Title	回折格子によつて発生した空間搬送波の変調と復調による歪測定
Author(s)	三野, 正幸
Citation	大阪大学, 1966, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/28960
rights	
Note	

回折格子によつて発生した空間搬送波の変調と復調による歪測定

三　野　正　幸

目 次

序論

材料の歪、あるいは応力の分布状態を知ることは、工学的にも、また物理学的にも重要な問題であり、各種の測定方法が用いられている。各測定方法は、それぞれの特徴を持っているが、直接に対象物の歪分布の状態を試料全体にわたって簡単にしかも感度よく解析することは困難であった。本研究は、回折格子を用いることによって、それらの問題点を解決した測定方法を開発したものである。

光弾性法[1]は最も広く用いられている測定方法の一つであり、弾性理論によって求めた解を実験的に検証しうると共に、理論によって解き難い実用的な問題に適用しても良好な結果が得られる。しかしながら光弾性実験では光弾性的性質を持つ透明材料で、実際の原型と相似形の模型を作成し、これについて測定を行うのが普通である。材料を直接試料とする場合には光弾性皮膜法[2]が用いられているが、この場合、測定感度は皮膜の厚さに比例する。皮膜を厚くすると感度を上げることができるが、厚い皮膜のために試料の歪分布の状態は、影響をうけ、実際のものと異なる恐れがあり、また試料に生じた歪は厚い皮膜に忠実に伝えられるとは限らない。したがって光弾性法は測定対象物を直接試料としようとする場合に、一般には種々困難を伴う。対象物を直接に試料として、その歪分布を測定しようとする試みとしては、試料上に格子を刻線し、それを印として利用し、荷重により試料が歪んだとき、

その格子線の位置を測定器で一個一個読みとって行く方法が行われている。[3] しかしこれによれば、試料全体にわたる歪分布の状態を知るには非常に手間がかかり、測定精度についても多くは期待できない。また他の規則格子と重ねあわせてモアレを出し、格子歪を拡大して測定を行う方法もとられており、[4,5] その感度は他の測定方法にくらべて勝っている。モアレ法はモアレ間隔を大きくしてその感度を得ているために、縞の中間にある近接した場所の歪の変動を知ることは困難となる。一方、格子による回折を利用すれば回折光の移動から歪を測定することができる。[6,7] しかしこれによれば試料全体の平均的な歪しか知ることができず、試料全体にわたる歪の分布を測定するには、細く絞った光を試料にあてるかあるいはピンホールを置くことによって、その一部分の歪を測定し、それを試料全体にわたって走査しなければならず、非常な労力を要する。

以上のように直接対象としたものの試料全体にわたる歪分布を簡単に、しかも感度よく微小領域まで測定することは困難であって、それらに代る測定方法を開発することが必要とされる。本研究では回折格子を用い、荷重により歪んだ回折格子および測定に用いる光学系を情報通信理論の立場から考えて上に述べた歪測定における諸問題を解決する測定方法を開発することを目的とした。

Duffieux のフーリエ解析による結像論[8]以来、光学系は情報通信理論の立場から論じられ、レンズが通信系における線型

のフイルター回路に相当することが明らかとなった。[9] したがって通信系において回路の特性を周波数特性で表現するのと全く同様に物体の構造、すなわち場所的な明暗および位相の分布を空間軸上で一つの波形と考え、空間周波数と言うものを設定して写像光学系の結像特性を空間周波数に対して考えることができる。この立場から通信系で行われている種々の技巧がそのまゝ光学系にも適用でき、像の評価[10,11]および改良[12,13]などに有用な働きを示している。従来、写像光学系を情報通信理論から取扱う場合、通常光波そのものを搬送波とみなし、それが物体を通過することによって振幅あるいは位相変調をうけると言う考え方であった。[14] ここでは、変形前の規則格子はその透過率分布あるいは位相分布にしたがう空間的な波を発生させ、それを空間的搬送波と考えた。荷重により歪んだ回折格子は、その空間搬送波が歪の分布を変調波として空間周波数変調をうけたとみなし、この考えのもとに本研究は行われている。

歪んだ回折格子による *Fraunhofer* の回折像はある広がりを持つようになるが、これは周波数変調をうけた空間搬送波のスペクトルが *Fraunhofer* の回折像として得られているためである。そこに光学楔などのマスクを挿入し、各スペクトルの空間周波数に対する透過特性を減じたり、切除したりして、空間的なフイルタリング（*spatial filtering*）を施せば変調波、すなわち歪の分布は試料の像面上に光の強度分布として現われる。すなわち復調が達成されて、歪分布が測定されたこと

になる。感光材料を塗布して写真的に格子を転写すれば、直接測定対象物を試料とすることができる。上のような原理に基づく測定方法について理論的、実験的に検討したところ、試料全体にわたる歪の分布状態を一度に感度よく測定できることが明らかとなった。

測定光学系の光源として線光源を用いれば、光学的な取扱いは、一次元に簡単化され、線光源に垂直方向の歪成分の分布が測定される。任意方向の歪を決定するには一般に三方向の歪成分を知ればよく[15]、これには各々異った三方向の格子を利用する方法、および一方向の格子のみを使用して、試料を線光源に対して傾けて測定する方法が考えられる。

金属結晶を引張り変形させた場合、その歪分布はどのようになるかは、実用上の構造材の強度と関連し、結晶学的に重要な問題である。ここでは本測定法の一つの実験例として、アルミニウム粗大結晶を引張り変形させたときの歪分布を調べてみたところ、結晶粒内および粒界の試料全体にわたる歪の分布状態を一度に感度よく微小領域まで測定できた。

さらに発展させて、荷重による歪だけでなく、分光用回折格子の製作上生じるピッチ誤差の検定に利用し、ruling engine の不良個所のために周期的に生じているピッチ誤差などの測定をも試みた。

第1章　測定原理

光学系を情報通信理論の立場から考えると、その取扱いが簡単になり、種々の問題に対して有用な働きを示している。本研究においても歪んだ回折格子の結像問題をこの情報通信理論の立場から考えた。

光学系で物体の像を作るには、適当な方法で物体を照明することが必要である。例えば、顕微鏡や投影機では光源とコンデンサーレンズによって照明光束を作り、物体をこの光束中に置いて、その透過光をレンズに受けて結像が行われる。この際、物体の像は光源の大きさなどに基づく照明光の性質、すなわち照明光の coherency によって大きく変化することが知られている。このような照明系を含めた写像光学系の結像に関しては Hopkins と Barham,[16] Goodbody[17] が一般的な計算を発表しており、さらにこれを情報通信理論の立場から O'Neil,[12] 辻内,[18] Suzuki,[19] Wolf[9] などが解析している。本研究に用いる測定光学系も顕微鏡、投影機と同種の光学系で、以下の取扱いに便利なように Hopkins の発表による coherence factor[20] を用いて結像式を導き、さらにそれを情報通信理論の立場から記述して、§1.1に示した。

ここで物体は、荷重により歪んだ回折格子とした場合、その回折格子は情報通信理論の立場から考えると、もとの規則格子によって発生した空間搬送波が歪の分布を変調波として空間周波数変調をうけたものとみなされる。この考え方が本

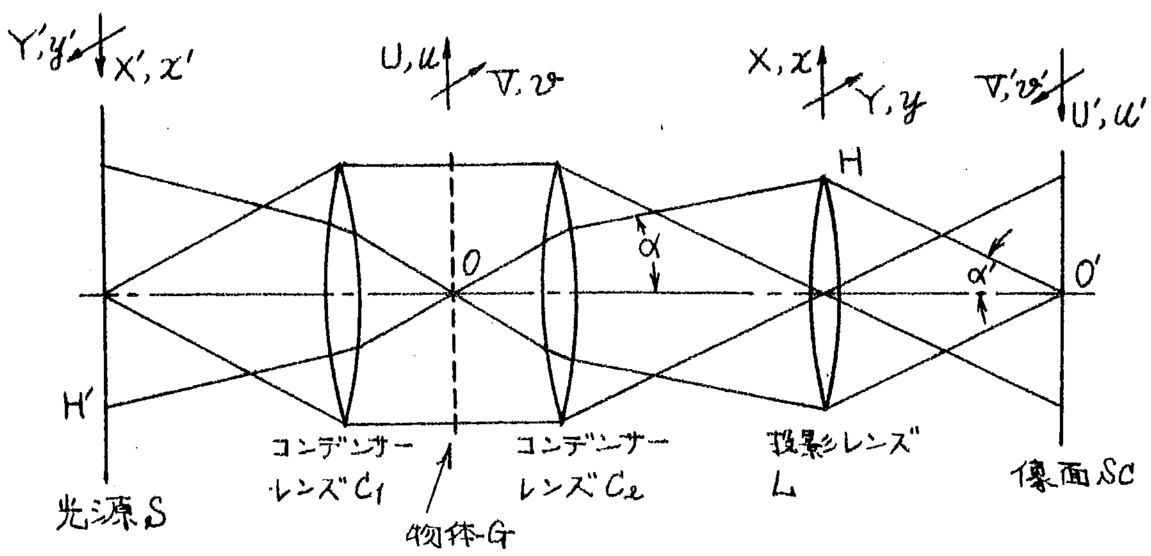
研究の基本となるが、これについて§1.2で考察する。

従来、物体の像を一つの情報として、格子の形で記録する考え方は、樹脂上に作られた格子の高低による *thermoplastic recording*[21][22]、および格子線の角度を変える方法[23]などに見られる。像の再現は、回折光の一部をさえぎり、そのさえぎられた光を出している部分は暗くなると言う考え方であった。本研究の荷重によって歪んだ回折格子も、見方を変えれば、歪の分布と言う情報を格子に記録したとみなすことができるが、その再現は周波数被変調波の復調と言う従来とは別の立場から考えることができ、通信系における周波数弁別器の特性と同じように各空間周波数に対する透過特性を直線的に減じて *spatial filtering* を施してやれば、変調波すなわち歪の分布は光の強度分布として得ることができる。その方法の考え方について§1.1で求めた結像式をもととして§1.3で考察する。

1.1 写像光学系の結像理論

光学系は第1.1図に示した通りで、物体はコンデンサーレンズC_1およびC_2の中間に置かれ、また光源の像はコンデンサーレンズC_1およびC_2によって投影レンズの瞳面上に作られる。コンデンサーレンズC_1は、光源との距離がC_1の焦点距離となるように置かれている。したがって光源が点光源であれば、物体は平面波で照明されることとなり、実際の光学系を組立てる上での便利のために置かれているものであり、コンデンサーレンズC_1を欠いても、物体をコンデンサーレンズC_2の瞳面に置けば、以下に述べるのと同じ結像関係が得られる。

第1.1図に示したごとく、物体面の中心Oと投影レンズの縁Hとを結ぶ光線が光軸となす角をαとし、またこの光線が像面の中心O'に到達したときに光軸となす角をα'とする。この



第1.1図　照明系を含む写像光学系

光線を物体面の後方に延長して光源と交わる点をH′として、式の取扱いを簡単にするために次のような線形の変換座標を考える。

$$\left.\begin{array}{l} x=\dfrac{X}{H}\,,\ y=\dfrac{Y}{H}\,,\ x'=\dfrac{X'}{H'}\,,\ y'=\dfrac{Y'}{H'} \\ u=(\frac{2\pi}{\lambda}\sin\alpha)U\,,\ \ v=(\frac{2\pi}{\lambda}\sin\alpha)V \\ u'=(\frac{2\pi}{\lambda}\sin\alpha')U',\ \ v'=(\frac{2\pi}{\lambda}\sin\alpha')V' \end{array}\right\} \qquad (1.1)$$

ここに (X, Y), (X', Y'), (U, V) および (U', V') の大文字は各々実長を示している。また λ は光の波長である。この(1.1)の変換座標を用いると光源面上のある点と投影レンズ瞳面上のその共軛点とは同じ座標値が対応し、また物体面上のある点とその共軛な像点とは同じ座標値が対応する。

光源の輝度分布を $B'(x', y')$ とし*、光源内の点 (x', y') に $d\sigma$ なる微小部分を考える。この微小光源によって物体上 (u, v) において生じる光波の複素振幅** は $E(u, v)$ であるとする。いま物体の透過率分布*** を $O(u, v)$ とすれば、その物体を通過した光

---

* 座標 $x'y'$ は $-\infty \sim +\infty$ を考え、光源外では $B'(x', y')=0$ と考える。以下他の座標 uv, xy および $x'y'$ の函数についても同様とする。

** 光波の振幅 a と位相 δ を同時に表わしたもので $ae^{i\delta}$ と書ける。

*** 一般の物体は光波の振幅の減衰をもたらす明暗分布と、光波の位相に変化を与える位相分布の両方を兼備えており、明暗分布を $f(u, v)$、位相分布を $\varphi(u, v)$ とすれば物体は

$$f(u, v)\exp\{i\varphi(u, v)\}$$

で表わされる。

の複素振幅は $E(u,v)O(u,v)$ となる。いま物体上 (u,v) 点にある振幅 1 、位相ゼロの点光源の像は、その共軛点 (u,v) を中心として考え、その複素振幅を $t(u'-u, v'-v)$ で表わす。簡単のためにコンデンサーレンズ C_2 は無収差であるとし、物体を透過し、投影レンズムの瞳に入る光をすべて通すだけの大きさを持っているとする。投影レンズの波面収差を $w(x,y)$ とし、座標 xy と $u'v'$ とは逆方向であることを考慮して

$$t(u',v') = \iint_{-\infty}^{\infty} \tau(x,y)\, exp\{i(u'x+v'y)\}\, dx\, dy \qquad (1.2)$$

で示される。ただし

$$\left.\begin{aligned} \tau(x,y) &= exp\{i\tfrac{2\pi}{\lambda}w(x,y)\} && x^2+y^2 \leqq 1 \\ &= 0 && x^2+y^2 > 1 \end{aligned}\right\} \qquad (1.3)$$

である。$\tau(x,y)$ は $u=0, v=0$ に置いた点光源によって作られる投影レンズの瞳面における複素振幅分布であって瞳函数と呼ばれる。光源 $d\sigma$ によって照明された物体上 (u_1,v_1) 点からの光による像面上 (u',v') 点の複素振幅は

$$E(u_1,v_1)\,O(u_1,v_1)\,t(u'-u_1, v'-v_1)$$

である。像面の点 (u',v') における複素振幅 $E'(u',v')$ は物体面全体からの光の寄与を積分して、

$$E'(u',v') = \iint_{-\infty}^{\infty} E(u_1,v_1)\,O(u_1,v_1)\,t(u'-u_1, v'-v_1)\, du_1\, dv_1 \qquad (1.4)$$

となる。物体上の独立な他の点 (u_2,v_2) に関しても (1.4) と同じ式が得られ像面上 (u',v') 点における光源 $d\sigma$ による強度は次式のようになる。

$$dI = E'(u',v')E'^*(u',v')$$
$$= \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} E(u_1,v_1)O(u_1,v_1)t(u'-u_1,v'-v_1)\,du_1dv_1 \right.$$
$$\left. \times \iint_{-\infty}^{\infty} E^*(u_2,v_2)O^*(u_2,v_2)t^*(u'-u_2,v'-v_2)\,du_2dv_2 \right\} d\sigma \tag{1.5}$$

ここに記号 * は複素共軛を示す。像面上 (u',v') 点における強度 $I(u',v')$ は光源全体からの寄与を積分して得られ、変数はすべて独立であるから積分順序を変更して、

$$I(u',v') = \iiiint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_\Sigma E(u_1,v_1)E^*(u_2,v_2)\,d\sigma \right\} O(u_1,v_1)O^*(u_2,v_2)$$
$$\times t(u'-u_1,v'-v_1)t^*(u'-u_2,v'-v_2)\,du_1dv_1du_2dv_2 \tag{1.6}$$

となり、さらに

$$I(u',v') = \iiiint_{-\infty}^{\infty} \gamma_{12}\,O(u_1,v_1)O^*(u_2,v_2)$$
$$\times t(u'-u_1,v'-v_1)t^*(u'-u_2,v'-v_2)\,du_1dv_1du_2dv_2 \tag{1.7}$$

となる。このとき

$$\gamma_{12} = \frac{1}{\sqrt{B(u_1,v_1)B(u_2,v_2)}} \int_\Sigma E(u_1,v_1)E^*(u_2,v_2)\,d\sigma \tag{1.8}$$

である。$B(u,v)$ は (u,v) 点における照明光の強度であって、

$$B(u,v) = \int_\Sigma |E(u,v)|^2 d\sigma \tag{1.9}$$

となる。光源面における輝度 $B'(x',y')$ の変化が小さいとすると

$$\frac{1}{\sqrt{B(u_1,v_1)B(u_2,v_2)}} = 一定 \tag{1.10}$$

と考えてよい。

この γ_{12} は *coherence factor* で物体面上任意の二点 (u_1,v_1), (u_2,v_2) 間の光の干渉の程度を示し、Hopkins,[20),24)] Wolf[9)] などによって

解明され、像形成および分解能の研究などに利用されたものである。この物理的意味は(u_1, v_1)および(u_2, v_2)から出る二つの光波のある時間内の平均値をそれぞれ$a_1 e^{i\delta_1}$および$a_2 e^{i\delta_2}$で表わすとき、その干渉光の時間的平均強度が

$$I = a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 V_{12}\, 2\cos(\delta_2 - \delta_1 + \beta_{12})$$

となったとすると

$$V_{12} e^{i\beta_{12}} = \gamma_{12}$$

と考えることができる。したがって$|\gamma_{12}|$はこの二つの光波による干渉縞の*visibility*を表わすと考えてよく、この二点からの光波が*coherent*な場合には$|\gamma_{12}| = 1$、*incoherent*な場合には$|\gamma_{12}| = 0$であり、一般の場合には、その中間の値をとる。

上記(1.7)が照明系を含めた一般的な結像関係を示しており、像は物体面の座標の函数として表わされている。これを情報通信理論の立場から論じるには、フーリエ変換で与えられる空間周波数の函数として表わさなければいけない。ここで物体の振幅透過分布$O(u, v)$のフーリエ変換をとり、

$$o(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} O(u, v) \exp\{-i(ux + vy)\}\, du\, dv \qquad (1.11)$$

を考える。この$o(x, y)$は第1.1図の光学系で、光軸上$x' = 0$, $y' = 0$に点光源を置いた場合、その光源の共軛面上、すなわち投影レンズの瞳面上における物体による回折像の振幅分布に等しい。* この光源の共軛面上の回折像は*Fraunhofer*の回折像と呼ばれ、光学上種々重要な意味を持つ。フーリエ変換の意

* 13頁～16頁参照

味から明らかに、$O(x,y)$ は物体のスペクトルであり、x および y は空間周波数の *dimension* を持っている。したがって、*Fraunhofer* の回折面である xy 面は物体のスペクトル面であり、座標軸 x および y は空間周波数軸である。

一方、ある *incoherent* 光源から照明されている物体上の二点間の *coherence factor* はその光源と同じ大きさ、形を持つ開口によって球面波が回折された場合の *Fraunhofer* の回折像の振幅分布に等しく[9]、またコンデンサーレンズ C_1 と光源との間隔が C_1 の焦点距離となっている場合には物体の置かれる位置に無関係であることから、γ_{12} は C_1 が無収差のとき、定数係数は別として、

$$\gamma_{12}=\iint_{-\infty}^{\infty}B'(x',y')\,exp[i\{(u_1-u_2)x'+(v_1-v_2)y'\}]\,dx'dy' \qquad (1.12)$$

となる。いま

$$\left.\begin{aligned} &u'-u_1=u_1'', \quad u'-u_2=u_2'' \\ &v'-v_1=v_1'', \quad v'-v_2=v_2'' \end{aligned}\right\} \qquad (1.13)$$

と座標を変換する。(1.11) および (1.13) を用いて (1.7) を整頓すると

$$\begin{aligned} I(u',v')=\iiiint_{-\infty}^{\infty}\Big[\iiiint_{-\infty}^{\infty}&\gamma_{12}\,t(u_1'',v_1'')\,exp\{-i(u_1''x_1+v_1''y_1)\} \\ &\times t^*(u_2'',v_2'')\,exp\{i(u_2''x_2+v_2''y_2)\}\,du_1''dv_1''du_2''dv_2'' \\ &\times O(x_1,y_1)\,O^*(x_2,y_2)\,exp[i\{(x_1-x_2)u'+(y_1-y_2)v'\}] \\ &\times dx_1dy_1dx_2dy_2 \end{aligned} \qquad (1.14)$$

となる。(1.2) および (1.12) を用いれば (1.14) は

$$I(u',v') = \iiiint_{-\infty}^{\infty} C(x_1,y_1,x_2,y_2)\, O(x_1,y_1)\, O^*(x_2,y_2)$$
$$\times \exp[i\{(x_1-x_2)u' + (y_1-y_2)v'\}]\, dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \qquad (1.15)$$

および

$$C(x_1,y_1,x_2,y_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} B'(x',y')\, \tau(x'+x_1,\, y'+y_1)\, \tau^*(x'+x_2,\, y'+y_2)\, dx'dy' \qquad (1.16)$$

と書きなおすことができる。

(1.11)で示された$O(x,y)$および(1.16)によって示された$C(x_1,y_1,x_2,y_2)$を用いることにより、結像式(1.7)を空間周波数の函数として表わした形(1.15)に書き換えることができた。(1.15)から明らかに(1.16)は光学系の周波数伝達特性を示し、光源の大きさ、投影レンズの収差およびその径に依存している。また(x_1,y_1), (x_2,y_2)は独立にえらばれるから像は各々異った周波数のスペクトル成分間の唸り*が、像の構造をあらわし、通信系との対応からそれを交流成分と呼ぶことにする。直流成分は$x_1=x_2$, $y_1=y_2$のように同じ周波数のスペクトル成分から生じ、それは像のコントラストを下げる。

物体の振幅透過分布$O(u,v)$のフーリエ変換で示される(1.11)は、光軸上$x'=0$, $y'=0$に存在する点光源によって生じる物体のFraunhoferの回折像の振幅分布であることを述べたが、これは次のように考えれば明らかである。$X'=0$, $Y'=0$に存在

---

* 音響学などで使用されている唸りは、振動数すなわち周波数の差で表わされるが、それと同じ内容であるからこの言葉を用いた。

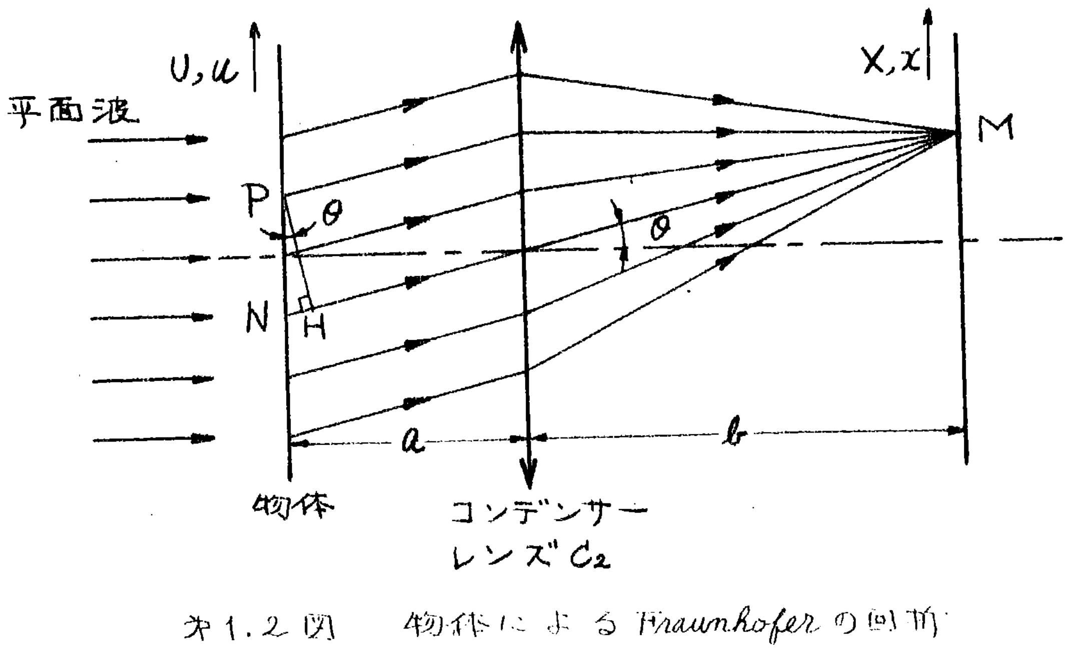
する点光源を出た光波は、コンデンサーレンズ C_1 を通過した後、平行平面波となって、第1.2図に示したごとく物体に到達する。物体を透過し、回折された光のうち、光軸と θ だけ傾むいた光は、点光源の共軛面である投影レンズ瞳面上のM点へすべて集められる。いま簡単のために一次元について議論を進める。物体に平行平面波 $A_0 \sin(\omega t + \delta)$ が到達したとする。物体は複素表示して

$$O(U) = F(U) \exp\{i \frac{2\pi}{\lambda} L(U)\} \qquad (1.17)$$

で表わされる。ここに $L(U)$ は物体によって生じた光路差である。物体を通過した直後の光波は

$$A_0 F(U) \sin\{\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda} L(U)\}$$

となる。いま物体上の点 $P(U)$ にある微小部分 dU から出た回折光のうち光軸と θ なる角をなす光は XY 面上の点 $M(X)$ に到達する。このとき光波は $M(X)$ への到達距離に応じて、次の (1.18), (1.19) で示されるごとく振幅の減少、位相の遅れを生じる。



第1.2図　物体による Fraunhofer の回折

$$A_0 \frac{F(U)}{PM} \sin[\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda}\{L(U) + PM\}] \tag{1.18}$$

ここにPにおける光の *inclination factor* は1とした。また PMは

$$PM = MN - NH = (a+b)\frac{1}{\cos\theta} - (\frac{aX}{b} + U)\frac{X}{b}$$
$$\approx a + b - \frac{UX}{b} \tag{1.19}$$

である。ただしX≪bと仮定した。M(X)に集まる合成光波は(1.18)を物体全面にわたって積分して

$$W(X) = \int_{-\infty}^{\infty} A_0 \frac{F(U)}{PM} \sin[\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda}\{L(U) + PM\}]\, dU \tag{1.20}$$

となる。これに(1.19)を代入し、正弦函数外のPMは近似的に$a+b$と置いて積分の外へ出し、また振幅の比のみを考えるから$A_0/a+b$なる定数係数は省略して

$$W(X) = A\sin\{\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda}(a+b)\} - B\cos\{\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda}(a+b)\} \tag{1.21}$$

となる。ここに

$$\left.\begin{aligned} A &= \int_{-\infty}^{\infty} F(U) \cos\frac{2\pi}{\lambda}\{L(U) - \frac{XU}{b}\}\, dU \\ B &= \int_{-\infty}^{\infty} F(U) \sin\frac{2\pi}{\lambda}\{L(U) - \frac{XU}{b}\}\, dU \end{aligned}\right\} \tag{1.22}$$

である。(1.21)はさらに

$$W(X) = |O| \sin\{\omega t + \delta - \frac{2\pi}{\lambda}(a+b) - \psi\} \tag{1.23}$$

と書き換えられ、Oおよびψは各々

$$\begin{aligned} O &= A + iB \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} F(U) \exp\{i\frac{2\pi}{\lambda}L(U)\} \exp(-i\frac{2\pi}{\lambda}\frac{X}{b}U)\, dU \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} O(U) \exp(-i\frac{2\pi}{\lambda}\frac{X}{b}U)\, dU \end{aligned} \tag{1.24}$$

$$\psi = \tan^{-1}\frac{B}{A} \tag{1.25}$$

で表わされる。(1.24)は光波の複素振幅であって、これを計

算することによってFraunhofer回折像の振幅と位相が定まる。(1.1)に示した変換座標を用い、物体$O(U)$を変換座標で表わしたものを$\mathcal{O}(u)$とすれば(1.24)は

$$O(x)=\int_{-\infty}^{\infty}\mathcal{O}(u)\exp(-ixu)\,du \tag{1.26}$$

となり、Fraunhofer回折像は物体のフーリエ変換の形で与えられる。(1.26)のxは回折面の座標であると共にフーリエ変換の意味から物体の持っている空間周波数であり、両者は一致している。

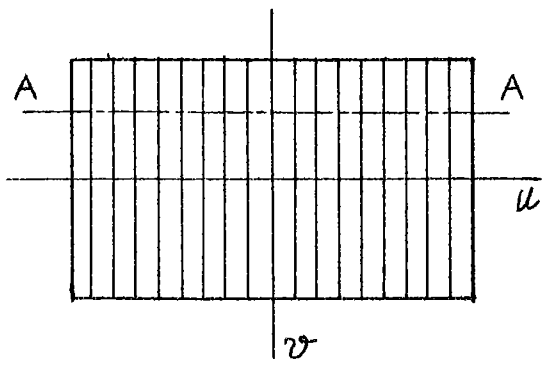
点光源がx'なる位置にあればFraunhoferの回折光は$x=x'$を中心にして分布し

$$O(x-x')=\int_{-\infty}^{\infty}\mathcal{O}(u)\exp\{-i(x-x')u\}\,du \tag{1.27}$$

となる。したがって回折面の座標をx'だけ移動したものが、空間周波数となる。

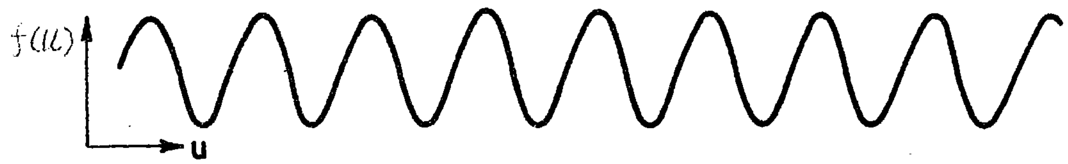
1.2　応力歪により周波数変調をうけた回折格子

回折格子（*diffraction grating* または単に *grating*）は平面あるいは凹球面上に 1mm あたり 1〜1200 本くらいの割合で等間隔に平行な明暗の線、あるいは溝を持っているもので分光学の研究に分散系として用いられてきた。分光学の分野において回折格子は平面あるいは凹球面などに分類されるが、写像光学上の物体として回折格子を考えた場合、明暗の線を持っていて、そこを透過（反射）する光波の振幅に影響を与える明暗格子と、規則正しい形状の溝を持っていて、光波の位相に影響を与える位相格子に分類することができる。回折格子を歪測定に応用する場合、何らかの方法で試料上に格子を作らなければならないが、*ruling engine* で各試料に刻線することは非常に手間がかかり、実際的な方法ではない。格子作成方法としては、試料上に感光材料を塗布して写真的に格子を転写する方法が最も簡単である。したがって本研究では平面の明暗格子を使用することとし、これについて取扱う。

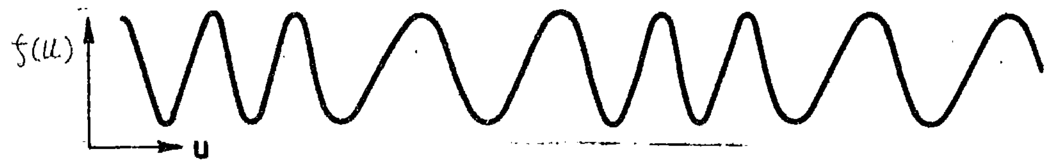


第1.3図　回折格子の格子線と座標軸

第1.3図に示したような平面の明暗格子を考え、格子線の方向を



(a) 規則格子



(b) 歪んだ格子

第1.4図　周波数変調をうけた回折格子。
$f(u)$は振幅透過率を示す。

v軸に平行に置く。その回折格子の明暗の透過率分布が正弦状に変化するとすれば、u軸に平行な断面、例えばAAの透過率分布は第1.4図(a)のようである。いまここで何らかの原因、例えば回折格子に不均一な荷重が加えられたとき、その断面の透過率分布は第1.4図(b)に示したごとく各部分によって異った格子間隔を持つようになる。第1.4図において横座標のuは場所を表わす空間的な座標であり、また$f(u)$は振幅透過率分布で、通信系における時間、電圧にそれぞれ対応させて考えることができる。したがって通信系の場合の周波数と対応して、格子間隔を周波数と言い換えてもさしつかえなく、厳密には空間周波数と言う。これによれば歪んだ回折格子は場所、場所によって変化する空間周波数を持った状態である。したがってもとの規則格子の透過率分布を空間的な搬送波と考えると、歪んだ回折格子は空間周波数変調をうけた状態で

あるとみなすことができる。この場合、信号すなわち変調波はどのようなものと考えればよいかを以下に考察する。

先の第1.3図のように、格子線の方向がv軸に平行に置かれている格子間隔ω_cの明暗格子の振幅透過率分布$f(u,v)$は

$$f(u,v)=f(u)=A_0+A_1\cos\omega_c u+A_2\cos 2\omega_c u+\cdots\cdots \qquad (1.28)$$

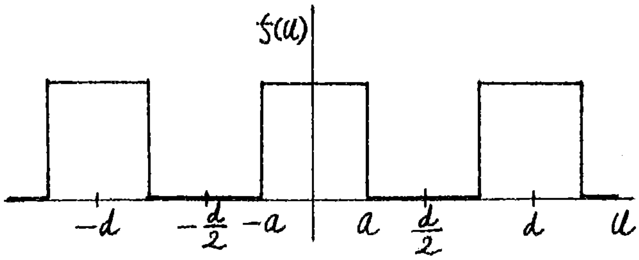
とフーリエ級数に展開できる。例えば第1.5図に示したような明および暗が交互にある短形状の透過率分布を持っている格子の場合は

$$f(u)=1+2\frac{\sin a\omega_c}{a\omega_c}\cos\omega_c u+2\frac{\sin 2a\omega_c}{2a\omega_c}\cos 2\omega_c u+\cdots\cdots \qquad (1.29)$$

