



Title	回折格子によつて発生した空間搬送波の変調と復調による歪測定
Author(s)	三野, 正幸
Citation	大阪大学, 1966, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/28960
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

回折格子によつて発生した空間搬送波 の変調と復調による歪測定

三 野 正 幸

目 次

序 論	1
第1章 測定原理	5
1.1 写像光学系の結像理論	7
1.2 応力歪により周波数変調をうけた回折格子	17
1.3 歪分布検出法としての <i>Spatial filtering</i>	22
1.4 まとめ	29
第2章 歪をうけた回折格子からの歪の検出	30
2.1 光学要素の配置	31
2.2 試料の作成	37
2.3 ナイフエッジによる復調	42
2.3.1 復調理論	42
2.3.2 実験結果および考察	46
2.4 光学楔による復調	53
2.4.1 復調の忠実度	53
2.4.2 光学楔の作成	56
2.4.3 実験結果および考察	58
2.5 面積型楔による復調	65
2.5.1 復調理論	65
2.5.2 面積型楔を改良した方法による復調	68
2.5.3 実験結果および考察	71
2.6 色差による復調	74
2.6.1 復調の原理	74

2.6.2	実験結果および考察	75
2.7	まとめ	80
第3章	平面応力による歪の測定	82
3.1	荷重に基づく試料の厚み変化の補正	83
3.2	三試料を用いる方法	89
3.3	一試料を用いる方法	96
3.4	測定感度	98
3.5	まとめ	105
第4章	引張り変形されたアルミニウム粗大結晶の 歪分布の測定	107
4.1	試料の調製	107
4.2	実験結果および考察	108
4.3	測定方法に対する考察	115
4.4	まとめ	116
第5章	分光用回折格子のピッチ誤差の測定	118
5.1	測定の原理	118
5.2	試料および測定光学系	120
5.3	実験結果および考察	121
5.4	まとめ	126
総括		127
謝辞		131
参考文献		132
講演および論文目録		134

序 論

材料の歪、あるいは応力の分布状態を知ることは、工学的にも、また物理学的にも重要な問題であり、各種の測定方法が用いられている。各測定方法は、それぞれの特徴を持っているが、直接に対象物の歪分布の状態を試料全体にわたって簡単にしかも感度よく解析することは困難であった。本研究は、回折格子を用いることによって、それらの問題点を解決した測定方法を開発したものである。

光弾性法¹⁾は最も広く用いられている測定方法の一つであり、弾性理論によって求めた解を実験的に検証しうると共に、理論によって解き難い実用的な問題に適用しても良好な結果が得られる。しかしながら光弾性実験では光弾性的性質を持つ透明材料で、実際の原型と相似形の模型を作成し、これについて測定を行うのが普通である。材料を直接試料とする場合には光弾性皮膜法²⁾が用いられているが、この場合、測定感度は皮膜の厚さに比例する。皮膜を厚くすると感度を上げることができるが、厚い皮膜のために試料の歪分布の状態は、影響をうけ、実際のものと異なる恐れがあり、また試料に生じた歪は厚い皮膜に忠実に伝えられるとは限らない。したがって光弾性法は測定対象物を直接試料としようとする場合に、一般には種々困難を伴う。対象物を直接に試料として、その歪分布を測定しようとする試みとしては、試料上に格子を刻線し、それを印として利用し、荷重により試料が歪んだとき、

その格子線の位置を測定器で一個一個読みとって行く方法が行われている。³⁾しかしこれによれば、試料全体にわたる歪分布の状態を知るには非常に手間がかかり、測定精度についても多くは期待できな。また他の規則格子と重ねあわせてモアレを出し、格子歪を拡大して測定を行う方法もとられており、⁴⁾⁵⁾その感度は他の測定方法にくらべて勝っている。モアレ法はモアレ間隔を大きくしてその感度を得ているために、縞の中間にある近接した場所の歪の変動を知ることが困難となる。一方、格子による回折を利用すれば回折光の移動から歪を測定することができる。⁶⁾⁷⁾しかしこれによれば試料全体の平均的な歪しか知ることができず、試料全体にわたる歪の分布を測定するには、細く絞った光を試料にあてるかあるいはピンホールを置くことによって、その一部分の歪を測定し、それを試料全体にわたって走査しなければならず、非常に労力を要する。

以上のように直接対象としたものの試料全体にわたる歪分布を簡単に、しかも感度よく微小領域まで測定することは困難であって、それらに代る測定方法を開発することが必要とされる。本研究では回折格子を用い、荷重により歪んだ回折格子および測定に用いる光学系を情報通信理論の立場から考えて上に述べた歪測定における諸問題を解決する測定方法を開発することを目的とした。

Duffieux のフーリエ解析による結像論⁸⁾以来、光学系は情報通信理論の立場から論じられ、レンズが通信系における線型

のフィルター回路に相当することが明らかとなった。⁹⁾したがって通信系において回路の特性を周波数特性で表現するのと全く同様に物体の構造、すなわち場所的な明暗および位相の分布を空間軸上で一つの波形と考え、空間周波数と言うものを設定して写像光学系の結像特性を空間周波数に対して考えることが出来る。この立場から通信系で行われている種々の技巧がそのまま光学系にも適用でき、像の評価^{10) 11)}および改良^{12) 13)}などに有用な働きを示している。従来、写像光学系を情報通信理論から取扱う場合、通常光波そのものを搬送波とみなし、それが物体を通過することによって振幅あるいは位相変調をうけると言う考え方であった。¹⁴⁾ここでは、変形前の規則格子はその透過率分布あるいは位相分布にしたがう空間的な波を発生させ、それを空間的搬送波と考えた。荷重により歪んだ回折格子は、その空間搬送波が歪の分布を変調波として空間周波数変調をうけたとみなし、この考えのもとに本研究は行われている。

歪んだ回折格子による *Fraunhofer* の回折像はある広がりを持つようになるが、これは周波数変調をうけた空間搬送波のスペクトルが *Fraunhofer* の回折像として得られているためである。そこに光学楔などのマスクを挿入し、各スペクトルの空間周波数に対する透過特性を減じたり、切除したりして、空間的なフィルタリング (*spatial filtering*) を施せば変調波、すなわち歪の分布は試料の像面上に光の強度分布として現われる。すなわち復調が達成されて、歪分布が測定されたこと

になる。感光材料を塗布して写真的に格子を転写すれば、直接測定対象物を試料とすることが出来る。上のような原理に基づく測定方法についで理論的、実験的に検討したところ、試料全体にわたる歪の分布状態を一度に感度よく測定できることが明らかとなった。

測定光学系の光源として線光源を用いれば、光学的な取扱いは、一次元に簡単化され、線光源に垂直方向の歪成分の分布が測定される。任意方向の歪を決定するには一般に三方向の歪成分を知ればよく、^例これには各々異なる三方向の格子を利用する方法、および一方向の格子のみを使用して、試料を線光源に対して傾けて測定する方法が考えられる。

金属結晶を引張り変形させた場合、その歪分布はどのようなになるかは、実用上の構造材の強度と関連し、結晶学的に重要な問題がある。ここでは本測定法の一つの実験例として、アルミニウム粗大結晶を引張り変形させたときの歪分布を調べてみたところ、結晶粒内および粒界の試料全体にわたる歪の分布状態を一度に感度よく微小領域まで測定できた。

さらに発展させて、荷重による歪だけでなく、分光用回折格子の製作上生じるピッチ誤差の検定に利用し、*ruling engine* の不良個所のために周期的に生じているピッチ誤差などの測定をも試みた。

第1章 測定原理

光学系を情報通信理論の立場から考えると、その取扱りが簡単になり、種々の問題に対して有用な働きを示している。本研究においても歪んだ回折格子の結像問題をこの情報通信理論の立場から考えた。

光学系で物体の像を作るには、適当な方法で物体を照明することが必要である。例えば、顕微鏡や投影機では光源とコンデンサーレンズによって照明光束を作り、物体をこの光束中に置くと、その透過光をレンズに受けて結像が行われる。この際、物体の像は光源の大きさなどに基づく照明光の性質、すなわち照明光の *coherency* によって大きく変化することが知られている。このような照明系を含めた写像光学系の結像に関しては Hopkins と Barham⁽¹⁶⁾、Goodbody⁽¹⁷⁾ が一般的な計算を発表しており、さらにこれを情報通信理論の立場から O'Neil⁽¹²⁾、辻内⁽¹⁸⁾、Suzuki⁽¹⁹⁾、Wolf⁽⁹⁾ などが解析している。本研究に用いる測定光学系も顕微鏡、投影機と同種の光学系で、以下の取扱いに便利のように Hopkins の発表による *coherence factor*⁽²⁰⁾ を用いて結像式を導き、さらにこれを情報通信理論の立場から記述して、§1.1 に示した。

ここで物体は、荷重により歪んだ回折格子とした場合、その回折格子は情報通信理論の立場から考えると、もとの規則格子によって発生した空間搬送波が歪の分布を変調波として空間周波数変調を受けたものとみなされる。この考え方が本

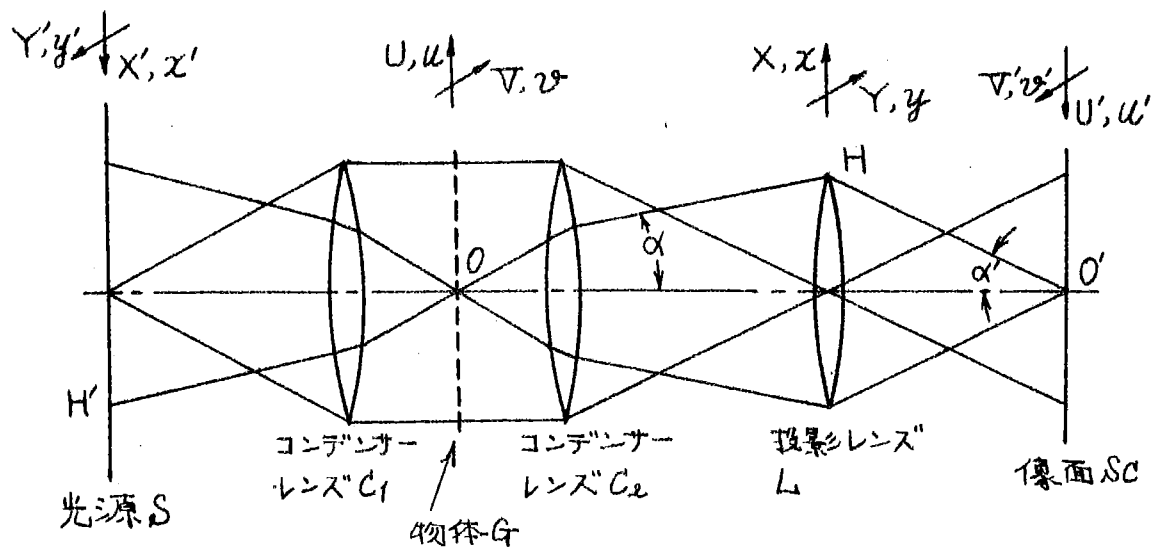
研究の基本となるが、これについで §1.2 で考察する。

従来、物体の像を一つの情報として、格子の形を記録する考え方は、樹脂上に作られた格子の高低による *thermoplastic recording*,^{21) 22)} および格子線の角度を変える方法²³⁾ などに見られる。像の再現は、回折光の一部をさえぎり、そのさえぎられた光を出している部分は暗くなるという考え方であった。本研究の荷重によって歪んだ回折格子も、見方を変えれば、歪の分布と言う情報を格子に記録したとみなすことができるが、その再現は周波数被変調波の復調と言う従来とは別の立場から考えることができる。通信系における周波数分離器の特性と同じように各空間周波数に対する透過特性を直線的に減じて *spatial filtering* を施してやれば、変調波すなわち歪の分布は光の強度分布として得ることができる。その方法の考え方についで §1.1 で求めた結像式をもととして §1.3 で考察する。

1.1 写像光学系の結像理論

光学系は第1.1図に示した通りで、物体はコンデンサーレンズ C_1 および C_2 の中間に置かれ、また光源の像はコンデンサーレンズ C_1 および C_2 によって投影レンズの瞳面上に作られる。コンデンサーレンズ C_1 は、光源との距離が C_1 の焦点距離となるように置かれてゐる。したがって光源が点光源であれば、物体は平面波で照明されることとなり、実際の光学系を組立てる上での便利のために置かれてゐるものであり、コンデンサーレンズ C_1 を欠けても、物体をコンデンサーレンズ C_2 の瞳面に置けば、以下に述べるのと同じ結像関係が得られる。

第1.1図に示したごとく、物体面の中心 O と投影レンズの縁 H とを結ぶ光線が光軸となす角を α とし、またこの光線が像面の中心 O' に到達したときに光軸となす角を α' とする。この



第1.1図 照明系を含む写像光学系

光線を物体面の後方に延長して光源と交わる点を H' として、式の取扱いを簡単にするために次のような線形の変換座標を考える。

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{X}{H}, \quad y = \frac{Y}{H}, \quad x' = \frac{X'}{H'}, \quad y' = \frac{Y'}{H'} \\ u &= \left(\frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha\right) U, \quad v = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha\right) V \\ u' &= \left(\frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha'\right) U', \quad v' = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha'\right) V' \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

ここに (X, Y) , (X', Y') , (U, V) および (U', V') の大文字は各々実長を示している。また λ は光の波長である。この(1.1)の変換座標を用いると光源面上のある点と投影レンズ瞳面上のその共軛点とは同じ座標値が対応し、また物体面上のある点とその共軛な像点とは同じ座標値が対応する。

光源の輝度分布を $B'(x', y')$ とし^{*}、光源内の点 (x', y') にどのような微小部分を考える。この微小光源によって物体上 (u, v) において生じる光波の複素振幅^{**}は $E(u, v)$ であるとする。いま物体の透過率分布^{***}を $\mathcal{O}(u, v)$ とすれば、その物体を通過した光

* 座標 x', y' は $-\infty \sim +\infty$ を考え、光源外では $B'(x', y') = 0$ と考える。

以下他の座標 u, v , x, y および x', y' の函数につきとも同様とする。

** 光波の振幅 a と位相 δ を同時に表わしたものが $a e^{i\delta}$ と書ける。

*** 一般の物体は光波の振幅の減衰をもたがす明暗分布と、光波の位相に変化を与える位相分布の両方を兼ねており、明暗分布を $f(u, v)$ 、位相分布を $\varphi(u, v)$ とすれば物体は

$$f(u, v) \exp\{i\varphi(u, v)\}$$

と表わされる。

の複素振幅は $E(u, v) \Phi(u, v)$ となる。いま物体上 (u, v) 点にある振幅1、位相ゼロの点光源の像は、その共軛点 (u, v^*) を中心として考え、その複素振幅を $t(u'-u, v'-v)$ で表わす。簡単のためにコンデンサーレンズ C_2 は無収差であるとし、物体を透過し、投影レンズの瞳に入る光をすべて通すだけの大きさを持っているとする。投影レンズの波面収差を $w(x, y)$ とし、座標 x, y と u, v とは逆方向であることを考慮して

$$t(u', v') = \iint_{-\infty}^{\infty} \tau(x, y) \exp\{i(u'x + v'y)\} dx dy \quad (1.2)$$

で示される。ただし

$$\left. \begin{aligned} \tau(x, y) &= \exp\left\{i \frac{x^2 + y^2}{\lambda} w(x, y)\right\} & x^2 + y^2 \leq 1 \\ &= 0 & x^2 + y^2 > 1 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

である。 $\tau(x, y)$ は $u=0, v=0$ に置いた点光源によって作られる投影レンズの瞳面における複素振幅分布であって瞳函数と呼ばれる。光源 $d\sigma$ によって照明された物体上 (u_1, v_1) 点からの光による像面上 (u', v') 点の複素振幅は

$$E(u_1, v_1) \Phi(u_1, v_1) t(u'-u_1, v'-v_1)$$

である。像面の点 (u', v') における複素振幅 $E'(u', v')$ は物体面全体からの光の寄与を積分して、

$$E'(u', v') = \iint_{-\infty}^{\infty} E(u_1, v_1) \Phi(u_1, v_1) t(u'-u_1, v'-v_1) du_1 dv_1 \quad (1.4)$$

となる。物体上の独立な他の点 (u_2, v_2) に関しても (1.4) と同じ式が得られ、像面上 (u', v') 点における光源 $d\sigma$ による強度は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
dI &= E'(\mathcal{U}, \mathcal{V}) E'^*(\mathcal{U}, \mathcal{V}) \\
&= \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} E(\mathcal{U}_1, \mathcal{V}_1) \mathcal{O}(\mathcal{U}_1, \mathcal{V}_1) t(\mathcal{U}' - \mathcal{U}_1, \mathcal{V}' - \mathcal{V}_1) d\mathcal{U}_1 d\mathcal{V}_1 \right. \\
&\quad \times \left. \iint_{-\infty}^{\infty} E^*(\mathcal{U}_2, \mathcal{V}_2) \mathcal{O}^*(\mathcal{U}_2, \mathcal{V}_2) t^*(\mathcal{U}' - \mathcal{U}_2, \mathcal{V}' - \mathcal{V}_2) d\mathcal{U}_2 d\mathcal{V}_2 \right\} d\sigma \\
&\quad (1.5)
\end{aligned}$$

ここに記号*は複素共軛を示す。像面上 $(\mathcal{U}', \mathcal{V}')$ 点における強度 $I(\mathcal{U}', \mathcal{V}')$ は光源全体からの寄与を積分して得られ、変数はすべて独立であるから積分順序を変更して、

$$\begin{aligned}
I(\mathcal{U}', \mathcal{V}') &= \iiint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{\Sigma} E(\mathcal{U}_1, \mathcal{V}_1) E^*(\mathcal{U}_2, \mathcal{V}_2) d\sigma \right\} \mathcal{O}(\mathcal{U}_1, \mathcal{V}_1) \mathcal{O}^*(\mathcal{U}_2, \mathcal{V}_2) \\
&\quad \times t(\mathcal{U}' - \mathcal{U}_1, \mathcal{V}' - \mathcal{V}_1) t^*(\mathcal{U}' - \mathcal{U}_2, \mathcal{V}' - \mathcal{V}_2) d\mathcal{U}_1 d\mathcal{V}_1 d\mathcal{U}_2 d\mathcal{V}_2 \\
&\quad (1.6)
\end{aligned}$$

となり、さらに

$$\begin{aligned}
I(\mathcal{U}', \mathcal{V}') &= \iiint_{-\infty}^{\infty} \gamma_{12} \mathcal{O}(\mathcal{U}_1, \mathcal{V}_1) \mathcal{O}^*(\mathcal{U}_2, \mathcal{V}_2) \\
&\quad \times t(\mathcal{U}' - \mathcal{U}_1, \mathcal{V}' - \mathcal{V}_1) t^*(\mathcal{U}' - \mathcal{U}_2, \mathcal{V}' - \mathcal{V}_2) d\mathcal{U}_1 d\mathcal{V}_1 d\mathcal{U}_2 d\mathcal{V}_2 \\
&\quad (1.7)
\end{aligned}$$

となる。このとき

$$\gamma_{12} = \frac{1}{\sqrt{B(\mathcal{U}_1, \mathcal{V}_1) B(\mathcal{U}_2, \mathcal{V}_2)}} \int_{\Sigma} E(\mathcal{U}_1, \mathcal{V}_1) E^*(\mathcal{U}_2, \mathcal{V}_2) d\sigma \quad (1.8)$$

である。 $B(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ は $(\mathcal{U}, \mathcal{V})$ 点における照明光の強度であって、

$$B(\mathcal{U}, \mathcal{V}) = \int_{\Sigma} |E(\mathcal{U}, \mathcal{V})|^2 d\sigma \quad (1.9)$$

となる。光源面における輝度 $B'(\mathcal{Z}, \mathcal{Y})$ の変化が小さいとすると

$$\frac{1}{\sqrt{B(\mathcal{U}_1, \mathcal{V}_1) B(\mathcal{U}_2, \mathcal{V}_2)}} = \text{一定} \quad (1.10)$$

と考えてよい。

この γ_{12} は *coherence factor* で物面面上任意の二点 $(\mathcal{U}_1, \mathcal{V}_1), (\mathcal{U}_2, \mathcal{V}_2)$ 間の光の干渉の程度を示し、Hopkins^{20) 24)} Wolf⁹⁾などによって

解明され、像形成および分解能の研究などに活用されたものである。この物理的意味は (u_1, v_1) および (u_2, v_2) から出る二つの光波のある時間内の平均値をそれぞれ $a_1 e^{i\delta_1}$ および $a_2 e^{i\delta_2}$ で表わすとき、その干渉光の時間的平均強度が

$$I = a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 V_{12} 2 \cos(\delta_2 - \delta_1 + \beta_{12})$$

となつたとすると

$$V_{12} e^{i\beta_{12}} = \gamma_{12}$$

と考えることができる。したがって $|\gamma_{12}|$ はこの二つの光波による干渉縞の *visibility* を表わすと考えとよく、この二点からの光波が *coherent* な場合には $|\gamma_{12}| = 1$ 、*incoherent* な場合には $|\gamma_{12}| = 0$ であり、一般の場合には、その中間の値をとる。

上記(1.7)が照明系を含めた一般的な結像関係を示しており、像は物体面の座標の函数として表わされている。これを情報通信理論の立場から論じるには、フーリエ変換で与えられる空間周波数の函数として表わさなければならぬ。ここで物体の振幅透過分布 $O(u, v)$ のフーリエ変換をとり、

$$O(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} O(u, v) \exp\{-i(ux + vy)\} du dv \quad (1.11)$$

を考える。この $O(x, y)$ は図1.1図の光学系で、光軸上 $x=0$, $y=0$ に点光源を置いた場合、その光源の共軛面上、すなわち投影レンズの瞳面上における物体による回折像の振幅分布に等しい*。この光源の共軛面上の回折像は *Fraunhofer* の回折像と呼ばれ、光学上種々重要な意味を持つ。フーリエ変換の意

* 13頁～16頁参照

味から明かには、 $O(x, y)$ は物体のスペクトルであり、 x および y は空間周波数の *dimension* を持っている。したがって、*Fraunhofer* の回折面である xy 面は物体のスペクトル面であり、座標軸 x および y は空間周波数軸である。

一方、ある *incoherent* 光源から照明されている物体上の二点間の *coherence factor* はその光源と同じ大きさ、形を持つ開口によって球面波が回折された場合の *Fraunhofer* の回折像の振幅分布に等しく、⁹⁾ またコンデンサーレンズ C_1 と光源との間隔が C_1 の焦点距離となっている場合には物体の置かれる位置に無関係であることから、 γ_{12} は C_1 が無収差のとき、定数係数は別として、

$$\gamma_{12} = \iint_{-\infty}^{\infty} B'(x', y') \exp[i\{(u_1 - u_2)x' + (v_1 - v_2)y'\}] dx' dy' \quad (1.12)$$

となる。いま

$$\left. \begin{aligned} u' - u_1 &= u_1'', & u' - u_2 &= u_2'' \\ v' - v_1 &= v_1'', & v' - v_2 &= v_2'' \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

と座標を変換する。(1.11) および (1.13) を用いて (1.7) を整理すると

$$\begin{aligned} I(u, v) = & \iiint_{-\infty}^{\infty} \left[\iiint_{-\infty}^{\infty} \gamma_{12} t(u_1'', v_1'') \exp\{-i(u_1''x_1 + v_1''y_1)\} \right. \\ & \times t^*(u_2'', v_2'') \exp\{i(u_2''x_2 + v_2''y_2)\} du_1'' dv_1'' du_2'' dv_2'' \\ & \times O(x_1, y_1) O^*(x_2, y_2) \exp[i\{(x_1 - x_2)u' + (y_1 - y_2)v'\}] \\ & \left. \times dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \right] \quad (1.14) \end{aligned}$$

となる。(1.2) および (1.12) を用いれば (1.14) は

$$I(u, v) = \iiint_{-\infty}^{\infty} C(x_1, y_1, x_2, y_2) O(x_1, y_1) O^*(x_2, y_2) \\ \times \exp\{i\{(x_1 - x_2)u + (y_1 - y_2)v\}\} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \quad (1.15)$$

および

$$C(x_1, y_1, x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} B(x', y') c(x' + x_1, y' + y_1) c^*(x' + x_2, y' + y_2) dx' dy' \quad (1.16)$$

と書きなおすことができる。

(1.11) で示された $O(x, y)$ および (1.16) によって示された $C(x_1, y_1, x_2, y_2)$ を用いることにより、結像式 (1.7) を空間周波数の函数として表わした形 (1.15) に書き換えることができた。(1.15) から明かには (1.16) は光学系の周波数伝達特性を示し、光源の大きさ、投影レンズの収差およびその径に依存している。また $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ は独立に与えられるから像は各々異なる周波数のスペクトル成分間の切り替^{*}、像の構造をあらわし、通信系との対応からそれを交流成分と呼ぶことにする。直流成分は $x_1 = x_2, y_1 = y_2$ のように同じ周波数のスペクトル成分から生じ、それは像のコントラストを下げる。

物体の振幅透過分布 $O(u, v)$ のフーリエ変換で示される (1.11) は、光軸上 $x=0, y=0$ に存在する点光源によって生じる物体の *Fraunhofer* の回折像の振幅分布であることを述べたが、これは次のように考えれば明かである。 $x'=0, y'=0$ に存在

* 音響学などで使用されている切り替は、振動数すなわち周波数の差で表わされるが、それと同じ内容であるからこの言葉を用いた。

する点光源を出た光波は、コンデンサーレンズ C_1 を通過した後、平行平面波となって、図1.2図に示したごとく物体に到達する。物体を透過し、回折された光のうち、光軸と θ だけ傾いた光は、点光源の共轭面である投影レンズ瞳面上的のM点へすべて集められる。いま簡単のために一次元について議論を進める。物体に平行平面波 $A_0 \sin(\omega t + \delta)$ が到達したとする。物体は複素表示して

$$O(U) = F(U) \exp\{i \frac{2\pi}{\lambda} L(U)\} \quad (1.17)$$

で表わされる。ここに $L(U)$ は物体によって生じた光路差である。物体を通過した直後の光波は

$$A_0 F(U) \sin\{\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda} L(U)\}$$

となる。いま物体上の点 $P(U)$ にある微小部分 dU から出る回折光のうち光軸と θ なる角をなす光は XY 面上の点 $M(X)$ に到達する。このとき光波は $M(X)$ への到達距離に応じて、次の(1.18), (1.19)で示されるごとく振幅の減少、位相の遅れを生じる。

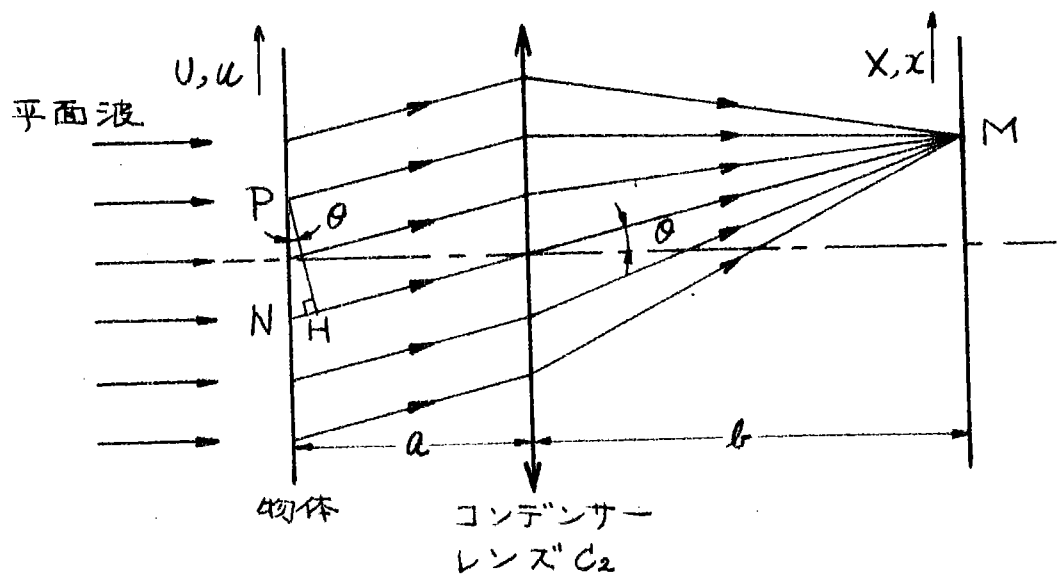


図1.2 図 物体による Fraunhofer の回折

$$A_0 \frac{F(U)}{PM} \sin[\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda}\{L(U) + PM\}] \quad (1.18)$$

ここにPにおける光の inclination factor は1とした。またPMは

$$PM = MN - NH = (a+b) \frac{1}{\cos \theta} - (\frac{aX}{b} + U) \frac{X}{b} \\ \approx a+b - \frac{UX}{b} \quad (1.19)$$

である。ただし $X \ll b$ と仮定した。M(X)に集まる合成光波は(1.18)を物体全面にわたって積分して

$$W(X) = \int_{-\infty}^{\infty} A_0 \frac{F(U)}{PM} \sin[\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda}\{L(U) + PM\}] dU \quad (1.20)$$

となる。これに(1.19)を代入し、正弦函数外のPMは近似的に $a+b$ と置いて積分の外へ出し、また振幅の比のみを考えると $A_0/a+b$ なる定数係数は省略して

$$W(X) = A \sin\{\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda}(a+b)\} - B \cos\{\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda}(a+b)\} \quad (1.21)$$

となる。ここに

$$\left. \begin{aligned} A &= \int_{-\infty}^{\infty} F(U) \cos \frac{2\pi}{\lambda} \{L(U) - \frac{XU}{b}\} dU \\ B &= \int_{-\infty}^{\infty} F(U) \sin \frac{2\pi}{\lambda} \{L(U) - \frac{XU}{b}\} dU \end{aligned} \right\} \quad (1.22)$$

である。(1.21)はさらに

$$W(X) = |O| \sin\{\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda}(a+b) - \psi\} \quad (1.23)$$

と書き換えられ、Oおよび ψ は各々

$$O = A + iB \\ = \int_{-\infty}^{\infty} F(U) \exp\{i \frac{2\pi}{\lambda} L(U)\} \exp(-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{X}{b} U) dU \\ = \int_{-\infty}^{\infty} O(U) \exp(-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{X}{b} U) dU \quad (1.24)$$

$$\psi = \tan^{-1} \frac{B}{A} \quad (1.25)$$

で表わされる。(1.24)は光波の複素振幅であって、これを計

算することによって Fraunhofer 回折像の振幅と位相が定まる。

(1.1) に示した変換座標を用い、物体 $O(u)$ を変換座標で表わしたものを $O(u)$ とすれば (1.24) は

$$O(x) = \int_{-\infty}^{\infty} O(u) \exp(-ixu) du \quad (1.26)$$

となり、Fraunhofer 回折像は物体のフーリエ変換の形で与えられる。(1.26) の x は回折面の座標であると共にフーリエ変換の意味から物体の持っている空間周波数であり、両者は一致している。

点光源が x' なる位置にあれば Fraunhofer の回折光は $x = x'$ を中心にして分布し

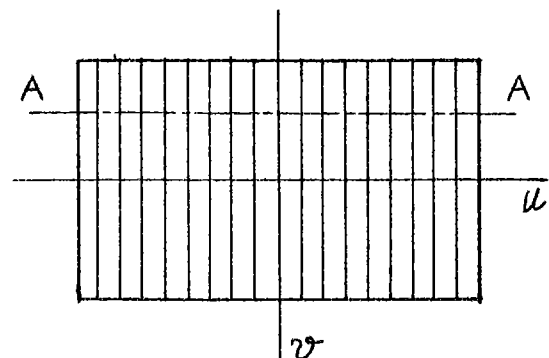
$$O(x-x') = \int_{-\infty}^{\infty} O(u) \exp\{-i(x-x')u\} du \quad (1.27)$$

となる。したがって回折面の座標を x' だけ移動したものが、空間周波数となる。

1.2 応力歪により周波数変調を うけた回折格子

回折格子 (*diffraction grating* または単に *grating*) は平面あるいは凹球面上に 1mm あたり $1 \sim 1200$ 本くらいの割合で等間隔に平行な明暗の線、あるいは溝を持っているもので分光学の研究に分散系として用いられてきた。分光学の分野において回折格子は平面あるいは凹球面などに分類されるが、写像光学上の物体として回折格子を考えた場合、明暗の線を持っていて、そこを透過(反射)する光波の振幅に影響を与える明暗格子と、規則正しい形状の溝を持っていて、光波の位相に影響を与える位相格子に分類することができる。回折格子を歪測定に適用する場合、何らかの方法で試料上に格子を作らなければならないが、*ruling engine* で各試料に刻線することは非常に手間がかかり、実際的な方法ではない。格子作成方法としては、試料上に感光材料を塗布して写真的に格子を転写する方法が最も簡単である。したがって本研究では平面の明暗格子を使用することとし、これについて取扱う。

