をVで表わすことにする：$V=\{\alpha\varepsilon K \mid \alpha l=l\alpha,\ \forall l\varepsilon L\}$

我々は先ず延沢信雄氏のガロア群が局所有限であるようなガロア拡大は殆んど外部的のガロア拡大であって N. Jacobson の外部的ガロア拡大を含んでいることを示した。即ちガロア群Gが局所有限であるならばVはKの中心に一致するか又は有限体となる（〔参考論文，1〕）

有限次のガロア拡大に於いてはKはL上有限次であることからKに於けるLの可換子環Vは必然的にKの中心に関して有限次である。

ここで我々はVがKの中心上有限次と云う仮定（KはL上一般に無限次）の下に於いてガロア理論を考察し，上記の有限次の場合を含む無限次のガロア理論を構成した。

それは先ずKに於けるVの可換子環V_K (V) がL上局所有限，その他若干の条件上に於いてガロア理論を考察した。

更にガロア群に位相を入れる為に条件を強めてガロア群に局所有限次と云う仮定を与えて考察を進めた。

前者の場合にはKはL上局所ガロアとなるが，一般にそのガロア群は局所有限次とはならない。後者の場合はガロア群が局所コンパクトになることとVがKの中心に関して有限次であることとが同値である様なガロア拡大である（W.Krull, N.Nobusawa, N.Jacobson のガロア群はコンパクトである）（〔参考論文，2，3〕）

以上の如く非可換体の無限次のガロア理論の構成に一応成功したのであるが，そのガロア拡大の基礎，構造を明確にするためにガロア拡大の生成元についての研究を試みた。以下それについて述べる。

A.A.Albert の分離的多元環の（1944年の）結果のガロア拡大への拡張として，1951年に F.Kasch は次の結果を示している。

非可換体Kはその部分非可換体Lに関して有限次のガロア拡大で，Kに於けるLの可換子環の中心がKの中心上分離的である時，KはL上Kの内部同型写像によってうつり得る2個の共役元によって生成されることを示した。

ここで我々はその証明の簡単化及び中間環への拡張を〔参考論文，4〕に於いて試みたのであるが，更にその結果がKに於けるLの可換子環の中心のKの中心に関する分離的の条件なしに成立することを〔主論文，1〕に於いて示した。

〔参考論文，6〕に於いて更に上記の結果の2個の共役元についての精密化を試みた。即ちKはL上，KのL上のガロア群の内部同型写像によって移り得る2個の共役元によって生成されることを示した。

ここで我々は更に〔主論文，2〕に於いて非可換体KがL上有限次のガロア拡大であるとき，KがL上1個の元で生成される為の必要十分条件を示した。この結果によって上記の2個の生成元の精密化の証明は簡単になされる。

〔主論文，3〕に於いてはKがL上局所有限でかつガロア拡大である時（KはL上有限次の仮定なし）KのL上左有限次の中間環がすべて1個の元で生成される為の必要十分条件を示した。

この結果は可換体と非可換体のガロア拡大の生成元に関する相違を明示するものである。

〔主論文，4〕に於いては，KがL上ガロアである時KのL上左有限次の両側L-L-部分加群の生成元について研究し，更にその結果を利用してKがL上左代数的なガロア拡大である場合についてKのL上の局所有限に関する Kurosch の問題を研究した。その主な結果は次の通りである。

KがL上ガロアで，Lがその中心上無限次である時，KのL上左有限次の両側L-L-部分加群は両側L-L-加群としてL上1個の元で生成される。

KがL上ガロアでかつ左代数的である時，Lがその中心に関して無限次であるか又はKに於けるLの可換子環がKの中心に関して有限次であれば，KはL上局所有限である。

KがL上ガロアでかつ左代数的でその次元が有界であればKはL上有限次である。

これらの結果は無限次のガロア理論を考察するに関して重要な役割を果す。特に上記の第2の結果は〔参考論文，10〕の結果とあいまって上述の[参考論文，2，3]のガロア理論が次の様に簡単化された条件の下に構成されることを示している。