のごとくなる。ここに$\omega_c=2\pi/d$である。格子の函数をフーリエ級数に展開した場合、その各項のフーリエ係数とフーリエ位相とが各々回折像の各次数の振幅と位相を与えている[25]から(1.28)の各項のA_0, A_1, A_2などはこの回折格子によるFraunhoferの回折像の振幅を示していて、ゼロ次光の振幅がA_0, 1次光のものがA_1, 2次光のものがA_2などとなり、投影レンズ面上に生じる。ここで投影レンズには2次光よりも高次の回折光を入れないとすれば(1.28)の第3項以上の各項は結像に関係せず、回折格子は

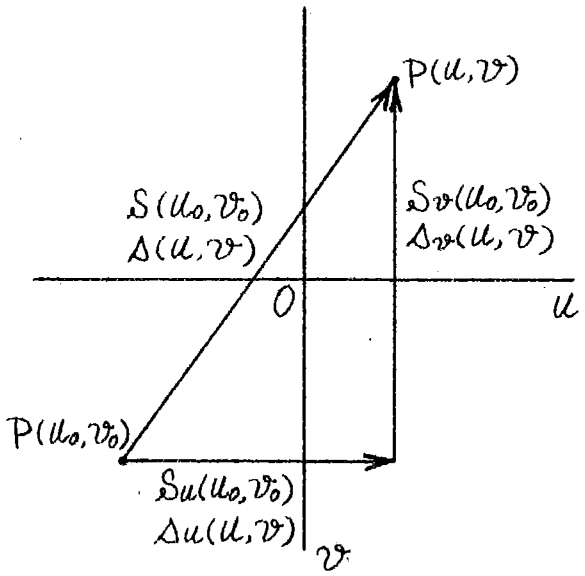
$$f(u,v)=A_0+A_1\cos\omega_c u \qquad (1.30)$$

となる。したがって上記の条件のもとで明暗格子は、すべて(1.30)



第1.5図　短形状の透過率分布を持つ回折格子

で示される正弦状の透過率分布を持っているものと考えてよい。



第1.6図　荷重による回折格子面上の点の変位
$P(u_0,v_0)$：変形前の位置
$P(u,v)$：変形後の位置

ここで第1.6図に示したごとく、回折格子上の点$P(u_0,v_0)$が荷重により$P(u,v)$まで変位したとする。ここに$\delta u(u_0,v_0)$および$\delta v(u_0,v_0)$は各々u方向およびv方向の変位成分で、$\Delta u(u,v)$および$\Delta v(u,v)$はそれを変形後の座標点(u,v)の函数として表わしたものである。したがって

$$\left.\begin{aligned} u_0 &= u-\Delta u \\ v_0 &= v-\Delta v \end{aligned}\right\} \quad (1.31)$$

である。変形後の回折格子の透過率分布は(1.30)のuに$u-\Delta u$，vに$v-\Delta v$と置き換えて得ることができ

$$f(u,v)=A_0+A_1\cos\omega_c(u-\Delta u) \qquad (1.32)$$

となる。変形後vが一定の断面の周波数は

$$\omega=\frac{\partial}{\partial u}\{\omega_c(u-\Delta u)\}=\omega_c-\omega_c\frac{\partial\Delta u}{\partial u} \qquad (1.33)$$

となる。

通信系における周波数変調の場合の変調波$m(t)$は

$$\omega=\omega_c+km(t) \qquad (1.34)$$

の関係で示され、tは時間であり、kは定数である。したが

って(1.33)における変調波$m(u,v)$は

$$m(u,v)=\frac{\partial \Delta u}{\partial u} \tag{1.35}$$

$$k=-\omega_c \tag{1.36}$$

と考えてよい。一方、歪は変形前の座標点(u_0, v_0)で定義され[15]u方向の歪成分は

$$\varepsilon_u=\frac{\partial \Delta u}{\partial u_0}=\frac{\partial \Delta u}{\left(1-\frac{\partial \Delta u}{\partial u}\right)\partial u}\doteq\frac{\partial \Delta u}{\partial u} \tag{1.37}$$

となる。ゆえに歪んだ回折格子は、そのu軸に平行な断面を考えるとu方向、すなわちその格子線と直角方向の歪成分を変調波として周波数変調されていると考えてよいことが明らかになった。

1.3 歪分布検出方法としての *Spatial filtering*

§1.2で歪んだ回折格子は歪分布を変調波として周波数変調されていることを述べたが、その変調波を試料である回折格子の像面上に何らかの方法で光の強度分布として検出すれば、すなわち復調すれば、その歪分布を知ることができる。以下復調するにはいかなる方法をとればよいかについて考察を加える。

光源は点光源とし、光軸上 $x=0, y=0$ に置かれているとする。いま簡単のために一次元の場合について議論を進める。回折格子の透過率分布は(1.30)に示したごとく

$$f(u) = A_0 + A_1 \cos \omega_c u \tag{1.38}$$

で与えられ、変位を

$$\delta(u) = a_m \sin \omega_m u \tag{1.39}$$

とする。荷重が加えられ変形した後の回折格子の透過率分布は(1.39)を(1.32)に代入して

$$f(u) = A_0 + A_1 \cos \omega_c (u - a_m \sin \omega_m u) \tag{1.40}$$

となる。この場合、変調波は(1.35)および(1.37)により

$$m(u) = \varepsilon = \frac{d\delta(u)}{du} = a_m \omega_m \cos \omega_m u \tag{1.41}$$

である。(1.40)を変形して

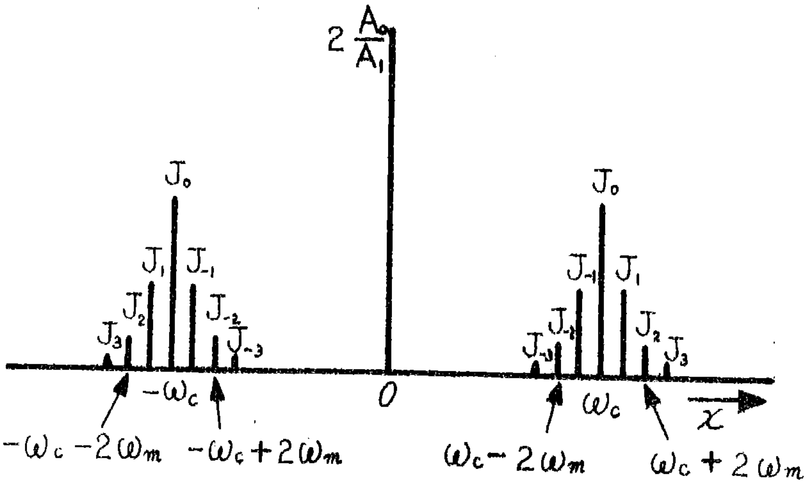
$$f(u) = A_0 + A_1 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \{ J_p(m_f) \cos (\omega_c + p\omega_m) u \} \tag{1.42}$$

となる。ここに $m_f = -\omega_c a_m$ で、通信系では周波数変調指数と呼ばれているものである。ここでの意味は ω_c は各々の回折格子について定まっているから、(1.39)より明らかなように最

大変位に比例したものであり、また(1.41)より速度に比例したものでもある。(1.42)においてpは整数であり、$J_p(m_f)$は第p次のベッセル函数である。(1.40)のごとく周波数変調をうけた回折格子によって投影レンズ上に生じるFraunhoferの回折像は(1.40)のスペクトルであり、(1.42)より

$$O(x)=2A_0\delta(x)+A_1\sum_{p=-\infty}^{\infty}J_p(m_f)\{\delta(\omega_c+p\omega_m-x)+\delta(\omega_c+p\omega_m+x)\} \quad (1.43)$$

となる。ここにδはデルタ函数である。この(1.43)を図に表わしたものが第1.7図である。規則格子の場合には、そのスペクトルは$-\omega_c, 0, \omega_c$の位置に現われるが、周波数変調をうけた格子の場合には、搬送波の周波数の両側に側帯波が生じることがわかる。すなわち−1次および1次の線スペクトルであるFraunhoferの回折像は、いわゆるゴーストと呼ばれる広がりを持ってくるようになる。



第1.7図　$a_m\omega_m\cos\omega_m t$なる変調波で周波数変調をうけた回折格子のスペクトル。J_0, J_1などは各々$J_0(m_f), J_1(m_f)$などの略。

いま投影レンズを無収差とする。このときその瞳函数$\tau(x)$は定数係数は別として(1.3)より

$$\left.\begin{aligned} \tau(x) &= 1 \qquad |x| \leqq 1 \\ &= 0 \qquad |x| > 1 \end{aligned}\right\} \tag{1.44}$$

となる。したがって(1.16)の$C(x_1, x_2)$は

$$\left.\begin{aligned} C(x_1, x_2) &= 1 \qquad x_1, x_2 \text{が共にレンズの瞳内} \\ &= 0 \qquad x_1, x_2 \text{のうち少なくとも一方} \\ &\qquad\qquad \text{がレンズの瞳外} \end{aligned}\right\} \tag{1.45}$$

である。試料像面上の強度分布は(1.15)より

$$I(u') = \iint_S O(x_1)\, O^*(x_2)\, \exp\{i(x_1 - x_2)u'\}\, dx_1\, dx_2 \tag{1.46}$$

となり、ここに積分範囲Sはレンズの瞳内である。(1.46)は

$$\begin{aligned} I(u') &= \int_S O(x_1) \exp(ix_1)\, dx_1 \int_S O^*(x_2) \exp(-ix_2)\, dx_2 \\ &= E'(u')\, E'^*(u') \end{aligned} \tag{1.47}$$

と書き換えることができ、ここに

$$E'(u') = \int_S O(x) \exp(ix)\, dx \tag{1.48}$$

である。$E'(u')$は(1.47)より明らかなように像の振幅分布であり、Fraunhofer回折像のフーリエ変換で与えられている。

いま$O(x) = A(x) + iB(x)$とし、第1.7図に示したような線スペクトルの場合、それら各スペクトルの周波数の組合せを(x_1, x_2)として(1.46)より一般に

$$\begin{aligned} I(u') &= \sum_{x_1}\sum_{x_2} O(x_1)\, O^*(x_2) \exp\{i(x_1 - x_2)u'\} \\ &= \sum_{x_1}\sum_{x_2} \{A(x_1) + iB(x_1)\}\{A(x_2) - iB(x_2)\} \\ &\qquad \times \{\cos(x_1 - x_2)u' + i\sin(x_1 - x_2)u'\} \end{aligned}$$

$$= \sum_{x_1}\sum_{x_2}\left[\{A(x_1)A(x_2)+B(x_1)B(x_2)\}\cos(x_1-x_2)u' + \{A(x_1)B(x_2)-A(x_2)B(x_1)\}\sin(x_1-x_2)u'\right] \tag{1.49}$$

である。$O(x)$が虚数部を含まない実函数であれば$B(x)=0$，$A(x)=O(x)$であって

$$I(u')=\sum_{x_1}\sum_{x_2}O(x_1)O(x_2)\cos(x_1-x_2)u' \tag{1.50}$$

となる。さらに(1.50)は

$$\begin{aligned}I(u')=&\sum_{x_1>0}\sum_{x_2>0}O(x_1)O(x_2)\cos(x_1-x_2)u'\\&+\sum_{x_1<0}\sum_{x_2<0}O(x_1)O(x_2)\cos(x_1-x_2)u'\\&+\sum_{x_1\gtreqless 0}\sum_{x_2\lesseqgtr 0}O(x_1)O(x_2)\cos(x_1-x_2)u'\\&+\sum_{x_1\lesseqgtr 0}\sum_{x_2\gtreqless 0}O(x_1)O(x_2)\cos(x_1-x_2)u'\end{aligned} \tag{1.51}$$

となる。第1.7図に示したスペクトルは$x=0$に関して対称、すなわち偶函数であるから(1.51)の第1項と第2項とは等しく、また第3項と第4項からは格子線の像が生じるが、格子線は搬送波と考えているからその像は対象としなくてよい。したがって(1.51)は

$$I(u')=\sum_{x_1>0}\sum_{x_2>0}O(x_1)O(x_2)\cos(x_1-x_2)u' \tag{1.52}$$

と考えれば十分である。

いま投影レンズにはω_cとその側帯波だけが入るとする。これは$x>0$の領域だけを考えることであり、(1.52)にしたがって結像計算を行うことを意味しているので本研究の目的に対しては一般性を失っていない。その時の像面上の強度分布は(1.43)および(1.52)より

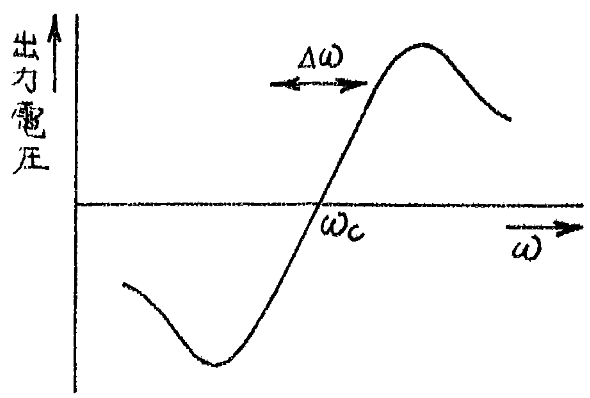
$$
\begin{aligned}
I(u') = & \sum_{p=-\infty}^{\infty} \{J_p(m_f)\}^2 + 2\sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+2}(m_f) \cos 2\omega_m u' \\
& + 2\sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+4}(m_f) \cos 4\omega_m u' + \cdots\cdots \\
& \cdots\cdots + \{1+(-1)^n\} \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+n}(m_f) \cos n\omega_m u' + \cdots\cdots
\end{aligned} \tag{1.53}
$$

となる。ここにベッセル函数の性質

$$
\sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(m_f) J_{p+n}(m_f) = 0 \qquad n: \text{奇数}
$$

を使用した。(1.53)をみると変調波 $a_m \omega_m \cos \omega_m u$ に対応する $n=1$ の基本波形が表われていないので復調は達成されていなく、波の分布は光の強度分布として見られない。

通信系において周波数被変調波の復調は第1.8図に示した特性を持つ周波数弁別器(*discriminator*)によって行われる。[26] 光学系と通信系との対応から本研究の目的に対してもこのような周波数弁別器が有効であると思われる。§1.2で述べたごとく、通信系における電圧および時間が光学系ではそれぞれ振幅透過率および距離に対応したことから、ここでは空間周波数に対する振幅透過率を直線的に減じればよいことがわかる。すなわちx軸にそって振幅透過率が直線的に変化しているものをFraunhofer回折面に挿入すればより。このように



第1.8図　通信系における周波数弁別特性。[26] $\Delta\omega$ はその直線部分で、復調に有効な領域である。

透過率が変化しているものを光学楔と言うが、いま用いる光学楔の透過率を

$$d(x) = h\left(\frac{x-\omega_c}{\omega_m} - g\right) \tag{1.54}$$

とする。ここで変調波にかかる定数kは(1.36)のごとく$k=-\omega_c<0$の場合についての復調を考えているから$h<0$とする。このとき$x \geqq x_c + g\omega_m$で$d(x)=0$であるから、gは光学楔の挿入位置を示している。投影レンズにはω_cとその側帯波だけが入ると考えているから(1.43)の$O(x)$も第2項のみを考えればよく、光学楔を透過した直後の光波の複素振幅は

$$O(x)\,d(x) = A_1 h \sum_{p<g} J_p(m_f)(p-g) \tag{1.55}$$

となる。ここに座標xは$x=\omega_c+p\omega_m$の関係で示されるpで書き換えた。この$O(x)d(x)$をFraunhofer回折面上の光波の複素振幅を示す(1.52)の$O(x)$に代入して、像面上の強度分布は定数係数$(A_1 h)^2$を省略して

$$I(u') = \sum_{p<g}\{J_p(m_f)(p-g)\}^2 + 2\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left\{\sum_{p+n<g} J_p(m_f)J_{p+n}(m_f)(p-g)(p+n-g)\right\}\cos n\omega_m u'\right] \tag{1.56}$$

となる。$|m_f|<1$の場合、すなわち荷重による最大変位が、1格子間隔を越えない程度に小さければ、*ベッセル函数値は次数の増加と共に急激に減少する。したがって(1.56)の$n \geqq 2$の項は$n=1$の項にくらべて十分小さいと考えることができ、近似的に

---

* 詳しくは§3.4参照

$$I(u') = \sum_{p<q} \{J_p(m_f)(p-q)\}^2 + \{2\sum_{p+1<q} J_p(m_f) J_{p+1}(m_f)(p-q)(p+1-q)\}\cos\omega_m u' \tag{1.57}$$

となる。この式の第1項は像面全体にわたる一様な強度であり、平均的な明かるさを示している。第2項は変調波 $a_m\omega_m\cos\omega_m u$ と対応した強度分布を表わしている。したがって(1.54)で示されるような光学楔を Fraunhofer の回折面に挿入してやれば復調が達成され、歪分布は回折格子の像面上に光の強度分布として観測、測定される。

このように光学系に種々の改変を行い、空間周波数に対する透過特性を切除したり、減少したりして目的に合致する像を得ようとする試みを一般に spatial filtering と呼んでおり、ノイズの減少[12]、コントラストの増大[12]、収差の除去[27]、レンズ枠による回折効果の除去[28]など主として光学像の改良に用いられて来た。ここでも上述のようにスペクトル面である Fraunhofer の回折面に種々の spatial filtering を施して復調を達成することとする。(1.56)の $n \geq 2$ 以上の項を無視した影響および光学楔の方法を変形した他の復調方法など、その詳細は次の第2章において実験結果と共に示すこととする。

1.4 まとめ

本研究で用いる写像光学系の結像関係を二つの形に導いた。一つは像の強度分布を物体を照明する光の coherency を示す coherence factor を含めて、物体面の座標の函数として表わし、他はそれを物体の持っている空間周波数の函数として表わした。

物体による Fraunhofer の回折像はフーリエ変換の形で与えられることから Fraunhofer の回折面は物体のスペクトル面であり、光軸上に点光源を置いた場合、回折面上の座標 xy とその周波数とは正しく一致することが確められた。

次に物体として回折格子を考え、通信系との対応から考察した結果、荷重により歪んだ回折格子は、もとの格子線に直角な断面を考えると、規則格子を搬送波とし、その断面方向の歪成分を変調波として空間周波数変調されていると考えてよいことが明らかとなった。

これより変調波を復調すれば歪分布を知ることができるが、このままでは試料である回折格子の像面には歪分布を検出することはできない。復調は通信系において周波数被変調波の復調に用いられている周波数弁別器と同じ作用をするようにスペクトル面で spatial filtering を施せば達成されると言う考え方が示された。

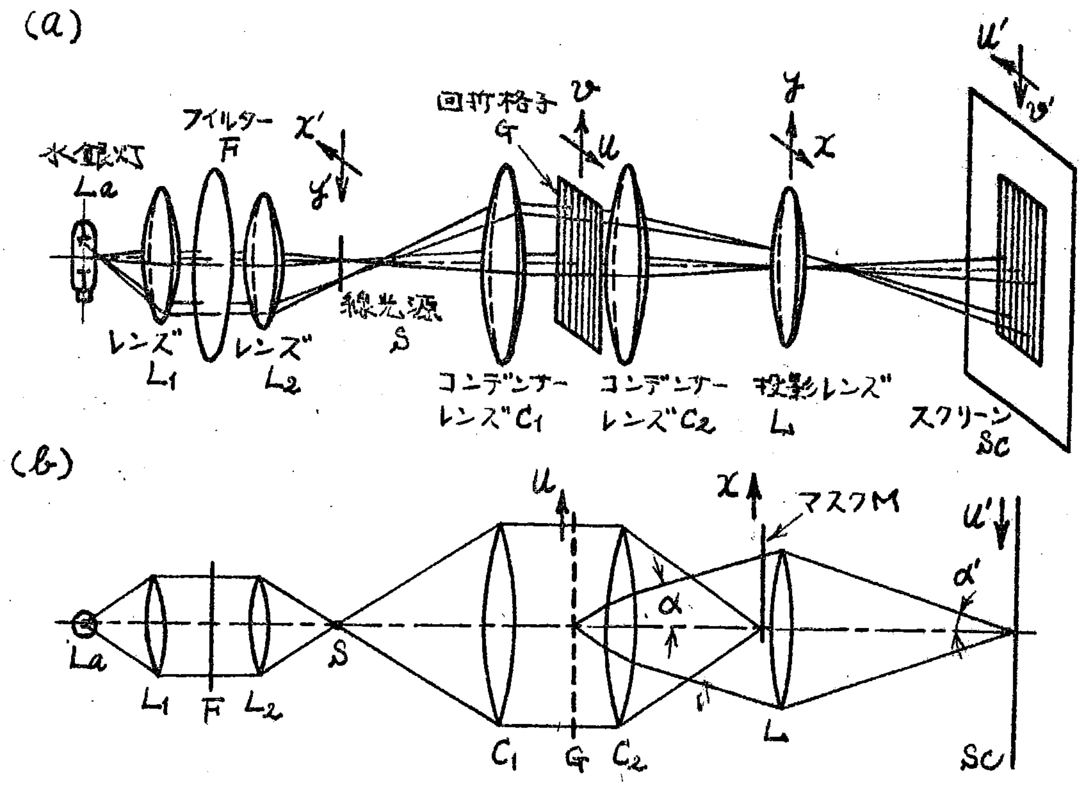
第2章　歪をうけた回折格子からの歪の検出

応力歪を変調波として周波数変調をうけた回折格子から試料像面上に歪分布を検出する，すなわち復調するには回折格子のスペクトル面である Fraunhofer の回折面に振幅透過率が直線的に変化している光学楔を挿入して *spatial filtering* を施せばよいことを §1.3 で述べた。しかし変調波と得られた像面上の強度分布との対応は近似的であり，実際は高調波の影響によってやゝ異ってくる。本章では高調波の影響なども考慮して詳細に理論的検討を加え，実験結果と共に考察する。またさらに光学楔以外のものを用いた復調方法についても同様な検討を加え，それら各復調方法についての特徴を比較する。

実際の測定光学系は光源として線光源を用いる。このように線光源を用いることにより，回折格子は線光源方向にはほとんど *incoherently* に照明され，線光源に垂直な各断面を独立に考えることができ，理論的取扱いは一次元となって簡単化される。またこれより二次元応力による歪の測定も可能となる。§2.1 では実際に用いる測定光学系の光学要素の配置を述べ，特に線光源として用いられる光源スリットについて詳しく検討する。

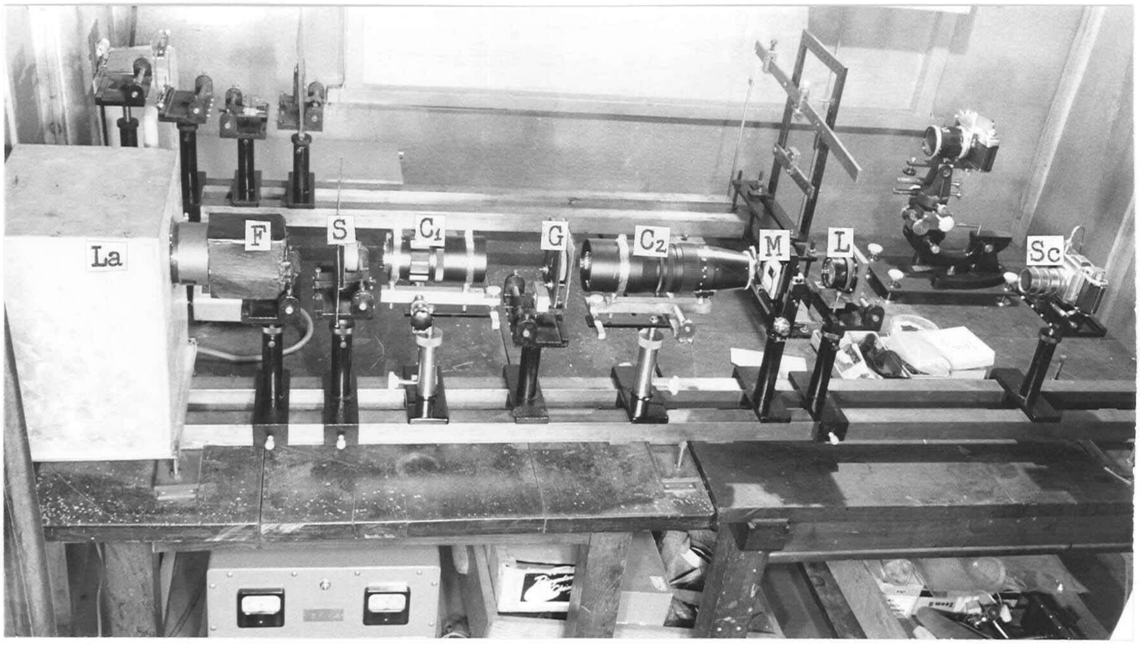
2.1　光学要素の配置

測定光学系の光学要素の配置は第1.1図の光源を光軸上にある線光源に置き換えたもので、実際には水銀灯で照明されるスリットを用いた。その配置図は第2.1図に示したとおりで、(b)は線光源から出た任意の光線が、回折格子を透過した後、回折格子の像面であるスクリーン上に達するとき、その光線を含むようにu軸に平行な折平面で切った断面を表わし



第2.1図　回折格子を用いた歪測定のための光学要素の配置

(b)　ある任意の光線を含むようにu軸に平行な平面で切った断面



第2.2図　測定装置

La：水銀灯　　F：集光レンズ L_1, L_2 および干渉フイルター

S：光源スリット　　C_1 および C_2：コンデンサーレンズ

G：試料　M：マスク　L：投影レンズ　Sc：カメラ本体

ており、図にはその二例を示した。第2.1図において像面上の振幅分布は(1.48)に示したごとく物体のFraunhofer回折像のフーリエ変換で与えられ、フーリエ変換はFraunhofer回折に相当するから、物体によるFraunhofer回折像のFraunhofer回折像と考えることができる。この意味から第2.1図の光学系は再回折光学系あるいは二重回折光学系と呼ばれている。

実際の装置は第2.2図の写真に示したもので、線光源としては幅 20μ, 高さ 3mm のスリットを用いた。スリットを照明するための光源としては超高圧水銀灯東芝SHL-100UVを定電圧装置を通して点灯し、レンズ L_1 の焦点上に水銀灯を置いた。

したがってL_1，L_2間は光源の広がりの範囲でほゞ平行光線であって、そこに多層膜干渉フイルターを挿入して546mμの単色光を得た。コンデンサーレンズC_1およびC_2はスペクトル面において生じる収差を避け、*spatial filtering*の性能を向上させるために平行光に対して収差補正されている写真機用望遠レンズを用い、それぞれ$f_1=200mm$，$f_2=300mm$の焦点距離のものを使用した。Fraunhofer回折面に置かれているマスクは顕微鏡用メカニカルステージを利用して移動し、その挿入位置の正確を期した。投影レンズは物体から発散してくる光波を収束し、像面の位置および倍率を規制するために置かれているものであり、焦点距離180mm、直径40mmのボックスカメラ用のレンズを用いた。マスクを透過した光がすべてその径の中に入るならば必ずしもマスクと一体に置く必要はないが、実験の正確のために普通マスクの直後に置いた。スクリーンの位置にはカメラ本体を置いて、そのファインダーを利用して観測すると共に検知記録器として写真フイルムを用い、得られた図形を記録した。

ここでスリットを照明している照明光の*coherency*について考える。水銀灯によって第2.1図のレンズL_2は一様に照明される。L_2を出た光が収束光であればL_2の代りに同じ大きさ、形、強度分布を持つ*incoherent*光源を置いたときと同じであり、レンズL_2の半径をρ，L_2とスリットとの距離をRとし、$\alpha=\rho/R$とおけば、ほとんど*coherent*に照明される面積の直径dは次式で与えられる。[9)]

$$d = 0.16\,\lambda/\alpha \tag{2.1}$$

ここでほとんどcoherentに照明される領域とはcoherence factor $|\gamma_{12}| \geqq 0.88$とした。装置の条件$\lambda = 0.546\mu$，$\rho = 17.5\,mm$，$R = 110\,mm$を(2.1)に代入すれば

$$d = 0.55\mu \tag{2.2}$$

となる。したがってcoherentlyに照明される領域は非常に狭く、光源スリットはほとんどincoherentlyに照明されていると考えてよい。

次にこのスリットを用いたとき、回折格子はどのようなcoherencyをもって照明されるかを考える。スリットは矩形光源であるから光源の強度分布を示す函数$B'(x', y')$は

$$\left.\begin{aligned} B'(x', y') &= 1 \qquad (x', y')\text{がスリット内の場合} \\ &= 0 \qquad (x', y')\text{がスリット外の場合} \end{aligned}\right\} \tag{2.3}$$

となる。スリットは光軸に対称に置かれているとし、その幅を$2a$，高さを$2b$とすれば，回折格子上の二点，$P_1(u_1, v_1)$および$P_2(u_2, v_2)$間のcoherence factor γ_{12}は(1.12)より

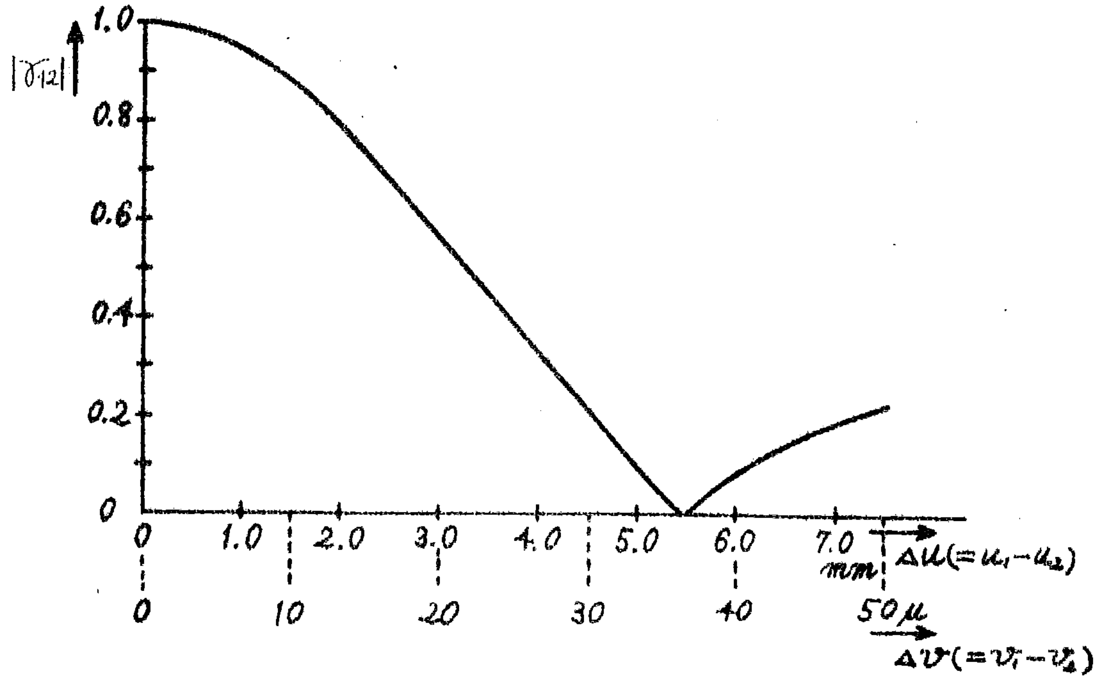
$$\gamma_{12} = \frac{\sin M}{M} \cdot \frac{\sin N}{N} \tag{2.4}$$

となる。ここにM，Nは各々

$$M = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{a}{f_1}(u_1 - u_2), \quad N = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{b}{f_1}(v_1 - v_2) \tag{2.5}$$

である。

回折格子上v＝一定の断面内にある二点間のcoherencyについて考える。v＝一定、すなわち$v_1 = v_2$であるから$\sin N/N = 1$となり、装置の条件であるスリット幅$2a = 20\mu$，高さ$2b = 3\,mm$，および波長$\lambda = 0.546\mu$，コンデンサーレンズC_1の焦点距



第2.3図　幅20μ，高さ3mmの光源スリットで照明された回折格子のu軸およびv軸に平行な断面上の二点 $P_1(u_1,v_1)$, $P_2(u_2,v_2)$ 間のcoherency.