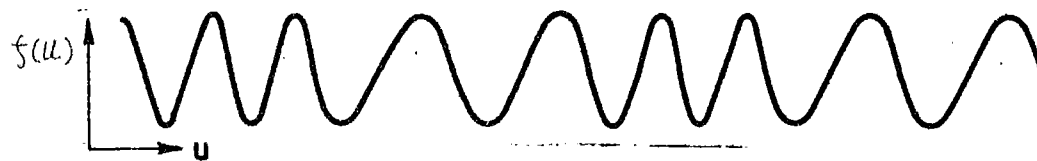
オ1.3図に示したような平面の明暗格子を考え、格子線の方



オ1.3図 回折格子の格子線
と座標軸



(a) 規則格子



(b) 歪んだ格子

図1.4 周波数変調をうけた回折格子。

$f(u)$ は振幅透過率を示す。

び軸に平行に置く。その回折格子の明暗の透過率分布が正弦状に変化するとすれば、 u 軸に平行な断面、例えばAAの透過率分布は図1.4(a)のようである。いまここで何らかの原因、例えば回折格子に不均一な荷重が加えられたとき、その断面の透過率分布は図1.4(b)に示したごとく各部分によって異なった格子間隔を持つようになる。図1.4において横座標の u は場所を表わす空間的な座標であり、また $f(u)$ は振幅透過率分布で、通信系における時間、電圧にそれぞれ対応させて考えることができる。したがって通信系の場合の周波数と対応して、格子間隔を周波数と言い換えてもさしつかえなく、厳密には空間周波数と言う。これによれば歪んだ回折格子は場所、場所によって変化する空間周波数を持った状態である。したがってもとの規則格子の透過率分布を空間的な搬送波と考えると、歪んだ回折格子は空間周波数変調をうけた状態である。

あるとみなすことができる。この場合、信号すなわち変調波はどのようなものと考えればよいかを以下に考察する。

先のオ1.3図のように、格子線の方がび軸に平行に置かれている格子間隔 ω_c の明暗格子の振幅透過率分布 $f(u, v)$ は

$$f(u, v) = f(u) = A_0 + A_1 \cos \omega_c u + A_2 \cos 2\omega_c u + \dots \quad (1.28)$$

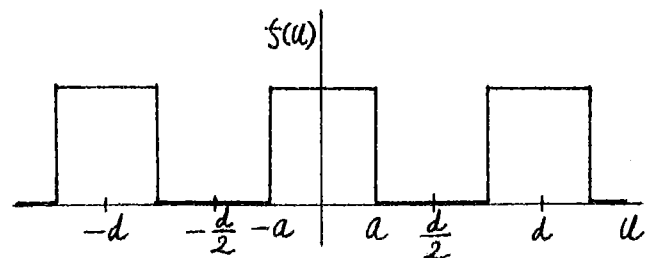
とフーリエ級数に展開できる。例えばオ1.5図に示したような明および暗が交互にある短形状の透過率分布を持っている格子の場合は

$$f(u) = 1 + 2 \frac{\sin a\omega_c}{a\omega_c} \cos \omega_c u + 2 \frac{\sin 2a\omega_c}{2a\omega_c} \cos 2\omega_c u + \dots \quad (1.29)$$

のごとくなる。ここに $\omega_c = 2\pi/d$ である。格子の函数をフーリエ級数に展開した場合、その各項のフーリエ係数とフーリエ位相とが各々回折像の各次数の振幅と位相を与えている²⁵⁾から(1.28)の各項の A_0, A_1, A_2 などはこの回折格子による Fraunhofer の回折像の振幅を示していて、ゼロ次光の振幅が A_0 、1次光のものが A_1 、2次光のものが A_2 などとなり、投影レンズ面上に生じる。ここで投影レンズには2次光よりも高次の回折光を入れなるとすれば(1.28)のオ3項以上の各項は結像に関係せず、回折格子は

$$f(u, v) = A_0 + A_1 \cos \omega_c u \quad (1.30)$$

となる。したがって上記の条件のもとで明暗格子は、すべて(1.30)



オ1.5図 短形状の透過率分布を持つ回折格子

で示される正弦状の透過率分布を持っているものと考えてよい。

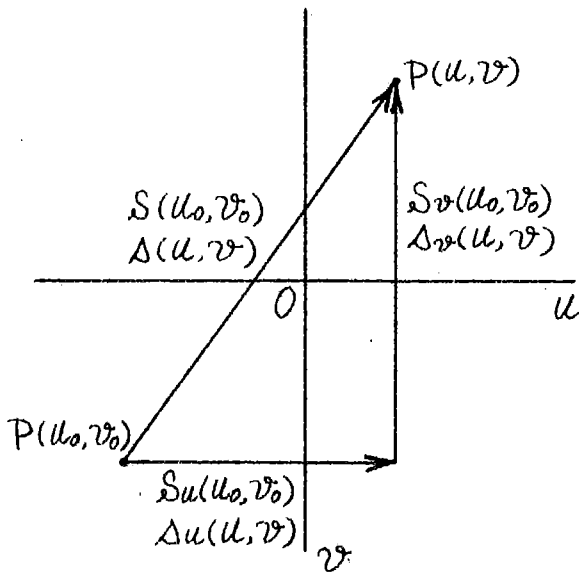


図1.6 荷重による回折格子面上の点の変位

$P(u_0, v_0)$: 変形前の位置

$P(u, v)$: 変形後の位置

ここで図1.6図に示したごとく、回折格子上の点 $P(u_0, v_0)$ が荷重により $P(u, v)$ まで変位したとする。ここに $S_u(u_0, v_0)$ および $S_v(u_0, v_0)$ は各々 u 方向および v 方向の変位成分で、 $\Delta u(u, v)$ および $\Delta v(u, v)$ はそれを変形後の座標点 (u, v) の函数として表わしたものである。したがって

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= u - \Delta u \\ v_0 &= v - \Delta v \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

である。変形後の回折格子の透過率分布は(1.30)の u に $u - \Delta u$ 、 v に $v - \Delta v$ と置き換えて得ることができ

$$f(u, v) = A_0 + A_1 \cos \omega_c (u - \Delta u) \quad (1.32)$$

となる。変形後 v が一定の断面の周波数は

$$\omega = \frac{\partial}{\partial u} \{ \omega_c (u - \Delta u) \} = \omega_c - \omega_c \frac{\partial \Delta u}{\partial u} \quad (1.33)$$

となる。

通信系における周波数変調の場合の変調波 $m(t)$ は

$$\omega = \omega_c + k_m m(t) \quad (1.34)$$

の関係で示され、 t は時間であり、 k_m は定数である。したが

って (1.33) における変調波 $m(u, v)$ は

$$m(u, v) = \frac{\partial \Delta u}{\partial u} \quad (1.35)$$

$$k = -\omega_c \quad (1.36)$$

と考えてよい。一方、歪は変形前の座標点 (u_0, v_0) で定義され¹⁵⁾

u 方向の歪成分は

$$\epsilon_u = \frac{\partial \Delta u}{\partial u_0} = \frac{\partial \Delta u}{(1 - \frac{\partial \Delta u}{\partial u}) \partial u} = \frac{\partial \Delta u}{\partial u} \quad (1.37)$$

となる。ゆえに歪んだ回折格子は、その u 軸に平行な断面を考えると u 方向、すなわちその格子線と直角方向の歪成分を変調波として周波数変調されていると考えてよいことが明らかになった。

1.3 歪分布検出方法としての *Spatial filtering*

§1.2で“歪んだ”回折格子は歪分布を変調波として周波数変調されていることを述べたが、その変調波を試料である回折格子の像面上に何らかの方法で光の強度分布として検出すれば、すなわち復調すれば、その歪分布を知ることができる。以下復調するにはいかなる方法をとればよいかについて考察を加える。

光源は点光源とし、光軸上 $x=0, y=0$ に置かれているとする。いま簡単のために一次元の場合について議論を進める。回折格子の透過率分布は(1.30)に示したごとく

$$f(u) = A_0 + A_1 \cos \omega_c u \quad (1.38)$$

で与えられ、変位を

$$\Delta(u) = a_m \sin \omega_m u \quad (1.39)$$

とする。荷重が加えられ変形した後の回折格子の透過率分布は(1.39)を(1.32)に代入して

$$f(u) = A_0 + A_1 \cos \omega_c (u - a_m \sin \omega_m u) \quad (1.40)$$

となる。この場合、変調波は(1.35)および(1.37)により

$$m(u) = \varepsilon = \frac{d\Delta(u)}{du} = a_m \omega_m \cos \omega_m u \quad (1.41)$$

である。(1.40)を変形して

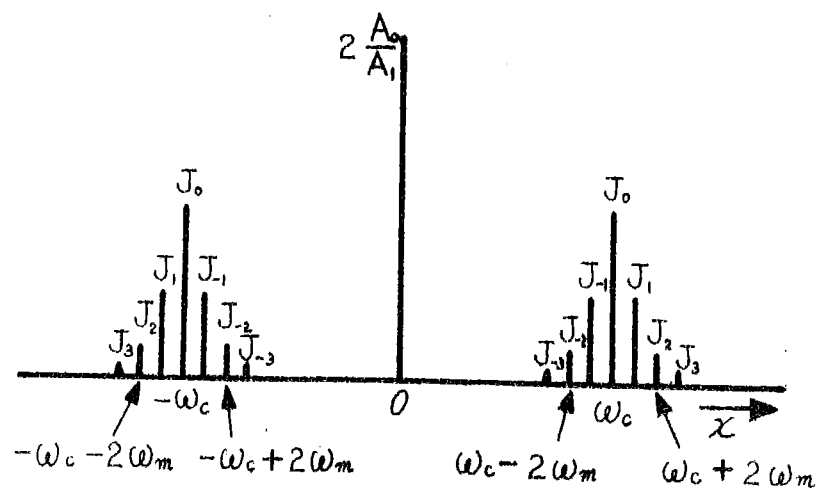
$$f(u) = A_0 + A_1 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \{ J_p(m_f) \cos (\omega_c + p\omega_m) u \} \quad (1.42)$$

となる。ここに $m_f = -\omega_c a_m$ で、通信系では周波数変調指数と呼ばれているものである。ここでの意味は ω_c は各々の回折格子について定まっているから、(1.39)より明らかのように最

大変位に比例したものであり、また (1.41) より電量に比例したものである。(1.42) において p は整数であり、 $J_p(m_f)$ は p 次のベッセル函数である。(1.40) のごとく周波数変調をうけた回折格子によって投影レンズ上に生じる *Fraunhofer* の回折像は (1.40) のスペクトルであり、(1.42) より

$$O(x) = 2A_0\delta(x) + A_1 \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) \{ \delta(\omega_c + p\omega_m - x) + \delta(\omega_c + p\omega_m + x) \} \quad (1.43)$$

となる。ここには δ はデルタ函数である。この (1.43) を図に表わしたものが 1.7 図である。規則格子の場合には、そのスペクトルは $-\omega_c, 0, \omega_c$ の位置に現われるが、周波数変調をうけた格子の場合には、搬送波の周波数の両側に側帯波が生じることがわかる。すなわち -1 次および 1 次の線スペクトルである *Fraunhofer* の回折像は、いわゆるゴーストと呼ばれる広がりを持つてくるようになる。



1.7 図 $A_m \omega_m \cos \omega_m t$ なる変調波で周波数変調をうけた回折格子のスペクトル。 J_0, J_1 など は 各々 $J_0(m_f), J_1(m_f)$ などの略。

いま投影レンズを無収差とする。このときその瞳函数 $C(x)$ は定数係数は別として(1.3)より

$$C(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases} \quad (1.44)$$

となる。したがって(1.16)の $C(x_1, x_2)$ は

$$C(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & x_1, x_2 \text{ が共にレンズの瞳内} \\ 0 & x_1, x_2 \text{ のうち少なくとも一つがレンズの瞳外} \end{cases} \quad (1.45)$$

である。試料像面上の強度分布は(1.15)より

$$I(u) = \iint_S O(x_1) O^*(x_2) \exp\{i(x_1 - x_2)u'\} dx_1 dx_2 \quad (1.46)$$

となり、ここに積分範囲 S はレンズの瞳内である。(1.46)は

$$\begin{aligned} I(u) &= \int_S O(x_1) \exp(ix_1) dx_1 \int_S O^*(x_2) \exp(-ix_2) dx_2 \\ &= E'(u') E'^*(u') \end{aligned} \quad (1.47)$$

と書き換えることができ、ここに

$$E'(u') = \int_S O(x) \exp(ix) dx \quad (1.48)$$

である。 $E'(u')$ は(1.47)より明らかのように像の振幅分布であり、Fraunhofer回折像のフーリエ変換で与えられている。

いま $O(x) = A(x) + iB(x)$ とし、第1,7図に示したような線スペクトルの場合、それら各スペクトルの周波数の組合せを (x_1, x_2) として(1.46)より一般に

$$\begin{aligned} I(u) &= \sum_{x_1} \sum_{x_2} O(x_1) O^*(x_2) \exp\{i(x_1 - x_2)u'\} \\ &= \sum_{x_1} \sum_{x_2} \{A(x_1) + iB(x_1)\} \{A(x_2) - iB(x_2)\} \\ &\quad \times \{\cos(x_1 - x_2)u' + i \sin(x_1 - x_2)u'\} \end{aligned}$$

$$= \sum_{x_1} \sum_{x_2} \left\{ \{A(x_1)A(x_2) + B(x_1)B(x_2)\} \cos(x_1 - x_2)u' \right. \\ \left. + \{A(x_1)B(x_2) - A(x_2)B(x_1)\} \sin(x_1 - x_2)u' \right\} \quad (1.49)$$

である。 $O(x)$ が虚数部を含まない実函数であれば $B(x) = 0$, $A(x) = O(x)$ であって

$$I(u') = \sum_{x_1} \sum_{x_2} O(x_1)O(x_2) \cos(x_1 - x_2)u' \quad (1.50)$$

となる。さらに (1.50) は

$$I(u') = \sum_{x_1 > 0} \sum_{x_2 > 0} O(x_1)O(x_2) \cos(x_1 - x_2)u' \\ + \sum_{x_1 < 0} \sum_{x_2 < 0} O(x_1)O(x_2) \cos(x_1 - x_2)u' \\ + \sum_{x_1 \geq 0} \sum_{x_2 \leq 0} O(x_1)O(x_2) \cos(x_1 - x_2)u' \\ + \sum_{x_1 \leq 0} \sum_{x_2 \geq 0} O(x_1)O(x_2) \cos(x_1 - x_2)u' \quad (1.51)$$

となる。第1.7図に示したスペクトルは $x=0$ に関して対称、すなわち偶函数であるから (1.51) の第1項と第2項とは等しく、また第3項と第4項からは格子線の像が生じるが、格子線は搬送波と考えているからその像は対象としなくてよい。

したがって (1.51) は

$$I(u') = \sum_{x_1 > 0} \sum_{x_2 > 0} O(x_1)O(x_2) \cos(x_1 - x_2)u' \quad (1.52)$$

と考えれば十分である。

いま投影レンズには ω_c とその側帯波だけが入るとする。これは $x > 0$ の領域だけを考えることであり、(1.52) にしたがって結像計算を行うことを意味しているので本研究の目的に対しては一般性を失っておりなり。その時の像面上の強度分布は (1.43) および (1.52) より

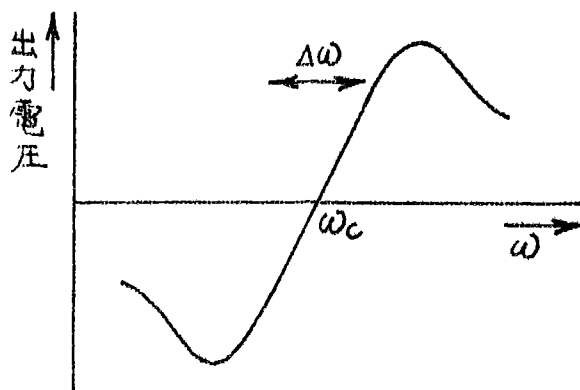
$$\begin{aligned}
I(u') = & \sum_{p=-\infty}^{\infty} \{J_p(m_f)\}^2 + 2 \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+2}(m_f) \cos 2\omega_m u' \\
& + 2 \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+4}(m_f) \cos 4\omega_m u' + \dots \\
& \dots + \{1 + (-1)^n\} \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+n}(m_f) \cos n\omega_m u' + \dots
\end{aligned}
\tag{1.53}$$

となる。ここにベッセル函数の性質

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+n}(m_f) = 0 \quad n: \text{奇数}$$

を使用した。(1.53)をみると変調波 $a_m \omega_m \cos \omega_m u$ に対処する $n=1$ の基本波形が表われていなりので復調は達成されていなく、歪の分布は光の強度分布として見られなり。

通信系において周波数被変調波の復調は第1.8図に示した特性を持つ周波数弁別器(discriminator)によって行われる。²⁶⁾ 光学系と通信系との対応から本研究の目的に対してもこのような周波数弁別器が有効であると思われる。§1.2で述べたごとく、通信系における電圧および時間が光学系ではそれぞれ



第1.8図 通信系における周波数弁別特性。²⁶⁾ $\Delta\omega$ はその直線部分で、復調に有効な領域である。

れ振幅透過率および距離に対応したことから、ここでは空間周波数に対する振幅透過率を直線的に減じればよいことがわかる。すなわち ω 軸にそって振幅透過率が直線的に変化しているものを Fraunhofer 回折面に挿入すればよい。このように

透過率が変化しているものを光学楔と言うが、いま用いる光学楔の透過率を

$$d(\alpha) = h \left(\frac{\alpha - \omega_c}{\omega_m} - g \right) \quad (1.54)$$

とする。ここで変調波にかかる定数 h は(1.36)のごとく $h = -\omega_c < 0$ の場合につりての復調を考えているから $h < 0$ とする。このとき $\alpha \geq \alpha_c + g\omega_m$ で $d(\alpha) = 0$ であるから、 g は光学楔の挿入位置を示している。投影レンズ"には ω_c とその側帯波だけが入ると考えているから(1.43)の $O(\alpha)$ も才2項のみを考えるとよく、光学楔を透過した直後の光波の複素振幅は

$$O(\alpha)d(\alpha) = A_1 h \sum_{p < g} J_p(m_g)(p-g) \quad (1.55)$$

となる。ここに座標 α は $\alpha = \omega_c + p\omega_m$ の関係で示される p で書き換えた。この $O(\alpha)d(\alpha)$ をFraunhofer回折面上の光波の複素振幅を示す(1.52)の $O(\alpha)$ に代入して、像面上の強度分布は定数係数 $(A_1 h)^2$ を省略して

$$I(u) = \sum_{p < g} \{J_p(m_g)(p-g)\}^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left\{ \sum_{p+n < g} J_p(m_g) J_{p+n}(m_g)(p-g)(p+n-g) \right\} \cos n\omega_m u' \right] \quad (1.56)$$

となる。 $|m_g| < 1$ の場合、すなわち荷重による最大変位が、1格子間隔を越えないうちに小さければ、*ベッセル函数値は次数の増加と共に急激に減少する。したがって(1.56)の $n \geq 2$ の項は $n=1$ の項にくらべて十分小さく考えることができ、近似的に

* 詳しくは § 3.4 参照

$$I(u') = \sum_{p < g} \{ \bar{J}_p(m_f)(p-g) \}^2 + \{ 2 \sum_{p+1 < g} \bar{J}_p(m_f) \bar{J}_{p+1}(m_f)(p-g)(p+1-g) \} \cos \omega_m u' \quad (1.57)$$

となる。この式の第1項は像面全体にわたる一様な強度であり、平均的な明るさを示している。第2項は変調波 $a_m \omega_m \cos \omega_m u$ と対応した強度分布を表わしている。したがって(1.54)で示されるような光学楔を *Fraunhofer* の回折面に挿入してやれば復調が達成され、歪分布は回折格子の像面上に光の強度分布として観測、測定される。

このように光学系に種々の改変を行い、空間周波数に対する透過特性を切除したり、減らしたりして目的に合致する像を得ようとする試みを一般に *spatial filtering* と呼んでおり、ノイズの減少⁽¹²⁾、コントラストの増大⁽¹²⁾、収差の除去⁽²⁷⁾、レンズ枠による回折効果の除去⁽²⁸⁾ など主として光学像の改良に用いられて来た。ここでも上述のようにスペクトル面である *Fraunhofer* の回折面に種々の *spatial filtering* を施して復調を達成することとする。(1.56)の $n \geq 2$ 以上の項を無視した影響および光学楔の方法を変形した他の復調方法など、その詳細は次の第2章において実験結果と共に示すこととする。

1.4 まとめ

本研究で用いる写像光学系の結像関係を二つの形に導いた。一つは像の強度分布を物体を照明する光の *coherency* を示す *coherence factor* を含めて、物体面の座標の函数として表わし、他はそれを物体の持つ空間周波数の函数として表わした。

物体による *Fraunhofer* の回折像はフーリエ変換の形で与えられることから *Fraunhofer* の回折面は物体のスペクトル面であり、光軸上に点光源を置いた場合、回折面上の座標 x, y とその周波数とは正しく一致することが確かめられた。

次に物体として回折格子を考え、通信系との対応から考察した結果、荷重により歪んだ回折格子は、もとの格子線に直角な断面を考えると、規則格子を搬送波とし、その断面方向の歪成分を変調波として空間周波数変調されていると考えてよりことが明らかとなった。

これより変調波を復調すれば歪分布を知ることができると、このまゝでは試料である回折格子の像面には歪分布を検出することはできない。復調は通信系において周波数被変調波の復調に用いられている周波数弁別器と同じ作用をするようにスペクトル面で *spatial filtering* を施せば達成されるという考え方が示された。

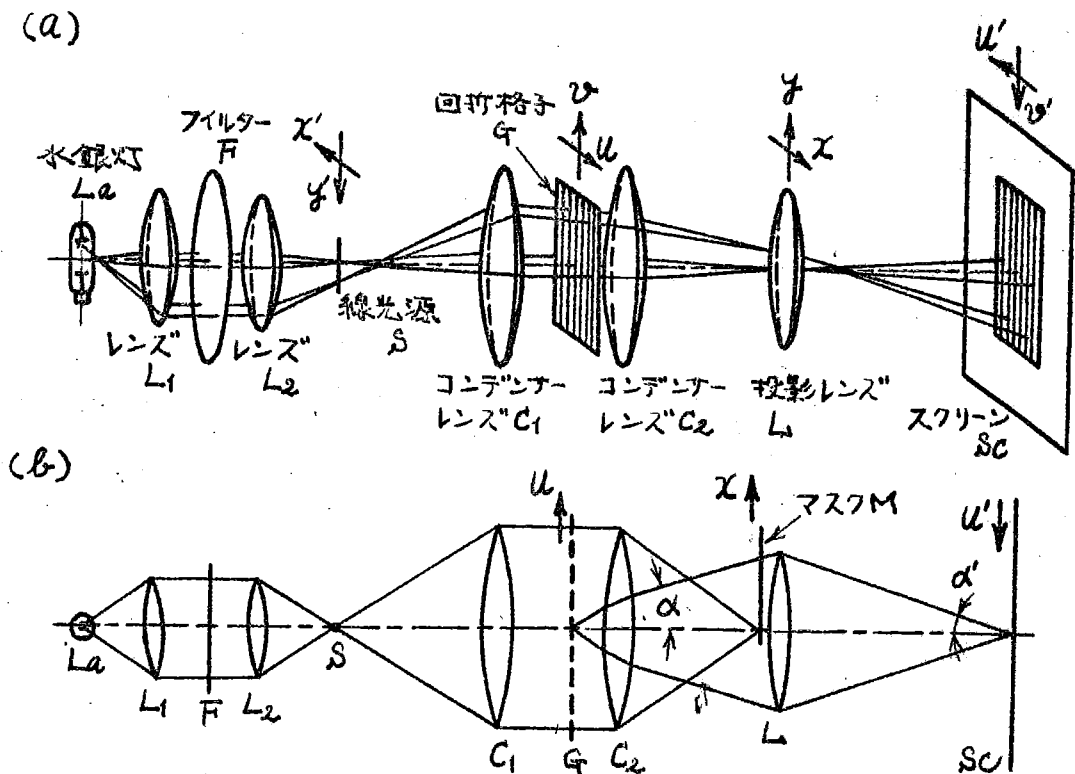
第2章 歪をうけた回折格子 からの歪の検出

応力歪を変調波として周波数変調をうけた回折格子から試料像面上に歪分布を検出する、すなわち復調するには回折格子のスペクトル面である *Fraunhofer* の回折面に振幅透過率が直線的に変化している光学楔を挿入して *spatial filtering* を施せばよいことを §1.3 で述べた。しかし変調波と得られた像面上の強度分布との対応は近似的であり、実際は高調波の影響によってや、異ってくる。本章では高調波の影響なども考慮して詳細に理論的検討を加え、実験結果と共に考察する。またさらに光学楔以外のものを用いた復調方法についても同様な検討を加え、それが各復調方法についての特徴を比較する。

実際の測定光学系は光源として線光源を用いる。このように線光源を用いることにより、回折格子は線光源方向にはほとんど *incoherently* に照明され、線光源に垂直な各断面を独立に考えることができ、理論的取扱いが一次元となって簡単化される。またこれより二次元応力による歪の測定も可能となる。§2.1 では実際に用いる測定光学系の光学要素の配置を述べ、特に線光源として用いられる光源スリットについて詳しく検討する。

2.1 光学要素の配置

測定光学系の光学要素の配置はオ1.1図の光源を光軸上にある線光源に置き換えたもので、実際には水銀灯で照明されるスリットを用いた。その配置図はオ2.1図に示したとおりで、(a)は線光源から出た任意の光線が、回折格子を透過した後、回折格子の像面であるスクリーン上に達するとき、その光線を含むように u 軸に平行な折平面で切った断面を表わし



オ2.1図 回折格子を用いた歪測定のための光学要素の配置

(b) ある任意の光線を含むように u 軸に平行な平面で切った断面

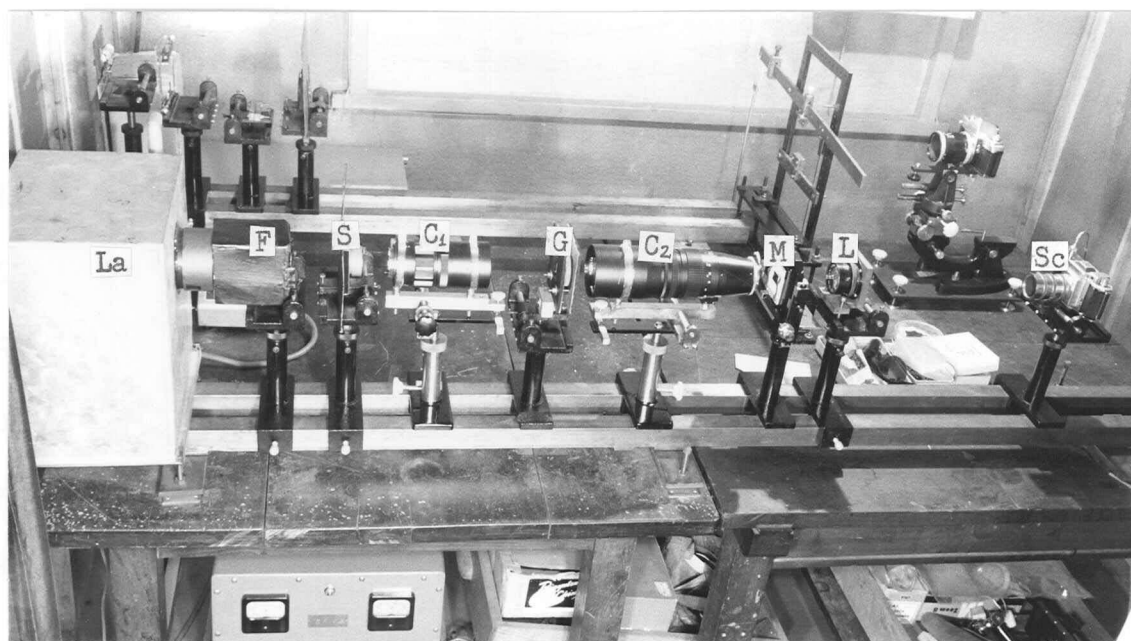


図2.2 測定装置

La: 水銀灯 F: 集光レンズ L_1, L_2 および干渉フィルター
 S: 光源スリット C_1 および C_2 : コンデンサーレンズ
 G: 試料 M: マスク L: 投影レンズ Sc: カメラ本体

ており、図にはその二例を示した。図2.1図において像面上の振幅分布は(1.48)に示したごとく物体の *Fraunhofer* 回折像のフーリエ変換で与えられ、フーリエ変換は *Fraunhofer* 回折に相当するから、物体による *Fraunhofer* 回折像の *Fraunhofer* 回折像と考えることができる。この意味から図2.1図の光学系は再回折光学系あるいは二重回折光学系と呼ばれている。

実際の装置は図2.2図の写真に示したもので、線光源としては幅 20μ 、高さ $3mm$ のスリットを用いた。スリットを照明するための光源としては超高圧水銀灯東芝 SHL-100UV を定電圧装置を通して点灯し、レンズ L_1 の焦点上に水銀灯を置いた。

したがって L_1, L_2 間は光源の広がり範囲でほぼ平行光線であって、そこに多層膜干渉フィルターを挿入して $546\text{ m}\mu$ の単色光を得た。コンデンサーレンズ C_1 および C_2 はスペクトル面において生じる収差を避け、*spatial filtering* の性能を向上させるために平行光に対して収差補正されている写真機用望遠レンズを用い、それぞれ $f_1 = 200\text{ mm}$, $f_2 = 300\text{ mm}$ の焦点距離のものを使用した。Fraunhofer 回折面に置かれているマスクは顕微鏡用メカニカルステージを利用して移動し、その挿入位置の正確を期した。投影レンズは物体から発散してくる光波を収束し、像面の位置および倍率を規制するために置かれているものであり、焦点距離 180 mm 、直径 40 mm のボックスカメラ用のレンズを用いた。マスクを透過した光がすべてその径の中に入るならば必ずしもマスクと一体に置く必要はなりませんが、実験の正確のために普通マスクの直後に置いた。スクリーンの位置にはカメラ本体を置いて、そのファインダーを利用して観測すると共に検知記録器として写真フィルムを用い、得られた図形を記録した。

ここでスリットを照明している照明光の *coherency* について考える。水銀灯によって $\phi 2.1$ 回のレンズ L_2 は一様に照明される。 L_2 を出た光が収束光であれば L_2 の代りに同じ大きさ、形、強度分布を持つ *incoherent* 光源を置いたときと同じであり、レンズ L_2 の半径を ρ , L_2 とスリットとの距離を R とし、 $\alpha = \rho/R$ とおけば、ほとんど *coherent* に照明される面積の直径 d は次式で与えられる。⁹⁾

$$d = 0.16 \lambda / \alpha \quad (2.1)$$

ここで"ほとんど" *coherent* に照明される領域とは *coherence factor*

$|r_{12}| \geq 0.88$ とした。装置の条件 $\lambda = 0.546 \mu$, $f = 17.5 \text{ mm}$,

$R = 110 \text{ mm}$ を (2.1) に代入すれば

$$d = 0.55 \mu \quad (2.2)$$

となる。したがって *coherently* に照明される領域は非常に狭く、

光源スリットはほとんど *incoherently* に照明されていると考

えてよい。

次にこのスリットを明けたとき、回折格子はどのような *coherency* をもって照明されるかを考える。スリットは矩形光源であるから光源の強度分布を示す函数 $B'(x', y')$ は

$$\left. \begin{aligned} B'(x', y') &= 1 && (x', y') \text{ がスリット内の場合} \\ &= 0 && (x', y') \text{ がスリット外の場合} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

となる。スリットは光軸に对称に置かれておりとし、その幅

を $2a$, 高さを $2b$ とすれば, 回折格子上の二点 $P_1(u_1, v_1)$ および

$P_2(u_2, v_2)$ 間の *coherence factor* r_{12} は (1.12) より

$$r_{12} = \frac{\sin M}{M} \cdot \frac{\sin N}{N} \quad (2.4)$$

となる。ここに M, N は各々

$$M = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{a}{f_1} (u_1 - u_2), \quad N = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{b}{f_1} (v_1 - v_2) \quad (2.5)$$

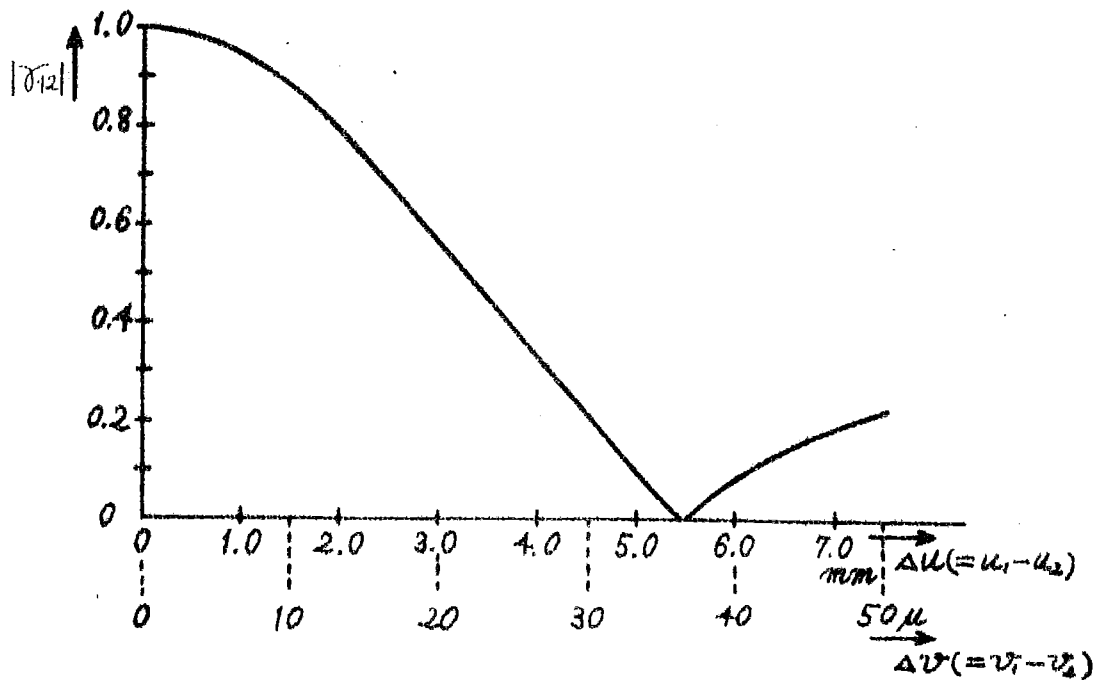
である。

回折格子に $v = \text{一定}$ の断面内にある二点間の *coherency* につ

いて考える。 $v = \text{一定}$, すなわち $v_1 = v_2$ であるから $\sin N / N = 1$

となり、装置の条件であるスリット幅 $2a = 20 \mu$, 高さ $2b =$

3 mm , および波長 $\lambda = 0.546 \mu$, コンデンサーレンズ C_1 の焦点距



オ2.3図 幅 20μ , 高さ $3mm$ の光源スリットで照明された回折格子の u 軸および v 軸に平行な断面上の二点 $P_1(u_1, v_1), P_2(u_2, v_2)$ 間の *coherency*.