[参考論文，2，3]の前者のガロア理論を構成する為の必要かつ十分な条件は，Kに於けるLの可換子環VがKの中心上有限次で，KがL上左代数的なガロア拡大であることである。

[参考論文，2，3]の後者のガロア理論（ガロア群が局所コンパクトの場合）を構成する為の必要かつ十分な条件にVがLの中心上有限次の条件を附加したものである。

更に上述の第3の有界次元に関する結果は中心上代数的な非可換体に関する N.Jacobson の結果を含んでいる。

我々の主論文との関係上以下参考論文について簡単に述べておく。

[参考論文，10][参考論文，2，3]の理論を進める基礎に関連してKのL上の局所的性質について再考察を試みた。特にKがL上ガロアでDがL上左有限次の中間環ならばKはD上ガロアであるという結果は N.Jacobson のDからKの中への同型写像の拡張定理と共に上述の[参考論文，2，3]の理論を進めるに際して条件，推論を簡単化するのに有益な役割をなす。

[参考論文，7][参考論文，2，3]に於いてはKはL上局所ガロアとなる。更にVがKの中心上有限次であるから，KはKに於けるVの可換子環$V_K(V)$に関して有限次である。我々は上述の[参考論文，2，3]の結果をKがL上局所ガロアの仮定の下に$[K:V_K(V)]\leqq\aleph_0$（アレフゼロ）の場合にまで拡張することを試みた。

[参考論文，5][参考論文，2，3]のガロア理論の後半はガロア群が局所有限次かつ局所コンパクトの場合についての考察であるが，ここに更にガロア群が局所有限次であるが局所コンパクトにならない場合に於けるガロア理論があるきわめて特別なガロア拡大に於いて試みられることを示し，その例をあげた。

[参考論文，9][参考論文，7]のガロア理論を少し別の立場から，中山正教授の単純環のガロア理論及び富永久雄氏のガロア理論を使って，単純環の場合に拡張することを試みた。

[参考論文，11]単純環Rがその単純部分環S上局所ガロアである場合に於けるRの構造的性質並びに[主論文，1～4]の結果の単純環の場合への拡張を試みたが或程度の成果も得た。特に次の結果：RがS上局所ガロアである時，RのS上の中間環がすべて単純環となる為の必要かつ十分な条件はRに於けるSの可換子環が非可換体となることである。これは単純環の生成元並びに双対なガロア対応を考察するに際して有益な役割をなすものである。

[参考論文，8]有限次のガロア拡大に関連して単純環Rがその単純部分環S上有限次の強意ガロアである場合，即ちRに於いてS上の正規底定理の成立するガロア拡大について考察した。同時にある種の群環の構造についても考察し，1958年のC．C.Faith の正規底元に関する結果の単純環への拡張を試みた。

論文の審査結果の要旨

永原君は4篇からなる主論文「非可換体のガロア拡大の生成元について」の第1篇で，非可換体L上の有限次ガロア拡大Kは $K=L[k, U^{-1}kU]$ と共役な二つの元で生成されることを示した。これは Kasch が1953年に得た結果を改善したものである。有限次ガロア拡大Kが可換の場合はKはLの単純拡大になることはよく知られている。第2篇ではKが非可換の場合にこの問題を考察し，KがL上の単純拡大となるための必要十分条件は，LがKの中心に含まれるか又はKが可換となることであるという結果を得ている。

第3篇ではKがL上の無限次拡大の場合を取扱っている。第9篇での主要な結果は，KがL上局所単純となるための条件を決定したことである。

第4篇ではKがL上で代数的である場合を考え，左代数的拡大と局所有限な拡大との関係について次の結果を得た。すなわち，L上のガロア拡大KがL上で左代数的であるとき，Lがその中心の上の無限次拡大であるか又は，KにおけるLの可換子環がKの中心の上の有限次拡大であれば，KはLの局所有限拡大となる。

11篇の参考論文は可換体及び非可換体及び単純環の場合にまで推進したもので，単純環の研究上有意義な仕事である。

以上のべたように永原君の研究は代数学について興味ある貢献をなしたものであって，これらの論文は理学博士の学位論文として十分の価値あるものと認める。