離 $\zeta_1=200$mm を(2.4)および(2.5)へ代入し $|\gamma_{12}|$ を計算したものが第2.3図の横軸 $\Delta u(=u_1-u_2)$ のものである。また u=一定の断面内にある二点間のcoherencyについても同様に計算したものが第2.3図の横軸 $\Delta v(=v_1-v_2)$ のものである。任意の点，$P_1(u_1,v_1)$, $P_2(u_2,v_2)$ 間のcoherencyは(2.4)より成分 u_1-u_2, v_1-v_2 のcoherencyの積となる。ここで $|\gamma_{12}|=\left|\frac{\sin x}{x}\right|$ の第2極大は0.217であるから $|\gamma_{12}|<0.217$ をほとんどincoherentな範囲と考えれば，u軸方向に関してはincoherentな範囲は $\Delta u>4.5$mm であり、v軸方向に関しては $\Delta v>30\mu$ となる。したがって、v軸方向には照明光はほとんどincoherentであると考えることができる。これより本装置内に置かれる回折格子は光学的に

はu軸に平行な断面がそれぞれ独立に積み重なって存在しているとみなすことができ、第2.1図(b)に示したごとく、ある任意の光線を含むようにu軸に平行な折平面で切った断面の光学系を考えて一次元的に取扱っても一般性は失わない。

試料はvがある特定の値を持つ断面について像面上その光軸位置で測定を行うことになるから、その断面の回折格子の透過率分布を$f(u)$、その断面方向の主成分を$E(u)$として計算を進めてよい。§1.3では一次元的に考えて計算を行ったが、以上よりこれは一般性を失っていなく、また以下の光学的取扱いも一般性を失うことなくすべて一次元で行うことができる。

2.2 試料の作成

使用した回折格子は§1.2で述べたごとく明暗格子である。平面ガラス上に溝を切り、その溝中に黒色塗料を埋込んだ大日本スクリーン製作による規則格子で10本/mmのものをmasterとして用いた。この規則格子をポリカーボネート樹脂ベースの写真フィルムあるいは乾板に密着し、回折格子全面にわたって一様な明かるさの照明光で露光を与え、現像後得られた写真フィルムあるいは乾板を実験に供した。回折格子のように周波数の高いものは密着のわずかな不完全によっても、その像は不鮮明となるが、ここではその影響を避けるために露光時の照明光は平行光とした。

以上のように回折格子を写真法によって複製する場合に感光乳剤として要求される条件は

(1) 微粒子であること

(2) 高濃度、硬調であること

(3) 適当な安全光のもとで取扱えること

である。これらの条件を満たすものとして、本研究では小西六写真工業製のオルソ型コニリス乳剤を用い、高濃度、硬調現像が可能である伝染現像液コニドールリソによって現像を行った。用いたコニリスオルソフィルムの特性を第2.1表に示した。

ここではベースとしてポリカーボネート樹脂を用いた。このポリカーボネートは水、薬品などに対して安定であり、無伸

第2.1表　コニリスオルソフイルムの特性

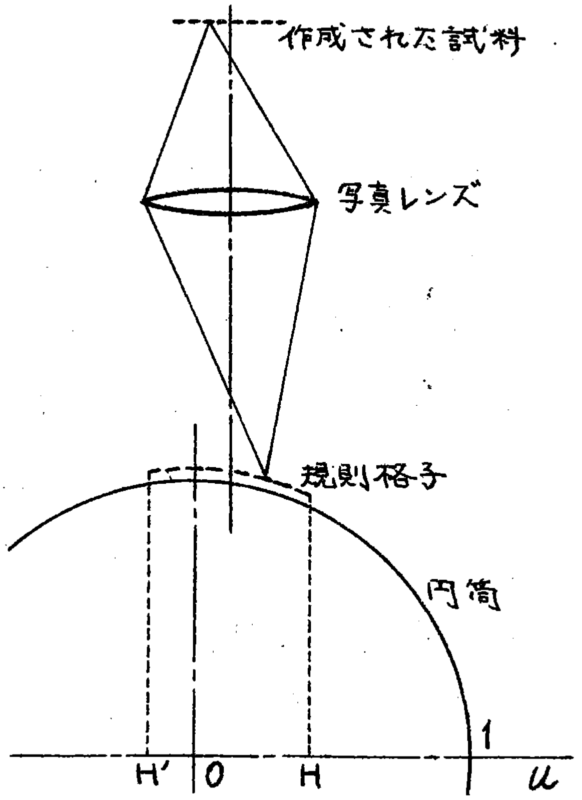
波長感度	580mμまで
感度　カーボンアーク タングステン電球	ASA 20 ASA 12
解像力	D-19による標準現像で125本/mm
最高濃度	コニドールリソによる標準現像で4
ガンマ	コニドールリソによる標準現像で10～15
乳剤および保護膜の厚さ	8μ
ハレーション防止膜の厚さ	6μ

縮性の写真フイルムベースとして現在開発されているものである。写真法によって回折格子を複写する場合、フイルムベースの伸縮は直接に格子線の歪をもたらすので、本研究では特に小西六写真工業で製作された厚さ0.12mmおよび3.0mmのポリカーボネートベースのコニリスオルソフイルムおよび乾板を用いた。さらにポリカーボネートは力学的にも他の樹脂にくらべて弾性領域が高く、弾性理論より求めた歪分布と比較できるので本実験に適している。その性質は§3.2の第3.1表に記した。

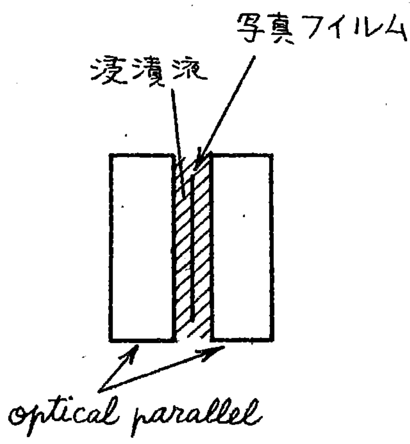
このように回折格子を表面に転写した写真フイルムを第2.4図に示したように格子線の方向を母線の方向と一致させて円筒上に密着して置く。この格子を上方から少くとも焦点深度内にあるように写真撮影すれば、撮影方向に垂直な面への投影像が得られ、撮影された格子の格子間隔は円筒の形にしたがって連続的に変化しているものとなる。このフイルム

を模型的に荷重により周波数変調をうけた回折格子と考え、測定光学系の試料位置に置く。このときフイルムベースの厚さむらによって生じる光波の位相変化の影響を避けるために第2.5図に示したごとく、フイルムと optical parallel との間にフイルムベースと屈折率の等しい液を入れ*、二枚の optical parallel でフイルムを保持する。

格子の撮影は 1/3.3 倍で行い、写真レンズとして接写を目標に設計された焦点距離 50mm のミノルタマクロロッコール QF を F22 に絞って用いた。撮影の際、レン



第2.4図　円筒上に密着して置かれた規則格子を写真撮影することによって周波数変調をうけた試料を作成する方法。



第2.5図　写真フイルムの厚さむらを浸漬によって除く方法。

* 浸漬液については §3.2 参照。

第2.2表　接写用写真レンズ
マクロロッコールの歪曲収差
倍率：1/3.3

像高(mm)	歪曲(%)
0	0
7.99	−0.04397
11.98	−0.10106
14.97	−0.16318
17.95	−0.24536
19.93	−0.31321
21.51	−0.37605

ズに歪曲収差があれば格子は正規の位置よりもずれるが、レンズの中心を通る光に対してその歪曲収差値を第2.2表に示した。これより測定光学系の試料とする格子にはフィルム周辺で0.3〜0.4%程度の負の変位があり、その値に対応した縮みを持っている変調波を測定していることになる。本実験で、これは一つの測定誤差を与えているが、特に精度を要する実験では、既知の収差値から補正を行うことも可能である。

第2.4図のように写真撮影することによって得られた試料は一次元的な変化をしており、図に示したようにu座標をとり、用いる円筒の半径を1とし、また$u=0$での格子間隔をd_0とすればuでの格子間隔dは

$$d = d_0\sqrt{1-u^2} \qquad (2.6)$$

となる。したがって空間周波数ωは

$$\omega = \frac{1}{d} = \frac{1}{d_0\sqrt{1-u^2}} \qquad (2.7)$$

である。(1.33)と(2.7)とを対比して変調波を求めると

$$m(u) = A - \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \qquad (2.8)$$

となる。ここにA, Bは定数であり、B>0である。

以下の実験例では、円筒として半径73mmおよび367mm

のものを用いた周波数変化の大きいものと小さいものとの二試料である。半径73mmの円筒を用いた試料をTℓ，367mmの円筒を用いたものをTsと略記する。Tℓ, Tsの大きさを定める撮影範囲HH'と最小周波数に対する変調波の周波数変動の値*を第2.3表に示した。

回折格子に荷重をかえた試料の作成に関しては§3.1において述べるが、簡単に説明すれば次のとおりである。規則格子を転写したポリカーボネートベースの写真フイルムあるいは乾板を歪の入らぬように注意深く所定の形に成形し、その後荷重を加えた。次に荷重状態の格子像を*incoherently*に照明し、上記のレンズで1/3.3倍に写真撮影したそのフイルムを実際の試料として用い、フイルムの厚みの不均一による影響を取除くために浸漬して測定に供すると言う方法をとる。

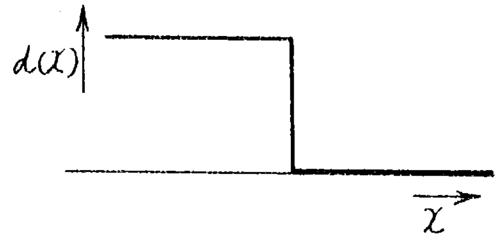
第2.3表　変調波の最小周波数に対する周波数変動

試料	撮影範囲	周波数変動(%)
Tℓ	$-0.16 \leqq u \leqq 0.44$	11.2
Ts	$-0.14 \leqq u \leqq 0.19$	1.8

* $\dfrac{m(u_{max}) - m(0)}{\omega_{u=0}}$ で表わされる。

2.3 ナイフエッジによる復調

§1.3において光学楔の透過率はある一定の勾配をもって変化しており、その値は無限大でないことを暗に仮定して計算を行った。しかし第2.6図に示したごとくその勾配が無限大である不透明なマスクも考えられ、これは鋭い*pass-band*を持つ*band-pass filter*としての作用をする。実際的にはこれはナイフエッジであって、光学楔のように特にその製作は必要でなく簡単に得られるものであり、種々の点で有用である。以下このナイフエッジによる復調に関して検討する。



第2.6図　ナイフエッジの透過率$d(x)$

2.3.1 復調理論

§1.3で考えたとおり投影レンズにはω_cとその側帯波が入るとし、歪の分布すなわち変調波はここでも(1.41)

$$\varepsilon = m(u) = a_m\omega_m\cos\omega_m u$$

と同じとする。いま$x>\omega_c+q\omega_m$のスペクトルを取除くようにナイフエッジをFraunhoferの回折面に挿入するとナイフエッジの透過率は

$$\left.\begin{aligned} d(x) &= 1 \qquad & x \leqq \omega_c + q\omega_m \\ &= 0 \qquad & x > \omega_c + q\omega_m \end{aligned}\right\} \qquad (2.9)$$

で表わされる。したがって回折面直後の光波の複素振幅は定数係数は別として

$$O(x)d(x)=\sum_{p=-\infty}^{\delta} J_p(m_f)\,\delta(\omega_c+p\omega_m-x) \qquad (2.10)$$

となる。像面上の強度分布はこれを(1.52)の$O(x)$に代入して

$$I(u)=\sum_{p=-\infty}^{\delta}\{J_p(m_f)\}^2+2\sum_{n=1}^{\infty}\Big\{\sum_{p+n=-\infty}^{\delta} J_p(m_f)J_{p+n}(m_f)\cos n\omega_m u'\Big\} \qquad (2.11)$$

となり、変調波すなわち歪の分布$a_m\omega_m\cos\omega_m u$に対応した$n=1$の基本波図形を得ることができる。これより復調が達成され、歪の分布は光の強度分布として現われることがわかる。

$n\geqq 2$の項である高調波は復調された変調波の図形をやゝ変化させるが、これは変調指数$m_f=-\omega_c a_m$、すなわち歪の程度とナイフエッジを置く位置δによって左右される。この影響を調べるために復調された図形の変調波に対する忠実度をKlirr factor(歪率)で表わし、数値計算を行ってみる。Klirr factorは波形の純正弦性を示すものであって、函数$f(x)$を

$$f(x)=a_0+a_1\cos\omega x+a_2\cos 2\omega x+\cdots\cdots \qquad (2.12)$$

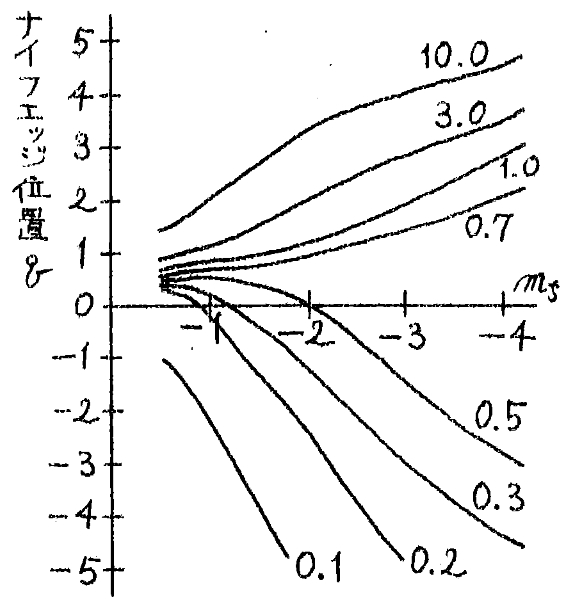
とフーリエ級数に展開して表わしたとき

$$\mathrm{K.F.}=\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}a_n^2}\Big/a_1 \qquad (2.13)$$

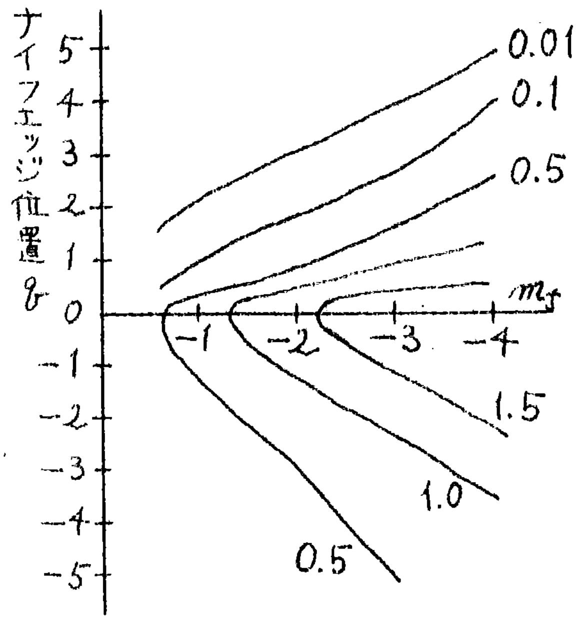
で定義される。したがってKlirr factorが大なる程、忠実度は悪い。(2.11)の場合は

$$\mathrm{K.F.}=\frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}\Big\{\sum_{p+n=-\infty}^{\delta}J_p(m_f)J_{p+n}(m_f)\Big\}^2}}{\sum_{p+1=-\infty}^{\delta}J_p(m_f)J_{p+1}(m_f)} \qquad (2.14)$$

となる。この(2.14)にしたがってKlirr factorを数値計算したものを第2.7図に示した。第2.7図より$m_f=-\omega_c a_m$であるか



第2.7図　復調された図形の
Klirr factor



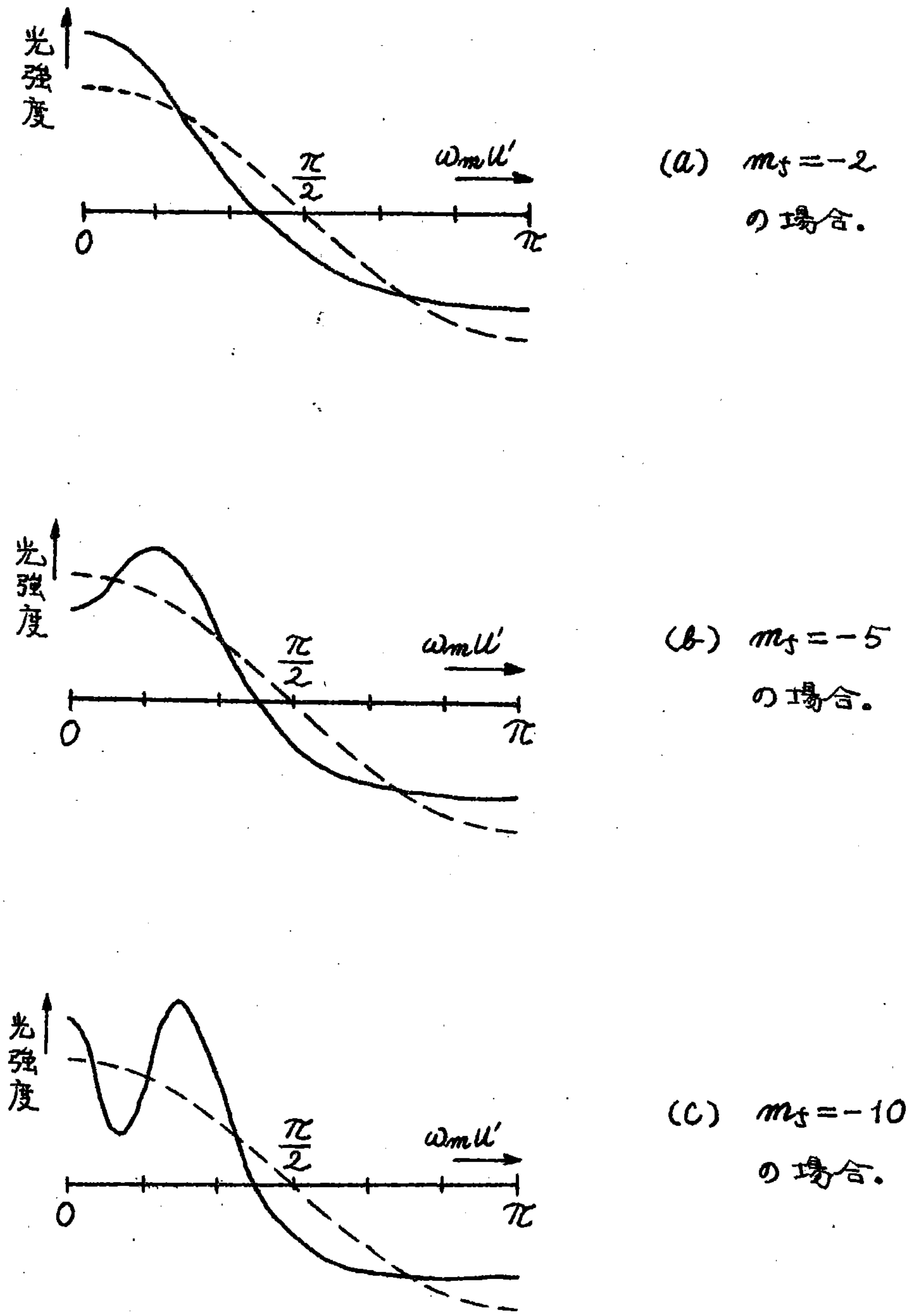
第2.8図　復調された図形の
コントラスト

ら歪量が大なる程、Klirr factorは大きい値をとり、忠実度が悪くなっていることがわかる。またナイフエッジの挿入位置に関しては g が大なる程、すなわちナイフエッジが高周波側にある程忠実度は悪くなり、特に $g>1$ ではこの傾向が著しい。一方、(2.11)で直流成分と信号成分である $n=1$ との比

$$\text{コントラスト} = \frac{2\sum_{p+1=-\infty}^{g} J_p(m_f)\, J_{p+1}(m_f)}{\sum_{p=-\infty}^{g} \{J_p(m_f)\}^2} \qquad (2.15)$$

をコントラストとして考える*。同じくこれは m_f と g に影響されるが各 m_f および g に対して数値計算を行った結果を第2.8図に示した。第2.8図においてナイフエッジを $g=0$ 附近に置いた場

* コントラストは正確には $\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$ で定義されて、(2.15)は(2.11)で高調波の影響を無視したものとなっている。



第2.9図　ナイフエッジを用いて $\chi \geqq \omega_c$ のスペクトルを取除いたとき変調指数と像面上の強度分布との関係。$m_f = -\omega_c a_m$.

----- 歪分布および強度分布の基本波

—— 高調波の影響を考慮した実際の強度分布

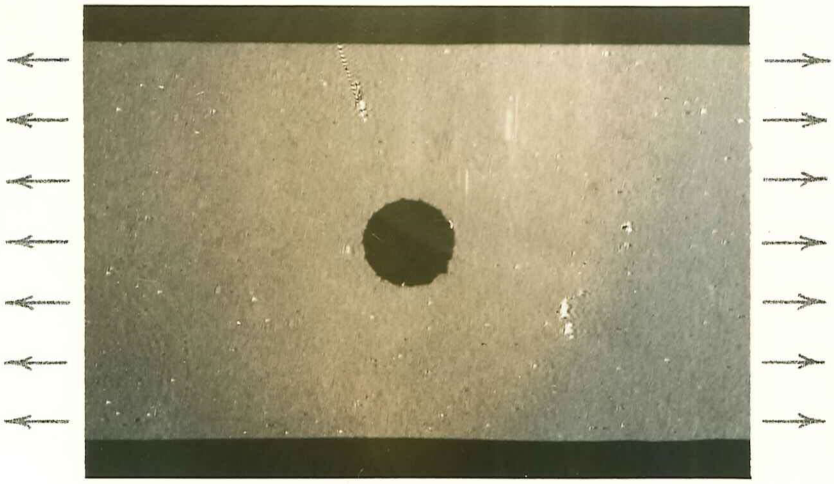
合が最もコントラストが高いことがわかり、そこから高周波側、低周波側のいずれへ移動してもコントラストは低下する。しかし$\xi>0$の位置へ挿入位置を移動した方が低下の度合は著しい。

以上より図形の忠実度とコントラストの両者を共に考えた場合、ナイフエッジは$\xi=0$あるいは$\xi=-1$の位置に挿入するのが最も良いことが結論される。

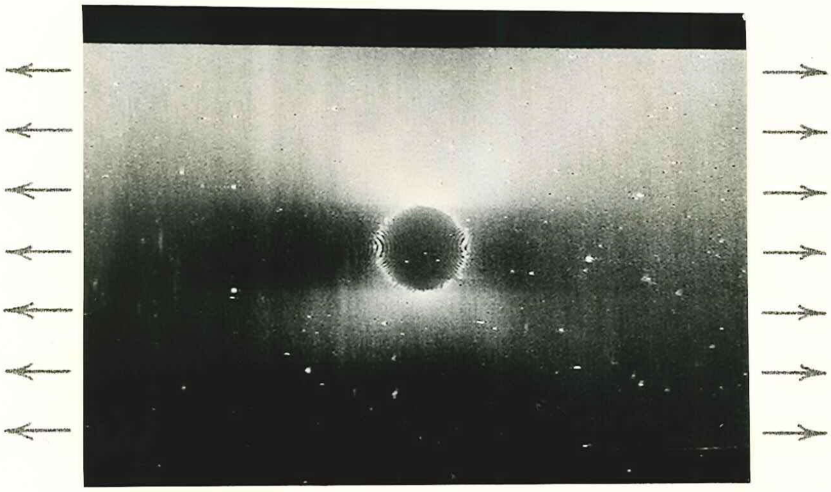
$\xi=-1$とした場合、すなわち$x\geqq\omega_c$のスペクトルを取除いた場合、$m_f=-2,-5,-10$に対して(2.11)の強度分布を計算し、左右対称であるから½周期だけを描いたものがそれぞれ才2.9図(a),(b),(c)である。才2.9図は才2.7図の$\xi=-1$の断面において$m_f=-2,-5,-10$の強度分布を描いたものに相当し、荷重による変位が大きい場合には高周波のために基本図形が変化している。$\varepsilon>0$の部分では強度の振動が見られ、伸張部から圧縮部へ移り変る$\varepsilon=0$附近で、強度は急に変化していることがわかる。

2.3.2 実験結果および考察

上に述べた理論的考察を確めるために行った実験結果を以下に示す。その一例として10本/mmの明暗格子を転写した厚さ0.12mmのポリカーボネートフイルムを70mm×30mmの矩形に切断し、その中央に直径6mmの円孔を穿った。格子線の方向はv軸に平行とした。その後u軸方向から1.5Kg/mm²の一様な引張り荷重を加えて作成した試料による結果を才2.10図に示し



(a)

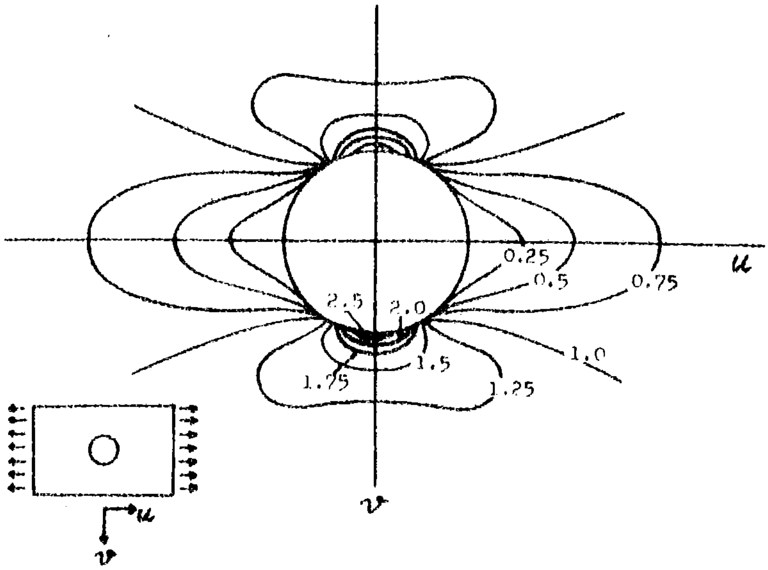


(b)

第2.10図　引張り荷重を加えられた円孔を有する平板の像。

(a)　ω_cとその側帯波のスペクトルがすべて投影レンズを通過した場合。

(b)　ナイフエッジをFraunhoferの回折面に挿入して$x \geqq \omega_c$のスペクトルを取除いた場合。



第2.11図　一様な引張り荷重を加えられた平板の円孔附近におけるu方向の歪ε_u。円孔から十分離れた点のε_uの値を1とした。

た。第2.10図(a)は投影レンズに入るω_cとその側帯波のスペクトルをすべて通したときに得られたもので、歪による図形は観測されない。第2.10図(b)はFraunhoferの回折面にナイフエッジを挿入して$\nu \simeq \omega_c$のスペクトルを取除いたときに得られた図形である。ここにω_cは試料の平均周波数と考えた。

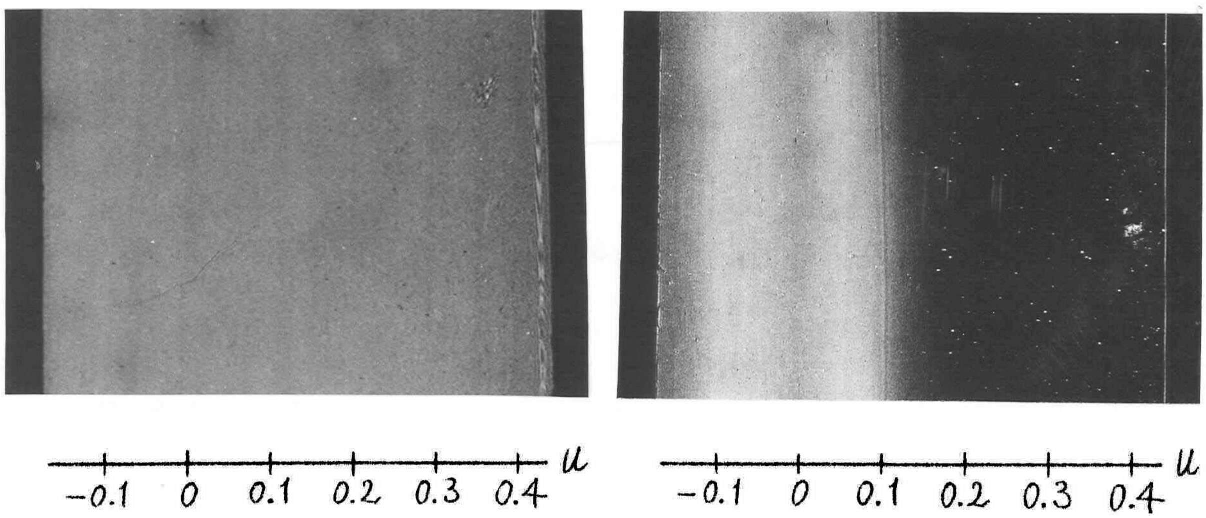
このような円孔を有する平板にσなる引張り荷重を加えた場合、σ_{max}は円孔の縁で生じσ_{max}は3σである。ポリカーボネート樹脂の弾性限の応力は約$5kg/mm^2$であるから、加えた$1.5kg/mm^2$の荷重によって試料はその全範囲にわたって弾性変形のみを生じていると考えられる*。いま弾性論から理論的に歪分布を求め、ポリカーボネート樹脂のポアソン比$\nu = 0.35$としてu方向の

---

* 詳しくは93頁参照。

歪ε_uを計算し、その等しい点を連ねた曲線群を第2.11図に示した。* 第2.10図の図形で濃度が一定のところは第2.11図の等歪曲線の形とよく一致しており、忠実度よく復調が達成されて歪の分布が光の強度分布として直視できることがわかる。

次に§2.2で述べた試料Teについての実験結果を示す。第2.12図(a)は投影レンズに入るω_cとその側帯波のスペクトルをすべて通したときに得られたもので第2.10図(a)と同じく一様な明るさで変調波に基づくコントラストは生じていない。これに反してFraunhoferの回折面にナイフエッジを挿入して$\chi \geq \omega_c$のスペクトルを取除いたときには、先程と同じく図形が観測され、それを第2.12図(b)に示した。いま格子線に直角なu方向



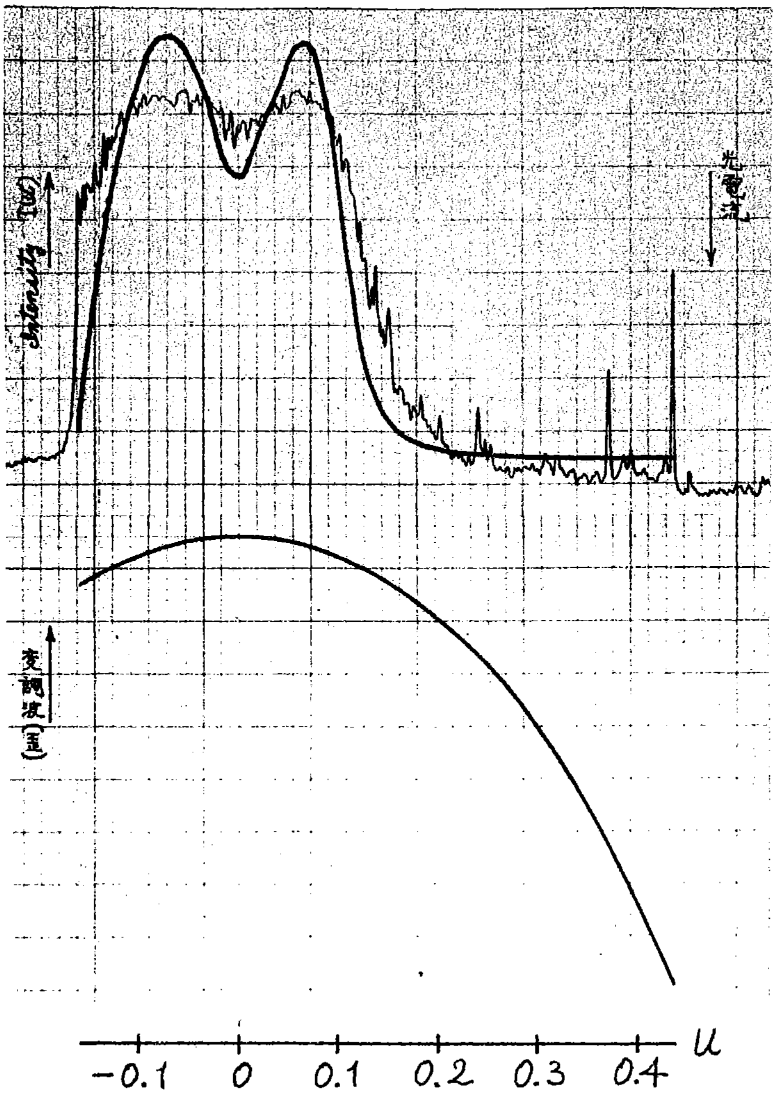
(a) ω_cとその側帯波のスペクトルがすべて投影レンズを通過した場合。

(b) $\chi \geq \omega_c$のスペクトルをナイフエッジで取除いた場合。

第2.12図 周波数変調をうけた試料Teの像。格子線は縦方向である。

---

* 計算の詳細については§3.1および§3.2参照。



(a) 細線：図形を撮影したフイルムを走査して得られた光電流曲線。

太線：光電流曲線より得られた強度分布。

(b) 試料Teの変調波。

第2.13図 ナイフエッジを用いて得られた試料Teの像面上の強度分布。

にこれを、透過光量と記録された光電流との直線性を十分検討した microphotometer で走査した。得られた光電流曲線は第2.13図(a)に細線で示されたものである。図形の撮影に用いた写真フイルムは富士ネオパンSSであるが、仮にそのガンマを1として光の強度に変換したものを第2.13図(a)中に太線で示した。また同時に試料Teの変調波を(2.8)および第2.3表に基づいて第2.13図(b)にグラフとして示した。この図にお