距離 $s_1 = 200mm$ を(2.4)および(2.5)へ代入し $|\gamma_{12}|$ を計算したものがオ2.3図の横軸 $\Delta u (= u_1 - u_2)$ のものである。また u ＝一定の断面内にある二点間の *coherency* についても同様に計算したものがオ2.3図の横軸 $\Delta v (= v_1 - v_2)$ のものである。任意の点 $P_1(u_1, v_1), P_2(u_2, v_2)$ 間の *coherency* は(2.4)より成分 $u_1 - u_2, v_1 - v_2$ の *coherency* の積となる。ここで $|\gamma_{12}| = \left| \frac{\sin \chi}{\chi} \right|$ のオ2極大は 0.217 であるから $|\gamma_{12}| < 0.217$ をほとんど *incoherent* な範囲と考えれば、 u 軸方向に関しては *incoherent* な範囲は $\Delta u > 4.5mm$ であり、 v 軸方向に関しては $\Delta v > 30\mu$ となる。したがって、 v 軸方向には照明光はほとんど *incoherent* であると考えることができる。これより本装置内に置かれる回折格子は光学的に

は z 軸に平行な断面がそれぞれ独立に積み重なって存在して
いるとみなすことができ、第2.1図(6)に示したごとく、ある
任意の光線を含むように z 軸に平行な折平面で切った断面の
光学系を考えると一次元的に取扱っても一般性は失われない。

試料は必ずある特定の値を持つ断面について像面上その光
軸位置で測定を行うことになるが、その断面の回折格子の
透過率分布を $t(u)$ 、その断面方向の歪成分を $\varepsilon(u)$ として計算
を進めてよい。§1.3では一次元的に考えて計算を行ったが、
以上よりこれは一般性を失っていない、また以下の光学的取
扱いも一般性を失うことなくすべて一次元で行うことができ
る。

2.2 試料の作成

使用した回折格子は §1.2 で述べたごとく明暗格子である。平面ガラス上に溝を切り、その溝中に黒色塗料を埋込んだ日本スフリーン製作による規則格子で 10 本/mm のものを *master* として用いた。この規則格子をポリカーボネート樹脂ベースの写真フィルムあるいは乾板に密着し、回折格子全面にわたって一様な明るさの照明光で露光を与え、現像後得られた写真フィルムあるいは乾板を実験に供した。回折格子のように周波数の高いものは密着のわずかな不完全によっても、その像は不鮮明となるが、ここではその影響を避けるために露光時の照明光は平行光とした。

以上のように回折格子を写真法によって複製する場合に感光乳剤として要求される条件は

- (1) 微粒子であること
- (2) 高濃度、硬調であること
- (3) 適当な安全光のもとで取扱えること

である。これらの条件を満たすものとして、本研究では小西六写真工業製のオルソ型ユニリス乳剤を用い、高濃度、硬調現像が可能である伝染現像液ユニドールリソによって現像を行った。用いたユニリスオルソフィルムの特性を表 2.1 表に示した。

ここではベースとしてポリカーボネート樹脂を用いた。このポリカーボネートは水、薬品などに対して安定であり、無仲

表2.1 表 コニリスオルソフィルムの特徴

波長感度	580m μ まで
感度 カーボンアーク タングステン電球	ASA 20 ASA 12
解像力	D-19による標準現像で"125本/mm
最高濃度	コニドールリソによる標準現像で"4
ガンマ	コニドールリソによる標準現像で" 10 ~ 15
乳剤および保護膜の厚さ	8 μ
ハレーション防止膜の厚さ	6 μ

縮性の写真フィルムベースとして現在開発されているものである。写真法によって回折格子を複写する場合、フィルムベースの伸縮は直接に格子線の歪をもたずるので、本研究では特に小西写真工業で製作された厚さ0.12mmおよび3.0mmのポリカーボネートベースのコニリスオルソフィルムおよび乾板を用いた。さらにポリカーボネートは力学的にも他の樹脂にくらべて弾性領域が高く、弾性理論より求めた歪分布と比較できるので本実験に適している。その性質は§3.2の表3.1表に記した。

このように回折格子を表面に転写した写真フィルムを表2.4図に示したように格子線の方角を母線の方角と一致させて円筒上に密着して置く。この格子を上方から少くとも焦点深度内にあるように写真撮影すれば、撮影方向に垂直な面への投影像が得られ、撮影された格子の格子間隔は円筒の形にしたがって連続的に変化しているものとなる。このフィルム

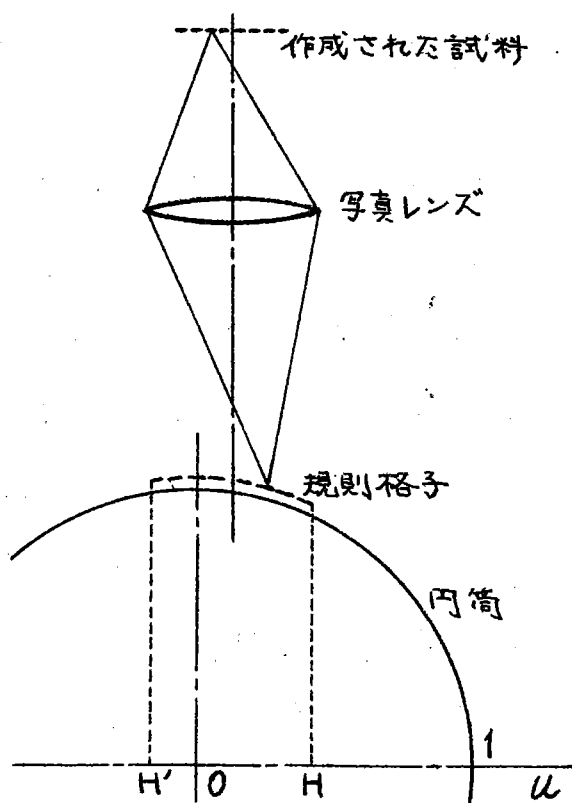


図2.4 円筒上に密着して置かれた規則格子を写真撮影することによって周波数変調を受けた試料を作成する方法。

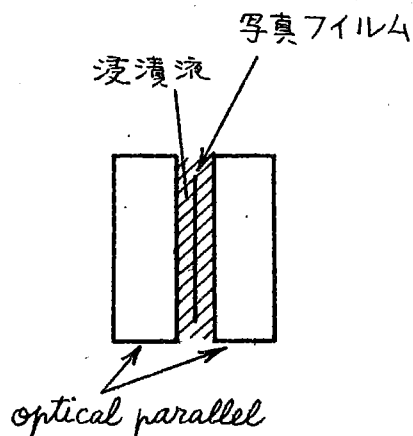


図2.5 写真フィルムの厚さむらと浸漬によって除く方法。

を模型的に荷重により周波数変調を受けた回折格子と考え、測定光学系の試料位置に置く。このときフィルムベースの厚さむらによって生じる光波の位相変化の影響を避けるために図2.5図に示したごとく、フィルムと *optical parallel* との間にフィルムベースと屈折率の等しい液を入れ^{*}、二枚の *optical parallel* でフィルムを保持する。

格子の撮影は $1/3.3$ 倍で行い、写真レンズとして接写を目標に設計された焦点距離 50mm のミノルタマクロロコーンQFをF22に絞って用いた。撮影の際、レン

* 浸漬液については §3.2 参照。

表2.2表 接写用写真レンズ
マクロロックールの歪曲収差
倍率: $1/3.3$

像高(mm)	歪曲(%)
0	0
7.99	-0.04397
11.98	-0.10106
14.97	-0.16318
17.95	-0.24536
19.93	-0.31321
21.51	-0.37605

ズに歪曲収差があれば格子は
正規の位置よりもずれるが、
レンズの中心を通る光に対し
てその歪曲収差値を表2.2表
に示した。これより測定光学
系の試料とする格子にはフイ
ル4周辺で0.3~0.4%程度の
負の変位があり、その値に対
応した縮みを持っている変調
波を測定していることになる。

本実験で、これは一つの測定誤差を与えているが、特に精度
を要する実験では、既知の収差値から補正を行うことも可能
である。

表2.4図のように写真撮影することによって得られた試料
は一次元的な変化をしており、図に示したように u 座標をと
り、用いる円筒の半径を1とし、また $u=0$ での格子間隔を d_0
とすれば u での格子間隔 d は

$$d = d_0 \sqrt{1 - u^2} \quad (2.6)$$

となる。したがって空間周波数 ω は

$$\omega = \frac{1}{d} = \frac{1}{d_0 \sqrt{1 - u^2}} \quad (2.7)$$

である。(1.33)と(2.7)とを対比して変調波を求めると

$$m(u) = A - \frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} \quad (2.8)$$

となる。ここに A, B は定数であり、 $B > 0$ である。

以下の実験例では、円筒として半径73mmおよび367mm

のものを用いた周波数変化の大きいものと小さいものとの二試料である。半径 73mm の円筒を用いた試料を T_e , 367mm の円筒を用いたものを T_d と略記する。 T_e , T_d の大きさを定める撮影範囲 HH' と最小周波数に対する変調波の周波数変動の値^{*}をオ2.3表に示した。

回折格子に荷重を加えた試料の作成に関してはオ3.1において述べるが、簡単に説明すれば次のとおりである。規則格子を転写したポリカーボネート板の写真フィルムあるいは乾板を歪め入るぬように注意深く所定の形に成形し、その後荷重を加えた。次に荷重状態の格子像を *incoherently* に照明し、上記のレンズで $1/3.3$ 倍に写真撮影したそのフィルムを実際の試料として用い、フィルムの厚みの不均一による影響を取除くために浸漬して測定に供すると言う方法をとる。

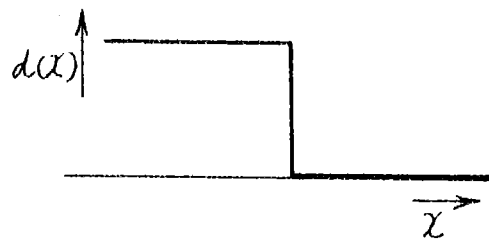
オ2.3表 変調波の最小周波数に対する周波数変動

試料	撮影範囲	周波数変動(%)
T_e	$-0.16 \leq u \leq 0.44$	11.2
T_d	$-0.14 \leq u \leq 0.19$	1.8

* $\frac{m(u_{max}) - m(0)}{\omega_{u=0}}$ で表わされる。

2.3 ナイフエッジによる復調

§1.3において光学楔の透過率はある一定の勾配をもって変化しており、その値は無限大でないことを暗に仮定して計算を行った。しかしオ2.6図に示したごとくその勾配が無限大である不透明なマスクも考えられ、これは鋭い *pass-band* を持つ *band-pass filter* としての作用をする。実際的にはこれはナイフエッジであって、光学楔のように特にその製作は必要でなく簡単に得られるものであり、種々の点で有用である。以下このナイフエッジによる復調に関して検討する。



オ2.6図 ナイフエッジの透過率 $d(x)$

2.3.1 復調理論

§1.3で考えたとおり投影レンズには ω_c とその側帯波が入るとし、歪の分布すなわち変調波はここでも (1.41)

$$E = m(u) = am\omega_m \cos \omega_m u$$

と同じとする。いま $\lambda > \omega_c + g\omega_m$ のスペクトルを取除くようにナイフエッジを *Fraunhofer* の回折面に挿入するとナイフエッジの透過率は

$$\left. \begin{aligned} d(\lambda) &= 1 & \lambda &\leq \omega_c + g\omega_m \\ &= 0 & \lambda &> \omega_c + g\omega_m \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

で表わされる。したがって回折面直後の光波の複素振幅は定数係数は別として

$$O(x)d(x) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) \delta(\omega_c + p\omega_m - x) \quad (2.10)$$

となる。像面上の強度分布はこれを(1.52)の $O(x)$ に代入して

$$I(u) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \{J_p(m_f)\}^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{p+n=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+n}(m_f) \cos n\omega_m u \right\} \quad (2.11)$$

となり、変調波すなわち歪の分布 $a_m \omega_m \cos \omega_m u$ に対応した $n=1$ の基本波図形を得ることが出来る。これより復調が達成され、歪の分布は光の強度分布として現われることがわかる。

$n \geq 2$ の項である高調波は復調された変調波の図形とやや変化させるが、これは変調指数 $m_f = -\omega_c a_m$ 、すなわち歪の程度とナイフエッジを置く位置 θ によって左右される。この影響を調べるために復調された図形の変調波に対する忠実度と *Klirr factor* (歪率) で表わし、数値計算を行ってみる。*Klirr factor* は波形の純正弦性を示すものであって、函数 $f(x)$ と

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos \omega x + a_2 \cos 2\omega x + \dots \quad (2.12)$$

とフーリエ級数に展開して表わしたとき

$$\text{K.F.} = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} a_n^2} / a_1 \quad (2.13)$$

で定義される。したがって *Klirr factor* が大なる程、忠実度は悪い。(2.11)の場合は

$$\text{K.F.} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \sum_{p+n=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+n}(m_f) \right\}^2}}{\sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+1}(m_f)} \quad (2.14)$$

となる。この(2.14)にしたがって *Klirr factor* を数値計算したものを第2.7図に示した。第2.7図より $m_f = -\omega_c a_m$ であるか

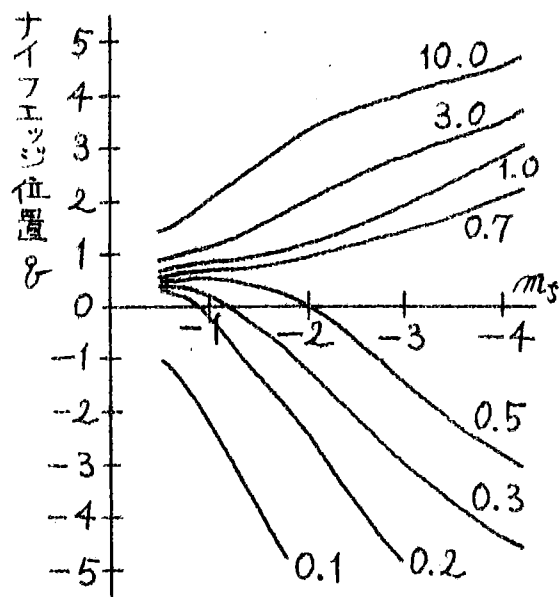


図2.7 復調された図形の
Klirr factor

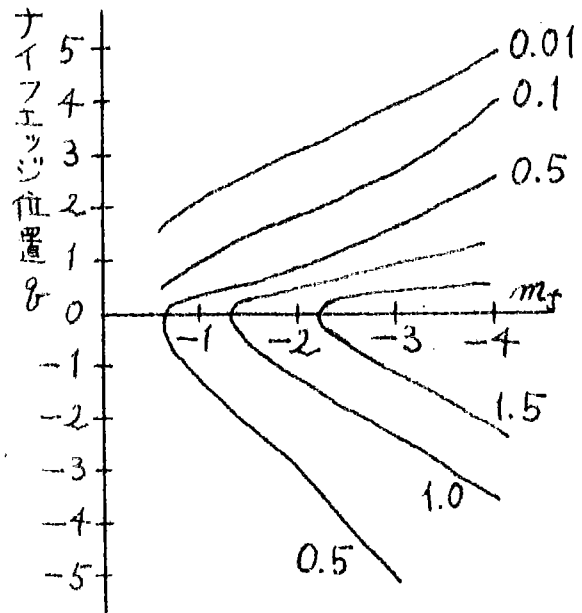


図2.8 復調された図形の
コントラスト

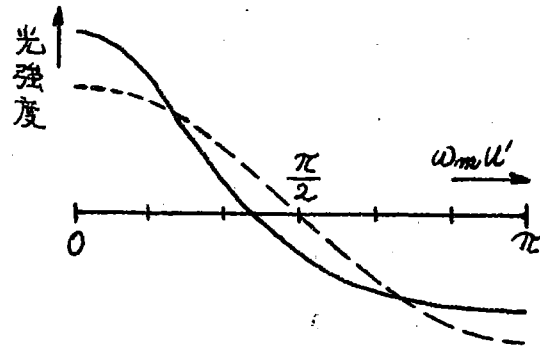
歪量が大なる程、Klirr factor は大きい値をとり、忠実度が悪くなっていることがわかる。またナイフエッジの挿入位置に関しては ϕ が大なる程、すなわちナイフエッジが高周波側にある程忠実度は悪くなり、特に $\phi > 1$ ではこの傾向が著しい。一方、(2.11) で直流成分と信号成分である $m=1$ との比

$$\text{コントラスト} = \frac{2 \sum_{p=1}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+1}(m_f)}{\sum_{p=1}^{\infty} \{J_p(m_f)\}^2} \quad (2.15)$$

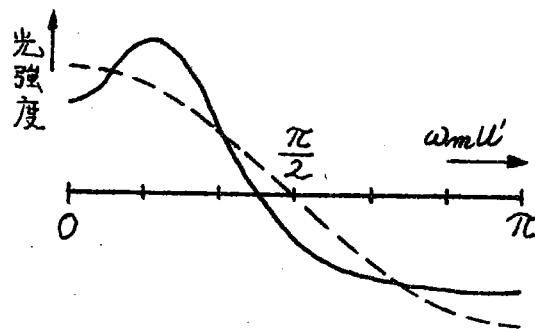
をコントラストとして考える*。同じくこれは m_f と ϕ に影響されるが各 m_f および ϕ に対して数値計算を行った結果を図2.8図に示した。図2.8図においてナイフエッジを $\phi=0$ 附近に置いた場

* コントラストは正確には $\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ で定義され、(2.15) は

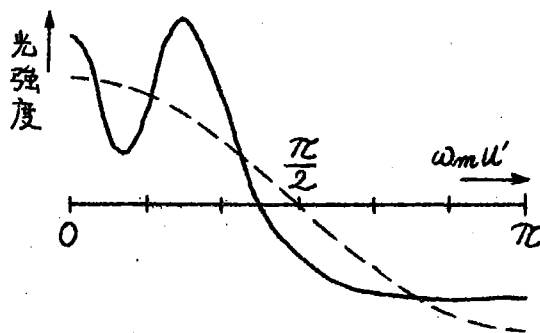
(2.11) で高調波の影響を無視したものとなる。



(a) $m_f = -2$
の場合。



(b) $m_f = -5$
の場合。



(c) $m_f = -10$
の場合。

図2.9 図 ナイフエッジを用いて $\omega \geq \omega_c$ のスペクトルを取除いたとき

変調指数と像面上の強度分布との関係。 $m_f = -\omega_c a_m$ 。

----- 歪分布および強度分布の基本波

————— 高調波の影響を考慮した実際の強度分布

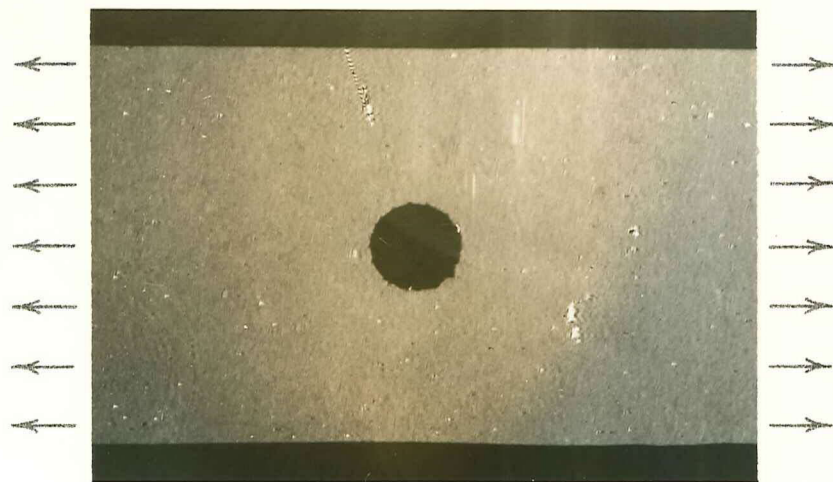
合が最もコントラストが高いことがわかり、そこから高周波側、低周波側のいずれへ移動してもコントラストは低下する。しかし $g > 0$ の位置へ挿入位置を移動した方が低下の度合は著しい。

以上より図形の忠実度とコントラストの両者を共に考えた場合、ナイフエッジは $g = 0$ あるいは $g = -1$ の位置に挿入するのが最も良いことが結論される。

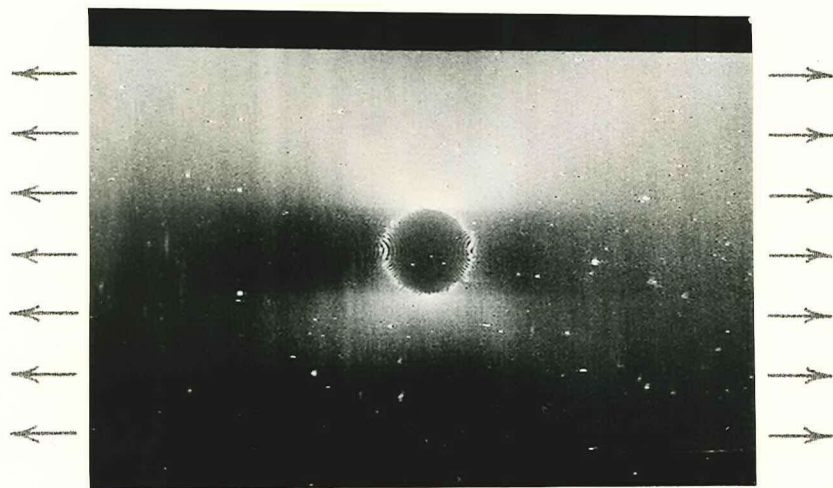
$g = -1$ とした場合、すなわち $\lambda \geq \omega_c$ のスペクトルを取除いた場合、 $m_g = -2, -5, -10$ に対して (2.11) の強度分布を計算し、左右対称であるから $\frac{1}{2}$ 周期だけを描いたものがそれぞれオ2.9図(a), (b), (c) である。オ2.9図はオ2.7図の $g = -1$ の断面において $m_g = -2, -5, -10$ の強度分布を描いたものに相当し、荷重による変位が大きき場合には高周波のために基本図形が変化している。 $\varepsilon > 0$ の部分では強度の振動が見られ、伸張部から圧縮部へ移り変る $\varepsilon = 0$ 付近で、強度は急に変化していることがわかる。

2.3.2 実験結果および考察

上に述べた理論的考察を確かめるために行った実験結果を以下に示す。その一例として 10本/mm の明暗格子を転写した厚さ 0.12 mm のポリカーボネートフィルムを 70 mm $\times$ 30 mm の矩形に切断し、その中央に直径 6 mm の円孔を穿った。格子線の方法は ψ 軸に平行とした。その後 ψ 軸方向から 1.5 kg/mm² の一様な引張り荷重を加えて作成した試料による結果をオ2.10図に示し



(a)



(b)

図2.10 図 引張り荷重を加えられた円孔を有する平板の像。

(a) ω_c とその側帯波のスペクトルがすべて投影レンズを通過した場合。

(b) ナイフエッジを Fraunhofer の回折面に挿入して $\omega \geq \omega_c$ のスペクトルを取除いた場合。

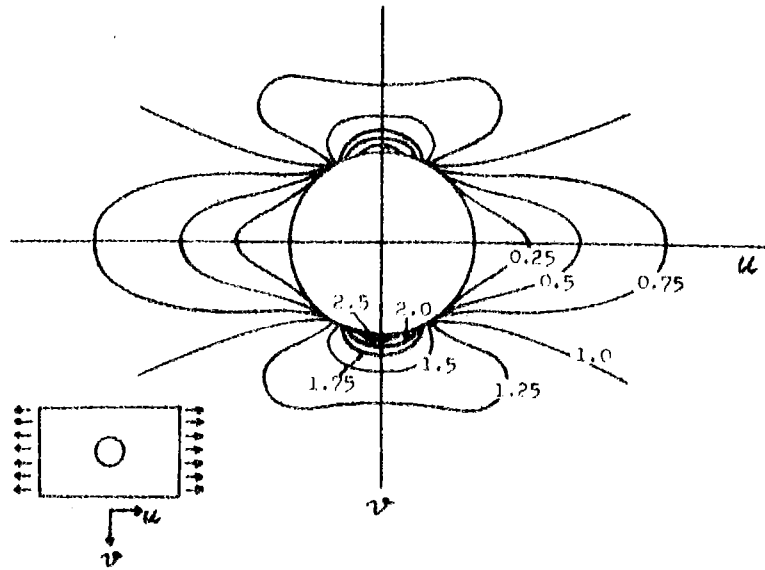


図2.11図 一様な引張り荷重を加えられた平板の内孔付近における
 u 方向の歪 $E\sigma_u$ 。内孔から十分離れた点の $E\sigma_u$ の値を1とした。

た。図2.10図(a)は投影レンズに入る ω_c とその側帯波のスペクトルをすべて通したときに得られたもので、歪による図形は観測されな。図2.10図(b)は *Fraunhofer* の回折面にナリフエッジを挿入して $\lambda \geq \omega_c$ のスペクトルを取除いたときに得られた図形である。ここに ω_c は試料の平均周波数と考えた。

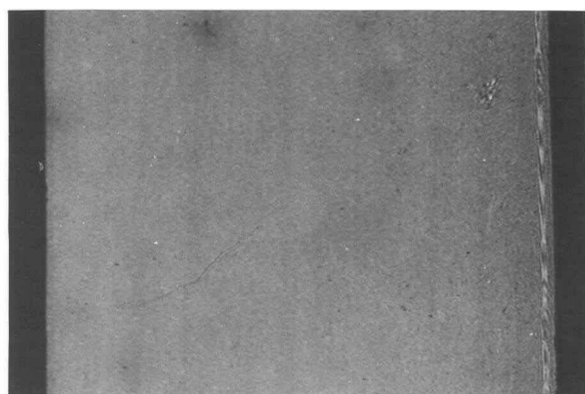
このような内孔を有する平板に均なる引張り荷重を加えた場合、 σ_{max} は内孔の縁で生じ $\sigma_{max} = 3\sigma$ である。ポリカーボネート樹脂の弾性限の応力は約 5 kg/mm^2 であるから、加えた 1.5 kg/mm^2 の荷重によって試料はその全範囲にわたって弾性変形のみを生じていると考えられる*。いま弾性論から理論的に歪分布を求め、ポリカーボネート樹脂のポアソン比 $\nu = 0.35$ として u 方向の

*詳しくは93頁参照。

歪 ε_a を計算し、その等しい点を連ねた曲線群を第2.11図に示した。^{*} 第2.10図の図形で濃度が一定のところは第2.11図の等歪曲線の形とよく一致しており、忠実度よく復調が達成されて歪の分布が光の強度分布として直視できることがわかる。

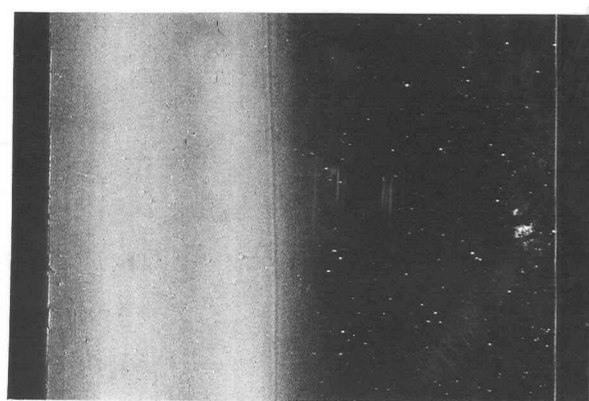
次に§2.2で述べた試料Teにつりての実験結果を示す。

第2.12図(a)は投影レンズに入る ω_c とその側帯波のスペクトルをすべて通したときに得られたもので第2.10図(a)と同じく一様な明るさで変調波に基づくコントラストは生じていない。これに反してFraunhoferの回折面にナイフエッジを挿入して $\lambda \geq \omega_c$ のスペクトルを取除いたときには、先程と同じく図形が観測され、それを第2.12図(b)に示した。いま格子線に直角な u 方向



-0.1 0 0.1 0.2 0.3 0.4 u

(a) ω_c とその側帯波のスペクトルがすべて投影レンズを通過した場合。

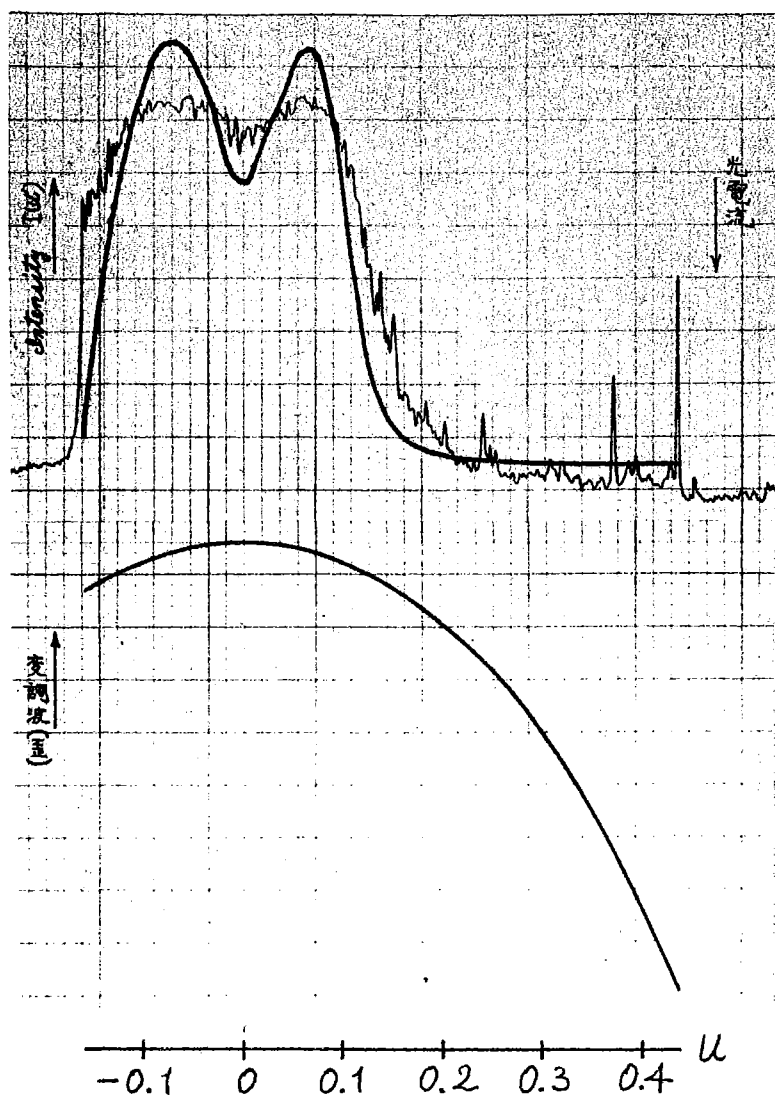


-0.1 0 0.1 0.2 0.3 0.4 u

(b) $\lambda \geq \omega_c$ のスペクトルをナイフエッジで取除いた場合。

第2.12図 風波数変調を受けた試料Teの像。格子線は縦方向である。

^{*} 計算の詳細につりては§3.1および§3.2参照。



(a) 細線：図形を撮影したフィルムを走査して得られた光電流曲線。

太線：光電流曲線より得られた強度分布。

(b) 試料Teの変調波。

オ2.13図 ナイフエッジを用いて得られた試料Teの像面上の強度分布。

にこれを、透過光量と記録された光電流との直線性を十分検討した *microphotometer* で走査した。得られた光電流曲線はオ2.13図(a)に細線で示されたものである。図形の撮影に用いた写真フィルムは富士ネオパンSSであるが、仮にそのガンマを1として光の強度に変換したものをオ2.13図(a)中に太線で示した。また同時に試料Teの変調波を(2.8)およびオ2.3表に基づいてオ2.13図(b)にグラフとして示した。この図にあ

