The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	コーシー問題の一意性について
Author(s)	堤, 陽
Citation	大阪大学, 1966, 博士論文
Version Type	
URL	https://hdl.handle.net/11094/28853
rights	
Note	著者からインターネット公開の許諾が得られていないため、論文の要旨のみを公開しています。全文のご利用をご希望の場合は、大阪大学の博士論文についてをご参照ください。

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【 8 】

氏名・(本籍)	堤(つつみ)　陽(あきら)
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	第　8 6 3　号
学位授与の日付	昭和 41 年 3 月 28 日
学位授与の要件	理学研究科数学専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	**コーシー問題の一意性について**
論文審査委員	(主査) 教 授 南雲　道夫 (副査) 教 授 池田　信行　教 授 遠木　幸成

論　文　内　容　の　要　旨

複素数値の関数を係数とする線型偏微分方程式，$P(x, D)u=f$, ここで

$$P(x, D)=P_0(x, D)+Q(x, D),\quad P_0(x, D)=\sum_{|\alpha:m|=1} a_\alpha(x)\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^{\alpha_1}\cdots\cdots\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^{\alpha n},$$

$$Q(x, D)=\sum_{j=1}^{n}\sum_{|\beta:m|\leq|-\frac{1}{mj}} b_\beta(x)\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^{\beta_1}\cdots\cdots\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^{\beta n},\quad |\alpha:m|=\sum_{j=1}^{n}\frac{\alpha_j}{m_j}$$

m_j 正整，α_j 非負整数とする。

に対する非特性コーシー問題の真の解の一意性を証明するのが本論文の目的である。

第1の結果は

〔A〕(主論文1, 2) (Px, D)が原点において半楕円型，すなわち $P_0(0, \xi)=\sum_{|\alpha:m|=1} a_\alpha(0)\xi_1^{\alpha_1}\cdots\cdots\xi_n^{\alpha n}$ が実の零点を持たぬ場合に，更に，$m_1\geq m_j(j\geq 2)$，及び x_1 軸方向が原点において非特性であり，$P_0(0, \tau_1, \xi)=\sum_{|\alpha:m|=1} a_\alpha(0)\zeta_1^{\alpha_1}\ \xi_2^{\alpha_2}\cdots\cdots\xi_n^{\alpha_n}=0$の複素根 $\zeta_1=\zeta_1(\tilde{\xi})$ が，零でない任意の実変数$\tilde{\xi}=(\xi_2,\cdots\cdots,\xi_n)$ に対して単純である等の条件を課して，原点を通る或る非特性超曲面に初期条件を与えたときのコーシー問題の原点のある近傍での一意性を証明するものである。この結果は，L. Hörmander の楕円型方程式に関する結果 (1959) を特別の場合として含むのみならず，熱の方程式に対する非特性コーシー問題の一意性及び M. Picone (1938) や L. Nirenberg (1957) の結果を統一的に扱えることを示している。更に $P_1(x, D)$ も $P_2(x, D)$ も上記の条件を充す作用素とすれば，その積の作用素 $P(x, D)=P_1(x, D)\cdot P_2(x, D)$ に対する方程式に対しても，同様の結果を得る。これは，先の根の単純性の条件を或る意味で緩めうることを示すものである。方法は Hörmander によって導入されたものを拡張して用いる。第2の結果は，

〔B〕(主論文3) $P(x, D)$ の型（楕円型，半楕円型等）には条件を課さずに，$m_1>m_j$ $(j\geq 2)$ の

下で，$P_0(x, D)$ の係数が $(x_2, \cdots\cdots, x_n)$ について，ヂュヴレイの $\left(\frac{m_1}{m_2}\ \frac{m_1}{m_3} \cdots\cdots, \frac{m_1}{m_n}\right)$ 級 に x_1 に関して一様に属するとき，$x_1=0$ 上に初期条件を与えた場合にコーシー問題の一意性が成立つことを示す。例えば $P_0(x, D)$ の係数 $a_\alpha(x)$ がすべて原点で零のときは〔A〕の条件を充たさないので，それを適用出来ないのみならず，Hörmander (1964), Plis (1965) はこの場合，無条件では一意性が破れることを示した。〔B〕は，$P(x, D)$ の係数の正則性に条件を課すれば，一意性が成立つことを示している。方法は，Giorgi (1955) が2変数の方程式に用いたものを拡張して用いた。一意性の証明の原理として最も強力なものとして，カーレマン型の不等式による方法とホルムグレンの方法によるものとの二つの大きい流れがあるが，〔A〕は前者によって，〔B〕は後者によって，当問題を追求したものである。

なお，参考論文では，ここで扱った形の方程式の解の局所的存在定理を与えた。

論文の審査結果の要旨

偏微分方程式の Cauchy 問題に対する解の一意性については，Plis の反例 (1954) により一般には困難な問題として顕著となったが，Calderon が新しい方法で，比較的に一般的な場合にその証明に成功し (1958)，つづいて溝畑氏（京大教授）が Calderon の方法の不足な部分を補正し，また Hörmander は Calderon とは異なった方法で，より一般的な場合の証明に成功した。(1959)

堤君の論文はやはり偏微分方程式の解の一意性に関する研究で，主として二つの部分A，Bからなる。それは独立変数の座標ごとに微分階数の異なる場合にも適した方法である。

第1の部分Aは熊ノ郷氏（阪大講師）の研究結果と類似しており，半楕円型の場合に限られてはいるが，熊ノ郷氏とは独立に殆んど同時に見出されたもので，その方法は熊ノ郷氏のものよりも簡潔である。その方法は，ある積微分不等式の形式で方程式 $P(x, D)\ u=f$ の解 u およびここに現われる階数以下の導函数 $D^\alpha u$ のすべてを，重みづけられた自乗積分的に f によって評価することである。

第2の部分Bでは，半楕円型という条件を除き，その代り係数の函数に正則性の制限を加えて Gevrey 級の函数とする。そこで時間的独立変数に関する最高の微分階数が空間的独立変数に関する階数より高い場合に Cauchy 問題の解の一意性を証明した。これはAの結果が一般には局部に限られるのに対して，Bの結果は独立変数を局部に制限せずに成立する。その方法は，Giorgi が空間変数1次元の場合に用いた方法を一般の高次元の場合に拡張したものである。それは問題をある積微分方程式に変換して，これと共役な方程式の解が，任意に与えられた Gevrey 級の非斉頃に対して存在することを応用するものである。

以上堤君の論文は偏微分方程式の Cauchy 問題の解の一意性について学界に寄与するところがある興味ある研究結果であり，理学博士の学位論文として価値があるものと認める。