



Title	群多様体のアイソジェニイ, 有理点及び等分点
Author(s)	本田, 平
Citation	大阪大学, 1962, 博士論文
Version Type	
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/28545">https://hdl.handle.net/11094/28545</a>
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、 <a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed">＜a href="https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed"&gt;https://www.library.osaka-u.ac.jp/thesis/#closed</a> >大阪大学の博士論文について</a>をご参照ください。

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏 名・(本籍)	本 田 平 ほん だ たいら
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	第 327 号
学位授与の日付	昭 和 37 年 6 月 22 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
学 位 論 文 題 目	群多様体のアイソジェニイ、有理点及び等分点
	(主 査) (副 査)
論 文 審 査 委 員	教 授 志 村 五 郎 教 授 松 嶋 与 三 教 授 大 嶋 勝

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論文は乗法群の一般等分点の代数的算術的理論としてのクンメル体の理論を任意の群多様体のアイソジェニイに関する理論に拡張し、かついくつかの関連する問題を取り扱うのを目的とする。特に代数体上のアーベル多様体の有理点についていくつかの結果をあたえる。

§1 では群多様体の任意の分離的アイソジェニイに対し、クンメルの双対性に相当するクンメル系列を与え、定義体が特別な体の場合にその性質を調べる。定義体が大局的な体の場合にはアーベル多様体の弱有限性定理の自然な拡張として、任意の群多様体に関する弱単数定理が得られる (§2)。

§3 以下においては、専らアーベル多様体を対象とする。この場合には、一般等分点の体はクンメル生成元により具体的に構成される (§3)。

§4 では代数体上のアーベル多様体の有理点のなす群 (一有限生成であることが知られている) の階数を研究する。主要な結果は、階数の一般的な 1 つの評価式と、“適当な虚数乗法をもつ単純なアーベル多様体については、定義体に虚数乗法の体の双対型の体を合成すると丁度階数が拡大の次数倍になる” という定理である。これより著者はデリクレの単数定理に類似した 1 つの予想を樹てた。

最後の §5 では 3 次方程式の分解体の考察から出発し、ある種の楕円曲線のアイソジェニイを取り扱い、それに関連して類数が 3 で割れる代数体を研究する。

### 論 文 の 審 査 結 果 の 要 旨

群多様体の整数論は従来から、種々の方法と見地から研究されているが、そのうちで、等分点の研究と有理点の有限生成性に関する研究が特に盛んに行なわれている。

本論文では、この主題をかなり一般的に問題とする。すなわち、群多様体上の、ある定まった有限次代

数体  $k$  の上に座標を持った点 ( $k$  上の有理点と呼ぶ) の整数論がさまざまな方向からなされている。第 1 の問題は、一般の群多様体  $G$  の *isogeny* の場合に Kummer 拡大の理論を拡張することである。これは Weil, Lang, Tate などにより、すでに論じられているが、著者は、これらの結果を含む一般的な定理を与えている。同じ思想圏内において、 $k$  の与えられた有限個の素点にのみ分母をもつ  $G$  の有理点を考察し、これが代数体の単数群と類似な性質をもつことに注意している。また  $G$  が特にアーベル多様体  $A$  の場合に  $A$  の一点の  $m$  分点のつくる拡大体の Kummer 生成元が具体的に与えられる。論文の以下の部分は同じくアーベル多様体  $A$  の  $k$  上の有理点の作る群の階数  $P_k(A)$  の研究でこの論文の最も興味ありまた重要な結果であると思われる。まず類体論の分岐に関する結果を援用して、 $P_k(A)$  の一つの上界を、 $k$  の有理数体上の次数と  $k$  の類群のある素数  $l$  に関する階数の一次式として与える。

次に  $A$  が十分多くの虚数乗法を持つ場合に、 $P_k(A)$  と  $k$  のある拡大体  $K$  についての  $P_k(A)$  との間の精密な関係を得ている。これらは、今まで非常に特別な場合にのみほとんど実験的なやり方で求められていた結果をはじめて一般的な定理の形にとらえたものといえよう。今後この方面で、これ以上の結果を得ることは非常に困難であるように思われるが、著者は更に、 $P_k(A)$  についての一つの興味ある推測を与えている。

最後の章は、この論文の動機の一つとなっている所の問題で、2 次体、3 次体を楕円曲線の *isogeny* との関連において論じ、それらの代数体の類数が 3 の倍数になるための条件を与えている。

以上本田君の研究は、群多様体の整数論の一つの方向において、深い結果を与え、また、種々の問題について、多くの新知見を与えているものである。よってこの論文は理学博士の論文として十分の価値があるものと認める。