いて $u=0$ 附近で強度に振動が見られ、また $u=0.15$ 附近でその強度は急に変化している。この傾向はオ2.9図(6)と一致しており、この試料Teはオ2.3表に示したとおり最大11.2%の歪があるから高調波の影響によって変化をうけ、忠実度が悪くなっているものと結論される。

上に示した実験において *Fraunhofer* 回折面に挿入されたナイフエッジの位置を ω_c と考えたが、これは次のように説明できる。いま変調波を $m(u)$ とすれば

$$\omega = \omega_c - \omega_c m(u) \quad (2.16)$$

の関係があることはオ1.2ですでに述べた。いまナイフエッジを ω'_c なる位置に置けば ω_c との関係は

$$\omega'_c = \omega_c + \omega_c g \quad (2.17)$$

と書くことができる。ここに $g > 0$ はナイフエッジを ω_c よりも高周波側に置くことを意味し、 $g < 0$ は低周波側に置くことを意味する。(2.17)を(2.16)に代入して

$$\omega = \omega'_c - \omega_c \{m(u) + g\}$$

を得る。この(2.18)と(2.16)とを対比して考えれば、搬送波の周波数を ω_c と考えることによって $m(u) + g$ なるように定数分 g を加えたものを測定することになる。ナイフエッジの挿入位置とそれ時得られる図形の忠実度およびコントラストとの関係はオ2.7図およびオ2.8図にすでに示し、 ω_c なる平均周波数以上のソフトルを削除するのが最も良い方法であることを述べた。オ2.10図の実験例のように歪はすべて伸びで $m(u) > 0$ なるような場合にはもとの ω_c の位置は x 軸上で平均周波数よ

りも高周波側であり、 $g > 0$ なるようにナイフエッジを挿入した場合に相当し、忠実度が非常に悪くなると共にコントラストも急に低下する。したがってナイフエッジを低周波側に移動させて平均周波数のところまで持ってくる必要がある。その平均周波数をいま搬送波の周波数とみなせば(2.17)で示される $g < 0$ なる定数を加えてゼロをその間に含むようになった $m(u) + g$ を測定することになり、良好な測定が可能となる。

2.4 光学楔による復調

§2.3 では不透明なマスク、すなわちナイフエッジを鋭り *pass-band* を持つ *band-pass filter* として用い、復調を達成したが、ここでは §1.3 に於いて述べた光学楔による復調についてさらに詳細な検討を加え、実験結果と共に考察する。

2.4.1 復調の忠実度

変調波を $a_m \omega_m \cos \omega_m t$ とし、光学楔を Fig. 2.14 図に示すごとく挿入した場合の像面上の強度分布は近似的に (1.57) で示された。しかし (1.57) では無視した (1.56) の $n \geq 2$ の項である高調波のために復調された変調波は実際のものとは異なってくる。

ここでは復調して得られた歪分布を示す図形の忠実度とコントラストについて §2.3 のナイフエッジを用いた場合と比較対照して検討する。

光学楔の透過率分布および使用記号などはすべてこれまじのものと同じとする。ここで復調して得た図形の忠実度を調べるために §2.3 で述べた、

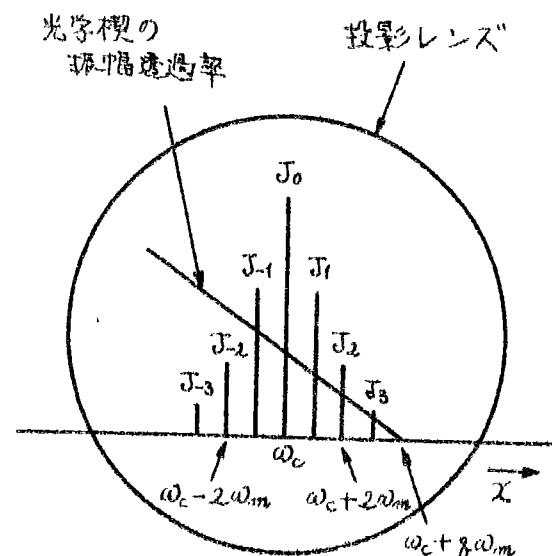


Fig. 2.14 図 光学楔を挿入されたスペクトル面。 J_0, J_1 などはスペクトルの振幅であり、 $J_0(m_3), J_1(m_3)$ などの略。

Klirr factor を計算する。光学楔を用いたときの Klirr factor は (1.56) および (2.13) より

$$K.F. = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \sum_{p+n < g} J_p(m_f) J_{p+n}(m_f) (p-g)(p+n-g) \right\}^2}}{\sum_{p+1 < g} J_p(m_f) J_{p+1}(m_f) (p-g)(p+1-g)} \quad (2.19)$$

となる。一方、像面上の強度分布 (1.56) のコントラストは (2.15) で示したのと同じ定義によって

$$\text{コントラスト} = \frac{2 \sum_{p+1 < g} J_p(m_f) J_{p+1}(m_f) (p-g)(p+1-g)}{\sum_{p < g} \{ J_p(m_f) (p-g) \}^2} \quad (2.20)$$

となる。(2.19) および (2.20) は変調指数 m_f と光学楔の挿入位置 g によってその値は変化するが、 $m_f = -0.5$ および -2 について計算を行った結果を表 2.4 表に示した。それを計算する際に g の値として $m_f = -0.5$ に対しては $g=3$ 、 $m_f = -2$ に対しては $g=6$ と選んだが、これは次の理由による。光学楔の透過率は § 1.3 で述べたごとく $x \geq \omega_c + g\omega_m$ でゼロとなるが、いま方がっているスペクトル全体に光学楔が作用するようにする。すなわち表 2.14 図に示したスペクトルのうち、最大振幅を持つ $J_0(m_f)$ の 1% の振幅値を持つスペクトルの位置に光学楔のゼロ点 g がくるように選んだ。また表 2.4 表にはナイフエッジを $g=-1$ に置

表 2.4 表 周波数変調をうけた格子から得られた信号像の Klirr factor とコントラスト。

変調指数 m_f	-0.5		-2	
	光学楔	ナイフエッジ	光学楔	ナイフエッジ
Klirr factor	0.042	0.084	0.089	0.357
コントラスト	0.001	0.251	0.632	1.133

りて $\lambda \geq \omega_c$ のスペクトルを除いた場合の *Klir factor* とコントラストの値も (2.14) および (2.15) にしたがって計算して併記した。

$m_f = -2$ で $\beta = 6$ のごとく光学楔を挿入したときに得られる像面上の強度分布と (1.56) にしたがって計算したものと図 2.15 に示した。

この曲線の *Klir factor* が、

表 2.4 表の 0.089 に相当している。表 2.4 表のうち光学楔を用いた場合とナイフエッジを用いた場合の *Klir factor* を比較してみると、光学楔を用いた場合の方が *Klir factor* の値は、はるかに小さく、忠実に復調されることがわかる。特に $m_f = -2$ のときはナイフエッジで 0.357 であったものが 0.089 となり、著しく改善される。したがってたゞり変位が導入されるような場合には光学楔を用いれば非常に有益である。一方、 $m_f = -0.5$ のとき、コントラストは光学楔を用いた場合には 0.001 まじり低下する。實際上 0.01 以下のコントラストを検知、測定することはほとんど不可能であり、たゞり変位しか加わらないような場合には光学楔を用いるのは望ましくなり。たゞり変位しか加わらない場合にはナイフエッジを用いる方法は忠実度が高いので、この方を用いるべきである。

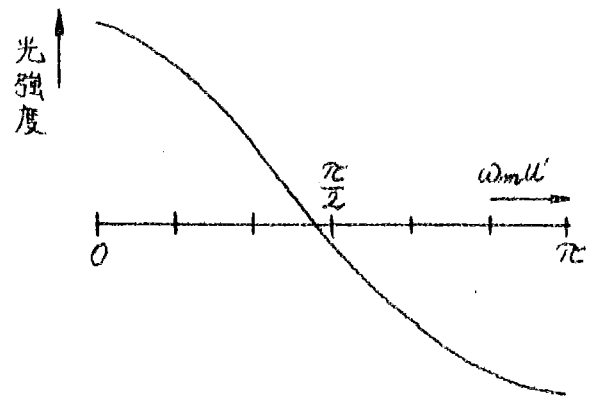


図 2.15 図 光学楔を用いた場合の像面上の強度分布。

変調波: $a_m \omega_m \cos \omega_m u$

$m_f = -\omega_c a_m = -2$

以上のように光学楔を復調素子として用いれば忠実度が改善されることがわかったが、コントラストと兼ね合わせて考えれば、大きく変位が導入されるような場合には復調素子として光学楔を用いるのがよく、また小さく変位しか加わらないような場合にはナイフエッジを用いるのが良い方法であると結論される。

2.4.2 光学楔の作成

本研究に必要な光学楔はその振幅透過率が直線的に変化するものであり、またその幅は側帯波の周波数程度のもので非常に狭い。したがってここでは特にその作成を行った。歪の程度によって側帯波の広がり異なるので、数種の幅を持ったものを作成することとし、二つの方法をとった。

その一つは *straight edge** を焦点はずれにして写真撮影する方法であり、得られたネガフィルムを光学楔として用いた。写真フィルムを光学楔として用いたときに写真粒子による光の散乱をできるだけ避けるために使用フィルムとしては微粒子のものが望ましく、また到達濃度の高いものを用いれば透過率 0~1 間の範囲が広いので光学楔としての利用度が良い。したがってここでは微粒子、硬調である富士ミニコピーフィルムを用い、その指定現像液であるコピーナールによって現像を行った。

* ナイフエッジのことであるが、復調素子として用いたナイフエッジとの区別を明確にするために *straight edge* と呼ぶ。

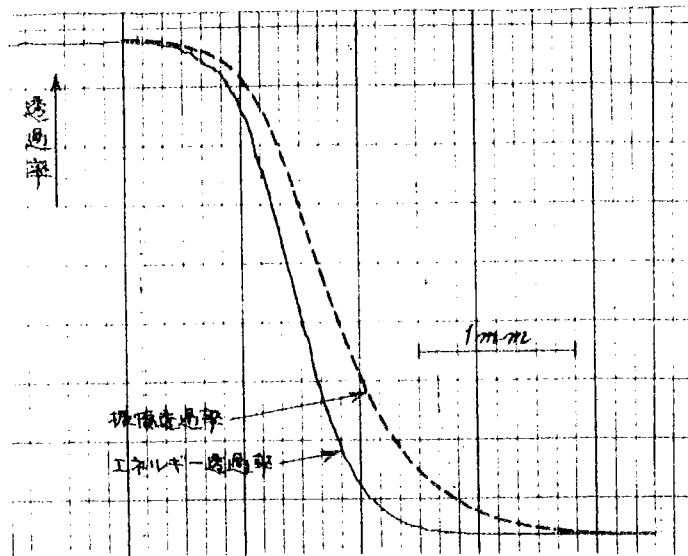


図2.16 *Straight edge* の像を焦点外で撮影して作成した光学楔の透過率。

光学楔の幅は焦点はずれの程度および露出時間によって変化するが、その組合わせを適当に変えて各種撮影し、その透過率曲線を調べて望ましいものを選んだ。図2.16図はその一例で、実線が *microphotometer* で測定したエネルギー透過率であり、破線は

それから算出した振幅透過率を示している。この振幅透過率の直線部を光学楔として用いる。

他の作成方法は次のようである。図2.17図に示したように不透明物体中に適当な形の窓をあけ、下方から *incoherently* に照明して y 方向に等速度で送る。 x 方向には窓が通過することによって Δy の大きさに比例した光量を透過させるから、いまこの不透明物体面に焦点を合わせて窓の通過する間、露光を与えればネガフィルムは濃度差を生じ、

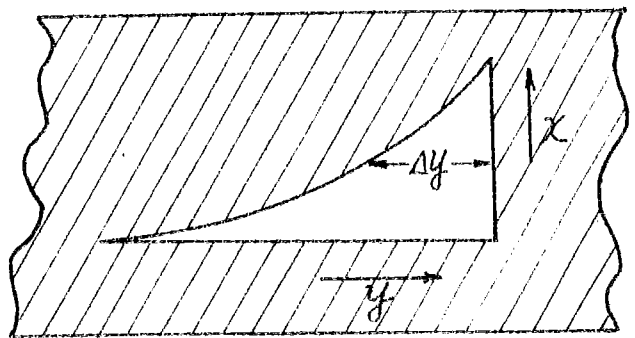


図2.17 光学楔作成のために用いた光量調節方法。不透明物体中にあけられた窓を下方から照明して等速度で y 方向へ送る。

光学楔が作成される。作成された光学楔の透過率分布はこの窓の形状と使用フィルムの特性に影響されるが、フィルムは先と同じ富士ミニコーフィルムを用い、窓の形状を撮影されたフィルムの透過率曲線を参考にしなが

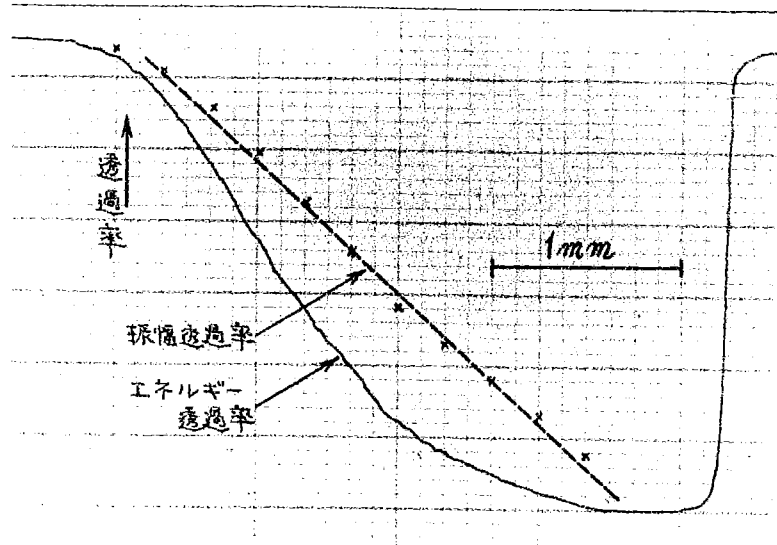


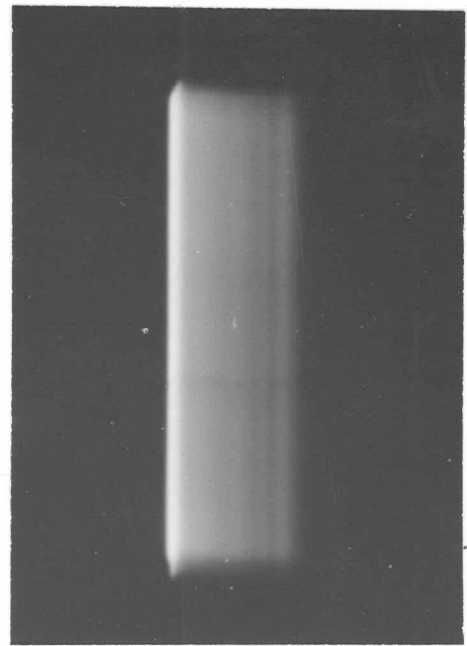
図2.18 不透明物体中にあけられた窓を使用して作成した光学楔の透過率。

りながら少しずつ変えて、振幅透過率が直線的な変化とする光学楔を得た。窓の形状はほぼ図2.17図に示いたものが良好な直線関係を与え、得られた光学楔の透過率曲線を図2.18図に示した。

2.4.3 実験結果および考察

試料Teによる一次のFraunhoferの回折像、すなわち ω_c とその側帯波のスペクトルは図2.19図に示したとおりであり、焦点距離 $f_2=300mm$ のコンデンサーレンズ C_2 によって $0.92mm$ の広がりを持ってゐる。ここで図2.20図に示した勾配の急な透過率を持ってゐる幅の狭い光学楔を、振幅透過率が0.5のところを回折光の広がりの中へ持って来るように回折面に挿入した。

そのときに得られた像を第2.21図に示した。回折面に何も操作を加えなかった第2.12図(a)とくがべると変調波に基づく図形が現われており、光学楔を用いても復調が可能であることがわかる。図形を撮影したフィルムを格子線に直角な方向に *microphotometer* で走査したときに得られた光電流曲線が第2.22図



→
 λ

(a)の細線で示したものである。

第2.19図 同波数変調をうけた試料Teによる Fraunhofer 回折像の広がり。

第2.3の第2.13図で行ったと同

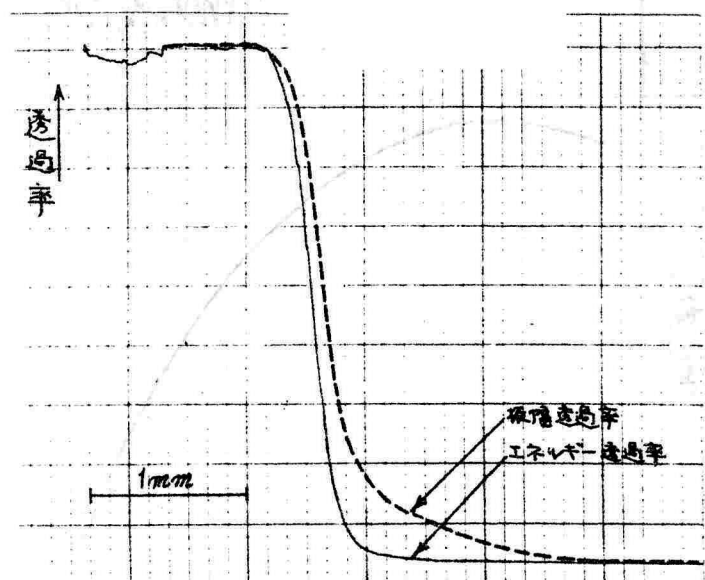
様に写真フィルム上のガンマを1として像面上の強度分布に変換

したものが第2.22図

(a)の太線で示したものである。

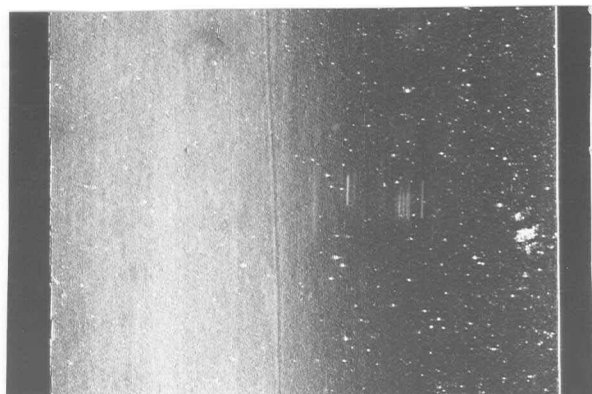
第2.22図(b)

には試料Teの変調波を描いた。

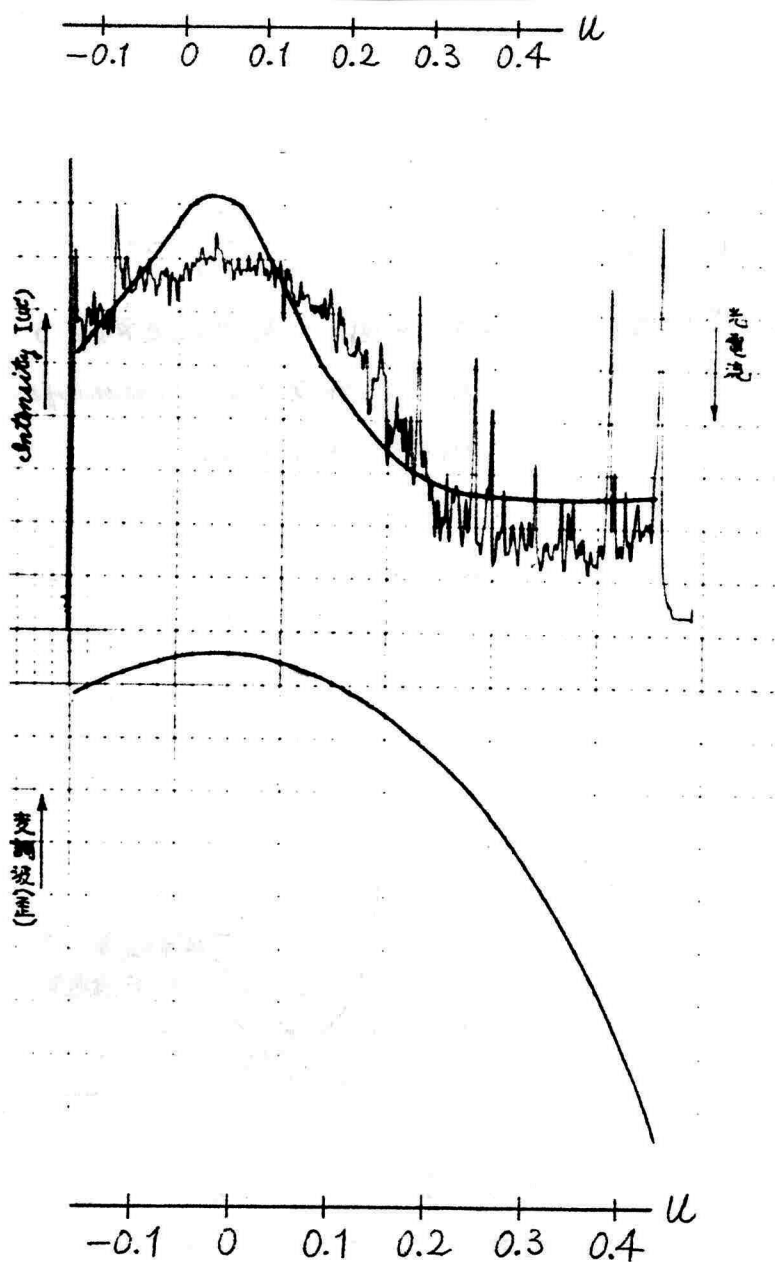


第2.20図の光学楔より幅の広い第2.16図にその透過率を示した光学楔を回折光がすべて

第2.20図 *Straight edge* の像を焦点外で撮影して作成した幅の狭い光学楔の透過率。



才2.21図 幅の狭い光学楔を
 Fraunhofer 回折面に挿入して
 得られた試料Teの像。
 格子線は縦方向である。



(a) 細線：図形を撮
 影したフィルムを走査
 して得られた光電流
 曲線。

太線：光電流曲
 線より得られた強度
 分布。

(b) 試料Teの変調伝達率

才2.22図 幅の狭い光学楔を用いて得られた試料Teの像面上の強度分布。

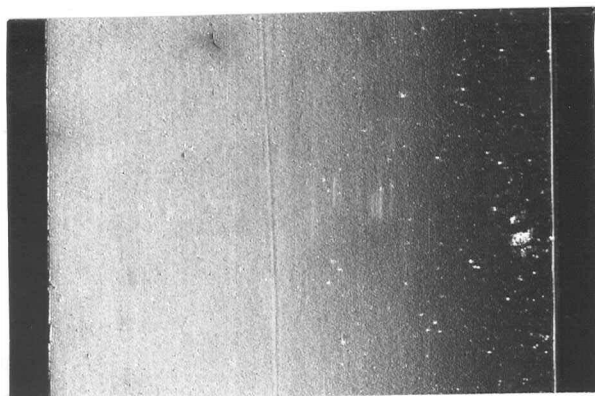


図2.23 幅の広い光学楔を
 Fraunhofer 回折面に入射して
 得られた試料Teの像。
 格子線は縦方向である。

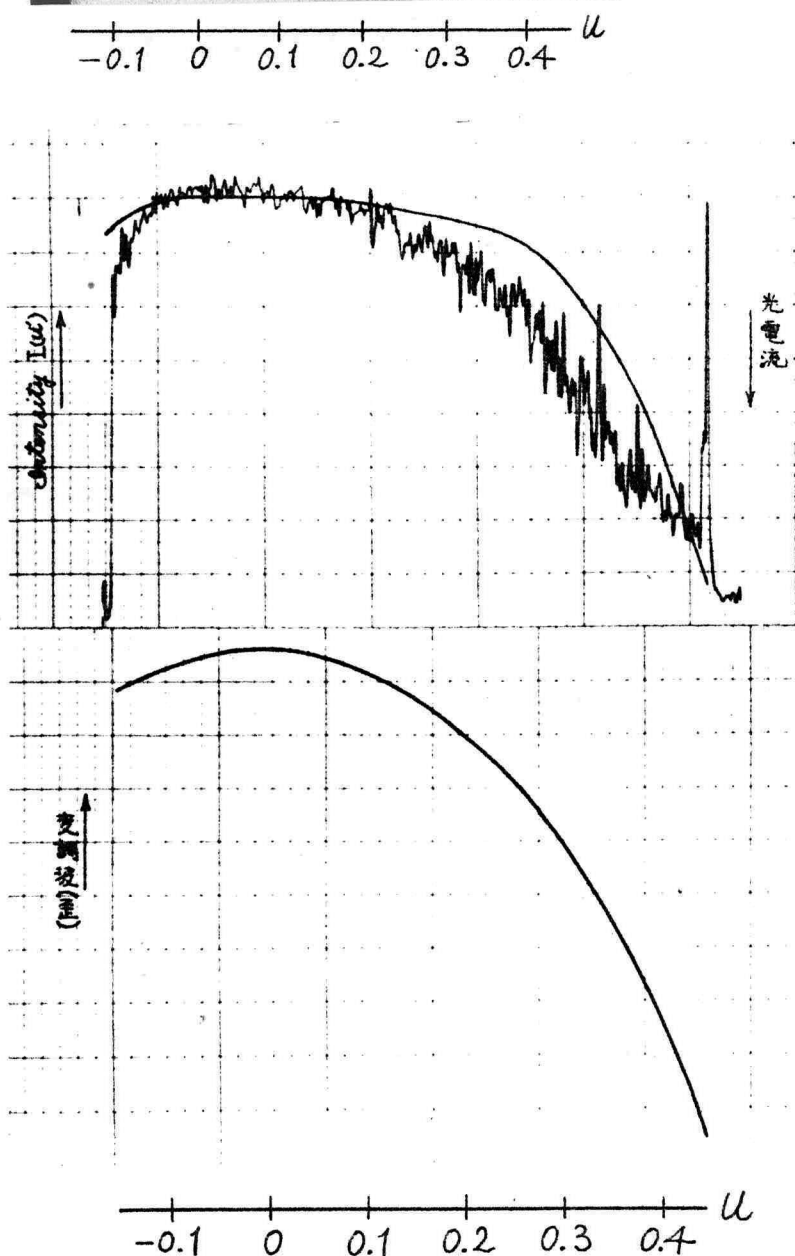


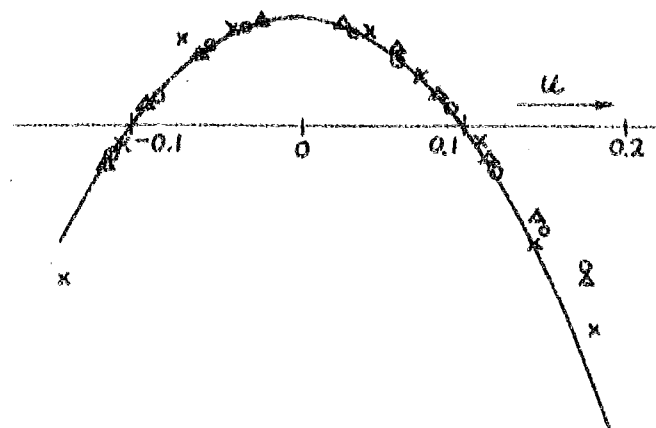
図2.24 幅の広い光学楔を用いて得られた試料Teの像面上の強度分布。

その透過率の直線部に入るように挿入したときに得られた同じものをそれぞれが2.23図および2.24図に示した。

ナイフエッジを用いた場合の強度分布と2.22図(a)のそれとを比較してみると、光学楔を用いた場合は光強度の振動が見えなくなっており、光強度の変化も比較的ゆるやかとなって変調波に近づいている。2.24図(a)の強度分布はさらに変調波に近づいており、これは次のように説明される。2.20図の光学楔は勾配がきつく、その直線部はスペクトルの広がり
の範囲をすべて被っていない。したがって存在するスペクトルの空間周波数に対する透過特性がナイフエッジのようにゼロあるいは1のままで残っている部分がある。これに反して2.16図の光学楔はその直線部によってスペクトルをすべて被うことができているために忠実度が上がっているものと解釈される。

以上はざりたりの傾向を知るために実験例であるが、用いた写真フィルムのH-D曲線を使用波長、露出時間など実験条件と全く同じにして正確に作成し、光学楔も十分スペクトルの広がり内にあるようにして定量的に行った実験例を示す。用いた試料は2.3表に示した下で直径の大きい内筒を使用したためにこの範囲も小さく、また撮影された格子の焦点はずれの影響もほとんどないと考えられるものである。使用した光学楔はその透過率曲線を2.18図に示したものである。ここでは光学楔の勾配と幅を変化させる代りに顕微鏡対物レンズを光学的筒長附近の結像をするように使用して回折光を拡大

し、その拡大率を変えて相対的に光学楔の勾配と幅を変えた。光学系としては、先の第2.1図において Fraunhofer 回折面と投影レンズ間に顕微鏡対物レンズが加わり、回折面の顕微鏡対物レンズによる共軛面が光学楔の挿入面となるのみで、結像関係は同じである。いま回折光の広がり



第2.25図 幅 3.0mm の光学楔を用いて得られた試料 T_6 の像面上の強度分布。

—— 変調波

Δ 回折光の広がり 0.5mm とした場合

$\times$ 回折光の広がり 1.3mm とした場合

$\circ$ 回折光の広がり 1.8mm とした場合

を拡大してそれぞれ 0.5mm 、 1.3mm および 1.8mm とした。したがってその回折光全体は第2.18図で示される幅 3.0mm の光学楔で十分被うことができる。そのように光学楔を挿入したときに復調されて現われた像面上の強度分布を先に述べたごとく正確に写真測光して得られた結果を試料 T_6 の変調波と共に第2.25図に示した。測定は相対強度について行っているので第2.25例においては強度を示す縦軸の倍率を揃えるために $u=0$ および $u=0.1$ で変調波と一致するように換算して打点した。

第2.25図によれば、いずれもよく変調波と一致しており、

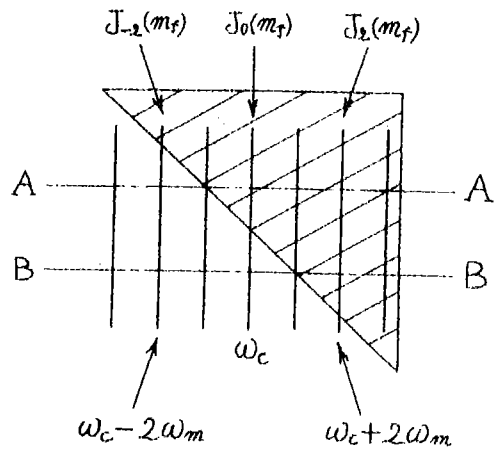
わずかに見られるずれは、作成した光学楔の振幅透過率の直線性からのずれ、散乱光の影響、試料に作成に使用した円筒のゆがみおよび測光誤差などの要因に基づくものと思われる。したがって振幅透過率が直線的に変化する光学楔を *Fraunhofer* の回折面に全スペクトル範囲を被うように挿入すれば、忠実に変調波すなわち歪の分布が復調されることがわかった。

