The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	ある種の保型函数により一意化される代数曲線のArtin L-関数について
Author(s)	今野, 秀二
Citation	大阪大学, 1962, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/28547
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【32】

氏　名・(本籍)	今　野　秀　二（こんの しうじ）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	第　356　号
学位授与の日付	昭和37年12月11日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	**ある種の保型函数により一意化される代数曲線のArtin L-関数について**
論文審査委員	(主　査) 教授 村上 信吾　(副　査) 教授 南雲 道夫　教授 大嶋 勝

論文内容の要旨

要旨，Φ は有理数体Qを基礎体とする Indefinite な Ouaternion, O をその極大整域，Γ は正の reduced norm をもつOの単数群とする。Φ の判別式と互に素な自然数Nに対して，$\Gamma_N=\{\gamma_E\Gamma|\gamma\equiv 1 \bmod N\}$ とおく。Φ の実数体での表現でΓ, Γ_N は複素上半平面上の Fuchs 群と考えられるから，これらΓ，Γ_Nに対応する保型関数体をそれぞれ F_N，F_1とする。Q上で定義されF_Nをその代数関数体としてもつ代数曲線をL_Nとおく。群 $G=\Gamma/\Gamma_N$は，拡大 $F_N/F_1(S_N)$ の($\zeta_N=\exp(\frac{2\pi i}{N})$)galois 群となっていることから，$L_N$ の Jacobi 多様体上に operate していると考えられ，その解析的表現から得られる指標を χ とする。体 $k=Q(\zeta_N)$ のほとんどすべての（すなわち有限ケを除いた）素イデアルpに対して local な Artin の L-関数 p Lp $(s,\chi;F_N/F_1(S_N))$ を考えることはできる。そこでこれらの Lp に対して $L(s,\chi;F_N/F_1(S_N))=\pi' Lp(s,\chi;Fn/F_1(\zeta_N))$ を以て曲線 L_N の Artin-L-函数と定義する。但し p は有限ケを除いたすべてのkの素イデアルに関する積)。L_N の Modulor correspondence に関する合同関係式を使って，ある種の χ に対してこの Artin L-函数の巾（χ によりきまる）が Modulor correspondeuce を Automorphie form に表現して得られる Dirichlet 級数にて表わし得ること，従って複素全平面に meromorphic に解析接続可能且関数等式を満すことを示す（Theorem 1)（Shimura : On Dirichlet series and abelian varieties attached to automorphic forms<to appear>の結果を使う）。特にχがある条件を満している時には $L(s,\chi;F_N/F_1,(F_N))$ 自身上記の Diriehlet級数により表わされることを示す（Theorem 2)。

論文の審査結果の要旨

今野君の論文は「ある種の保型関数により一意化される代数曲線のアルチン L-関数について」と題するものである。

有限次代数体上に定義された代数曲線 C に対してそのゼータ関数 Zc をハーセおよびウエイユに従い定義できるが，この関数 Zc の研究は一般には非常に困難である。C がある種の保型関数で一意化されるときは，Zcを具体的に書き表わすことができ，その全複素平面での解析性や関数等式が知られている。さて，Cのガロア群の指標 χ に対して一つの関数 $L\chi$ を，通常の代数体におけるアルチン L 関数の類似として，定義することができる。この関数 $L\chi$ は，Zc を特別な場合として含み，一般にそれが全平面で有理型で関数等式をみたすことが期待されている。Zcが知られている場合でも，このことの証明はまだ完全になされていない。ランガチャリは，最近 C, D を一意化する保型関数が楕円モジュラ関数であるときを研究し，ある型の χ について $L\chi$ の解析性を示した。

さて，本論文においては，これを特別な場合として含む同様な結果が得られている。すなわち，不定符号の 4 元数環の単数の作るフックス群に関する保型関数で一意化される代数曲線 C, D を考える。この保型関数は，楕円モジュラ関数を特別な場合として含む。上の場合の Z_D は一般にすでに知られているので，その結果を利用して $L\chi$ の全平面上での有理型性と関数等式を確立するのが本論文の主要定理である。まず第 1 章においてこの保型関数があるアーベル多様体の不変量として得られること，またその合同関係式など既知の事実が要約される。

第 2 章では，いわゆるヘッケ作用素を指標 χ との関連においてしらべ，その二通りの定義の間の関係をしらべいてる。次に第 3 章において，問題の代数曲線の数論的考察と，合同関係式とから，適当な自然数 m について L_{χ}^{m} に関する結果が得られる。ここで m は χ によって定まり，ある型の χ については m＝1 となり，その場合結果は簡明になる。

本論文の価値は，まず既知の結果をかなり一般化した点にある。問題の保型関数が楕円モジュラ関数の場合にも，ランガチャリよりは一般的である。そればかりでなく，本論文はランガチャリにおいてあいまいにされていた諸点を明白にし，また統一的な方法により，本質的でない複雑さを除いて理論を透明にしているので，これを大いに認めるべきである。以上の点を考え合わせて，本論文は理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。