いて$u=0$附近で強度に振動が見られ、また$u=0.15$附近でその強度は急に変化している。この傾向は第2.9図(b)と一致しており、この試料Teは第2.3表に示したとおり最大11.2%の歪があるから高調波の影響によって変化をうけ、忠実度が悪くなっているものと結論される。

上に示した実験においてFraunhofer回折面に挿入されたナイフエッジの位置をω_cと考えたが、これは次のように説明できる。いま変調波を$m(u)$とすれば

$$\omega = \omega_c - \omega_c m(u) \tag{2.16}$$

の関係があることは§1.2ですでに述べた。いまナイフエッジをω_c'なる位置に置けばω_cとの関係は

$$\omega_c' = \omega_c + \omega_c g \tag{2.17}$$

と書くことができる。ここに$g>0$はナイフエッジをω_cよりも高周波側に置くことを意味し、$g<0$は低周波側に置くことを意味する。(2.17)を(2.16)に代入して

$$\omega = \omega_c' - \omega_c\{m(u) + g\}$$

を得る。この(2.18)と(2.16)とを対比して考えれば、搬送波の周波数をω_c'と考えることによって$m(u)+g$なるように定数分gを加えたものを測定することになる。ナイフエッジの挿入位置とその時得られる図形の忠実度およびコントラストとの関係は第2.7図および第2.8図にすでに示し、ω_cなる平均周波数以上のスペクトルを取除くのが最も良い方法であることを述べた。第2.10図の実験例のように歪はすべて伸びで$m(u)>0$なるような場合にはもとのω_cの位置はχ軸上で平均周波数よ

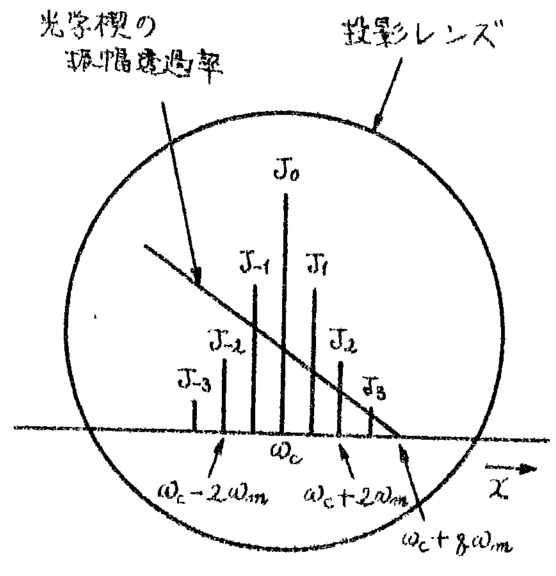
りも高周波側であり、$g>0$ なるようにナイフエッジを挿入した場合に相当し、忠実度が非常に悪くなると共にコントラストも急に低下する。したがってナイフエッジを低周波側に移動させて平均周波数のところまで持ってくる必要がある。その平均周波数をいま搬送波の周波数とみなせば(2.17)で示される $g<0$ なる定数を加えてゼロをその間に含むようになった $m(u)+g$ を測定することになり、良好な測定が可能となる。

2.4 光学楔による復調

§2.3では不透明なマスク、すなわちナイフエッジを鋭い *pass-band* を持つ *band-pass filter* として用い、復調を達成したが、ここでは§1.3において述べた光学楔による復調についてさらに詳細な検討を加え、実験結果と共に考察する。

2.4.1 復調の忠実度

変調波を $a_m\omega_m\cos\omega_m t$ とし、光学楔を第2.14図に示すごとく挿入した場合の像面上の強度分布は近似的に(1.57)で示された。しかし(1.57)では無視した(1.56)の $n\geq 2$ の項である高調波のために復調された変調波は実際のものとやゝ異ってくる。ここでは復調して得られた歪分布を示す図形の忠実度とコントラストについて§2.3のナイフエッジを用いた場合と比較対照して検討する。



第2.14図 光学楔を挿入されたスペクトル面。J_0, J_1などはスペクトルの振幅であり、$J_0(m_f)$, $J_1(m_f)$などの略。

光学楔の透過率分布および使用記号などはすべてこれまでのものと同じとする。ここで復調して得た図形の忠実度を調べるために§2.3で述べた、

Klirr factor を計算する。光学楔を用いたときの Klirr factor は (1.56) および (2.13) より

$$\mathrm{K.F.} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}\left\{\sum_{p+n<g} J_p(m_f)J_{p+n}(m_f)(p-g)(p+n-g)\right\}^2}}{\sum_{p+1<g} J_p(m_f)J_{p+1}(m_f)(p-g)(p+1-g)} \qquad (2.19)$$

となる。一方、像面上の強度分布 (1.56) のコントラストは (2.15) で示したのと同じ定義によって

$$\text{コントラスト} = \frac{2\sum_{p+1<g} J_p(m_f)J_{p+1}(m_f)(p-g)(p+1-g)}{\sum_{p<g}\{J_p(m_f)(p-g)\}^2} \qquad (2.20)$$

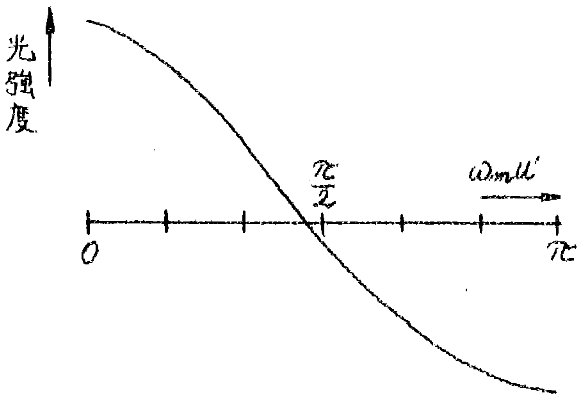
となる。(2.19) および (2.20) は変調指数 m_f と光学楔の挿入位置 g によってその値は変化するが、$m_f=-0.5$ および -2 について計算を行った結果を第2.4表に示した。それを計算する際に g の値として $m_f=-0.5$ に対しては $g=3$, $m_f=-2$ に対しては $g=6$ と選んだが、これは次の理由による。光学楔の透過率は §1.3 で述べたごとく $x \geqq \omega_c + g\omega_m$ でゼロとなるが、いま拡がっているスペクトル全体に光学楔が作用するようにする。すなわち第2.14図に示したスペクトルのうち、最大振幅を持つ $J_0(m_f)$ の 1% の振幅値を持つスペクトルの位置に光学楔のゼロ点 g がくるように選んだ。また第2.4表にはナイフエッジを $g=-1$ に置

第2.4表 周波数変調をうけた格子から得られた信号像の Klirr factor とコントラスト。

変調指数 m_f	−0.5		−2	
復調素子	光学楔	ナイフエッジ	光学楔	ナイフエッジ
Klirr factor	0.042	0.084	0.089	0.357
コントラスト	0.001	0.251	0.632	1.133

いて $x \geqq \omega_c$ のスペクトルを取除いた場合のKlirr factorとコントラストの値も(2.14)および(2.15)にしたがって計算して併記した。

$m_f=-2$ で $g=6$ のごとく光学楔を挿入したときに得られる像面上の強度分布を(1.56)にしたがって計算したものを第2.15図に示した。この曲線のKlirr factorが、第2.4表の0.089に相当している。第2.4表のうち光学楔を用いた場合とナイフエッジを用いた場合のKlirr factorを比較してみると、光学楔を用いた場合の方がKlirr factorの値は、はるかに小さく、忠実に復調されることがわかる。特に $m_f=-2$ のときはナイフエッジで0.357であったものが0.089となり、著しく改善される。したがって大きい変位が導入されるような場合には光学楔を用いれば非常に有益である。一方、$m_f=-0.5$ のとき、コントラストは光学楔を用いた場合には0.001まで低下する。実際上0.01以下のコントラストを検知、測定することはほとんど不可能であり、小さい変位しか加わらないような場合には光学楔を用いるのは望ましくない。小さい変位しか加わらない場合にはナイフエッジを用いる方法は忠実度が高いので、この方を用いるべきである。



第2.15図　光学楔を用いた場合の像面上の強度分布。

変調波: $a_m\omega_m\cos\omega_m u$

$m_f=-\omega_c a_m=-2$

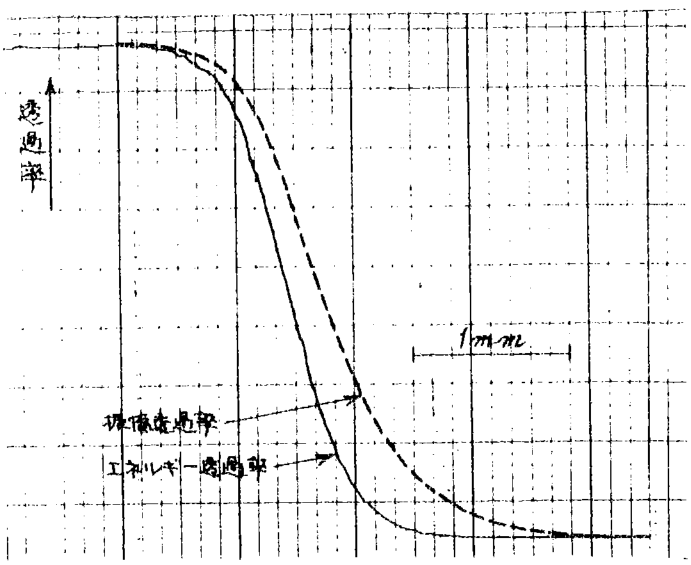
以上のように光学楔を復調素子として用いれば忠実度が改善されることがわかったが、コントラストと兼ね合わせて考えれば、大きい変位が導入されるような場合には復調素子として光学楔を用いるのがよく、また小さい変位しか加わらないような場合にはナイフエッジを用いるのが良い方法であると結論される。

2.4.2 光学楔の作成

本研究に必要な光学楔はその振幅透過率が直線的に変化するものであり、またその幅は側帯波の周波数程度のもので非常に狭い。したがってここでは特にその作成を行った。歪の程度によって側帯波の広がりは異なるので、数種の幅を持ったものを作成することとし、二つの方法をとった。

その一つは *straight edge** を焦点はずれにして写真撮影する方法であり、得られたネガフイルムを光学楔として用いた。写真フイルムを光学楔として用いたときに写真粒子による光の散乱をできるだけ避けるために使用フイルムとしては微粒子のものが望ましく、また到達濃度の高いものを用いれば透過率0〜1間の範囲が広いので光学楔としての利用度が良い。したがってここでは微粒子、硬調である富士ミニコピーフイルムを用い、その指定現像液であるコピナールによって現像を行った。

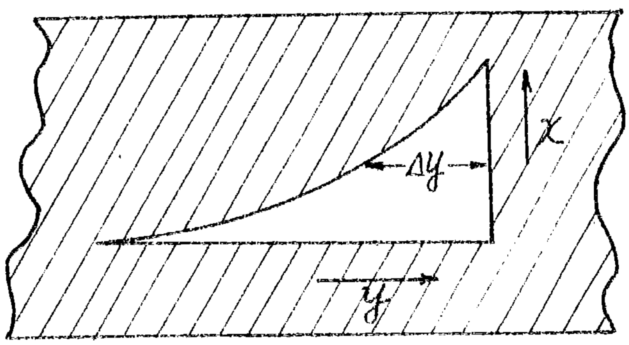
* ナイフエッジのことであるが、復調素子として用いたナイフエッジとの区別を明確にするために *straight edge* と呼ぶ。



第2.16図 Straight edgeの像を焦点外で撮影して作成した光学楔の透過率。

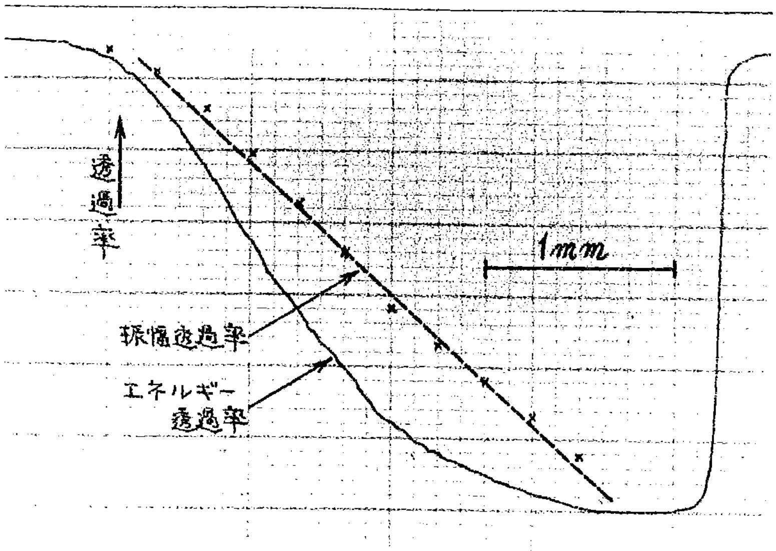
光学楔の幅は焦点はずれの程度および露出時間によって変化するが、その組合わせを適当に変えて各種撮影し、その透過率曲線を調べて望ましいものを選んだ。第2.16図はその一例で、実線が*microphotometer*で測定したエネルギー透過率であり、破線はそれから算出した振幅透過率を示している。この振幅透過率の直線部を光学楔として用いる。

他の作成方法は次のようである。第2.17図に示したように不透明物体中に適当な形の窓をあけ、下方から*incoherently*に照明してy方向に等速度で送る。x方向には窓が通過することによってΔyの大きさに比例した光量を透過させるから、いまこの不透明物体面に焦点を合わせて窓の通過する間、露光を与えればネガフィルムは濃度差を生じ、



第2.17図 光学楔作成のために用いた光量調節方法。不透明物体中にあけられた窓を下方から照明して等速度でy方向へ送る。

光学楔が作成される。作成された光学楔の透過率分布はこの窓の形状と使用フイルムの特性に影響されるが、フイルムは先のと同じ富士ミニコピーフイルムを用い、窓の形状を撮影されたフイルムの透過率曲線を参考にしながら少しずつ変えて、振幅透過率が直線的な変化をする光学楔を得た。窓の形状はほぼ第2.17図に示したものが良好な直線関係を与え、得られた光学楔の透過率曲線を第2.18図に示した。

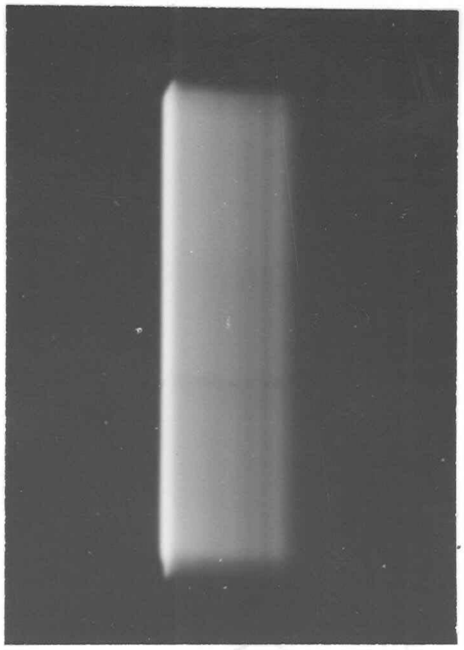


第2.18図 不透明物体中にあけられた窓を使用して作成した光学楔の透過率。

2.4.3 実験結果および考察

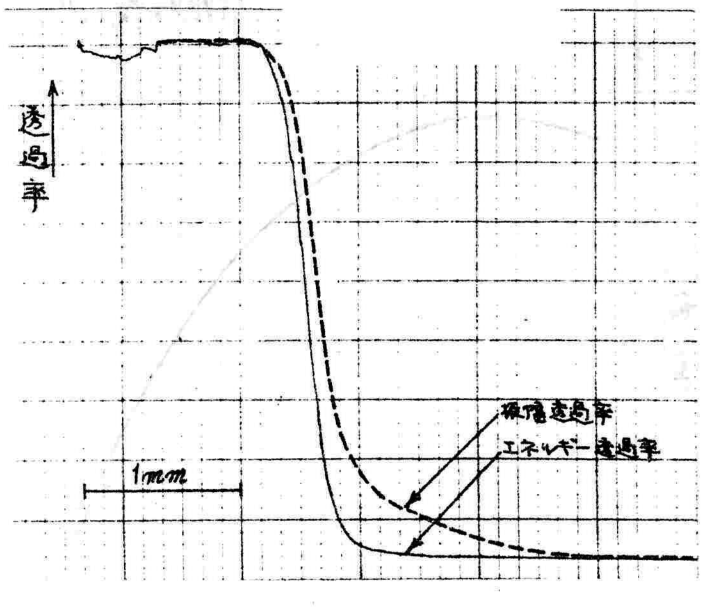
試料Teによる一次のFraunhoferの回折像、すなわちω_cとその側帯波のスペクトルは第2.19図に示したとおりであり、焦点距離$f_2 = 300mm$のコンデンサーレンズC_2によって0.92mmの広がりを持っている。ここで第2.20図に示した勾配の急な透過率を持っている幅の狭い光学楔を、振幅透過率が0.5のところを回折光の広がりの中心へ持ってくるように回折面に挿入した。

そのときに得られた像を第2.21図に示した。回折面に何も操作を加えなかった第2.12図(a)とくらべると変調波に基づく図形が現われており，光学楔を用いても復調が可能であることがわかる。図形を撮影したフイルムを格子線に直角なu方向にmicrophotometerで走査したときに得られた光電流曲線が第2.22図(a)の細線で示したものである。§2.3の第2.13図で行ったと同様に写真フイルムのガンマを1として像面上の強度分布に変換したものが第2.22図(a)の太線で示したものである。第2.22図(b)には試料Teの変調波を描いた。

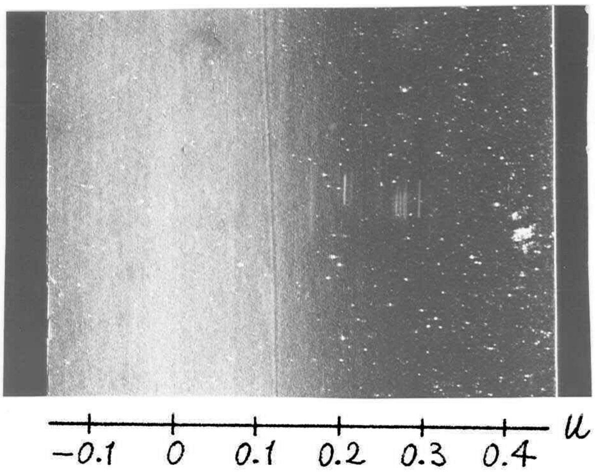


第2.19図　周波数変調をうけた試料TeによるFraunhofer回折像の広がり。

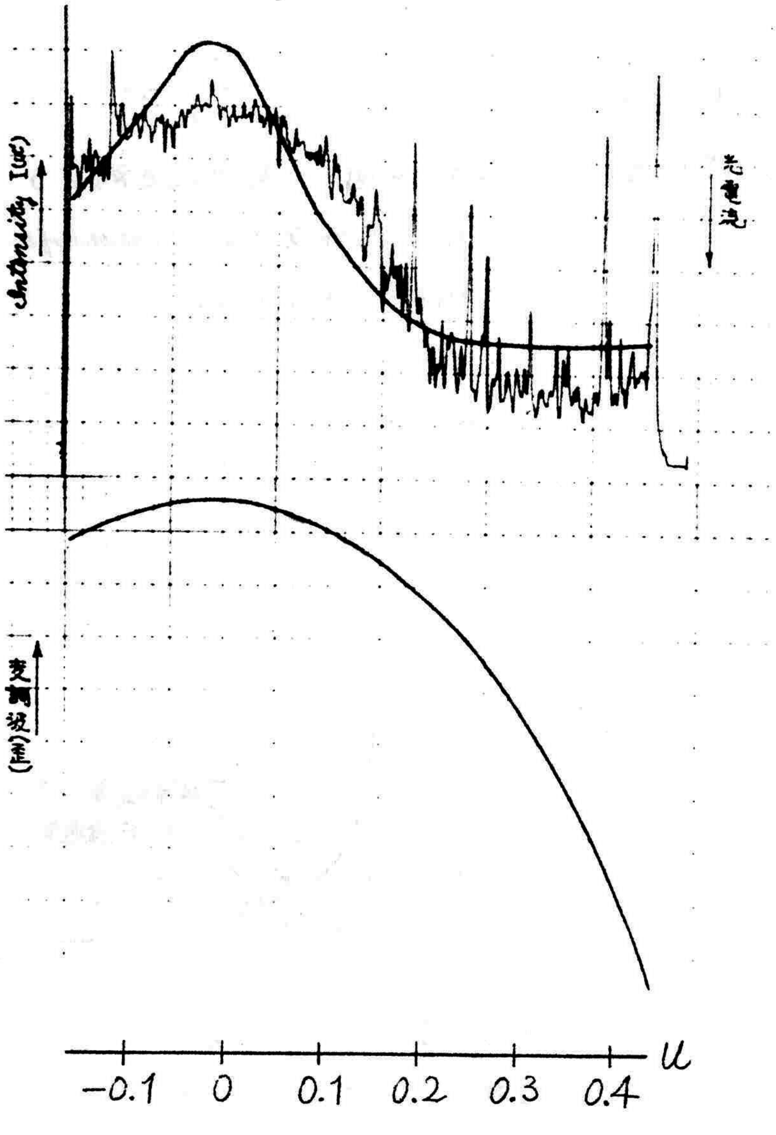
第2.20図の光学楔より幅の広い第2.16図にその透過率を示した光学楔を回折光がすべて



第2.20図　Straight edgeの像を焦点外で撮影して作成した幅の狭い光学楔の透過率。



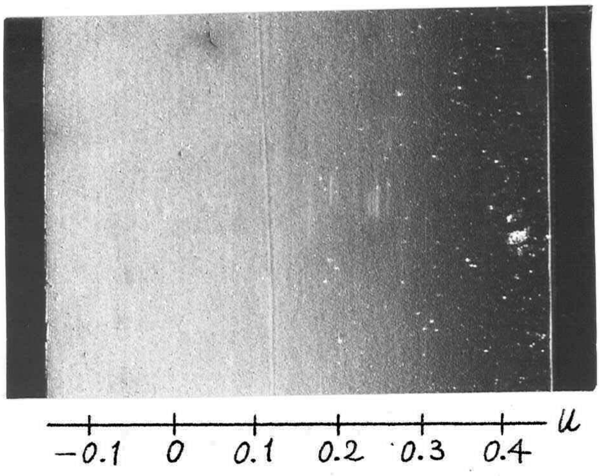
第2.21図　幅の狭い光学楔を Fraunhofer 回折面に挿入して得られた試料Teの像。
格子線は縦方向である。



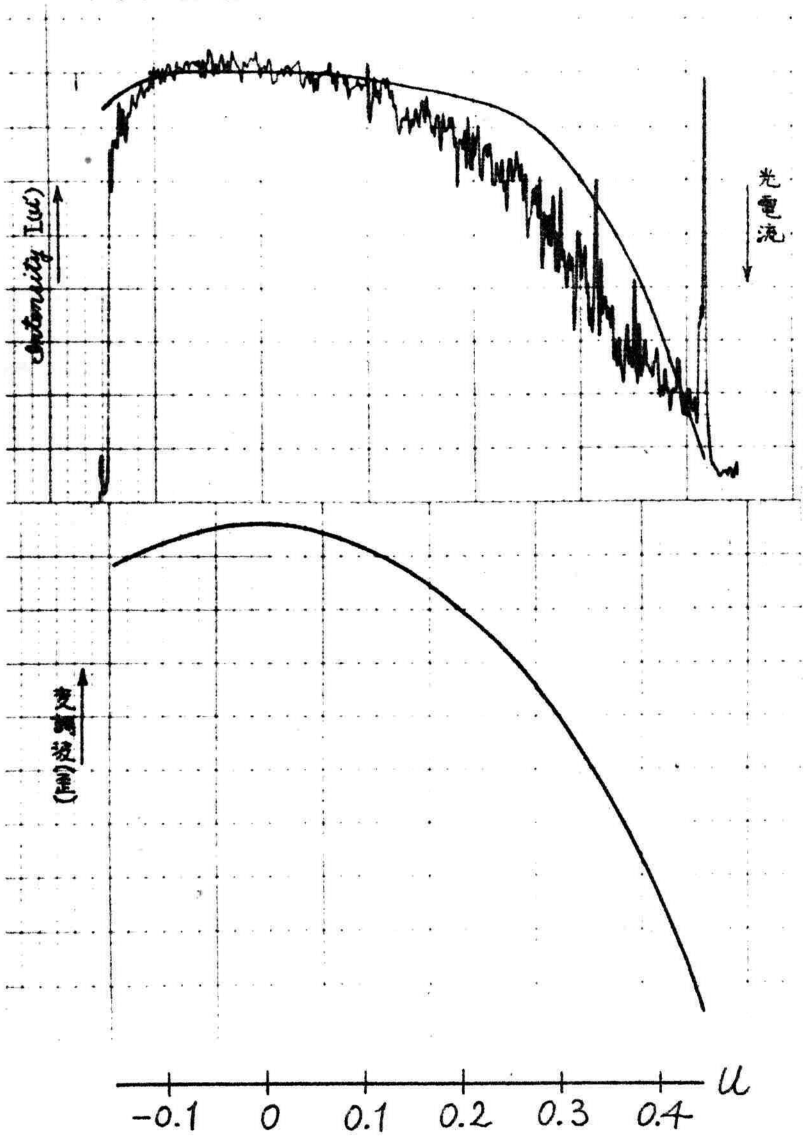
(a)　細線：図形を撮影したフイルムを走査して得られた光電流曲線。
　　太線：光電流曲線より得られた強度分布。

(b)　試料Teの変調波。

第2.22図　幅の狭い光学楔を用いて得られた試料Teの像面上の強度分布。



第2.23図　幅の広い光学楔を Fraunhofer 回折面に挿入して得られた試料Teの像。格子線は縦方向である。



(a)　細線：図形を撮影したフイルムを走査して得られた光電流曲線。

太線：光電流曲線より求めた強度分布。

(b)　試料Teの変調波。

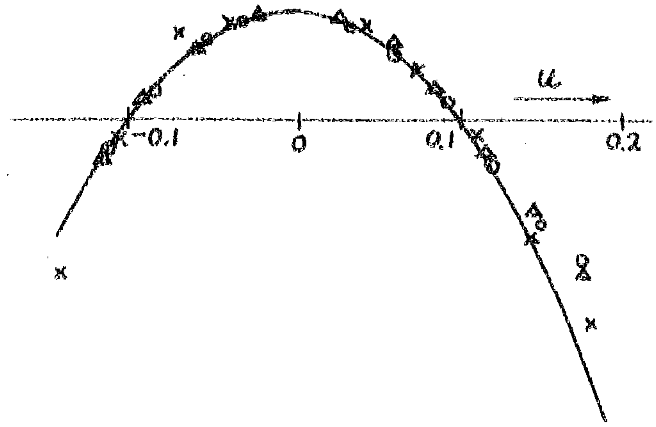
第2.24図　幅の広い光学楔を用いて得られた試料Teの像面上の強度分布。

その透過率の直線部に入るように挿入したときに得られた同じものをそれぞれ第2.23図および第2.24図に示した。

ナイフエッジを用いた場合の強度分布と第2.22図(a)のそれとを比較してみると、光学楔を用いた場合は光強度の振動が見られなくなっており、光強度の変化も比較的ゆるやかとなって変調波に近づいている。第2.24図(a)の強度分布はさらに変調波に近づいており、これは次のように説明される。第2.20図の光学楔は勾配がきつく、その直線部はスペクトルの広がりの範囲をすべて被っていない。したがって存在するスペクトルの空間周波数に対する透過特性がナイフエッジのようにゼロあるいは1のまゝで残っている部分がある。これに反して第2.16図の光学楔はその直線部によってスペクトルをすべて被うことができているために忠実度が上がっているものと解釈される。

以上はだいたいの傾向を知るために実験例であるが、用いた写真フイルムのH-D曲線を使用波長、露出時間など実験条件と全く同じにして正確に作成し、光学楔も十分スペクトルの広がり内にあるようにして定量的に行った実験例を示す。用いた試料は第2.3表に示したI4で直径の大きい円筒を使用したためにuの範囲も小さく、また撮影された格子の焦点はずれの影響もほとんどないと考えられるものである。使用した光学楔はその透過率曲線を第2.18図に示したものである。ここでは光学楔の勾配と幅を変化させる代りに顕微鏡対物レンズを光学的筒長附近の結像をするように使用して回折光を拡大

し、その拡大率を変えて相対的に光学楔の勾配と幅を変えた。光学系としては、先の第2.1図においてFraunhofer回折面と投影レンズ間に顕微鏡対物レンズが加わり、回折面の顕微鏡対物レンズによる共軛面が光学楔の挿入面となるのみで、結像関係は同じである。いま回折光の広がりを



第2.25図　幅3.0mmの光学楔を用いて得られた試料Taの像面上の強度分布。
—— 変調波
△ 回折光の広がりを0.5mmとした場合
× 回折光の広がりを1.3mmとした場合
○ 回折光の広がりを1.8mmとした場合

拡大してそれぞれ0.5mm, 1.3mmおよび1.8mmとした。したがってその回折光全体は第2.18図で示される幅3.0mmの光学楔で十分被うことができる。そのように光学楔を挿入したときに復調されて現われた像面上の強度分布を先に述べたごとく正確に写真測光して得られた結果を試料Taの変調波と共に第2.25図に示した。測定は相対強度について行っているので第2.25図においては強度を示す縦軸の倍率を揃えるために$u=0$および$u=0.1$で変調波と一致するように換算して打点した。

第2.25図によれば、いずれもよく変調波と一致しており、

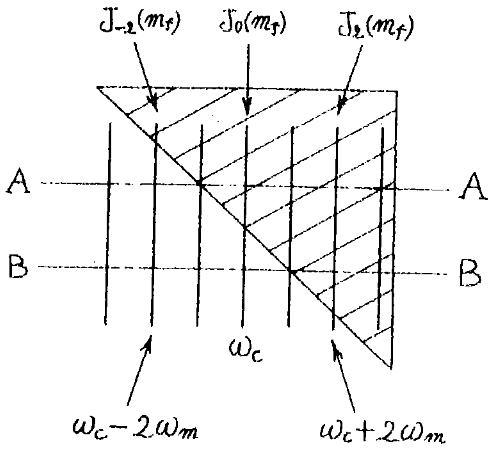
わずかに見られるずれは、作成した光学楔の振幅透過率の直線性からのずれ、散乱光の影響、試料板作成に使用した円筒のゆがみおよび測光誤差などの要因に基づくものと思われる。したがって振幅透過率が直線的に変化する光学楔をFraunhoferの回折面に全スペクトル範囲を被うように挿入すれば、忠実に変調波すなわち歪の分布が復調されることがわかった。

2.5 面積型楔による復調

§2.4ではx軸にそって振幅透過率が直線的に変化する光学楔を*Fraunhofer*回折面に挿入して忠実な復調を達成した。線光源は互に*incoherent*な点光源がy'方向に並んでいると見なされる。したがって線光源による回折像は考えた各点光源要素の共軛な位置でx方向に広がっているために、一例を第2.19図に示したとおり矩形状の広がりを持つ。ここに第2.26図に示したように、不透明なマスクの形によって面積的に回折スペクトルの各空間周波数に対する透過光量を調節しても復調が可能である。このようなマスクは回折スペクトルの各周波数に対する透過光量を直線的に減じているものであるから面積型楔と呼び、以下に忠実度、コントラストなどについて理論的、実験的に考察する。

2.5.1 復調理論

回折格子の透過率分布(1.30)、歪分布を表わす変調波(1.41)および使用記号などはすべてこれまでのものと同じとする。第2.14図に示したスペクトルはその振幅を表わしたものであるが、実際に現われる回折像はスリット像の広がったもので、その様子を第2.26図に示した。ここで斜線を施して示したようにその縁が直線である面積型楔を図のように*Fraunhofer*回折面に挿入する。スリットは§2.1で考察したように*incoherently*



第2.26図　Fraunhofer 回折面に挿入された面積型楔。ω_c などはスペクトルの位置を示し、$J_0(m_f)$ などはその振幅を示す。

に照明されているから互に独立な点光源がスリット方向に並んでいると考えられ、その各点光源の共軛位置で回折像は左右に広がっている。いま例えば断面AAを考えると、それはナイフエッジが $\omega_c-\omega_m$ の位置にある場合に相当し、同じく断面BBならば $\omega_c+\omega_m$ の位置にある場合に相当する。したがって面積型楔は第2.26図の上方から順次考えれば、ナイフエッジを順次移動させてその *pass-band* を変えたときに得られる像面上の各々の強度分布を加え合わせたものに等しい。

ナイフエッジの位置と得られる像面上の強度分布との関係は、すでに§2.3において求め、それは(2.11)で示された。面積型楔を用いたときの像面上の強度分布はこの強度分布を上に述べたごとくナイフエッジの位置 q について加え合わせて

$$I(u')=\sum_{q=q_1}^{q_2}\left[\sum_{p=-\infty}^{q}\{J_p(m_f)\}^2+2\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\sum_{p+n=-\infty}^{q}J_p(m_f)J_{p+n}(m_f)\cos n\omega_m u'\right\}\right]$$

$$=\sum_{q=q_1}^{q_2}\left[\sum_{p=-\infty}^{q}\{J_p(m_f)\}^2\right]$$

$$+2\sum_{n=1}^{\infty}\left[\sum_{q=q_1}^{q_2}\left\{\sum_{p+n=-\infty}^{q}J_p(m_f)J_{p+n}(m_f)\right\}\cos n\omega_m u'\right] \qquad (2.21)$$

となる。この(2.21)を見ると変調波 $a_m\omega_m\cos\omega_m u$ に対応した

$n=1$ の基本波図形が現われており、復調が達成されていることがわかる。係数が複雑であるから、このまゝでは高調波の影響によって基本波図形がどのように変化するか判別しにくいので、いま一例として $m_f=-2$ および $g_1=-2$, $g_2=2$ として(2.21)の強度分布を計算した。その結果を図に描いたものが第2.27図である。ここに $g_1=-2$, $g_2=2$ は第2.26図の面積型楔が $\omega_c-2\omega_m \sim \omega_c+2\omega_m$ の範囲を被うように置くことを意味している。

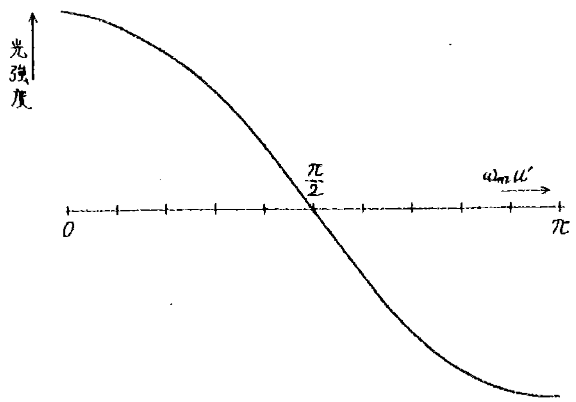
面積型楔を用いた場合の強度分布(2.21)の Klein factor は(2.13)の定義にしたがって

$$\mathrm{K.F.}=\frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty}\left[\sum_{g=g_1}^{g_2}\left\{\sum_{p+n=-\infty}^{g} J_p(m_f)J_{p+n}(m_f)\right\}\right]^2}}{\sum_{g=g_1}^{g_2}\left\{\sum_{p+1=-\infty}^{g} J_p(m_f)J_{p+1}(m_f)\right\}} \qquad (2.22)$$

であり、また§2.3で定義したコントラストは

$$\text{コントラスト}=\frac{2\sum_{g=g_1}^{g_2}\left\{\sum_{p+1=-\infty}^{g} J_p(m_f)J_{p+1}(m_f)\right\}}{\sum_{g=g_1}^{g_2}\left[\sum_{p=-\infty}^{g}\{J_p(m_f)\}^2\right]} \qquad (2.23)$$

となる。第2.27図の強度曲線の場合、すなわち $m_f=-2$, $g_1=-2$, $g_2=2$ の場合の Klein factor およびコントラストは(2.22)および



第2.27図 $\omega_c-2\omega_m \sim \omega_c+2\omega_m$ 内を被うような面積型楔を用いたときの像面上の強度分布。横軸は直流成分の値のところへ引いた。

変調波(歪) $a_m\omega_m\cos\omega_m u$

$m_f=-\omega_c a_m=-2$

(2.23)にしたがって計算を行い、その結果を第2.5表に示した。

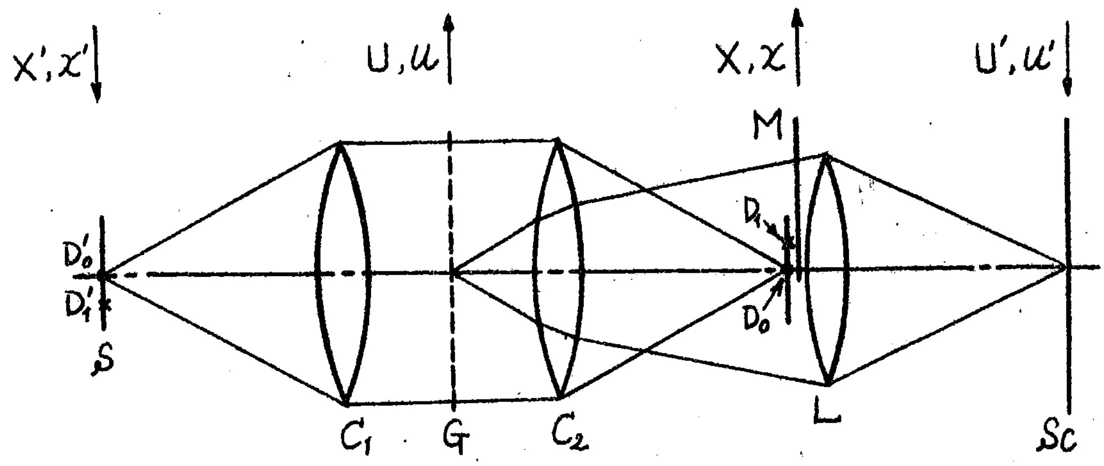
第2.5表　周波数変調をうけた格子から得られた信号像のKlirr factorとコントラスト.