2.5 面積型楔による復調

§2.4 では x 軸にそって振幅透過率が直線的に変化する光学楔を *Fraunhofer* 回折面に挿入して忠実な復調を達成した。線光源は互に *incoherent* な点光源が y' 方向に並んでいると見なされる。したがって線光源による回折像は考えた各点光源要素の共軛な位置で x 方向に広がっているために、一例を Fig. 2.19 図に示したとおり矩形状の広がりを持つ。ここに Fig. 2.26 図に示したように、不透明なマスクの形によって面積的に回折スペクトルの各空間周波数に対する透過光量を調節しても復調が可能である。このようなマスクは回折スペクトルの各周波数に対する透過光量を直線的に減じているものであるから面積型楔と呼び、以下に忠実度、コントラストなどについて理論的、実験的に考察する。

2.5.1 復調理論

回折格子の透過率分布 (1.30)、歪分布を表わす変調波 (1.41) および使用記号などはすべてこれまでのものと同一とする。Fig. 2.14 図に示したスペクトルはその振幅を表わしたものであるが、実際に現われる回折像はスリット像の広がったもので、その様子を Fig. 2.26 図に示した。ここで斜線を施して示したようにその縁が直線である面積型楔を図のように *Fraunhofer* 回折面に挿入する。スリットは §2.1 で考察したように *incoherently*



第2.26図 Fraunhofer 回折面に挿入された面積型楔。 ω_c などとはスペクトルの位置を示し、 $J_0(m_f)$ などとはその振幅を示す。

に照明されているから互に独立な点光源がスリット方向に並んでいると考えられ、その各点光源の共轭位置で回折像は左右に広がっている。いま例えば断面 AA を考えると、それはナイフエッジが $\omega_c - \omega_m$ の位置にある場合に対応し、同じく断面 BB ならば $\omega_c + \omega_m$ の位置にある場合

に対応する。したがって面積型楔は第2.26図の上方から順次動えれば、ナイフエッジを順次移動させてその *pass-band* を変えるときに得られる像面上の各々の強度分布を加え合わせたものに等しい。

ナイフエッジの位置と得られる像面上の強度分布との関係は、すでに §2.3 において求め、それは (2.11) で示された。面積型楔を用いたときの像面上の強度分布はこの強度分布を上述のごとくナイフエッジの位置 g につけて加え合わせて

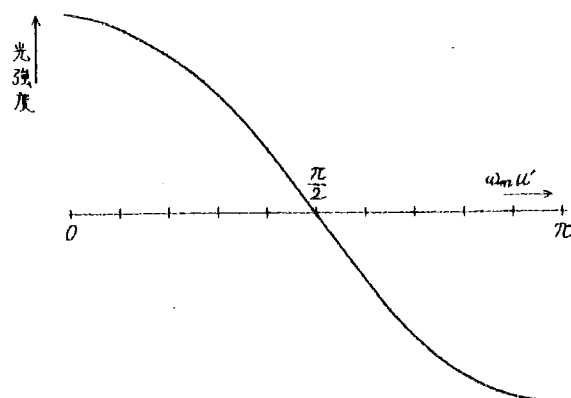
$$\begin{aligned}
 I(u') &= \sum_{g=g_1}^{g_2} \left\{ \sum_{p=-\infty}^{\infty} \{J_p(m_f)\}^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{p+n=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+n}(m_f) \cos n\omega_m u' \right\} \right\} \\
 &= \sum_{g=g_1}^{g_2} \left\{ \sum_{p=-\infty}^{\infty} \{J_p(m_f)\}^2 \right. \\
 &\quad \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sum_{g=g_1}^{g_2} \left\{ \sum_{p+n=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+n}(m_f) \right\} \cos n\omega_m u' \right] \right\} \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

となる。この (2.21) を見ると変調波 $a_m \omega_m \cos \omega_m u$ に対応した

$m=1$ の基本波図形が現われており、復調が達成されていることがわかる。係数が複雑であるが、このまゝでは高調波の影響によって基本波図形がどのように変化するか判別しにくいので、いま一例として $m_f = -2$ および $g_1 = -2, g_2 = 2$ として (2.21) の強度分布を計算した。その結果を図に描いたものが 2.27 図である。ここに $g_1 = -2, g_2 = 2$ は 2.26 図の面積型楔が $\omega_c - 2\omega_m \sim \omega_c + 2\omega_m$ の範囲を被うように置くことを意味している。

面積型楔を用いた場合の強度分布 (2.21) の *Klin factor* は (2.13) の定義にしたがって

$$K.F. = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \left[\sum_{p=g_1}^{g_2} \left\{ \sum_{p+n=-\infty}^g J_p(m_f) J_{p+n}(m_f) \right\} \right]^2}}{\sum_{p=g_1}^{g_2} \left\{ \sum_{p+1=-\infty}^g J_p(m_f) J_{p+1}(m_f) \right\}} \quad (2.22)$$



2.27 図 $\omega_c - 2\omega_m \sim \omega_c + 2\omega_m$ 内を被うような面積型楔を用いたときの像面上の強度分布。横軸は直流成分の値のところへ引いた。

変調波(歪) $A_m \omega_m \cos \omega_m u$

$m_f = -\omega_c \omega_m = -2$

であり、また §2.3 で定義したコントラストは

コントラスト

$$= \frac{2 \sum_{p=g_1}^{g_2} \left\{ \sum_{p+1=-\infty}^g J_p(m_f) J_{p+1}(m_f) \right\}}{\sum_{p=g_1}^{g_2} \left[\sum_{p=-\infty}^g \{ J_p(m_f) \}^2 \right]} \quad (2.23)$$

となる。2.27 図の強度曲線の場合、すなわち $m_f = -2, g_1 = -2, g_2 = 2$ の場合の *Klin factor* および コントラストは (2.22) および

(2.23)にしたがって計算を行い、その結果を
 表2.5表に示した。

表2.4表に示したナイフエッジを用いて復調を行ったときの *Klirr factor* およびコントラストと表2.5表のそれとを

比較すれば、面積型楔を用いたときはナイフエッジを用いたときよりもコントラストは減ずるが *Klirr factor* は小さくなり、密に復調できることがわかる。このことは表2.27図の強度曲線と表2.9図(a)のそれとをくぐべても明らかで、面積型楔を用いた方がその強度分布は変調波である余弦曲線に近づき、ほど等しくなっている。

表2.5表 周波数変調をうけた
 格子が与えられた信号像の
Klirr factor とコントラスト。

変調指数 m_f	-2
復調素子	面積型楔
<i>Klirr factor</i>	0.036
コントラスト	0.664

2.5.2 面積型楔を改良した方法による復調

面積型楔の原理はナイフエッジをスペクトル面で移動させたものに相当したが、これと同じことは次のようにしても可能である。表2.28図に示したように、いま光源スリットの幅を広げ、このスリットは *incoherently* に全面一様強度で照明されているとする。光源上 $x'=0$ にある D_0 で示された図に垂直な線光源要素による一次回折光の中心がスペクトル面上で D_0 の位置にあるとする。このとき $x'=\Delta x$ にある例えば D_1 で示した線光源

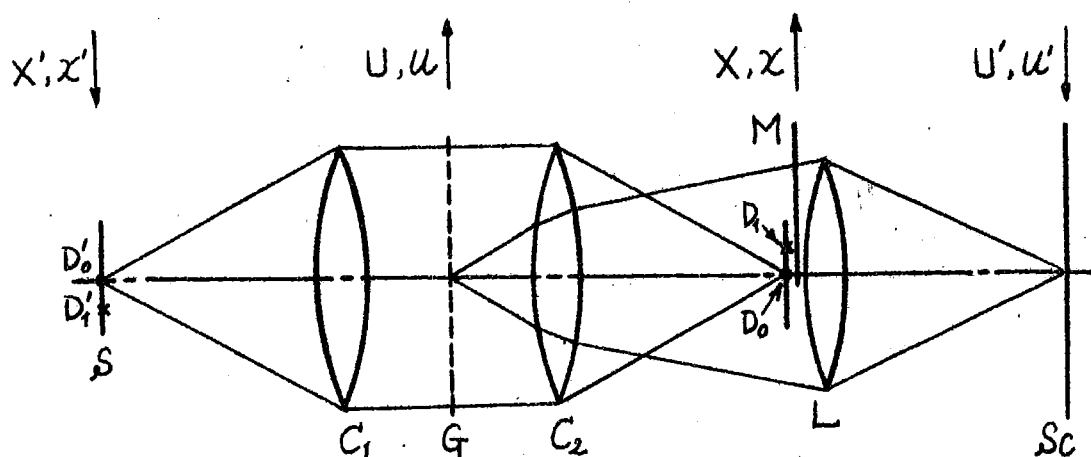


図2.28 光源幅を持った測定光学系。

S : 矩形光源 C_1, C_2 : コンデンサーレンズ L : 投影レンズ

M : マスク Sc : スクリーン G : 試料の回折格子

要素による一次の回折光の中心は D_0 から ΔX だけ離れた D_1 となる。光源は *incoherent* であるから、その位置を連続的に変化している独立な線光源要素の集まりと考えられ、図示したようにナイフエッジを挿入すれば各線光源要素の位置に応じて相対的にナイフエッジの位置が変化したものとなり、ナイフエッジを移動させたのと同じ効果が得られる。このようにすればその原理は面積型楔と全く同じであり、忠実度よく復調できる。この場合、面積型楔の幅に相当するものは光源幅であるが、実験上それを調節する必要はない。例えば光源 S が $X' > 0$ の方向に広がっているとしても、 X' が大きいところにある線光源要素によるスペクトルはすべてナイフエッジによって遮へいされ、結像に関与しない。これより光源幅はナイフエッジの位置によって調節されることがわかり、その調節は容易である。

また以下に述べる方法によっても面積型楔と同じ効果が得られる。これまではすべて単色光であったが、ここで波長幅を持っている光を用いた場合を考える。光源は線光源としたとき *Fraunhofer* 回折面上で観測される ω_c は波長によってその位置を異にする。すなわち回折格子によって分光される。以上説明の簡単のために光源中 $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ の三波長の光に注目する。試料によって生じる回折光の ω_c の位置を *Fraunhofer* 回折面の実座標 X 軸上に描けば図2.29図のようになる。例えばナイフエッジを図示した位置に置けば、波長 λ_1 および λ_2 の回折光に対してナイフエッジは高周波側にあり、波長 λ_3 のものに対しては低周波側にあって相対的にナイフエッジの位置が異っている。光源に含まれている全波長について考えればナイフエッジを回折面で連続的に移動したものに等しくなっており、波長が異なれば光は *incoherent* であるから像面で各波長によって生じた図形の強度は加え合わされ、波長依存性のみ写真フィルムあるいは検知器でその強度を測定すれば面積型楔の場合と全く同じとなる。

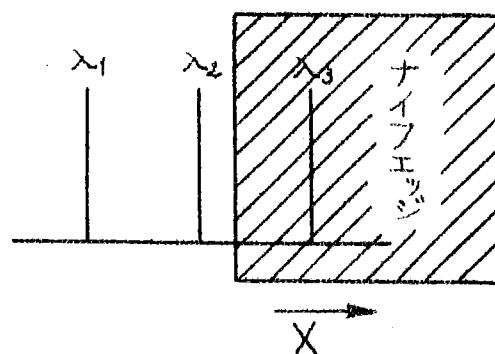


図2.29 波長幅を持つ線光源を用いた復調。図は波長 λ_1 , λ_2 , λ_3 の光による ω_c の位置を示す。

前述した方法は光源幅を広げて ω_c の位置の広がりを得たが、後の方法は用いる光の波長幅を持たせて同じことを行。たも

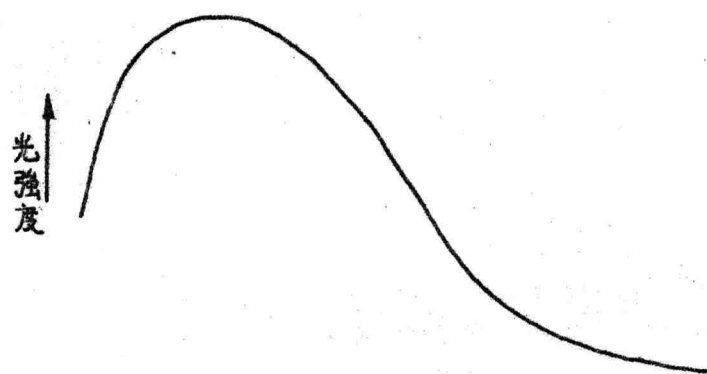
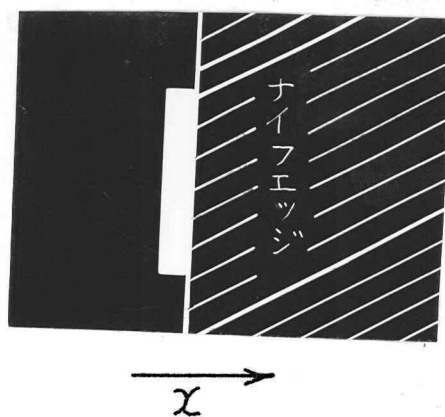
のである。したがって光源の各波長に対する強度は使用する全波長につりて同じであることが必要であり、また短波長側はその波長分布曲線が矩形的な立上りを持たなくてはならない。この場合、面積型楔の幅は波長幅となるが、光源幅を広げた場合と同様に実験上波長幅を調節する必要はなく、ナイフエッジの位置によって行われる。

以上の二方法によれば単色の線光源を用いるよりも光学系を非常に明るく使用でき、格子線のコントラストが悪くて回折光が弱りような場合に有利となる。

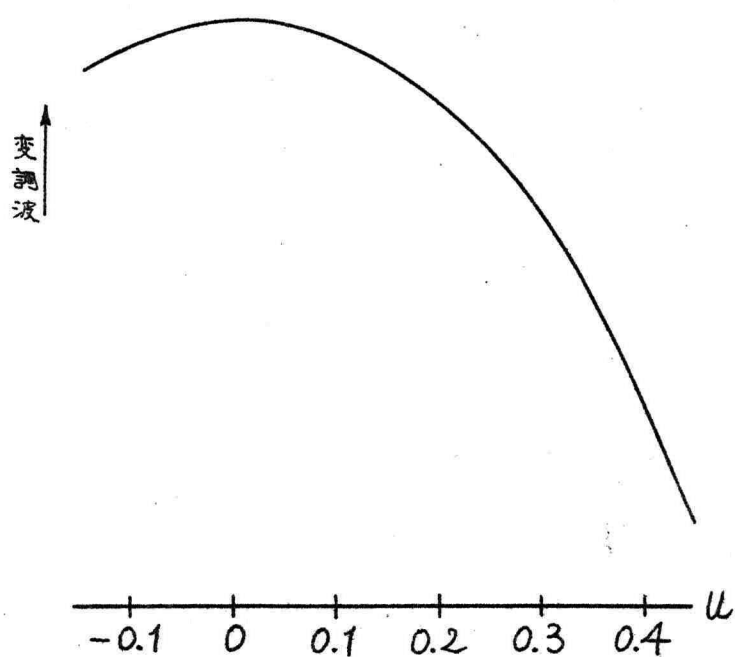
2.5.3 実験結果および考察

以下に示す実験例の試料は表2.3のT₁で、光源幅を広げ、ナイフエッジを挿入する方法によって面積型楔の原理を達成した。§2.1で述べたごとく本実験装置において、光源面はほとんど *incoherently* に照明されている。ここで光源面を一様に照明するために光源面上に結ばせる水銀灯の像はやゝ焦点はずれとした。一次回折光のマスク状態を表2.29図に示したが、この写真が極硬調に仕上げてあるために、一つの線光源要素による回折光を考えれば表2.19図に示した回折光の左方にある最大強度のみが現われており、それが光源の広がりだけ撮影されている。表2.29図に示されている部分の光源幅は 0.56 mm であり、回折面ではコンデンサーレンズ C_1 および C_2 の組合せによって 0.84 mm に拡大されている。したがって図で

図2.30図 幅を持った光源を用いたときのマスク状態。



(a) 写真測光によって求めた強度分布。



(b) 試料Teの変調波。

図2.31図 幅を持った光源とナイフエッジを組合わせて面積型楔の原理を達成して得られた試料Teの像面上の強度分布。

最も左の線光源要素について考えれば、回折光はそこから右へ約 0.92mm の広がりを持っているのでナイフエッジによってその高周波側の一部はマスクされている。ナイフエッジの端にある線光源要素については、そのほぼ全部のスペクトルがマスクされ、左への広がりほとんどないと考えられる。したがって光源幅は約 0.56mm で、本実験では通常 § 2.1 で示したごとく幅 20μ の光源スリットを用いているから、この場合光学系は約 30 倍の明るさを持っており、像の撮影は低感度フィルムで可能であった。

像面上の強度分布を写真測光して得た結果を Fig. 2.31 (a) に示し、比較のためにこの試料 T_2 の変調波を Fig. 2.31 (b) に描いた。この (a) および (b) を比較してみると $u > 0.25$ ではやゝ変調波の形とずれてきているが、ナイフエッジを挿入したときに得られた強度分布 Fig. 2.13 (a) と対比して考えてみると光強度の振動が見られなくなっており $u = 0.15$ 附近の強度変化もゆるやかとなって変調波に近づいており、ナイフエッジを用いた場合よりも忠実に復調できていることがわかる。

このように面積型楔を用いた方法、あるいはそれを改良した光源幅を広げる方法などによる復調は、ナイフエッジを用いたものよりも忠実度が高いが、面積型楔は特にその製作は必要でなく、単にナイフエッジを傾ければよいので方法としても簡単である。

2.6 色差による復調

これまでの復調方法は、変調波すなわち歪の分布を試料の像面上に光の強度分布である歪図形として取出し、測定を行うものであった。ここでは以下その歪図形を色差として取出す方法についで検討を加える。

2.6.1 復調の原理

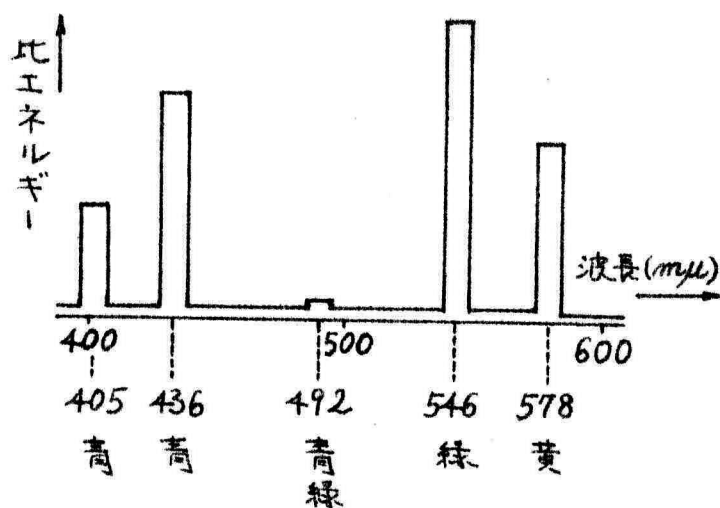
いま説明の簡単のために光源は二つの波長 λ_1 および λ_2 のみを含んでおり、 $\lambda_1 < \lambda_2$ とする。図2.29図で示したように *Fraunhofer* 回折面で観測される ω_c の位置は波長によって異なり、 λ_1, λ_2 が十分離れておれば λ_2 のみに光学楔を挿入するなど種々 *spatial filtering* を施すことができる。その結果、波長 λ_2 の光による強度分布が像面上に生じる。波長 λ_1 の光による ω_c とその側帯波は回折面で何ら操作を加えられことなく、投影レンズを通過するために、一様強度の λ_1 なる波長の色を試料の像全面に与える。したがって像面では波長 λ_1 の色の上に波長 λ_2 の色が加わるが、波長 λ_1 の色の強度は試料像全面にわたって一様であり、波長 λ_2 の色は歪分布に応じて強度分布を保持しているので、混合色となったものには色差が生じる。

このような原理のもとに変調波を色差として検出することができ、背景を与える色は必ずしも単色光による色である必要はなく、混合色であってよい。また白色光を用いるこ

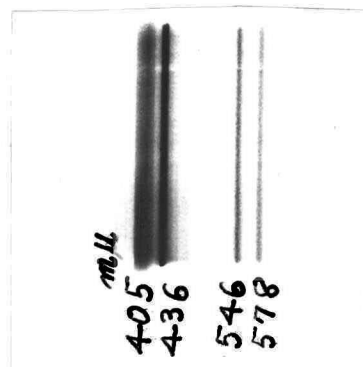
とも可能であるが、回折面上で特定の位置に置かれた光学楔などの復調素子による *filtering* のされ方は波長によって異なる。したがってこの場合、背景の色に加える図形の強度分布は各波長によって異なるようになる。

2.6.2 実験結果および考察

光源として用いた超高圧水銀灯の波長分布は第2.32図の通りである。試料の回折格子によって図に示したような横軸、縦軸の割合で青色から赤色まで分光され、その一次光を第2.33図に示した。これまでの実験では多層膜干渉フィルターを用いて、そのうち546 $m\mu$ の単色光のみを使用していたが、ここではその干渉フィルターを除去して実験を行った。



第2.32図 超高圧水銀灯の波長分布。



第2.33図 回折格子によって得た超高圧水銀灯の波長分布。

第2.34図および

第2.35図に示した結果

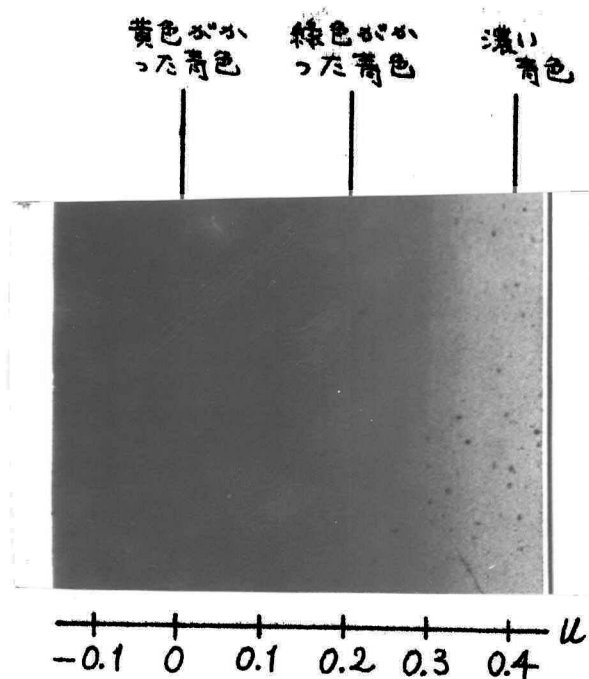
(第2.32図に対応する)

は、先のオ2.10図と同じ試料によって得たものであり、円孔を有する平板に一樣な引張り荷重が加えられている。これまでもと同じように一次光のみを投影レンズに入れることとし、オ2.34図は赤色側から緑色の波長 $546\text{m}\mu$ の位置にナイフエッジを挿入したものである。この場合青色の光は *Fraunhofer* 回折面でナイフエッジから十分離れているのでそのスペクトルは何ら操作を加えられることなく投影レンズを通過し、試料全面に一樣な青色を生じる。この上にオ2.10図(ハ)に示した緑色の図形が重なって現われている。色としてはオ2.36図に示したCIE色度図で $405\text{m}\mu$ および $436\text{m}\mu$ の混色のA点と $546\text{m}\mu$ のB点とを結ぶ直線AB上の色となる。最もよく伸びている円孔直下あるいは直上では緑色が多く、

色度図の中心部へ寄った白さがかった青色となっており、最も伸びの少ない円孔の左右ではA点の色のまゝの濃い青色となっており、オ2.11図に示した歪量するわち変調波に応じて色が異なっている。

したがって変調波は色差として復調されていると言える。

オ2.35図はオ2.33図に



オ2.38図 光学楔を用いて得られた試料T₂の像の色。格子線は縦方向である。

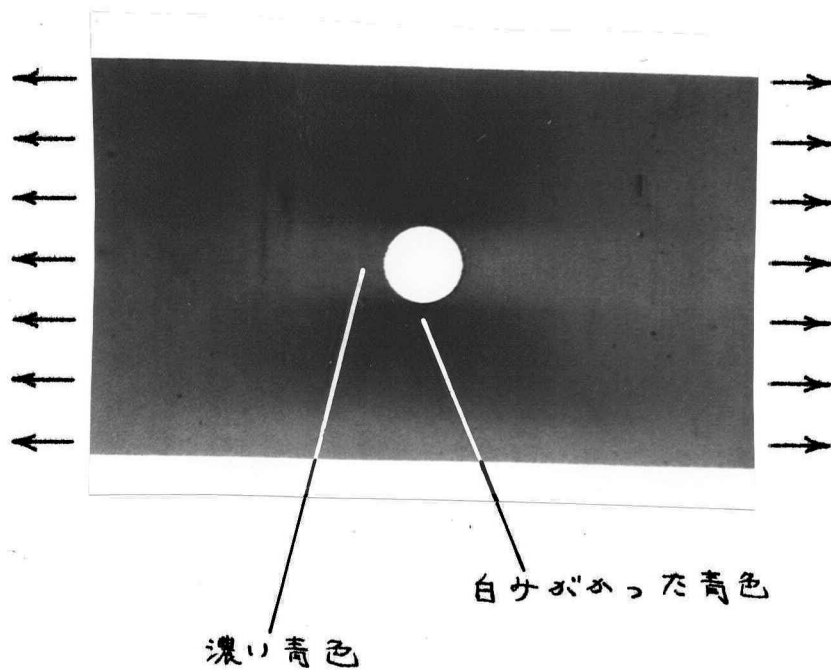


図2.34図 円孔を有する平板に一様な引張り荷重を加えたときの色図形。青色の光を通し、緑色の光 $546m\mu$ の位置にナイフエッジを挿入した。写真はカラーリバーサルフィルムから直接印画紙へ焼付けたものである。

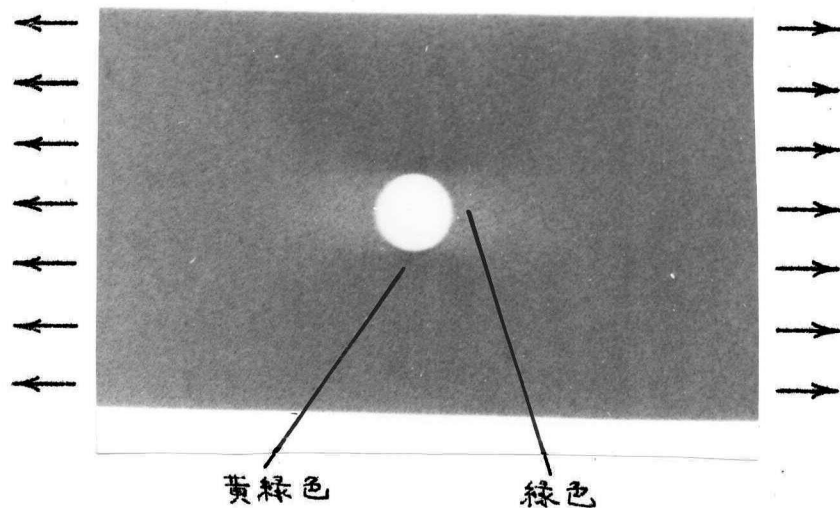


図2.35図 円孔を有する平板に一様な引張り荷重を加えたときの色図形。緑色の光を通し、黄色の光 $578m\mu$ の位置にナイフエッジを挿入した。

大で、色としてはそれぞれが2.34図のものはA点附近、
が2.35図のものはB点附近となっている。マッカーラムの識別
域楕円をが2.37図に示したがB点附近の識別域楕円はA点附
近のものよりも大きく、また直線ACは直線ABよりも短かいた
めにB点附近は色の識別が悪い。これよりが2.34図に示した
青色と緑色の組合わせの方が識別の感度がよいということが
説明されると共に、適当な色の組合わせを選ぶことによって
さらに感度よく観測できる可能性がある。

色差による復調も背景に色を加えるのみであって原理的に
はこれまでの復調方法と同じである。したがって図形を出す
には、忠実度などこれまで述べた各復調方法の特徴を生かす
ようにしなければいけなり。が2.38図は光学楔を用いた例で、
試料はが2.3表のTeである。青色の光をすべて投影レンズに
入れ、光学楔の透過率0~1の範囲が546 $m\mu$ の緑色および
577.~579 $m\mu$ の範囲を被うようにして得られた。試料像面で
は青色の上に緑色と黄色の混色の図形が加わることになり、
 $u=0$ 附近では黄色がかった青色、 $u=0.2$ 附近では緑色がかっ
た青色となって、変調波に応じて色差となって現われている。

2.7 まとめ

Fraunhofer の回折面に種々のマスクを挿入して搬送波の ω とその側帯波に *spatial filtering* を施せば歪をうけた回折格子から試料の像面上に歪分布を検出できることが理論的、実験的に明らかとなった。その場合、測定は線光源に垂直方向の試料断面につけて行っており、像面上その断面の共軛位置で検出される。したがって光学系全体を考えれば、平面回折格子はその各断面の積み重ねで全面を測定していると考えられることができる。

マスクとして鋭い直上りの *pass-band* を有するナイフエッジを用いた場合は方法として簡単であり、復調されて現われる図形は歪量の小さいときにも良好なコントラストを持っており、また忠実度も良い。しかし歪量が大きくなるとその忠実度は悪くなる。図形の忠実度とコントラストとを兼ね合わせて考えれば歪をうけた回折格子の平均周波数のスペクトル位置に、そのナイフエッジを挿入してそれよりも高周波数のスペクトルを除去するようにするのが最も良い方法である。

またマスクとして直線的な変化をしている振幅透過率を持つ光学楔を用いたときは、ナイフエッジを用いたときよりも忠実度が良く、特に回折光の広がり、すなわち側帯波の広がりとその透過率の直線部で完全に被うようにすれば正しく復調される。しかしコントラストはナイフエッジを用いた場合よりも低下し、それは歪量の小さいときに著しい。したがって歪量の

小さいときにはナイフエッジを、大きいときには光学楔を用いるようにするのが望ましい。

さらに *Fraunhofer* の回折像は矩形状の光がりを示すが、ここへ面積型楔を挿入する方法によっても復調でき、ナイフエッジを用いた場合よりも復調の忠実度は向上する。この面積型楔の原理と同じことが、光源スリットの幅を増しても達成でき、また波長幅を持った光源を使用しても同様に達成できることが示された。この場合、復調の忠実度などは当然面積型楔を用いた場合と同じであるが、単色の線光源を用いるよりも光の利用率が高く、光学系を非常に明るく使用でき、格子のコントラストが低くて回折光が弱いような場合には有利となる。

以上の諸方法によって歪分布は試料の像面上で光の強度分布として検出されたが、これに特定の色を一様に加えることにより色差として歪分布を検出でき、加える色を適当に選べば感度良く測定されることが明らかとなった。

第3章 平面応力による歪の測定

第2章では線光源に垂直な試料断面についで歪分布が、像面上その断面の光軸位置で光の強度分布あるいは色差として測定されることを変調波の復調という立場で述べた。平面試料の場合、加えられる荷重は平面応力であるのが一般で、そのとき線光源に垂直な断面方向の歪分布だけでは試料内任意方向の歪を決定することができない。ここでは回折格子を用いた本測定法によっていかにその任意方向の歪を決定するかについて考察する。これには三試料を用いる方法および一試料を用いる方法の二つが考えられ、それぞれ§3.2および§3.3で述べる。

平面応力とは二次元応力のことであって x 方向の応力成分 σ_x 、 y 方向の応力成分 σ_y および剪断応力 τ_{xy} の三応力成分によって記述される。いまこの平面応力が試料に加えられたとき、平面試料は厚み方向にも変化し、そのために試料を通る光波に位相変化が与えられ測定に大きく影響する。まず§3.1ではこの荷重に基づく試料の厚み変化を補正する方法について検討を加える。

最後に§3.4で、本測定法による測定感度について考察を行う。

3.1 荷重に基づく試料の厚み変化の補正

試料平面は u v 面であったが、いまこれと垂直方向に w 軸をとっておく。試料に平面応力が加えられた場合、存在する歪成分は歪成分と応力成分の関係より

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_u &= \frac{1}{E} (\sigma_u - \nu \sigma_v) \\ \varepsilon_v &= \frac{1}{E} (\sigma_v - \nu \sigma_u) \\ \varepsilon_w &= -\frac{\nu}{E} (\sigma_u + \sigma_v) \\ \gamma_{uv} &= \frac{1}{G} \tau_{uv} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

