【25】

氏　名・(本籍)	田(た) 尾(お) 洋(よう) 子(こ)
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	第　324　号
学位授与の日付	昭和37年6月22日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	$S^1 \times S^2$ の不動点をもたないインボリューションについて
論文審査委員	(主査) 教授 寺阪 英孝　(副査) 教授 南雲 道夫　教授 松嶋 与三

論 文 内 容 の 要 旨

1960年にG.R. Livesayは3次元球面 S^3 の fixed point free involution は antipodal map に equivalentであり，従ってその quotient space は3次元射影空間であることを示した。1次元球面と2次元球面の直積 $S^1 \times S^2$ は3-manifoldの中で S^3 に次いで簡単な構造をもつものと考えられ，また $S^1 \times S^2$ はその中に自分自身を分けない polygonal な S^2 を含む唯一の既約な orientable 3-manifold であるので，$S^1 \times S^2$ の fixed point free involution の研究は sphere theorem が成立しない 3-manifold の研究に関連が深い。以上の意味において，この論文では $S^1 \times S^2$ の fixed point free involution を研究し，次の結果を得た。

主定理. $S^1 \times S^2$ の fixed point free involution による quotient space は次のものに限る。

(1) $S^1 \times S^2$, (2) 3次元 Klein Bottle, (3) $S^1 \times P^2$ (P^2 は射影平面), (4) 二つの射影空間の和。

論 文 の 審 査 結 果 の 要 旨

Mが有向3次元多様体のとき，$\pi_2(M) \neq 0$ ならばMの中に homotopic 0 でないような球面 S^2 が存在する。という Papakyriakopoulos-Whitehead の球面定理は，$S^1 \times P^2$ が示すように，M が非有向のときは必ずしも成立しない。著者は，そこで，どんな非有向なMについて球面定理が成立つか否かを調べる問題を提出し，その解決についての手がかりを求めたのが本論文の主旨である。著者はまず主定理としてLivesayの定理を想起させる次の事柄を証明した。

T が $S^1 \times S^2$ の不動点のない対合変換であるとき，$X \varepsilon S^1 \times S^2$ と $T(X)$ とを同一視して作った。3次元多様体をMとすれば，Mは次のいづれかになる：

(1) $S^1 \times S^2$; (2) 3次元 Klein 型トーラス; (3) $S^1 \times P^2$; (4) $P^3 \sharp P^3$ ($\sharp$ は Milnor 和)

この定理から著者は直ちに次の同値定理を得た：

Poincaré 予想を仮定すれば，次の(1)，(2) は同価である：

(1) 連結閉多様体 M の有向二重被覆体を $\tilde{M}$ とすれば，M が既約なら $\tilde{M}$ も既約である。

(2) $S^1 \times P^2$ は唯一の球面定理の成立しない連結閉 3 次元多様体である。

参考論文においては結び目の対称和，絡み輪の分解の唯一性等が論ぜられているが，これら一連の研究は位相幾何学に将来性ある貢献をなしたものとみるべく，これらの論文は理学博士の学位論文として十分の価値があるものと認められる。