変調指数m_f	-2
復調素子	面積型楔
Klirr factor	0.036
コントラスト	0.664

第2.4表に示したナイフエッジを用いて復調を行ったときのKlirr factorおよびコントラストと第2.5表のそれとを比較すれば、面積型楔を用いたときはナイフエッジを用いたときよりもコントラストは減少するがKlirr factorは小さくなり、忠実に復調できることがわかる。このことは第2.27図の強度曲線と第2.9図(a)のそれとをくらべても明らかで、面積型楔を用いた方がその強度分布は変調波である余弦曲線に近づき、ほゞ等しくなって来ている。

2.5.2　面積型楔を改良した方法による復調

面積型楔の原理はナイフエッジをスペクトル面で移動させたものに相当したが、これと同じことは次のようにしても可能である。第2.28図に示したように、いま光源スリットの幅を広げ、このスリットはincoherentlyに全面一様強度で照明されているとする。光源上$x'=0$にあるD_0'で示された図に垂直な線光源要素による一次回折光の中心がスペクトル面上でD_0の位置にあるとする。このとき$x'=\Delta x$にある例えばD_1で示した線光源



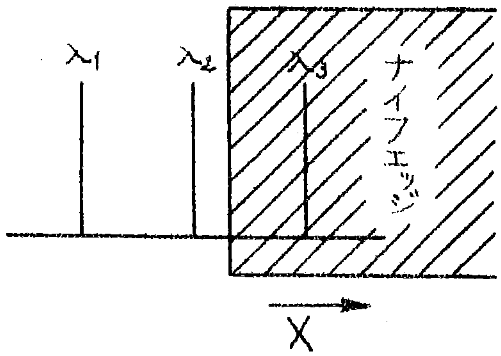
第2.28図　光源幅を持った測定光学系。

S：短形光源　C_1, C_2：コンデンサーレンズ　L：投影レンズ

M：マスク　Sc：スクリーン　G：試料の回折格子

要素による一次の回折光の中心はD_0からΔxだけ離れたD_1となる。光源は*incoherent*であるから、その位置を連続的に変化している独立な線光源要素の集まりと考えられ、図示したようにナイフエッジを挿入すれば各線光源要素の位置に応じて相対的にナイフエッジの位置が変化したものとなり、ナイフエッジを移動させたのと同じ効果が得られる。このようにすればその原理は面積型楔と全く同じであり、忠実度よく復調できる。この場合、面積型楔の幅に相当するものは光源幅であるが、実験上それを調節する必要はない。例えば光源Sが$x'>0$の方向に広がっているとしても、x'が大きいところにある線光源要素によるスペクトルはすべてナイフエッジによって遮へいされ、結像に関与しない。これより光源幅はナイフエッジの位置によって調節されることがわかり、その調節は容易である。

また以下に述べる方法によっても面積型楔と同じ効果が得られる。これまではすべて単色光であったが、ここで波長幅を持っている光を用いた場合を考える。光源は線光源としたとき *Fraunhofer* 回折面上で観測される ω_c は波長によってその位置を異にする。すなわち回折格子によって分光される。いま説明の簡単のために光源中 $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ の三波長の光に注目する。試料によって生じる回折光の ω_c の位置を *Fraunhofer* 回折面の見座標X軸上に描けば第2.29図のようになる。例えばナイフエッジを図示した位置に置けば、波長 λ_1 および λ_2 の回折光に対してナイフエッジは高周波側にあり、波長 λ_3 のものに対しては低周波側にあって相対的にナイフエッジの位置が異っている。光源に含まれている全波長について考えればナイフエッジを回折面で連続的に移動したものに等しくなっており、波長が異なれば光は *incoherent* であるから像面で各波長によって生じた図形の強度は加え合わされ、波長依存性のない写真フイルムあるいは検知器でその強度を測定すれば面積型楔の場合と全く同じとなる。



第2.29図　波長幅を持つ線光源を用いた復調。図は波長 λ_1, λ_2, λ_3 の光による ω_c の位置を示す。

前述した方法は光源幅を広げて ω_c の位置の広がりを得たが、後の方法は用いる光の波長幅を持たせて同じことを行う。たも

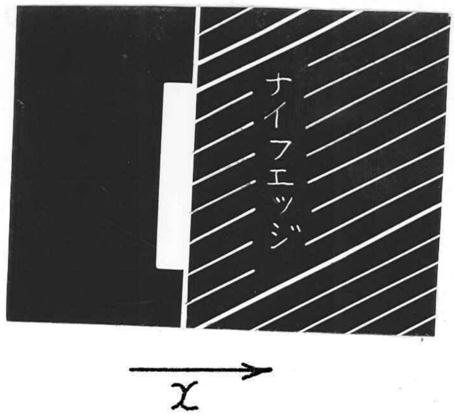
のである。したがって光源の各波長に対する強度は使用する全波長について同じであることが必要であり、また短波長側はその波長分布曲線が矩形的な立上りを持たなくてはいけない。この場合、面積型楔の幅は波長幅となるが、光源幅を広げた場合と同様に実験上波長幅を調節する必要はなく、ナイフエッジの位置によって行われる。

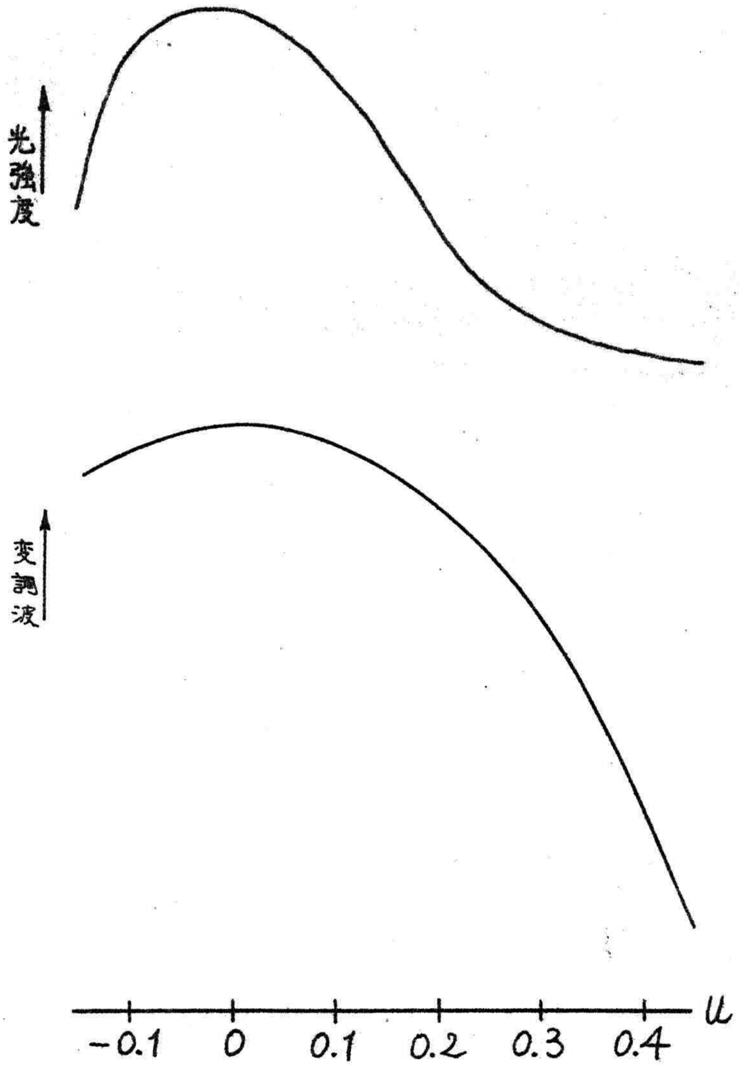
以上の二方法によれば単色の線光源を用いるよりも光学系を非常に明るく使用でき、格子線のコントラストが悪くて回折光が弱いような場合に有利となる。

2.5.3 実験結果および考察

以下に示す実験例の試料は第2.3表のTeで、光源幅を広げ、ナイフエッジを挿入する方法によって面積型楔の原理を達成した。§2.1で述べたごとく本実験装置において、光源面はほとんど*incoherently*に照明されている。ここで光源面を一様に照明するために光源面上に結ばせる水銀灯の像はやゝ焦点はずれとした。一次回折光のマスク状態を第2.29図に示したが、この写真は極硬調に仕上げてあるために、一つの線光源要素による回折光を考えれば第2.19図に示した回折光の左右にある最大強度のみが現われており、それが光源の広がりだけ撮影されている。第2.29図に示されている部分の光源幅は0.56 mmであり、回折面ではコンデンサーレンズC_1およびC_2の組合せによって0.84 mmに拡大されている。したがって図で

第2.30図　広がりを持った光源を用いたときのマスク状態。





(a)　写真測光によって求めた強度分布。

(b)　試料Teの変調波。

第2.31図　幅を持った光源とナイフエッジを組合わせて面積型楔の原理を達成して得られた試料Teの像面上の強度分布。

最も左の線光源要素について考えれば、回折光はそこから右へ約0.92mmの広がりを持っているのでナイフエッジによってその高周波側の一部はマスクされている。ナイフエッジの端にある線光源要素については、そのほぼ全部のスペクトルがマスクされ、左への広がりはほとんどないと考えられる。したがって光源幅は約0.56mmで、本実験では通常§2.1で示したごとく幅20μの光源スリットを用いているから、この場合光学系は約30倍の明るさを持っており、像の撮影は低感度フイルムで可能であった。

像面上の強度分布を写真測光して得た結果を第2.31図(a)に示し、比較のためにこの試料Tcの変調波を第2.31図(b)に描いた。この(a)および(b)を比較してみると$u>0.25$ではやゝ変調波の形とずれてきているが、ナイフエッジを挿入したときに得られた強度分布第2.13図(a)と対比して考えてみると光強度の振動が見られなくなっており$u=0.15$附近の強度変化もゆるやかとなって変調波に近づいており、ナイフエッジを用いた場合よりも忠実に復調できていることがわかる。

このように面積型楔を用いた方法、あるいはそれを改良した光源幅を広げる方法などによる復調は、ナイフエッジを用いたものよりも忠実度が高いが、面積型楔は特にその製作は必要でなく、単にナイフエッジを傾ければよいので方法としても簡単である。

2.6　色差による復調

これまでの復調方法は、変調波すなわち歪の分布を試料の像面上に光の強度分布である歪図形として取出し、測定を行うものであった。ここでは以下その歪図形を色差として取出す方法について検討を加える。

2.6.1　復調の原理

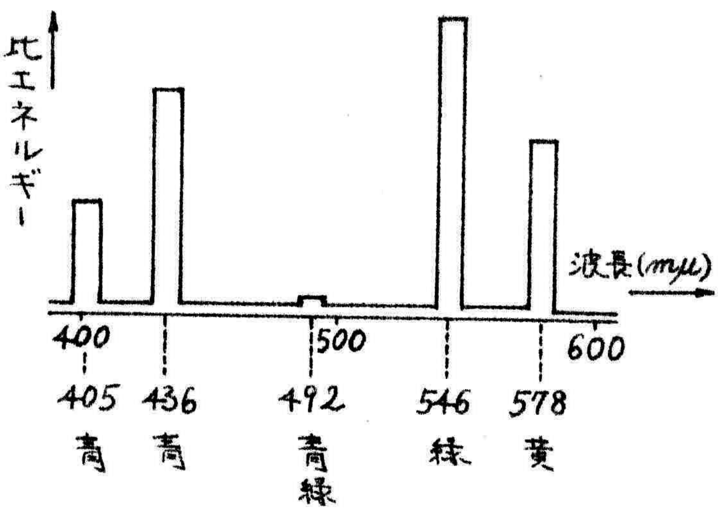
いま説明の簡単のために光源は二つの波長λ_1およびλ_2のみを含んでおり、$\lambda_1 < \lambda_2$とする。第2.29図で示したようにFraunhofer回折面で観測されるω_cの位置は波長によって異なり、λ_1, λ_2が十分離れておればλ_2のみに光学楔を挿入するなど種々spatial filteringを施すことができる。その結果、波長λ_2の光による強度分布が像面上に生じる。波長λ_1の光によるω_cとその側帯波は回折面で何ら操作を加えられることなく、投影レンズを通過するために、一様強度のλ_1なる波長の色を試料の像全面に与える。したがって像面では波長λ_1の色の上に波長λ_2の色が加わるが、波長λ_1の色の強度は試料像全面にわたって一様であり、波長λ_2の色は歪分布に応じて強度分布を持っているので、混合色となったものには色差が生じる。

このような原理のもとに変調波を色差として検出することができるが、背景を与える色は必ずしも単色光による色である必要はなく、混合色であってよい。また白色光を用　。こ

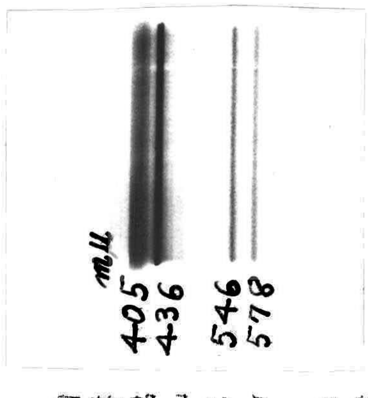
とも可能であるが、回折面上で特定の位置に置かれた光学楔などの復調素子による filtering のされ方は波長によって異なる。したがってこの場合、背景の色に加える図形の強度分布は各波長によって異なるようになる。

2.6.2 実験結果および考案

光源として用いた超高圧水銀灯の波長分布は第2.32図のとおりである。試料の回折格子によって図に示したような横軸，縦軸の割合で青色から赤色まで分光され、その一次光を第2.33図に示した。これまでの実験では多層膜干渉フィルターを用いて、そのうち 546 mμ の単色光のみを使用していたが、ここではその干渉フィルターを取除いて実験を行った。



第2.32図　超高圧水銀灯の波長分布。

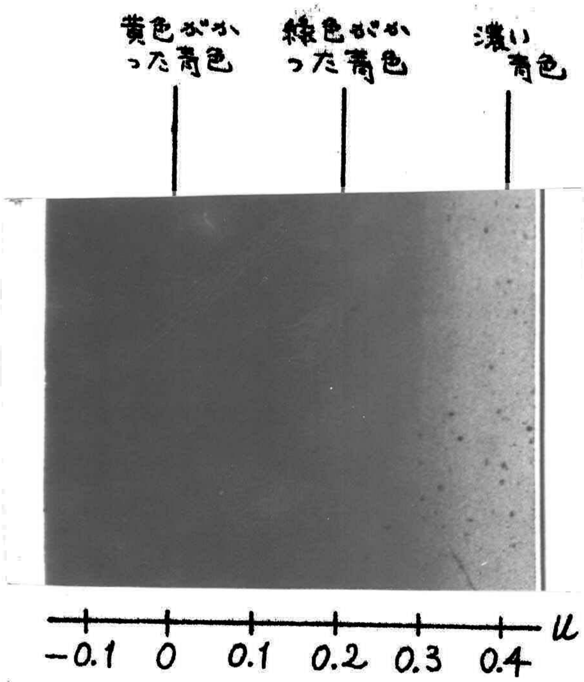


第2.33図　回折格子によって得た超高圧水銀灯の波長分布。
(第2.32図に対応する)

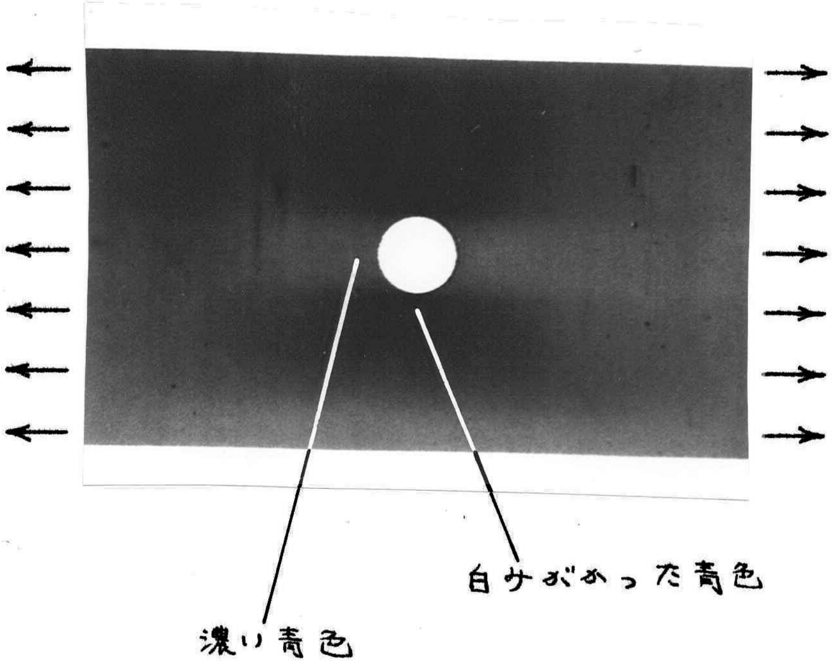
第2.34図および第2.35図に示した結果

は、先の第2.10図と同じ試料によって得たものであり、円孔を有する平板に一様な引張り荷重が加えられている。これまでと同じように一次光のみを投影レンズに入れることとし、第2.34図は赤色側から緑色の波長546mμの位置にナイフエッジを挿入したものである。この場合青色の光はFraunhofer回折面でナイフエッジから十分離れているのでそのスペクトルは何ら操作を加えられることなく投影レンズを通過し、試料全面に一様な青色を生じる。この上に第2.10図(b)に示した緑色の図形が重なって現われている。色としては第2.36図に示したCIE色度図で405mμおよび436mμの混色のA点と546mμのB点とを結ぶ直線AB上の色となる。最もよく伸びている円孔直下あるいは直上では緑色が多く、色度図の中心部へ寄った白みがかった青色となっており、最も伸びの少ない円孔の左右ではA点の色のまゝの濃い青色となって、第2.11図に示した歪量すなわち変調波に応じて色が異なっている。したがって変調波は色差として復調されていると言える。

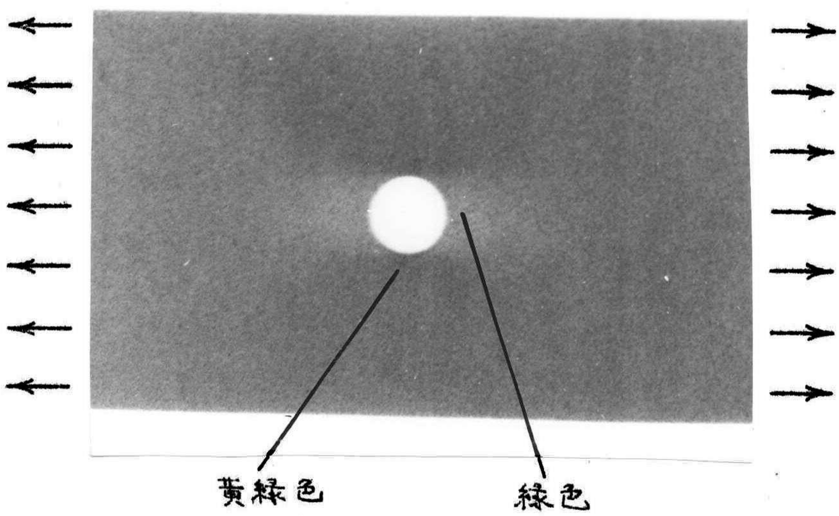
第2.35図は第2.33図に、



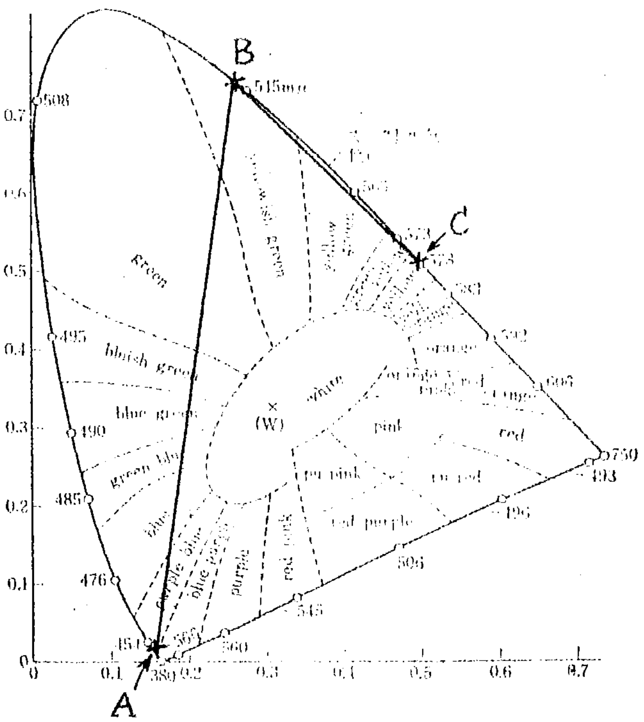
第2.38図　光学楔を用いて得られた試料T2の像の色。格子線は縦方向である。



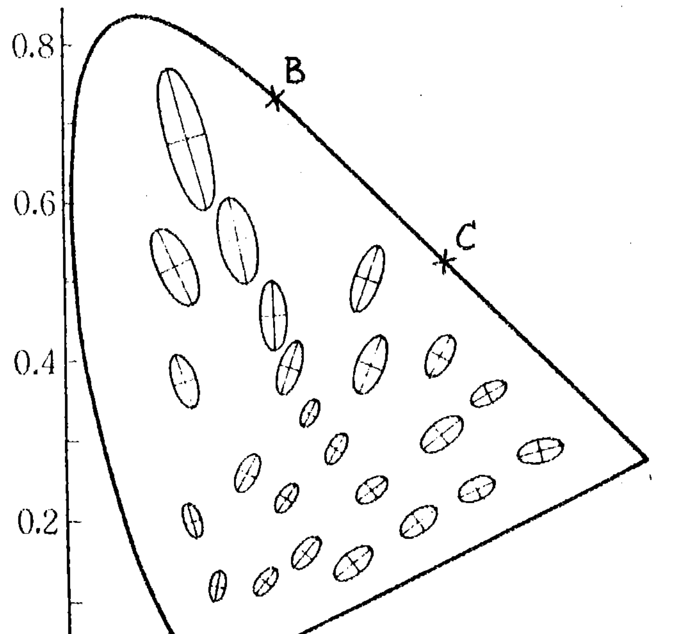
第2.34図　円孔を有する平板に一様な引張り荷重を加えたときの色図形。青色の光を通し、緑色の光546$m\mu$の位置にナイフエッジを挿入した。写真はカラーリバーサルフイルムから直接印画紙へ焼付けたものである。



第2.35図　円孔を有する平板に一様な引張り荷重を加えたときの色図形。緑色の光を通し、黄色の光578$m\mu$の位置にナイフエッジを挿入した。



第2.36図　CIE色度図



第2.37図　マッカーダムの識別域楕円。

(A,B,Cはそれぞれ第2.36図のものに対応する)

示した波長のうち青色を取除き、赤色側から黄色の位置にナイフエッジを挿入して得たものである。したがって緑色の地の上に黄色の図形が重なっているものとなっている。この場合CIE色度図で546mμのB点と578mμのC点とを結ぶ直線BC上の色となっている。観測された図形の色差としては第2.34図にくらべてやゝ劣っている。

　上の例で背景を与える色は、ナイフエッジなどによってその一部を取除かれたりしないでそのまゝ投影レンズを通っているためにその強度は

大で、色としてはそれぞれ才2.34図のものはA点附近、才2.35図のものはB点附近となっている。マッカーダムの識別域楕円を才2.37図に示したがB点附近の識別域楕円はA点附近のものよりも大きく、また直線ACは直線ABよりも短かいためにB点附近は色の識別が悪い。これより才2.34図に示した青色と緑色の組合わせの方が識別の感度がよいと言うことが説明されると共に、適当な色の組合わせを選ぶことによってさらに感度よく観測できる可能性がある。

色差による復調も背景に色を加えるのみであって原理的にはこれまでの復調方法と同じである。したがって図形を出すには、忠実度などこれまで述べた各復調方法の特徴を生かすようにしなければいけない。才2.38図は光学楔を用いた例で、試料は才2.3表のTeである。青色の光をすべて投影レンズに入れ、光学楔の透過率0～1の範囲が546mμの緑色および577～579mμの範囲を被うようにして得られた。試料像面では青色の上に緑色と黄色の混色の図形が加わることになり、$u=0$附近では黄色がかった青色、$u=0.2$附近では緑色がかった青色となって、変調波に応じて色差となって現われている。

2.7 まとめ

*Fraunhofer*の回折面に種々のマスクを挿入して搬送波のω_cとその側帯波に*spatial filtering*を施せば歪をうけた回折格子から試料の像面上に歪分布を検出できることが理論的、実験的に明らかとなった。その場合、測定は線光源に垂直方向の試料断面について行っており、像面上その断面の共軛位置で検出される。したがって光学系全体を考えれば、平面回折格子はその各断面の積み重ねで全面を測定していると考えることができる。

マスクとして鋭い立上りの*pass-band*を有するナイフエッジを用いた場合は方法として簡単であり、復調されて現われる図形は歪量の小さいときにも良好なコントラストを持っており、また忠実度も良い。しかし歪量が大きくなるとその忠実度は悪くなる。図形の忠実度とコントラストとを兼ね合わせて考えれば歪をうけた回折格子の平均周波数のスペクトル位置に、そのナイフエッジを挿入してそれよりも高周波数のスペクトルを取除くようにするのが最も良い方法である。

またマスクとして直線的な変化をしている振幅透過率を持つ光学楔を用いたときは、ナイフエッジを用いたときよりも忠実度が良く、特に回折光の広がり、すなわち側帯波の広がりをその透過率の直線部で完全に被うようにすれば正しく復調される。しかしコントラストはナイフエッジを用いた場合よりも低下し、それは歪量の小さいときに著しい。したがって歪量の

小さいときにはナイフエッジを、大きいときには光学楔を用いるようにするのが望ましい。

さらにFraunhoferの回折像は矩形状の広がりを示すから、ここへ面積型楔を挿入する方法によっても復調でき、ナイフエッジを用いた場合よりも復調の忠実度は向上する。この面積型楔の原理と同じことが、光源スリットの幅を増しても達成でき、また波長幅を持った光源を使用しても同様に達成できることが示された。この場合、復調の忠実度などは当然面積型楔を用いた場合と同じであるが、単色の線光源を用いるよりも光の利用率が高く、光学系を非常に明るく使用でき、格子のコントラストが低くて回折光が弱いような場合には有利となる。

以上の諸方法によって歪分布は試料の像面上で光の強度分布として検出されたが、これに特定の色を一様に加えることにより色差として歪分布を検出でき、加える色を適当に選べば感度良く測定されることが明らかとなった。

第3章　平面応力による歪の測定

才2章では線光源に垂直な試料断面についての歪分布が、像面上その断面の共軛位置で光の強度分布あるいは色差として測定されることを変調波の復調という立場で述べた。平面試料の場合、加えられる荷重は平面応力であるのが一般で、そのとき線光源に垂直な断面方向の歪分布だけでは試料内任意方向の歪を決定することができない。ここでは回折格子を用いた本測定法によっていかにその任意方向の歪を決定するかについて考察する。これには三試料を用いる方法および一試料を用いる方法の二つが考えられ、それぞれ§3.2および§3.3で述べる。

平面応力とは二次元応力のことであって u 方向の応力成分 σ_u, v 方向の応力成分 σ_v および剪断応力 τ_{uv} の三応力成分によって記述される。いまこの平面応力が試料に加えられたとき、平面試料は厚み方向にも変化し、そのために試料を通る光波に位相変化が与えられ測定に大きく影響する。まず§3.1ではこの荷重に基づく試料の厚み変化を補正する方法について検討を加える。

最後に§3.4で、本測定法による測定感度について考察を行う。

3.1 荷重に基づく試料の厚み変化の補正

試料平面は uv 面であったが、いまこれと垂直方向に w 軸をとっておく。試料に平面応力が加えられた場合、存在する歪成分は歪成分と応力成分の関係より

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_u &= \frac{1}{E}(\sigma_u - \nu\sigma_v) \\ \varepsilon_v &= \frac{1}{E}(\sigma_v - \nu\sigma_u) \\ \varepsilon_w &= -\frac{\nu}{E}(\sigma_u + \sigma_v) \\ \gamma_{uv} &= \frac{1}{G}\tau_{uv} \end{aligned}\right\} \qquad (3.1)$$

となる。[15] ここに E はヤング率、G は剛性率、ν はポアソン比である。このうち ε_w は (3.1) より

$$\varepsilon_w = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_u + \varepsilon_v) \qquad (3.2)$$