となる。¹⁵⁾ ここに E はヤング率、 G は剛性率、 ν はポアソン比である。このうち ε_w は (3.1) より

$$\varepsilon_w = -\frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_u + \varepsilon_v) \quad (3.2)$$

となり、 $\varepsilon_u, \varepsilon_v$ が定まれば一義的に定まるものであって、平面応力による歪の測定は $\varepsilon_u, \varepsilon_v$ および γ_{uv} を対象とすることになる。しかしこの ε_w の存在のために荷重を加えられた平面回折格子の試料は w 方向にも変化し、場所によって厚さが異なってくる。そのために試料を通過(あるいは反射)する光波には位相の変化が生えられ、得られる像の強度分布に誤差が生じてくる。物体は (1.17) で示されたとおり、明暗分布および位相分布の結合された形で書き表わすことができるが、試料の厚み変化は物体の位相分布となる。Fraunhofer の回折像は (1.26) のとおり物体 $O(u)$ のフーリエ変換の形で表わされるが回折像の振幅分布には変化が生じ、それの函数として示される像の強度分布は実際と違ったものとなる。

また物体の位相分布を変化させるものは厚み変化だけでなく、例えば表面に回折格子を転写した樹脂材料に荷重を加えた場合、歪に応じて屈折率の変化も生じ、試料を通る光の光路差が変化するために同じこと起きる。

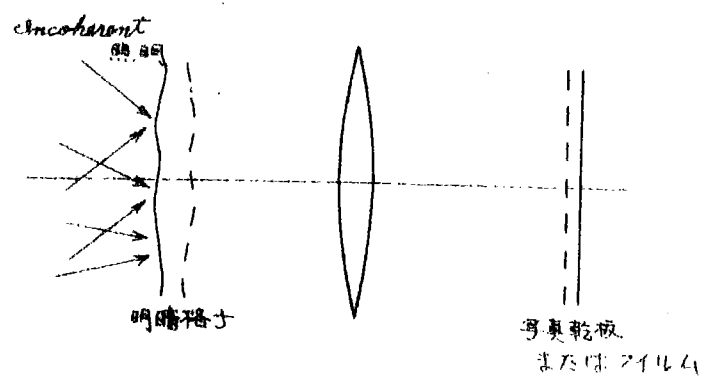
このような光波の位相変化の影響を補正するために次に述べる方法をとる。§1.1の結像理論は一般的なものであるから本研究の測定光学系以外のものに対しても成立する。いま物体を照明する光が *incoherent* である場合を考える。このとき *coherence factor* γ_{12} は $u_1 = u_2$ で $v_1 = v_2$ のとき以外は $\gamma_{12} = 0$ であり、 $u_1 = u_2$ で $v_1 = v_2$ のときは $\gamma_{12} = 1$ であるから (1.17) は

$$I(u', v') = \iint_{-\infty}^{\infty} |O(u, v)|^2 |t(u' - u, v' - v)|^2 du dv \quad (3.3)$$

となる。この式によれば、物体を *incoherently* に照明した場合像の強度分布は物体の明暗分布 $|O(u, v)|$ のみに関係して、位相分布には無関係となる。したがって、いま荷重を加えられた試料を第3.1図のご

とく *incoherently* に照明し、その格子像を写真撮影すれば、得られた格子像は厚み変化などによる物体の位相分布に関係のなり歪んだ状態の明暗格子である。

写真撮影を行うこと



第3.1図 試料の厚み変化の影響
を写真撮影により補正する方法。

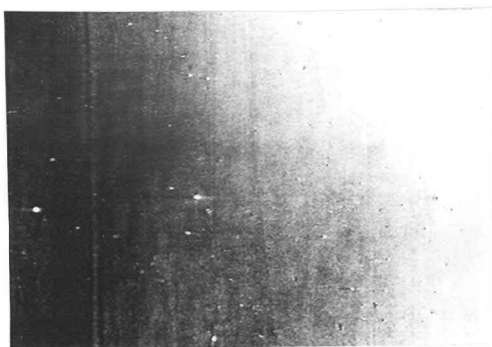
は u v 面へ投影された格子像を得ることであるが、 ε_u , ε_v および γ_{uv} はそれぞれが 1.6 図に示した記号を用いて

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_u &= \frac{\partial S_u}{\partial u_0} = \frac{\partial \Delta u}{(1 - \frac{\partial \Delta u}{\partial u}) \partial u} = \frac{\partial \Delta u}{\partial u} \\ \varepsilon_v &= \frac{\partial S_v}{\partial v_0} = \frac{\partial \Delta v}{(1 - \frac{\partial \Delta v}{\partial v}) \partial v} = \frac{\partial \Delta v}{\partial v} \\ \gamma_{uv} &= \frac{\partial S_u}{\partial v_0} + \frac{\partial S_v}{\partial u_0} = \frac{\partial \Delta u}{\partial v} + \frac{\partial \Delta v}{\partial u} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

のごとく v 方向の変位成分には無関係に求まり、何らさしつかえがないことがわかる。

したがってこのように *incoherently* に照明し、歪んだ状態の格子像を撮影した写真フィルムを実際の測定光学系に対する試料として用いた。この場合、写真フィルムにも図 3.2 図に一例を示したようにシュリーレン法で十分認められる程度の厚みむらがある。したがって図 2.5 図で説明したようにフィルムを二枚の

optical parallel で保持し、その



10mm

図 3.2 図 シュリーレン法によって得られた写真フィルムベースの厚さむら。

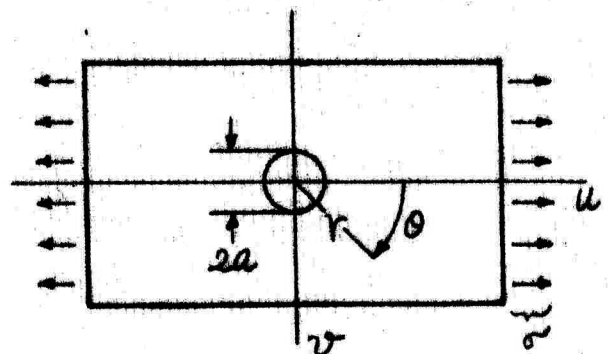


図 3.3 図 一様な引張り荷重を加えられた中央に円孔を有する平板。

フィルムと *optical parallel* 間にフィルムベースと屈接率の等しい液で浸漬して用いることが必要である。

いま図 3.3 図のごとく中央に内乱を有する平板に一樣な引張り荷重が加えられたとき、変形が弾性変形であればその応力は弾性論より極座標表示して

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\sigma}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{\sigma}{2} \left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{\sigma}{2} \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= -\frac{\sigma}{2} \left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

で与えられる。¹⁵⁾ここに記号は図 3.3 図に示したとおりである。

これを直角座標 uv に変換すれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u &= \sigma_r \cos^2 \theta + \sigma_\theta \sin^2 \theta - 2\tau_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_v &= \sigma_r \sin^2 \theta + \sigma_\theta \cos^2 \theta + 2\tau_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{uv} &= (\sigma_r - \sigma_\theta) \sin \theta \cos \theta + \tau_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

となる。これを (3.1) に代入して ϵ_u を求めれば

$$\begin{aligned} \epsilon_u &= \frac{\sigma}{2E} \left\{ \left(2 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right) - 3\frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta - \left(4\frac{a^2}{r^2} - 6\frac{a^4}{r^4}\right) \cos^2 2\theta \right\} \\ &\quad - \nu \left\{ \left(-2\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right) - \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta + \left(4\frac{a^2}{r^2} - 6\frac{a^4}{r^4}\right) \cos^2 2\theta \right\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

である。(3.7) は $\cos 2\theta$ の函数であるから u 軸および v 軸に関して対称、すなわち原点に関して対称である。

ここで 3.0 mm のポリカーボネートをベースとした写真乾板を用いて、その表面に 40 本/mm の明暗格子を転写した。それを成形して格子線に垂直方向から圧縮荷重を加え、Fraunhofer 回折面にナイフエッジを挿入して得られた図形を図 3.4 図に示した。圧縮荷重は (3.7) において $\sigma < 0$ であり、その歪分布は

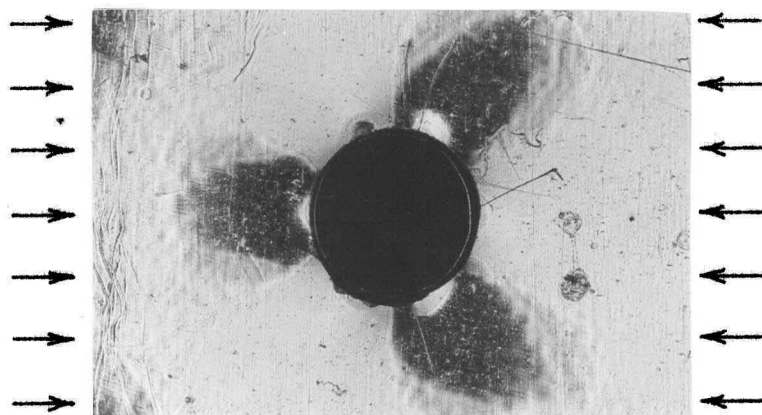


図3.4 円孔を有する平板そのものを試料としたときに得られた図形。格子線は縦方向である。

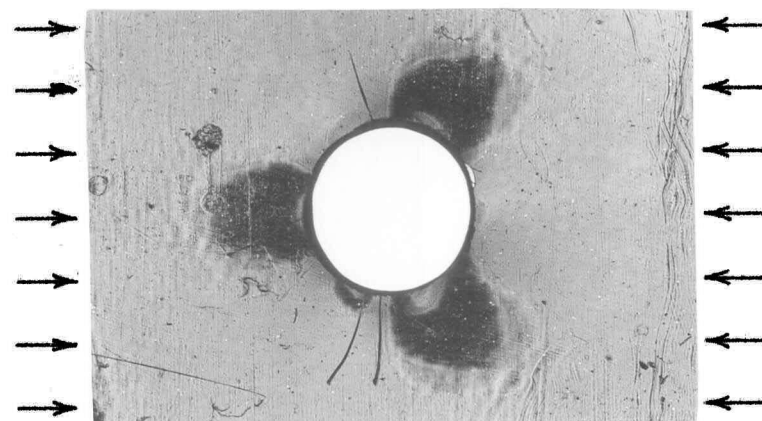


図3.5 シュリーレン法によって得られた図形。ナイフエッジの端は圧縮方向に直角である。

引張り荷重のときにくらべて符号が逆となるだけであるが、この図形を見ると原点に対称でなく、 45° 方向の歪成分を現わしてはいない。

図3.5図は図3.4図に示したのと同じ試料についで、*Fraunhofer* 図断面でゼロ次光の位置に同じ方向からナイフエッジを挿入して得られ

た図形である。すなわちシュリーレン法によって得たものである。現われているこの図形は圧縮軸方向に関する厚み変化に基づくもので、²⁹⁾ 図3.4図の図形とその形は一致している。したがって図3.4図の図形は厚み変化に基づくものであることがわ

かる。これに反して上に述べたごとく厚み変化などの補正をして実験を行った結果は次の§3.2の才3.7図の図形で、実験誤差の範囲で原点に関して対称であり、また才3.10図の等歪曲線と比較してみると正しく測定できていることがわかる。

以上のように荷重状態にある格子を *incoherently* に照明して撮影した写真フィルムを実際の測定光学系に対する試料とすれば試料の厚み変化などの影響を取除くことができるが、その他に次のような特徴も持っている。回折格子によって発生した空間的搬送波の変調、復調というこれまで述べて来た事柄は透過光学系あるいは反射光学系の区別なく考えられるものであるが、このように歪んだ格子像を写真撮影する方法をとれば、不透明試料に対する測定も特に反射光学系を必要としな。また荷重装置と光学系とを分離することができ、そのために荷重装置に対する制限がなくなり、複雑な荷重を加えることも可能となる。さらに試料に加える荷重を順次増していったような場合、その各段階の歪んだ格子の状態が写真フィルムに撮影されてそのまま保存でき、必要に応じて後から測定光学系に供して検討することができる。また試料に転写した回折格子の格子間隔を撮影倍率を変えることによって測定光学系に適するように調節することができる。

3.2 三試料を用いる方法

§1.2で考察したように搬送波を与える荷重前の回折格子の格子線を v 軸に平行に置いたとすれば、荷重によって歪んだ回折格子の v が一定の断面は u 方向の歪成分 ϵ_u を変調波として空間周波数変調されているとみなされる。つまり3.6図(b)のごとく格子線の方角を u 軸に平行に置く。このとき§1.2に示した各式において u と v が互に入れ換わるのみであり、 u が一定の断面を考えると ϵ_v によって周波数変調されていることがわかる。また格子線の方角を3.6図(c)のごとく v 軸と異なる角度だけ傾むけて置いた場合を考え、その方向の座標軸を v_0 、それに直角方向の座標軸を u_0 とする。この場合も§1.2に示した各式において u を u_0 、 v を v_0 に入れ換えて考え

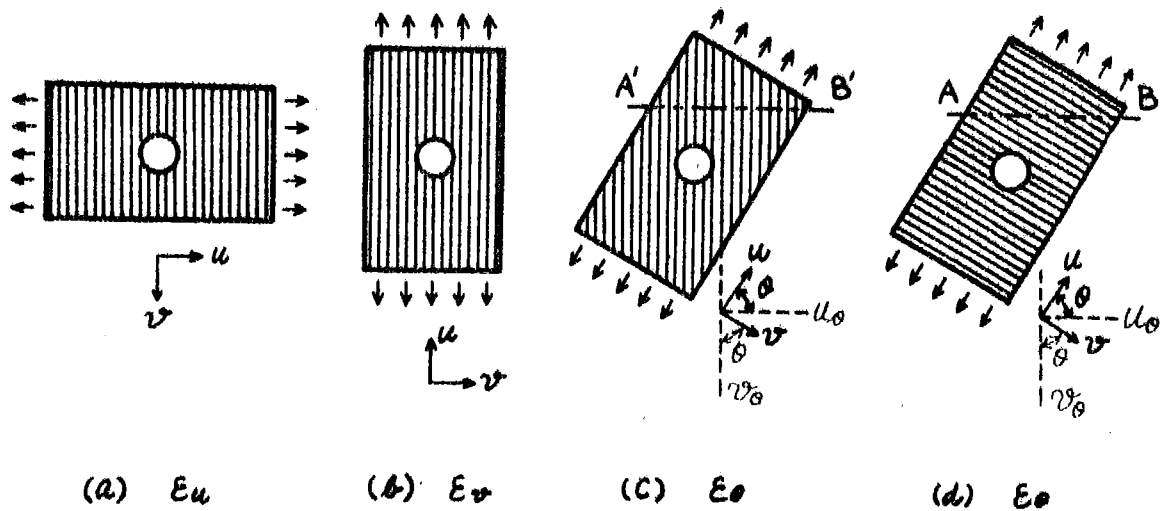


図3.6 歪成分測定における格子方向と試料配置。
線光源は図の縦方向である。

ればよく、 γ_0 が一定の断面は u_0 方向の歪成分 ε_0 によって周波数変調されていることがわかる。

いま γ_0 3.6 図にそれぞれ示したように格子線の方角を線光源の方角と一致させるよ

うに試料を置く。§2.1 ですでに述べたように試料は線光源方向には *incoherently* に照明され、線光源に垂直方向の試料断面につけてのものが各々独立に像面上、その断面の共

図 3.9 図 ポリカーボネート樹脂の
応力-歪曲線³⁰⁾

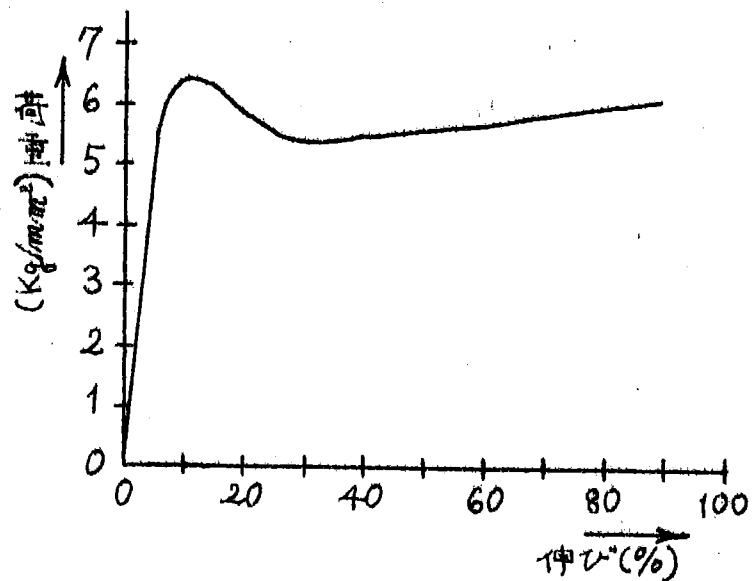


表 3.1 表 ポリカーボネート樹脂の性質³¹⁾

引張り強さ(降伏)	6.45 Kg/mm ²
引張り強さ(破断)	6.05 Kg/mm ²
伸 び (降伏)	11.1 %
伸 び (破断)	89.0 %
引張り弾性率	191 Kg/mm ²
圧縮強さ	7.80 Kg/mm ²
圧縮弾性率	218 Kg/mm ²
剪断強さ (降伏)	3.8 Kg/mm ²
剪断強さ (破断)	6.6 Kg/mm ²
ポアソン比	0.35 ± 0.07
硬 度	ロックウエル M63
光弾性感度	1.46 mm/Kg
屈 折 率	1.5869
光の透過率	500mμ 以上で 90 %

転位置で測定される。したがって図3.6図に示したごとく試料を配置すれば、それぞれ $\varepsilon_u, \varepsilon_v, \varepsilon_o$ が測定されることがわかる。第2章では試料上に線光源と垂直方向に u 座標をとって、理論的、実験的に検討を加えたが、その記号 u をひあるいは u_o と書き換えてもさしつかえなりのはもちろんである。

上に述べたことを確かめるために行った実験の一例を以下に示す。試料は10本/mmの明暗格子を転写した厚さ0.12mmのポリカーボネートベースの写真フィルムを用いた。その写真フィルムを矩形に成形し、中央に直径6mmの穴を穿った後、 u 方向である長手方向から 1.5 Kg/mm^2 の一様な引張り荷重を加えた。その後第3.1で述べたように荷重による試料の厚み変化などの影響を取除くために散乱光で *incoherently* に照明して、その荷重状態の

格子像をミノ
ルタマクロロッ
コーレンズ*
で $\frac{1}{3.3}$ 倍に撮
影した。その
歪んだ格子が
撮影されたフ
ィルムを第3.1
で述べたよう

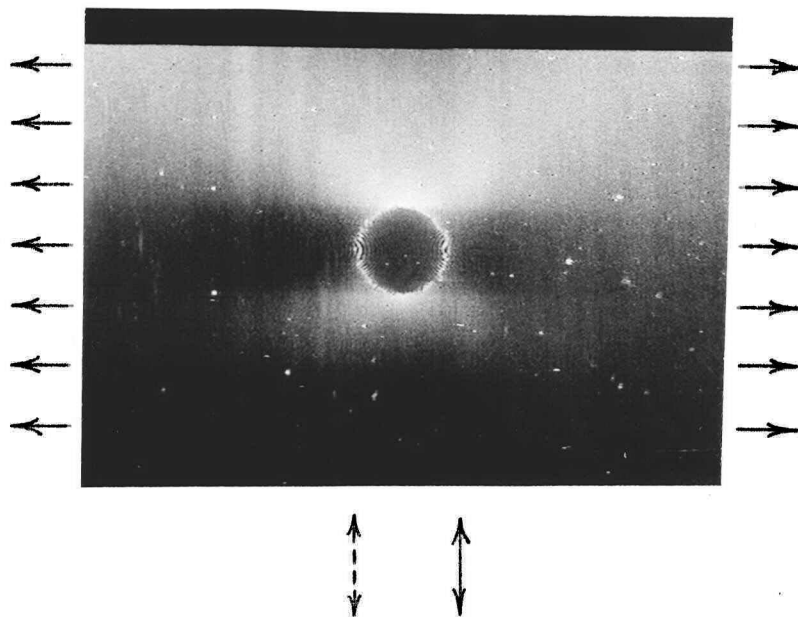
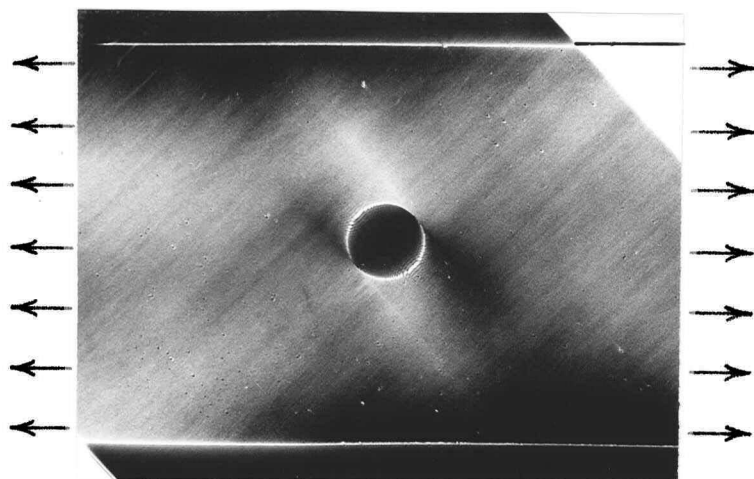


図3.7図 引張り方向に直角な格子線を持つた円孔を有する平板内の歪図形。

↑は格子線方向、↓は線光源方向を示している。

* 歪曲収差は
第2.2表参
照。



第3.8図 引張り方向に45°の格子線を持った
円孔を有する平板内の歪図形。

↑は格子線の方角、↑は線光源の方角を
示している。

に浸漬して測定光学系に対する実際の試料とした。この場合、フィルムとしては硬調、微粒子の富士ミニコピーフィルムを用いたが、浸漬液としては流動パラフィンが適当であった。

いま第3.1図(a)に示したように格子線の方角を ψ 方向とした試料をその方向を線光源に平行に置いた。マスクとしてはナイフエッジを用い、一次光の平均周波数以上のスペクトルを取除いて得られた図形を第3.7図に示した。同じく格子線の方角を ψ 軸に対して45°方向とした試料により得られた図形を第3.8図に示した。

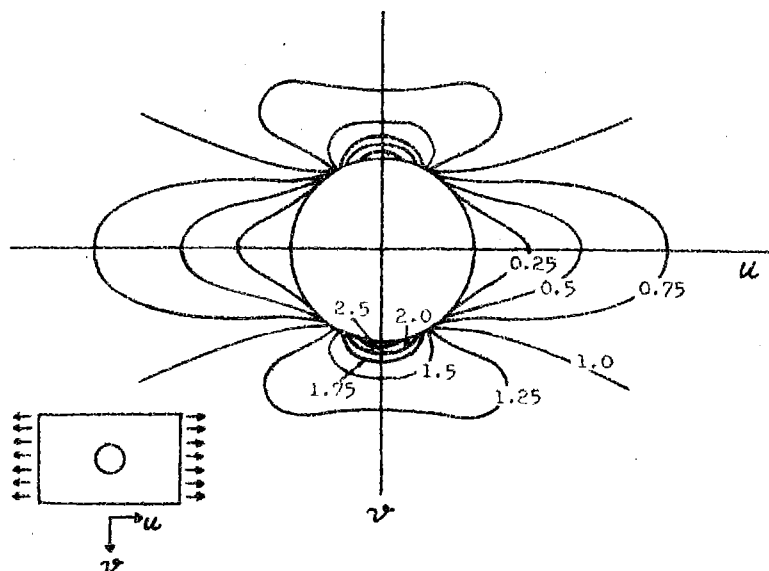
10本/mmの明暗格子と転写した写真フィルムベースのポリカーボネートは直接試料物体となっており、ポリカーボネート樹脂の応力-歪曲線および性質をそれぞれ第3.9図および第3.1表に記した。このように中央に円孔を有する平板に一樣な引張り荷重が加えられたとき、その最大応力は円孔の縁で $\theta=90^\circ$

および 270° の場所に起り、¹⁵⁾ その値は (3.5) より 3% となる。
 図 3.9 の応力-歪曲線によれば、ポリカーボネートの弾性限は約
 5 Kg/mm^2 とみなせる。したがって $\sigma = 1.5 \text{ Kg/mm}^2$ の引張り荷重
 によってこの試料は全面にわたって弾性変形のみをうけてい
 るとみなされる。図 3.1 表よりポリカーボネート樹脂のポアソン
 比 $\nu = 0.35$ とし、円孔附近の歪分布を (3.6) を用いて計算し、
 u 方向の歪 ϵ_u の分布および u 方向と 45° 方向の歪 ϵ_{45° の分布を
 それぞれ図 3.10 (a) および (b) に描いた。ここに曲線は歪の
 等しい点を連ねたものであり、その数値は円孔から十分離れた
 点の値を 1 とした。ここで実験例として示した $\sigma = 1.5 \text{ Kg/mm}^2$
 の一様な引張り荷重による $\epsilon_u = 1$ の実際の値は図 3.1 表の引張
 り弾性率を用いて $\sigma/E = 1.5/191 \times 100 = 0.8\%$ である。図 3.7
 の図形で上下や、対称でないのは荷重装置としてレバー型の
 ものを利用したので荷重が上下において一様にかからなかった
 のではないかと思われるが、強度の等しいところは図 3.10 (a)
 に示した等歪曲線とほぼ一致している。また同じことが
 図 3.8 の図形と図 3.10 (b) の等歪曲線についても言え、そ
 れぞれ $\epsilon_u, \epsilon_{45^\circ}$ が測定されることがわかり、先に述べた考察を
 実証している。

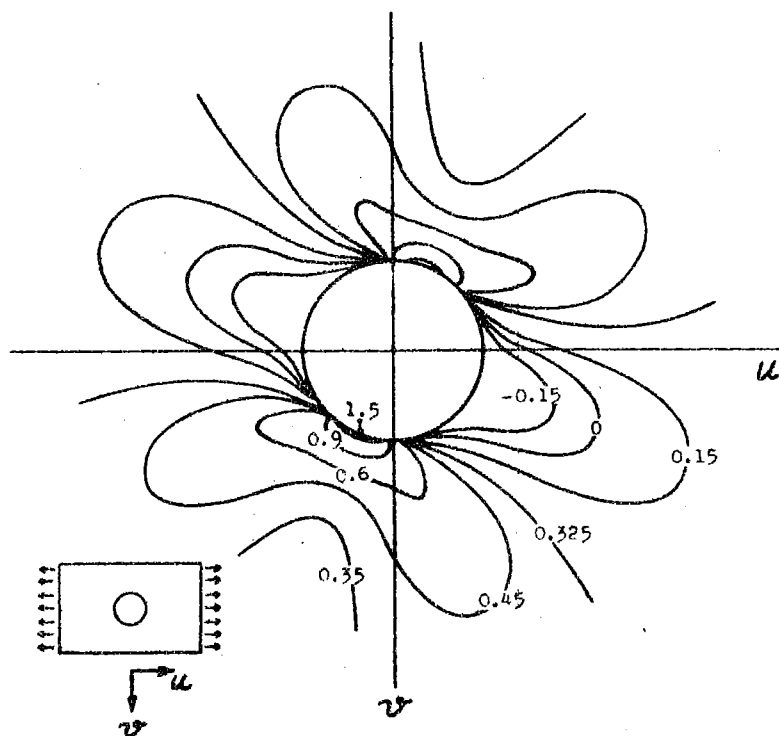
平板内に存在する微小部分の任意方向の歪は一般に三つの
 歪成分で

$$\epsilon = \epsilon_u l^2 + \epsilon_v m^2 + \gamma_{uv} lm \quad (3.7)$$

のように表わされる。¹⁵⁾ ここに l および m はそれぞれその注目
 した任意方向の u 軸および v 軸に関する方向余弦である。



(a) u 方向の
歪 ε_u .



(b) u 方向と
 45° 方向の
歪 ε_{45° .

