

Title	共形接続と共形変換
Author(s)	田中, 昇
Citation	
Issue Date	
Text Version	none
URL	http://hdl.handle.net/11094/28454
DOI	
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名・(本籍)	田中昇 たなか のぼる
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 215 号
学位授与の日付	昭和 36 年 6 月 8 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学位論文題目	共形接続と共形変換
	(主査) (副査)
論文審査委員	教授 松嶋 與三 教授 寺阪 英孝 教授 功力金二郎

論文内容の要旨

この論文は次にのべる六つの節から出来ている。

- § 1. メービウス空間
- § 2. 直交バンドルと共形 $S(n)$ -バンドル
- § 3. 共形 $S(n)$ -バンドルに付随した共形 $M'(n)$ -バンドル
- § 4. 共形 $S(n)$ -バンドルに付随した標準共形接続
- § 5. 共形的展開
- § 6. (⊙)型の完備なリーマン空間の若干の性質

この論文の主な目的は、エリー・カルタンの共形接続の理論を応用して、ある種のリーマン空間の共形的性質を調べることである。エリー・カルタンの上記理論は、未整理で現代数学的な意味が不明確なため、§ 1～§ 5において、この理論の厳密な定式が行われる。若干の準備の後、§ 4で、角計量が与えられた多様体に対して標準共形接続なるものを定義する。§ 5で、共形接続の定義された空間に共形的展開とよばれる幾何学的概念を導入する。§ 6では、まず、リッチ・テンソルに関する条件によって、(⊙)型とよばれる一連のリーマン空間を定義する。主定理(定理1)は「 g, g' を多様体 M 上の二つのリーマン計量とし互に共形的であると仮定する。もし、 g, g' が共に(⊙)型で完備ならば実は(ある例外を除いて) $g=g'$ となる」である。これから直ちに「(⊙)型で完備なリーマン空間の共形変換は、ある例外を除けば、必ず等長変換になる」をうる(定理2)。主定理の証明は、(⊙)型のリーマン空間に付随する(共形接続に関する)共形的展開と(考えているリーマン空間の)完備性を利用して行われる。問題は、結局メービウス空間内部の群論的問題に帰着される。

論文の審査結果の要旨

田中君は、E.Cartan による共形接続及び射影接続の理論を近代的な立場から整理し、さらにこの理論を用いて Riemann 空間の共形変換及びアフィン接続空間の射影変換についての大域的研究を行った。

Riemann 空間の Ricci 曲率テンソルが基本テンソルに比例するとき、その Riemann 空間は Einstein 空間とよばれる。田中君は Einstein 空間 (及びその一般化である (\mathcal{E}) 型空間)の共形変換について次の結果を得た。1)スカラー曲率が正の二つの Einstein 空間が共形的に同値ならば、実は isometric である。2) スカラー曲率が0の二つの Einstein 空間が共形的に同値であれば、一方を他方にうつす共形変換は homothetic である。従ってA)スカラー曲率が正の Einstein 空間の共形変換はつねに等距離変換であり、B)スカラー曲率が0の Einstein 空間の共形変換はつねに homothety である、ということが結論される。さらに、これらの結果はより一般的な (\mathcal{E}) 型空間の場合に拡張されている。これらの結果の証明は、かなり困難なものであって、田中君は共形接続の理論を巧妙に展開してその証明に到達している。この他田中君はアフィン接続空間の射影変換とアフィン変換との間の関係についても興味ある結果を得ている。

以上述べた様に田中君の研究は微分幾何学について興味ある貢献をなしたものであって、この論文は理学博士の学位論文として十分な価値あるものと認める。