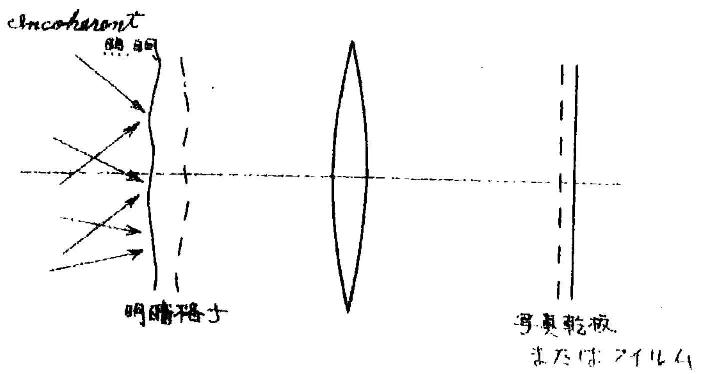
となり、$\varepsilon_u, \varepsilon_v$ が定まれば一義的に定まるものであって、平面応力による歪の測定は $\varepsilon_u, \varepsilon_v$ および γ_{uv} を対象とすることになる。しかしこの ε_w の存在のために荷重を加えられた平面回折格子の試料は w 方向にも変化し、場所によって厚さが異なってくる。そのために試料を通過(あるいは反射)する光波には位相の変化が与えられ、得られる像の強度分布に誤差が生じてくる。物体は (1.17) で示されたとおり、明暗分布および位相分布の結合された形で書き表わすことができるが、試料の厚み変化は物体の位相分布となる。*Fraunhofer* の回折像は (1.26) のとおり物体 $O(u)$ のフーリエ変換の形で表わされるから回折像の振幅分布には変化が生じ、それの函数として示される像の強度分布は実際と違ったものとなる。

また物体の位相分布を変化させるものは厚み変化だけでなく、例えば表面に回折格子を転写した樹脂材料に荷重を加えた場合、歪に応じて屈折率の変化も生じ、試料を通る光の光路差が変化するために同じことが起る。

このような光波の位相変化の影響を補正するために次に述べる方法をとる。§1.1の結像理論は一般的なものであったから本研究の測定光学系以外のものに対しても成立する。いま物体を照明する光が *incoherent* である場合を考える。このとき *coherence factor* γ_{12} は $u_1=u_2$ で $v_1=v_2$ のとき以外は $\gamma_{12}=0$ であり、$u_1=u_2$ で $v_1=v_2$ のときは $\gamma_{12}=1$ であるから(1.17)は

$$I(u',v') = \iint_{-\infty}^{\infty} |O(u,v)|^2 |t(u'-u, v'-v)|^2 du\,dv \qquad (3.3)$$

となる。この式によれば、物体を *incoherently* に照明した場合像の強度分布は物体の明暗分布 $|O(u,v)|$ のみに関係して、位相分布には無関係となる。したがって、いま荷重を加えられた試料を第3.1図のごとく *incoherently* に照明し、その格子像を写真撮影すれば、得られた格子像は厚み変化などによる物体の位相分布に関係のない歪んだ状態の明暗格子である。



第3.1図　試料の厚み変化の影響を写真撮影により補正する方法。

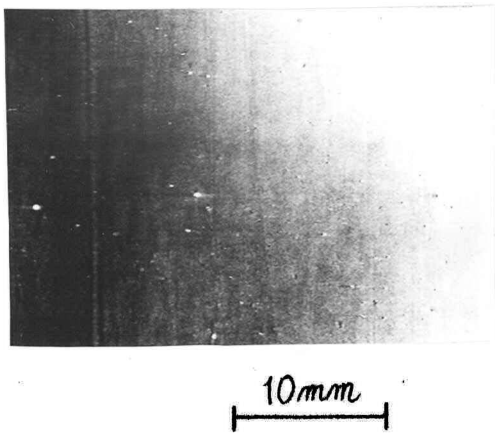
写真撮影を行うこと

はuv面へ投影された格子像を得ることであるが、ε_u, ε_v およびγ_{uv}はそれぞれ第1.6図に示した記号を用いて

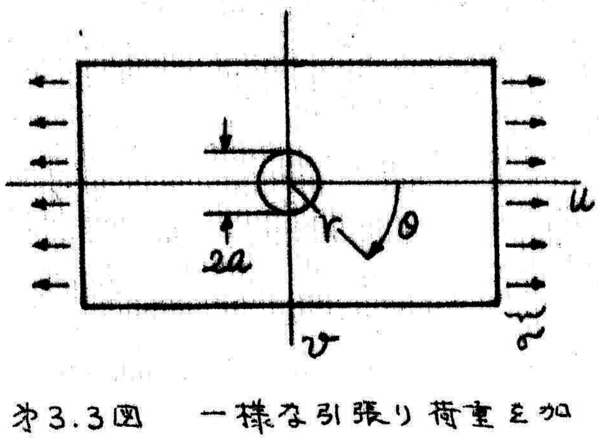
$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_u &= \frac{\partial S_u}{\partial u_0} = \frac{\partial \Delta_u}{\left(1-\frac{\partial \Delta_u}{\partial u}\right)\partial u} = \frac{\partial \Delta_u}{\partial u} \\
\varepsilon_v &= \frac{\partial S_v}{\partial v_0} = \frac{\partial \Delta_v}{\left(1-\frac{\partial \Delta_v}{\partial v}\right)\partial v} = \frac{\partial \Delta_v}{\partial v} \\
\gamma_{uv} &= \frac{\partial S_u}{\partial v_0} + \frac{\partial S_v}{\partial u_0} = \frac{\partial \Delta_u}{\partial v} + \frac{\partial \Delta_v}{\partial u}
\end{aligned}\right\} \qquad (3.4)$$

のごとくw方向の変位成分には無関係に求まり、何らさしつかえがないことがわかる。

したがってこのようにincoherentlyに照明し、歪んだ状態の格子像を撮影した写真フイルムを実際の測定光学系に対する試料として用いた。この場合、写真フイルムにも第3.2図に一例を示したようにシュリーレン法で十分認められる程度の厚みむらがある。したがって第2.5図で説明したようにフイルムを二枚のoptical parallelで保持し、その



第3.2図　シュリーレン法によって得られた写真フイルムベースの厚さむら。



第3.3図　一様な引張り荷重を加えられた中央に円孔を有する平板。

フイルムとoptical parallel間にフイルムベースと屈折率の等しい液で浸漬して用いることが必要である。

いま第3.3図のごとく中央に円孔を有する平板に一様な引張り荷重が加えられたとき、変形が弾性変形であればその応力は弾性論より極座標表示して

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_r &= \frac{\sigma}{2}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)+\frac{\sigma}{2}\left(1-4\frac{a^2}{r^2}+3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \\
\sigma_\theta &= \frac{\sigma}{2}\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)-\frac{\sigma}{2}\left(1+3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \\
\tau_{r\theta} &= -\frac{\sigma}{2}\left(1+2\frac{a^2}{r^2}-3\frac{a^4}{r^4}\right)\sin 2\theta
\end{aligned}\right\} \qquad (3.5)$$

で与えられる。[15] ここに記号は第3.3図に示したとおりである。

これを直角座標uvに変換すれば

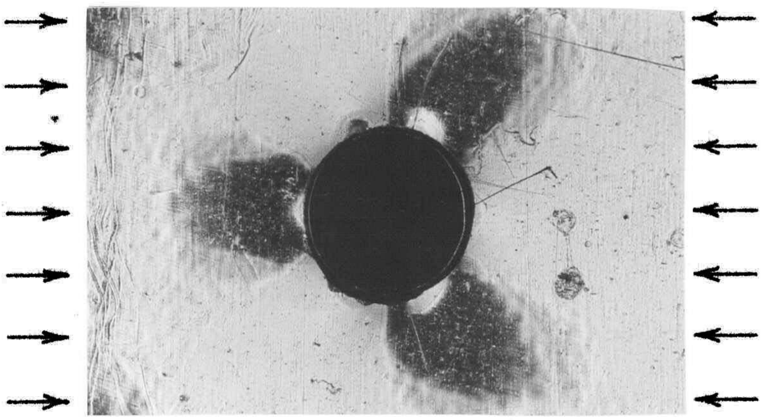
$$\left.\begin{aligned}
\sigma_u &= \sigma_r\cos^2\theta+\sigma_\theta\sin^2\theta-2\tau_{r\theta}\sin\theta\cos\theta \\
\sigma_v &= \sigma_r\sin^2\theta+\sigma_\theta\cos^2\theta+2\tau_{r\theta}\sin\theta\cos\theta \\
\tau_{uv} &= (\sigma_r-\sigma_\theta)\sin\theta\cos\theta+\tau_{r\theta}(\cos^2\theta-\sin^2\theta)
\end{aligned}\right\} \qquad (3.6)$$

となる。これを(3.1)に代入してε_uを求めれば

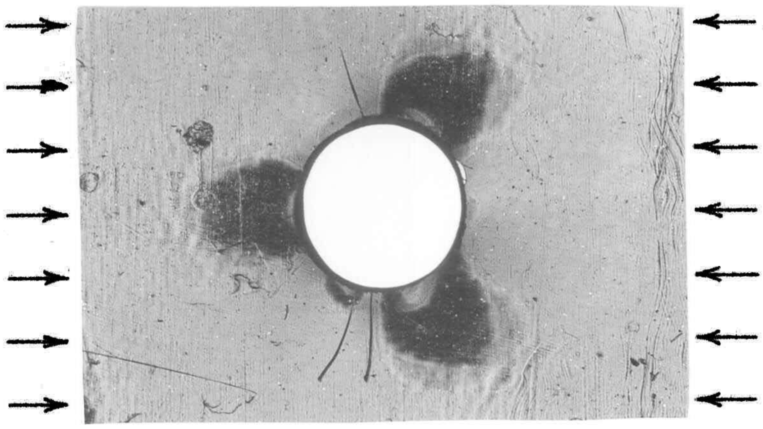
$$\begin{aligned}
\varepsilon_u = \frac{\sigma}{2E}\Big[&\Big\{\left(2+2\frac{a^2}{r^2}-3\frac{a^4}{r^4}\right)-3\frac{a^2}{r^2}\cos 2\theta-\left(4\frac{a^2}{r^2}-6\frac{a^4}{r^4}\right)\cos^2 2\theta\Big\} \\
&-\nu\Big\{\left(-2\frac{a^2}{r^2}+3\frac{a^4}{r^4}\right)-\frac{a^2}{r^2}\cos 2\theta+\left(4\frac{a^2}{r^2}-6\frac{a^4}{r^4}\right)\cos^2 2\theta\Big\}\Big]
\end{aligned} \qquad (3.7)$$

である。(3.7)は$\cos 2\theta$の函数であるからu軸およびv軸に関して対称、すなわち原点に関して対称である。

ここで3.0mmのポリカーボネートをベースとした写真乾板を用いて、その表面に40本/mmの明暗格子を転写した。それを成形して格子線に垂直方向から圧縮荷重を加え、Fraunhofer回折面にナイフエッジを挿入して得られた図形を第3.4図に示した。圧縮荷重は(3.7)において$\sigma<0$であり、その歪分布は



第3.4図　円孔を有する平板そのものを試料としたときに得られた図形。格子線は縦方向である。



第3.5図　シュリーレン法によって得られた図形。ナイフエッジの端は圧縮方向に直角である。

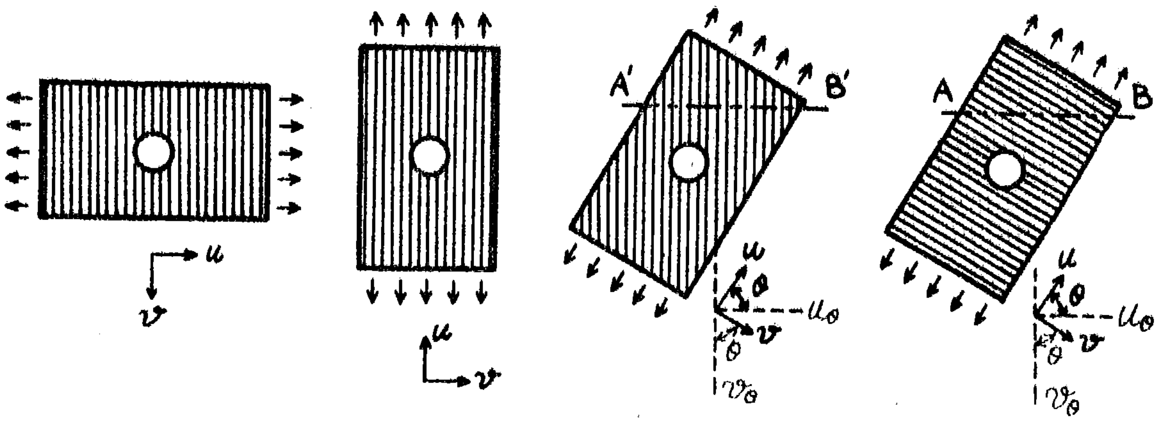
引張り荷重のときにくらべて符号が逆となるだけであるが、この図形を見ると原点に対称でなく、u方向の歪成分を現わしていない。第3.5図は第3.4図に示したのと同じ試料について、Fraunhofer回折面でゼロ次光の位置に同じ方向からナイフエッジを挿入して得られた図形である。すなわちシュリーレン法によって得たものである。現われているこの図形は圧縮軸方向に関する厚み変化に基づくもので、[29] 第3.4図の図形とその形は一致している。したがって第3.4図の図形は厚み変化に基づくものであることがわ

かる。これに反して上に述べたごとく厚み変化などの補正をして実験を行った結果は次の§3.2の才3.7図の図形で、実験誤差の範囲で原点に関して対称であり、また才3.10図の等歪曲線と比較してみると正しく測定できていることがわかる。

以上のように荷重状態にある格子を*incoherently*に照明して撮影した写真フイルムを実際の測定光学系に対する試料とすれば試料の厚み変化などの影響を取除くことができるが、その他に次のような特徴も持っている。回折格子によって発生した空間的搬送波の変調、復調というこれまで述べて来た事柄は透過光学系あるいは反射光学系の区別なく考えられるものであるが、このように歪んだ格子像を写真撮影する方法をとれば、不透明試料に対する測定も特に反射光学系を必要としない。また荷重装置と光学系とを分離することができ、そのために荷重装置に対する制限がなくなり、複雑な荷重を加えることも可能となる。さらに試料に加える荷重を順次増していったような場合、その各段階の歪んだ格子の状態が写真フイルムに撮影されてそのまゝ保存でき、必要に応じて後から測定光学系に供して検討することができる。また試料に転写した回折格子の格子間隔を撮影倍率を変えることによって測定光学系に適するように調節することができる。

3.2　三試料を用いる方法

§1.2で考察したように搬送波を与える荷重前の回折格子の格子線をv軸に平行に置いたとすれば、荷重によって歪んだ回折格子のvが一定の断面はu方向の歪成分ε_uを変調波として空間周波数変調されているとみなされる。いま第3.6図(b)のごとく格子線の方向をu軸に平行に置く。このとき§1.2に示した各式においてuとvが互に入れ換わるのみであり、uが一定の断面を考えるとε_vによって周波数変調されていることがわかる。また格子線の方向を第3.6図(C)のごとくv軸とθなる角度だけ傾むけて置いた場合を考え、その方向の座標軸をv_θ，それに直角方向の座標軸をu_θとする。この場合も§1.2に示した各式においてuをu_θ、vをv_θに入れ換えて考え



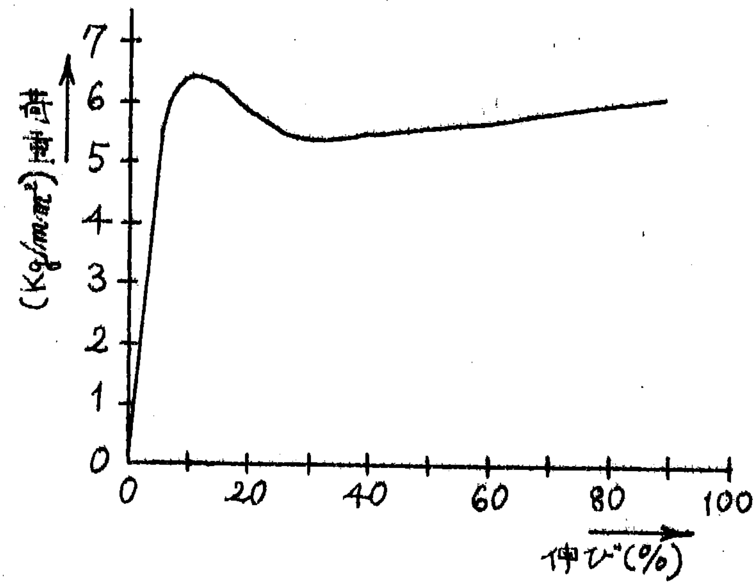
(a)　ε_u　　(b)　ε_v　　(C)　ε_θ　　(d)　ε_θ

第3.6図　歪成分測定における格子方向と試料配置。
線光源は図の縦方向である。

ればよく、v_θ が一定の断面は u_θ 方向の歪成分 ε_θ によって周波数変調されていることがわかる。

いま第3.6図にそれぞれ示したように格子線の方向を線光源の方向と一致させるように試料を置く。§2.1ですでに述べたように試料は線光源方向には incoherently に照明され、線光源に垂直方向の試料断面についてのものが各々独立に像面上、その断面の共

第3.9図　ポリカーボネート樹脂の応力ー歪曲線。[30]

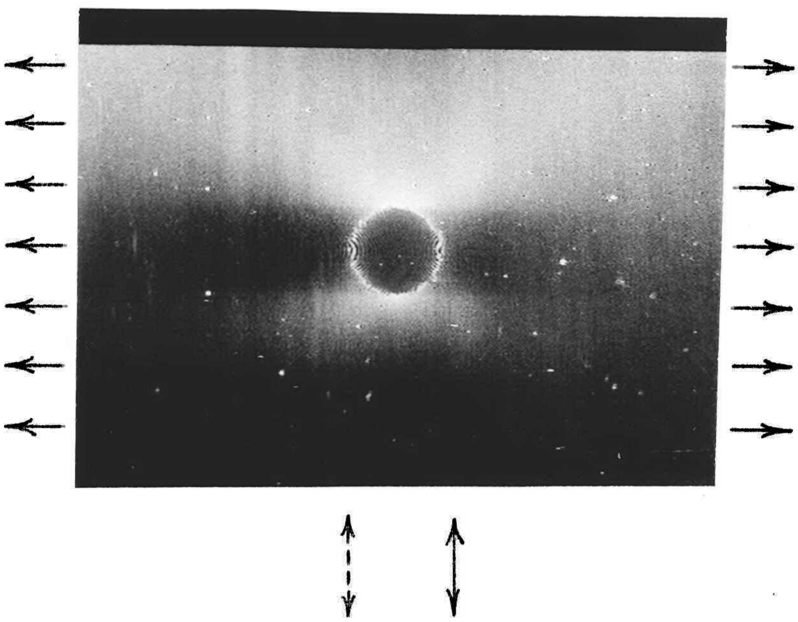


第3.1表　ポリカーボネート樹脂の性質。[31]

引張り強さ(降伏)	6.45 Kg/mm²
引張り強さ(破断)	6.05 Kg/mm²
伸　び　(降伏)	11.1 %
伸　び　(破断)	89.0 %
引張り弾性率	191 Kg/mm²
圧縮強さ	7.80 Kg/mm²
圧縮弾性率	218 Kg/mm²
剪断強さ　(降伏)	3.8 Kg/mm²
剪断強さ　(破断)	6.6 Kg/mm²
ポアソン比	0.35 ± 0.07
硬　度	ロックウエル M63
光弾性感度	1.46 mm/Kg
屈折率	1.5869
光の透過率	500mμ 以上で 90 %

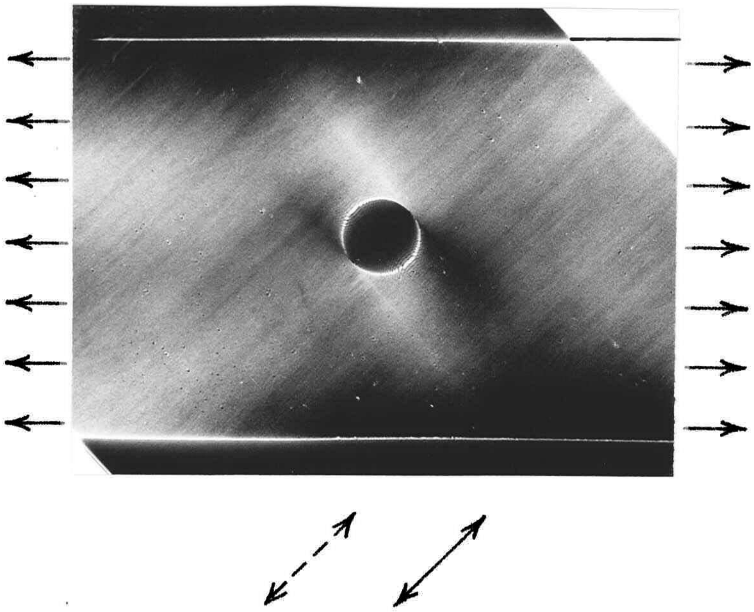
軸位置で測定される。したがって第3.6図に示したごとく試料を配置すれば、それぞれ $\varepsilon_u, \varepsilon_v, \varepsilon_\theta$ が測定されることがわかる。第2章では試料上に線光源と垂直方向に u 座標をとって、理論的、実験的に検討を加えたが、その記号 u を v あるいは u_θ と書き換えてもさしつかえないのはもちろんである。

上に述べたことを確めるために行った実験の一例を以下に示す。試料は10本/mmの明暗格子を転写した厚さ0.12mmのポリカーボネートベースの写真フイルムを用いた。その写真フイルムを矩形に成形し、中央に直径6mmの穴を穿った後、u 方向である長手方向から $1.5\,\mathrm{Kg/mm^2}$ の一様な引張り荷重を加えた。その後§3.1で述べたように荷重による試料の厚み変化などの影響を取除くために散乱光でincoherentlyに照明して、その荷重状態の格子像をミノルタマクロロッコールレンズ*で $\frac{1}{3.3}$ 倍に撮影した。その歪んだ格子が撮影されたフイルムを§3.1で述べたよう



第3.7図　引張り方向に直角な格子線を持った円孔を有する平板内の歪図形。↕は格子線の方向、↕は線光源の方向を示している。

* 歪曲収差は第2.2表参照。



第3.8図　引張り方向に45°の格子線を持った
円孔を有する平板内の歪図形。
↕は格子線の方向、↕は線光源の方向を
示している。

に浸漬して測定光学系に対する実際の試料とした。この場合、フイルムとしては硬調、微粒子の富士ミニコピーフイルムを用いたが、浸漬液としては流動パラフィンが適当であった。

いま第3.1図(a)に示したように格子線の方向をy方向とした試料をその方向を線光源に平行に置いた。マスクとしてはナイフエッジを用い、一次光の平均周波数以上のスペクトルを取除いて得られた図形を第3.7図に示した。同じく格子線の方向をy軸に対して45°方向とした試料により得られた図形を第3.8図に示した。

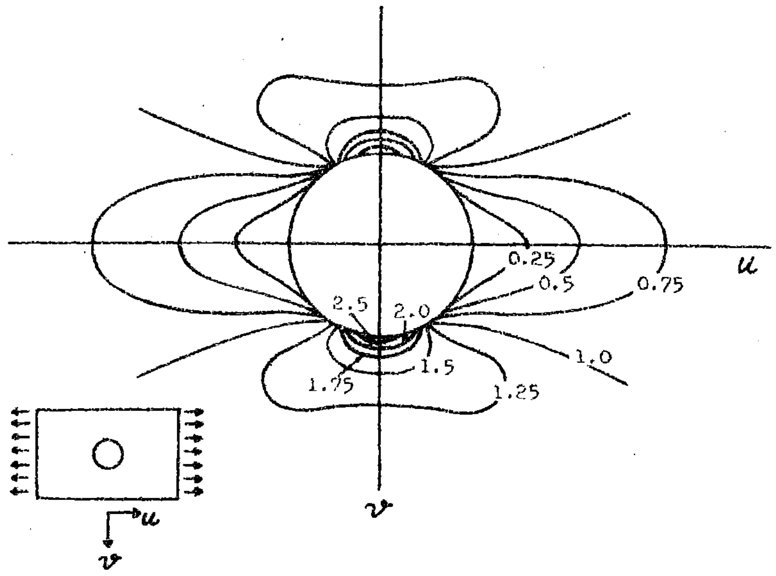
10本/mmの明暗格子を転写した写真フイルムベースのポリカーボネートは直接試料物体となっており、ポリカーボネート樹脂の応力-歪曲線および性質をそれぞれ第3.9図および第3.1表に記した。このように中央に円孔を有する平板に一様な引張り荷重が加えられたとき、その最大応力は円孔の縁で$\theta=90°$

および270°の場所に起り、[15] その値は(3.5)より3σとなる。第3.9図の応力ー歪曲線によればポリカーボネートの弾性限は約$5Kg/mm^2$とみなせる。したがって$\sigma = 1.5Kg/mm^2$の引張り荷重によってこの試料は全面にわたって弾性変形のみをうけているとみなされる。第3.1表よりポリカーボネート樹脂のポアソン比$\nu = 0.35$とし、円孔附近の歪分布を(3.6)を用いて計算し、u方向の歪ε_uの分布およびu方向と45°方向の歪$\varepsilon_{45°}$の分布をそれぞれ第3.10図(a)および(b)に描いた。ここに曲線は歪の等しい点を連ねたものであり、その数値は円孔から十分離れた点の値を1とした。ここで実験例として示した$\sigma = 1.5Kg/mm^2$の一様な引張り荷重による$\varepsilon_u = 1$の実際の値は第3.1表の引張り弾性率を用いて$\sigma/E = 1.5/191 \times 100 = 0.8\%$である。第3.7図の図形で上下やゝ対称でないのは荷重装置としてレバー型のものを用いたので荷重が上下において一様にかからなかったのではないかと思われるが、強度の等しいところは第3.10図(a)に示した等歪曲線とほゞ一致している。また同じことが第3.8図の図形と第3.10図(b)の等歪曲線についても言え、それぞれε_u, $\varepsilon_{45°}$が測定されることがわかり、先に述べた考察を実証している。

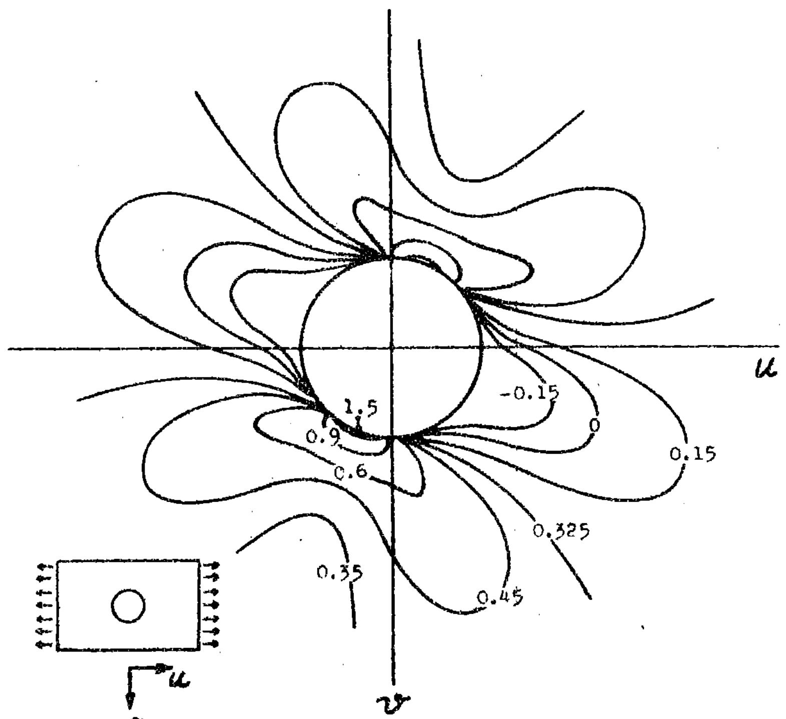
平板内に存在する微小部分の任意方向の歪は一般に三つの歪成分で

$$\varepsilon = \varepsilon_u l^2 + \varepsilon_v m^2 + \gamma_{uv} lm \qquad (3.7)$$

のように表わされる。[15] ここにlおよびmはそれぞれその注目した任意方向のu軸およびv軸に関する方向余弦である。



(a) u方向の歪 ε_u.