図 3.10 図 u 方向に一様な引張り荷重を加えられた平板の円孔附近における等歪曲線。左下の図は荷重を加えられた全体の状態を示している。円孔から十分離れた点の ε_u の値を 1 とした。これより円孔から十分離れた点の ε_{45° の値は 0.325 となる。

(3.7) より ε を決定するには三つの異った方向の歪成分を知ればよい。例えば上に述べた方法で $\varepsilon_u, \varepsilon_v$ およびある特定の θ 方向の歪 ε_θ を測定したとする。この測定した $\varepsilon_u, \varepsilon_v, \varepsilon_\theta$ および $\cos \theta, \cos(\frac{\pi}{2} - \theta)$ をそれぞれ (3.7) の $\varepsilon_u, \varepsilon_v, \varepsilon$ および l, m に代入すれば γ_{uv} を知ることが出来る。したがって $\varepsilon_u, \varepsilon_v, \gamma_{uv}$ が知られたわけであるから (3.7) の関係で示される任意方向の歪を完全に知ることが出来る。この場合、必ずしも $\varepsilon_u, \varepsilon_v$ を知る必要はなく、 $\varepsilon_{\theta_1}, \varepsilon_{\theta_2}, \varepsilon_{\theta_3}$ の三方向の歪を知ればこれらを (3.7) に代入した連立方程式を解いて $\varepsilon_u, \varepsilon_v, \gamma_{uv}$ を求めることが出来る。

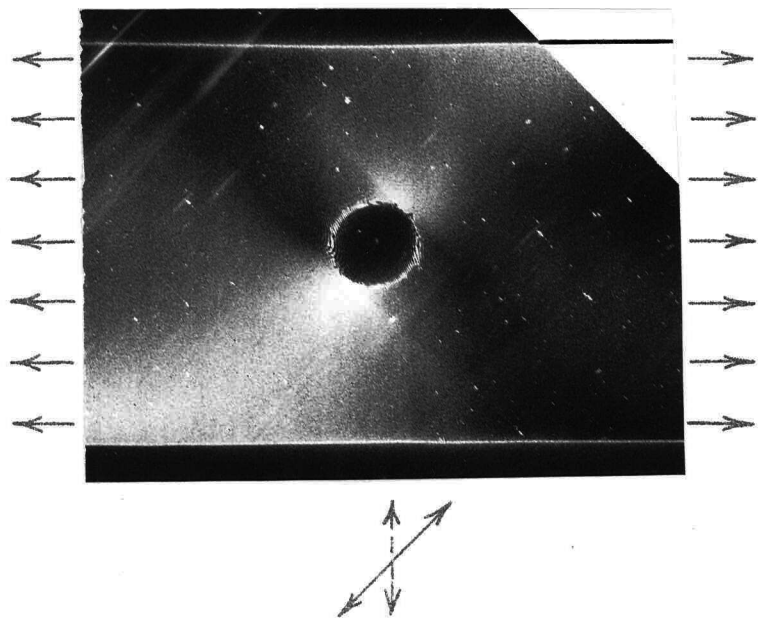
以上より歪を完全に知るには各々異った格子方向を持つ三個の試料を作成して三方向の歪を知ればよいことがわかった。

3.3 一試料を用いる方法

§3.2で述べた方法によれば歪を完全に決定するためには三個の同じ試料を必要とする。光弾性法のように対象とするものの模型を作成して測定する場合にはこの方法が有効であるが、直接対象物を試料としようとする場合にはこの方法は使用できない。このような場合には試料上に格子を三交叉させて転写し、そのうち一方向の格子を線光源と平行になるように試料を回転して測定を行えばよい。もちろんこの場合、試料はそのまま線光源と光学楔などのマスクとを回転しても相対的には同じである。

別の方法とし

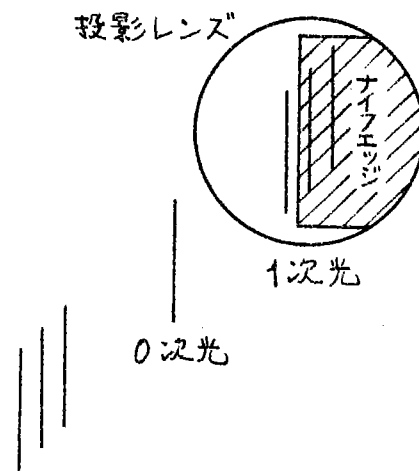
てお3.6図(d)のごとく格子を線光源と 45° だけ傾けた試料の例え、ば断面ABを考える。この場合、お3.6図(c)の同じ断面A'B'とくらべてみると格子間隔が $1/\cos 45^\circ$ だけ大きくなっているが、もち



お3.11図 線光源を引張り方向に対して 45° 傾けた場合の歪図形。

↑は格子線の方角、↓は線光源の方角を示している。

るん同じ歪分布であるから同じ変調波で変調されている。先に述べたように測定は線光源に垂直な各断面につりてのみ行われるから、この場合 ε_0 が測定される。お3.11図はお3.7図にその結果を示したのと同じ試料につりて格子線の方角を線光源と45°になるようにして得られた図形である。この時回折光はお3.12図に示し



お3.12図 格子線方向を線光源に45°傾けた場合の回折光とナイフエッジの挿入状態。

たように45°方向に傾むくが、投影レンズには一次光のみを入れ、格子は線光源に垂直な成分を考えているから、図中に記したように線光源に垂直方向からナイフエッジを挿入した。この図形をお3.10図の等歪曲線と比較してみると光の強度の等しいところは等歪曲線の形とほぼ一致しており、45°方向の歪を測定していることがわかる。

格子線の方角が線光源と平行でない場合は測定感度が低下する(次のお3.4で考察する)けれども、このように格子を回転することにより、一方向の格子を持った試料で任意方向の歪が測定でき、少なくとも三方向を測定すれば試料内の歪は完全に定まる。

3.4 測定感度

オ2章で歪量の小さいとき、ナイフエッジを用いれば得られる図形のコントラストがもっとも高いことを述べた。したがって測定感度が高く、最小測定限界について論じるにはナイフエッジを用いた場合について考えればよい。

歪の分布を $m(u) = a_m \omega_m \cos \omega_m u$ とし、投影レンズには ω_c とその側帯波だけを入れるようにした場合、望ましくナイフエッジの位置は $\lambda > \omega_c$ あるいは $\lambda \geq \omega_c$ のスペクトルを取除くよう挿入するのであったが、いま $\lambda > \omega_c$ のスペクトルを取除く場合を考える。そのとき得られる像面上の強度分布は(2.11)で示されたが、歪量の小さい場合を考えているから、荷重による格子の最大変位は搬送波であるもとの格子の1格子間隔を越えないと考えてよい。したがって

$$|a_m| < \frac{1}{\omega_c} \quad (3.8)$$

であり、これより

$$|m_f| = |-\omega_c a_m| < 1 \quad (3.9)$$

となる。また $\omega_m < \omega_c$ であるから

$$|a_m \omega_m| < 1 \quad (3.10)$$

である。(3.9)が成立するとき $J_p(m_f)$ はベッセル函数の性質か

$$\left. \begin{aligned} J_0(m_f) &= 1 - \frac{1}{4} m_f^2 \\ J_1(m_f) &= -J_1(m_f) = -\left(\frac{1}{2} m_f - \frac{1}{16} m_f^3\right) \\ J_2(m_f) &= J_2(m_f) = \frac{1}{8} m_f^2 \\ J_3(m_f) &= -J_3(m_f) = -\frac{1}{48} m_f^3 \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

などと近似的に表わされる。したがって(2.11)は

$$I(u) \approx 1 + \omega_c a_m \cos \omega_m u' \quad (3.12)$$

となる。ここで $I(u)$ の平均強度の $\pm 2\%$ の強度変化まで測定しうると仮定すれば、測定限界では(3.12)より

$$\omega_c a_m = 0.02 \quad (3.13)$$

である。 $\omega_c a_m$ を実際の長さで示せば(1.1)より

$$\omega_c a_m = 2\pi F_c A_m \quad (3.14)$$

である。ここに F_c は回折格子の単位長さ当りの格子の本数であり、 A_m は a_m を実際の長さで表わしたもので荷重による格子の最大変位である。

一例として 30本/mm の格子を用いた場合、測定可能な変位量は(3.13)および(3.14)より

$$A_m = \frac{0.02}{2\pi F_c} = 0.11 \mu \quad (3.15)$$

となる。また $a_m \omega_m \cos \omega_m u$ なる歪が試料中 10mm の周期で生じているとすれば測定可能な歪量としては(3.15)より

$$a_m \omega_m = 2\pi A_m F_m = 0.0067\% \quad (3.16)$$

となる。ここに F_m は周期の逆数である。(3.15)あるいは(3.16)によればこの測定法は非常に感度の高い測定法であることがわかる。

30本/mm の回折格子は、回折格子としては格子間隔の大きいものであって、写真的にも特別の注意を払わなくても作成できるので例として選んだが、さらに格子間隔の細かいものを使用すれば(3.15)より明らかなように測定感度は向上する。や3.6図(d)に示したように回折格子を回転して線光源と格子

線が0なる角度を持つようにして測定を行った場合は、搬送波の間波数が $\cos\theta$ だけ小さくなったものとみなせたから、測定限界の変位量および歪量は(3.15)および(3.16)により $\frac{1}{\cos\theta}$ だけ大きくなって測定感度そのものは低下する。したがって0.01%以下のような非常に微小な歪を測定しようとする場合には格子を試料上に三交叉させて転写するか、あるいは各々異った格子方向を持つ三個の試料を作成する方法をとらなければならぬ。

以上の取扱いは空間間波数変調をうけた回折格子の透過率分布を(1.42)に示したごとくフーリエ級数に展開したもので、すなわち試料の回折格子は無限の広がりを持っているとした場合であって、そのスペクトルは線スペクトルで表わされた。しかし実際の試料は有限であって、線スペクトルで示されたものはある幅を持つてくるようになる。そのためにこれまで考えて来た感度などの取扱いが必ずしも成立しなくなる恐れがある。以下これまでの取扱いで考えられる範囲について考察する。試料の回折格子は $-l \leq u \leq l$ の広がりを持っているとすれば、それによるFraunhofer回折像の振幅分布は(1.11)の物体の透過率分布に(1.40)の間波数変調をうけた回折格子の透過率分布を直接代入して

$$\begin{aligned} O(x) &= \int_{-l}^l \{A_0 + A_1 \cos \omega_c(u - a_m \sin \omega_m u)\} \exp(-ixu) du \\ &= 2A_0 \frac{\sin lx}{lx} + A_1 \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) \left\{ \frac{\sin l(\omega_c + p\omega_m - x)}{l(\omega_c + p\omega_m - x)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin l(\omega_c + p\omega_m + x)}{l(\omega_c + p\omega_m + x)} \right\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる。 $l=\infty$ に対しては $\frac{\sin l\chi}{l\chi} = \delta(\chi)$

などと線スペクトルになり、(1.43)

に一致する。 l が有限のときはそ

の線スペクトルを中心にして(3.17)

で示されるように各スペクトルは

幅を持ってくる。ここで、これま

でと同じように1次光に注目する。

すなわち(3.17)の $p=1$ 項について

考える。 $p=1$ についてのものの回

折像の強度 $\left\{ \frac{\sin l(\omega_c + \varphi\omega_m - \chi)}{l(\omega_c + \varphi\omega_m - \chi)} \right\}^2$ を

が3.13図に示した。

これは $\chi = \omega_c + \varphi\omega_m$ で最大となり、

その値に関して左右対称である。

半値幅 $\Delta\chi$ は

$$\left\{ \frac{\sin l(\omega_c + \varphi\omega_m - \chi)}{l(\omega_c + \varphi\omega_m - \chi)} \right\}^2 = \frac{1}{2}$$

より

$$\Delta\chi = \frac{2.78}{l} \quad (3.18)$$

となる。試料の広がり $-l \leq u \leq l$ 間にこれまで考えて来た

$a_m \omega_m \cos \omega_m u$ なる歪が N_m 周期だけ含まれているとすれば

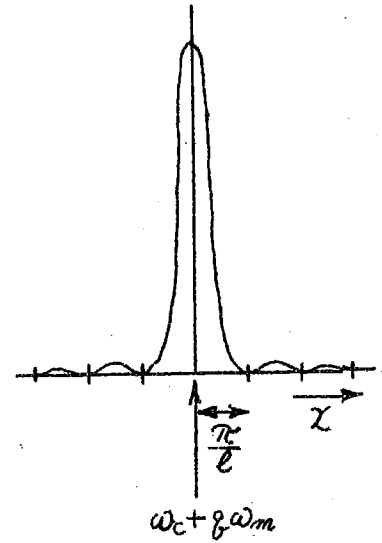
$$2l = N_m \frac{2\pi}{\omega_m} \quad (3.19)$$

であり、(3.19)を(3.18)に代入して

$$\Delta\chi = 0.89 \frac{\omega_m}{N_m} \quad (3.20)$$

となる。ここで、各々の p についてのスペクトルの中心間の

距離が(3.20)で示された半値幅よりも大であれば、各スペク



が3.13図 $-l \sim l$ の広がりを持った回折格子による回折像。変調波は $a_m \omega_m \cos \omega_m u$ であり、中心のスペクトルより φ 番目の側帯波の強度を示している。

半値幅: $\frac{2.78}{l}$

トルは分離されているとする。各 ρ につりのスペクトルの中心距離は ω_m であるから、各スペクトルが分離するための条件は (3.20) より

$$N_m > 0.89 \quad (3.21)$$

となる。これより少なくとも $N_m = 1$ ，すなわち歪が1周期だけ含まれておれば各スペクトルは分離されている。したがって各々 ω_c に関する側帯波として見分けがつき、線スペクトルと同様に考えて、復調の忠実度および感度などこれまで取扱ってきたことを適用しても大きな差は生じないであろう。

これより細かい周期で変動する歪でも試料がその1周期程度の大きさがあれば、これまでと同じ程度の感度、忠実度をもって測定される。

ポリカーボネートの光弾性感度は表3.1表に示したごとく 1.46 mm/kg であり、他の樹脂材料に比して高い光弾性感度を持っている。³²⁾ 表3.7図、表3.8図および表3.11図にその結果を示した実験は 0.12 mm のポリカーボネートフィルムを用いたが、 0.12 mm のポリカーボネートフィルムで1フリンジの光弾性縞を生じるには

$$\frac{1}{1.46} \div 0.12 = 5.7 \text{ kg/mm}^2 \quad (3.22)$$

の単軸応力、あるいは平面主応力差を加えることを必要とする。§3.2で述べたように表3.7図などの円孔を有する平板に一樣な引張り荷重を加えた実験では、最大応力は円孔の縁で $\theta = 90^\circ$ および 270° の場所に起こり、その値は

$$3\sigma = 4.5 \text{ kg/mm}^2 \quad (3.23)$$

であった。ここでの応力は(3.6)より

$$\sigma_{xx} = 0, \quad \tau_{xy} = 0 \quad (3.24)$$

であるから(3.23)の 3σ は平面主応力差であり、しかもその最大値である。(3.23)の値 4.5 kg/mm^2 は(3.22)の値 5.7 kg/mm^2 よりも小であるから、お3.7図に示した実験を光弾性法で行った場合、1フリンジ以下となる。

格子を用いた歪分布の測定法としては⁵⁾Postなどの行っているように他の規則格子と重ね合わせてモアレを出して行う方法がある。お3.14図およびお3.15図はそれぞれお3.7図およびお3.8図の結果を得たその試料を使用し、規則格子と重ね合わせて得られたモアレである。この場合、重ね合わす規則格子の格子間隔を試料の最も伸びている部分の格子間隔よりも大きくしたので、モアレの間隔と伸びの程度とは対応している。お3.14図のモアレをみると円孔付近でヤマト縞間隔が変化しており、また試料下部では縮みが起り、上部では伸びていることがわかる。しかしこれからお3.7図のように歪分布を試料全面にわたって直感的に知ることは困難であり、また縞間隔の変化は非常にわずかであるので感度よく測定することは期待できな。試料の格子と重ね合わす規則格子の相対的な角度変化を小さくすればモアレ縞の間隔は大きくなり、感度を上げて測定できるが、この場合試料に近接した場所の歪の変化を知ることが困難となる。お3.15図のモアレとお3.8図の図形と比較しても上と同一ことが言える。

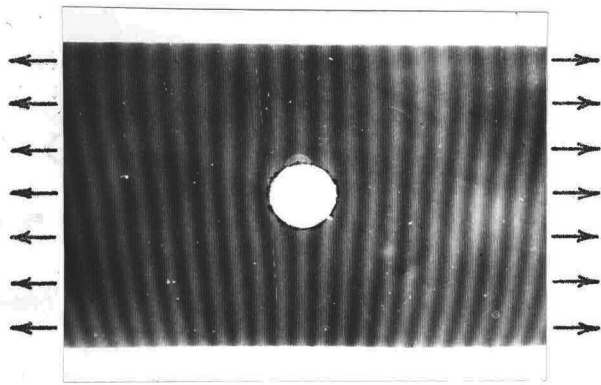


図3.14 円孔を有する平板に一樣な引張り荷重を加えたときのモアレ。試料の格子線は引張り方向に垂直。

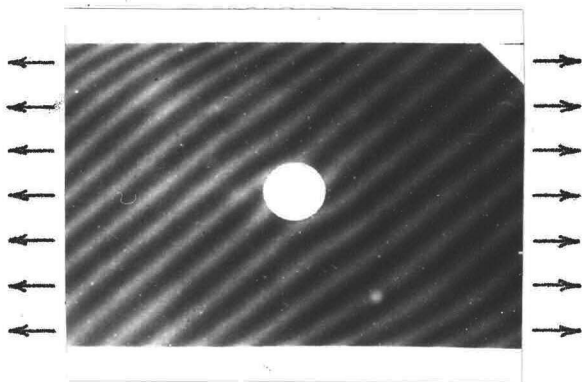


図3.15 円孔を有する平板に一樣な引張り荷重を加えたときのモアレ。試料の格子線は引張り方向に対して45°。

本測定法は細かく変動する歪でも(3.21)で示したように少なくともその1周期程度の微小領域までは正確に感度よく測定することができ。これは第4章に示したアルミニウム粗大結晶を引張り変形させたとき、すべりによる細かい変動の歪が測定されていることも明らかである。

実際の測定を写真測光で行う場合には、写真銀粒子の粒状性によって測定領域は制限を受ける。これは用いる写真フィルムの種類および現像条件などによっ

て異なる。一例として富士ネオパンSSを液温20°Cのバンドールによって10分間現像して濃度0.62に仕上げた。それを *micro-photometer* のピンホールを直径0.3mmとして走査したところ、粒状性に基づく光電流の変動は認められなかった。したがって

このネオパンSSを用いた場合には直径 0.3 mm の領域までは測定できる。

3.5 まとめ

平面試料の荷重による厚み変化によって生じる光波の位相変化は、得られる像の強度分布に大きく影響することが明らかとなった。しかし試料を散乱光で *incoherently* に照明し、その荷重状態にある格子像を撮影した写真フィルムを実際の測定光学系に対する試料とすればその影響を完全に取除くことができる。このようにすれば厚み変化の影響を補正するばかりでなく、荷重装置と光学系とを分離することができるために荷重装置に対する制限がなくなり、また不透明試料に対しても特に反射光学系を組立てることを必要としない。さらに測定光学系に適するように格子間隔を調節することができ、また順次荷重を変えて行ったときの状態が撮影された格子像として保存される。

平面応力による歪は三方向の歪を測定することによって決定されるが、この三方向の歪を測定するには、各々異った格子方向を持つ三個の試料を作成して一方向の歪を別々に測定するかあるいは一試料上に格子を三交叉させて転写し、そのうち一方向の格子が線光源と平行になるように試料を回転して測定を行えばよい。また別の方法としては一方向の格子を持った試料で格子を線光源と 45° だけ傾むければ線光源と垂直

方向の歪 ε_0 が測定でき、この方法によっても任意方向の歪を測定できることがわかった。

理論的考察の結果、本測定法による測定感度は格子間隔に逆比例することがわかった。用いる格子の格子間隔を 30 本/mm とし、荷重によって生じた歪分布が 10 mm 周期であるとするれば、測定可能な変位量としては 0.11μ であり、また歪量としては 0.0067% となって、非常に感度の良い測定法であることが明らかとなった。

第4章 引張り変形されたアルミニウム 粗大結晶の歪分布の測定

ここではアルミニウム粗大結晶を引張り変形させた場合、どのようなふるまをするかを実際の測定例として示すと共に、これまで考察してきたことをさらに確かめることとする。

4.1 試料の調製

歪焼鈍法によって作成したアルミニウム粗大結晶を試料として用いた。試料は各結晶粒によって光の反射率が異なり、そのために例えば図4.1図(a)に示したように各結晶粒が観測されるが、いまこの各結晶粒からの反射を一律とするために表面をエメリー紙で軽く荒らし、その表面に感光液を塗布した。使用した写真感光液はオリエンタル写真工業製の写真製版用感光性樹脂オリエンタル・フォトレジスト(略してOPR)でこれを手回しwhirler*によって試料表面に塗布した。塗布乾燥後の感光膜の膜厚が厚いと、露光したときの光が感光膜の表面だけで吸収されてしまい、下部まで十分硬化しなりので、現像中に膜全体がとれてしまう恐れがある**。したがってここでは乾燥後の膜厚が5 μ 以下となるようにした。この感光液を塗布した試

* 遠心力を利用して感光液を一律に塗布する塗布機で、通称ツコと呼ばれている。

** OPR使用説明書による。

料上に 10本/mm の明暗格子を転写し、一様な引張り荷重を加えた。この変形をうけたアルミニウム粗大結晶を散乱光で照明して変形の各段階の格子像を写真撮影した*。得られた写真フィルムを二枚の optical parallel で保持し、フィルムと optical parallel 間に流動パラフィンを入れ、浸漬して実際の測定光学系の試料とした。

4.2 実験結果および考察

§4.1 で述べた方法によって調製した試料について行った実験のうち一試料について変形量を順次増して行ったときに得られた結果をオ4.1図(b)~(g)に示した。格子線の間隔は引張り方向に垂直で、線光源方向は格子線方向と一致させた。図中に記した変形量は標線間隔の測定から算出したもので、試料全体の平均値である。

オ4.1図(a)は試料としたアルミニウム粗大結晶の結晶粒の状を感光乳剤塗布前に写真撮影したものである。またX線ラウエ写真から方位を定めてオ4.2図に示した。試料の大きさは標線間隔 62mm, 幅 11mm および厚さ 1.4mm であった。

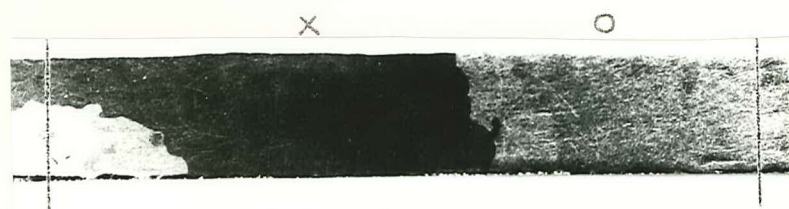
オ4.1図(b)~(g)の図形は歪の分布が、平均的な伸びを中点とし、光の強度分布として得られているので、写真で白く現われている部分は光の強度が大で伸びが大きき部分に相当する。逆に写真で黒く現われている光の強度が小の部分は相対的に縮みの部分、すなわち伸びの少ない部分に相当してい

* §3.1 参照。

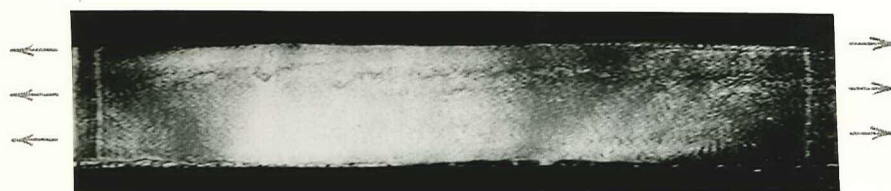
図4.1 引張り変形されたアルミニウム粗大結晶の歪図形。

(a) ~ (g) には全荷として引張り変形量および復調に使用したマスクの種類を記した。

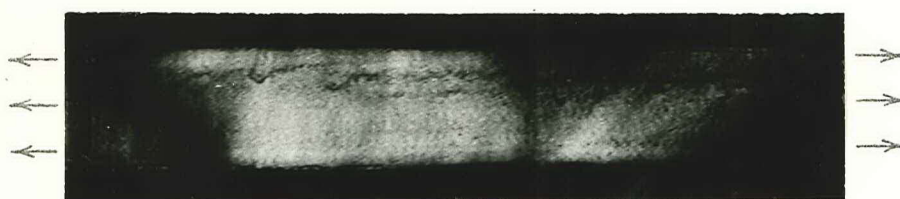
(a) 結晶粒。方位は図4.2にXおよびO印で示した。



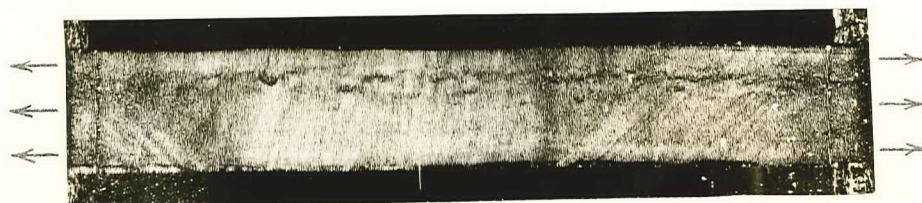
(b) 0.8% ナイフエッジ



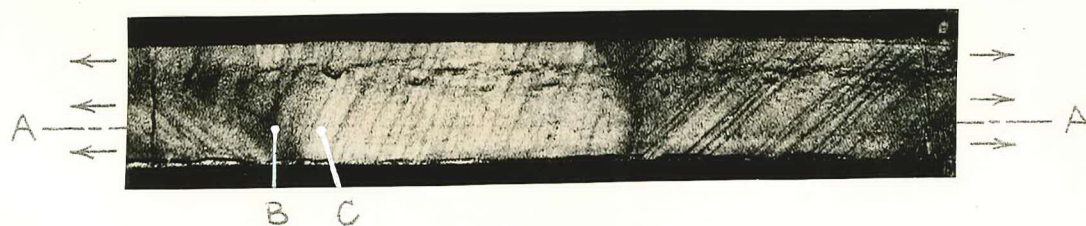
(c) 1.5% ナイフエッジ



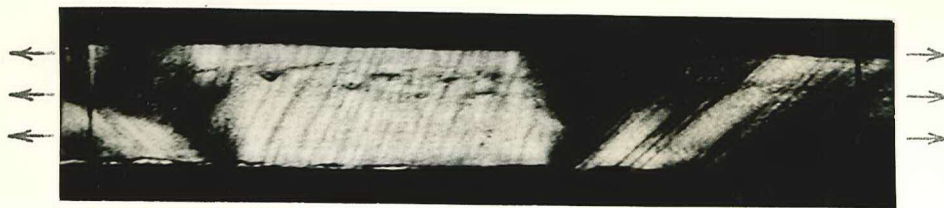
(d) 4.9% 光学楔



(e-1) 8.9% 光学楔



(e-2) 8.9% ナイフエッジ



(e-3) 8.9% ナイフエッジを(e-2)よりも高周波側に挿入



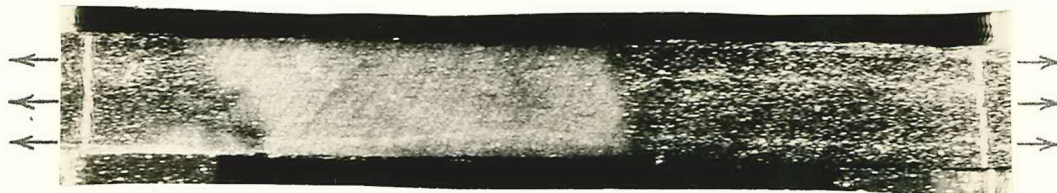
(e-4) 8.9% 幅の狭い光源楔



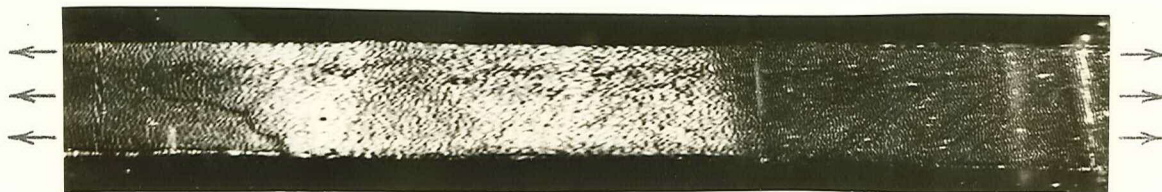
(e-5) 8.9% 幅を持った光源とナイフエッジ



(f) 24.8% 幅を持った光源とナイフエッジ



(g) 39.5% 幅の狭い光源楔



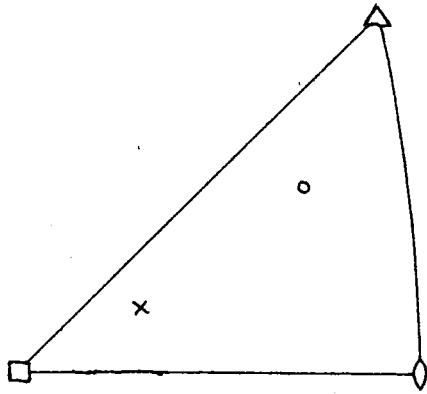


図4.2図 アルミニウム
粗大結晶図4.1図(a)の
引張り軸方向に関する
方位。

る。また光の強度分布と伸びの
程度とは量的に一致している。

(b)および(c)は全体としてそ
れぞれ0.8%, 1.5%の引張り変
形を与えたもので、投影レンズ
に ω_c とその側帯波である一次光
近傍のスペクトルをすべて通した
場合には歪に基づく図形は何も
観測されなかったが、その回折

スペクトルの平均周波数の位置

に高周波側からナイフエッジを挿入したときに得られた図形で
ある。この図形と(a)の結晶粒とを対比してみると同一結晶粒
内でも伸びは一樣でなく、また結晶粒界は伸びが拘束されて
いることがわかる。

(d)および(e)はそれぞれ4.9%および8.9%の引張り変形を加
えたものである。変形量が多くなっているので光学楔を用い、
§2.4で考察したように存在するスペクトルの周波数領域を被
うような光学楔を挿入したときに得られた図形が(d)および
(e-1)である。この場合、光学楔の振幅透過率0~1の範囲が
スペクトルの広がりにくらべて広くなるにつれて次第にコント
ラストが低下するのが観測された。したがってスペクトルの
広がりよりもやや幅の広い光学楔を用いた。同一結晶粒内でも
伸びは一樣でなく、また結晶粒界は伸びが拘束されている
ことは(b)および(c)と同じであるが、さらに線状となって細

かり周期で現われているすべりによる歪が顕著に観測される。(e-2)の図形はナイフエッジを用いて得られたものであるが、(e-1)にくらべて中間強度の部分が少ない。コントラストは良いが、(e-1)のように歪分布が忠実に現われていない。(e-3)はナイフエッジを(e-2)のものにくらべてやや高周波側へ寄せたものである。(2.18)で示した変調波 $m(u) + g$ の定数 g が(e-2)にくらべて大きくなっているために、増加した g の値だけ光の強度が全面に加えられていると解釈される。(e-4)はスペクトルの広がりよりもやや幅の狭い光学楔を用いたときに得られた図形で、(e-1)にくらべてやや忠実度は低下している。(e-5)は § 2.5 で考察したように光源幅を広げ、ナイフエッジと組合せて面積型楔の原理を達成して得られた図形である。これはほとんど(e-1)と同じ強度分布を示しており、忠実に復調されていることがわかる。また装置の干渉フィルターを取外し、第2.33図に示した超高圧水銀灯そのまゝの光を用い、 $546m\mu$ の緑の位置にナイフエッジを挿入した。このとき(e-1)に示した図形の中で光の強度が最も大きい部分は白みがかつた青となるのが観測された。また強度の最も小さい部分は濃い青色となって、濃い青色から淡い青色の間を変化する色模様が観測され、§ 2.6 に述べたように色差でも検出された。以上(e-1) ~ (e-5)の各図形は第2章で考察した各復調方法の特徴をそのまま裏づけしている。

(f)は24.8%の変形を加えたもので、幅を持っている光源とナイフエッジを組合せて面積型楔の原理を達成して得られた図

形である。各結晶粒間の伸びの差が大きくなって、結晶粒内の変化は相対的に小さくなっているために、粒内の変化はあまり顕著に観測されな。試料の最も左の部分は引張り方向に水平な結晶粒界の影響が試料の上部にもおよびていることが観測される。UrieとWainのアルミニウム粗大結晶を引張り変形させたときの実験結果³⁾によれば、粒界近傍の変形は各結晶粒の方位と形状によって必ずしも拘束されていなかった。この実験例では、上の各図形で観測されるように変形は拘束されている。

(g)は39.5%の大きな引張り変形を加えたもので、中央の結晶粒に注目した。そこでこの部分からの回折光の広がりを被うことのできる光学楔を使用した。その後46.5%の引張り変形を加えたときに、中央の結晶粒内で左の明るく見えている伸びた部分で破断した。0.8%変形の(b)を見ると、そこと同じ部分が最も伸びが太で、破断に到る応力集中部は変形の初期ですでに決ってしまうことがわかる。

一例として光学楔を用いて得られた図4.1図(e-1)の結果について図形を撮影したフィルムをmicrophotometerで走査した。(e-1)に示した断面AAを走査して得られた光電流曲線が図4.3図に示した曲線で目盛は等間隔である。図形の撮影に使用した写真フィルムはイーストマンコダック社のTri-Xで、撮影条件、現像条件を同じにしてそのH-D曲線を作成した。それを用いて光電流曲線から算出した光強度が図4.3図の右に記した光強度目盛によるものである。歪の分布は光の強度分布として

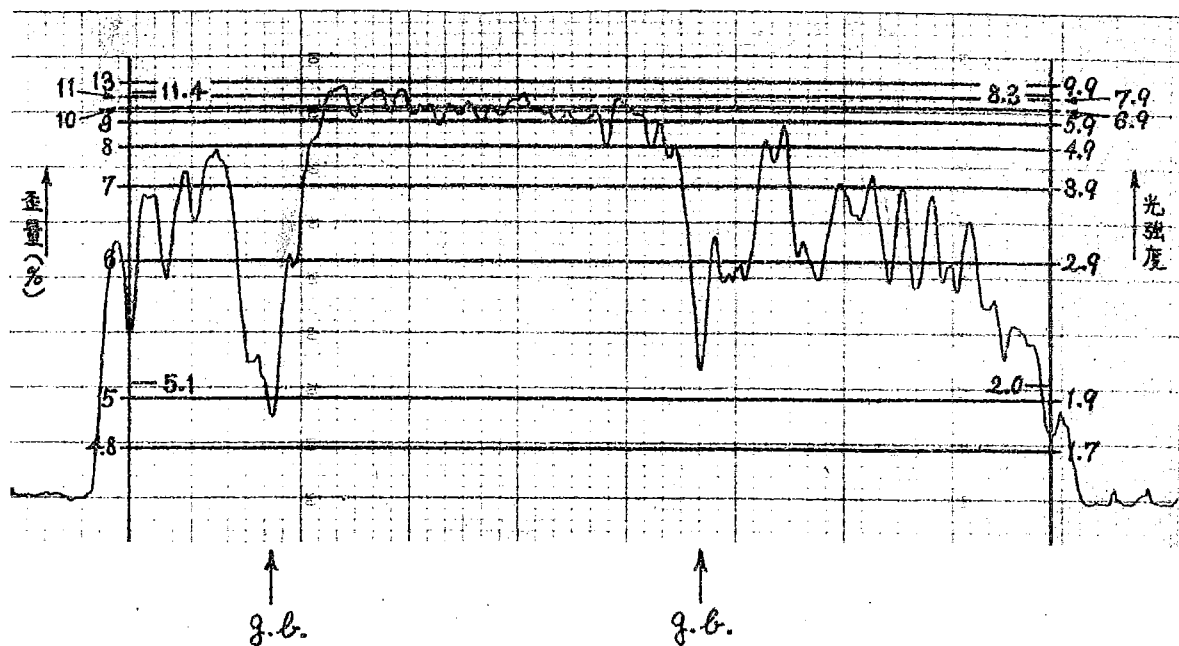


図4.3 引張り変形を受けたアルミニウム粗大結晶の歪分布の
 定量。測定は図4.1図(c-1)の断面AAについて行った
 ものであり、g.b.は結晶粒界を示している。

測定されているから、この光強度目盛がそのまま歪量の日盛
 となる。しかし、測定は相対量について行ったので、縦軸
 にはゼロ点の位置とその軸倍率とを定めて絶対量を附加して
 やらなければならぬ。そのために図4.1図(c-1)のBおよび
 Cと示したところに直径0.8mmのピンホールを置いてそこから
 回折される回折光の中心位置を測定した。これよりその部分
 の平均格子間隔を算出した。歪んだ格子像を撮影して測定光
 学系に対する試料を作成したとき、変形の全段階においてア
 ルミニウム試料およびカメラ位置は固定されていたので、撮影
 倍率は全く同じであった。したがって無歪のときの格子を撮
 影したものから、その回折光の位置を測定して格子間隔を比

較すればBおよびC点の歪量が定まり、それぞれ5.1%および11.4%であった。この点の光強度は相対値でそれぞれ2.0および8.3であるので、それを5.1および11.4と書き換えてもよく、この二点を固定して光強度の数値を書き換えたものが図の左に記した数値である。これが定量的な歪量を与えている。平均の伸びは8.9%であるが、これによれば結晶粒界では5%程度しか伸びていなく、また中央の結晶内では12%の伸びを示しているところがあるのがわかる。

4.3 測定方法に対する考察

本測定法の一つの大きな特徴は、ここで試料としたアルミニウム4粒大結晶のように不透明物体の測定を感度に無関係に行うことができる点にある。光弾性法では皮膜法²⁾によって測定を行うが、測定感度は皮膜の厚さに比例する。皮膜を厚くすると感度を上げることができるが、そのために試料の応力分布あるいは歪分布は影響を受け、実際のもものと異なってくる恐れがある。また試料に発生した歪が厚い皮膜に忠実に伝えられるとは限らないであろう。§4.1で述べたように写真法によって格子を試料上に転写する場合、感光膜の膜厚は5 μ 以下であって、測定感度は乳剤膜の厚さに無関係である。したがって試料の歪分布に影響を与えることなく、一定感度で測定できる。また光弾性法で得られた光弾性図から応力分布あるいは歪分布を解析するには種々の手続きを要し¹⁾、必ずし

も簡単ではない。本測定方法によれば、歪分布が直接光の強度分布として得られるから歪分布を試料全面にわたってそのまま直視することができ、また§4.2で示したように測光すればそれが定量値を与え、解析が簡単である。

モアレ法に対する考察は§3.4で述べたが、モアレ法の一つの欠点は微小領域の測定が困難な点にあった。第4.1図の各図形をみるとすべりに基づく非常に小さな領域で変動する歪もよく現われている。

従来、回折格子を用いた歪の測定としては Bell が行っているように、⁶⁾試料上に回折格子を刻線して、その部分が歪んだときの回折光の移動から求めている。しかしこれによれば試料全体の平均的な歪しか知ることができない。試料全体にわたる歪分布を測定するには、細く絞った光を試料にあてるか、あるいはピンホールを置くことによって、その一部分の歪を測定し、それを試料全体にわたって走査しなければならず、非常に手間がかかる。しかし本測定法によれば§4.2で示したように試料全体にわたってその位置と歪の程度が一度に測定でき、従来の方法に比してすぐれていることがわかる。

4.4 まとめ

回折格子を用いて歪測定を行う本測定法の実験例としてアルミニウム粗大結晶を引張り変形させた場合のふるまいが示された。結晶粒界において変形が拘束されるか、あるいは促進

されるかは、これまで議論のあるところであったが、本実験例では伸びは拘束されている。また結晶粒内において伸びは不均一であること、あるいはすべりによる歪なども観測され、本測定法の持っている次の特徴が確かめられた。

- 。対象物を直接に試料とすることができる。
- 。歪の分布が光の強度分布あるいは色差として試料全面にわたって一度に検出されるから、直接歪の分布状態をつまみやすい。
- 。定量測定も従来の各方法に比して簡単である。
- 。高い測定感度を持っており、特に不透明物体の測定には有効である。
- 。微小領域の歪の変動を測定できる。

第5章 分光用回折格子のピッチ 誤差の測定

従来、分光用回折格子の検定は、大部分直接に回折光を観測して行われていた。しかしこれによれば回折格子全体として平均的にどの程度の誤差があるかしか知ることができない。ピッチ誤差が存在する部分を場所的に知る方法としては、ピッチ誤差が存在するために生じる波面の歪み、すなわち位相変化をマイケルソン干渉計を使用して測定する方法³³⁾あるいはそれを位相差コントラストとして観測する方法³⁴⁾があり、それぞれの特徴を持っている。これまでは荷重に基づく格子歪を対象として来たが、測定の原理から明かかに荷重以外によって生じる格子歪も測定が可能である。ここではその一つの応用例として *ruling engine* によって製作された分光用回折格子のピッチ誤差の測定を行った。

5.1 測定の原理

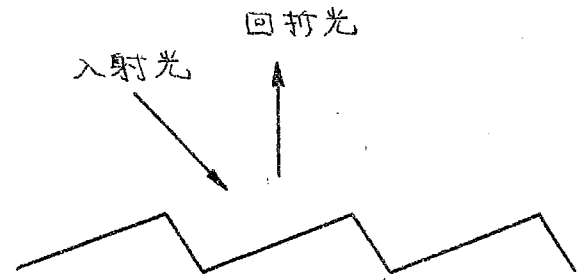
現在、分光に用いられている回折格子はほとんど位相格子であり、お5.1図に示したようにブレースを行うことによって、ある特定次数の回折光にエネルギーを集中させて光の利用効率をよくしている。このような回折格子を写像光学系における物体として考えるならば、(1.17)において $F(U)$ が一定と考えればよく、 $\Phi(U)$ および $\frac{2\pi}{\lambda}L(U)$ を(1.1)にしたがって変換座標で表

わしたものを各々 $\phi(u)$ およ
び $\varphi(u)$ とすれば位相格子は

$$\phi(u) = \exp\{i\varphi(u)\} \quad (5.1)$$

と書ける。ここに

$$\varphi(u) = a_0 + a_1 \cos \omega_c u \quad (5.2)$$



お5.1図 ブレーズされた位相格子

であり、 ω_c は位相格子の格子間隔を空間周波数によって表わしたものである。 $\phi(u)$ は周期函数であるからフーリエ級数に展開でき

$$\phi(u) = A_0 + A_1 \cos(\omega_c u + \psi_1) + A_2 \cos(2\omega_c u + \psi_2) + \dots \quad (5.3)$$

となる。(5.3)を(1.28)と比較してみると位相 ψ_N が加わっただけであり、ある特定の次数の回折光に注目した場合、これは定数であるから考える必要がない。したがって位相格子についてもこれまで考察したことがそのまま適用されることがわかり、光学楔などのマスクをFraunhofer回折面に挿入すれば格子歪、すなわちピッチ誤差を測定することができる。

いま、 N 次の回折光に注目すればその項は $A_N \cos(N\omega_c u + \psi_N)$ であって、空間周波数が $N\omega_c$ の回折格子による回折光に等しい。あらためてそれを ω_c と考えれば、これまでの一次光を用いた取扱いと全く同じであり、 N 次光を用いてもよいことがわかる。この場合、空間周波数が N 倍になっていることから §3.4で考察したように測定感度は増加する。

5.2 試料および測定光学系

次の § 5.3 で結果を示した試料は表 5.1 表に記したものである。その試料は平面ガラス上にアルミニウムを電着して、そのアルミニウム面に *ruling engine* で刻線したものである。G-I および G-II は試作的な回折格子であるが、G-III は分光器に用いられる程度に完成したものである。

実験には反射光学系を用い、それを図 5.2 図に示した。回折格子はブレースの条件を満たすように配置した。すなわち入射光と回折光の方向が図 5.1 図に示したごとく回折格子の溝の一面に対して鏡面反射の関係となるように配置した。コンデ

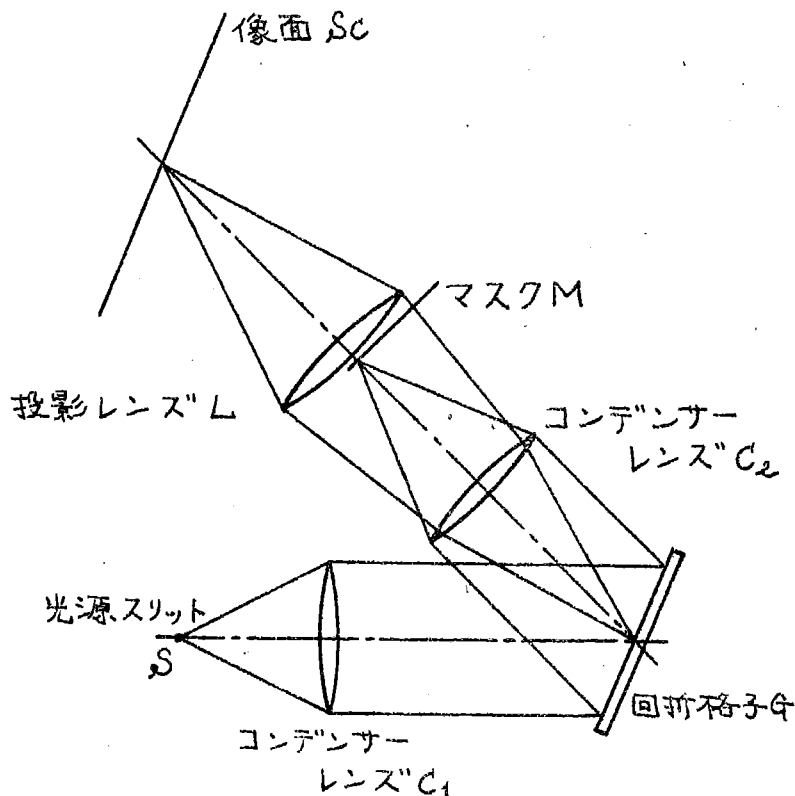


図 5.2 図 分光用回折格子のピッチ誤差測定に用いた反射光学系

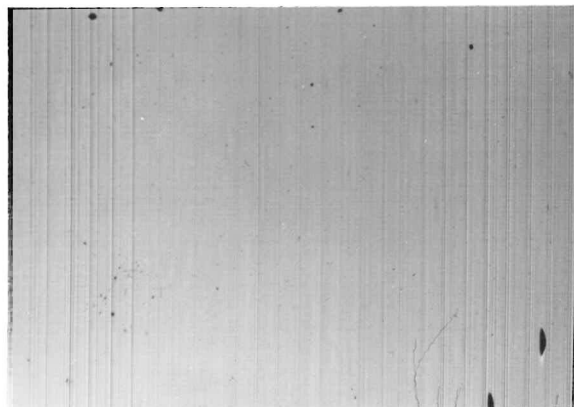
表5.1 表 ピッチ誤差の測定に用い
られた分光用回折格子。

試料	格子定数	ブレース角
G-I	300本/mm	26°45'
G-II	300本/mm	26°45'
G-III	600本/mm	5°00'

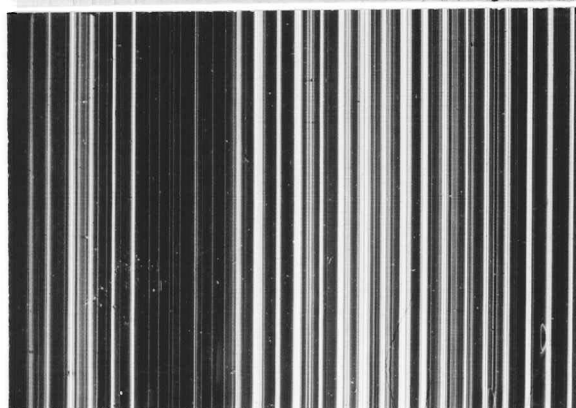
サーレンズ C_2 より後の光学系には一次光とその近傍のスペクトルだけを入れるようにして実験を行った。

5.3 実験結果および考察

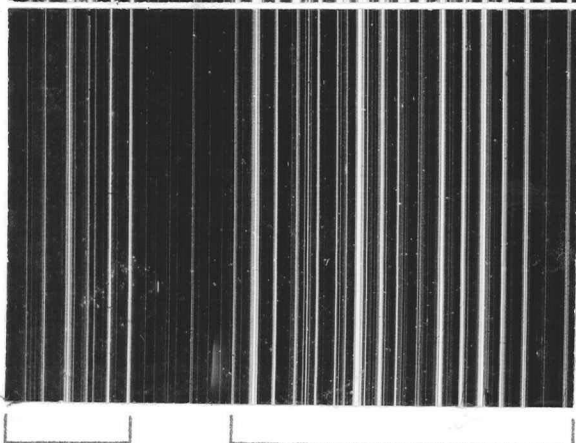
試料 G-I について行った実験の結果を表5.3図の写真に示した。(a)は一次光近傍のスペクトルがすべて投影レンズを通過した場合であってほとんどコントラストは生じていない。(b)はナイフエッジを *Fraunhofer* 回折面に挿入して平均周波数以上のスペクトルを取除いた場合に得られた図形であり、これと(a)を比較してみるとピッチ誤差に基づく濃淡が現われている。写真で白く見えている部分は光の強度が大であって、変調波が正の部分、すなわち格子間隔が大きい部分に相当する。(c)はナイフエッジをやや低周波側に寄せた場合に得られた図形の写真である。§2.3で考察したように $m(u) + g$ なる変調波を測定しており、ナイフエッジを低周波側に寄せた場合は $g < 0$ となる。したがって減少した g の値だけ光の強度が全体にわたって減少している。表5.3図の図形をみると、回折格子全面にわたってピッチ誤差があるのが観測されるが、特に「」印で示した部分では、測定の結果約 0.8mm 周期で繰返す誤差がある。



(a) 1次光近傍のスペクトル
をすべて投影レンズに入れた場合。



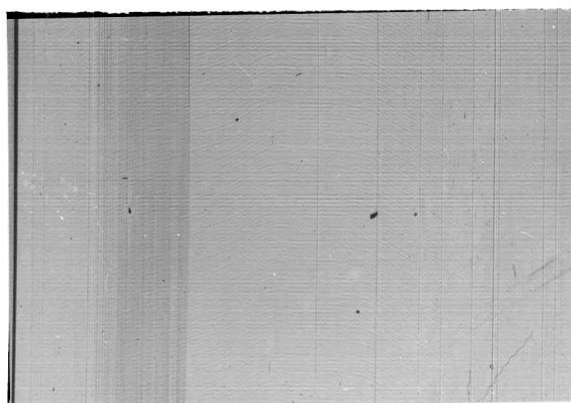
(b) ナイフエッジを1次光の中心
まで挿入して高周波側のスペ
クトルを取除いた場合。



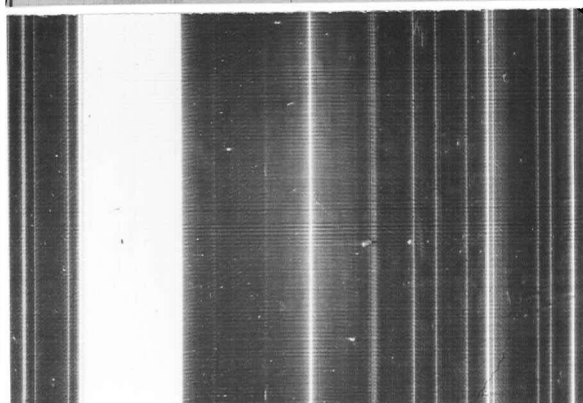
(c) ナイフエッジを1次光の中
心よりも低周波側まで挿入
した場合。

10mm

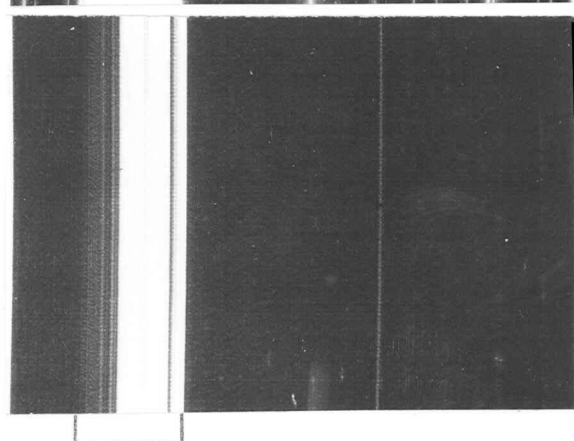
表5.3 図 分光用回折格子G-Iのピッチ誤差。各写真は同一視野を対
応させて示してある。(b),(c)において光の強度と格子間隔の変動と
は対応する。



(a) 1次光近傍のスペクトル
をすべて投影レンズに入れ
た場合。



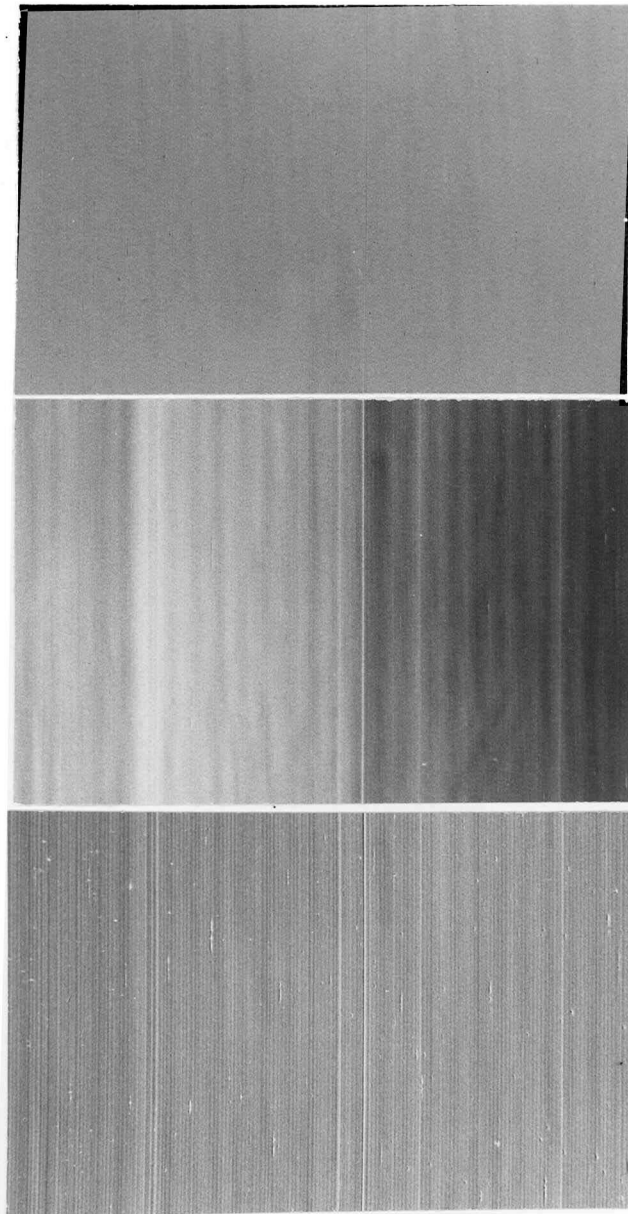
(b) ナイフエッジを1次光の中
心まで挿入して高周波側のス
ペクトルを取除いた場合。



(c) ナイフエッジを1次光の
中心よりも低周波側まで挿
入した場合。

10mm

表5.4図 分光用回折格子G-IIのピッチ誤差。各写真は同一視野を
対応させて示してある。(b),(c)において光の強度と格子間隔の変
動とは対応する。



(a) 一次光近傍のスペクトルをすべて投影レンズに入れた場合。

(b) ナイフエッジを一次光の中心まで挿入して高周波側のスペクトルを取除いた場合。

(c) 光学楔を Fraunhofer 回折面に挿入した場合。

10mm

表 5.5 図 分光用回折格子 4-皿のぐり誤差。各写真はいくつ視野を対応させて示してある。(b),(c)において光の強度と格子間隔の変動とは対応し、図中に観測される 0.17mm の細かり濃淡は格子線 100 本ごとに繰返す周期誤差である。

オ5.4図は試料G-IIにつけて行った実験結果で、回折格子には「」印で示した格子間隔の大きい部分が観測されるが、他の部分は試料G-Iよりも良好である。格子間隔の大きい部分の内部には、オ5.4図(C)に見られるようにかなりのピッチ変動がある。

オ5.5図は試料G-IIIにつけての結果である。ナイフエッジを用いた(b)、および光学楔を用いた(c)にはそれぞれコントラストが生じて、ピッチ誤差を現わしている。(b)および(c)の図形にはG-Iの試料と同じように約 0.8mm 周期のピッチ誤差が認められる。またそれよりも細かい周期で繰返す誤差が認められるが、これは光学楔を用いた(c)によく現われており、光学楔を用いたために復調の忠実度が増しているためと思われる。この細かい周期で繰返すピッチ誤差は測定の結果、1周期が 0.17mm のものであることがわかった。これより1周期に含まれている格子の本数は

$$600 \times 0.17 = 100 \text{ 本} \quad (5.4)$$

である。したがってそのピッチ誤差は格子線100本を周期として繰返していることがわかる。また「」印で示した部分は光の強度が他の部分よりも大であって、全体に他よりも格子間隔が大きい。また周期的変化をするものとは無関係にランダムに生じたピッチ誤差も認められる。

5.4 まとめ

回折格子によって発生した空間搬送波の変調および復調と言う考え方に基づく本測定法によって、分光用回折格子のピッチ誤差が光の強度分布として試料全面にわたって一度に測定できることが明らかとなった。実際の試料について測定した結果、一定の周期で繰返すピッチ誤差が認められ、細かい周期のものは光学楔を用いればよく現われることがわかった。これより *ruling engine* のネジあるいは歯車など周期誤差を生む可能性のある不良個所を逆算して、*ruling engine* の精度向上に役立てることができる。

総 括

本研究では先ず第1章において、本研究に用いる写像光学系の結像関係を導くと共に、光学系と通信系との対応から荷重によって歪んだ平面回折格子の歪分布を試料の像面上に光の強度分布として測定する方法について考察した。その結果は次のようにまとめることができる。

- (1) 回折格子はその透過率分布あるいは位相分布にしたがう空間的な波を発生させるとみなされる。歪んだ回折格子は、もとの格子線に直角な断面を考えるとその空間的な波を搬送波とし、その断面方向の歪分布を変調波として空間周波数変調されていることが明らかとなった。
- (2) 歪分布を試料の像面上に光の強度分布として得るには、その変調波を復調するという立場で考えることができる。それは通信系において周波数被変調波の復調で行なわれている周波数分割と同じことをすればよい。すなわち試料のスペクトル面である *Fraunhofer* 回折面に光学楔などのマスクを挿入して、搬送波の両側に側帯波を持つようになった歪んだ回折格子のスペクトルに *spatial filtering* を施せばよいことがわかった。

第2章では各種の復調方法について具体的に検討し、さらにそれを実験によって確かめた。それらの結果は次のようである。

- (1) 試料を照明する照明光の *coherency* から考察した結果、

測定光学系の光源として線光源を用いれば、その線光源に垂直な試料断面についで歪分布が、像面上その断面の共軛位置で測定される。したがって光学系全体を考えれば、試料はその各断面の積み重ねで全面を同時に測定できることがわかった。

- (2) マスクとしてナイフエッジを用いれば復調できる。この場合、変調波を現わしている図形の忠実度とコントラストを兼合せて考えれば、歪をうけた回折格子の平均周波数のスペクトル位置にナイフエッジを挿入して、それより高周波側のスペクトルを取除くのが最もよいことがわかった。
- (3) ナイフエッジを用いた場合に得られる図形は歪量の小さいときにも良好なコントラストを持っており、忠実度もよい。歪量が大きくなると忠実度は悪くなるので歪量の小さいときに用いるのが望ましい。
- (4) マスクとして振幅透過率が *Fraunhofer* 回折面にそって直線的に減少している光学楔を用い、それで側帯波の広がりを完全に被えば忠実に復調され、歪の分布と像面上の強度分布とは正しく一致することがわかった。
- (5) 線光源を用いたとき、*Fraunhofer* の回折像は矩形状の広がりを見せ、ここへマスクとして面積型楔を挿入する方法によっても復調でき、ナイフエッジを用いたときよりも復調の忠実度は向上する。
- (6) 面積型楔の原理と同じことが、光源幅を増し、回折面にナイフエッジを挿入する方法、あるいは波長幅を持った

線光源を用いて同様にナイフエッジを挿入する方法によっても達成できる。この場合、単色の線光源を用いるよりも光学系を明めるく使用できる。

- (7) 以上の復調方法によって単色で現われていた図形の背景に特定の色を一様に加えることにより色差として歪分布を検出できる。

試料に平面応力が加えられたとき、三方向の歪を測定すれば任意方向の歪を決定することができる。第3章では、そのために回折格子を用いた本測定法をいかに適用するか、実際の歪測定に対する方法を検討した。あわせて測定感度についても考察した。それらをまとめると次のようである。

- (1) 平面試料の荷重による厚み変化などによって生じる光波の位相変化は得られる像面上の強度分布に大きく影響する。それを避けるためには試料を *incoherently* に照明し、荷重状態にある格子像を撮影した写真フィルムを測定光学系に対する試料とすればよいことがわかった。
- (2) 歪んだ格子像を撮影したフィルムを測定光学系に対する試料としたときには、光学系と荷重装置とを分離することができる。そのために荷重装置に対する制限がなくなり、また不透明試料に対しても反射光学系を組立てることを必要としないう。
- (3) 三方向の歪を測定するには異った格子方向を持つ三個の試料を作成して、一方向の歪を別々に測定すればよい。
- (4) 三個の試料が得られない場合は、一試料上に格子を三

交叉させて転写し、そのうち一方向の格子が線光源と平行になるよう試料を回転して測定を行えばよい。

(5) 一方向の格子を持った試料で特定方向の歪を測定するには、格子を線光源に対して傾むければ線光源と垂直方向の歪が測定できる。

(6) 理論的考察の結果、本測定法による測定感度は格子間隔に逆比例することがわかった。格子間隔を 30本/mm とし、歪分布が 10mm 周期で、試料がその1周期以上の大きさを持っているとすれば、測定可能な変位量としては 0.11μ であり、また歪量としては 0.0067% となって、非常に感度の高い測定方法であることが明らかとなった。

第4章では実際の実験例としてアルミニウム粗大結晶を引張り変形させた場合の歪分布を測定し、粒界では伸びが拘束されていること、あるいは粒内における不均一な伸びなどを知った。その結果、第1章～第3章の考察と合わせて本測定法の持っている次の特徴が確かめられた。

(1) 対象物を直接に試料とすることができ、

(2) 歪分布が光の強度分布あるいは色差として試料全面にわたって一度に検出されるから、直接歪の分布状態をつかみやすい。

(3) 定量測定も従来の各方法に比して簡単である。

(4) 高い測定感度を持っており、特に不透明物体の測定には有効である。

(5) 微小領域の歪の変動を測定できる。

第5章では荷重による格子歪だけでなく、この測定法を分
光用回折格子のピッチ誤差の検定に利用した。その結果は次の
ようにまとめられる。

- (1) 理論的考察および(2)の結果より、本測定法によって分
光用回折格子の各部分に生じているピッチ誤差が試料全
面にわたって一度に測定できることが明らかとなった。
- (2) 測定に用いた回折格子には部分的に格子間隔が他の部
分よりも変動しているところが認められた。また突発的
に生じたピッチ誤差および一定の周期で繰返すピッチ誤
差があることがわかった。

謝 辞

最後に、本研究の着想を与えていただき、本研究の遂行に対
してたえず懇篤な御指導を賜った大阪大学篠田軍治、鈴木達朗
両教授に深く感謝いたします。

また、終始有益な御助言、御討論をいただき大阪府立大
学永田良助教授、なごびに本研究に御協力下さった諸氏に
厚くお礼申し上げます。

昭和40年12月9日

大阪大学大学院工学研究科

三 野 正 幸

参考文献

- 1) 湯浅亀一：材料力学中巻，コロナ社(1962)。
- 2) 中村 寛：非破壊検査 8, 89(1959)。
- 3) V. M. Urie and H. L. Wain: J. Inst. Metals 81, 153 (1952)。
- 4) G. Oster, M. Wasserman and C. Zerling: J. Opt. Soc. Am. 54, 169 (1964)。
- 5) D. Post: Experimental Mechanics 5, 368 (1965)。
- 6) J. F. Bell: J. Appl. Phys. 27, 1109 (1956)。
- 7) J. F. Bell: J. Appl. Phys. 30, 196 (1959)。
- 8) P. M. Duffieux: L'integrale de Fourier et ses applications a l'optique. Renne (1946)。
- 9) M. Born and E. Wolf: Principles of Optics (Pergamon Press, Oxford, 1964), 2nd ed.
- 10) E. H. Linfoot: J. Opt. Soc. Am. 45, 808 (1955)。
- 11) H. H. Hopkins: Proc. Phys. Soc. B,70, 449 (1957)。
- 12) E. L. O'Neil: IRE Trans. Prof. Group on Information Theory IT-2, 56 (1956)。
- 13) 斎藤弘毅：生産研究 10, 8(1958)。
- 14) R. V. Pole: IBM Research Report RC-750 (1962)。
- 15) S. Timoshenko and J. N. Goodier: Theory of Elasticity (McGraw-Hill, Newyork, 1951), 2nd ed.
- 16) H. H. Hopkins and P. M. Barham: Proc. Phys. Soc. B,63, 737 (1950)。
- 17) A. M. Goodbody: Proc. Phys. Soc. 70, 361 (1957)。
- 18) 辻内順平：機械試験所報告 No.40, 4(1961)。
- 19) T. Suzuki: Technol. Repts. Osaka Univ. 12, 61 (1962)。
- 20) H. H. Hopkins: Proc. Roy. Soc. A,208, 263 (1951)。
- 21) W. E. Glenn: J. Opt. Soc. Am. 48, 841 (1958)。
- 22) W. E. Glenn: J. Appl. Phys. 30, 1870 (1959)。
- 23) A. Lohmann und B. Morgenstern: Optik 20, 450 (1963)。
- 24) H. H. Hopkins: J. Opt. Soc. Am. 47, 508 (1957)。

- 25) H. Boersch und H. Raith: Z. Physik 167, 152 (1962).
- 26) 龜田光一: エレクトロニックスの基礎, 裳華房(1960).
- 27) J. Tsujiuchi: J. Phys. Soc. Japan 12, 744 (1957).
- 28) 朝倉利光: 応用物理 32, 180 (1963).
- 29) 篠田早治, 鈴木達朗, 中谷登, 永田良: 応用物理 33,
727 (1964).
- 30) 立川利久, 阪尾昭一: ポリカーボネート,
日刊工業新聞社(1961).
- 31) 帝国人絹株式会社編: ポリカーボネート樹脂技術資料,
物性編(1961).
- 32) 灰力測定技術研究会編: 灰力測定法, 朝倉書店(1955).
- 33) G. W. Stroke: J. Opt. Soc. Am. 45, 30 (1955).
- 34) E. Ingelstam and E. Djurle: Arkiv för fysik 4,
423 (1952).

講演ならびに論文目録

本研究に関する講演ならびに論文は次のとおりである。

I. 講演

「応力測定における回折格子の応用」

第23回応用物理学学会学術講演会 11p-IV-2

昭和37年10月11日

「回折格子を用いた応力測定 歪とコントラストとの詳細な理論」

第10回応用物理学関係連合講演会 1a-VII-7

昭和38年4月1日

「回折格子を用いた応力測定 測定例」

第10回応用物理学関係連合講演会 1a-VII-8

昭和38年4月1日

「回折格子を用いた再回折法による歪測定 定量精度に関する考察」

第24回応用物理学学会学術講演会 3p-II-6

昭和38年10月3日

「回折格子を用いた再回折法による歪測定 荷重の変化および単色光、多色光による歪模様」

第24回応用物理学学会学術講演会 3p-II-7

昭和38年10月3日

「回折格子を用いた再回折法による歪測定 *Incoherent* 照明を適用し試料の *waviness* を補正した場合」

第11回応用物理学関係連合講演会 2a-B-2

昭和39年4月2日

「回折格子を空間的な搬送波と考えた歪測定」

第14回応用力学連合講演会 419

昭和39年9月8日

「再回折法による回折格子のピッチ誤差の検出」

第25回応用物理学会学術講演会 4p-V-9

昭和39年11月4日

「回折格子を用いた再回折法による歪測定 スペクトル面に
光学楔を挿入した場合」

第25回応用物理学会学術講演会 5p-VI-7

昭和39年11月5日

「回折格子を搬送波と考えた歪測定 平面応力による歪分
布の測定とその応用」

第12回応用物理学関係連合講演会 6p-K-9

昭和40年4月6日

「回折格子を *carrier oscillator* と考えた歪測定 引張り変
形されたアルミニウム粗大結晶への応用」

第26回応用物理学会学術講演会 2a-G-10

昭和40年10月2日

「周波数変調をうけた回折格子の像 面積型楔による信号
像の復調」

第26回応用物理学会学術講演会 2p-F-2

昭和40年10月2日

II. 論文

「回折格子を搬送波として用いた応力測定」

応用物理 32, 133 (1963).

"Optical Diffraction Method of Strain Measurement
Based on Modulation Theory"

Technol. Repts. Osaka Univ. 13, 359 (1963).

"Further Consideration on the Measurement of Strain
Distribution by the Use of a Diffraction Grating"

Technol. Repts. Osaka Univ. 14, 521 (1964).

"Image of the Optical Grating Modulated by the Signal
and its Application to the Measurement of Strain
Distribution"

Appl. Opt. 3, 825 (1964).

"Fidelity of Strain Pattern and Measurement of Strain
Distribution in a Plate by Using a Diffraction Grating"

Proc. of the 14th Japan Congress for Applied
Mech., (1965), to be published.