(b) u方向と45°方向の歪 $\varepsilon_{45°}$。

第3.10図　u方向に一様な引張り荷重を加えられた平板の円孔附近における等歪曲線。左下の図は荷重を加えられた全体の状態を示している。円孔から十分離れた点のε_uの値を1とした。これより円孔から十分離れた点の$\varepsilon_{45°}$の値は0.325となる。

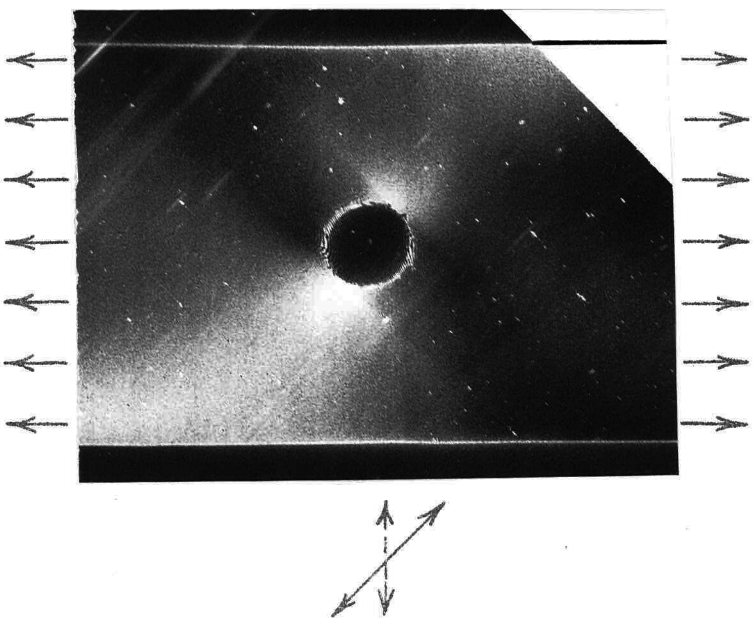
(3.7)よりεを決定するには三つの異った方向の歪成分を知ればよい。例えば上に述べた方法でε_u, ε_vおよびある特定のθ方向の歪ε_θを測定したとする。この測定したε_u, ε_v, ε_θおよび$\cos\theta$, $\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)$をそれぞれ(3.7)の$\varepsilon_u$, ε_v, εおよびl, mに代入すればγ_{uv}を知ることができる。したがってε_u, ε_v, γ_{uv}が知られたわけであるから(3.7)の関係で示される任意方向の歪を完全に知ることができる。この場合、必ずしもε_u, ε_vを知る必要はなく、ε_{θ_1}, ε_{θ_2}, ε_{θ_3}の三方向の歪を知ればこれらを(3.7)に代入した連立方程式を解いてε_u, ε_v, γ_{uv}を求めることができる。

以上より歪を完全に知るには各々異った格子方向を持つ三個の試料を作成して三方向の歪を知ればよいことがわかった。

3.3　一試料を用いる方法

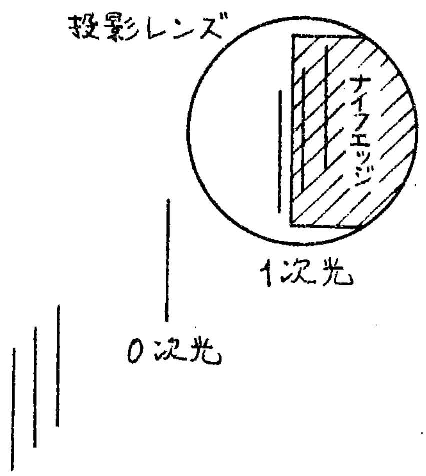
§3.2で述べた方法によれば歪を完全に決定するためには三個の同じ試料を必要とする。光弾性法のように対象とするものの模型を作成して測定する場合にはこの方法が有効であるが、直接対象物を試料としようとする場合にはこの方法は使用できない。このような場合には試料上に格子を三交叉させて転写し、そのうち一方向の格子を線光源と平行になるように試料を回転して測定を行えばよい。もちろんこの場合、試料はそのまゝで線光源と光学楔などのマスクとを回転しても相対的には同じである。

別の方法として第3.6図(d)のごとく格子を線光源とθだけ傾けた試料の例えば断面ABを考える。この場合、第3.6図(c)の同じ断面A'B'とくらべてみると格子間隔が$1/\cos\theta$だけ大きくなっているが、もち



第3.11図　線光源を引張り方向に対して45°傾けた場合の歪図形。
↕は格子線の方向、↕は線光源の方向を示している。

ろん同じ歪分布であるから同じ変調波で変調されている。先に述べたように測定は線光源に垂直な各断面についてのみ行われるから、この場合ε_θが測定される。第3.11図は第3.7図にその結果を示したのと同じ試料について格子線の方向を線光源と45°になるようにして得られた図形である。この時回折光は第3.12図に示したように45°方向に傾むくが、投影レンズには一次光のみを入れ、格子は線光源に垂直な成分を考えているから、図中に記したように線光源に垂直方向からナイフエッジを挿入した。この図形を第3.10図の等歪曲線と比較してみると光の強度の等しいところは等歪曲線の形とほぼ一致しており、45°方向の歪を測定していることがわかる。



第3.12図　格子線方向を線光源に45°傾むけた場合の回折光とナイフエッジの挿入状態。

格子線の方向が線光源と平行でない場合は測定感度が低下する（次の§3.4で考察する）けれども、このように格子を回転することにより、一方向の格子を持った試料で任意方向の歪が測定でき、少くとも三方向を測定すれば試料内の歪は完全に定まる。

3.4 測定感度

オ2章で歪量の小さいとき、ナイフエッジを用いれば得られる図形のコントラストがもっとも高いことを述べた。したがって測定感度が高く、最小測定限界について論じるにはナイフエッジを用いた場合について考えればよい。

歪の分布を $m(u) = a_m\omega_m \cos\omega_m u$ とし、投影レンズには ω_c とその側帯波だけを入れるようにした場合、望ましいナイフエッジの位置は $x > \omega_c$ あるいは $x \geqq \omega_c$ のスペクトルを取除くよう挿入するのであったが、いま $x > \omega_c$ のスペクトルを取除い場合を考える。そのとき得られる像面上の強度分布は(2.11)で示されたが、歪量の小さい場合を考えているから、荷重による格子の最大変位は搬送波であるもとの格子の1格子間隔を越えないと考えてよい。したがって

$$|a_m| < \frac{1}{\omega_c} \qquad (3.8)$$

であり，これより

$$|m_f| = |-\omega_c a_m| < 1 \qquad (3.9)$$

となる。また $\omega_m < \omega_c$ であるから，

$$|a_m\omega_m| < 1 \qquad (3.10)$$

である。(3.9)が成立するとき $J_p(m_f)$ はベッセル函数の性質から

$$\left.\begin{aligned}
J_0(m_f) &= 1 - \frac{1}{4}m_f \\
J_{-1}(m_f) &= -J_1(m_f) = -\left(\frac{1}{2}m_f - \frac{1}{16}m_f^3\right) \\
J_{-2}(m_f) &= J_2(m_f) = \frac{1}{8}m_f^2 \\
J_{-3}(m_f) &= -J_3(m_f) = -\frac{1}{48}m_f^3
\end{aligned}\right\} \qquad (3.11)$$

などと近似的に表わされる。したがって(2.11)は

$$I(u') \approx 1 + \omega_c a_m \cos \omega_m u' \tag{3.12}$$

となる。ここで$I(u')$の平均強度の±2%の強度変化まで測定しうると仮定すれば、測定限界では(3.12)より

$$\omega_c a_m = 0.02 \tag{3.13}$$

である。$\omega_c a_m$を実際の長さで示せば(1.1)より

$$\omega_c a_m = 2\pi F_c A_m \tag{3.14}$$

である。ここにF_cは回折格子の単位長さ当りの格子の本数であり、A_mはa_mを実際の長さで表わしたもので荷重による格子の最大変位である。

一例として30本/mmの格子を用いた場合、測定可能な変位量は(3.13)および(3.14)より

$$A_m = \frac{0.02}{2\pi F_c} = 0.11\,\mu \tag{3.15}$$

となる。また$a_m \omega_m \cos \omega_m u$なる歪が試料中10mmの周期で生じているとすれば測定可能な歪量としては(3.15)より

$$a_m \omega_m = 2\pi A_m F_m = 0.0067\,\% \tag{3.16}$$

となる。ここにF_mは周期の逆数である。(3.15)あるいは(3.16)によればこの測定法は非常に感度の高い測定法であることがわかる。

30本/mmの回折格子は、回折格子としては格子間隔の大きいものであって、写真的にも特別の注意を払わなくても作成できるので例として選んだが、さらに格子間隔の細かいものを使用すれば(3.15)より明らかなように測定感度は向上する。

第3.6図(d)に示したように回折格子を回転して線光源と格子

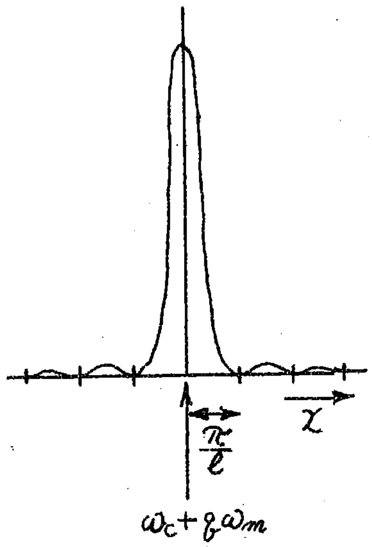
線がθなる角度を持つようにして測定を行った場合は、搬送波の周波数が$\cos\theta$だけ小さくなったものとみなせたから、測定限界の変位量および歪量は(3.15)および(3.16)により$\frac{1}{\cos\theta}$だけ大きくなって測定感度そのものは低下する。したがって0.01%以下のような非常に微小な歪を測定しようとする場合には格子を試料上に三交叉させて転写するか、あるいは各々異った格子方向を持つ三個の試料を作成する方法をとらなければいけない。

以上の取扱いは空間周波数変調をうけた回折格子の透過率分布を(1.42)に示したごとくフーリエ級数に展開したもの、すなわち試料の回折格子は無限の広がりを持っているとした場合であって、そのスペクトルは線スペクトルで表わされた。しかし実際の試料は有限であって、線スペクトルで示されたものはある幅を持ってくるようになる。そのためにこれまで考えて来た感度などの取扱いが必ずしも成立しなくなる恐れがある。以下これまでの取扱いで考えられる範囲について考察する。試料の回折格子は$-l \leqq u \leqq l$の広がりを持っているとすれば、それによるFraunhofer回折像の振幅分布は(1.11)の物体の透過率分布に(1.40)の周波数変調をうけた回折格子の透過率分布を直接代入して

$$O(x)=\int_{-l}^{l}\{A_0+A_1\cos\omega_c(u-a_m\sin\omega_m u)\}\exp(-ixu)\,du$$

$$=2A_0\frac{\sin lx}{lx}+A_1\sum_{p=-\infty}^{\infty}J_p(m_f)\left\{\frac{\sin l(\omega_c+p\omega_m-x)}{l(\omega_c+p\omega_m-x)}+\frac{\sin l(\omega_c+p\omega_m+x)}{l(\omega_c+p\omega_m+x)}\right\} \qquad (3.17)$$

となる。$l=\infty$ に対しては $\dfrac{\sin lx}{lx}=\delta(x)$ などと線スペクトルになり、(1.43) に一致する。l が有限のときはその線スペクトルを中心にして (3.17) で示されるように各スペクトルは幅を持ってくる。ここで、これまでと同じように1次光に注目する。すなわち (3.17) の第2項について考える。$p=q$ についてのものの回折像の強度 $\left\{\dfrac{\sin l(\omega_c+q\omega_m-x)}{l(\omega_c+q\omega_m-x)}\right\}^2$ を第3.13図に示した。



第3.13図　$-l\sim l$ の広がりを持った回折格子による回折像。変調波は $a_m\omega_m\cos\omega_m u$ であり、中心のスペクトルより q 番目の側帯波の強度を示している。
半値幅：$\dfrac{2.78}{l}$

これは $x=\omega_c+q\omega_m$ で最大となり、その値に関して左右対称である。

半値幅 Δx は

$$\left\{\frac{\sin l(\omega_c+q\omega_m-x)}{l(\omega_c+q\omega_m-x)}\right\}^2=\frac{1}{2}$$

より

$$\Delta x=\frac{2.78}{l} \tag{3.18}$$

となる。試料の広がり $-l\leqq u\leqq l$ 間にこれまで考えて来た $a_m\omega_m\cos\omega_m u$ なる歪が N_m 周期だけ含まれているとすれば

$$2l=N_m\frac{2\pi}{\omega_m} \tag{3.19}$$

であり、(3.19) を (3.18) に代入して

$$\Delta x=0.89\frac{\omega_m}{N_m} \tag{3.20}$$

となる。ここで、各々の p についてのスペクトルの中心間の距離が (3.20) で示された半値幅よりも大であれば、各スペク

トルは分離されているとする。各 p についてのスペクトルの中心距離は ω_m であるから、各スペクトルが分離するための条件は (3.20) より

$$N_m > 0.89 \qquad (3.21)$$

となる。これより少くとも $N_m=1$，すなわち歪が1周期だけ含まれておれば各スペクトルは分離されている。したがって各々 ω_c に関する側帯波として見分けがつき、線スペクトルと同様に考えて、復調の忠実度および感度などこれまで取扱ってきたことを適用しても大きな差は生じないであろう。

これより細かい周期で変動する歪でも試料がその1周期程度の大きさがあれば、これまでと同じ程度の感度、忠実度をもって測定される。

ポリカーボネートの光弾性感度は第3.1表に示したごとく 1.46 mm/Kg であり、他の樹脂材料に比して高い光弾性感度を持っている。[32] 第3.7図、第3.8図および第3.11図にその結果を示した実験は 0.12 mm のポリカーボネートフイルムを用いたが、0.12 mm のポリカーボネートフイルムで1フリンジの光弾性縞を生じるには

$$\frac{1}{1.46} \div 0.12 = 5.7\ \mathrm{Kg/mm^2} \qquad (3.22)$$

の単軸応力、あるいは平面主応力差を加えることを必要とする。§3.2 で述べたように第3.7図などの円孔を有する平板に一様な引張り荷重を加えた実験では、最大応力は円孔の縁で $\theta=90°$ および $270°$ の場所に起こり，その値は

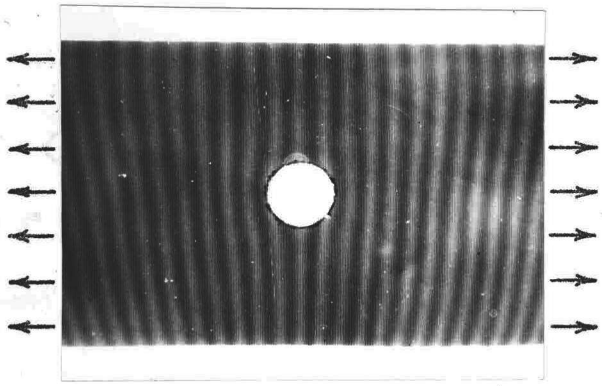
$$3\sigma = 4.5\ \mathrm{Kg/mm^2} \qquad (3.23)$$

であった。ここでの応力は(3.6)より

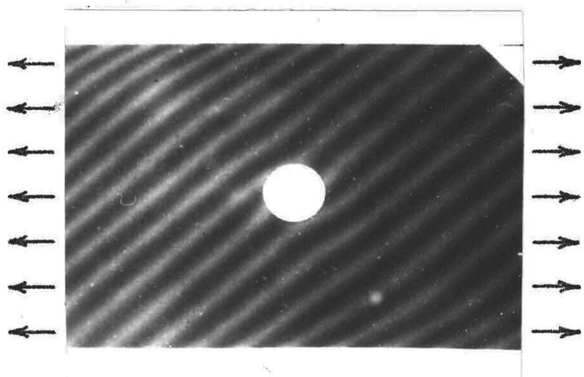
$$\sigma_v = 0, \quad \tau_{uv} = 0 \qquad (3.24)$$

であるから(3.23)の3σは平面主応力差であり、しかもその最大値である。(3.23)の値4.5 Kg/mm²は(3.22)の値5.7 Kg/mm²よりも小であるから、第3.7図に示した実験を光弾性法で行った場合、1フリンジ以下となる。

格子を用いた歪分布の測定法としてはPost[5)]などの行っているように他の規則格子と重ね合わせてモアレを出して行う方法がある。第3.14図および第3.15図はそれぞれ第3.7図および第3.8図の結果を得たその試料を使用し、規則格子と重ね合わせて得られたモアレである。この場合、重ね合わす規則格子の格子間隔を試料の最も伸びている部分の格子間隔よりも大きくしたので、モアレの間隔と伸びの程度とは対応している。第3.14図のモアレをみると円孔附近でやゝ縞間隔が変化しており、また試料下部では縮みが起り、上部では伸びていることがわかる。しかしこれから第3.7図のように歪分布を試料全面にわたって直感的に知ることは困難であり、また縞間隔の変化は非常にわずかであるので感度よく測定することは期待できない。試料の格子と重ね合わす規則格子の相対的な角度変化を小さくすればモアレ縞の間隔は大きくなり、感度を上げて測定できるが、この場合試料上近接した場所の歪の変化を知ることが困難となる。第3.15図のモアレと第3.8図の図形と比較しても上と同じことが言える。



第3.14図　円孔を有する平板に一様な引張り荷重を加えたときのモアレ。試料の格子線は引張り方向に垂直。



第3.15図　円孔を有する平板に一様な引張り荷重を加えたときのモアレ。試料の格子線は引張り方向に対して45°。

本測定法は細かく変動する歪でも(3.21)で示したように少くともその1周期程度の微小領域までは正確に感度よく測定することができる。これは第4章に示したアルミニウム粗大結晶を引張り変形させたとき、すべりによる細かい変動の歪が測定されていることからも明らかである。

実際の測定を写真測光で行う場合には、写真銀粒子の粒状性によって測定領域は制限をうける。これは用いる写真フイルムの種類および現像条件などによって異なる。一例として富士ネオパンSSを液温20°Cのパンドールによって10分間現像して濃度0.62に仕上げた。それを*micro-photometer*のピンホールを直径0.3mmとして走査したところ、粒状性に基づく光電流の変動は認められなかった。したがって

このネオパンSSを用いた場合には直径0.3mmの領域までは測定できる。

3.5 まとめ

平面試料の荷重による厚み変化によって生じる光波の位相変化は、得られる像の強度分布に大きく影響することが明らかとなった。しかし試料を散乱光で*incoherently*に照明し、その荷重状態にある格子像を撮影した写真フイルムを実際の測定光学系に対する試料とすればその影響を完全に取除くことができる。このようにすれば厚み変化の影響を補正するばかりでなく、荷重装置と光学系とを分離することができるために荷重装置に対する制限がなくなり、また不透明試料に対しても特に反射光学系を組立てることを必要としない。さらに測定光学系に適するように格子間隔を調節することができ、また順次荷重を変えて行ったときの状態が撮影された格子像として保存される。

平面応力による歪は三方向の歪を測定することによって決定されるが、この三方向の歪を測定するには、各々異った格子方向を持つ三個の試料を作成して一方向の歪を別々に測定するかあるいは一試料上に格子を三交叉させて転写し、そのうち一方向の格子が線光源と平行になるように試料を回転して測定を行えばよい。また別の方法としては一方向の格子を持った試料で格子を線光源とθだけ傾むければ線光源と垂直

方向の歪ε_θが測定でき、この方法によっても任意方向の歪を測定できることがわかった。

理論的考察の結果、本測定法による測定感度は格子間隔に逆比例することがわかった。用いる格子の格子間隔を30本/mmとし、荷重によって生じた歪分布が10mm周期であるとすれば、測定可能な変位量としては0.11μであり、また歪量としては0.0067%となって、非常に感度の良い測定法であることが明らかとなった。

第4章　引張り変形されたアルミニウム粗大結晶の歪分布の測定

ここではアルミニウム粗大結晶を引張り変形させた場合、どのようなふるまいをするかを実際の測定例として示すと共に、これまで考察してきたことをさらに確めることとする。

4.1　試料の調製

歪焼鈍法によって作成したアルミニウム粗大結晶を試料として用いた。試料は各結晶粒によって光の反射率が異なり、そのために例えば第4.1図(a)に示したように各結晶粒が観測されるが、いまこの各結晶粒からの反射を一様とするために表面をエメリー紙で軽く荒らし、その表面に感光液を塗布した。使用した写真感光液はオリエンタル写真工業製の写真製版用感光性樹脂オリエンタル・フォトレジスト(略してOPR)でこれを手回しwhirler*によって試料表面に塗布した。塗布乾燥後の感光膜の膜厚が厚いと、露光したときの光が感光膜の表面だけで吸収されてしまい、下部まで十分硬化しないので、現像中に膜全体がとれてしまう恐れがある。** したがってここでは乾燥後の膜厚が5μ以下となるようにした。この感光液を塗布した試

---

* 遠心力を利用して感光液を一様に塗布する塗布機で、通称タコと呼ばれている。

** OPR使用説明書による。

料上に10本/mmの明暗格子を転写し、一様な引張り荷重を加えた。この変形をうけたアルミニウム粗大結晶を散乱光で照明して変形の各段階の格子像を写真撮影した*。得られた写真フイルムを二枚の *optical parallel* で保持し、フイルムと *optical parallel* 間に流動パラフインを入れ、浸漬して実際の測定光学系の試料とした。

4.2 実験結果および考察

§4.1で述べた方法によって調製した試料について行った実験のうち一試料について変形量を順次増して行ったときに得られた結果を才4.1図(b)〜(g)に示した。格子線の方向は引張り方向に垂直で、線光源方向は格子線方向と一致させた。図中に記した変形量は標線間隔の測定から算出したもので、試料全体の平均値である。

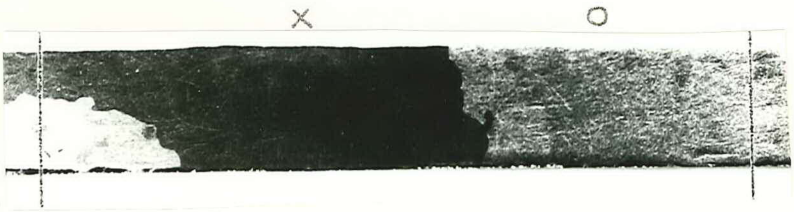
才4.1図(a)は試料としたアルミニウム粗大結晶の結晶粒の状態を感光乳剤塗布前に写真撮影したものである。またX線ラウエ写真から方位を定めて才4.2図に示した。試料の大きさは標線間隔62mm，幅11mmおよび厚さ1.4mmであった。

才4.1図(b)〜(g)の図形は歪の分布が、平均的な伸びを中心とし、光の強度分布として得られているので、写真で白く現われている部分は光の強度が大で伸びが大きい部分に相当する。逆に写真で黒く現われている光の強度が小の部分は相対的に縮みの部分、すなわち伸びの少ない部分に相当してい

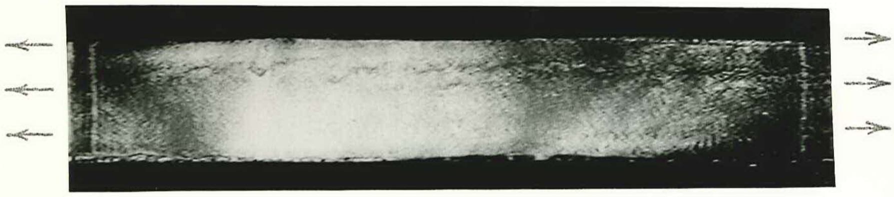
* §3.1参照。

第4.1図　引張り変形されたアルミニウム粗大結晶の歪図形。
(a)〜(g)には全体としての引張り変形量および復調に使用したマスクの種類を記した。

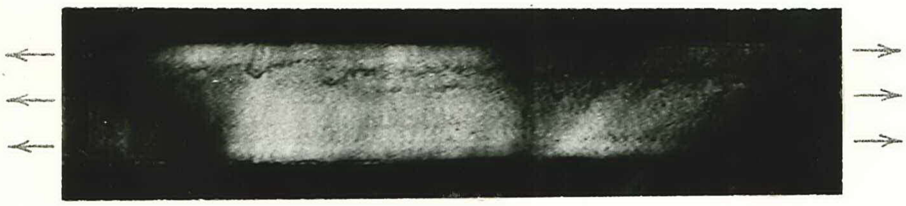
(a)　結晶粒。方位は第4.2図に×および○印で示した。



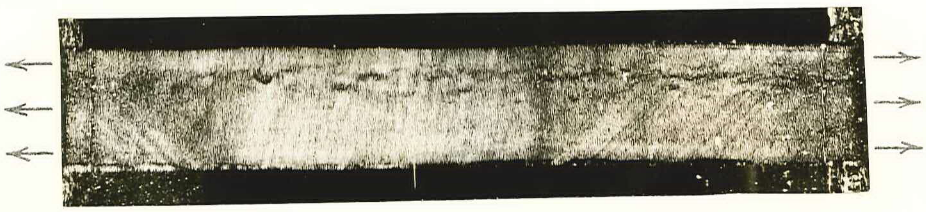
(b)　0.8%　ナイフエッジ



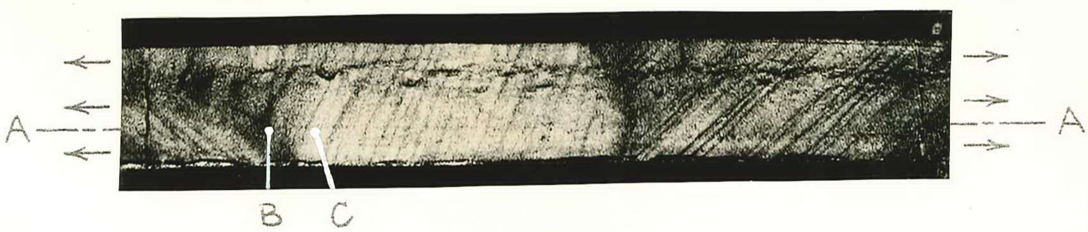
(c)　1.5%　ナイフエッジ



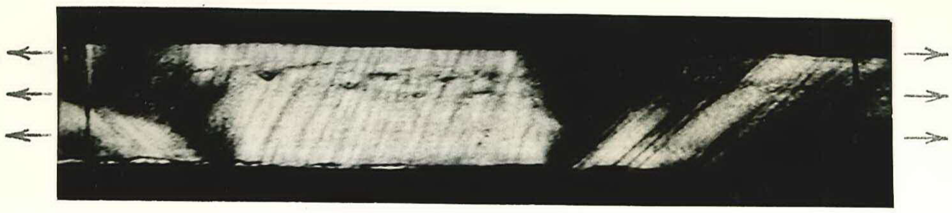
(d)　4.9%　光学楔



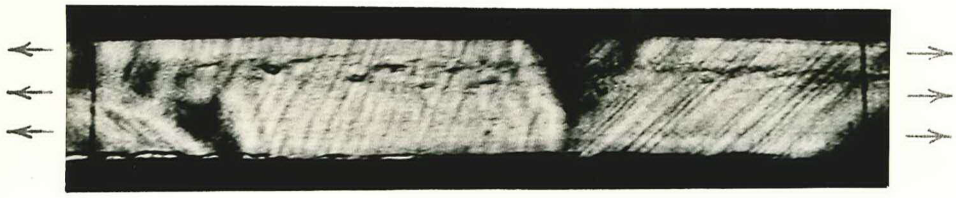
(e-1)　8.9%　光学楔



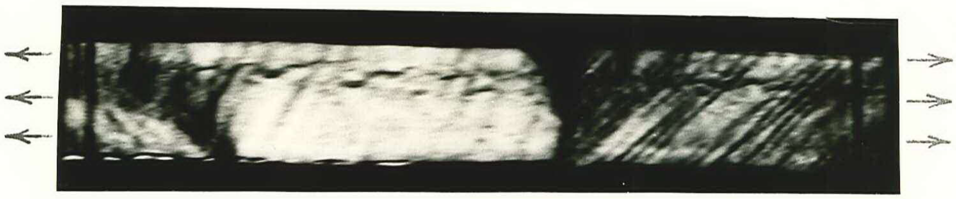
(e-2)　8.9%　ナイフエッジ



(e-3)　8.9%　ナイフエッジを(e-2)よりも高周波側に挿入

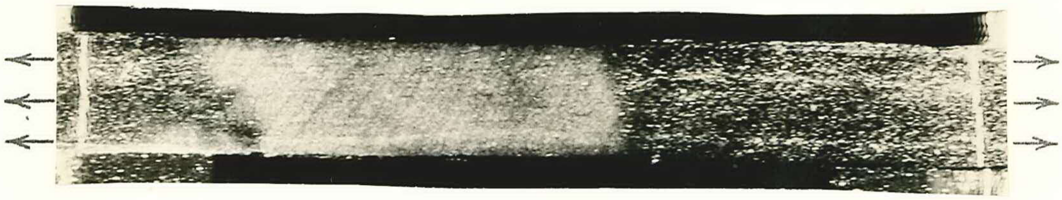


(e-4)　8.9%　幅の狭い光学楔

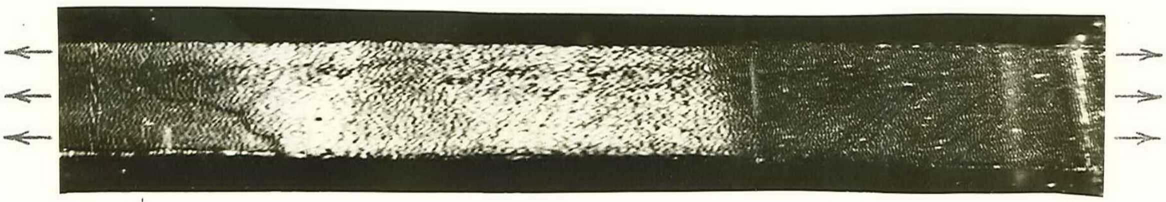


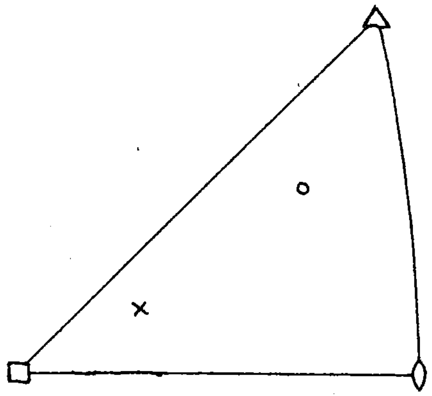
(e-5)　8.9%　幅を持った光源とナイフエッジ

(f)　24.8%　幅を持った光源とナイフエッジ



(g)　39.5%　幅の狭い光学楔





第4.2図　アルミニウム粗大結晶第4.1図(a)の引張り軸方向に関する方位。

る。また光の強度分布と伸びの程度とは量的に一致している。

(b)および(c)は全体としてそれぞれ0.8%, 1.5%の引張り変形を与えたもので、投影レンズにω_cとその側帯波である一次光近傍のスペクトルをすべて通した場合には歪に基づく図形は何も観測されなかったが、その回折スペクトルの平均周波数の位置に高周波側からナイフエッジを挿入したときに得られた図形である。この図形と(a)の結晶粒とを対比してみると同一結晶粒内でも伸びは一様でなく、また結晶粒界は伸びが拘束されていることがわかる。

(d)および(e)はそれぞれ4.9%および8.9%の引張り変形を加えたものである。変形量が多くなっているので光学楔を用い、§2.4で考察したように存在するスペクトルの周波数領域を被うような光学楔を挿入したときに得られた図形が(d)および(e-1)である。この場合、光学楔の振幅透過率0〜1の範囲がスペクトルの広がりにくらべて広くなるにつれて次第にコントラストが低下するのが観測された。したがってスペクトルの広がりよりもやゝ幅の広い光学楔を用いた。同一結晶粒内でも伸びは一様でなく、また結晶粒界は伸びが拘束されていることは(b)および(c)と同じであるが、さらに線状となって細

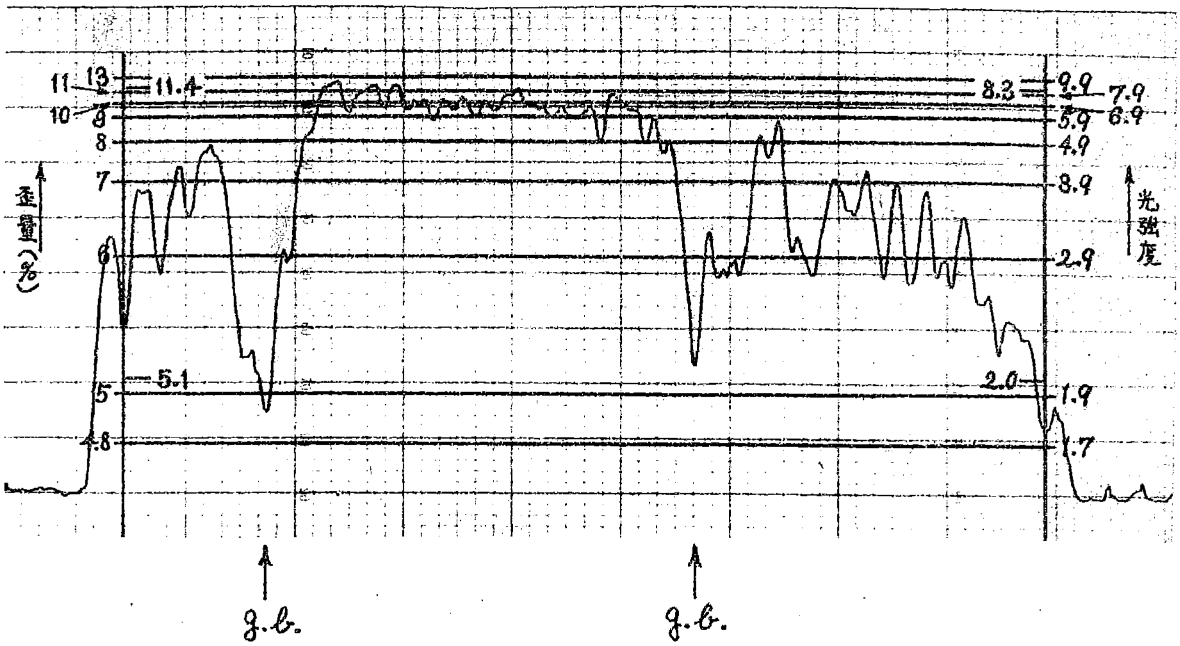
かい周期で現われているすべりによる歪が顕著に観測される。(e-2)の図形はナイフエッジを用いて得られたものであるが、(e-1)にくらべて中間強度の部分が少ない。コントラストは良いが、(e-1)のように歪分布が忠実に現われていない。(e-3)はナイフエッジを(e-2)のものにくらべてやゝ高周波側へ寄せたものである。(2.18)で示した変調波$m(u)+g$の定数gが(e-2)にくらべて大きくなっているために、増加したgの値だけ光の強度が全面に加えられていると解釈される。(e-4)はスペクトルの広がりよりもやゝ幅の狭い光学楔を用いたときに得られた図形で、(e-1)にくらべてやゝ忠実度は低下している。(e-5)は§2.5で考察したように光源幅を広げ、ナイフエッジと組合せて面積型楔の原理を達成して得られた図形である。これはほとんど(e-1)と同じ強度分布を示しており、忠実に復調されていることがわかる。また装置の干渉フイルターを取外し、第2.33図に示した超高圧水銀灯そのまゝの光を用い、546mμの緑の位置にナイフエッジを挿入した。このとき(e-1)に示した図形の中で光の強度が最も大きい部分は白みがかった青となるのが観測された。また強度の最も小の部分は濃い青色となって、濃い青色から淡い青色の間を変化する色模様が観測され、§2.6に述べたように色差でも検出された。以上(e-1)～(e-5)の各図形は第2章で考察した各復調方法の特徴をそのまゝ裏づけしている。

(f)は24.8%の変形を加えたもので、幅を持っている光源とナイフエッジを組合せて面積型楔の原理を達成して得られた図

形である。各結晶粒間の伸びの差が大きくなって、結晶粒内の変化は相対的に小さくなっているために、粒内の変化はあまり顕著に観測されない。試料の最も左の部分は引張り方向に水平な結晶粒界の影響が試料の上部にもおよんでいることが観測される。UrieとWainのアルミニウム粗大結晶を引張り変形させたときの実験結果[3)]によれば、粒界近傍の変形は各結晶粒の方位と形状によって必ずしも拘束されていなかった。この実験例では、上の各図形で観測されるように変形は拘束されている。

(g)は39.5%の大きな引張り変形を加えたもので、中央の結晶粒に注目した。そこでこの部分からの回折光の広がりを被うことのできる光学楔を使用した。その後46.5%の引張り変形を加えたときに、中央の結晶粒内で左の明るく見えている伸びた部分で破断した。0.8%変形の(b)を見ると、そこと同じ部分が最も伸びが大で、破断に到る応力集中部は変形の初期ですでに決ってしまうことがわかる。

一例として光学楔を用いて得られた第4.1図(e-1)の結果について図形を撮影したフイルムをmicrophotometerで走査した。(e-1)に示した断面AAを走査して得られた光電流曲線が第4.3図に示した曲線で目盛は等間隔である。図形の撮影に使用した写真フイルムはイーストマンコダック社のTri-Xで、撮影条件、現像条件を同じにしてそのH-D曲線を作成した。それを用いて光電流曲線から算出した光強度が第4.3図の右に記した光強度目盛によるものである。歪の分布は光の強度分布として



第4.3図　引張り変形をうけたアルミニウム粗大結晶の歪分布の定量。測定は第4.1図(e-1)の断面AAについて行ったものであり、g.b.は結晶粒界を示している。

測定されているから、この光強度目盛がそのまゝ歪量の目盛となる。しかしいま測定は相対量について行ったので、縦軸にはゼロ点の位置とその軸倍率とを定めて絶対量を附加してやらなければならない。そのために第4.1図(e-1)のBおよびCと示したところに直径0.8mmのピンホールを置いてそこから回折される回折光の中心位置を測定した。これよりその部分の平均格子間隔を算出した。歪んだ格子像を撮影して測定光学系に対する試料を作成したとき、変形の全段階においてアルミニウム試料およびカメラ位置は固定されていたので撮影倍率は全く同じであった。したがって無歪のときの格子を撮影したものから、その回折光の位置を測定して格子間隔を比

較すればBおよびC点の歪量が定まり、それぞれ5.1%および11.4%であった。この点の光強度は相対値でそれぞれ2.0および8.3であるので、それを5.1および11.4と書き換えてもよく、この二点を固定して光強度の数値を書き換えたものが図の左に記した数値である。これが定量的な歪量を与えている。平均の伸びは8.9%であるが、これによれば結晶粒界では5%程度しか伸びていなく、また中央の結晶内では12%の伸びを示しているところがあるのがわかる。

4.3 測定方法に対する考察

本測定法の一つの大きな特徴は、ここで試料としたアルミニウム粗大結晶のように不透明物体の測定を感度に無関係に行うことができる点にある。光弾性法では皮膜法[2)]によって測定を行うが、測定感度は皮膜の厚さに比例する。皮膜を厚くすると感度を上げることができるが、そのために試料の応力分布あるいは歪分布は影響をうけ、実際のものと異なってくる恐れがある。また試料に発生した歪が厚い皮膜に忠実に伝えられるとは限らないであろう。§4.1で述べたように写真法によって格子を試料上に転写する場合、感光膜の膜厚は5μ以下であって、測定感度は乳剤膜の厚さに無関係である。したがって試料の歪分布に影響を与えることなく、一定感度で測定できる。また光弾性法で得られた光弾性図から応力分布あるいは歪分布を解析するには種々の手続きを要し[1)]、必ずし

も簡単ではない。本測定方法によれば、歪分布が直接光の強度分布として得られるから歪分布を試料全面にわたってそのまゝ直視することができ、また§4.2で示したように測光すればそれが定量値を与え、解析が簡単である。

モアレ法に対する考察は§3.4で述べたが、モアレ法の一つの欠点は微小領域の測定が困難な点にあった。第4.1図の各図形をみるとすべりに基づく非常に小さな領域で変動する歪もよく現われている。

従来、回折格子を用いた歪の測定としてはBellが行っているように、[6)7)]試料上に回折格子を刻線して、その部分が歪んだときの回折光の移動から求めている。しかしこれによれば試料全体の平均的な歪しか知ることができない。試料全体にわたる歪分布を測定するには、細く絞った光を試料にあてるか、あるいはピンホールを置くことによって、その一部分の歪を測定し、それを試料全体にわたって走査しなければならず、非常に手間がかゝる。しかし本測定法によれば§4.2で示したように試料全体にわたってその位置と歪の程度が一度に測定でき、従来の方法に比してすぐれていることがわかる。

4.4 まとめ

回折格子を用いて歪測定を行う本測定法の実験例としてアルミニウム粗大結晶を引張り変形させた場合のふるまいが示された。結晶粒界において変形が拘束されるか、あるいは促進

されるかは、これまで議論のあるところであったが、本実験例では伸びは拘束されている。また結晶粒内において伸びは不均一であること、あるいはすべりによる歪なども観測され、本測定法の持っている次の特徴が確められた。

- 対象物を直接に試料とすることができる。
- 歪の分布が光の強度分布あるいは色差として試料全面にわたって一度に検出されるから、直接歪の分布状態をつかみやすい。
- 定量測定も従来の各方法に比して簡単である。
- 高い測定感度を持っており、特に不透明物体の測定には有効である。
- 微小領域の歪の変動を測定できる。

第5章　分光用回折格子のピッチ誤差の測定

従来、分光用回折格子の検定は、大部分直接に回折光を観測して行われていた。しかしこれによれば回折格子全体として平均的にどの程度の誤差があるかしか知ることができない。ピッチ誤差が存在する部分を場所的に知る方法としては、ピッチ誤差が存在するために生じる波面の歪み、すなわち位相変化をマイケルソン干渉計を使用して測定する方法[33]、あるいはそれを位相差コントラストとして観測する方法[34]があり、それぞれの特徴を持っている。これまでは荷重に基づく格子歪を対象として来たが、測定の原理から明らかに荷重以外によって生じる格子歪も測定が可能である。ここではその一つの応用例として *ruling engine* によって製作された分光用回折格子のピッチ誤差の測定を行った。

5.1　測定の原理

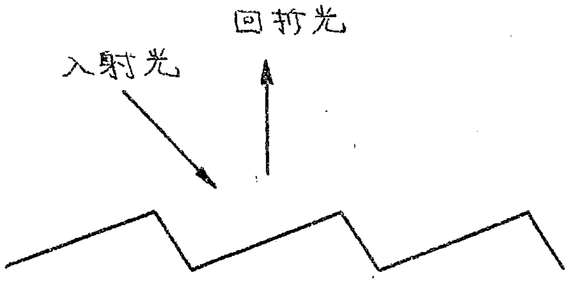
現在、分光に用いられている回折格子はほとんど位相格子であり、第5.1図に示したようにブレーズを行うことによって、ある特定次数の回折光にエネルギーを集中させて光の利用率をよくしている。このような回折格子を写像光学系における物体として考えるならば、(1.17)において $F(U)$ が一定と考えればよく、$\Phi(U)$ および $\frac{2\pi}{\lambda}L(U)$ を(1.1)にしたがって変換座標で表

わしたものを各々$\mathcal{O}(u)$および$\varphi(u)$とすれば位相格子は

$$\mathcal{O}(u)=exp\{i\varphi(u)\} \tag{5.1}$$

と書ける。ここに

$$\varphi(u)=a_0+a_1\cos\omega_c u \tag{5.2}$$



第5.1図 ブレーズされた位相格子

であり、ω_cは位相格子の格子間隔を空間周波数によって表わしたものである。$\mathcal{O}(u)$は周期函数であるからフーリエ級数に展開でき

$$\mathcal{O}(u)=A_0+A_1\cos(\omega_c u+\psi_1)+A_2\cos(2\omega_c u+\psi_2)+\cdots\cdots \tag{5.3}$$

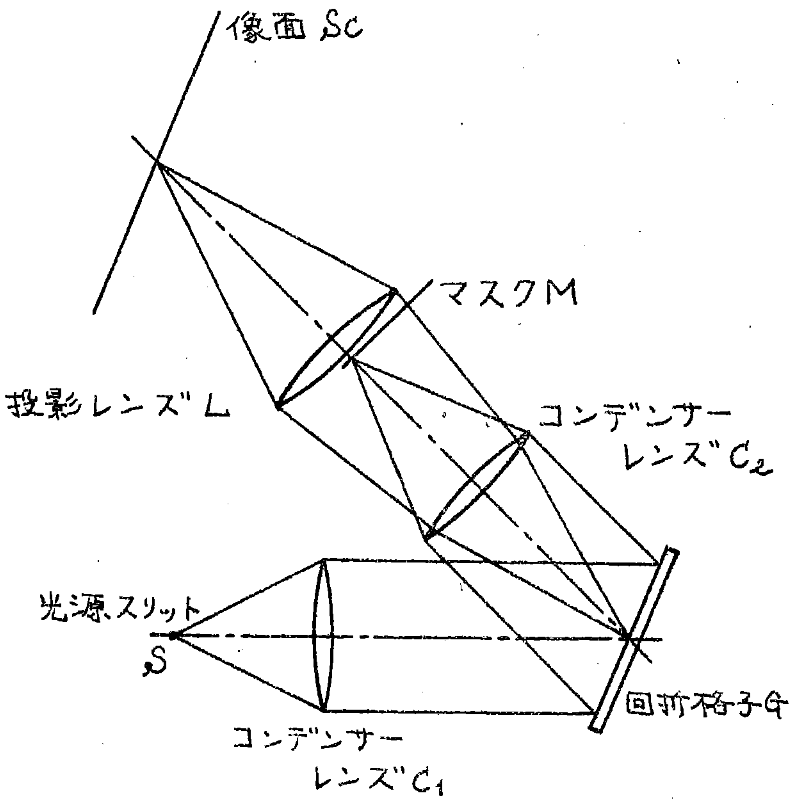
となる。(5.3)を(1.28)と比較してみると位相ψ_Nが加わっただけであり、ある特定の次数の回折光に注目した場合、これは定数であるから考える必要がない。したがって位相格子についてもこれまで考察したことがそのまゝ適用されることがわかり、光学楔などのマスクをFraunhofer回折面に挿入すれば格子歪、すなわちピッチ誤差を測定することができる。

いま、N次の回折光に注目すればその項は$A_N\cos(N\omega_c u+\psi_N)$であって、空間周波数が$N\omega_c$の回折格子による回折光に等しい。あらためてそれを$\omega_c$と考えれば、これまでの一次光を用いた取扱いと全く同じであり、N次光を用いてもよいことがわかる。この場合、空間周波数がN倍になっていることから§3.4で考察したように測定感度は増加する。

5.2 試料および測定光学系

次の§5.3で結果を示した試料は第5.1表に記したものである。その試料は平面ガラス上にアルミニウムを蒸着して、そのアルミニウム面に ruling engine で刻線したものである。G-I および G-II は試作的な回折格子であるが、G-III は分光器に用いられる程度に完成したものである。

実験には反射光学系を用い、それを第5.2図に示した。回折格子はブレーズの条件を満たすように配置した。すなわち入射光と回折光の方向が第5.1図に示したごとく回折格子の溝の一面に対して鏡面反射の関係となるように配置した。コンデン



第5.2図　分光用回折格子のピッチ誤差測定に用いた反射光学系

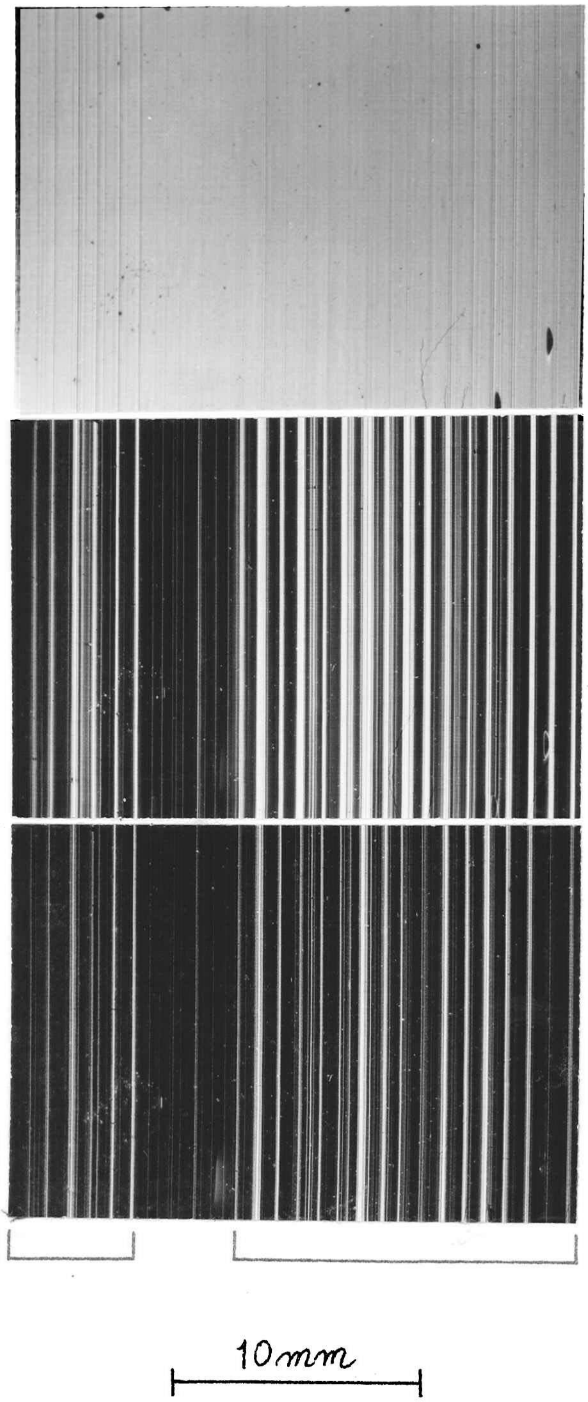
第5.1表　ピッチ誤差の測定に用いられた分光用回折格子。

試料	格子定数	ブレーズ角
G−I	300本/mm	26°45′
G−II	300本/mm	26°45′
G−III	600本/mm	5°00′

サーレンズC_2より後の光学系には一次光とその近傍のスペクトルだけを入れるようにして実験を行った。

5.3　実験結果および考察

試料G−Iについて行った実験の結果を第5.3図の写真に示した。(a)は一次光近傍のスペクトルがすべて投影レンズを通過した場合であってほとんどコントラストは生じていない。(b)はナイフエッジをFraunhofer回折面に挿入して平均周波数以上のスペクトルを取除いた場合に得られた図形であり、これと(a)を比較してみるとピッチ誤差に基づく濃淡が現われている。写真で白く見えている部分は光の強度が大であって、変調波が正の部分、すなわち格子間隔が大きい部分に相当する。(c)はナイフエッジをやゝ低周波側に寄せた場合に得られた図形の写真である。§2.3で考察したように$m(u)+g$なる変調波を測定しており、ナイフエッジを低周波側に寄せた場合は$g<0$となる。したがって減少したgの値だけ光の強度が全体にわたって減少している。第5.3図の図形をみると、回折格子全面にわたってピッチ誤差があるのが観測されるが、特に└─┘印で示した部分では、測定の結果約0.8mm周期で繰返す誤差がある。

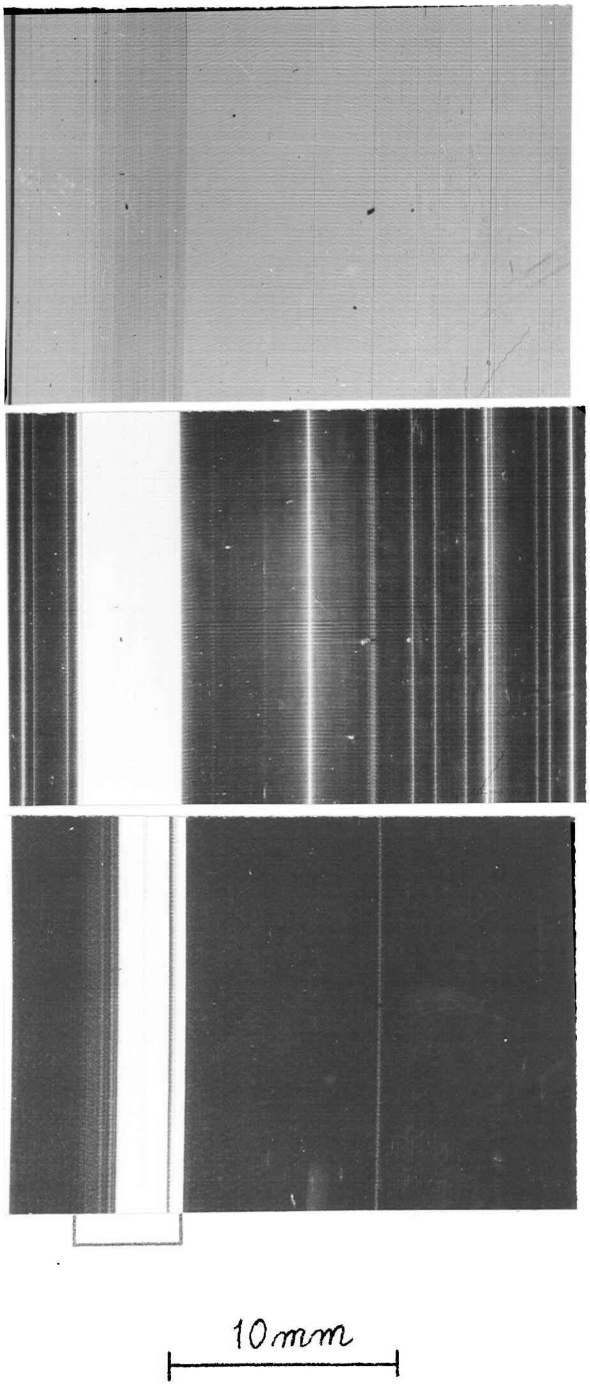


(a) 1次光近傍のスペクトルをすべて投影レンズに入れた場合。

(b) ナイフエッジを1次光の中心まで挿入して高周波側のスペクトルを取除いた場合。

(c) ナイフエッジを1次光の中心よりも低周波側まで挿入した場合。

第5.3図　分光用回折格子G-Iのピッチ誤差。各写真は同一視野を対応させて示してある。(b),(c)において光の強度と格子間隔の変動とは対応する。

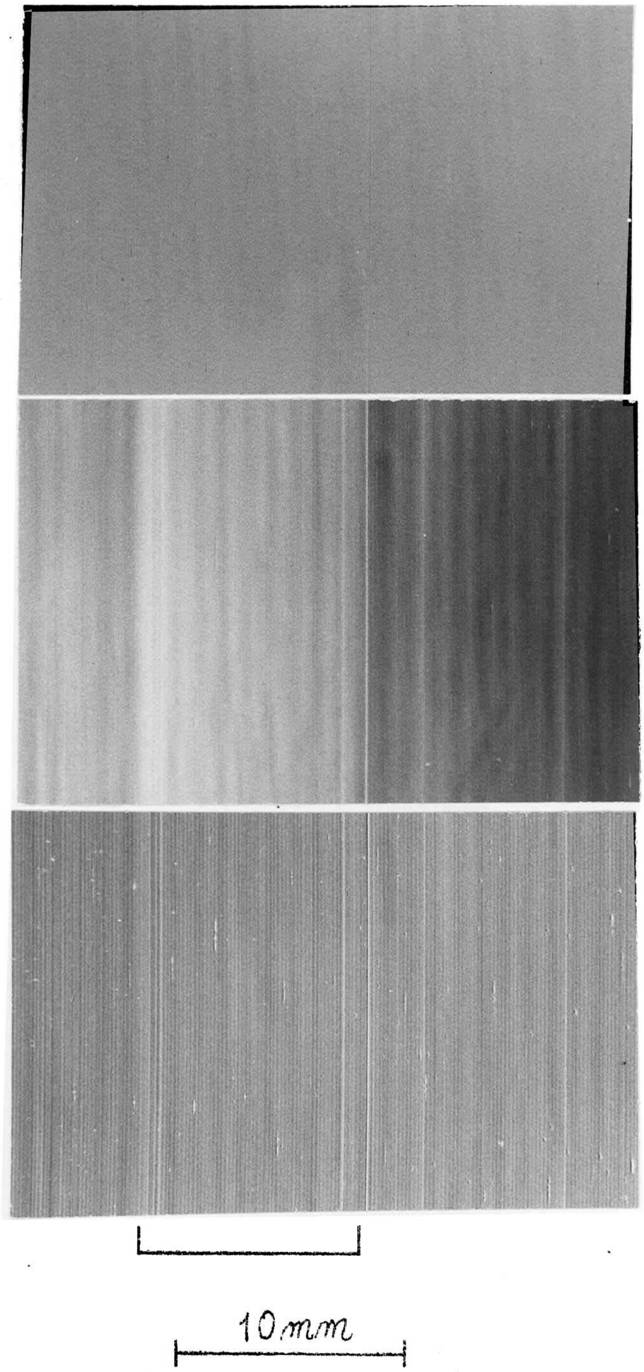


(a) 1次光近傍のスペクトルをすべて投影レンズに入れた場合。

(b) ナイフエッジを1次光の中心まで挿入して高周波側のスペクトルを取除いた場合。

(c) ナイフエッジを1次光の中心よりも低周波側まで挿入した場合。

第5.4図　分光用回折格子G-IIのピッチ誤差。各写真は同一視野を対応させて示してある。(b),(c)において光の強度と格子間隔の変動とは対応する。



(a) 1次光近傍のスペクトルをすべて投影レンズに入れた場合。

(b) ナイフエッジを1次光の中心まで挿入して高周波側のスペクトルを取除いた場合。

(c) 光学楔をFraunhofer回折面に挿入した場合。

第5.5図 分光用回折格子G-Ⅲのピッチ誤差。各写真は同一視野を対応させて示してある。(b),(c)において光の強度と格子間隔の変動とは対応し、図中に観測される0.17mmの細かい濃淡は格子線100本ごとに繰返す周期誤差である。

第5.4図は試料G-IIについて行った実験結果で、回折格子には└─┘印で示した格子間隔の大きい部分が観測されるが、他の部分は試料G-Iよりも良好である。格子間隔の大きい部分の内部には、第5.4図(c)に見られるようにかなりのピッチ変動がある。

第5.5図は試料G-IIIについての結果である。ナイフエッジを用いた(b)、および光学楔を用いた(c)にはそれぞれコントラストが生じて、ピッチ誤差を現わしている。(b)および(c)の図形にはG-Iの試料と同じように約0.8mm周期のピッチ誤差が認められる。またそれよりも細かい周期で繰返す誤差が認められるが、これは光学楔を用いた(c)によく現われており、光学楔を用いたために復調の忠実度が増しているためと思われる。この細かい周期で繰返すピッチ誤差は測定の結果、1周期が0.17mmのものであることがわかった。これより1周期に含まれている格子の本数は

$$600 \times 0.17 = 100\text{本} \qquad (5.4)$$

である。したがってそのピッチ誤差は格子線100本を周期として繰返していることがわかる。また└─┘印で示した部分は光の強度が他の部分よりも大であって、全体に他よりも格子間隔が大きい。また周期的変化をするものとは無関係にランダムに生じたピッチ誤差も認められる。

5.4 まとめ

回折格子によって発生した空間搬送波の変調および復調と言う考え方に基づく本測定法によって、分光用回折格子のピッチ誤差が光の強度分布として試料全面にわたって一度に測定できることが明らかとなった。実際の試料について測定した結果、一定の周期で繰返すピッチ誤差が認められ、細かい周期のものは光学楔を用いればよく現われることがわかった。これより ruling engine のネジあるいは歯車など周期誤差を生む可能性のある不良個所を逆算して、ruling engine の精度向上に役立てることができる。

総括

本研究では先ず第1章において、本研究に用いる写像光学系の結像関係を導くと共に、光学系と通信系との対応から荷重によって歪んだ平面回折格子の歪分布を試料の像面上に光の強度分布として測定する方法について考察した。その結果は次のようにまとめることができる。

(1) 回折格子はその透過率分布あるいは位相分布にしたがう空間的な波を発生させるとみなされる。歪んだ回折格子は、もとの格子線に直角な断面を考えるとその空間的な波を搬送波とし、その断面方向の歪分布を変調波として空間周波数変調されていることが明らかとなった。

(2) 歪分布を試料の像面上に光の強度分布として得るには、その変調波を復調すると言う立場で考えることができる。それは通信系において周波数被変調波の復調で行なわれている周波数弁別と同じことをすればよい。すなわち試料のスペクトル面である Fraunhofer 回折面に光学楔などのマスクを挿入して、搬送波の両側に側帯波を持つようになった歪んだ回折格子のスペクトルに spatial filtering を施せばよいことがわかった。

第2章では各種の復調方法について具体的に検討し、さらにそれを実験によって確めた。それらの結果は次のようである。

(1) 試料を照明する照明光の coherency から考察した結果、

測定光学系の光源として線光源を用いれば、その線光源に垂直な試料断面についての歪分布が、像面上その断面の共軛位置で測定される。したがって光学系全体を考えれば、試料はその各断面の積み重ねで全面を同時に測定できることがわかった。

(2) マスクとしてナイフエッジを用いれば復調できる。この場合、変調波を現わしている図形の忠実度とコントラストを兼合せて考えれば、歪をうけた回折格子の平均周波数のスペクトル位置にナイフエッジを挿入して、それより高周波側のスペクトルを取除くのが最もよいことがわかった。

(3) ナイフエッジを用いた場合に得られる図形は歪量の小さいときにも良好なコントラストを持っており、忠実度もよい。歪量が大きくなると忠実度は悪くなるので歪量の小さいときに用いるのが望ましい。

(4) マスクとして振幅透過率がFraunhofer回折面にそって直線的に減少している光学楔を用い、それで側帯波の広がりを完全に被えば忠実に復調され、歪の分布と像面上の強度分布とは正しく一致することがわかった。

(5) 線光源を用いたとき、Fraunhoferの回折像は矩形状の広がりを示すから、ここへマスクとして面積型楔を挿入する方法によっても復調でき、ナイフエッジを用いたときよりも復調の忠実度は向上する。

(6) 面積型楔の原理と同じことが、光源幅を増し、回折面にナイフエッジを挿入する方法、あるいは波長幅を持った

線光源を用いて同様にナイフエッジを挿入する方法によっても達成できる。この場合、単色の線光源を用いるよりも光学系を明かるく使用できる。

(7) 以上の復調方法によって単色で現われていた図形の背景に特定の色を一様に加えることにより色差として歪分布を検出できる。

試料に平面応力が加えられたとき、三方向の歪を測定すれば任意方向の歪を決定することができる。第3章では、そのために回折格子を用いた本測定法をいかに適用するか、実際の歪測定に対する方法を検討した。あわせて測定感度についても考察した。それらをまとめると次のようである。

(1) 平面試料の荷重による厚み変化などによって生じる光波の位相変化は得られる像面上の強度分布に大きく影響する。それを避けるためには試料を incoherently に照明し、荷重状態にある格子像を撮影した写真フイルムを測定光学系に対する試料とすればよいことがわかった。

(2) 歪んだ格子像を撮影したフイルムを測定光学系に対する試料としたときには、光学系と荷重装置とを分離することができる。そのために荷重装置に対する制限がなくなり、また不透明試料に対しても反射光学系を組立てることを必要としない。

(3) 三方向の歪を測定するには異った格子方向を持つ三個の試料を作成して、一方向の歪を別々に測定すればよい。

(4) 三個の試料が得られない場合は、一試料上に格子を三

交叉させて転写し、そのうち一方向の格子が線光源と平行になるよう試料を回転して測定を行えばよい。

(5) 一方向の格子を持った試料で特定方向の歪を測定するには、格子を線光源に対して傾むければ線光源と垂直方向の歪が測定できる。

(6) 理論的考察の結果、本測定法による測定感度は格子間隔に逆比例することがわかった。格子間隔を30本/mmとし、歪分布が10mm周期で、試料がその1周期以上の大きさを持っているとすれば、測定可能な変位量としては0.11μであり、また歪量としては0.0067%となって、非常に感度の高い測定方法であることが明らかとなった。

才4章では実際の実験例としてアルミニウム粗大結晶を引張り変形させた場合の歪分布を測定し、粒界では伸びが拘束されていること、あるいは粒内における不均一な伸びなどを知った。その結果、才1章〜才3章の考察と合わせて本測定法の持っている次の特徴が確められた。

(1) 対象物を直接に試料とすることができる。

(2) 歪分布が光の強度分布あるいは色差として試料全面にわたって一度に検出されるから、直接歪の分布状態をつかみやすい。

(3) 定量測定も従来の各方法に比して簡単である。

(4) 高い測定感度を持っており、特に不透明物体の測定には有効である。

(5) 微小領域の歪の変動を測定できる。

第5章では荷重による格子歪だけでなく、この測定法を分光用回折格子のピッチ誤差の検定に利用した。その結果は次のようにまとめられる。

(1) 理論的考察および(2)の結果より、本測定法によって分光用回折格子の各部分に生じているピッチ誤差が試料全面にわたって一度に測定できることが明らかとなった。

(2) 測定に用いた回折格子には部分的に格子間隔が他の部分よりも変動しているところが認められた。また突発的に生じたピッチ誤差および一定の周期で繰返すピッチ誤差があることがわかった。

謝辞

最後に、本研究の着想を与えていただき、本研究の遂行に対してたえず懇篤な御指導を賜った大阪大学篠田軍治、鈴木達朗両教授に深く感謝いたします。

また、終始有益な御助言、御討論をいただいた大阪府立大学永田良助教授、ならびに本研究に御協力下さった諸氏に厚くお礼申し上げます。

昭和40年12月9日

大阪大学大学院工学研究科

三野正幸

参考文献

1) 湯浅亀一：材料力学中巻，コロナ社(1962).
2) 中村 寛：非破壊検査 8, 89(1959).
3) V. M. Urie and H. L. Wain: J. Inst. Metals 81, 153 (1952).
4) G. Oster, M. Wasserman and C. Zerling: J. Opt. Soc. Am. 54, 169 (1964).
5) D. Post: Experimental Mechanics 5, 368 (1965).
6) J. F. Bell: J. Appl. Phys. 27, 1109 (1956).
7) J. F. Bell: J. Appl. Phys. 30, 196 (1959).
8) P. M. Duffieux: L'integrale de Fourier et ses applications a l'optique. Renne (1946).
9) M. Born and E. Wolf: Principles of Optics (Pergamon Press, Oxford, 1964), 2nd ed.
10) E. H. Linfoot: J. Opt. Soc. Am. 45, 808 (1955).
11) H. H. Hopkins: Proc. Phys. Soc. B,70, 449 (1957).
12) E. L. O'Neil: IRE Trans. Prof. Group on Information Theory IT-2, 56 (1956).
13) 斎藤弘義：生産研究 10, 8(1958).
14) R. V. Pole: IBM Research Report RC-750 (1962).
15) S. Timoshenko and J. N. Goodier: Theory of Elasticity (McGraw-Hill, Newyork, 1951), 2nd ed.
16) H. H. Hopkins and P. M. Barham: Proc. Phys. Soc. B,63, 737 (1950).
17) A. M. Goodbody: Proc. Phys. Soc. 70, 361 (1957).
18) 辻内順平：機械試験所報告 No.40, 4(1961).
19) T. Suzuki: Technol. Repts. Osaka Univ. 12, 61 (1962).
20) H. H. Hopkins: Proc. Roy. Soc. A,208, 263 (1951).
21) W. E. Glenn: J. Opt. Soc. Am. 48, 841 (1958).
22) W. E. Glenn: J. Appl. Phys. 30, 1870 (1959).
23) A. Lohmann und B. Morgenstern: Optik 20, 450 (1963).
24) H. H. Hopkins: J. Opt. Soc. Am. 47, 508 (1957).

25) H. Boersh und H. Raith: Z. Physik 167, 152 (1962).

26) 霜田光一：エレクトロニクスの基礎，裳華房 (1960).

27) J. Tsujiuchi: J. Phys. Soc. Japan 12, 744 (1957).

28) 朝倉利光：応用物理 32, 180 (1963).

29) 篠田軍治，鈴木達朗，中谷 登，永田 良：応用物理 33, 727 (1964).

30) 立川利久，阪尻昭一：ポリカーボネート，日刊工業新聞社 (1961).

31) 帝国人絹株式会社編：ポリカーボネート樹脂技術資料，物性編 (1961).

32) 応力測定技術研究会編：応力測定法，朝倉書店 (1955).

33) G. W. Stroke: J. Opt. Soc. Am. 45, 30 (1955).

34) E. Ingelstam and E. Djurle: Arkiv för fysik 4, 423 (1952).

講演ならびに論文目録

本研究に関する講演ならびに論文は次のとおりである。

I. 講演

「応力測定における回折格子の応用」

第23回応用物理学会学術講演会　11p-IV-2

昭和37年10月11日

「回折格子を用いた応力測定　歪とコントラストとの詳細な理論」

第10回応用物理学関係連合講演会　1a-VII-7

昭和38年4月1日

「回折格子を用いた応力測定　測定例」

第10回応用物理学関係連合講演会　1a-VII-8

昭和38年4月1日

「回折格子を用いた再回折法による歪測定　定量精度に関する考察」

第24回応用物理学会学術講演会　3p-II-6

昭和38年10月3日

「回折格子を用いた再回折法による歪測定　荷重の変化および単色光、多色光による歪模様」

第24回応用物理学会学術講演会　3p-II-7

昭和38年10月3日

「回折格子を用いた再回折法による歪測定　Incoherent照明を適用し試料のwavinessを補正した場合」

第11回応用物理学関係連合講演会　2a-B-2

昭和39年4月2日

「回折格子を空間的な搬送波と考えた歪測定」

第14回応用力学連合講演会　419

昭和39年9月8日

「再回折法による回折格子のピッチ誤差の検出」

第25回応用物理学会学術講演会　4p-V-9

昭和39年11月4日

「回折格子を用いた再回折法による歪測定　スペクトル面に光学楔を挿入した場合」

第25回応用物理学会学術講演会　5p-VI-7

昭和39年11月5日

「回折格子を搬送波と考えた歪測定　平面応力による歪分布の測定とその応用」

第12回応用物理学関係連合講演会　6p-K-9

昭和40年4月6日

「回折格子を carrier oscillator と考えた歪測定　引張り変形されたアルミニウム粗大結晶への応用」

第26回応用物理学会学術講演会　2a-G-10

昭和40年10月2日

「周波数変調をうけた回折格子の像　面積型楔による信号像の復調」

第26回応用物理学会学術講演会　2p-F-2

昭和40年10月2日

II. 論文

「回折格子を搬送波として用いた応力測定」
応用物理 <u>32</u>, 133 (1963).

"Optical Diffraction Method of Strain Measurement Based on Modulation Theory"
Technol. Repts. Osaka Univ. <u>13</u>, 359 (1963).

"Further Consideration on the Measurement of Strain Distribution by the Use of a Diffraction Grating"
Technol. Repts. Osaka Univ. <u>14</u>, 521 (1964).

"Image of the Optical Grating Modulated by the Signal and its Application to the Measurement of Strain Distribution"
Appl. Opt. <u>3</u>, 825 (1964).

"Fidelity of Strain Pattern and Measurement of Strain Distribution in a Plate by Using a Diffraction Grating"
Proc. of the 14th Japan Congress for Applied Mech., (1965), to be published.